UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

PRODUTO EDUCACIONAL

CONCEITO DE ÁREA E OUTROS CONTEÚDOS PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL POR MEIO DA METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

JUCEMIR DA SILVA SOUZA

JOINVILLE, SC
2021

Instituição de Ensino: UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
Programa: MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL
Nível: MESTRADO PROFISSIONAL
Área de Concentração: Ensino de Matemática.
Linha de Pesquisa: Ensino de Matemática.

Título da dissertação: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas: Proposta de Uma Sequência Didática Para o Ensino do Conceito de Área
Autor: Jucemir da Silva Souza
Orientador: Dr. Rogério de Aguiar
Coorientador: Dra. Eliane Bihuna de Azevedo
Data: 21/11/2021.

Produto educacional: Caderno Pedagógico.
Nível de ensino: Ensino fundamental.
Área de Conhecimento: Matemática.

Descrição do Produto Educacional: Caderno pedagógico com uma sequência didática e alguns problemas geradores para aplicação no sexto ano do Ensino Fundamental de acordo com a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas.

Biblioteca Universitária UDESC: < https://www.udesc.br/bibliotecauniversitaria >

Publicação Associada: Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática Através da Resolução de Problemas: Proposta de uma Sequência Didática Para o Ensino do Conceito de Área

URL: < https://www.udesc.br/cct/profmat/dissertações >

Arquivo	*Descrição	Formato
8.688kb	**Texto completo**	**Adobe PDF**

CADERNO PEDAGÓGICO

APRESENTAÇÃO

Caro(a) professor(a),

Este caderno pedagógico foi elaborado de acordo com a pesquisa intitulada “Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas: proposta de uma sequência didática para o ensino do conceito de área”, realizada no programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT) da Universidade Estadual de Santa Catarina (UDESC), sob orientação do Professor Doutor Rogério de Aguiar e coorientação da Professora Doutora Eliane Bihuna de Azevedo.

O presente caderno pedagógico se destina ao professor(a) e contém uma proposta de sequência didática para o ensino e formalização do conceito de área voltado ao sexto ano do ensino fundamental. A sequência didática foi concebida para ser desenvolvida utilizando-se a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas. Além da sequência didática o produto educacional também contém alguns problemas geradores de conteúdos diversos para o sexto ano do ensino fundamental que podem ser propostos por meio de uma sequência didática. Como anexo deste trabalho disponibilizamos as folhas para impressão com as atividades que compõe a sequência didática.

Portanto, professor(a), desejamos que este material possa ser bem aproveitado no planejamento de suas aulas, de modo a torná-las mais dinâmicas e motivadoras, e que junto com seus alunos possam construir uma aprendizagem mais efetiva em matemática.

Jucemir da Silva Souza

.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

Neste caderno pedagógico é proposta uma sequência didática composta por alguns problemas para o professor que deseja trabalhar com a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas e, assim, possivelmente, inovar a sua prática de ensino.

Para isso, apresenta-se no Capítulo 1 um resumo da metodologia, que foi desenvolvida pelas pesquisadoras Onuchic e Allevato, bem como um roteiro de atividades para sua implementação em sala de aula. Destaca-se que, para um aprofundamento maior sobre essa metodologia, o professor leia a dissertação[1] de mestrado do autor ou as referências nela elencadas.

No Capítulo 2, apresenta-se uma proposta de aplicação por meio de uma sequência didática com a finalidade de formalizar o conceito de área e do cálculo de área de retângulos e triângulos retângulos. Essa proposta está em consonância com o roteiro da metodologia de ensino supracitada.

Por fim, no Capítulo 3, alguns problemas geradores são sugeridos para serem trabalhados por meio da metodologia de ensino apresentada no Capítulo 1 de modo a serem formalizados alguns conteúdos do sexto ano do Ensino Fundamental.

1 Disponível no endereço: https://www.udesc.br/cct/profmat/dissertações

CAPÍTULO 1: METODOLOGIA DE ENSINO-APRENDIZAGEM-AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

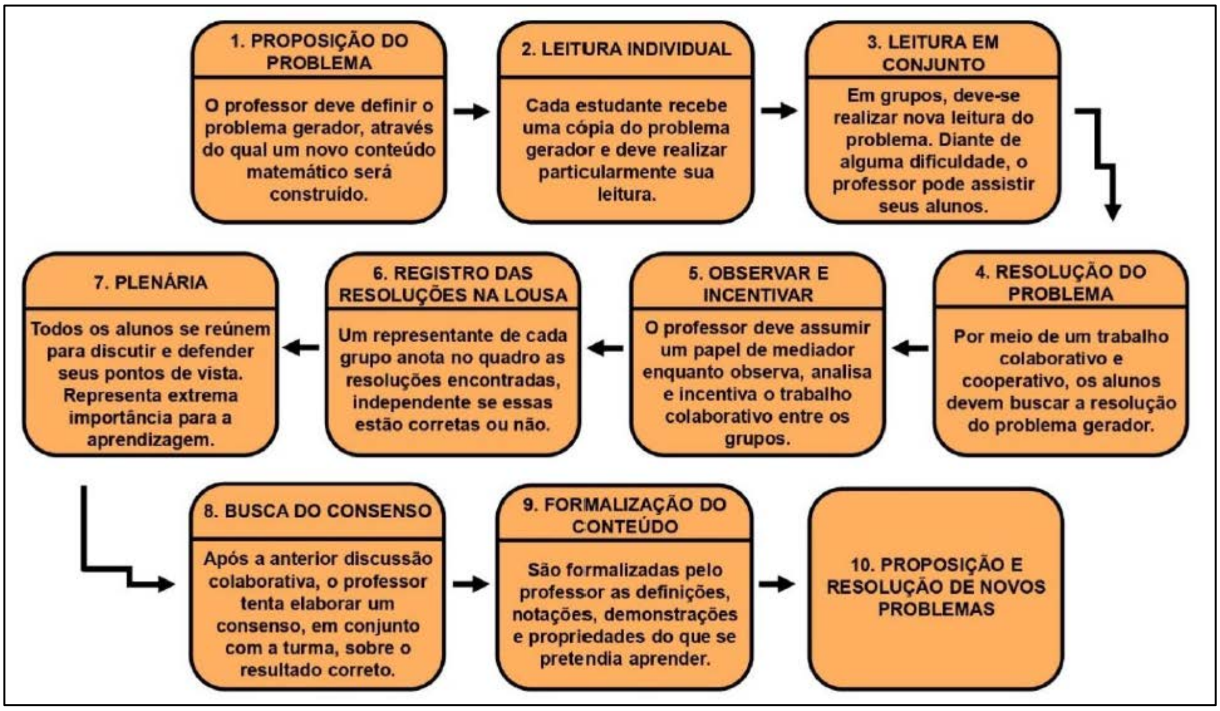
Na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, o problema é o desafio a ser usado para a construção do conhecimento matemático. Para isso, é necessário que o conteúdo a ser ensinado ainda não tenha sido trabalhado em sala de aula, uma vez que a resolução do problema será o meio para construir esse novo conceito, princípio ou procedimento matemático. Onuchic e Allevato (2011, p. 81), ressaltam: “o problema é ponto de partida e, na sala de aula, através da resolução de problemas, os alunos devem fazer conexões entre diferentes ramos da Matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos.” Neste trabalho corrobora-se com Onuchic e Allevato (2011, p.81), que definem um problema como “[...] tudo aquilo que não se sabe fazer, mas está interessado em fazer”.

Destaca-se que, nessa metodologia, professor e alunos devem fazer mudanças nas próprias atitudes e posturas referentes ao trabalho em sala. Em aulas tradicionais, nas aulas de matemática, o professor costuma explicar todo o conteúdo e propor exercícios de aplicação do conteúdo explicado. Nessa forma clássica de ministrar aulas, o professor é o detentor do conhecimento e o aluno um agente passivo que tem pouca ou nenhuma oportunidade de participar na construção do conhecimento. Onuchic e Allevato (2011) definem o que se espera do professor na metodologia de Resolução de Problemas; “precisa deixar de ser o centro das atividades, passando para os alunos a maior responsabilidade pela aprendizagem que pretendem atingir. Os alunos, por sua vez, devem entender e assumir essa responsabilidade.” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 82).

A proposta de desenvolvimento dessa metodologia se baseia no trabalho realizado em grupo, o qual favorece a aprendizagem, visto que ela “permite aos estudantes com maiores dificuldades discutir suas dúvidas e concepções com os colegas que apreenderam um determinado conceito com maior rapidez ou com mais precisão” (PIRONEL; VALLILO, 2017, p. 291).

Com a finalidade de orientar o trabalho dos professores em sala de aula que desejam inserir a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação através da resolução de problemas, o GTERP[2] desenvolveu um roteiro com dez etapas a serem seguidas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014), descritas na Figura 1.

Figura 1: Etapas do roteiro do GTERP.



Fonte: Santos et al. (2021, p. 5)

Entretanto, em 2017, foi proposto pelas autoras Onuchic e Allevato um roteiro composto de onze etapas em que é adicionada, como sendo a primeira etapa "formar grupos". O roteiro atualizado é: (1) Formar grupos; (2) Preparação do problema; (3) Leitura individual; (4) Leitura em conjunto; (5) Resolução do problema; (6) Observar e incentivar; (7) Registro das resoluções na lousa; (8) Plenária; (9) Busca do consenso; (10) Formalização do conteúdo; (11) Proposição de problemas (ANDRADE; ONUCHIC, 2017).

De acordo com os roteiros supracitados, uma aula cuja metodologia adotada seja a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de resolução de problemas através da resolução de problemas inicia com a seleção/elaboração do problema

[2] Grupo de Trabalho e Estudos em Resolução de Problemas

gerador. Esse problema terá por objetivo introduzir um conteúdo ainda não abordado em sala de aula, mas de forma que os estudantes tenham condições de resolver com os seus conhecimentos prévios. Em sala de aula, os estudantes são divididos em grupos, que podem ser de dois ou mais estudantes. Sugere-se que não sejam grupos muito grandes para que todos os integrantes possam participar do processo de resolução. Após se fazer a leitura individual e a leitura em conjunto, as equipes trabalharam na resolução do problema. O professor deve ser o mediador nesse processo. Ele deverá circular pelos grupos para acompanhar os estudantes e ajudá-los, não respondendo se a resolução está (in)correta quando for questionado, mas fazendo questionamentos que proporcionaram uma reflexão dos estudantes e que fará com que as equipes avaliem além de poder proporcionar ideias para resolverem. Mas, o professor não deve impor caminhos que os estudantes devem seguir. Após resolvido o problema, os estudantes terão que compartilhar a sua solução (certo ou errada) com os demais colegas, que pode ser pelo registro na lousa ou alguma variação. Por exemplo, os estudantes poderiam registrar em alguma folha/cartolina a resolução da equipe e apresentar aos colegas. Essa dinâmica deverá ser orientada pelo professor. O professor deverá promover o momento da plenária em que a turma analisará as resoluções e buscarão um consenso sobre a solução correta. Nesse momento os estudantes podem se autoavaliar, assim como avaliar se a sua equipe pensou corretamente além de avaliarem as resoluções dos demais. Além dessa avaliação dos estudantes, o professor também consegue avaliar o quanto os estuantes avançaram em seu conhecimento, pois pode os acompanhar durantes as discussões nas equipes. Após o consenso, o professor formalizará o conteúdo que deseja abordar, além de introduzir notação e linguagem matemática correta. Por fim, o professor poderá expandir a discussão com novos problemas além de propor que os estudantes criem seus próprios problemas envolvendo o assunto abordado.

