

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE FÍSICA - DFIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA - PPGF

THIAGO REGINALDO CORRÊA

**Implicações do Uso de Campos Magnéticos Oscilantes
em um MOT de Rubídio**

Joinville, SC

2012

THIAGO REGINALDO CORRÊA

**Implicações do Uso de Campos Magnéticos Oscilantes
em um MOT de Rubídio**

Dissertação apresentada para obtenção do título
de Mestre em Física da Universidade do Estado
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnoló-
gicas - CCT.

Orientador: André Luiz de Oliveira

Co-Orientador: Ricardo A. de S. Zanon

Joinville, SC

2012

THIAGO REGINALDO CORRÊA

**Implicações do Uso de Campos Magnéticos Oscilantes
em um MOT de Rubídio**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRE EM FÍSICA

área de concentração em "física", e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM FÍSICA

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Banca examinadora

Dr André Luiz de Oliveira

CCT/UDESC (presidente/orientador)

Dr. Holokx Abreu de Albuquerque

CCT/UDESC

Dra. Kilvia M. F. Magalhães

IFSC-USP

Dr. Ricardo Antônio de Simone Zanon

CCT/UDESC (suplente)

FICHA CATALOGRÁFICA

C823i

Corrêa, Thiago Reginaldo.

Implicações do Uso de Campos Magnéticos Oscilantes
em um MOT de Rubídio / Thiago Reginaldo Corrêa;

Orientador: André Luiz de Oliveira

- Joinville - SC

58 f.: il ; 30cm

Incluem referências.

Dissertação (mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina,
Centro de Ciências Tecnológicas, Mestrado em Física, Joinville, 2012.

1. Armadilha Magneto-Óptica. 2. Átomos Frios.

CDD 535

À toda a minha família.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de começar agradecendo a todos da minha família, por sempre me darem apoio, amor, carinho e atenção, em especial agradeço a meus pais, que não mediram esforços em vários momentos difíceis para que eu pudesse ter o estudo que tenho. Meus agradecimentos também:

Aos meus orientadores, André e Ricardo, pelos ensinamentos, pelo tempo dedicado e pela orientação neste trabalho.

Aos meus amigos do mestrado, pelas discussões pertinentes e momentos de descontração, em especial a Anne, Kelaine, Júlio, Denilson e Taline.

Ao meu companheiro de trabalho, e grande amigo, Amilson, que tive a felicidade e a sorte de conhecer durante este mestrado. Sua ajuda e seus trabalhos, facilitaram muito o caminhar da minha pesquisa.

A todos os integrantes do grupo de óptica que também, de alguma forma contribuíram, para o desenvolvimento desta área da ciência em Joinville.

A todos os professores que de alguma forma ajudaram em minha formação e conhecimento.

A todos de São Carlos que auxiliaram e permitiram a continuidade do projeto, dos quais gostaria de citar:

O professor Vanderlei, que sem ele esse trabalho não seria possível. Devido ao seu empenho e paciência em nos fornecer a assessoria no início do projeto.

A professora Kílvia, pela paciência e dedicação à todo o nosso projeto. Sua experiência foi vital para o desenvolvimento dos trabalhos, sem dúvida boa parte dos problemas que surgiram só foram vencidos devido ao seu auxílio.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior-CAPES e ao Instituto Nacional de Óptica e Fotônica pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho apresentamos um estudo sobre as influências que um campo quadripolar magnético, periodicamente dependente do tempo, pode promover em uma armadilha magnético-óptica (*Magneto Optical Trap - MOT*). O objetivo deste trabalho reflete o interesse em encontrar uma configuração de campo oscilante que possibilite o aprisionamento e forneça vantagens em relação ao processo típico de armadilhamento. Em muitos dos trabalhos que serão citados aqui, um *MOT* utiliza um campo magnético quadripolar estacionário que promove um gradiente de campo magnético linear à partir do centro da armadilha. Usando resultados experimentais envolvendo oscilações no campo magnético, que serão citados mais detalhadamente no decorrer deste texto, surgiu a iniciativa de modelar o problema matematicamente e buscar uma forma de oscilação que possa resultar em um aprisionamento mais eficiente. Resultados numéricos concebidos em um modelo unidimensional sugerem que o número de átomos é fortemente afetado pelas oscilações, mas não foi possível encontrar, para as modulações sugeridas neste trabalho, uma modulação que pudesse fornecer aumento expressivo no número de átomos armadilhados. Foi possível constatar que a frequência da oscilação a que o átomo é submetido, afetará a amplitude das oscilações no número de átomos armadilhados.

Palavras-chave: Armadilha Magneto-Óptica. Átomos Frios. Campo Magnético.

ABSTRACT

This work presents a study about influences that a quadripolar magnetic field periodically time dependent, can promote in a magneto-optical trap (MOT). The intention reflects the interest in finding an oscillating field configuration that enables the capture and provide benefits if compared to the typical process of trapping. In many papers that will be cited here, a MOT uses a magnetic field that promotes a linear steady magnetic field gradient from the center of the trap. Applying experimental results involving magnetic field oscillations, which will be quoted in detail throughout this text, came the initiative to mathematically model the problem and seek a form of oscillation that may result in a more efficient trapping. Numerical results in a one-dimensional model suggests that the number of atoms is strongly affected by fluctuations, but we have not found, for the modulations suggests in this work, an oscillation model that could provide an increase of the trap atoms. It was noted that the oscillation frequency of the atom is subjected, affect the amplitude of the oscillations in the number of trapped atoms.

Key words: Magneto-Optical Trap. Cold Atoms. Magnetic Field.

Listas de Figuras

1.1	Escala de temperatura das técnicas de resfriamento, esta figura é semelhante a encontrada na ref.[9].	15
2.1	a) O átomo encontra-se em repouso no centro da armadilha; b) Para o átomo em movimento, o efeito Doppler deve ser considerado; c) O mesmo se aplica para o sentido oposto.	18
2.2	Ilustração do comportamento do campo magnético gerado pelo par de bobinas em configuração Anti-Helmholtz.	20
2.3	Separação dos níveis de energia para um átomo de dois níveis hipotético submetido a um gradiente de campo magnético $\vec{A} = d\vec{B}/dz = Bz\hat{z}$.	21
2.4	Esquema tridimensional de um <i>MOT</i> em configuração quadripolar magnética.	22
3.1	Esquema representativo de um oscilador massa-mola-amortecido unidimensional, onde a mola A tem constante de mola κ e o amortecedor B tem constante de amortecimento c . O bloco de massa m desliza sem atrito.	27
3.2	Gráfico característico de um movimento harmônico superamortecido, onde é possível visualizar que não ocorrem oscilações.	28
3.3	Gráfico característico de um movimento harmônico subamortecido. A linha tracejada limita a amplitude das oscilações.	28
3.4	Gráfico característico de um movimento harmônico crítico, em que é possível perceber uma rápida ação restauradora que impede a observação de oscilações.	29
3.5	Movimento harmônico amortecido realizado pelo átomo aprisionado. Esse movimento é classificado como subamortecido, já que $(\beta/2m)^2 < \kappa/m$.	31

3.6	Comportamento da velocidade de captura v_c com o aumento da intensidade.	32
3.7	Curvas de tempo de carga obtidas para diferentes valores de frequência de oscilação. A corrente elétrica oscilante nas bobinas foi mantida entre 2,5 A (máxima) e 1,5 A (mínima) com modulação senoidal.	34
3.8	Resultados obtidos numericamente para as condições iniciais propostas no tópico anterior, $x(0) = 0,01\ m$ e $v(0) = 3,0\ m/s$	35
3.9	Comportamento do átomo de ^{85}Rb submetido à modulação do tipo dente-de-serra.	36
3.10	O comportamento, para o caso de onda triangular, expresso acima foi semelhante aos resultados obtidos para a modulação em dente-de-serra.	36
3.11	Forma de onda que simula o campo magnético alternado no interior de um <i>MOT</i>	38
3.12	Modulação senoidal inteiramente positiva. Neste caso o campo pode ser nulo, mas sempre com mesma polarização.	38
3.13	Resultados obtidos para um campo magnético alternado. Podemos perceber uma grande diferença em comparação com as outras modulações.	39
3.14	Resultados referentes à modulação senoidal positiva. Pode-se perceber que a partir de da frequência $730\ Hz$, o comportamento do átomo não muda. Também pode-se notar que as curvas são mais estáveis para esta modulação quando comparadas aos resultados obtidos para as modulações anteriores.	39
3.15	Comparação entre as diferentes modulações e o caso estacionário.	41
3.16	Comparação entre as diferentes modulações em uma frequência de $2,4\ kHz$. Pode-se notar que nessa frequência boa parte das modulações, com exceção da senoidal alternada, acarreta em um movimento próximo do superamortecido.	41
3.17	Comparativo entre as velocidades do átomo para a condição de campo estacionário (linha vermelha) e campo oscilante (diamante). O campo oscilante tem frequência de $2,4\ kHz$ e forma senoidal positiva com amplitude de 20 G/cm	42

3.18 Curvas de carga para diferentes tipos de intensidade do <i>laser</i> . A teoria se adequa muito bem, em termos de quantidade de átomos, com resultados experimentais apresentados em [24].	46
3.19 Curvas de carga extraídas da referência [24].	46
3.20 Comparação entre as curvas de carga obtidas com oscilação tal qual referência [24].	47
3.21 Curvas de carga para oscilação senoidal positiva. Aparentemente a condição de 60 <i>Hz</i> oferece maior número de átomos.	48
3.22 Pode-se observar que a curva de carga obtida para a frequência de 60 <i>Hz</i> também apresenta oscilações, o que também não a torna vantajosa para o armadilhamento.	49
3.23 Resultados com modulação dente-de-serra. Pode-se observar que esta modulação não aprisiona tantos átomos quanto a modulação senoidal positiva. .	50
3.24 Resultados para modulação quadrada.	50
3.25 Esquema elétrico do grampeador de corrente. A fonte AC fornece 13 <i>V</i> e a resistência R13 representa a resistência da bobina (da ordem de 1 <i>ohm</i>), enquanto a bateria representa a fonte de tensão contínua.	52

Sumário

1	Introdução	13
2	Princípios Básicos de Funcionamento de uma Armadilha Magneto-Óptica	17
3	Modelamento Matemático e Proposta de Aparato Experimental	26
3.1	Movimento Harmônico Amortecido em um <i>MOT</i> : Uma Representação Clás- sica.	26
3.2	Modelamento Matemático para o Movimento Unidimensional de um Átomo de ^{85}Rb em um <i>MOT</i>	29
3.3	Modelamento Matemático para o Movimento Unidimensional de um Átomo de ^{85}Rb em um <i>MOT</i> com Campo Magnético Modulado.	33
3.3.1	Resultados com modulação em onda quadrada	34
3.3.2	Resultados com modulação em onda dente de serra e triângulo . . .	35
3.3.3	Resultados com modulação em onda senoidal	37
3.3.4	Comparação entre os modelos dependente e independente do tempo.	40
3.3.5	Equação de carga em um campo magnético modulado	42
3.4	Círcuito Desenhado para gerar Oscilações Controladas no Campo Magnético	51
4	Conclusões	53

Capítulo 1

Introdução

Nas últimas décadas, descobertas notórias na área de física atômica e molecular foram alcançadas por intermédio de experimentos com aprisionamento de átomos frios. A interação entre a luz e a matéria é um dos ramos de estudo mais amplos da física quântica. Um de seus processos fundamentais é a absorção e a emissão de luz, que serve como base para a tecnologia do resfriamento e aprisionamento de átomos.

A luz pode trocar momento linear com os átomos ao incidir sobre estes, e com isso exercer uma força dita radiativa. Este fenômeno só se tornou quantitativo com a teoria eletromagnética de Maxwell, que mostra que o campo eletromagnético exerce uma pressão sobre a matéria igual a sua energia por unidade de volume.

Em 1933, Frish mostrou o efeito da luz sobre átomos ao desviar um feixe de átomos de sódio (Na) com radiação ressonante de uma lâmpada [1]. Com a invenção do *laser* (década de 60 do século passado), a manipulação de átomos por meio da luz passou para um nível de controle muito mais direto.

Em 1975, Hänsh e Schawlow [2] propuseram o resfriamento de átomos neutros usando o efeito Doppler, e em 1979 Cook [3] propôs uma teoria mais simplificada para descrever a dinâmica do movimento atômico em radiação ressonante. Esta teoria usa teorema de Ehrenfest como uma boa aproximação para calcular a força recebida por um átomo imerso em radiação ressonante.

E logo em 1982, com os trabalhos de W. Phillips e H. Metcalf [4], foi possível armadilhar átomos neutros com a primeira armadilha magnética. Eles construíram uma

armadilha magnética baseada na força sobre o átomo devido à interação de seu momento magnético com um gradiente de campo magnético.

Em 1985, T. Bergeman, Gidon Erez e H. Metcalf desenvolveram um trabalho sobre diferentes configurações de armadilhas magnéticas para o uso em aprisionamento e resfriamento de átomos neutros e confinamento de plasma [5]. Também em 1985, um grupo liderado por S. Chu conseguiu resfriar átomos de sódio por meio apenas de luz *laser* [6]. Com três pares de feixes contra-propagantes, um em cada eixo, formou-se uma força altamente viscosa no cruzamento dos feixes, e à esta região foi dado o nome de melaço óptico (*optical molasses*) no qual se situa a nuvem resfriada de átomos de sódio.

A primeira armadilha magneto-óptica (*MOT - Magnetic Optical Trap*) foi demonstrada em 1987 por S. Chu. Neste arranjo experimental ele usa uma combinação do melaço óptico com o efeito de um campo magnético externo [7]. E logo em 1990, C. Monroe apresentou um estudo sobre átomos frios aprisionados em um *MOT* de Césio por meio do uso de célula de vapor, técnica esta que facilitou muito o armadilhamento [8].

