

**DEPARTAMENTO:** Engenharia Mecânica

**DISCIPLINA:** MECÂNICA DO CONTÍNUO

**SIGLA:** MCO

**CARGA HORÁRIA TOTAL: 60**
**TEORIA: 60**
**PRÁTICA: -X-**
**CÓDIGO: 215**
**CURSO:** Programa de Pós-Graduação em Ciência e Engenharia de Materiais

**SEMESTRE/ANO:**
**PRÉ-REQUISITOS:**
**PROFESSOR RESPONSÁVEL:** Prof. Dr. Miguel Vaz Junior

### EMENTA

Elementos de álgebra tensorial: pontos; vetores; tensores; definições e notação do teorema espectral; invariantes principais; teorema de Cavley-Hamilton. Elementos de análise tensorial: diferenciação; gradiente; divergente; teorema de Green; teorema de Stokes. Geometria e cinemática de sólidos: deformação; deslocamentos; tensor deformação de Green-Lagrange; deformação e rotação infinitesimais; tensões normais e cizalhantes. Princípios de equilíbrio: equilíbrio linear e angular; tensor tensão; equações locais de equilíbrio; tensões principais e desviadoras; o princípio do trabalho virtual. Teoria constitutiva: o princípio do balanço de energia; função energia de deformação; lei de Hooke generalizada; tensor elástico; elasticidade linear isotrópica; Problema a valor de contorno: elasticidade linear; condições de compatibilidade; formulação do problema e unicidade da solução; estados planos de deformação e tensão.

### CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

#### 1. Elementos de álgebra e cálculo tensorial

- 1.1 Tensores de ordem zero
- 1.2 Tensores de primeira ordem
  - 1.2.1 Soma e subtração de vetores
  - 1.2.2 Representação gráfica
  - 1.2.3 Produto interno
  - 1.2.4 Produto vetorial
- 1.3 Tensores de segunda ordem
  - 1.3.1 Propriedades de um tensor
  - 1.3.2 Transposta de um tensor
  - 1.3.3 Produto interno
  - 1.3.4 Produto tensorial
  - 1.3.5 Produto de dois tensores
  - 1.3.6 Operador *Traço*
  - 1.3.7 O tensor identidade e o  $\delta$  de Kronecker
  - 1.3.8 O tensor alternante
  - 1.3.9 O tensor inverso
  - 1.3.10 Tensores ortogonais
  - 1.3.11 Tensores simétricos e anti-simétricos
  - 1.3.12 Bases vetoriais e tensores
- 1.4 Matriz transformação - rotação dos eixos
  - 1.4.1 A matriz transformação generalizada
  - 1.4.2 A rotação dos eixos e os tensores
- 1.5 Invariantes de um tensor
  - 1.5.1 Teorema espectral

- 1.5.2 Obtenção dos autovalores e autovetores
- 1.5.3 Teorema de Cayley-Hamilton
- 1.6 Elementos de cálculo tensorial
  - 1.6.1 Derivada direcional
  - 1.6.2 Gradiente
  - 1.6.3 Divergente
  - 1.6.4 Rotacional
  - 1.6.5 Fórmulas de Green
- 2. Geometria e cinemática dos corpos**
  - 2.1 Pequenos deslocamentos
    - 2.1.1 Deslocamentos
    - 2.1.2 O tensor de Green-Lagrange
    - 2.1.3 Deformações e rotações infinitesimais
    - 2.1.4 Interpretação geométrica: componentes normais
    - 2.1.5 Interpretação geométrica: componentes cisalhantes
    - 2.1.6 Propriedades do tensor deformação
      - 2.1.6.1 Deformações principais
      - 2.1.6.2 Deformações volumétricas
      - 2.1.6.3 Deformações desviadoras
    - 2.1.7 Condições de compatibilidade para deformações infinitesimais
  - 2.2 Aspectos de cinemática de grandes deslocamentos
    - 2.2.1 Descrevendo o movimento
    - 2.2.2 Gradiente de deformação
    - 2.2.3 Medidas de deformação
      - 2.2.3.1 Interpretação geométrica
    - 2.2.4 Decomposição polar
    - 2.2.5 Medidas de deformação generalizadas
    - 2.2.6 Mudança volumétrica
    - 2.2.7 Mudança de área
    - 2.2.8 Gradiente de velocidade
    - 2.2.9 Taxa de deformação
    - 2.2.10 O tensor vorticidade (*spin*)
    - 2.2.11 Objetividade e movimento de corpo rígido
- 3. Princípios de equilíbrio**
  - 3.1 Condições de fronteira
  - 3.2 Forças atuantes sobre o corpo
  - 3.3 As equações de equilíbrio global
  - 3.4 O tensor tensão de Cauchy
    - 3.4.1 Definição do tensor de Cauchy
  - 3.5 Equações para o equilíbrio local
    - 3.5.1 Equilíbrio translacional
    - 3.5.2 Equilíbrio rotacional
  - 3.6 Propriedades do tensor tensão de Cauchy
    - 3.6.1 Objetividade do tensor tensão de Cauchy
    - 3.6.2 Vetores força normal e força cisalhante
    - 3.6.3 Tensões principais
    - 3.6.4 Tensão hidrostática e pressão
    - 3.6.5 Tensões desviadoras
  - 3.7 O princípio do trabalho virtual
    - 3.7.1 Pequenos deslocamentos
    - 3.7.2 Grandes deslocamentos