As autoras Onuchic e Allevato (2011) ressaltam que não há formas rígidas de se trabalhar através da resolução de problemas em sala de aula. Ademais, Pironel (2019), em sua tese, reforça que ao se fazer alterações nos passos e procedimentos da metodologia do GTERP, esta não fica descaracterizada. Azevedo, Figueiredo e Palhares (2020, p. 7) corroboram com Pironel e complementam dizendo que as “adequações no roteiro podem ser feitas conforme as necessidades desde que não se deixe de fazer o essencial que é realizar a discussão coletiva (plenária) e a formalização do conteúdo”.

CAPÍTULO 2: SEQUÊNCIA DIDÁTICA

Neste capítulo será apresentada uma sequência didática que tem por objetivo formalizar o conceito e o cálculo de área de retângulos e triângulos no sexto ano do Ensino Fundamental e que está em consonância os objetos de conhecimento e habilidades definidos para esse conteúdo definidos na BNCC (BRASIL, 2018), como apresentado no Quadro 2.

Quadro 1: Unidade temática, objeto de conhecimento e habilidades.

Unidade temática: Grandezas e medidas
Objetos de conhecimento: Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume
Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.

Fonte: Adaptado de Brasil (2018).

Escolhe-se a sequência didática, porque ela orienta, em etapas, todo o planejamento do professor em sala de aula. Além do que, segundo a concepção de Zabala (1998), as sequências didáticas são: “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. (ZABALA, 1998, p.18)

Para aplicação dessa sequência didática, os alunos já devem conseguir realizar as quatro operações com números racionais na forma decimal e reconhecer os triângulos e quadriláteros, bem como os seus elementos.

Como fundamentação teórica matemática para formalizar os conceitos propostos por esta sequência didática, utilizam-se as definições de Lima (2006) e Muniz Neto (2013), as quais são adaptadas ao sexto ano do Ensino Fundamental.

A sequência didática apresentada no Quadro 2 foi dividida em quatro partes. O tempo total previsto para o desenvolvimento é de seis aulas de 45 a 50 minutos.

Quadro 2: Sequência didática.

Parte 1
Atividade: Introdutória
Tempo sugerido: Uma aula (45 a 50 minutos). **Descrição da atividade:** Apresentar uma atividade para que determinem a quantidade de quadradinhos que compõem o interior de cada uma das figuras da atividade, o qual será aplicado de acordo com as nove primeiras etapas do roteiro do GTERP.
Parte 2
Atividade: Problema 1 – A reforma da sala de Pedro
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O primeiro problema, o qual será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o conceito de área de uma figura.
Parte 3
Atividade: Problema 2 – A compra do terreno de João
Tempo sugerido: Três aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** O segundo problema, o qual também será aplicado de acordo com o roteiro do GTERP, tem como objetivo formalizar o cálculo de área de retângulos e triângulos.
Parte 4
Atividade: Proposição de problemas
Tempo sugerido: Duas aulas (45 a 50 minutos cada). **Descrição da atividade:** Nesta etapa, após a formalização do conceito de área e do cálculo de área de retângulos e de triângulos retângulos, inicia-se a décima primeira etapa do roteiro do GTERP, que é a proposição problemas.

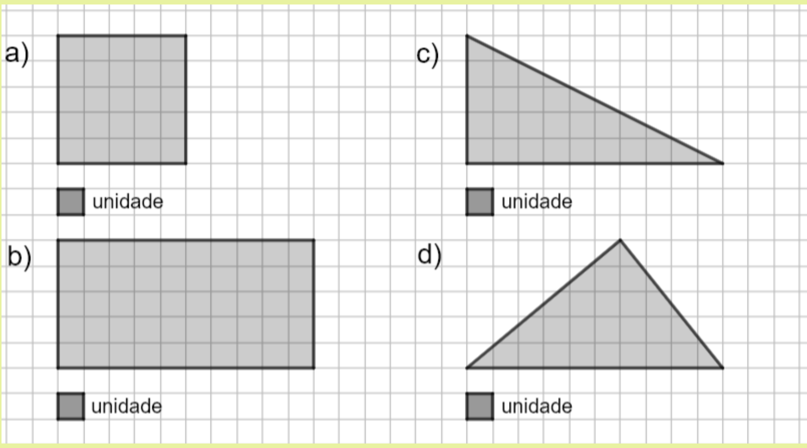
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PARTE 1: ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Nesta atividade introdutória, apresentada no Quadro 3, almeja-se que os alunos reflitam sobre a quantidade de quadradinhos que cobrem o interior de cada figura. Nesse momento, trabalha-se apenas com a ideia de comparação sem abordar o conceito de área ainda, além de fazer uma revisão sobre retângulos e triângulos. Nessa atividade da sequência didática inicia-se o roteiro do GTERP, sendo que a atividade introdutória será aplicada de acordo com as nove etapas iniciais dessa metodologia, pois não será feito formalização e nem a proposição de problemas. Na Parte 3, sugere-se uma maneira de desenvolver todas as onze etapas em sala de aula.

Quadro 3: Atividade Introdutória.

Observe as figuras e responda as questões.



I) Quantos quadradinhos tem o interior da figura:

a:____ b:____ c:____ d:____

II) Como são chamadas as figuras dos itens:

a:______________________________ b:______________________________

c:______________________________ d:______________________________

III) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **c**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

IV) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **d**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada. ____ ____ V) Considerando o lado do quadradinho como unidade de comprimento, determine a medida da base e da altura das figuras: a: base = _______________ altura = __________________ b: base = _______________ altura = __________________ c: base = _______________ altura = __________________ d: base = _______________ altura = __________________

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

No item I, deve-se colocar a quantidade de quadradinhos que cobrem o interior de cada figura. As figuras a, b, c, d, são figuras já conhecidas pelos alunos do 6º ano, e sugere-se que, nesse momento, eles lembrem-se desses polígonos. Por isso, foi proposta a pergunta do item II. Já nos itens III e IV, o objetivo é realizar uma prévia do cálculo de área do retângulo e do triângulo, porém sem mencionar explicitamente ainda sobre do cálculo de área. Por fim, no item V, objetiva-se que os alunos lembrem, reconheçam e determinem a medida da base e da altura de um retângulo e de um triângulo.

No Quadro 4, são descritas as etapas iniciais para aplicação da sequência didática.

Quadro 4: As nove etapas iniciais para aplicação da sequência didática.

Etapas	**Explicação**
Formar Grupos	O professor deve selecionar os grupos que contenham de três a cinco integrantes, dependendo da quantidade de alunos da turma.
Leitura Individual	Em seguida, com o problema em mãos, de preferência impresso para facilitar o desenvolvimento do trabalho em sala, entrega uma cópia dele para cada aluno. Em seguida, o professor solicita que cada um faça uma leitura individual.
Leitura em Grupos	Ao término dessa leitura, o educador solicita uma nova leitura, porém agora nos grupos. Se houver alguma dificuldade após a leitura do texto, o professor auxilia os alunos ao reler o

	problema, sana as dúvidas quanto ao entendimento do enunciado a fim de iniciar a resolução do problema
Resolução do Problema	Nessa etapa, os alunos buscam resolvê-lo num trabalho colaborativo e cooperativo com os demais integrantes do grupo. Durante a resolução do problema, o professor circula entre os grupos, analisa o comportamento dos estudantes, estimula-os a trocarem ideias, a trabalhar cooperativamente e a utilizarem seus conhecimentos prévios.
Observar e Incentivar	Se houver necessidade, o educador pode conduzir algumas perguntas a respeito da atividade introdutória a fim de os lembrar da forma como a resolveram, porém sem fornecer as respostas prontas, visto que precisa demonstrar confiança nas condições dos alunos.
Registro das Resoluções na Lousa	Após todos os grupos terem resolvido o problema, passa-se para a plenária e a busca do consenso. Nessa etapa, são escolhidos os representantes de cada grupo para que compartilhem, na lousa, suas resoluções, sejam essas certas, erradas ou feitas por diferentes estratégias. Se a lousa não suportar todas as resoluções ou o professor desejar agilizar o processo de registro das resoluções na lousa, uma sugestão é entregá-las algum tipo de papel para que seja registrada a estratégia da equipe, como por exemplo, folha A3 ou papel *kraft*.
Plenária	Em seguida, todos os alunos são convidados a discutir as diferentes resoluções registradas pelos colegas, e o professor, como guia e mediador, estimula-os a justificarem seus raciocínios e a defenderem seus pontos de vistas, a fim de comparar e discutir as diferentes soluções.
Busca do Consenso	Em seguida, após serem analisadas todas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o educador incentiva os estudantes a chegarem num consenso sobre o resultado correto.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PARTE 2: PROBLEMA 1 – A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Essa atividade tem como objetivo levar o aluno a compreensão de que a área de uma figura plana é um número que expressa a comparação da região delimitada por essa figura com uma unidade de área.

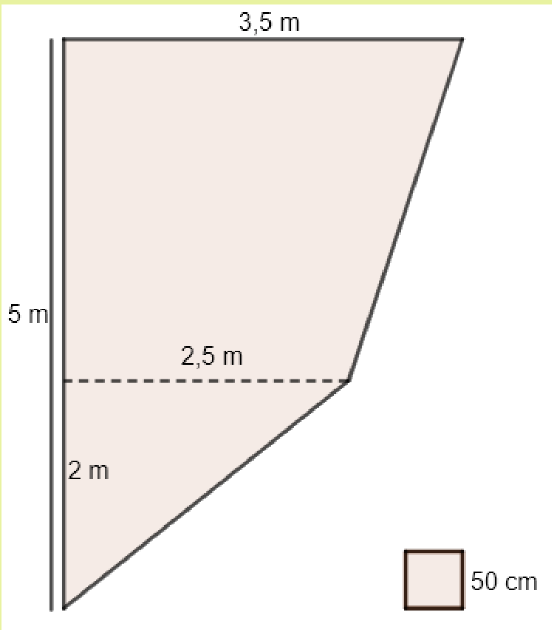
Nesse problema, apresentado no Quadro 5, propõe-se que os alunos determinem a quantidade de pisos necessários para cobrir toda a sala a fim de trazer a noção de área de um polígono. Esse problema será aplicado de acordo com as onze etapas do roteiro do GTERP. Portanto, pode-se aplicá-lo de forma similar ao que foi sugerido na atividade introdutória seguindo-se as nove etapas anteriormente descritas mais a formalização, mantendo-se os grupos já formados nessa parte.

Quadro 5: Problema 1.

A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Pedro vai trocar o piso de sala de sua casa. Para isso, precisa saber quantos pisos cerâmicos serão necessários comprar para cobrir toda a sala. Abaixo, na Figura 1, apresenta-se a planta da sala e o tamanho do piso que vai ser usado.

Figura 1: Planta da sala.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões abaixo.

a) Quantos pisos cerâmicos serão necessários para cobrir a sala de Pedro?

b) Sabendo que cada caixa de piso cerâmicos contém 10 unidades, quantas caixas, no mínimo, serão necessárias para cobrir a da sala de Pedro?