A temperatura prevista teoricamente para uma nuvem de átomos aprisionados corresponde à temperatura Doppler (da ordem de centenas de μK), que corresponde à energia associada à largura natural das transições atômicas [9]. Mas em 1988, o grupo de W. Phillips, do NIST (National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg), mediou temperaturas muito mais baixas (da ordem de dezenas de μK) [10]. Então, C. Cohen-Tannoudji [11] formulou uma teoria para explicar este inesperado fenômeno levando em consideração os múltiplos subníveis atômicos e também a existência de um gradiente de polarização criado pelos feixes contra-propagantes.

Por meio do *MOT* foi possível alcançar temperaturas muito baixas, a figura 1.1 mostra uma escala de temperatura relacionada às respectivas tecnologias usadas para obte-las.

Graças a esses avanços foi possível, pela primeira vez, a criação de condensados de Bose-Einstein (*BEC - Bose-Einstein Condensate*). Em 1995 o grupo de Eric Cornell e Carl Wieman utilizou o *MOT* para produzir um condensado de átomos de ^{87}Rb cuja temperatura era próxima de $170\ nK$ [12]. No mesmo ano o grupo de Wolfgang Ketterle, no *MIT*, criou um condensado com átomos de sódio [13]. Os feitos renderam aos três pesquisadores o prêmio Nobel de física de 2001 [14,15].

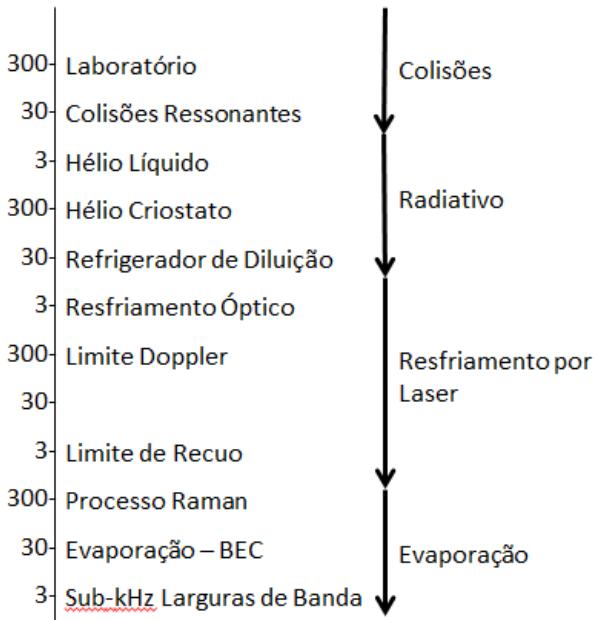


Figura 1.1: Escala de temperatura das técnicas de resfriamento, esta figura é semelhante a encontrada na ref.[9].

As pesquisas realizadas na área de física atômica envolvem, em geral, a interação de átomos com a luz, portanto lasers que possam ser sintonizáveis em transições atômicas são agora ferramentas imprescindíveis. As fontes tradicionalmente utilizadas neste caso são os lasers de corante sintonizáveis e, mais recentemente, lasers de Ti-Safira.

Entretanto a utilização dos *lasers* de diodo tem aumentado significativamente nos últimos anos. Algumas das causas da grande procura pelos lasers de diodo são seu baixo custo e a relativa simplicidade de funcionamento. Um *laser* de diodo em funcionamento livre pode ser sintonizado num intervalo total de comprimento de onda da ordem de nm , e isso somente com a variação da temperatura e da corrente de alimentação [16].

Graças ao avanço na tecnologia de aprisionamento, foi possível a realização experimental de vários estudos importantes, entre os quais destaca-se aqui: processos colisionais [17], estudo envolvendo átomos de Rydberg [18] e sobre a dinâmica de vórtices em condensados [19].

O estudo apresentado no presente trabalho foi realizado com o apoio do laboratório de óptica da UDESC (Universidade do Estado de Santa Catarina) instalado no Centro

de Ciências Tecnológicas, em Joinville - Santa Catarina. O laboratório entrou em funcionamento em 2011, com o apoio do Instituto Nacional de Óptica e Fotônica (INOF) e do Instituto de Física de São Carlos (IFSC). Em Abril de 2011 o grupo de pesquisa em óptica, física atômica e molecular, por meio do laboratório de óptica, conseguiu resfriar e armadilhar átomos pela primeira vez na história da região sul do país utilizando um *MOT* de rubídio. E em agosto de 2011 a primeira dissertação de mestrado em átomos frios do grupo de óptica foi defendida pelo professor Amilson R. Fritch, dando a ele o título de mestre.

Neste contexto, nossa proposta é estudar a influência de variações periódicas no campo magnético responsável pelo aprisionamento, bem como sua aplicação em uma possível melhora na técnica de aprisionamento e resfriamento já existente.

A sequência deste trabalho está assim apresentada: No capítulo 2 serão discutidos os princípios básicos que envolvem o aprisionamento, bem como suas vantagens e limitações. No capítulo 3 serão apresentados resultados obtidos numericamente para algumas configurações de campo magnético oscilante, bem como apresentamos brevemente uma ideia do experimento que propusemos, mas não pôde ser realizado durante o período de mestrado.

Capítulo 2

Princípios Básicos de Funcionamento de uma Armadilha Magneto-Óptica

O princípio básico de funcionamento de um *MOT* consiste na utilização da pressão de radiação e de campo magnético para resfriar e aprisionar átomos neutros. No presente capítulo, elucidaremos a teoria básica envolvida no resfriamento e aprisionamento com o uso de um *MOT* para auxiliar a compreensão do capítulo seguinte. O *MOT* se utiliza de dois conceitos de aprisionamento bem distintos, porém eficazes. Um deles corresponde às armadilhas magnéticas [4] que aprisionam átomos sem o uso de *lasers*, mas são incapazes de resfria-los. E o outro conceito basea-se nas armadilhas que utilizam apenas luz para o resfriamento dos átomos, como o melaço óptico (*optical molasses*), mas com a característica de não conseguir aprisionar os átomos, apenas resfria-los (embora existam também as armadilhas de dipolo [6,20]). Com base nesses dois conceitos de armadilhamento, surgiu uma nova técnica que forma a espinha dorsal de uma das mais bem sucedidas técnicas de estudo do átomo, conhecida como armadilha magneto-óptica.

Um dos elementos chave no funcionamento de um *MOT*, se não o mais importante, é a pressão de radiação, detalhada por Einstein em 1917. Segundo Einstein, um fóton possui energia $h\nu$ (h é a constante de Planck e ν é a frequência de oscilação da luz), portanto quando um átomo absorve luz, este passa a ter seu estado atômico excitado preenchido. Ao voltar para o estado fundamental podemos associar ao sistema uma troca de momento entre o campo eletromagnético e o átomo, resultando em uma força tal qual (2.1).

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \hbar \vec{k} \gamma_p, \quad (2.1)$$

onde γ_p é a taxa de excitação dos átomos [9]. Se a intensidade da luz é baixa o suficiente, a ponto de que o átomo esteja mais propenso a voltar ao estado fundamental por emissão espontânea do que por emissão estimulada, a luz resultante proveniente do átomo carregará consigo um momento linear $\hbar k$ em uma direção aleatória ($\hbar = h/2\pi$), que proporcionará ao átomo um recuo no sentido oposto à emissão do fóton absorvido, de acordo com a lei da conservação do momento.

Para uma situação em que consideramos um átomo de dois níveis, podemos ilustrar (conforme figura 2.1) o ponto de vista de um átomo sob a ação de dois feixes *laser* contrapropagantes e explicar como a interação *átomo-laser* acontece em um *MOT*. A figura 2.1 mostra dois feixes laser sintonizado em uma frequência ω abaixo da frequência natural de ressonância do átomo ω_0 . Este detalhe é importante porque o efeito Doppler deve ser considerado, já que o átomo se encontra em movimento.

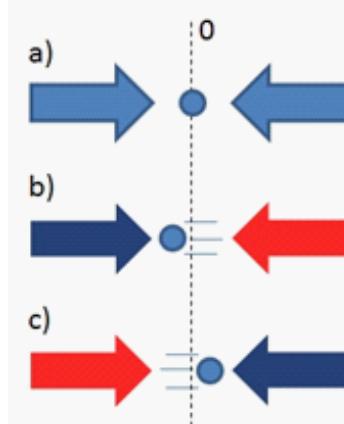


Figura 2.1: a) O átomo encontra-se em repouso no centro da armadilha; b) Para o átomo em movimento, o efeito Doppler deve ser considerado; c) O mesmo se aplica para o sentido oposto.

Quando o átomo se move para a esquerda, devido ao efeito Doppler ele observará um desvio para o azul (faixa de frequência mais elevada) na frequência deste *laser*, já que o átomo se move em sentido contrário ao feixe. E em relação ao feixe que se propaga no

mesmo sentido do átomo, haverá um desvio para frequências na faixa do vermelho. Assim, quando o átomo se desloca para qualquer um dos lados, o feixe contra-propagante terá sua frequência deslocada para próximo da frequência natural de ressonância do átomo, o que faz o átomo absorver mais fótons deste feixe. A diferença entre a frequência do *laser* e a frequência natural de oscilação do átomo é chamada de *detuning* ($\delta = \omega - \omega_0$), ou dessintonia (tradução para o português). O *detuning* está associado ao γ_p , e um bom ajuste é imprescindível para um armadilhamento eficaz.

$$\gamma_p = \frac{s_0 (\gamma/2)}{1 + s_0 + \left[\frac{2(\delta + \omega_D)}{\gamma} \right]^2}, \quad (2.2)$$

onde γ é a taxa de decaimento do estado excitado. Aqui $s_0 = I/I_s$ é o parâmetro de saturação associado ao *laser*, onde I_s é a intensidade de saturação, que é da ordem de poucos mW/cm^2 para uma típica transição atômica [9] (λ é o comprimento de onda óptico). O valor de ω_D corresponde ao desvio Doppler (desvio observado pelo átomo, correspondente à diferença na frequência do *laser* quando há movimento atômico) proveniente dos átomos em movimento ($\omega_D = -\vec{k} \cdot \vec{v}$), note que quando \vec{k} é oposto à \vec{v} temos um desvio Doppler positivo. Para a condição de alta intensidade [9], que será explorada no decorrer deste trabalho, temos a situação em que $s \gg 1$ e temos que reescrever γ_p como:

$$\gamma_p = \frac{s_0}{1 + s_0} \left[\frac{\gamma/2}{1 + \left(\frac{2\delta}{\gamma\sqrt{1+s_0}} \right)^2} \right]. \quad (2.3)$$

O *laser* consegue resfriar o átomo porque a frequência do *laser* é menor que a frequência de oscilação natural do átomo, portanto haverá uma perda de energia cinética durante a absorção de fótons. Embora seja possível resfriar, o uso apenas de feixes *laser* não é suficiente para aprisionar o átomo de maneira eficiente. Isso acontece devido à emissão aleatória de fótons que ocorrerá quando o átomo retorna ao seu estado fundamental. Esta emissão aleatória, por consequência, proporcionará ao átomo um movimento também aleatório que, com o passar do tempo, lhe possibilitará escapar da armadilha.

Para contornar este problema, um *MOT* utiliza um campo magnético para explorar as propriedades magnéticas do átomo, em decorrência do efeito Zeeman. Desta maneira,

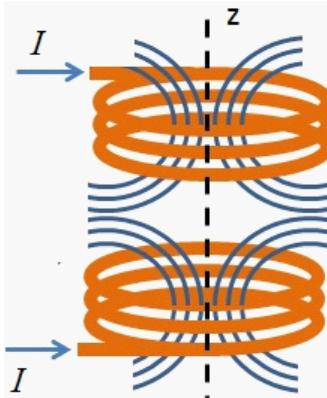


Figura 2.2: Ilustração do comportamento do campo magnético gerado pelo par de bobinas em configuração Anti-Helmholtz.

a força de radiação submetida ao átomo passa a ter também uma dependência posicional. Usualmente o campo magnético em um *MOT* possui a configuração quadripolar gerada por um par de bobinas na configuração anti-Helmholtz. Nas bobinas passam correntes elétricas de mesma intensidade e em sentidos opostos. Este campo magnético caracteriza-se por apresentar um gradiente de campo linear, que cresce, em todas as direções, apartir do centro da armadilha (no centro, o campo é nulo). A figura 2.2 ilustra como se comportariam as linhas de campo magnético no interior das bobinas.

Tomando como exemplo, podemos considerar um átomo de dois níveis com momento angular $S = 0$ ($m_S = 0$) para o estado fundamental, e momento angular $S = 1$ ($m_S = -1, 0, +1$), para o estado excitado, e expôr como as propriedades magnéticas do átomo são exploradas.

Quando este átomo é submetido ao campo quadripolar magnético, ocorre a degenerescência dos níveis de energia, que expõe os subníveis de energia determinados pelo número quântico m_S . Como no centro das bobinas (metade da distância entre as bobinas) o campo magnético é nulo, não há degenerescência! Como o gradiente de campo cresce nas três direções, a degenerescência dos níveis de energia ocorrerá proporcionalmente, tal como na figura 2.3. Para a posição $z > 0$ a energia dos subníveis cresce de $m_S = -1$ até $m_S = +1$, e para $z < 0$ os subníveis se invertem porque o sentido das linhas de campo também é invertido [9].

