ARQUIMEDES E A ESFERA

Polyana Benk [1], Elisandra Bar de Figueiredo [2]

[1] Acadêmica do Curso de licenciatura em matemática CCT - bolsista PIVIC/UDESC.
[2] Orientador, Departamento de matemática CCT – elis.b.figueiredo@gmail.com

Palavras-chave: Volume da esfera. Arquimedes. História.

Nosso trabalho consistiu em pesquisar as demonstrações feitas por Arquimedes com relação ao volume da esfera. Começando com a demonstração pelo equilíbrio da balança, seguimos a demonstração mais rigorosa por dupla redução ao absurdo e, por fim, a relação preferida de Arquimedes que envolve uma esfera e um cilindro. Incluindo também algumas construções feitas na impressora 3D.

Segundo Eves (2011), Arquimedes determinava áreas e volumes cortando-os em tiras planas ou fatias paralelas finas que pendurava na extremidade de uma alavanca e equilibrava com áreas ou volumes conhecidos. Para o volume da esfera ele usou um cilindro e um cone.

Utilizando a impressora 3D do departamento de matemática da UDESC, construímos a balança de Arquimedes, que pode ser vista na Figura 2. O raio da esfera construída é $r = 4$ cm o que nos dá um cone e um cilindro de altura e raio da base de 8 cm. Na impressora 3D fizemos os sólidos vazados e os preenchemos com gesso, o que foi uma tarefa um tanto quanto difícil pois precisávamos preparar o gesso e manter sempre a mesma densidade.

Porém, Arquimedes não se satisfazia com esse método, recorrendo "ao método da exaustão para fornecer uma demonstração mais rigorosa" (EVES, 2011, p.423). Então, ele, fez uma demonstração matemática por dupla redução ao absurdo, ou seja, ele supôs o volume encontrado no método anterior como verdadeiro e mostrou que aquela igualdade teria que ser verdadeira, pois o volume da esfera não poderia ser menor nem maior que aquele valor. Contudo, para essa demonstração Arquimedes não utilizou o cilindro, ele fez a comparação com o cone somente. Ele diz que toda esfera é igual a 4 vezes o cone de raio da base e altura r. Tal demonstração pode ser encontrada no livro *works of archimedes* (HEATH, 1897).

Após as demonstrações da balança e da dupla redução ao absurdo, Arquimedes demonstrou o chamado teorema favorito de Arquimedes que diz que: **o cilindro é uma vez e meia a esfera em área e volume**, ou seja, Arquimedes provou que:

$$A_c = \frac{3}{2}A_e \text{ e } V_c = \frac{3}{2}V_e,$$

em que, A_c é a área do cilindro, A_e é a área da esfera, V_c é o volume do cilindro e V_e é o volume da esfera. Segundo Garbi "Arquimedes considerava essa sua mais bela descoberta, tanto que pediu que, quando morresse, sobre seu túmulo fossem gravados um cilindro e uma esfera nela inscrita, acompanhados da relação 3/2 que os une." (2010, p.90).

O teorema favorito de Arquimedes também foi construído na impressora 3D, com uma esfera inscrita a um cilindro de raio da base $r = 4$ cm e altura $h = 8$ cm, tendo assim uma esfera de raio

$r = 4$ cm. O cilindro tem um corte na sua lateral, para que seja possível visualizar a esfera dentro dele como pode ser observado na Figura 1.

Fig. 1 *Esfera inscrita no cilindro.*

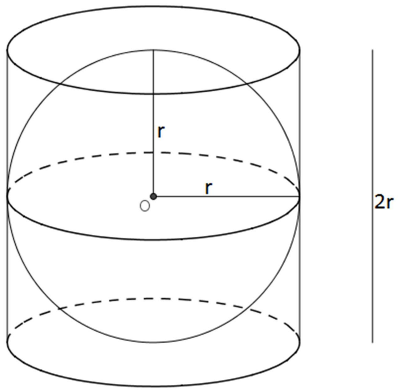

Fig. 2 *Balança de Arquimedes*

Referências:

EVES, Howard. **Introdução à História da Matemática**, tradução Hygino H. Domingues, Campinas-SP: Editora da UNICAMP, 2011.

GARBI, Gilberto Geraldo. **A rainha das ciências:** um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. 5 ed. São Paulo: editora livraria da física, 2010.

HEATH, Thomas Little. **The Works of Archimedes.** Londres: Cambridge University Press, 1897.