MULTIESTABILIDADE E ORGANIZAÇÃO DE PERÍODOS EM UM OSCILADOR VAN DER POL - DUFFING

Vinícius Wiggers [1], Paulo Cesar Rech [2]

[1] Acadêmico(a) do Curso de Licenciatura em Física CCT - bolsista PIBIC/CNPq
[2] Orientador, Departamento de Física – paulo.rech@udesc.br.

Palavras-chave: Van der Pol-Duffing. Oscilador. Expoente de Lyapunov.

Foi investigada a dinâmica do oscilador de Van der Pol-Duffing, modelado por uma equação diferencial de segunda ordem com cinco parâmetros, dada por (1)

$$\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \omega_0^2 x + \alpha x^3 = f\cos(\omega t)$$

onde f e ω são a amplitude e a frequência angular do forçamento externo e os demais parâmetros correspondem ao sistema sem forçamento.

Os resultados da pesquisa foram obtidos através de simulações numéricas utilizando programas escritos em C e FORTRAN. Todos os cálculos foram feitos no laboratório computacional de dinâmica não linear do CCT. Para facilitar os cálculos dos espaços de parâmetros a equação que modela o oscilador foi reescrita como um sistema de três equações diferenciais de primeira ordem.

A integração do sistema foi feita utilizando o método de Runge-Kutta de quarta ordem. O espaço de parâmetros analisado foi f x ω, os parâmetros correspondentes ao forçamento externo. Os demais parâmetros foram mantidos fixos. Cada um dos espaços de parâmetros é composto por 1000000 de pontos, ou seja, uma malha 1000x1000. Para cada um desses pontos do espaço de parâmetros foi calculado os três expoentes de Lyapunov. A partir desses expoentes foi determinado o comportamento do sistema. Quando o maior expoente é igual a zero, e os outros dois negativos temos periodicidade. Para os dois maiores expoentes iguais a zero e o terceiro negativo temos quaseperiodicidade. Quando o maior expoente é positivo, e o segundo igual a zero temos caos.

O parâmetro ω foi variado entre 2 e 5, e o parâmetro f foi variado entre 1 e 10. Com os resultados da simulação numérica e a análise dos expoentes de Lyapunov, gerou-se a figura 1. Na figura, a cor preta representa periodicidade, vermelho representa caos e ciano representa quaseperiodicidade. Foi feita uma segunda figura posteriormente, uma ampliação de uma região da figura 1, com ω entre 2,3 e 3,0 e f entre 1 e 4. Devido ao limite de figuras, a segunda não foi incluída neste resumo, entretanto, a análise referente a esta foi exatamente a mesma.

Utilizando o mesmo método de cálculos e análise através do expoentes de Lyapunov, foram geradas bacias de atração para dois pontos do espaço de parâmetro. Neste caso, os parâmetros são fixados, e varia-se as condições iniciais. Na figura 2, ω=3,25 e f=5. A cor amarela representa condições iniciais que lavam a atratores caóticos, e as regiões em azul a condições iniciais que levam a atratores de período 3.

Os resultados da pesquisa, junto com resultados obtidos pelo professor orientador foram descritos em um artigo [1] publicado na revista Chaos, Solitons & Fractals, em agosto de 2017.

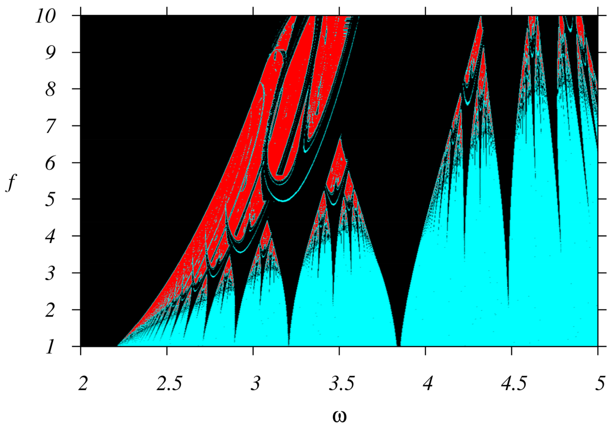
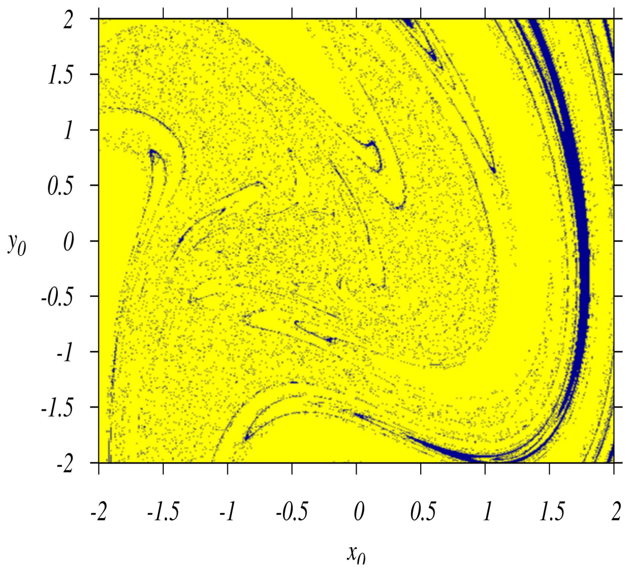


Fig. 1: Espaço de parâmetro f x ω



Referências

[1] WIGGERS, VINÍCIUS; RECH, PAULO C. . Multistability and organization of periodicity in a Van der Pol-Duffing oscillator. CHAOS SOLITONS & FRACTALS, v. 103, p. 632-637, 2017.