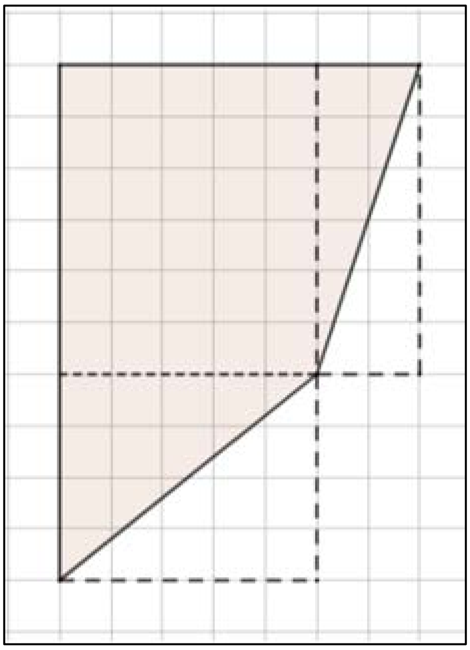
c) Sabendo que a caixa de piso cerâmicos que Pedro deseja comprar custa R$ 24,56, quanto ele gastará com a compra desse piso para cobrir toda a sala?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Item a) Uma possível solução do problema é dividir a figura em quadradinhos de 50cm x 50cm, conforme a Figura 2.

Figura 2: Planta dividida em três regiões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Ao observar a Figura 2, percebe-se a divisão da área original em três regiões, uma retangular, ocupada por trinta pisos cerâmicos, e duas triangulares, iguais a metade da área de cada retângulo pontilhado, de modo que caibam seis pisos cerâmicos para o triângulo superior e dez para o inferior. Logo, para o item **a**, tem-se como resposta 30 + 6 + 10 = 46 pisos cerâmicos.

Item b) Para o item **b**, serão necessárias 5 (cinco) caixas, porque faltariam quatro pisos cerâmicos.

Item c) Por fim, no item **c**, basta fazer 5 X 24,56 = 122,8, portanto, R$ 122,80.

Sugestão ao Professor

Para a formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal do conceito de área. Como sugestão, é apresentada, a partir do parágrafo seguinte, a definição do conceito de área para formalização desse problema.

Após passar pelas nove etapas anteriores da metodologia, segue-se à formalização.

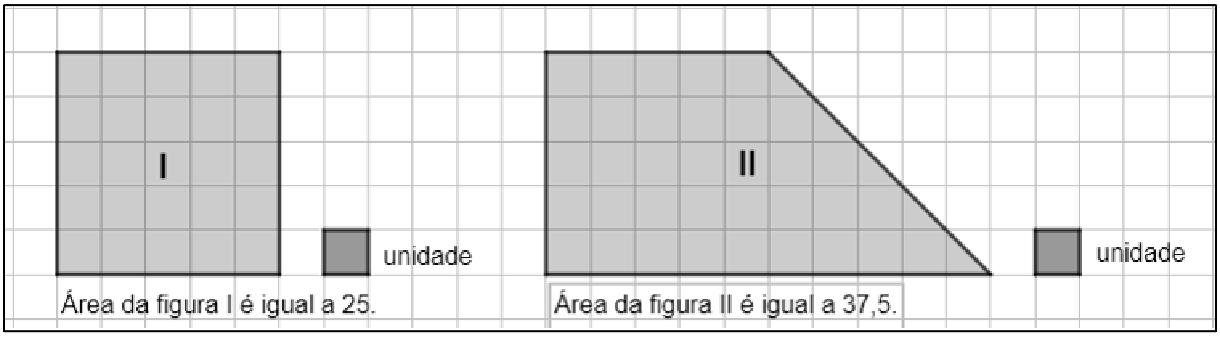
FORMALIZAÇÃO

A área de uma figura plana é a porção do plano ocupada por essa figura. Para determinar essa medida, compara-se essa figura com a unidade de área. Assim, o resultado dessa comparação será um número que exprimirá quantas vezes essa figura contém essa unidade, ou seja, este número será a área dessa figura. De um modo geral, tem-se:

- Um quadrado com lado unitário possui área igual a 1.
- Se uma figura pode ser decomposta como a reunião de um número finito de polígonos, tais que dois quaisquer deles tenham em comum no máximo alguns lados, então a área dessa figura é a soma das áreas dos polígonos.

Observe os exemplos, conforme a Figura 3.

Figura 3: Exemplos de área.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Enfatizar que, no exemplo II, a figura é a composição de um retângulo e um triângulo. Logo, sua área é a soma das áreas dessas duas figuras.

Sugestão ao Professor

Nessa parte, o professor também pode mostrar algumas unidades de medida de área utilizadas no dia a dia, como, por exemplo, o cm², m² e o km². Assim, se na figura I, o quadrado unitário for de 5cm por 5cm, a área dessa figura seria de 25cm²; se for de 5m por 5m, então essa área seria de 25m²; e se o quadrado unitário for de 5km por 5km a área seria de 25km²

Nessa etapa, não serão feitas proposições de problemas, porque serão abordados na Parte 4 da sequência didática proposta. Após formalizado o conceito de área, segue-se para a Parte 3 da sequência didática.

PARTE 3: PROBLEMA 2 – A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

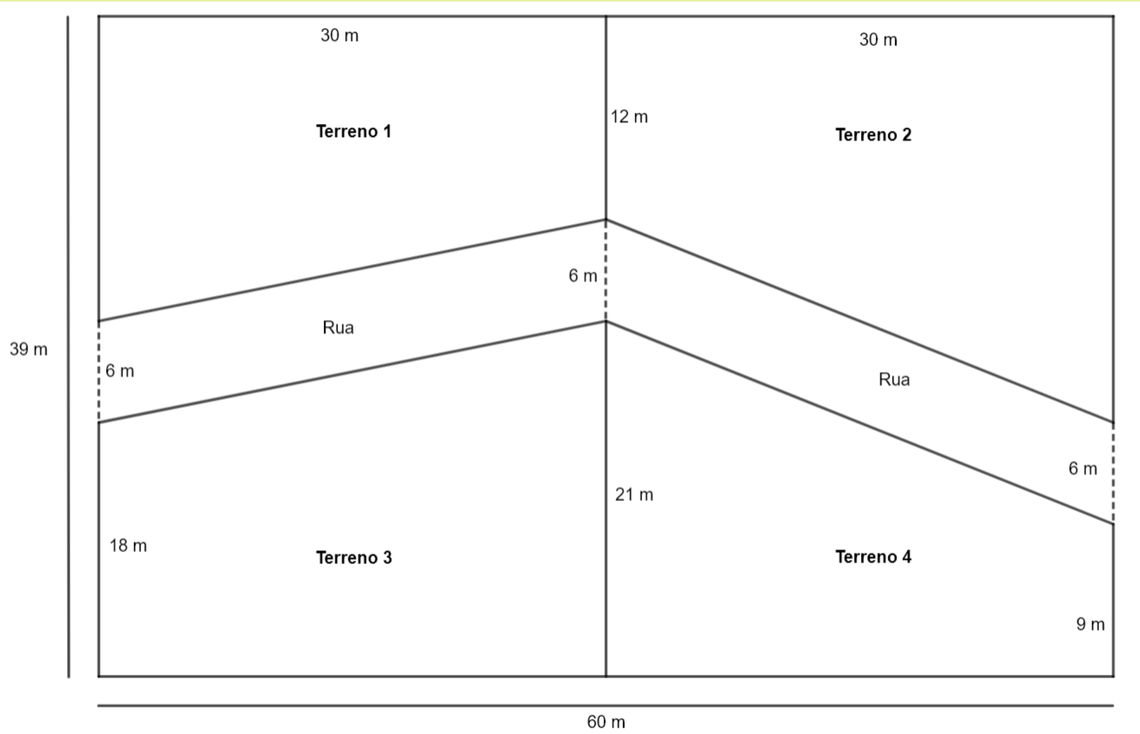
Esse problema, apresentado no Quadro 6, tem como objetivo levar o aluno a compreender que, para identificar o maior terreno para a escolha de João, deve-se descobrir qual é a área de cada terreno com base na compreensão do cálculo de área de retângulos e triângulos.

Quadro 6: Problema 2.

A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

Na Figura 1, é apresentado o mapa do loteamento Morada Boa. João pretende comprar o maior terreno desse loteamento. Sabendo que todos os terrenos estão à venda, ajude João a descobrir qual dos terrenos ele deve comprar. Justifique sua resposta.

Figura 1: Mapa loteamento Morada Boa.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

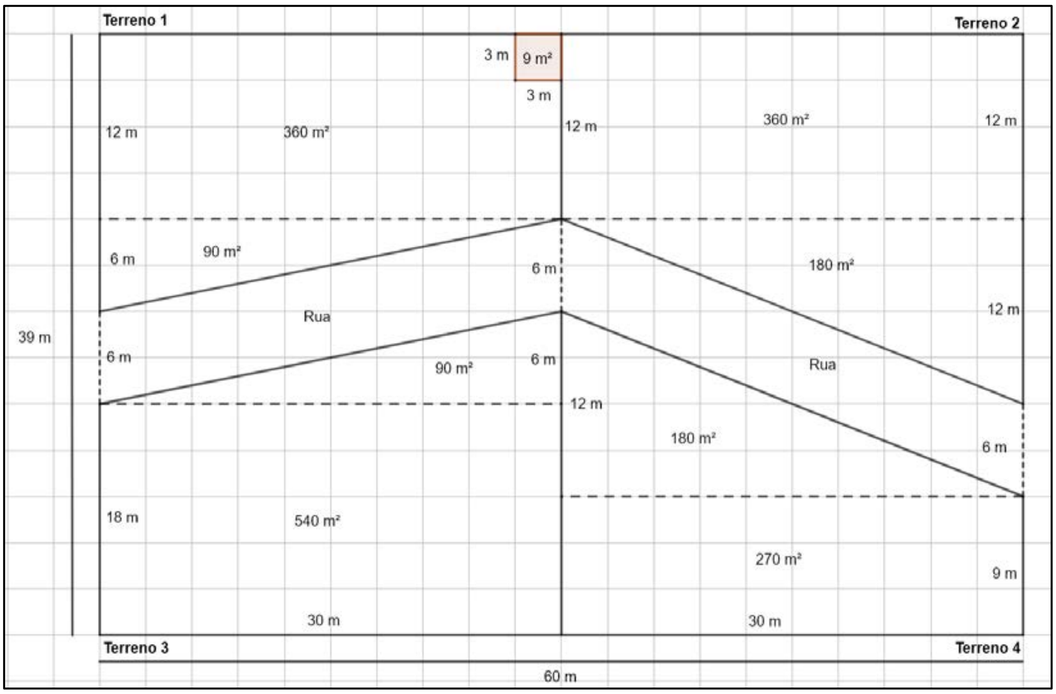
Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

O problema será aplicado de acordo com as onze etapas do roteiro do GTERP. Portanto, pode-se aplicá-lo de forma similar ao que foi sugerido na atividade introdutória, mantendo-se os grupos já formados nessa parte.

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

Uma possível solução do problema é, primeiramente, dividir a figura em retângulos e triângulos, depois dividi-los em quadrados de 3m x 3m, visto que os terrenos possuem dimensões com valores múltiplos de 3. Logo, a área desse quadrado será de 9 m² cada. Portanto, basta determinar quantos quadradinhos existem em cada terreno e multiplicar essa quantia por 9 a fim de obter a área de cada terreno. Isso é ilustrado na Figura 4.

Figura 4: Exemplificação do cálculo de área de cada terreno do Problema 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Logo, as áreas dos terrenos são:

Terreno 1 = 360 + 90 = 450 m^2;
Terreno 2 = 360 + 180 = 540 m^2;
Terreno 3 = 540 + 90 = 630 m^2;
Terreno 4 = 360 + 90 = 450 m^2.

Portanto, João deve comprar o Terreno 3.