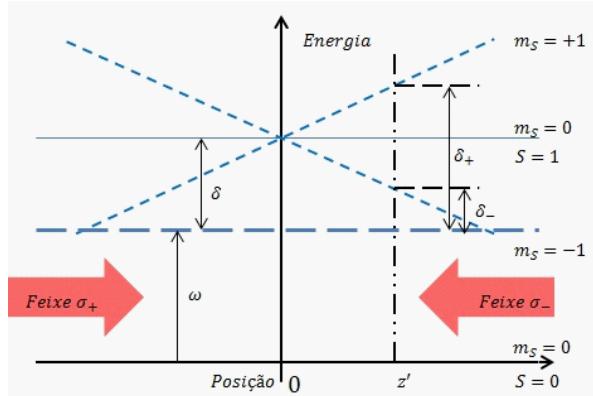


Figura 2.3: Separação dos níveis de energia para um átomo de dois níveis hipotético submetido a um gradiente de campo magnético $\vec{A} = d\vec{B}/dz = Bz\hat{z}$.

Com os níveis de energia degenerados, e dependentes da posição (o que é muito importante), pode-se utilizar a polarização circular dos feixes *laser* promover as transições de energia. Com a configuração de campo expressa na figura 2.3, o feixe que se propaga no sentido negativo de z deve ter polarização circular σ_- enquanto o que se propaga no sentido positivo deve ter polarização circular σ_+ . Se o átomo se desloca no sentido $z > 0$, ele estará mais ressonante com o feixe de polarização σ_- (pela figura 2.3 podemos observar que $\delta_- \ll \delta_+$) e absorverá mais fótons deste feixe. Devido às regras de seleção, este feixe só permite a transição $S = 0$ ($m_S = 0 \Rightarrow S = 1$ ($m_S = -1$)), e por conservação de momento linear, o átomo é empurrado para a origem.

O mesmo fenômeno ocorre para a situação em que o átomo se desloca para o sentido contrário. Quando isso acontece, o átomo absorve mais fótons do feixe com polarização σ_+ , que só permite a transição $S = 0$ ($m_S = 0 \Rightarrow S = 1$ ($m_S = +1$)), e da mesma forma será empurrado para a origem também. Este arranjo resulta em uma força restauradora, dependente da posição, que tenta manter o átomo na posição $z = 0$, que é a região de campo magnético nulo.

Esse raciocínio pode ser expandido para o caso tridimensional. A figura 2.4 mostra o esquema tridimensional dos feixes *laser* e das bobinas presentes na armadilha. O feixe na direção z deve ter polarização oposta aos feixes em x e y , pois as linhas de campo possuem o mesmo sentido de propagação dos feixes, enquanto em x e y possuem sentidos

opostos.

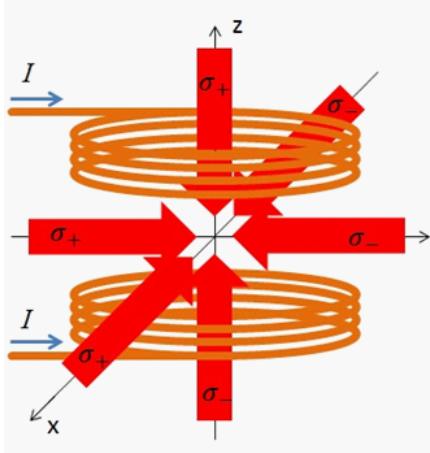


Figura 2.4: Esquema tridimensional de um *MOT* em configuração quadripolar magnética.

A pressão de radiação exercida sobre o átomo durante o confinamento foi deduzida por R. Cook [3], em 1979. Neste trabalho Cook, por meio de uma abordagem semi-clássica ao utilizar o teorema de Ehrenfest, deduziu a interação *átomo-laser* e escreveu uma expressão para a pressão de radiação sofrida pelo átomo em uma aproximação de regime estacionário. De acordo com Cook:

$$\vec{F} = \frac{\hbar\gamma\Omega^2\vec{\nabla}\theta + \hbar(\delta + \dot{\theta})\vec{\nabla}\Omega^2}{4(\delta + \dot{\theta})^2 + \gamma^2 + 2\Omega^2}, \quad (2.4)$$

onde $\Omega = \mu E/\hbar$ é a frequência de Rabi, E é o módulo do campo elétrico, μ é o momento de dipolo elétrico e θ é a fase do campo elétrico. Esta força possui dois termos, um proporcional ao gradiente da fase, denominada força espontânea, e outro proporcional ao gradiente da intensidade do campo elétrico denominada força de dipolo.

A expressão (2.4) é uma aproximação que considera nula a evolução temporal das equações ópticas de Bloch (*OBE* - *Optical Bloch Equations* [3, 9]). Essa aproximação é válida apenas para casos onde os átomos movimentam-se muito lentamente no interior da armadilha. Para um caso mais geral, H. Metcalf, por meio da solução das *OBE* para casos dependentes do tempo, deduziu uma expressão mais completa ao tratar a velocidade dos átomos como uma pequena perturbação [9].

Ao tratar o problema do átomo em movimento, Metcalf deduziu a expressão para a força de radiação para o caso da interação do átomo com uma onda viajante (*traveling wave*) e também para a situação de onda estacionária (*standing wave*). Para o presente trabalho, trataremos aqui apenas da força deduzida para o caso de *standing wave*, pois esta é a característica da armadilha utilizada para este estudo. Portanto, a expressão para o módulo da força pode ser escrita como:

$$F = \hbar k \tan(kz) \frac{s\delta}{1+s} \left(1 + vk \tan(kz) \frac{(1-s)\gamma^2 - 2s^2(\delta^2 + \gamma^2/4)}{(\delta^2 + \gamma^2/4)(1+s)^2\gamma} \right), \quad (2.5)$$

onde v é a velocidade do átomo. Consideraremos agora a condição de baixa intensidade do *laser* ($s \ll 1$) para que os efeitos devido a emissão espontânea prevaleça sobre a emissão estimulada. Desta maneira podemos reescrever (2.5) como:

$$F = \hbar k \frac{s_0 \delta \gamma^2}{2(\delta^2 + \gamma^2/4)} \left(\sin(2kz) + kv \frac{\gamma}{\delta^2 + \gamma^2/4} (1 - \cos(2kz)) \right), \quad (2.6)$$

onde s_0 é o parâmetro de saturação associado a cada um dos dois feixes *laser* que compõe a onda estacionária $s_0 = I/I_s = 2|\Omega|^2/\gamma^2$. Ao tomarmos a média desta força, o termo independente da velocidade desaparece (por ser senoidal no espaço, com período de $\lambda/2$). Assim, temos:

$$F_{média} = \hbar k^2 \frac{8s_0(\delta/\gamma)v}{(1 + (2\delta/\gamma)^2)^2} = -\beta v. \quad (2.7)$$

A constante β é conhecida como coeficiente de amortecimento. A expressão (2.7) representa a principal responsável pelo amortecimento, é a base para descrever o *optical molasses*. É importante lembrar que a expressão (2.7) é válida apenas para o caso de baixa intensidade, pois a emissão espontânea é fundamental para o resfriamento dos átomos.

A força descrita por (2.7) não é capaz de proporcionar um armadilhamento, portanto a contribuição do campo magnético deve ser acrescentada. O campo magnético favorece o aprisionamento porque proporciona uma componente dependente da posição na equação de força. Podemos escrever a força total como:

$$F_{total} = F_+ + F_-, \quad (2.8)$$

onde F_+ e F_- representam a força devido aos feixes com polarização circular σ_+ e σ_- respectivamente. Reescrevendo a expressão (2.8), temos:

$$F_{total} = \pm \frac{\hbar \vec{k} \gamma}{2} \frac{s_0}{1 + s_0 + (2\delta_{\pm}/\gamma)^2}, \quad (2.9)$$

onde δ_{\pm} é o *detuning* para cada feixe *laser*. E pode ser escrito como:

$$\delta_{\pm} = \delta \mp \vec{k} \cdot \vec{v} \pm \mu' B / \hbar. \quad (2.10)$$

Em (2.10), μ' é o momento de dipolo efetivo de transição [9] e o segundo e terceiro termos são conhecidos como *Doppler Shift* (desvio Doppler) e *Zeeman Shift* (desvio Zeeman) respectivamente [21]. Quando os dois últimos termos da equação (2.10) são pequenos em comparação ao *detuning*, podemos expandir o denominador da expressão (2.9) e obter:

$$\vec{F} = -\beta \vec{v} - \kappa \vec{r}, \quad (2.11)$$

sendo κ conhecido como constante de mola e definido pela expressão:

$$\kappa = \frac{\mu' A \beta}{\hbar k}, \quad (2.12)$$

onde A é o gradiente de campo magnético. A equação (2.11) descreve o comportamento de um oscilador harmônico amortecido e é a equação que descreve o movimento do átomo aprisionado em um *MOT*.

Ao analisar qualitativamente da equação (2.11) deve-se ressaltar uma inconsistência. Embora a equação (2.11) proporcione uma boa aproximação para a dinâmica atômica em um *MOT*, esta não prevê um limite termodinâmico para a velocidade final do átomo. Teoricamente, a equação (2.11) nos permite concluir ser possível resfriar uma amostra atômica ao patamar de zero Kelvin! Mas sabemos que tal conclusão é falha, já que viola a termodinâmica. A explicação para isso é a relevância do caráter discreto da luz, que não foi totalmente abrangido devido ao uso de uma teoria semi-clássica, que prevê uma variação mínima de velocidade para cada troca de momento entre a luz e o átomo. Portanto se faz necessário discutir, mesmo que brevemente, sobre os limites do processo de resfriamento em um *MOT*. Destaca-se aqui dois limites de temperatura importantes no

resfriamento por *laser*, o limite Doppler (*Doppler limit*) e o limite de recuo (*recoil limit*) [9].

A temperatura relacionada ao limite Doppler corresponde à energia associada à largura natural das transições atômicas. Essa temperatura é definida como $k_B T_D \equiv \hbar\gamma/2$, onde k_B é a constante de Boltzmann, e corresponde a algumas centenas de μK . Para o caso unidimensional, podemos ainda definir a velocidade associada ao limite Doppler, $v_D = \sqrt{k_B T_D/M}$, que em geral corresponde a $v_D \approx 30 \text{ cm/s}$.

O limite de recuo é definido pela temperatura que corresponde à energia associada a um recuo causado por único fóton. No processo de absorção ou emissão de um único fóton, os átomos obtêm uma velocidade de recuo, $v_r \equiv \hbar k/M$. A mudança de energia correspondente pode ser relacionada com a temperatura, definida como $k_B T_r \equiv \hbar^2 k^2/M$, e é geralmente considerada como o limite inferior para os processos de resfriamento por *laser* (embora existam configurações de armadilhamento que propiciam temperaturas abaixo deste limite [22]). Este limite é tipicamente da ordem de poucos μK , e corresponde a velocidades de $v_r \approx 1 \text{ cm/s}$.

Neste trabalho a constante κ tem um papel fundamental. A essência do estudo proposto aqui consiste na implantação de um gradiente de campo magnético dependente periodicamente do tempo, portanto a constante de mola κ será o elemento da equação (2.11) que sofrerá alterações. O mais interessante é que o estudo propõe a substituição de uma constante por uma “variante” de mola, por assim dizer, que possa proporcionar melhorias no processo de armadilhamento. No capítulo seguinte, esta proposta será mais bem detalhada por meio de resultados numéricos obtidos para um modelamento unidimensional de um *MOT* para ^{85}Rb .

Capítulo 3

Modelamento Matemático e Proposta de Aparato Experimental

Neste capítulo apresenta-se resultados obtidos em um modelamento matemático unidimensional para o comportamento de um átomo de ^{85}Rb armadilhado em um *MOT* com gradiente de campo magnético dependente e independente do tempo. Será apresentado também uma proposta de circuito elétrico que proporcionará modulações controladas no *MOT* e permitirá uma observação experimental dos fenômenos descritos pelos resultados teóricos.

3.1 Movimento Harmônico Amortecido em um *MOT*: Uma Representação Clássica.

O processo de resfriamento e aprisionamento de átomos neutros abordado por este trabalho pode ser equiparado a um mecanismo já bem estudado e aplicado em diversas áreas do conhecimento, e pode ser encontrado em inúmeras máquinas e equipamentos do dia-a-dia. Esse mecanismo é conhecido como oscilador massa-mola-amortecido, e seu comportamento é descrito matematicamente por meio das leis da mecânica clássica.

A partir da equação (2.11), que foi deduzida por meio de uma teoria semi-clássica, pode-se concluir que o movimento de um átomo armadilhado em um *MOT* é equivalente

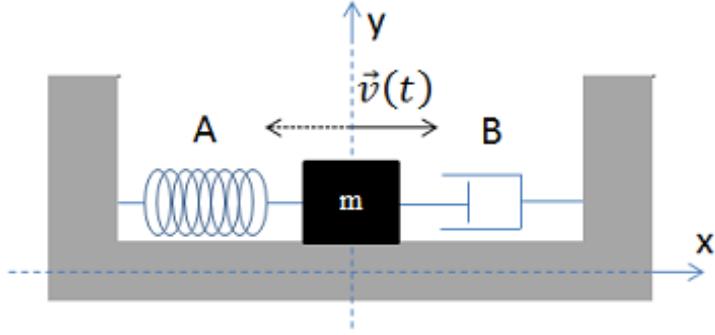


Figura 3.1: Esquema representativo de um oscilador massa-mola-amortecido unidimensional, onde a mola **A** tem constante de mola κ e o amortecedor **B** tem constante de amortecimento c . O bloco de massa **m** desliza sem atrito.

ao comportamento de um oscilador massa-mola-amortecido (figura 3.1). Esse movimento é conhecido como movimento harmônico amortecido livre (MHAL), e pode ser descrito, em uma dimensão, pela equação diferencial de segunda ordem:

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + c \frac{dx(t)}{dt} + \kappa x(t) = 0, \quad (3.1)$$

Onde c e κ são as constantes de amortecimento e de mola respectivamente. Esse movimento é caracterizado como livre porque não existe uma força externa agindo sobre o sistema (como o atrito, por exemplo). A equação (3.1) é bem conhecida pela literatura [23], e sua solução é dada por:

$$x(t) = e^{-\frac{c}{2m}t} \left[D_1 e^{\left(\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{\kappa}{m}}\right)t} + D_2 e^{\left(-\sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{\kappa}{m}}\right)t} \right], \quad (3.2)$$

Onde D_1 e D_2 são constantes definidas pelas condições iniciais do sistema. Existem três casos interessantes que podem ser explorados ao analisarmos a equação (3.2). Para o caso de $(c/2m)^2 > \kappa/m$ observa-se que os expoentes reais, e isso proporcionará um movimento superamortecido que impossibilitará oscilações (figura 3.2). Para o caso de $(c/2m)^2 < \kappa/m$ os expoentes são imaginários, e o movimento é subamortecido (figura 3.3). E para o caso de $(c/2m)^2 = \kappa/m$ ocorre o chamado amortecimento crítico (figura 3.4), ou seja, quando perturbado o sistema não oscila e volta rapidamente para a posição de equilíbrio.

