

## UNIVERSALIDADES DE SISTEMAS HAMILTONIANOS

Tulio Meneghelli de Oliveira <sup>1</sup>, César Manchein <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Acadêmico(a) do Curso de Licenciatura em Física - CCT - bolsista PIBIC/CNPq

<sup>2</sup> Orientador, Departamento de Física – CCT – cmanchein@udesc.br

Palavras-chave: Mapa padrão. Rede de mapas. Expoente de Lyapunov.

Neste projeto de iniciação científica estudamos a dinâmica um sistema de mapas padrão acoplados, onde cada mapa descreve o comportamento de uma partícula. O acoplamento entre os mapas desta rede é dado de forma que cada um dos mapas constituintes é ligado a seus primeiros vizinhos. Por exemplo, numa rede que possui três mapas, o mapa de número dois está acoplado ao mapa de número um e de número três, já o mapa de número três está ligado ao de número dois e ao de número um, sendo que o acoplamento com este mapa é dado via condição de contorno periódica, conforme definido por:

$$p_{t+1}^{(i)} = p_t^{(i)} + K \cdot \sin(2\pi \cdot x_t^{(i)}) + \beta \cdot f(x_t) \\ x_{t+1}^{(i)} = x_t^{(i)} + p_{t+1}^{(i)}$$

Onde  $f(x_t)$  é dada por:

$$f(x_t) = \sin[2\pi(x_t^{(i+1)} - x_t^{(i)})] + \sin[2\pi(x_t^{(i-1)} - x_t^{(i)})]$$

Onde  $x$  é a posição da partícula,  $p$  o momento conjugado. Para a realização do estudo numérico da dinâmica de tal sistema, utilizamos a teoria dos grandes desvios, que propõe a caracterização estatística das medidas feitas sobre algum observável do sistema. No nosso caso, o observável escolhido foi o maior expoente de Lyapunov a tempo finito (ELTF), e o estudo estatístico mencionado acima foi realizado a partir da análise da dependência temporal da área abaixo da cauda da distribuição do maior ELTF.

Na Figura 1 apresentamos as distribuições do maior ELTF obtido para um *ensemble* de  $10^8$  condições iniciais escolhidas no mar de caos. Observamos que quanto maior o valor de  $n$ , menor é a área abaixo da cauda da distribuição, e esta área está diretamente ligada à proporção de ELTF de trajetórias que foram aprisionadas por domínios de regularidade imersos no mar de caos que constitui o espaço de fases. Conforme o sistema evolui no tempo, percebemos que a área da cauda diminui, pois, os valores do ELTF aproximam-se do valor real do expoente de Lyapunov (a tempo infinito). Através desta medida conseguimos prever com que velocidade ocorre o decaimento das correlações temporais do sistema, que conforme a literatura relacionada a apenas um mapa padrão deve seguir uma lei polinomial conforme discutido em detalhes a seguir.

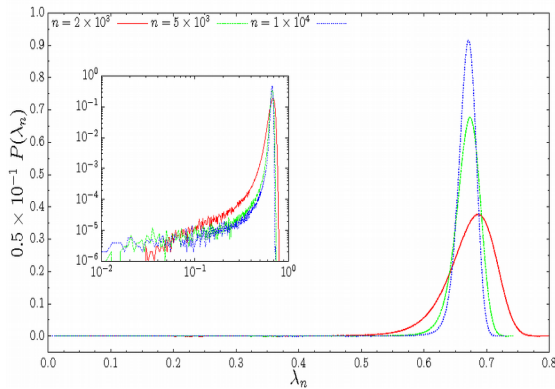


Figura 1: Distribuição dos ELTF para o caso em que  $\beta = 10^{-2}$ .

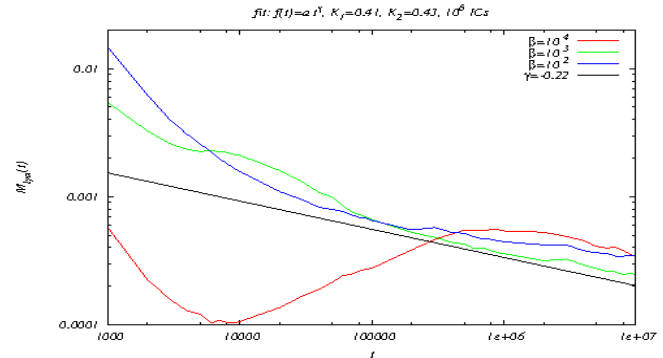


Figura 2: Decaimento das correlações temporais para um sistema com dois mapas padrão acoplados.

Outro resultado bastante relevante foi a obtenção das curvas do decaimento das correlações temporais para diferentes valores do acoplamento. Sabe-se que o decaimento das correlações temporais de mapas hamiltonianos bidimensionais deve seguir a lei polinomial  $f(t) = a \cdot t^{-b}$ , onde  $b=1,6$ . Nosso objetivo é determinar o valor de  $b$  quando acoplamos dois mapas padrão. Para isso, apresentamos na Figura 2 o decaimento da área da cauda dos maiores ELTF das distribuições para três valores de acoplamento diferentes. Nota-se que, no estado assintótico, independente do valor de  $\beta$ , para um tempo suficientemente longo as curvas do decaimento apresentam comportamento muito similar, aproximando-se da reta caracterizada pelo coeficiente angular  $\gamma=0.22$ . Isto sugere que, para dois mapas acoplados, existe um comportamento universal de decaimento das correlações temporais para o intervalo de  $\beta = [10^{-4}, 10^{-2}]$ .

Estes resultados são promissores, pois não há na literatura estudo realizado que apresente os mesmos. Testes estão sendo feitos para um sistema com três mapas, e os resultados preliminares se mostraram satisfatórios, no que se refere a existência de um comportamento universal de decaimento das correlações temporais independente do número de mapas acoplados.