DINÂMICA DE UM MAPA PADRÃO DISSIPATIVO TRIDIMENSIONAL

Fillipe Gross Moraes[1], César Manchen[2]

[1] Acadêmico do Curso de Licenciatura em Física – CCT-UDESC – bolsista voluntário – fillipe.g.moraes@gmail.com
[2] Orientador, Departamento de Física – CCT-UDESC – cesar.manchein@udesc.br

Palavras-chave: sistema dinâmico, mapa padrão, caos, espectros de Lyapunov.

A teoria dos Sistemas Dinâmicos é utilizada para descrever problemas que evoluem temporalmente e aparecem tanto na Física, como em outras áreas como Biologia, Meteorologia, Economia, entre outras. Assim, podemos citar a previsão climática, o avanço de um vírus numa população, ou ainda, a previsão de bolsas de valores por meio de sistemas dinâmicos. Existem basicamente, duas categorias de Sistemas Dinâmicos: (i) os **fluxos**, sendo o tempo uma variável contínua; e (ii) os **mapas**, onde o tempo é uma variável discreta.

Realizamos um estudo numérico do Mapa-Padrão (MP) de Chirikov-Taylor, ao qual podemos associar à dinâmica de um rotor pulsado. Neste mapa verificou-se a transição da dinâmica regular para a caótica conforme alteramos o valor do parâmetro de não-linearidade $\boldsymbol{K_1}$, que seria a amplitude do quique periódico. Posteriormente, realizamos um estudo do Mapa-Padrão Modificado, que seria o MP com a inserção de uma dimensão extra em que se observou como ocorria a transição das órbitas estáveis para o mar de caos com a inserção de uma variável extra.

Finalmente, iniciamos um estudo do Mapa Padrão Modificado Dissipativo. O mapa utilizado na pesquisa é o descrito por:

$$M = \begin{cases} p_{n+1} = p_n + \frac{K_1}{2\pi} sin(2\pi x_n) + \frac{\delta}{2\pi} sin(2\pi z_n) & [mod 1], \\ z_{n+1} = \gamma z_n + \frac{K_2}{2\pi} sin(2\pi x_n) & [mod 1], \\ x_{n+1} = x_n + p_{n+1} & [mod 1], \end{cases} \tag{1}$$

em que x representa um ângulo enquanto que p e z são duas ações. Os parâmetros K_1 e K_2 são as amplitudes das não linearidades do mapa padrão original e dimensão adicional, respectivamente, delta o parâmetro de acoplamento e gamma o parâmetro que controla o amortecimento do sistema.

O nosso objetivo é realizar uma análise do Mapa Padrão Modificado com inserção de um parâmetro de dissipação γ na variável de ação extra, verificando qual a influência do acoplamento da terceira dimensão “*z*” no plano *x versus p*. O determinante da matriz Jacobiana do sistema dado pela equação (1) resulta em γ, desta forma, se ele for igual a 1, o sistema passa a ser conservativo, porém, quando $\gamma \to 0$ este sistema torna-se dissipativo. Segundo o teorema de Liouville o hipervolume do espaço de fases se conserva para sistemas conservativos e se contraí para sistemas dissipativos mais rapidamente a medida que gamma decresce. Em sistemas dissipativos ocorre, também, o aparecimento de conjuntos invariantes chamados atratores e para o qual as trajetórias convergem num tempo longo o suficiente.