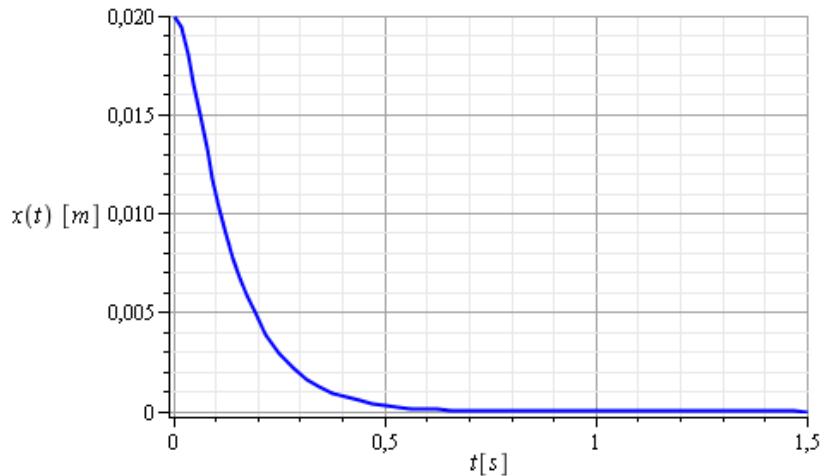


Figura 3.2: Gráfico característico de um movimento harmônico superamortecido, onde é possível visualizar que não ocorrem oscilações.

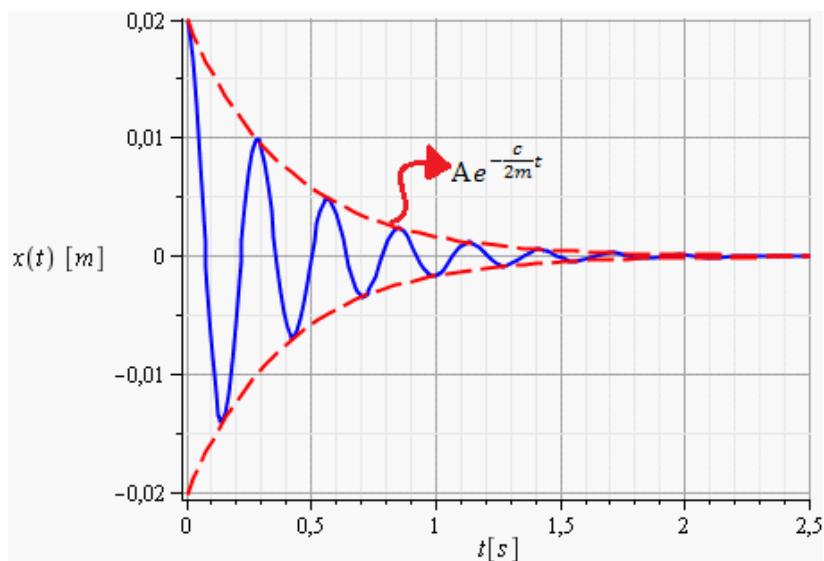


Figura 3.3: Gráfico característico de um movimento harmônico subamortecido. A linha tracejada limita a amplitude das oscilações.

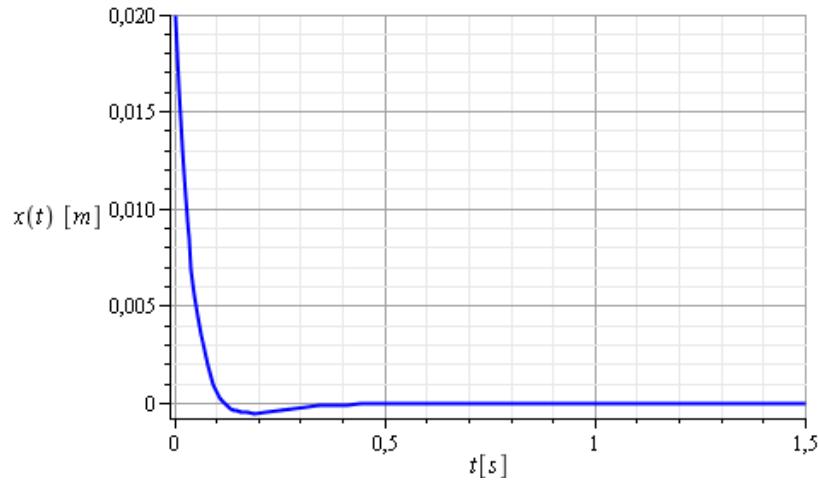


Figura 3.4: Gráfico característico de um movimento harmônico crítico, em que é possível perceber uma rápida ação restauradora que impede a observação de oscilações.

Todas as características abordadas nesta seção podem ser usadas como uma boa aproximação para calcular o comportamento do átomo quando armadilhado em um *MOT* [9]. Em ambos os casos, clássico ou semi-clássico, estamos tratando de equações diferenciais lineares de segunda ordem, mas o que veremos nos próximos tópicos são alguns resultados teóricos obtidos para situações onde temos não-linearidade nas equações, pois trataremos casos onde a constante de mola passa a ser variável no tempo.

3.2 Modelamento Matemático para o Movimento Unidimensional de um Átomo de ^{85}Rb em um *MOT*.

Para realizar o modelamento matemático foram utilizadas as equações do capítulo 2. Os parâmetros usados como modelo podem ser encontrados na tabela 3.1. Para realizar os cálculos foi utilizada uma rotina matemática no *software Maple*.

$\mu' = 4,637 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	$m ({}^{85}\text{Rb}) = 1,418934800 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$
$\lambda = 780 \text{ nm}$	$A = 20 \text{ G/cm}$
$s_0 = 0,1$	$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
$\tau = 26,63 \cdot 10^{-9} \text{ s}$	$\delta = -40 \text{ MHz}$

Tabela 3.1: Dados usados para o desenvolvimento dos cálculos.

Os valores de λ , δ e A foram escolhidos de acordo com o *setup* experimental do nosso laboratório de óptica. Os demais valores podem ser encontrados nas referências [24,25]. O valor de s_0 foi assim escolhido porque o modelo proposto admite apenas situações de baixa intensidade ($s \ll 1$).

Para as condições iniciais $x(0) = 0,01 \text{ m}$ e $v(0) = 3,0 \text{ m/s}$ obtivemos a seguinte expressão para $x(t)$:

$$x(t) = Ce^{-\eta t} \sin [\phi t] + De^{-\eta t} \cos [\phi t], \quad (3.3)$$

Onde $C = 0,009844380660 \text{ m}$ e $D = 0,01000000000 \text{ m}$ são constantes determinadas pelas condições iniciais, e $\eta = 645,9466304 \text{ Hz}$ e $\phi = 960,9000936 \text{ Hz}$ são valores relacionados às constantes de amortecimento e de mola. O valor para a posição inicial foi escolhido de acordo com o raio da secção reta do feixe *laser* que estamos utilizando no laboratório. E a velocidade inicial adotada condiz aproximadamente com a velocidade das partículas no interior da câmara de vácuo da armadilha (nesse caso usamos *Dispensers* [24] para liberar o vapor de átomos que serão aprisionados). A figura 3.5 expressa o resultado para o comportamento do átomo de acordo com (3.3).

A partir do modelo matemático podemos retirar outros dados importantes, como a velocidade de captura e o número de átomos por exemplo. Existe um limite máximo de velocidade (velocidade de captura v_c) que um átomo pode ter para que este possa ser aprisionado em um *MOT*.

$$v_c = \sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2F_{\max}d}{m}}}, \quad (3.4)$$

Onde F_{\max} é a força máxima a que o átomo será submetido para qualquer intensidade que

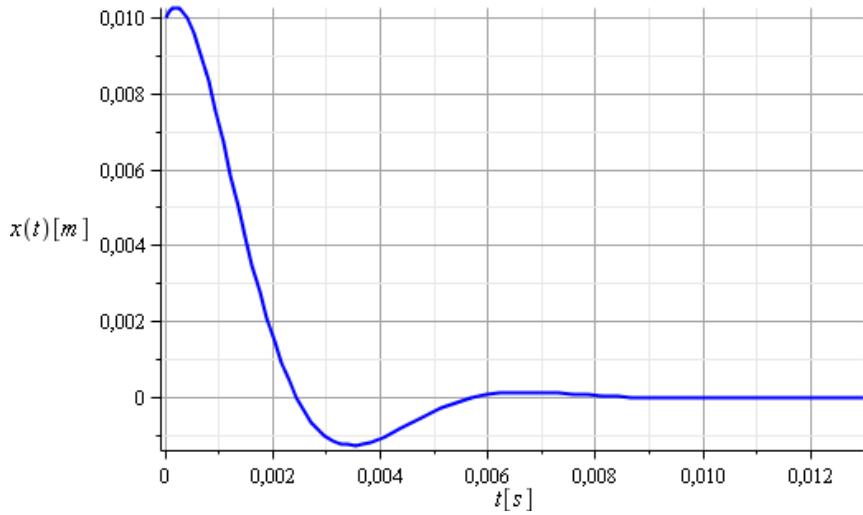


Figura 3.5: Movimento harmônico amortecido realizado pelo átomo aprisionado. Esse movimento é classificado como subamortecido, já que $(\beta/2m)^2 < \kappa/m$.

seja acima da intensidade de saturação [9,26], e esta situação será explorada no decorrer do trabalho. O valor de d representa o diâmetro do feixe *laser*. A equação (3.4) pode ser deduzida assumindo a condição em que o átomo perde boa parte de sua energia cinética ao passar pelo diâmetro do feixe *laser*. Estudos recentes sugerem que a velocidade de captura também é influenciada pelo campo magnético [27], portanto o valor de F_{\max} deve também levar em consideração o campo magnético. Assim, redefinimos a equação (3.4) como:

$$v_c = \sqrt{\frac{1}{4} \sqrt{\frac{2 \left(\frac{\hbar k \gamma}{2} + \kappa x \right) d}{m}}}, \quad (3.5)$$

Onde x é a posição do átomo na condição em que sua energia cinética é próxima de zero. A velocidade de captura é um limite importante porque está diretamente ligada com o número de átomos [26]. Espera-se que com o aumento da velocidade de captura, uma faixa maior de átomos estará propensa a sofrer aprisionamento, proporcionando uma possibilidade de se aumentar a quantidade de átomos armadilhados.

Por meio do nosso modelo, que devido ao aumento de intensidade foi promovido para a condição de $s \gg 1$ (neste caso, o valor de γ em β deve ser substituído pela equação (2.3)), obtemos uma curva que mostra o comportamento da velocidade de captura com o

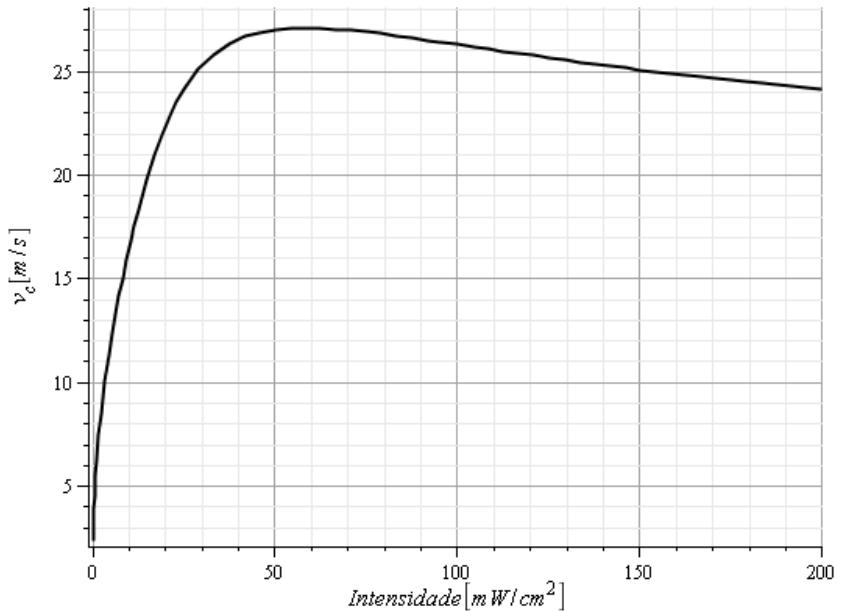


Figura 3.6: Comportamento da velocidade de captura v_c com o aumento da intensidade.

aumento da intensidade (figura 3.6). Este resultado trouxe mais credibilidade ao modelo por mostrar o mesmo comportamento expresso em resultados experimentais obtidos para outros isótopos, como o sódio [28].

