UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Seminário de Iniciação Científica Universidade do Estado de Santa Catarina 27º SIC UDESC

SIMULAÇÕES NUMÉRICAS UTILIZANDO O MÉTODO DOS AUTÔMATOS CELULARES.

Guilherme Henrique Trindade da Silva [1], Ben Hur Bernhard [2]

[1] Acadêmico do Curso de Licenciatura em Física UDESC-CCT - bolsista PIBIC/CNPq
[2] Orientador, Departamento de Física UDESC-CCT – benhur.bernhard@udesc.br

Palavras-chave: simulações numéricas, autômatos celulares, criticalidade auto-organizada, pilha de areia, lei de potência.

1 OBJETIVO

Utilizando o método dos autômatos celulares no modelo da pilha de areia, mostramos que, tanto a abordagem determinística, onde a pilha começa com um número pré-determinado de grãos, quanto a abordagem aleatória, onde é gerado um número aleatório para cada sítio da matriz, levam à mesma lei de potência, cuja inclinação da reta, chamada de t, vale aproximadamente 1. Com os dados obtidos, também mostramos que o sistema atinge um ponto crítico de número de grãos e que essa quantidade se mantém estável após esse ponto crítico.

2 METODOLOGIA

Realizamos simulações numéricas, em Fortran, onde geramos uma matriz, que pode começar com os sítios todos zerados ou com um número natural aleatório. Após a criação da matriz, o programa simula a queda de um grão de areia no sítio central da matriz. Quando esse sítio atinge uma determinada altura, o programa retira uma determinada quantidade de grãos desse sítio e espalha para os sítios ao lado. Assim, chamamos de z a altura da pilha de areia e estipulamos um valor máximo para essa altura, que foi $z = 4$. Dessa forma, cada vez que o sítio apresenta um número maior ou igual à quatro, ocorre uma avalanche (queda dos grãos de uma pilha para os sítios ao lado). Aí, se $z(i,j) \geq 4$, então,

$$z(i,j) = z(i,j) - 4$$
$$z(i \pm 1, j) = z(i \pm 1, j) + 1$$
$$z(i, j \pm 1) = z(i, j \pm 1) + 1$$

Onde o sinal de igualdade ($=$) indica uma atribuição de valor, e não uma igualdade matemática. Esse método foi executado 1 $milhão$ de vezes em uma matriz 100×100.

3 RESULTADOS

Para o caso determinístico, onde a matriz inicial era nula, apenas uma execução foi necessária, pois todos os resultados de outras execuções são iguais. Já para o modelo aleatório, cada execução gerava números diferentes. Portanto, executamos o programa diversas vezes e fizemos uma média dos valores obtidos, para podermos construir um gráfico e comparar os resultados obtidos.

Para construir o gráfico, pegamos a maior quantidade de avalanches que aconteceu e a dividimos em intervalos. Dentro de cada intervalo, contamos quantas avalanches aconteceram. Como visto em outras pesquisas, este número segue a equação $N(s) = s^t$, onde $N(s)$ é a quantidade de avalanches de tamanho s e t é a inclinação da reta, pois $\ln\big(N(s)\big) = t \cdot \ln(s)$.

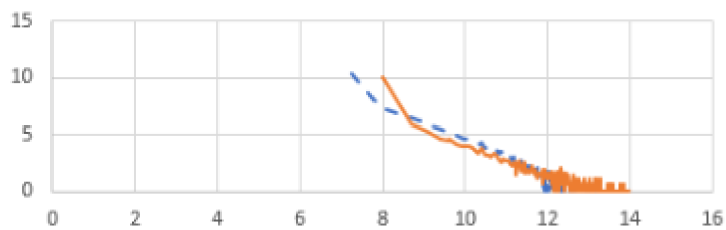

Fig. 1 *Gráfico comparando os dados dos modelos aleatório e determinístico.*

A linha tracejada representa o caso aleatório e, a linha contínua, o determinístico. Como pode-se observar, o resultado encontra-se dentro do esperado, pois as linhas da lei de potência são parecidas. Fazendo uma média das duas, o coeficiente obtido foi $-1{,}2726$, que é um valor próximo ao esperado.

Como o caso aleatório já começa com uma quantidade x de grãos, a tendência é que esse número se mantenha estável. Já o modelo determinístico apresenta, primeiramente, um crescimento no número de grãos e, após um determinado ponto, atinge a chamada "criticalidade auto-organizada", pois o sistema se mantém estável em torno de um valor.

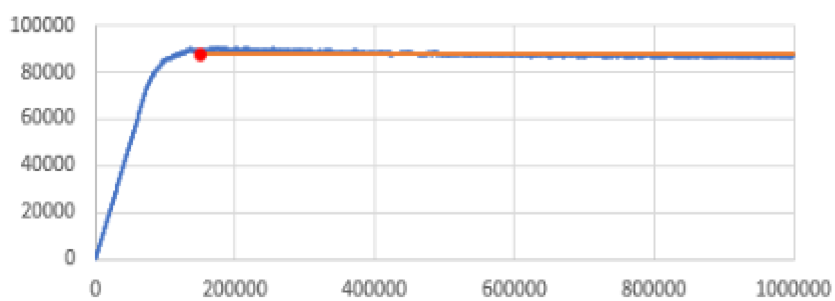

Fig. 2 *Gráfico da quantidade de grãos no sistema determinístico.*

4 BIBLIOGRAFIA

GIORDANO, Nicholas J; NAKANISHI, Hisao. *Computational Physics*. 2ª Edição. Pearson, 2006.

GLERIA, Iram; MATSUSHITA, Raul; DA SILVA, Sérgio. Sistemas complexos, criticalidade e leis de potência. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 26, n. 2, 2004.

CARNEIRO, M. V.; CHARRET, I. C.. A criticalidade auto-organizada na pilha de areia. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. v. 27, n. 4, 2005.