Sugestão ao Professor

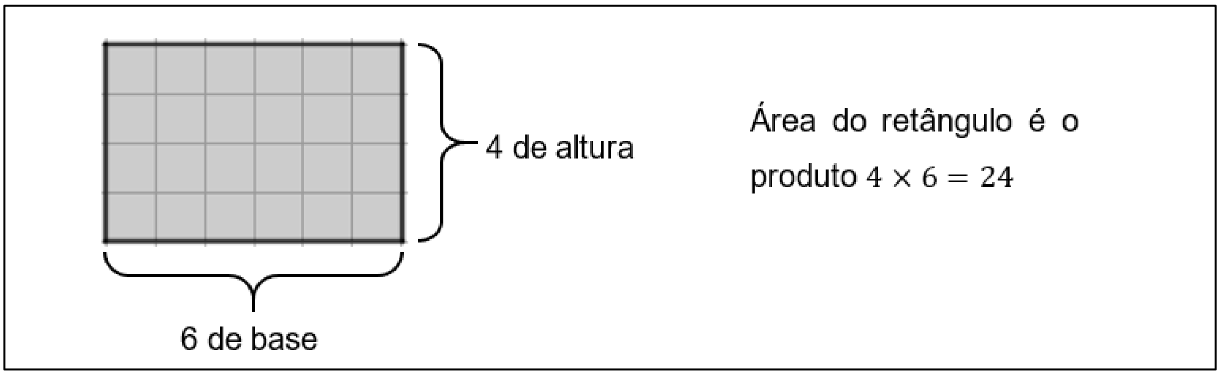
Para a formalização do conteúdo, o professor registra, na lousa, uma apresentação formal do cálculo de área de retângulos e triângulos por meio dos procedimentos construídos através da resolução do problema.

Como essa formalização é para o sexto ano do Ensino Fundamental, não será feita a demonstração da fórmula da área do retângulo e do triângulo neste apêndice, porque esse conceito pode ser compreendido de forma intuitiva de acordo com os problemas resolvidos.

FORMALIZAÇÃO

Nesse momento, para facilitar a compreensão e a aprendizagem, o professor pode relembrar das atividades resolvidas anteriormente, ao retomar o que foi respondido. Desse jeito, pode levar os alunos a compreenderem que a área de um retângulo é o produto da base pela altura, conforme ilustrado na Figura 5.

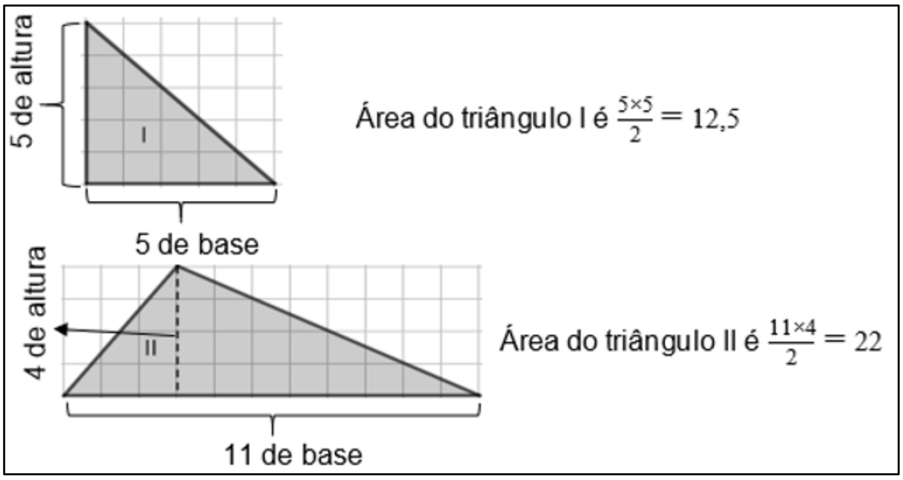
Figura 5: Exemplo de cálculo de área de um retângulo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

De maneira semelhante com o que foi feito para formalizar o cálculo de área de retângulos, o professor pode aplicá-los para a área do triângulo a fim de os estudantes compreenderem o cálculo desta área como sendo a metade do produto de uma base pela altura correspondente, conforme ilustrado na Figura 6.

Figura 6: Exemplos de cálculo de área de triângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Os exemplos acima foram criados para que os alunos consigam verificar visualmente a quantidade de quadradinhos que compõem a área de cada figura. Nesse momento, o professor também pode abordar as unidades de medidas de áreas mais utilizadas no dia a dia.

PARTE 4: PROPOSIÇÃO DE PROBLEMAS

Nesta etapa, após a formalização do conceito de área e cálculo de área de retângulos e triângulos, será realizada a décima primeira etapa do roteiro do GTERP. Entende-se como proposição de problemas, aqueles propostos pelo professor, mas também pelos alunos. Para consolidar a aprendizagem sobre o cálculo de área de retângulos e de triângulos propôs-se três problemas para serem aplicados com os alunos.

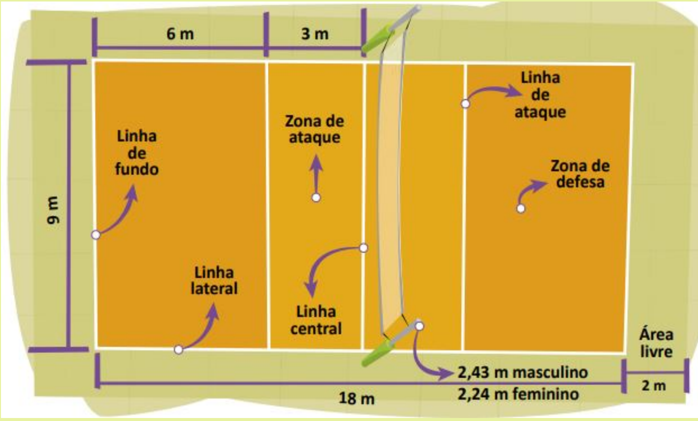
No Problema Proposto 01, conforme o Quadro 7, tem-se o contexto de uma quadra de voleibol, escolheu-se esse tema pois ele faz parte do meio em que o aluno se encontra, e assim pode contribuir como fator motivante para sua resolução.

Quadro 7: Problema Proposto 01.

PROBLEMA PROPOSTO 01

Na Figura 1, apresenta-se um desenho de uma quadra de voleibol de uma escola.

Figura 1: Quadra de voleibol.



Fonte: https://www.coladaweb.com/wp-content/uploads/2014/12/20190430-volei.jpg

(Acesso: 02 jun. 21)

O professor de educação física pretende destacar as zonas de ataque e defesa. Para isso, pintará de duas cores diferentes essas zonas da seguinte maneira: azul para a zona de defesa e amarela para a zona de ataque.

Sabendo que, para pintar a quadra, ele precisará de uma tinta acrílica emborrachada, cujo rendimento é de 18 m² por lata de 3,6 L, quantas latas de tinta de cada cor, no mínimo, serão necessárias? Se o preço de cada lata dessa tinta é de R$ 145,00, quanto custará para pintar essa quadra com essas cores?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

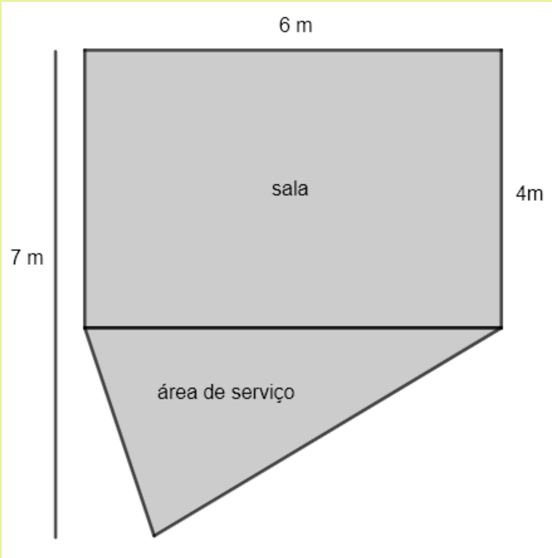
No problema proposto 02, conforme o Quadro 8, tem-se o contexto similar com o problema 01 da sequência didática, foi escolhido esse para verificar se durante a resolução dele os procedimentos referentes ao cálculo de área de retângulos e triângulos teve aprendizagem consolidada.

Quadro 8: Problema Proposto 02.

PROBLEMA PROPOSTO 02

Jonas pretende mudar a decoração do piso da sala e da área de serviço de sua casa. Abaixo, conforme Figura 1, apresenta-se a planta dos cômodos.

Figura 1: Planta da sala e da área de serviço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões.

a) Qual é a área total, em metros quadrados, da sala e da área de serviço?

b) Jonas pretende colocar piso laminado em vinílico. Cada rolo de piso é vendido com dimensões de 1 metro de largura por 2 metros de comprimento, pelo preço de R$ 34,90 o rolo. Quantos rolos, no mínimo, ele terá que comprar? Quanto gastará para comprar esses rolos?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

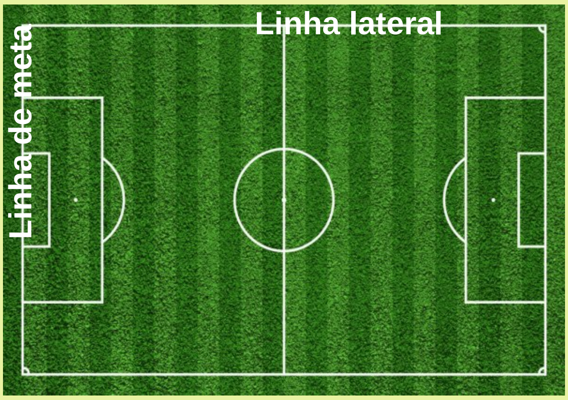
No Problema Proposto 03, conforme Quadro 9, traz-se o contexto do campo de futebol e suas dimensões, nesse os alunos que farão a proposição do problema de acordo com os dados enunciados. Essa é uma parte importante da proposição de problemas, pois para propor um problema os alunos devem compreender todos os conceitos envolvidos com o conteúdo.

Quadro 9: Problema Proposto 03.

PROBLEMA PROPOSTO 03

Um campo de futebol possui formato retangular, o qual é delimitado pelas linhas laterais e de meta, conforme a mostra a Figura 1.

Figura 1: Campo de futebol



Fonte: https://st2.depositphotos.com/2210070/6966/i/600/depositphotos_69665391-stock-photo-top-view-of-soccer-field.jpg (Acesso em: 02 jun. 2021).

A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) define as dimensões máximas e mínimas dos campos de futebol. Essas dimensões devem ser de 90m a 120m para as linhas laterais e de 45m a 90m para as linhas de meta.

De acordo com as informações acima, elabore e escreva um problema envolvendo a área de retângulos.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Como sugestão, o professor pode selecionar e solicitar que alguns alunos apresentem os problemas elaborados para que a turma os resolva. Também pode ser trabalhado em conjunto com o professor de educação física de forma interdisciplinar.

CAPÍTULO 3: PROBLEMAS GERADORES PARA CONTEÚDOS DIVERSOS

Nesse capítulo, alguns problemas geradores são sugeridos para serem trabalhados por meio da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas.

Como o objetivo é facilitar o trabalho do professor em sala de aula, elencam-se o ano sugerido para cada aplicação, além da unidade temática, do objeto de conhecimento, das habilidades e dos objetivos de aprendizagem, todos de acordo com a BNCC.

Além disso, por meio dos comentários, após cada problema gerador, são feitas contribuições no que tange às possíveis estratégias de resolução, à formalização e à extensão de cada um dos problemas sugeridos.