Como podemos observar pela figura 3.6, o aumento indiscriminado da intensidade do *laser* promove uma queda na velocidade de captura, que pode proporcionar perda de átomos armadilhados. Um outro fator que também pode provocar perdas, mas não será implementado no nosso modelo, devido ao aumento de intensidade é conhecido como segundo espalhamento [29]. Este fenômeno consiste na absorção de luz proveniente do espalhamento gerado pelos próprios átomos armadilhados, isto é, o aumento indiscriminado da intensidade faz com que os átomos armadilhados estejam propensos a absorver não somente fôtons do feixe *laser*, mas também dos átomos que já estão armadilhados. Este fator promove uma força radiativa que dispersa a nuvem armadilhada e para um caso tridimensional envolvendo um volume de átomos armadilhados, este fator passa a ser relevante. No nosso caso, como trata-se especificamente de uma situação unidimensional e monoatômica, não faz sentido adicionar o segundo espalhamento no modelamento matemático.

O modelamento apresentou resultados condizentes para um caso onde temos um aprisionamento com gradiente de campo magnético constante. Agora pode-se simular uma modulação na corrente elétrica responsável pelo campo quadripolar magnético no interior da armadilha e prever como o átomo aprisionado, se for possível aprisionar, se comporta.

3.3 Modelamento Matemático para o Movimento Unidimensional de um Átomo de ^{85}Rb em um *MOT* com Campo Magnético Modulado.

A motivação para estudar a influência de campos magnéticos modulados no aprisionamento de átomos neutros de Rb surgiu em uma série de experimentos realizados em São Carlos, durante o trabalho de mestrado de A. Fritsch [24]. Neste trabalho ele apresentou curvas de carga obtidas no laboratório de óptica do IFSC para um *MOT* de ^{85}Rb com campo magnético modulado em várias frequências (figura 3.7).

As curvas de carga foram extraídas por meio da fluorescência emitida pela nuvem de átomos aprisionada. Por meio da intensidade de fluorescência é possível extrair a quantidade de átomos que compõem a nuvem. A curva de carga mostra a taxa com que os átomos estão sendo capturados pela armadilha, e caracteriza-se por ser uma medida básica em qualquer sistema de resfriamento e aprisionamento de átomos. Mais exemplos de curva de carga, ou curva de tempo de carga, podem ser encontrados nas referências [30,31].

Desta maneira, utilizando o modelo matemático proposto no tópico anterior, a constante de mola κ foi substituída por uma componente dependente do tempo. Quando aplicamos o modelo para reproduzir os dados obtidos experimentalmente, percebemos que para as frequências escolhidas não houve mudança no comportamento do átomo. As frequências escolhidas, da ordem de kHz , eram altas demais para que alguma discrepância entre as curvas fosse observada e a amplitude baixa também contribuiu para a baixa influência das oscilações.

Pode-se observar, pela figura 3.7, que as oscilações no campo magnético propor-

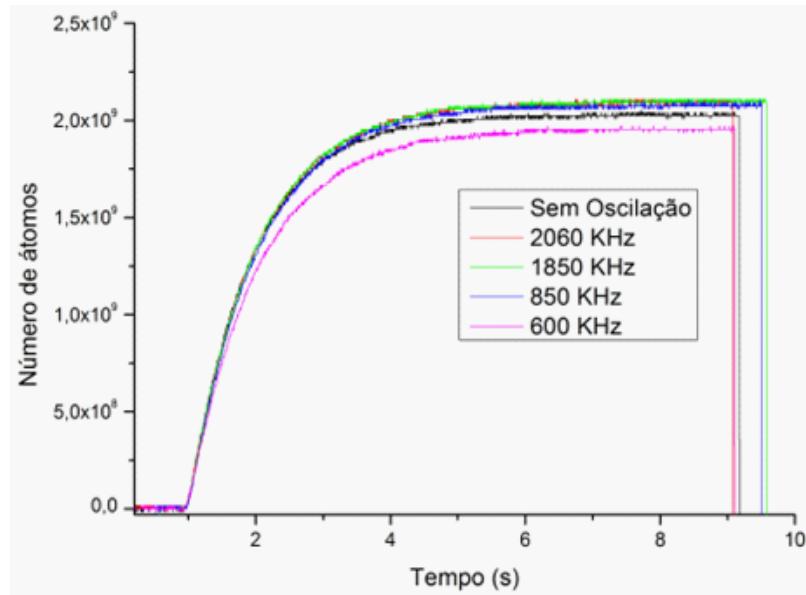


Figura 3.7: Curvas de tempo de carga obtidas para diferentes valores de frequência de oscilação. A corrente elétrica oscilante nas bobinas foi mantida entre 2,5 A (máxima) e 1,5 A (mínima) com modulação senoidal.

cionaram diferenças tênuas entre as diferentes frequências de oscilação. Embora seja pequena a diferença entre as curvas, podemos concluir que as oscilações no campo magnético podem interferir, de forma mensurável, no número de átomos armadilhados em um *MOT*.

Ao utilizar o modelamento matemático alguns tipos de modulação foram testados, como onda quadrada, triangular, dente-de-serra e até com corrente elétrica alternada. Os resultados foram obtidos numericamente, pois não foi possível resolver a equação diferencial analiticamente. O método de resolução numérica utilizado foi o Runge-Kutta de 4^a e 5^a ordem.

3.3.1 Resultados com modulação em onda quadrada

Os resultados foram obtidos para diferentes frequências. Os dados da tabela 3.1 também foram utilizados nas simulações, com $s \ll 1$.

Podemos observar que o comportamento do átomo é fortemente afetado pelas os-

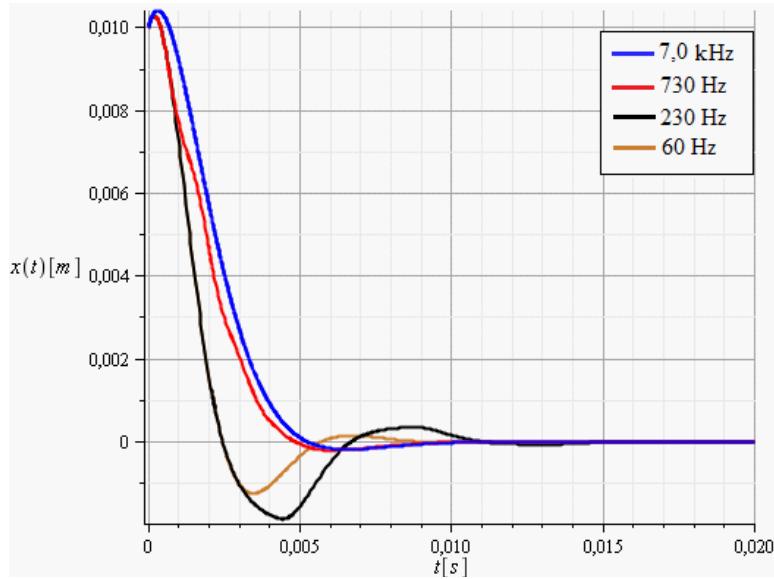


Figura 3.8: Resultados obtidos numericamente para as condições iniciais propostas no tópico anterior, $x(0) = 0,01\text{ m}$ e $v(0) = 3,0\text{ m/s}$.

cilações, e pode-se concluir que para este tipo de modulação é possível realizar o aprisionamento e resfriamento. De acordo com a figura 3.8 fica claro que a frequência de oscilação altera o tipo de movimento. Para a frequência de 60 Hz temos um comportamento mais parecido com o caso de campo magnético estacionário, movimento subamortecido, enquanto para a frequência de $7,0\text{ kHz}$ obtemos um comportamento muito próximo do superamortecido.

3.3.2 Resultados com modulação em onda dente de serra e triângulo

Os dados iniciais foram os mesmos utilizados nas simulações anteriores. A partir da figura 3.9 podemos concluir que a modulação em dente-de-serra também influencia o processo de aprisionamento. Neste caso, na medida em que a frequência diminui, o movimento do átomo apresenta picos cada vez mais acentuados. Estes picos podem prejudicar o aprisionamento, pois estes superam o limite de alcance do feixe *laser* (que para o nosso caso, tem um diâmetro de 20 mm). Os resultados obtidos com a modulação triangular (figura 3.10) foram semelhantes aos resultados com dente-de-serra.

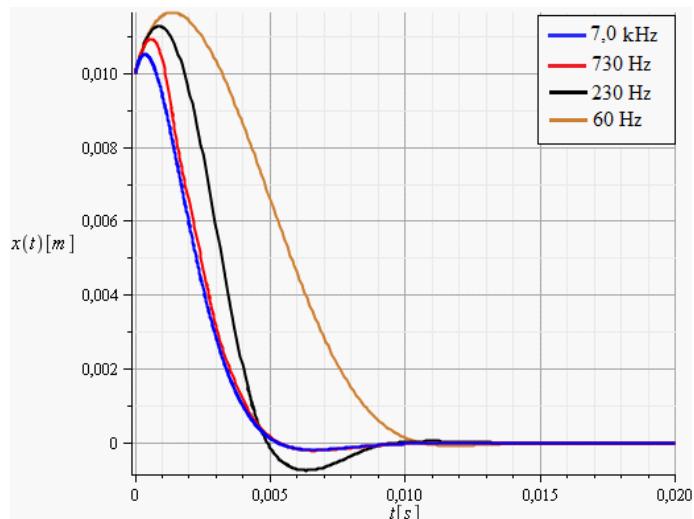


Figura 3.9: Comportamento do átomo de ^{85}Rb submetido à modulação do tipo dente-de-serra.

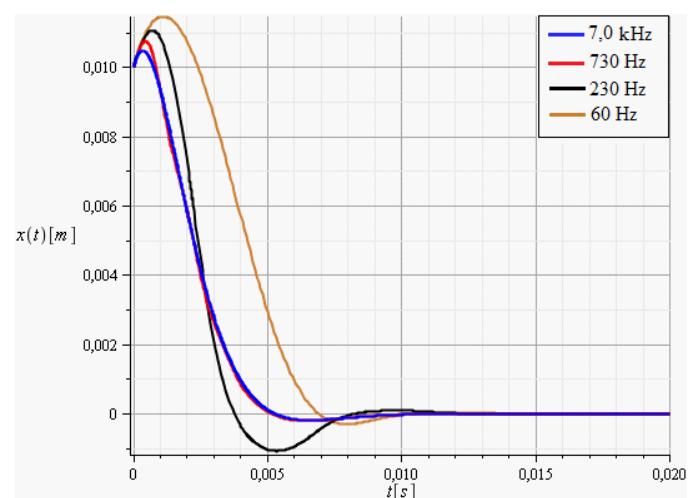


Figura 3.10: O comportamento, para o caso de onda triangular, expresso acima foi semelhante aos resultados obtidos para a modulação em dente-de-serra.

3.3.3 Resultados com modulação em onda senoidal

A modulação senoidal foi utilizada para duas situações distintas. A primeira delas (figura 3.11) corresponde a uma simulação de campo magnético alternado (caso em que admitimos uma corrente elétrica alternada percorrendo as bobinas da armadilha). Na segunda situação (figura 3.12) admitimos um campo oscilante senoidal, mas sempre com mesma polarização nas bobinas (todas as simulações anteriores foram realizadas sem alternar o sentido do campo magnético, com exceção do caso em que admitimos campo magnético alternado).

Os resultados obtidos para um campo magnético alternado (figura 3.13) mostram-se pouco vantajosos para o processo de armadilhamento. Ficou evidente que para certas regiões, como na faixa acima de $230\ Hz$, o aprisionamento convencional não seria possível. Mas seria possível encontrar uma forma diferenciada de armadilhamento, como em anel por exemplo, pois pode-se observar (figura 3.13) que o átomo parece manter uma posição fixa para a condição de $7,0\ kHz$. Em contra partida, os resultados para a modulação senoidal totalmente positiva mostrou-se mais vantajosa em comparação como todos os outros modelos apresentados, quando se quer um *MOT* convencional. A figura 3.14 mostra que além da possibilidade de se modificar o movimento do átomo, pode-se fazê-lo sem que surjam os picos característicos das outras modulações.

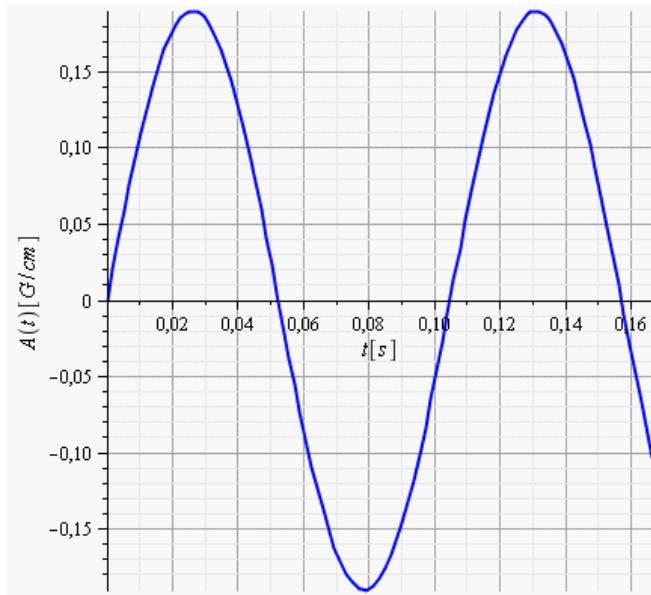


Figura 3.11: Forma de onda que simula o campo magnético alternado no interior de um *MOT*.

