

UNIVERSALIDADES DE SISTEMAS HAMILTONIANOS

Tulio Meneghelli de Oliveira ¹, César Manchein ²

¹ Acadêmico(a) do Curso de Licenciatura em Física - CCT - bolsista PIBIC/CNPq

² Orientador, Departamento de Física – CCT – cmanchein@udesc.br

Palavras-chave: Mapa padrão. Rede de mapas. Expoente de Lyapunov.

Neste projeto de iniciação científica estudamos a dinâmica um sistema de mapas padrão acoplados, onde cada mapa descreve o comportamento de uma partícula. O acoplamento entre os mapas desta rede é dado de forma que cada um dos mapas constituintes é ligado a seus primeiros vizinhos. Por exemplo, numa rede que possui três mapas, o mapa de número dois está acoplado ao mapa de número um e de número três, já o mapa de número três está ligado ao de número dois e ao de número um, sendo que o acoplamento com este mapa é dado via condição de contorno periódica, conforme definido por:

$$\begin{aligned} p_{t+1}^{(i)} &= p_t^{(i)} + K \cdot \sin(2\pi \cdot x_t^{(i)}) + \beta \cdot f(x_t) \\ x_{t+1}^{(i)} &= x_t^{(i)} + p_{t+1}^{(i)} \end{aligned}$$

Onde $f(x_t)$ é dada por:

$$f(x_t) = \sin[2\pi(x_t^{(i+1)} - x_t^{(i)})] + \sin[2\pi(x_t^{(i-1)} - x_t^{(i)})]$$

Onde x é a posição da partícula, p o momento conjugado. Para a realização do estudo numérico da dinâmica de tal sistema, utilizamos a teoria dos grandes desvios, que propõe a caracterização estatística das medidas feitas sobre algum observável do sistema. No nosso caso, o observável escolhido foi o maior expoente de Lyapunov a tempo finito (ELTF), e o estudo estatístico mencionado acima foi realizado a partir da análise da dependência temporal da área abaixo da cauda da distribuição do maior ELTf.

Na Figura 1 apresentamos as distribuições do maior ELTf obtido para um *ensemble* de 10^8 condições iniciais escolhidas no mar de caos. Observamos que quanto maior o valor de n , menor é a área abaixo da cauda da distribuição, e esta área está diretamente ligada à proporção de ELTf de trajetórias que foram aprisionadas por domínios de regularidade imersos no mar de caos que constitui o espaço de fases. Conforme o sistema evolui no tempo, percebemos que a área da cauda diminui, pois, os valores do ELTf aproximam-se do valor real do expoente de Lyapunov (a tempo infinito). Através desta medida conseguimos prever com que velocidade ocorre o decaimento das correlações temporais do sistema, que conforme a literatura relacionada a apenas um mapa padrão deve seguir uma lei polinomial conforme discutido em detalhes a seguir.

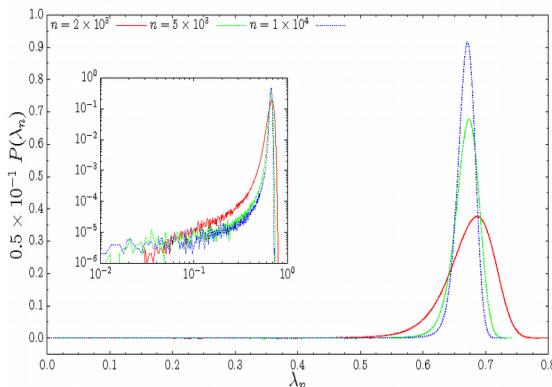


Figura 1: Distribuição dos ELTF para o caso em que beta = 10^-2.

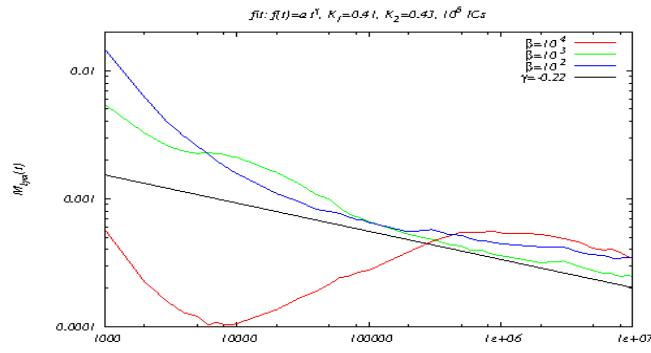


Figura 2: Decaimento das correlações temporais para um sistema com dois mapas padrão acoplados.

Outro resultado bastante relevante foi a obtenção das curvas do decaimento das correlações temporais para diferentes valores do acoplamento. Sabe-se que o decaimento das correlações temporais de mapas hamiltonianos bidimensionais deve seguir a lei polinomial $f(t) = a \cdot t^{-b}$, onde $b=1,6$. Nosso objetivo é determinar o valor de b quando acoplamos dois mapas padrão. Para isso, apresentamos na Figura 2 o decaimento da área da cauda dos maiores ELTF das distribuições para três valores de acoplamento diferentes. Nota-se que, no estado assintótico, independente do valor de Beta, para um tempo suficientemente longo as curvas do decaimento apresentam comportamento muito similar, aproximando-se da reta caracterizada pelo coeficiente angular $y=0.22$. Isto sugere que, para dois mapas acoplados, existe um comportamento universal de decaimento das correlações temporais para o intervalo de Beta = [10^-4, 10^-2]

Estes resultados são promissores, pois não há na literatura estudo realizado que apresente os mesmos. Testes estão sendo feitos para um sistema com três mapas, e os resultados preliminares se mostraram satisfatórios, no que se refere a existência de um comportamento universal de decaimento das correlações temporais independente do número de mapas acoplados.