CONTEÚDO 1: MÚLTIPLOS, DIVISORES E NÚMEROS PRIMOS

- Ano sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Números
- Objeto de conhecimento: Múltiplos e divisores de um número natural; Números primos e compostos
- Habilidades: (EF06MA05) Classificar números naturais em primos e compostos, estabelecer relações entre números, expressas pelos termos “é múltiplo de”, “é divisor de”, “é fator de”, e estabelecer, por meio de investigações, critérios de divisibilidade por 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 100 e 1000. (EF06MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam as ideias de múltiplo e de divisor.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender o que são múltiplos e divisores de um número natural, números primos e números compostos.

Quadro 10: Problema gerador 1.

Problema gerador 1 – Adaptado de Vallilo (2018, p.121)
Retangularizar um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, e o resultado dessa multiplicação representa sua área. Com base nisso, responda as questões. a) Como se dá a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13? b) Quais desses números apresenta uma única forma de retangularizar? Qual característica você observa na retangularização desses dois números? c) Quais desses números têm mais de uma forma de retangularizar?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

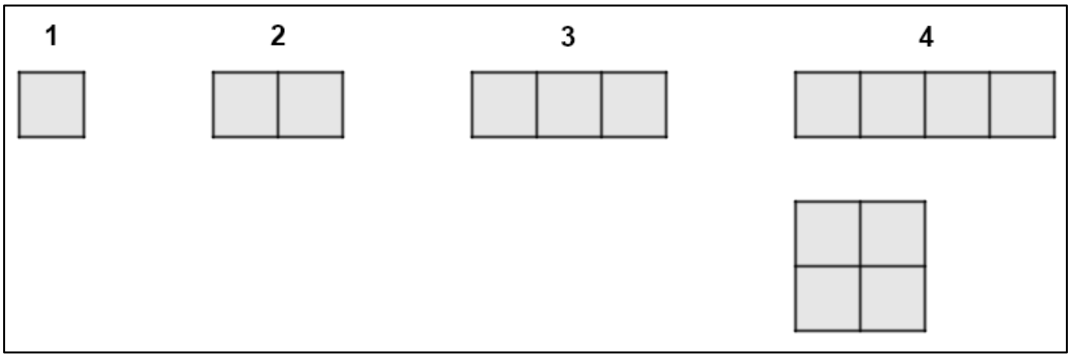
COMENTÁRIOS

Após a leitura em conjunto, caso tenham restados dúvidas quanto à retangularização de um número, o professor pode instigar os alunos a pensarem como se dá a retangularização de alguns números como, por exemplo, os números 1, 2, 3 e 4. O educador sempre pode fazer perguntas, porém sem dar as respostas. Desse modo, ele deixa os alunos pensarem nas possibilidades de resposta.

O retângulo, se considerado seus lados, pode representar qualquer número natural. Para isso, basta tomar um quadrado como unidade de medida, e, a partir dessa figura, desenhar a representação de cada número.

Observe a retangularização dos números 1, 2, 3 e 4 na Figura 7.

Figura 7: Retangularização dos números 1, 2, 3 e 4 em áreas quadradas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Com isso, pode-se perceber que os números naturais podem ser associados a uma ou mais figuras retangulares e o número 1 é o primeiro retangular.

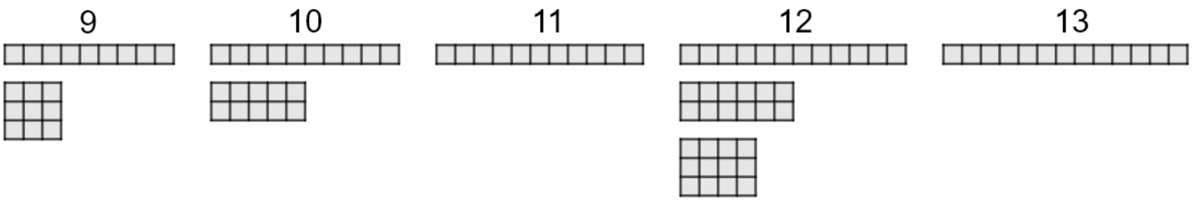
Além disso, percebe-se que a forma retangular de cada número pode ser expressa como o produto de dois números naturais, em que os fatores representam as medidas laterais do retângulo. Nos exemplos citados acima, tem-se: 1 = 1 X 1, 2 = 1 X 2, 3 = 1 X 3, 4 = 1 X 4 e 4 = 2 X 2.

Assim, facilita-se a compreensão das propriedades que envolvem a divisibilidade, visto que os alunos podem perceber visualmente algumas delas.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

No item **a**, a solução pode ser dada através de figuras ou de números:

- Solução com figuras



- Solução com números

9	10	11	12	13
1 × 9 3 × 3	1 × 10 2 × 5	1 × 11	1 × 12 2 × 6 3 × 4	1 × 13

No item **b**, tem-se como resposta da primeira pergunta os números 11 e 13. Já para a segunda pergunta, espera-se que os alunos percebam que um dos lados do retângulo sempre tenha medida 1. Já, no item **c**, as respostas esperadas são 9, 10 e 12.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de múltiplo e divisor de um número natural, o professor deverá utilizar as respostas do item a.

Para exemplificar o que significa ser múltiplo de um número natural, o professor pode utilizar as figuras e perguntar para os alunos quais foram as medidas dos lados (ou fatores) utilizadas para construir a retangularização de cada número, e, assim, após essa discussão com os alunos, deve formalizar o conceito de múltiplo apresentando-o de maneira mais formal e em linguagem matemática. Lembra-se que não se pode construir um retângulo com lado medindo zero. Todavia, usando a multiplicação, o professor pode mostrar que todo número é múltiplo de zero.

Da mesma forma, pode ser formalizado o conceito de divisor de um número natural. Nessa parte, o professor deve escrever quais são os divisores desses números.

Já para a formalização de números compostos e primos, o professor utilizará as respostas dos itens b e c. Para isso, deve enfatizar que os números compostos são aqueles que tem mais de uma forma de retangularização, ou seja, possuem mais de dois divisores, assim os números 9, 10 e 12 são compostos. Já os números primos são aqueles que a retangularização é formada por uma única forma, cujas medidas dos lados são o número 1 e o próprio número, ou seja, eles possuem apenas dois divisores; logo, 11 e 13 são números primos. Após essa discussão, uma formalização em linguagem matemática de números compostos e números primos é apresentada.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser trabalhado sempre que se queira evidenciar e relembrar os conceitos de múltiplos e divisores de um número natural.

CONTEÚDO 2: POTENCIAÇÃO

- Ano escolar sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Números
- Objeto de conhecimento: Operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação) com números naturais
- Habilidades: (EF06MA03) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) com números naturais, por meio de estratégias variadas, com a compreensão dos processos neles envolvidos, com e sem uso de calculadora.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender e associar a potenciação a situações que representam multiplicações de fatores iguais, bem como compreender a terminologia base, expoente e potência.

Quadro 11: Problema gerador 2.

Problema gerador 2 – Adaptado de Iezzi, Machado e Dolce (2018, p. 44)

O tabuleiro do jogo de xadrez, representado pela Figura 1, tem 64 casas: 32 brancas e 32 pretas.

Figura 1: Tabuleiro de xadrez.

Diz a lenda que foi inventado por um jovem indiano que o apresentou a um poderoso rei, muito deprimido pela morte do filho numa batalha. Praticando o jogo, o rei se curou. Maravilhado, prometeu compensar o jovem com qualquer bem que desejasse.

O pedido foi o seguinte:

• Na primeira casa do tabuleiro 1 grão de trigo;

• Na segunda casa o dobro da primeira casa, ou seja, dois grãos de trigo;

• Na terceira casa o dobro da segunda casa

E assim por diante até a sexagésima quarta casa, sempre dobrando a quantidade de grãos da casa anterior.

Será que conseguimos ter uma ideia dessa quantidade de grãos de trigo? Para isso, vamos responder os seguintes itens:

a) Quantos grãos de trigo tinha na terceira casa do tabuleiro?

b) E na sexta casa, quantos grãos?

c) E na décima primeira casa, quantos grão?

d) E na vigésima primeira casa, quantos grãos? Aproxime esse resultado para a centena de milhar mais próxima.

e) Usando a aproximação do item **d**, quantos grãos teríamos na sexagésima quarta casa do tabuleiro?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

O problema traz uma lenda a respeito da história do xadrez e o integra com o conhecimento matemático de potenciação. Por isso, é interessante questionar a quantidade de grãos de trigo a cada casa do xadrez por se tratar de um problema matemático a fim de resolvê-lo na prática. Além do que, muitas vezes não se consegue ter a noção de quão grande pode ser o resultado de uma potência.

Para facilitar os cálculos, propõe-se, nos itens **d** e **e**, uma aproximação do resultado para a casa das centenas de milhar. No entanto, se o professar quiser modificar e trabalhar sem a aproximação, o problema não fica descaracterizado.

Após resolver o item **f**, o professor pode deixar como tarefa de casa para os alunos calcularem o valor exato de grãos da sexagésima quarta casa.

Além disso, pode-se realizar uma pesquisa, em conjunto com o professor de geografia, a respeito da produção agrícola no Brasil para se ter uma ideia do quanto seria a quantidade calculada no item **f**.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, basta fazer os cálculos: 1 X 2 X 2 = 4. Assim, na terceira casa, haverá quatro grãos de trigo.

No item **b,** usando a resposta do item anterior, e fazendo o agrupamento dos outros fatores de número 2, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2}_{4} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2}_{8} = 4 \times 8 = 32$$

Logo, na sexta casa, haverá 32 grãos de trigo.

De modo análogo, no item **c**, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{32} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2}_{16} = 512$$

Logo, na décima casa, haverá 512 grãos de trigo.

Seguindo o mesmo raciocínio, no item e, tem-se:

$$\underbrace{1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{512} \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{512} \times 2 \times 2 =$$

$$512 \times 512 \times 4 = 1\,048\,576$$

Logo, na vigésima primeira casa, haverá 1 048 576 grãos de trigo. Ao aproximar esse resultado para as centenas de milhares, tem-se o valor de 1 000 000.

Por fim, para o item **f**, tem-se o produto do fator 1 e 63 fatores iguais a 2, de modo análogo, segue que:

$$1 \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times \underbrace{1\,000\,000}_{\substack{\text{valor aproximado} \\ \text{para o produto} \\ \text{de 20 fatores iguais a 2}}} \times 8 =$$

$$= 8\,000\,000\,000\,000\,000\,000$$

Logo, na sexagésima quarta casa, haverá a quantia aproximada de 8 quintilhões de grãos de trigo.

FORMALIZAÇÃO

Por meio da resolução do problema acima, o professor conduzirá os alunos para a formalização do conceito de potência com números naturais, apresentando de maneira formal e organizada todos as definições e nomenclaturas acerca desse tema.

Por exemplo, na resolução do item **b**, como o número 1 não altera o produto, tem-se a multiplicação 2 X 2 X 2 X 2 X 2. Esse tipo de multiplicação caracteriza a operação de potenciação, que pode ser escrita de forma simplificada conforme abaixo.

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}_{\text{5 fatores iguais a 2}} = 2^5 = 32$$

- O 2^5 é a indicação da operação chamada potenciação e o número 2^5 é chamado potência.
- O 2, que se repete como fator, é chamado base.
- O 5 indica a quantidade de vezes que o fator se repete; é chamado expoente.
- O 32, resultado da operação, é o valor da potência.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema também pode ser proposto para formalizar as propriedades das potências e a notação científica. Além do que, pode ser trabalhado de forma interdisciplinar com a matéria de geografia a fim de retratar a produção agrícola no Brasil como temática.