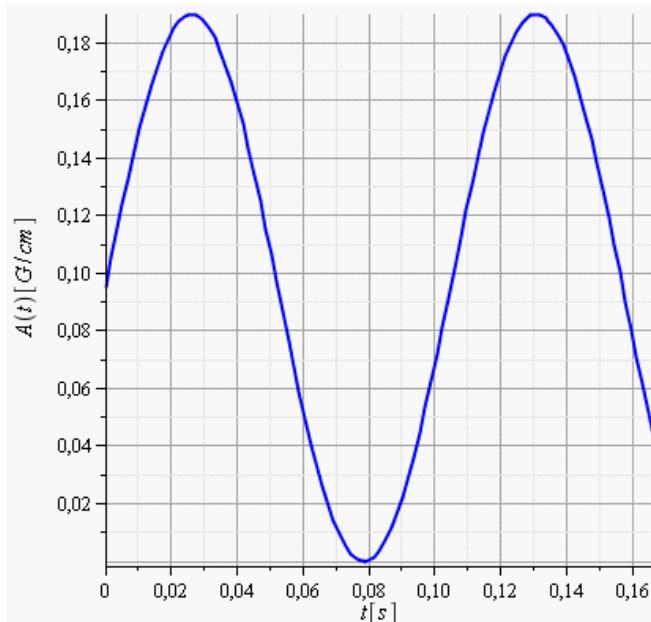


Figura 3.12: Modulação senoidal inteiramente positiva. Neste caso o campo pode ser nulo, mas sempre com mesma polarização.

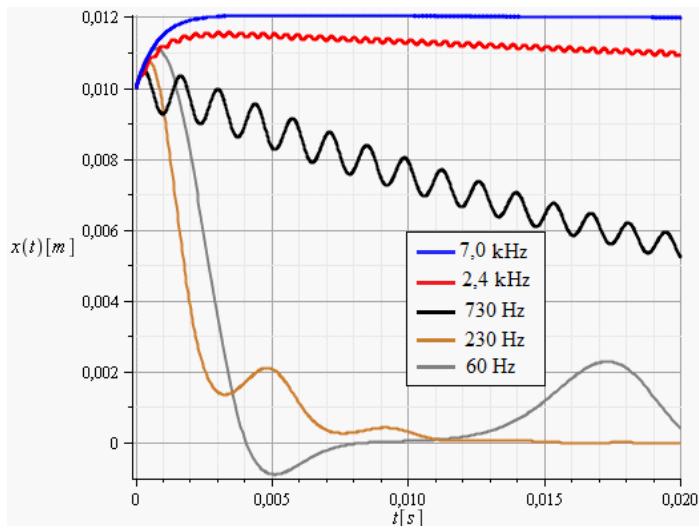


Figura 3.13: Resultados obtidos para um campo magnético alternado. Podemos perceber uma grande diferença em comparação com as outras modulações.

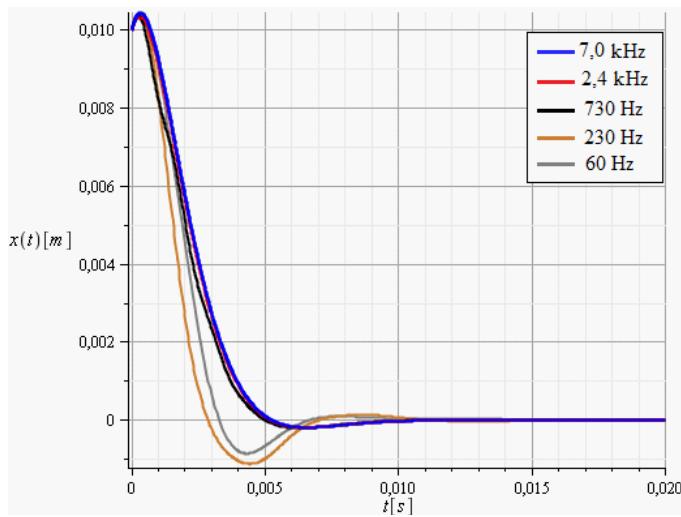


Figura 3.14: Resultados referentes à modulação senoidal positiva. Pode-se perceber que a partir de da frequência $730\ Hz$, o comportamento do átomo não muda. Também pode-se notar que as curvas são mais estáveis para esta modulação quando comparadas aos resultados obtidos para as modulações anteriores.

3.3.4 Comparação entre os modelos dependente e independente do tempo.

A partir dos resultados obtidos pode-se comparar as diferentes modulações com o caso de campo magnético estacionário. A figura 3.15 compara os resultados obtidos para uma frequência de $60\ Hz$. Ao analisar os resultados pode-se concluir que as modulações do tipo senoidal positiva e quadrada possibilitam um melhor comportamento em comparação com as outras formas de onda, e ainda permitem um movimento mais próximo do superamortecido em contraste com o caso de campo magnético estacionário. A figura 3.15 mostra também que tanto a modulação senoidal positiva quanto a modulação quadrada proporcionam estabilidade e permitem o armadilhamento.

As modulações senoidais positiva e alternada são interessantes por permitirem um rápido *setup* experimental, já que a frequência de oscilação em $60\ Hz$ permite comparações bem distintas e é a mesma frequência de oscilação da nossa rede elétrica atual.

Outra comparação relevante que pode-se realizar é a diferença entre as velocidades do átomo quando exposto aos dois modelos. Esta comparação permite evidenciar se a velocidade do átomo no interior da armadilha (átomo que já está aprisionado, e não os átomos do vapor de fundo) sofre alguma alteração. A figura 3.17 compara as velocidades entre as situações de campo estacionário e campo oscilante, onde podemos notar que há uma redução significativa no pico de velocidade quando o campo oscilante proposto interage com o átomo (o sinal negativo para alguns valores de velocidade dizem respeito ao sentido em que o átomo se desloca).

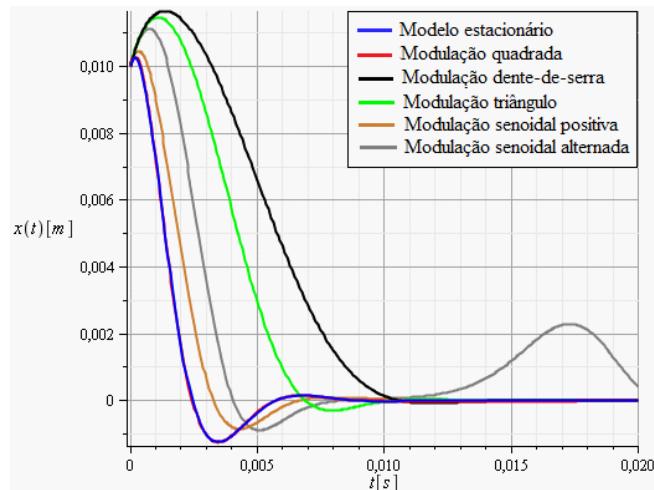


Figura 3.15: Comparação entre as diferentes modulações e o caso estacionário.

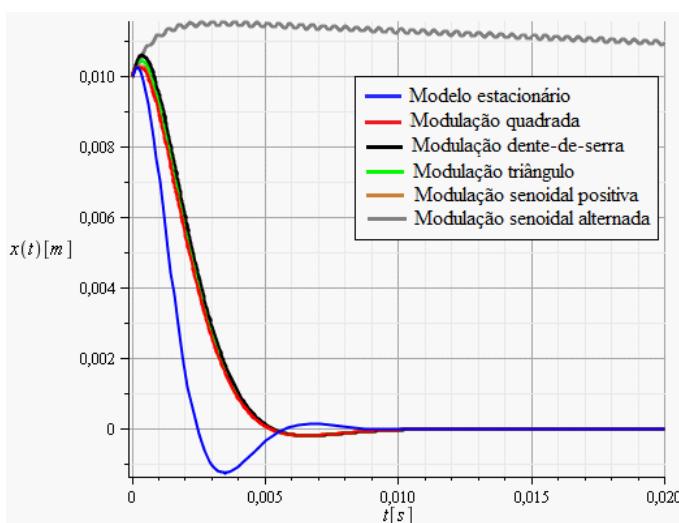


Figura 3.16: Comparação entre as diferentes modulações em uma frequência de $2,4 \text{ kHz}$.

Pode-se notar que nessa frequência boa parte das modulações, com exceção da senoidal alternada, acarreta em um movimento próximo do superamortecido.

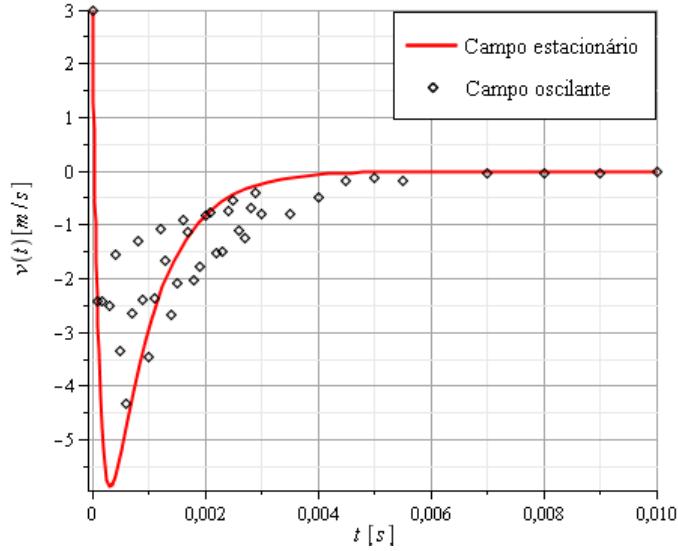


Figura 3.17: Comparativo entre as velocidades do átomo para a condição de campo estacionário (linha vermelha) e campo oscilante (diamante). O campo oscilante tem frequência de $2,4\text{ }kHz$ e forma senoidal positiva com amplitude de $20\text{ }G/cm$.

Embora os resultados teóricos expressos até o momento esboçem uma forte influência dos campos magnéticos modulados no comportamento do átomo, não temos ainda um resultado experimental que apresente de maneira direta, como o número de átomos armadilhados é afetado por gradientes dependentes periodicamente do tempo. Na seção seguinte sugere-se a alternativa de estudar como a equação de carga (equação que define a quantidade de átomos armadilhada por unidade de tempo) se comporta em situações de campo oscilante e verificar se as modulações propostas neste trabalho influenciam no número de átomos armadilhados.

3.3.5 Equação de carga em um campo magnético modulado

A equação de carga, também conhecida como equação de tempo de carga, é bem difundida pela literatura [9,24,26,27,30,32,33] e expressa uma característica do *MOT* frequentemente mensurada e estudada. Esta equação pode ser definida como uma diferença entre a taxa de captura (L) e as taxas de perda (α e ζ). A taxa de captura pode ser definida como [26]:

$$L = \frac{1}{2} n_{vap} (V)^{2/3} (v_c)^4 \left(\frac{m}{2k_B T_{média}} \right), \quad (3.6)$$

Onde n_{vap} é a densidade de átomos de vapor de fundo, V é o volume da nuvem de átomos aprisionada, v_c é a velocidade de captura, m é a massa do átomo e $T_{média}$ é a temperatura média do átomo aprisionado ($T_{média} = m (\bar{v})^2 / 3k_B$, onde \bar{v} é a velocidade média do átomo aprisionado). O valor de n_{vap} pode ser expresso como:

$$n_{vap} = \frac{P}{k_B T_{cam}}, \quad (3.7)$$

Sendo P e T_{cam} a pressão e temperatura da câmara de vácuo respectivamente. Essa expressão foi deduzida com base na lei dos gases ideais, que para o nosso caso pode ser utilizada porque trabalhamos com baixa pressão (da ordem de 10^{-9} Torr). A taxa de perda α é oriunda das perdas devido às colisões entre os átomos armadilhados e os átomos do gás de fundo, enquanto a taxa de perda ζ caracteriza-se por depender das colisões entre os átomos que estão armadilhados somente [24] (em muitas literaturas esta taxa é representada pela letra β , mas para evitar confusão entre os símbolos, decidimos substituí-la por ζ). De acordo com [24], podemos escrever α como:

$$\alpha = n_{vap} \sigma_{85Rb} \bar{v}_{vap}, \quad (3.8)$$

Onde σ_{85Rb} e \bar{v}_{vap} são a seção de choque para o ^{85}Rb e a velocidade média dos átomos do vapor de fundo, respectivamente. E podemos expressar ζ como [32]:

$$\zeta = \int_0^\infty \frac{1}{2} (4\pi R^2) \cdot \epsilon(R, \omega_l, I) \cdot P_{RE}(R, R_{esc}) \cdot dR, \quad (3.9)$$

Sendo $\epsilon(R, \omega_l, I)$ a taxa de excitação para o potencial molecular (considerando apenas dois estados possíveis, excitado e fundamental) e $P_{RE}(R, R_{esc})$ a probabilidade de ocorrer escape radiativo devido ao processo de emissão espontânea [27]. Embora esteja-se falando de aprisionamento de átomos, os processos de colisão no interior da nuvem armadilhada levam em consideração formação de estados de quase molécula [17], portanto é de se esperar que ζ dependa também de parâmetros moleculares. Assim, temos:

$$\epsilon(R, \omega_l, I) = \frac{s_0}{1 + \frac{4}{(\Gamma_M)^2} \left(\delta - \frac{C_3}{\hbar R^3} \right)^2 + s_0}, \quad (3.10)$$

$$P_{RE}(R, R_{esc}) = \frac{\operatorname{senh} [\Gamma_M \cdot t(R, R_{esc})]}{\operatorname{senh} [\Gamma_M \cdot T(R)]}, \quad (3.11)$$

Em que Γ_M é a taxa de decaimento molecular ($\Gamma_M \approx 2\gamma$), C_3 é a constante do potencial molecular a que o átomo está sujeito e R (integrando da equação (3.9)) é a distância internuclear que separa os átomos. Os valores de $t(R, R_{esc})$ e $T(R)$ são conhecidos como o tempo clássico gasto pelo átomo ao atravessar uma região em que ocorre emissão espontânea e o tempo que o par atômico leva para percorrer o caminho de R até $R = 0$ em um potencial clássico, respectivamente [32]:

$$t(R, R_{esc}) = \frac{1}{3} \mathbf{B} \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{6} \right) \sqrt{\frac{\mu(R_{esc})^5}{2C_3}}, \quad (3.12)$$

$$T(R) = \frac{1}{3} \mathbf{B} \left(\frac{1}{2}, \frac{5}{6} \right) \sqrt{\frac{\mu(R)^5}{2C_3}}, \quad (3.13)$$

Onde μ é a massa reduzida, $\mathbf{B}(z, w)$ é a função beta e R_{esc} é a separação internuclear onde a energia cinética adquirida pelo átomo no potencial atrativo é maior ou igual à profundidade da armadilha [27]. A expressão para R_{esc} é definida como:

$$R_{esc} = \left[\frac{\mu(v_{esc})^2}{2C_3} + \frac{1}{R^3} \right]^{-\frac{1}{3}}, \quad (3.14)$$

Sendo v_{esc} a velocidade de escape da armadilha. Para fins de cálculo, usamos como aproximação $v_{esc} \approx 0,7v_c$ [33]. Agora podemos escrever a equação para a curva de carga de um *MOT*:

$$\frac{dN(t)}{dt} = (L - \alpha - \zeta n) N(t), \quad (3.15)$$

Onde $N(t)$ é o número de átomos e n é a densidade de átomos da nuvem armadilhada. Como existe uma dependência, tanto de L quanto de ζ , com as velocidades v_c e v_{esc} respectivamente, podemos aplicar o nosso modelo com gradiente de campo magnético

oscilante e verificar se o número de átomos é afetado (já que tanto v_c quanto v_{esc} dependem de κ).