A obtenção de dados foi feita via simulação numérica utilizando o programa FORTRAN. Posteriormente, foram geradas figuras, a partir dos dados obtidos, no programa GNUPLOT e convertidas em PNG via programa GIMP. Todos os programas foram utilizados com o sistema operacional LINUX. Fixamos os parâmetros K_1=K_2=2,6 por estes já terem sido utilizados em trabalhos anteriormente desenvolvidos pelo orientador. Os valores de δ utilizados foram: 10^{-1} (caso em que o termo z está acoplado); 10^{-4} (pouco acoplado); e 10^{-7} (fracamente acoplado). Para o parâmetro γ foram utilizados valores no intervalo de [0,1], sendo alterado o valor em 10^{-1} unidade. Utilizamos 20 condições iniciais, sendo que cada condição foi escolhida no mar de caos [(x_0,p_0)=(0:0,2),(0:0,2)]) do mapa padrão original (longe das ilhas de regularidade) enquanto que a condição inicial para a dimensão extra sempre foi nula. Cada condição inicial foi iterado por 5000 vezes, totalizando 10^5 pontos.

Observamos que quando diminuímos o valor do parâmetro γ a quantidade de pontos no plano *x versus p* diminui consideravelmente, sugerimos que a dissipação é tão forte que os pontos não conseguem adentrar no plano *x versus p*. Na **Fig.1**, temos o caso sem dissipação (γ=1), sistema conservativo, onde aparecem quatro ilhas secundárias, estas invadidas por pontos que saíram do plano *x versus p* e retornaram para dentro das ilhas secundárias através da dimensão, no caso bidimensional estas ilhas seriam impenetráveis. Se diminuirmos o valor de gamma, os pontos começam a convergir próximo às ilhas secundárias formando atratores e na região onde ocorria a ilha de regularidade primária há uma ausência de pontos, pois, estes são capturados pela variação de ação adicional. Na **Fig. 2**, onde temos o caso com dissipação (γ=0,1) observamos o aparecimento de atratores, localizados nas coordenadas das quatro ilhas secundárias observadas na Fig. 1.

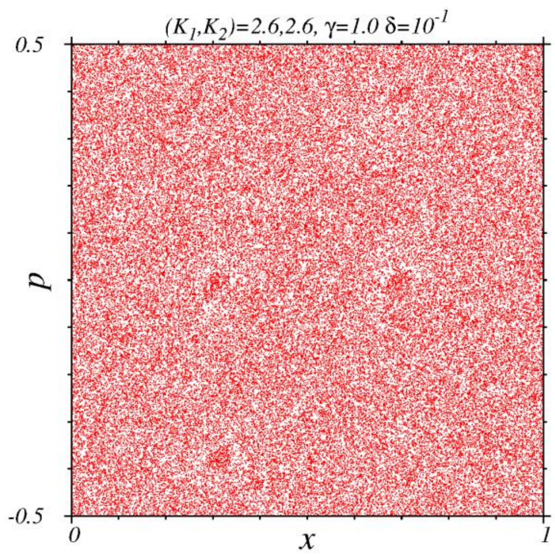

Fig. 1 *Mapa Padrão Modificado conservativo.*

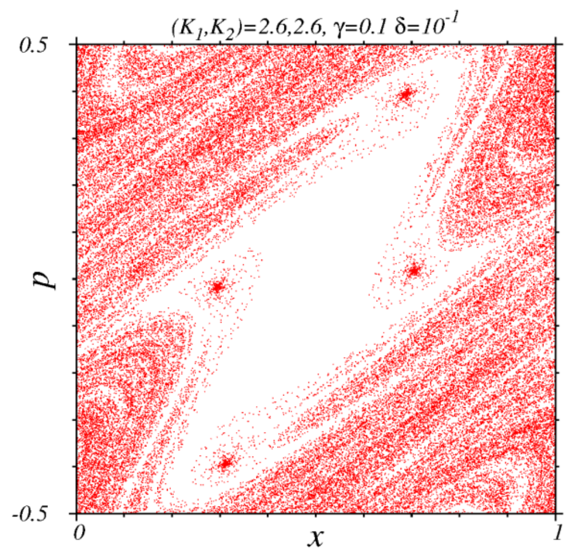

Fig. 2 *Mapa Padrão Modificado dissipativo.*

A próxima etapa da pesquisa será a construção de um espaço de parâmetros para investigarmos a influência dos mesmos na dinâmica global do sistema.