CONTEÚDO 3: PORCENTAGEM

- Ano escolar sugerido: 6º ano.
- Unidade temática: Números.
- Objeto de conhecimento: Cálculo de porcentagens por meio de estratégias diversas, sem fazer uso da regra de três.

- Habilidades: (EF06MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem o uso da regra de três, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender e associar a porcentagem a uma fração e ao número decimal correspondente para resolver problemas que envolvam cálculos da porcentagem de uma quantidade.

Quadro 12: Problema gerador 3.

Problema gerador 3: O Preço do Videogame
Você gosta de jogar videogame? Um dos videogames mais atuais é o console Playstation 4 da Sony, o modelo *Slim* de 1 TB de armazenamento tem um preço médio de R$ 2 500,00. Você sabia que uma parte desse valor são impostos cobrados pelo governo. Você sabe o que são impostos? Os Impostos são tributos obrigatórios cobrado pelo governo, ou seja, é um valor que você paga e contribui para custear as despesas administrativas do Estado. O não pagamento pode gerar multas e até punição legal. Um dos impostos que pagamos quando compramos um videogame é o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para termos uma ideia desse valor, pagamos 3 reais de imposto para cada 10 reais do preço do videogame[3]. Agora, considerando o videogame, responda os itens abaixo. a) Quanto de IPI pagamos a cada 100 reais? b) Quanto de IPI pagamos a cada 1000 reais? c) Qual o valor cobrado de IPI nesse videogame? Qual seria o valor desse videogame sem esse imposto? d) Represente a quantia que pagamos de imposto a cada 100 reais usando uma fração. Que número decimal é equivalente a essa fração?

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

---

3 Fonte: https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2020/10/jogos-eletronicos-tem-a-aliquota-de-ipi-reduzida (Acesso em: 02 mar 2021)

COMENTÁRIOS

Na leitura do problema, o professor deve enfatizar a importância de a população pagar os impostos, uma vez que são convertidos para a manutenção dos serviços públicos, tais como saúde, educação, segurança, entre outros.

Para mais informações, fornece-se, como sugestão, o site da Receita Federal, http://receita.economia.gov.br/acesso-rapido/direitos-e-deveres/educacao-fiscal, no qual podem ser encontrados diversos materiais sobre esse órgão governamental além dos tributos recolhidos pelo governo federal.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, uma estratégia para resolução é usar, de forma intuitiva, a proporcionalidade, ou seja, ao multiplicar o valor 3 por 10, sabe-se que, a cada dez reais, paga-se três de imposto. Desse modo: 3 x 10. Logo, paga-se 30 reais de IPI a cada 100 reais.

No item **b**, de modo análogo e usando o resultado do item **a**, tem-se a seguinte solução: 30x10=300. Então, pagam-se 300 reais de imposto a cada 1000 reais.

Para o item **c**, calcula-se o valor do imposto pago sobre 2500 reais. Assim, analogamente à resolução dos dois itens anteriores, tem-se que: 30x25=750. Logo, paga-se 750 reais de IPI nesse videogame.

Para a segunda pergunta desse item, basta fazer o valor do videogame subtraído do valor do IPI, ou seja, 2 500 – 750 = 1 750 reais.

Por fim, no item **d**, basta escrever a fração $\frac{30}{100}$, que é equivalente a 0,3 na conversão decimal.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de porcentagem, o professor utilizará a resolução do item a, enfatizando que, ao afirmar que 30 reais de IPI são pagos a cada 100 reais do videogame, significa que 30% do valor do videogame corresponde ao valor pago de IPI.

Assim, quando essa relação é representada dividida por cem, trabalha-se com a porcentagem. Então, de acordo com o item d, deve-se levar os alunos a perceberem que existem outras formas de representar essa taxa porcentual como uma fração ou um número decimal. Segue o exemplo:

$$\underbrace{30\%}_{\substack{\text{representação} \\ \text{percentual}}} = \underbrace{\frac{30}{100}}_{\substack{\text{razão} \\ \text{centesimal}}} = \underbrace{0{,}3}_{\substack{\text{representação} \\ \text{decimal}}}$$

Logo, no desenvolvimento dessa atividade, o professor poderá mostrar outras estratégias de resolução desse problema. Por exemplo, utilizando a fração e o número decimal correspondente à porcentagem.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser trabalhado em outras séries a fim de reforçar o conceito de porcentagem. Além disso, pode ser trabalhado em conjunto com outras disciplinas com a finalidade de ensinar educação fiscal ou financeira.

CONTEÚDO 4: PROBABILIDADE

- Ano escolar sugerido: 6º ano
- Unidade temática: Probabilidade e estatística
- Objeto de conhecimento: Cálculo de probabilidade como a razão entre o número de resultados favoráveis e o total de resultados possíveis em um espaço amostral equiprovável
- Habilidades: (EF06MA30) Calcular a probabilidade de um evento aleatório, ao expressá-la por um número racional (forma fracionária, decimal e percentual) e comparar esse número com a probabilidade obtida por meio de experimentos sucessivos.
- Objetivos de aprendizagem: Levar o aluno a descobrir que é possível associar cada evento a um número que expresse a probabilidade de sua

ocorrência, além de expressar esse número na forma fracionária, decimal e percentual.

Quadro 13: Problema gerador 4.

Problema gerador 4 – Adaptado de Souza (2018, p.222)

Júlia e Manoel estão brincando com um jogo de tabuleiro, usando um dado que lembra um octaedro (Figura 1), com oito faces numeradas de 1 a 8, montado por eles mesmos, como na figura ao lado.

Nesse jogo, cada participante, na sua vez, lança o dado e move o peão no tabuleiro de acordo com a quantidade de casas indicadas na face voltada para cima. Ganha a partida aquele que primeiro levar o peão até a casa FIM.

Figura 1: Dado de oito faces.

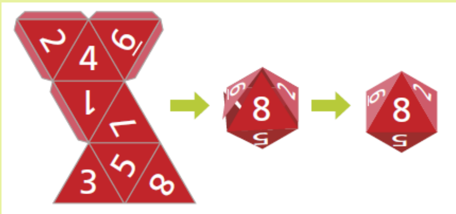


Figura 2: Final do tabuleiro.

Agora é a vez de Júlia jogar na rodada. Observe o peão azul de Júlia no tabuleiro (Figura 2) e responda.

a) Quantas são as possibilidades de sorteio de Júlia? Quais são elas?

b) Caso a Júlia obtenha o número 6 no lançamento, ela ganha a partida nessa rodada? Explique sua resposta.

c) Quais são os resultados de Júlia no lançamento para que ela não ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia ganhar a partida.

d) Quais são os resultados no lançamento para que Júlia ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia não ganhar a partida.

e) Escreva as frações dos itens **c** e **d** na forma de número decimal e na forma de porcentagem.

Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

Para a aplicação dessa atividade, os alunos devem ter conhecimento de como transformar uma fração em número decimal e vice-versa, bem como representar porcentagem na forma percentual.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, deve-se contar a quantidade de números possíveis que podem sair na face virada para cima do dado, Como ele possui 8 faces, conclui-se que as possibilidades são oito: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 e 8.

No item **b**, ao contar quantas casas ainda faltam para chegar até o fim, percebe-se que esse número deve ser maior do que 6. Então, ao obter o número 6, Júlia não ganhará a partida nesse lançamento.

Para responder o item **c**, o item **b** é utilizado como referência. Sabe-se que, para Júlia não ganhar a partida nessa rodada, ela deve obter, no lançamento, um número menor ou igual a 6, ou seja:1, 2, 3, 4, 5 ou 6. Portanto, existem seis possibilidades, de um total de oito, de ela não ganhar a partida nessa rodada. Logo, a fração que representa a possibilidade de Júlia não ganhar é $\frac{6}{8}$.

De modo análogo, no item **d**, há duas possibilidades de Júlia ganhar a partida nessa rodada: se ela tirar os números 7 ou 8. Então, a fração que representa as possibilidades de a menina ganhar a partida nessa rodada é $\frac{2}{8}$.

Por fim, no item **e**, tem-se que $\frac{6}{8} = 0{,}75 = 75\%$ e $\frac{2}{8} = 0{,}25 = 25\%$.

FORMALIZAÇÃO

Para a formalização do conceito de probabilidade, o professor conduzirá os alunos através das respostas do problema, de modo a enfatizar a definição de probabilidade como a razão entre o número de casos favoráveis ao evento e o número total de casos possíveis. Deve enfatizar também que isso é um evento aleatório, visto que, em cada lançamento do dado, podem ocorrer resultados diferentes.

Além disso, o professor deverá comentar sobre o modelo probabilístico usado, que, neste caso, é o equiprobabilístico, uma vez que todos os eventos unitários têm a mesma probabilidade de ocorrer.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser aplicado em outros anos de ensino, mas também pode ser reconfigurado como uma aplicação em sala de aula num jogo de tabuleiro entre os alunos por exemplo.

CONTEÚDO 5: VOLUME DE BLOCOS RETANGULARES

- Ano escolar sugerido: 6º ano.
- Unidade temática: Grandezas e medidas.
- Objeto de conhecimento: Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.
- Habilidades: (EF06MA24) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
- Objetivos de aprendizagem: Compreender o conceito de volume e que o volume de um bloco retangular é igual ao produto das suas três dimensões.

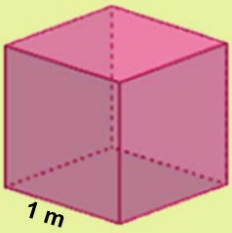
Quadro 14: Problema gerador 5.

Problema gerador 5: O Depósito do Adriano

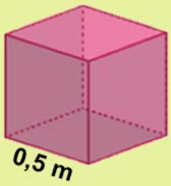
Adriano tem em seu terreno um depósito em que costuma guardar seus objetos em caixas. Esse depósito tem a forma de um paralelepípedo, cujas dimensões internas são 3m de largura, 6m de comprimento e 3m de altura. Ele está organizando suas coisas em caixas no formato de cubos.

Sabendo isso e supondo que o depósito está vazio e é composto apenas pelas paredes, teto, e chão, quantas caixas, no máximo, ele conseguirá colocar no seu depósito se essas caixas tiverem dimensões externas conforme os itens abaixo?

a)



b)



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

COMENTÁRIOS

Com esse problema, desenvolve-se a ideia intuitiva do que é o volume de um paralelepípedo. Para isso, compara-se uma unidade de medida, no caso as caixas com formato cúbico.

POSSÍVEIS ESTRATÉGIAS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA

Para o item **a**, pode-se primeiramente pensar em formar uma camada dessas caixas no chão desse depósito. Desse jeito, pode-se colocar três dessas caixas na largura e seis no comprimento de modo a formar uma camada com dezoito cubos. A partir daqui, conta-se quantas camadas podem ser empilhadas no depósito. Desse raciocínio, conclui-se que até três camadas dessas caixas podem ser empilhadas. Então, pode-se pôr, no máximo, 3 X 18 = 54 caixas.

No item **b**, faz-se uso do mesmo raciocínio. Na primeira camada, 6 X 12 = 72 dessas caixas. Então, pode-se empilhar seis dessas camadas e pode-se colocar, no máximo,6 X 72 = 432 caixas.

FORMALIZAÇÃO

Com objetivo de formalizar como se calcula o volume do paralelepípedo de forma intuitiva, o professor deverá conduzir os alunos a perceberem que o volume desse poliedro pode ser obtido por meio do produto de suas três dimensões, comprimento, largura e altura.

Além disso, o educador deverá enfatizar que, a medição do volume ocorre de forma análoga com a medição da área. Se, na medição desta, ocorre por meio de comparação com uma unidade de medida de área, a medição do volume pode acontecer quando comparada com um cubo de aresta unitária.