Primeiramente resolve-se a equação diferencial (3.15) para o caso estacionário em diferentes condições de intensidade do *laser*. A tabela 3.2 fornece os dados usados na simulação. Os resultados são expressos na figura 3.18. Todos os resultados expressos nesta seção e a seguir, foram obtidos numericamente e admitindo as condições iniciais ($x(0) = 0,0065$ e $v(0) = 3\text{ m/s}$).

$\mu' = 4,637 \cdot 10^{-24} \text{ J/T}$	$m_{^{85}\text{Rb}} = 1,418934800 \cdot 10^{-25} \text{ kg}$
$\lambda = 780 \text{ nm}$	$A = 20 \text{ G/cm}$
$s_0 = I_l/I_s$	$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
$\tau = 26,63 \cdot 10^{-9} \text{ s}$	$\delta = -40 \text{ MHz}$
$C_3 = 10 \text{ J} \cdot \text{m}^3$	$V = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$
$\bar{v} = 4 \text{ m/s}$	$P = 1,0 \cdot 10^{-9} \text{ Torr}$
$\sigma_{^{85}\text{Rb}} = 290,7 \cdot 10^{-15} \text{ m}^2$	$T_{cam} = 290 \text{ K}$
$n = 5,3 \cdot 10^{10} \text{ cm}^3$	$k_B = 1,3806503 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
$d = 2x = 13 \text{ cm}$	$c = 299792485 \text{ m/s}$

Tabela 3.2: Com exceção de C_3 (que neste caso foi arbitrário), os dados foram retirados das referências [24,25] para que possamos comparar com dados experimentais descritos em [24].

Os resultados da figura 3.18 estão de acordo, no que diz respeito ao número de átomos, com os resultados experimentais apresentados em [24], ver figura 3.19. Mas existe uma discrepância no tempo de carga. As curvas de carga téoricas (figura 3.18) saturam em um tempo muito menor (pelo menos 10^{-3}) quando comparamos com as curvas de carga experimentais (figura 3.19). Embora esta diferença seja imensa, acreditamos que esta discrepancia não afetará o propósito deste estudo, que consiste em verificar se o número de átomos é afetado pela modulação no campo magnético após a saturação.

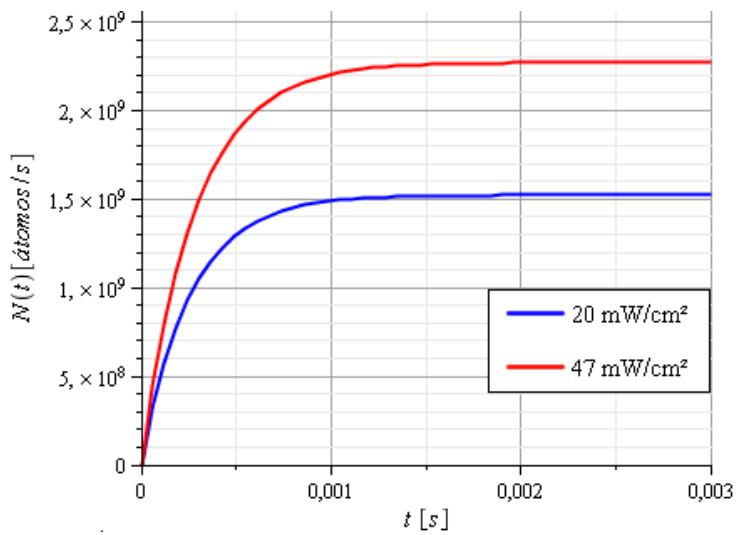


Figura 3.18: Curvas de carga para diferentes tipos de intensidade do *laser*. A teoria se adequa muito bem, em termos de quantidade de átomos, com resultados experimentais apresentados em [24].

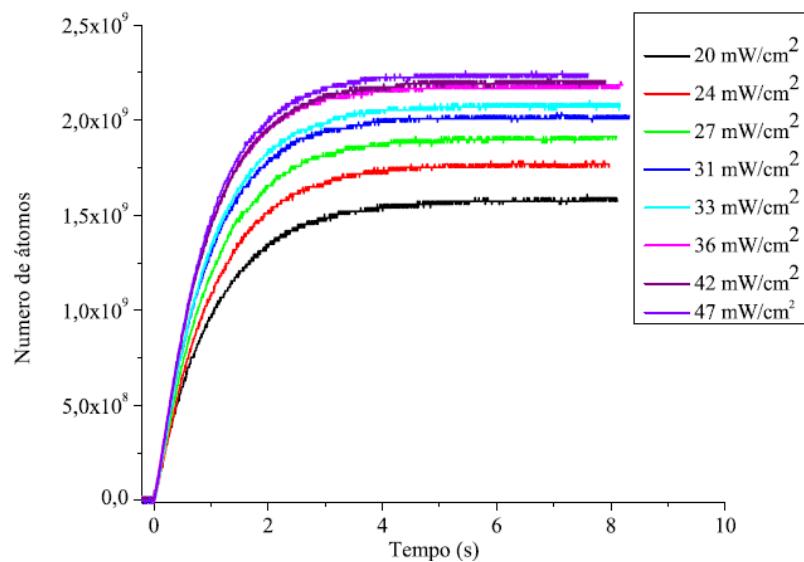


Figura 3.19: Curvas de carga extraídas da referência [24].

Agora que há um modelo para comparar, pode-se aplicar as oscilações propostas pela referência [24] (figura 3.6) e verificar se temos alguma alteração no número de átomos.

Resolvendo a equação (3.15) para as condições de [24], obtém-se resultados semelhantes ao experimental (figura 3.20).

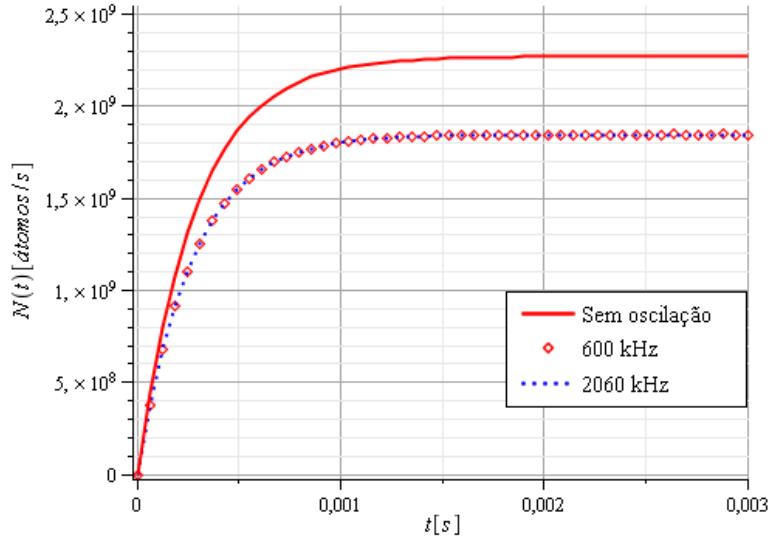


Figura 3.20: Comparação entre as curvas de carga obtidas com oscilação tal qual referência [24].

Ao comparar as figuras 3.2 e figura 3.20, podemos ver que existe uma semelhança muito forte entre as curvas (com exceção do tempo de carga), mas a frequência de 2060 kHz deveria ter proporcionado um aumento no número de átomos (deveria ao menos ter se aproximado da condição onde não há oscilação, de acordo com [24]). Porém, a queda no número de átomos ocasionada pela frequência de 600 kHz é muito coerente com o dado experimental.

Utilizando o mesmo modelo matemático pode-se testar as outras modulações propostas neste trabalho e comparar os resultados obtidos. As modulações senoidal positiva, dente-de-serra e quadrada serão testadas para as condições de 60 Hz e 2,4 kHz , com amplitude de 20 G/cm e $I_l = 47 \text{ mW/cm}^2$. A figura 3.21 expressa os resultados obtidos para a modulação senoidal positiva. Os resultados apresentados na figura 3.21 mostram diferença entre as curvas de carga para as frequências propostas, e ao contrário dos resultados das seções anteriores, a frequência de 60 Hz apresentou um resultado melhor. Mas podemos

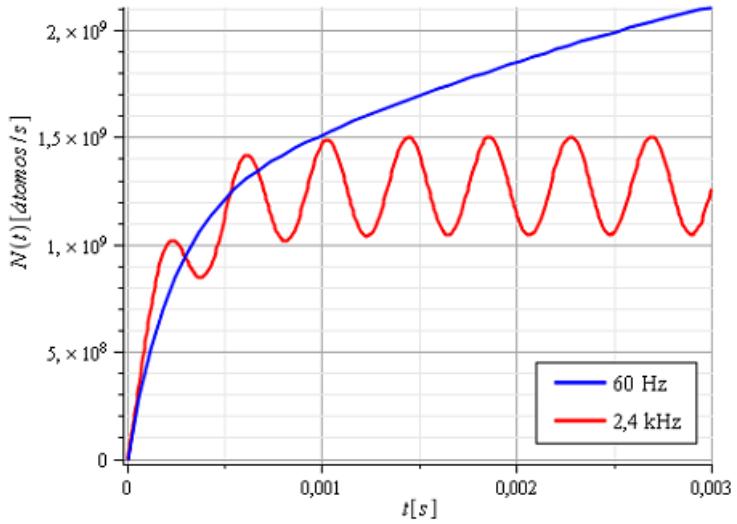


Figura 3.21: Curvas de carga para oscilação senoidal positiva. Aparentemente a condição de $60\ Hz$ oferece maior número de átomos.

aumentar o intervalo de tempo (figura 3.22) e verificar a estabilidade da armadilha.

Ao aumentar o intervalo de tempo, pode-se observar que a modulação do campo magnético molda o comportamento das curvas de carga. Porém, a frequência da modulação altera a amplitude com que o número de átomos armadilhados oscila. Este mesmo comportamento não pôde ser observado na figura 3.2, muito provavelmente porque a frequência da modulação alta, e a baixa amplitude, contribuíram para "mascarar" o comportamento observado na figura 3.22. O mesmo comportamento pôde ser observado para todas as modulações testadas (figuras 3.23 e 3.24).

Infelizmente não foi possível encontrar uma modulação de campo magnético que propiciasse um número de átomos aprisionados maior que quando comparado ao caso estacionário, apesar dos cálculos propostos nas seções anteriores sustentarem alguma vantagem. O próximo passo é verificar experimentalmente a validade da teoria proposta. Outra quantidade que não foi explorada neste trabalho, e acreditamos que possa nos fornecer dados interessantes, é a taxa de perdas na armadilha. Este ponto será objeto de estudo do nosso grupo na sequência deste trabalho.

Um *setup* experimental é proposto na seção seguinte, mas não foi possível realizá-lo a tempo de concluir esta dissertação devido à problemas com os equipamentos do

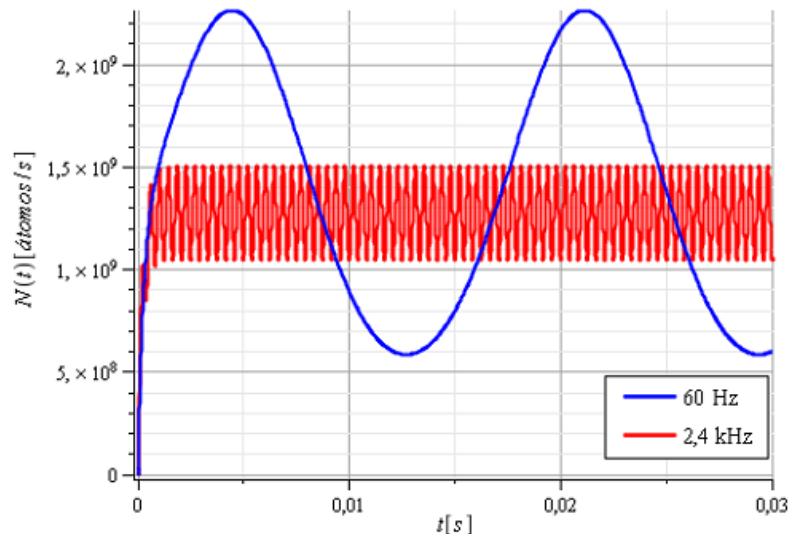


Figura 3.22: Pode-se observar que a curva de carga obtida para a frequência de $60\ Hz$ também apresenta oscilações, o que também não a torna vantajosa para o armadilhamento.

laboratório. Mas este é um passo que já está em andamento e em breve deve-se ter resultados que possibilitem testar o modelo.