- 3.7.3 Tensões desviadoras
  - 3.8 Trabalho conjugado e representações da tensão
    - 3.8.1 O tensor tensão de Kirchoff
    - 3.8.2 O tensor Primeiro de Piola-Kirchoff
    - 3.8.3 O tensor Segundo de Piola-Kirchoff
    - 3.8.4 Relação entre as definições de tensão
    - 3.8.5 Movimento de corpo rígido
    - 3.8.6 Componentes desviadoras e pressão
  - 3.9 Taxas de tensão
    - 3.9.1 A taxa de tensão de Truesdell
    - 3.9.2 A taxa de tensão de Green-Naghdi
    - 3.9.3 A taxa de tensão de Jauman
- 4. Teoria constitutiva**
- 4.1 Tipos de relações constitutivas
    - 4.1.1 Lei de Hooke generalizada
    - 4.1.2 Modelo elástico de Cauchy
    - 4.1.3 Modelo hiperelástico
    - 4.1.4 Modelo hipoelástico
  - 4.2 O modelo hiperelástico
    - 4.2.1 Energia
    - 4.2.2 A primeira lei da termodinâmica
    - 4.2.3 A função energia de deformação
    - 4.2.4 Grandes deslocamentos
    - 4.2.5 Linearização em relação a um estado referencial
    - 4.2.6 A Lei de Hooke generalizada
    - 4.2.7 A função energia complementar
  - 4.3 Equações constitutivas para elasticidade linear isotrópica
    - 4.3.1 Compressão hidrostática
    - 4.3.2 Tração simples
    - 4.3.3 Cisalhamento puro
    - 4.3.4 Relação entre parâmetros constitutivos
    - 4.3.5 Função energia de deformação
    - 4.3.6 Equações constitutivas desviadoras e volumétricas
- 5. O problema a valor de contorno para elasticidade linear**
- 5.1 Formulação do problema a valor de contorno
  - 5.2 Unicidade da solução
  - 5.3 O problema elástico plano
    - 5.3.1 Descrição do problema
    - 5.3.2 Estado plano de tensão
    - 5.3.3 Estado plano de deformação
    - 5.3.4 Coordenadas polares

## BIBLIOGRAFIA

- BONET, J. E WOOD, R.D., Nonlinear Continuum Mechanics for Finite Element Analysis. Cambridge University Press, Cambridge, 1997.
- MALVERN, L.E., Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1969.
- GURTIN, M., An Introduction to Continuum Mechanics. Academic Press, New York, 1981
- CHEN, W.F. e MIZUNO, E., Nonlinear Analysis in Soil Mechanics. Elsevier, Amsterdam, 1990.
- CHEN, W.F. e MIZUNO, E., Nonlinear Analysis in Soil Mechanics. Elsevier, Amsterdam, 1990.
- BORG, S.F., Matrix-Tensor Methods in Continuum Mechanics. Nostrand, New York, 1963.