De acordo com o item **b**, pode-se considerar que o metro cúbico (m^3) é a unidade de medida mais utilizada para medir o volume no cotidiano. Por fim, questiona-se se os alunos já se depararam com esta unidade de medida, e quais foram a situações envolvidas.

EXTENSÃO DO PROBLEMA

Esse problema pode ser proposto para outros anos de ensino assim como ser estendido para trabalhar a relação entre volume e capacidade.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Espera-se que este Produto Educacional possa motivar e incentivar educadores em suas práticas. A proposta de utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas pode ser um diferencial nas aulas de matemática pois promove o trabalho em equipe, a discussão em grupo e a construção do conhecimento pelos próprios alunos. Maiores informações sobre a concepção e experimentação das atividades podem ser encontradas na dissertação do autor deste produto, disponível em https://www.udesc.br/cct/profmat/dissertações .

REFERÊNCIAS

ANDRADE, Cecília Pereira de; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Perspectivas para a Resolução de Problemas no GTERP. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensinando matemática na sala de aula através da resolução de problemas. **Boletim GEPEM.** n 55, 2009. p. 133-154.

ALLEVATO, Norma Suely Gomes; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa et al (Orgs). **Resolução de problemas: Teoria e Prática.** Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília: MEC. 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 25 nov. de 2020.

HUANCA, Roger Ruben Huaman. **A resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem-avaliação de matemática na e além da sala de aula.** 2006. Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro. 2006. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91004. Acesso: em 10 abr. 2021.

IEZZI, Gelson; MACHADO, Antonio; DOLCE, Osvaldo. **Matemática e realidade**: 8º ano. 9 ed. São Paulo: Atual Editora, 2018.

LEAL JUNIOR, Luiz Carlos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino e Aprendizagem de Matemática Através da Resolução de Problemas Como Prática Sociointeracionista. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 53, p. 995-978, dez. 2015. Disponível em: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n53a09 . Acesso em: 12 jun. 2021.

LIMA, Elon Lages. **Medida e forma em geometria.** 4. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

MENINO, Fernanda dos Santos; ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. O Problena da Calha e o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de problemas nos Cursos de Engenharia. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.221-246.

MUNIZ NETO, Antonio Caminha. **Geometria**. Rio de Janeiro: SBM, 2013.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **BOLEMA**, Rio Claro (SP), v. 25, n. 41, p. 73-98, dez. 2011. Disponível em: https://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf. Acesso em: 17 ago. 2020.

PIRONEL, Marcio. **Avaliação para a aprendizagem: a metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas em ação.** 2019. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2019. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=8006091. Acesso em: 20 nov. 2020.

PIRONEL, Márcio; VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. O papel da Avaliação na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, Lourdes de la Rosa; JUNIOR, Luiz Carlos Leal; PIRONEL, Marcio (organizadores). **Perspectivas para Resolução de Problemas.** São Paulo: Editora Livraria da Física, 2017.p.279-304.

SANTOS, Larissa Gabriela dos; et al. Roteiros GTERP: resolução e formulação de problemas no cotidiano escolar. **Encontro Catarinense de Educação Matemática**, Brasil, jun. 2021. Disponível em: http://eventos.sbem.com.br/index.php/SC/ECEM/paper/view/2045/1458 Acesso: 20 jul. 2021.

SOUZA, Joamir Roberto. **Matemática realidade & tecnologia**: 6º ano: ensino fundamental: anos finais. 1 ed. São Paulo: FTD, 2018.

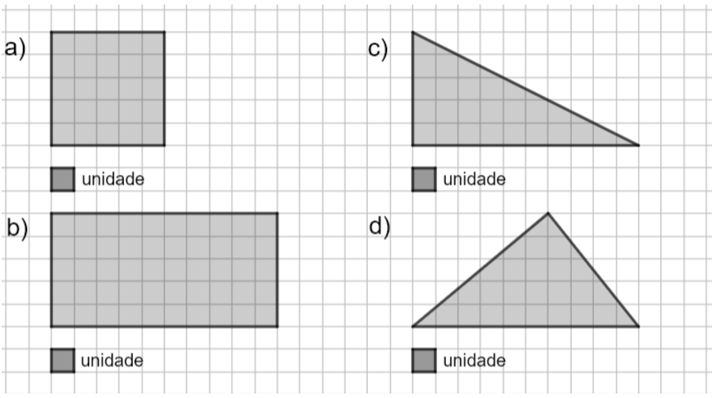
VALLILO, Sabrina Aparecida Martins. **A linguagem matemática no estudo de números racionais: uma abordagem através da resolução de problemas**. 2018. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2018. Disponível em: https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6335120 Acesso em: 09 dez 2020.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar.** Porto Alegre: ArtMed, 1998.

ANEXOS – ATIVIDADES PARA IMPRESSÃO

ATIVIDADE INTRODUTÓRIA

Observe as figuras e responda as questões.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

I) Quantos quadradinhos tem o interior da figura?

a:____ b:____ c:____ d:____

II) Como são chamadas as figuras dos itens?

a:______________________________ b:______________________________

c:______________________________ d:______________________________

III) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **c**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

IV) O que você pode falar a respeito da quantidade de quadradinhos que cobrem as figuras **b** e **d**? Existe alguma relação? Caso sua resposta seja sim, responda qual é a relação observada.

____

____

V) Considerando o lado do quadradinho como unidade de comprimento, determine a medida da base e da altura das figuras:

a: base = _______________ altura = __________________

b: base = _______________ altura = __________________

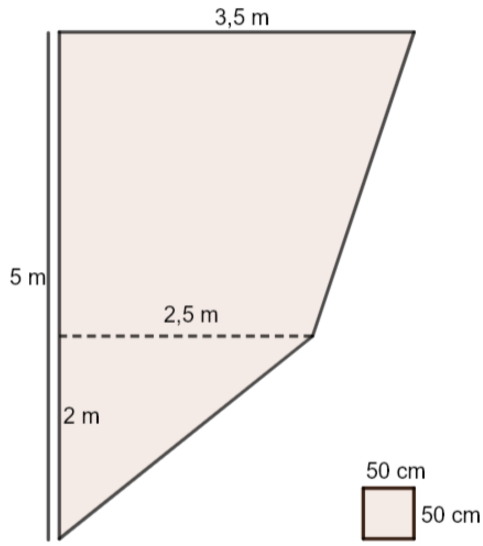
c: base = _______________ altura = __________________

d: base = _______________ altura = __________________

PROBLEMA 1: A REFORMA DA SALA DE PEDRO

Pedro vai trocar o piso cerâmico da sala de sua casa. Para isso, precisa saber quantos pisos cerâmicos serão necessários comprar para cobrir toda a sala. Abaixo, na Figura 1, é apresentada a planta da sala e o tamanho do piso cerâmico que vai ser usado.

Figura 1 – Planta da sala.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões abaixo.

a) Quantos pisos cerâmicos serão necessários para cobrir a sala de Pedro?

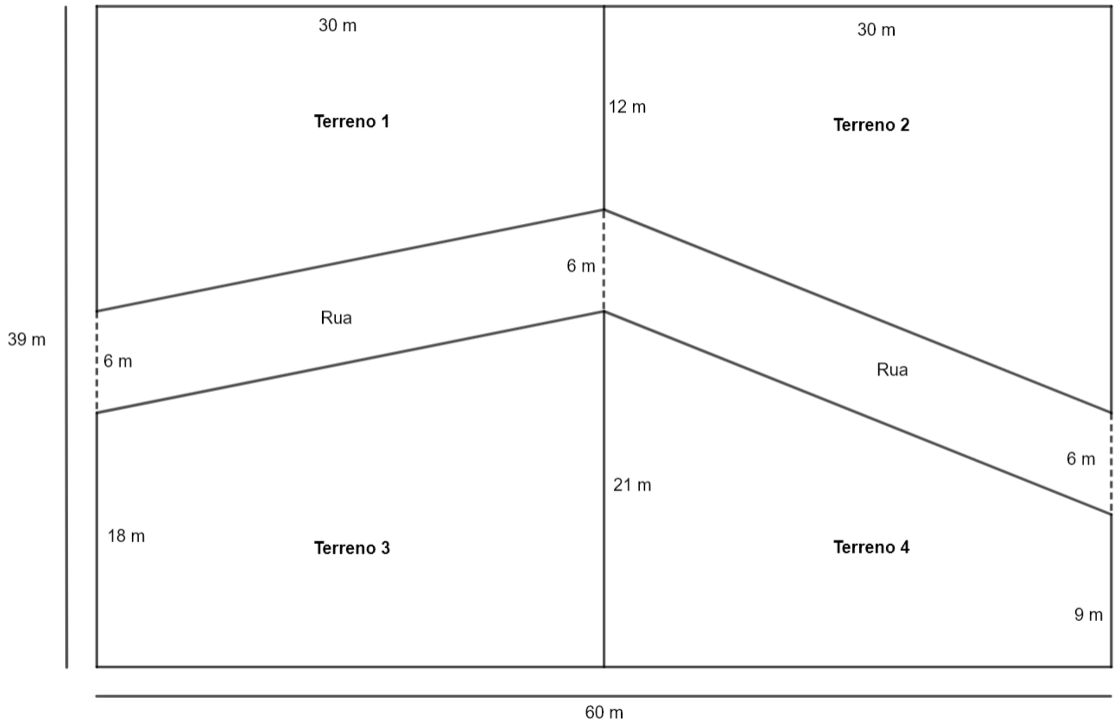
b) Sabendo que cada caixa de piso cerâmico contém 10 unidades, quantas caixas, no mínimo, serão necessárias para cobrir a da sala de Pedro?

c) Sabendo que a caixa de piso cerâmico que Pedro deseja comprar custa R$ 24,56, quanto ele gastará com a compra desse piso para cobrir toda a sala?

PROBLEMA 2: A COMPRA DO TERRENO DE JOÃO

Abaixo, na Figura 1, é apresentado o mapa do loteamento Morada Boa. João pretende comprar o maior terreno desse loteamento. Sabendo que todos os terrenos estão à venda, ajude João a descobrir qual dos terrenos ele deve comprar. Justifique sua resposta.

Figura 1: Mapa loteamento Morada Boa.