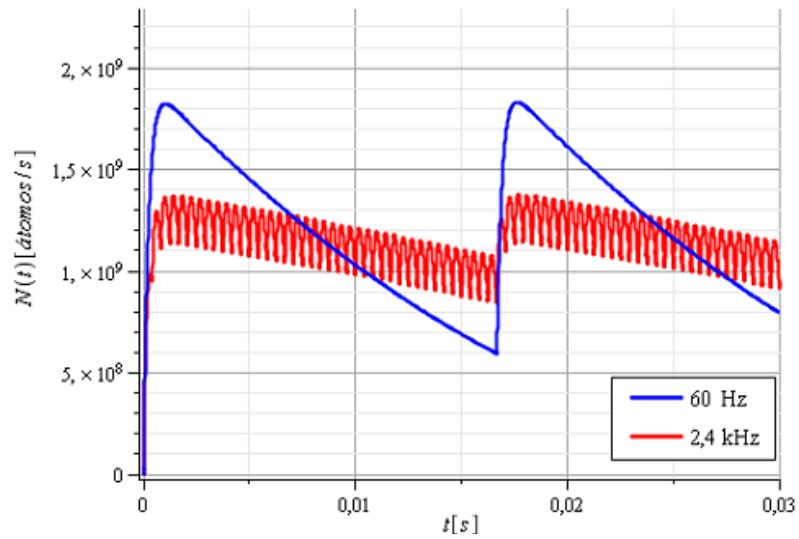


Figura 3.23: Resultados com modulação dente-de-serra. Pode-se observar que esta modulação não aprisiona tantos átomos quanto a modulação senoidal positiva.

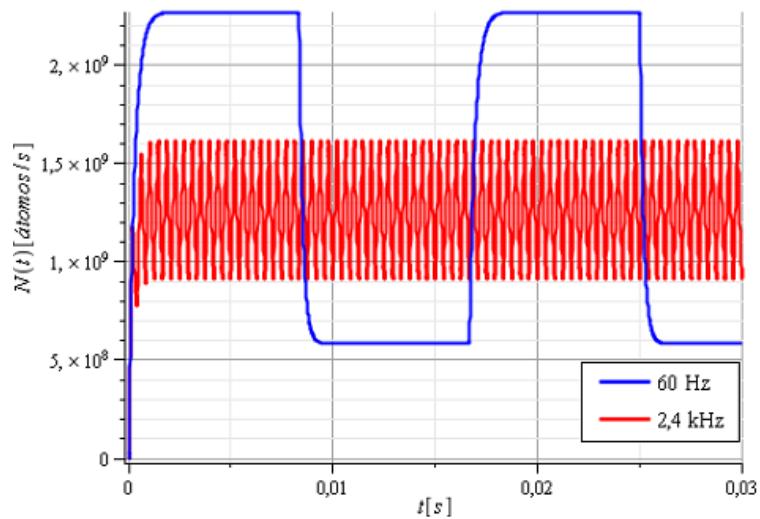


Figura 3.24: Resultados para modulação quadrada.

3.4 Circuito Desenhado para gerar Oscilações Controladas no Campo Magnético

Após a elaboração da teoria, o passo seguinte é construir um *setup* experimental e testar a validade dos resultados obtidos até aqui. Infelizmente, como citamos na seção anterior, problemas técnicos em um dos nossos *lasers* (o de aprisionamento), não nos permitiu testar o modelo proposto. Uma de suas peças principais, o PZT (abreviação para Piezoelétrico), apresentou mal funcionamento.

O PZT é uma peça muito importante para o *laser*, porque possibilita "varrer" faixas de frequência. Esta "varredura" é essencial para ajustar o *laser* nas frequências corretas de absorção do átomo e possibilitar o aprisionamento. O PZT é um semicondutor que é posicionado logo atrás da grade de difração do *laser*, e possui a propriedade física de modificar (muito suavemente) a sua forma quando submetido a uma diferença de potencial. Esta variação suave nas dimensões do PZT é suficiente para deslocar a grade e variar a frequência do *laser*. Esta tecnologia já é bem conhecida e pode ser encontrada em diversos equipamentos eletrônicos, como microfones, relógios, celulares, etc.

Todo o *setup* experimental do nosso laboratório foi confeccionado conforme referência [24], e será usada para o teste da teoria. Porém, se faz necessário construir um dispositivo que module a corrente elétrica que é inserida nas bobinas (já que o *setup* atual não prevê esta possibilidade). Para produzir as modulações no campo magnético do *MOT* foram desenhados dois circuitos bem simples. A ideia é usar a frequência de 60 Hz da rede elétrica, típica da nossa região, diretamente nas bobinas responsáveis pelo gradiente de campo. O primeiro circuito consite apenas em um transformador, ou um conjunto de transformadores, capaz de diminuir a tensão da rede elétrica para aproximadamente 2,5 V (tensão necessária para atingir uma corrente de 2,5 A). Esta corrente será alternada, portanto o campo magnético também será, e de acordo com a teoria proposta neste trabalho, o armadilhamento não será possível.

O outro circuito é um pouco mais elaborado, e é chamado de grampeador de corrente (ou grampeador de tensão). Neste caso, um diodo, um capacitor e uma fonte de tensão contínua são utilizados em conjunto com a tensão da rede elétrica para formar uma modu-

lação senoidal positiva. A tensão da rede fornece o padrão senoidal, enquanto a fonte fornece o *offset* e a corrente necessária para que se tenha uma oscilação sem que a corrente alterne. A figura 3.24 mostra uma simulação realizada no *software* de *design* elétrico.

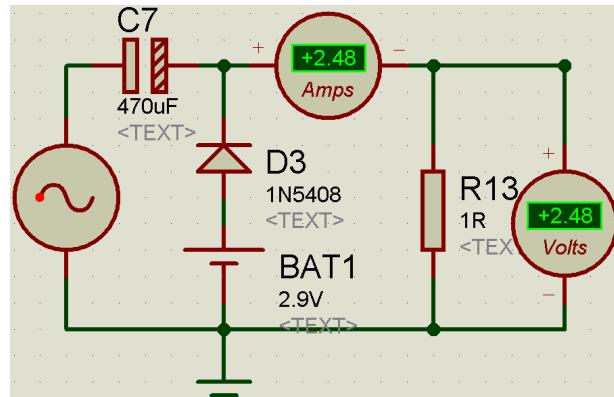


Figura 3.25: Esquema elétrico do grampeador de corrente. A fonte AC fornece 13 V e a resistência R13 representa a resistência da bobina (da ordem de 1 *ohm*), enquanto a bateria representa a fonte de tensão contínua.

Capítulo 4

Conclusões

No decorrer desta investigação, os resultados mostraram que o número de átomos é afetado fortemente pelas modulações no campo magnético, porém não foi possível evidenciar melhorias no processo de armadilhamento que proporcione um aumento no número de átomos em um *MOT* quando comparado ao processo habitual. As modulações propostas para o estudo provocaram perturbações que aumentavam a perda de átomos ou simplesmente faziam a quantidade de átomos armadilhados variar periodicamente. Este estudo será aprofundado na sequência deste trabalho, contemplando inclusive as verificações experimentais.

Porém, foi possível constatar que é possível construir um *MOT* com gradiente de campo magnético modulado, propiciando a captura e o resfriamento de átomos neutros. E que em algumas modulações, como quando comparamos a senoidal positiva com a dente-de-serra, é possível observar diferença nos picos máximos de número de átomos, o que condiz com os resultados expressos na subseção 3.3.4. Outro dado interessante é a forte relação entre a frequência de oscilação do campo e a amplitude da variação no número de átomos armadilhados, relação esta expressa nas figuras 3.22, 3.23 e 3.24.

Embora o modelo se adeque qualitativamente bem aos resultados expostos em [24], cabe ainda como perspectiva de trabalho um aperfeiçoamento do modelo, principalmente no que diz respeio ao tempo de carga. Paralelo a isso, a experimentação também é outro passo importante para o futuro do modelo e que será priorizado pelo grupo no decorrer dos trabalhos.

Este trabalho também abre muitas portas para futuros experimentos na área, pois o modelamento proposto permite modificar vários parâmetros importantes do armadilhamento (como intensidade, gradiente de campo, *detuning*, etc.), e possibilita prever situações que poderão ser observadas em laboratório futuramente. Portanto, os próximos trabalhos do grupo poderão contar com uma boa ferramenta para orientar trabalhos teóricos e experimentais.

Referências Bibliográficas

- [1] R. Fisch, Z. Phys. 86, 42 (1933).
- [2] T. Hansh e A. Shawlow, “*Cooling of gases by laser radiation*”, Opt. Commun.13, 68 (1975).
- [3] R. J. Cook, “*Atomic Motion in resonant radiation: An application of Ehrenfest’s theorem*”, Phys Rev. A, 20 (1979).
- [4] A. Migdall, J. Prodan, W. Phillips, T. Bergeman e H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 54, 2596 (1985).
- [5] T. Bergeman, GidonErez e Harold J. Metcalf, Phys. Rev. A, Volume 35, Number 4, 35, 1535 (1987).
- [6] S. Chu, L. Hollberg, J. Bjorkholm, A. Cable e A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 55, 48 (1985).
- [7] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu e D. Pritchard, Phys. Rev. Lett.59, 2631 (1987).
- [8] C. Monroe, W. Swann, H. Robinson, C. Wieman, Very Cold Atoms in Vapor Cell, Phys. Rev. Lett. 65, 1571 (1990).
- [9] H. J. Metcalf, P. Van der Straten, “*Laser cooling and trapping*”, Springer-Verlag, New York, (1999).
- [10] P. Lett, R. Watts, C. Westbrook, W. Phillips, P. Gould e H. Metcalf, Phys. Rev. Lett. 61, 169 (1988).

- [11] J. Dalibard e C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B 6, 2023 (1989).
- [12] M. Anderson, J. Ensher, M. Matthew, C. Wieman e E. Cornell, *Science* 269, 198 (1995).
- [13] K. Davis; M. Mewes; M. Andrews; N. Van Druten; D. Durfee; D. Kurn; W. Ketterle, “*Bose-Einstein Condensation in a gas of sodium atoms*”, Phys. Rev. Lett. 75, 3969 (1995).
- [14] W. Ketterle, “*When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*”, Nobel Lecture, December 8, (2001).
- [15] E. A. Cornell, C. E. Wieman, “*Bose-Einstein condensation a dilute gas; The first 70 years and some recent experiments*”, Nobel Lecture, December 8, (2001).
- [16] Carl E. Wieman, Leo Hollberg, “*Using diode lasers for atomic physics*”, Rev. Sci. Instrum. 62 (1), Janeiro (1990).
- [17] R. A. S. Zanon, “*Estudo de colisões frias envolvendo mudança de estado eletrônico em ^{85}Rb* ”, Tese de Doutorado, IQSC - USP (2000).
- [18] A. L. Oliveira, “*Estudo em Átomos de Rydberg Frios*”, Tese de Doutorado, UFSCAR, São Carlos (2001).
- [19] A. L. Henn; J. Seman; R. F. Ramos; M. A. Caracanhas; P. Castilho; E. P. Olimpio; G. Roati; D. V. Magalhães; K. M. F. Magalhães; V. S. Bagnato; Physical Review. A, v. 79, p. 043618-1-043618-5, (2009).
- [20] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, A. Cable, “*Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*”, Phys. Rev. Lett. 57, 314 (1986).
- [21] C. Cohen-Tannoudji, J. Dupont-Roc, G. Grynberg, “*Atom-Photon Interactions*”, WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim (2004).
- [22] D. W Sesko, T. G. Walker, and C. E. Wieman, J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 8, No. 5/May (1991).

- [23] S.T. Thornton and J.B. Marion, "Classical Dynamics of Particles and Systems ", (Academic Press, New York, 2004), 5th ed.
- [24] A. R. Fritsch, "Montagem e Caracterização de uma Armadilha Magneto-Óptica de Rubídio", Dissertação de Mestrado, UDESC – Joinville, Agosto (2011).
- [25] D. A. Steck, "Rubidium 85 D Line Data ", Oregon Center for Optics and Department of Physics, University of Oregon, (2010).
- [26] J. K. Stockton, "Continuous Quantum Measurement of Cold Alkali-Atom Spins ", Phd Thesis, California Institute of Technology, (2007).
- [27] A. R. L. Caires, G. D. Telles, M. W. Mancini, L. G. Marcassa, V. S. Bagnato, Brazilian Journal of Physics, vol. 34, no. 4A, December, (2004).
- [28] S. R. Muniz, K. M. F. Magalhães, Ph. W. Courteille, M. A. Perez, L. G. Marcassa, and V. S. Bagnato, Phys. Rev. A 65 015402, (2001).
- [29] M. R. Loos, S. B. Massardo, R. A. De S. Zanon, and A. L. Oliveira, Phys. Rev. A 72, 025403, (2005).
- [30] K. M. F. Magalhães, "Medida do Tempo de Vida de Estados de Rydberg em Átomos Frios de ^{85}Rb ", Dissertação de Mestrado, IFSC-USP (1999).
- [31] H. Z. He, "Construção de uma armadilha magneto-ótica para aplicações em informação quântica e física atômica", Tese de Doutorado, IF-USP, São Paulo (2009).
- [32] G. D. Telles, V. S. Bagnato, and L. G. Marcassa, Phys. Rev. Lett. 86, 4496 (2001).
- [33] K. M. F. Magalhães, S. R. Muniz, G. D. Telles, Ph. W. Courteille, V. S. Bagnato, and L. G. Marcassa, Laser Physics, Vol. 12, No. 1, (2002).