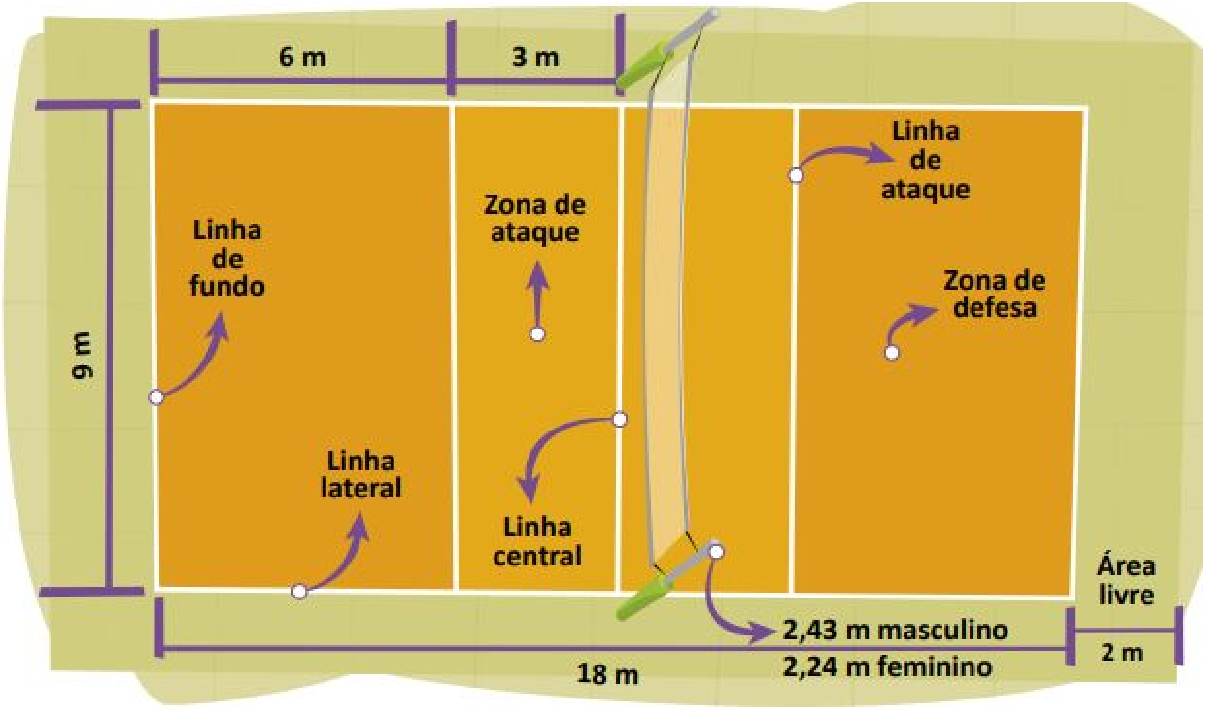


Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

PROBLEMA PROPOSTO – 01

Na Figura 1, é apresentado um desenho de uma quadra de voleibol de uma escola.

Figura 1 – Quadra de voleibol.



Fonte: https://www.coladaweb.com/wp-content/uploads/2014/12/20190430-volei.jpg

(Acesso: 02 jun. 21)

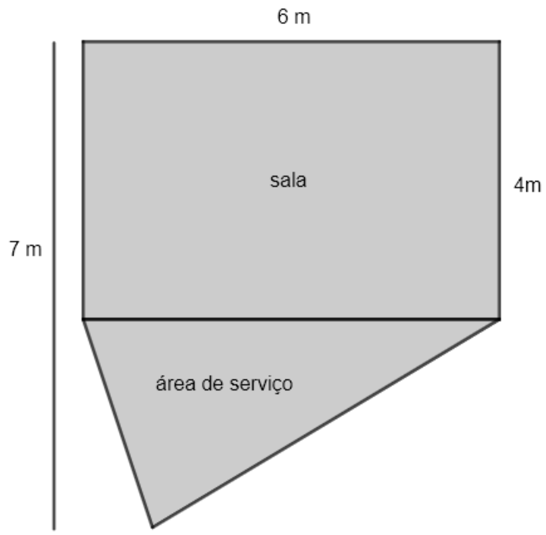
O professor de educação física pretende destacar as zonas de ataque e defesa. Para isso, pintará de duas cores diferentes essas zonas da seguinte maneira: azul para a zona de defesa e amarela para a zona de ataque.

Sabendo que, para pintar a quadra, ele precisará de uma tinta acrílica emborrachada, cujo rendimento é de 18 m² por lata de 3,6 L, quantas latas de tinta de cada cor, no mínimo, serão necessárias? Se o preço de cada lata dessa tinta é de R$ 145,00, quanto custará para pintar essa quadra com essas cores?

PROBLEMA PROPOSTO – 02

Jonas pretende mudar a decoração do piso da sala e da área de serviço de sua casa. Abaixo, conforme Figura 1, é apresentada a planta dos cômodos

Figura 1: Planta da sala e da área de serviço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021).

Responda as questões.

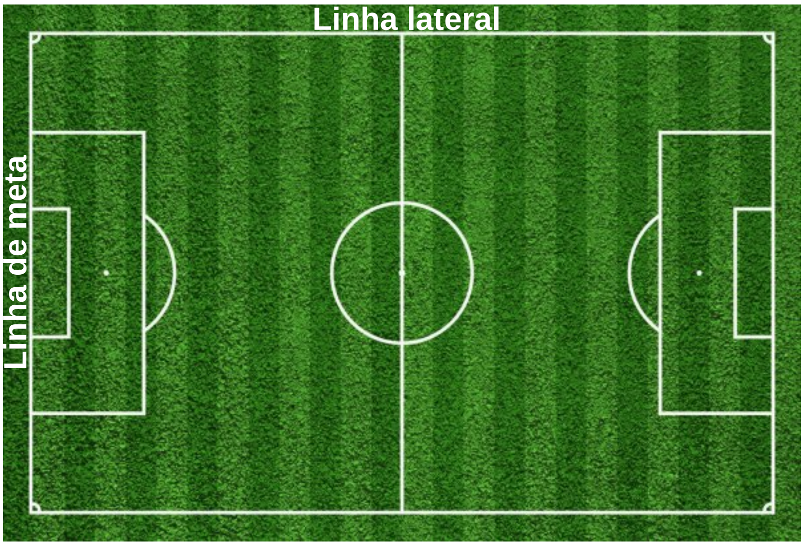
a) Qual é a área total, em metros quadrados, da sala e da área de serviço?

b) Jonas pretende colocar piso laminado em vinílico. Cada rolo de piso é vendido com dimensões de 1 metro de largura por 2 metros de comprimento, pelo preço de R$ 34,90 o rolo. Quantos rolos, no mínimo, ele terá que comprar? Quanto gastará para comprar esses rolos?

PROBLEMA PROPOSTO – 03

Um campo de futebol possui formato retangular, o qual é delimitado pelas linhas laterais e de meta, conforme a mostra a Figura 1. A Confederação Brasileira de Futebol (CBF) define as dimensões máximas e mínimas dos campos de futebol. Essas dimensões devem ser de 90m a 120m para as linhas laterais e de 45m a 90m para as linhas de meta.

Figura 1 – Campo de futebol



Fonte: https://st2.depositphotos.com/2210070/6966/i/600/depositphotos_69665391-stock-photo-top-view-of-soccer-field.jpg (Acesso em: 02 jun. 2021).

De acordo com as informações acima, elabore e escreva um problema envolvendo a área de retângulos.

MÚLTIPLOS, DIVISORES E NÚMEROS PRIMOS

Retangularizar um número é procurar dois fatores que, quando multiplicados, resultem nesse número. A figura que ilustra esse procedimento é um retângulo, e o resultado dessa multiplicação representa sua área.

Com base nisso, responda as questões.

a) Como se dá a retangularização dos números 9, 10, 11, 12 e 13?

b) Quais desses números apresenta uma única forma de retangularizar? Qual característica você observa na retangularização desses dois números?

c) Quais desses números têm mais de uma forma de retangularizar?

POTENCIAÇÃO

O tabuleiro do jogo de xadrez, representado pela Figura 1, tem 64 casas: 32 brancas e 32 pretas.

Diz a lenda que foi inventado por um jovem indiano que o apresentou a um poderoso rei, muito deprimido pela morte do filho numa batalha. Praticando o jogo, o rei se curou. Maravilhado, prometeu compensar o jovem com qualquer bem que desejasse.

FIGURA 1: TABULEIRO DE XADREZ.

O pedido foi o seguinte:

• Na primeira casa do tabuleiro 1 grão de trigo;

• Na segunda casa o dobro da primeira casa, ou seja, dois grãos de trigo;

• Na terceira casa o dobro da segunda casa

E assim por diante até a sexagésima quarta casa, sempre dobrando a quantidade de grãos da casa anterior.

Será que conseguimos ter uma ideia dessa quantidade de grãos de trigo? Para isso, vamos responder os seguintes itens:

a) Quantos grãos de trigo tinha na terceira casa do tabuleiro?

b) E na sexta casa, quantos grãos?

c) E na décima primeira casa, quantos grão?

d) E na vigésima primeira casa, quantos grãos? Aproxime esse resultado para a centena de milhar mais próxima.

e) Usando a aproximação do item **d**, quantos grãos teríamos na sexagésima quarta casa do tabuleiro?

PORCENTAGEM

Você gosta de jogar videogame?

Um dos videogames mais atuais é o console Playstation 4 da Sony, o modelo Slim de 1 TB de armazenamento tem um preço médio de R$ 2 500,00. Você sabia que uma parte desse valor são impostos cobrados pelo governo.

Você sabe o que são impostos? Os Impostos são tributos obrigatórios cobrado pelo governo, ou seja, é um valor que você paga e contribui para custear as despesas administrativas do Estado. O não pagamento pode gerar multas e até punição legal.

Um dos impostos que pagamos quando compramos um videogame é o Imposto sobre Produtos Industrializados (IPI). Para termos uma ideia desse valor, pagamos 3 reais de imposto para cada 10 reais do preço do videogame.

Fonte: https://www.gov.br/pt-br/noticias/financas-impostos-e-gestao-publica/2020/10/jogos-eletronicos-tem-a-aliquota-de-ipi-reduzida (Acesso em: 02 mar 2021)

Agora, considerando o videogame, responda os itens abaixo.

a) Quanto de IPI pagamos a cada 100 reais?

b) Quanto de IPI pagamos a cada 1000 reais?

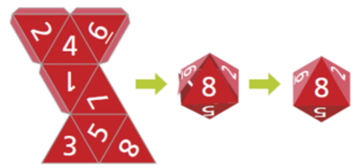
c) Qual o valor cobrado de IPI nesse videogame? Qual seria o valor desse videogame sem esse imposto?

d) Represente a quantia que pagamos de imposto a cada 100 reais usando uma fração. Que número decimal é equivalente a essa fração?

PROBABILIDADE

Júlia e Manoel estão brincando com um jogo de tabuleiro, usando um dado que lembra um octaedro (Figura 1), com oito faces numeradas de 1 a 8, montado por eles mesmos, como na figura ao lado.

FIGURA 1: DADO DE OITO FACES.



Nesse jogo, cada participante, na sua vez, lança o dado e move o peão no tabuleiro de acordo com a quantidade de casas indicadas na face voltada para cima. Ganha a partida aquele que primeiro levar o peão até a casa FIM.

Agora é a vez de Júlia jogar na rodada. Observe o peão azul de Júlia no tabuleiro (Figura 2) e responda.

FIGURA 2: FINAL DO TABULEIRO.

a) Quantas são as possibilidades de sorteio de Júlia? Quais são elas?

b) Caso a Júlia obtenha o número 6 no lançamento, ela ganha a partida nessa rodada? Explique sua resposta.

c) Quais são os resultados de Júlia no lançamento para que ela não ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades de Júlia ganhar a partida.

d) Quais são os resultados no lançamento para que Júlia ganhe a partida nessa rodada? Escreva uma fração que represente as possibilidades Júlia não ganhar a partida.

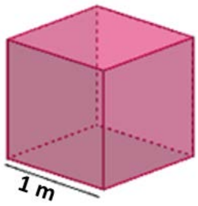
e) Escreva as frações dos itens **c** e **d** na forma de número decimal e na forma de porcentagem.

VOLUME DE BLOCOS RETANGULARES

Adriano tem em seu terreno um depósito em que costuma guardar seus objetos em caixas. Esse depósito tem a forma de um paralelepípedo, cujas dimensões internas são 3m de largura, 6m de comprimento e 3m de altura. Ele está organizando suas coisas em caixas no formato de cubos.

Sabendo isso e supondo que o depósito está vazio e é composto apenas pelas paredes, teto, e chão, quantas caixas, no máximo, ele conseguirá colocar no seu depósito se essas caixas tiverem dimensões externas conforme os itens abaixo?

a)



b)