UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

CONCURSO PÚBLICO – 01/2022

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Na sequência são apresentadas as questões elaboradas pela banca, a serem respondidas pelo candidato **(nº de inscrição ______________)**, conforme a Área de Conhecimento.

Questão 1

O triângulo ABC é equilátero e cada lado mede l. Num sistema de coordenadas em que a origem é equidistante de A, B e C e o ponto C está sobre o eixo OY, quais são as coordenadas dos três vértices?

Questão 2

Determine o polinômio característico, encontre os autovalores e exiba uma base de autovetores para a matriz.

$$\begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -4 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Questão 3

Utilizando a série de Maclaurin para e^x e suas variantes, determine a série de potências para $\operatorname{senh}(x)$. Demonstre que ela converge para todo x.

Questão 4

"Teorema: Seja σ uma superfície paramétrica lisa representada pela equação vetorial $\mathbf{r} = \mathbf{r}(u,v)$ em que (u,v) varia numa região R no plano uv. Se as funções componentes do campo vetorial $\mathbf{F}$ forem contínuas em σ e se $\mathbf{n}$ determinar a orientação positiva de σ, então

$$\Phi = \iint_{\sigma} \mathbf{F} \bullet \mathbf{n} dS = \iint_{R} \mathbf{F} \bullet \left(\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial u} \times \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial v} \right) dA$$

Onde entende-se que o integrando do lado direito da equação deve ser dado em termos de u e v."

Use o teorema descrito nesta questão para calcular o fluxo do campo vetorial $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{k}$ através da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

Questão 5

Use coordenadas esféricas para encontrar o centróide do sólido limitado acima pela esfera $\rho = 4a$ e abaixo pelo cone $\phi = \dfrac{\pi}{3}$.

CONCURSO PÚBLICO – 01/2022

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Na sequência são apresentadas as questões elaboradas pela banca, a serem respondidas pelo candidato **(nº de inscrição ________________)**, conforme a Área de Conhecimento.

Questão 6

Um tanque contém 1000 L de água pura. No instante $t = 0$, uma mistura de água com sal é despejada no tanque a uma vazão de 10 L/min, sendo que cada litro contém 5 gramas de sal. Um agitador mantém a mistura homogênea, sendo esta drenada do tanque à mesma taxa. Após 15 minutos, o processo é interrompido e o tanque passa a ser abastecido por água pura a uma vazão de 5 L/min e a solução é drenada do tanque à mesma taxa. Determine a quantidade de sal no tanque depois de 30 minutos.

Questão 7

Dado o PVI a seguir. Resolva numericamente o problema aplicando o método de Euler de modo a obter o valor da função no ponto $x = 1$. Utilize passo $h = 0{,}5$ e h=0,2. Compare seus resultados com a solução analítica do mesmo. Use um esboço gráfico para interpretar as soluções obtidas. Descreva, se necessário.

$$\begin{cases} y' = 0{,}3y \\ y(0) = 10 \end{cases}$$

Questão 8

Seja o problema de valor de contorno a seguir. Utilizando o método das diferenças finitas centradas, formule o sistema de equações a ser resolvido para uma malha com 7 nós, sendo 5 deles internos. A formulação é unidimensional. Não é necessária a solução do sistema, apenas escreva a matriz ampliada A do sistema. Use h constante.

$$\begin{cases} y'' - y' + 2y = 4x \\ y(0) = 1 \\ y(1) = 3 \end{cases}$$

____

Presidente da Banca Examinadora

UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

CONCURSO PÚBLICO – 01/2022

PROVA ESCRITA DE MATEMÁTICA

Na sequência são apresentadas as questões elaboradas pela banca, a serem respondidas pelo candidato **(nº de inscrição ________________)**, conforme a Área de Conhecimento.

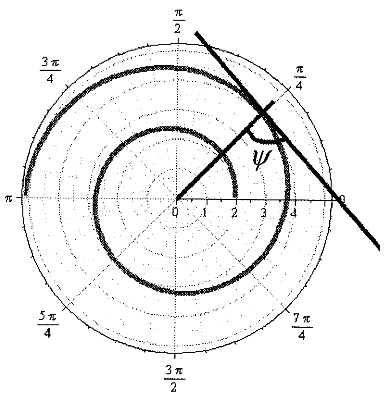
Questão 9

A sequência de Fibonacci ($x_0, x_1, ..., x_k, ...$) é definida pelas condições $x_0 = 0$, $x_1 = 1$ e $x_{k+2} = x_{k+1} + x_k$. Obtenha a fórmula geral de x_k em função de k, prove que $x_{k+2} = 1 + x_1 + ... + x_k$ e que

$$\lim_{k\to\infty} \frac{x_{k+1}}{x_k} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \quad \text{(O número de ouro).}$$

Questão 10

Mostre que para uma espiral logarítmica $r = ae^{b\theta}$, o ângulo (ψ) da reta radial à reta tangente é constante ao longo da espiral. Onde a e b são constantes e por consequência $r = f(\theta)$.



____

Presidente da Banca Examinadora

Assinaturas do documento

Código para verificação: **7LAO6U49**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

CLAUDIA GUIMARÃES CAMARGO CAMPOS (CPF: 943.XXX.430-XX) em 07/11/2022 às 16:04:31
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:38:46 e válido até 30/03/2118 - 12:38:46.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNDYwNzFfNDYxMzdfMjAyMl83TEFPNlU0OQ== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00046071/2022** e o código **7LAO6U49** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

CONCURSO PÚBLICO – 01/2022

Área de Conhecimento: MATEMÁTICA

PROVA ESCRITA – RESPOSTA

QUESTÃO 1

$A = \left(-\frac{l}{2}, -\frac{l}{2\sqrt{3}}\right)$ B $= \left(\frac{l}{2}, -\frac{l}{2\sqrt{3}}\right)$ e C$= \left(0\ ,\ \frac{l}{\sqrt{3}}\right)$

QUESTÃO 2

Autovalores são -5, 1 e 2
Autovetores:

$v_1 = (1, 1, -9, 3)$

$v_2 = (1,\ 1,\ 0,\ 0)$

$v_3 = (3,\ 2, 0, 0)$

$v_4 = (-3, 0, 2, 4)$

QUESTÃO 3

$$senh\,(x) = \sum_{n=0}^{\alpha} \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!}$$

Converge para todo x.

QUESTÃO 4

$$\Phi = \frac{32\pi}{3}$$

QUESTÃO 5

$V = \dfrac{64\pi\, a^3}{3}\ uv$ $\bar{z} = \dfrac{9a}{4}$ $\boxed{(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = \left(0, 0, \frac{9a}{4}\right)}$

UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

QUESTÃO 6

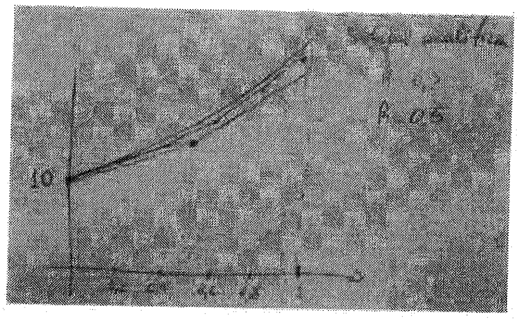
$$y\,(30) = 646{,}13g$$

QUESTÃO 7

Para h = 0,5 $y_2 = 1{,}15\,.\,11{,}5 = 13{,}225$

Para h = 0,2 $y_5 = 1{,}06\,.\,12{,}625 = 13{,}38$

Solução analítica: $y = 13{,}499$



QUESTÃO 8

$$\begin{array}{c}
 \\
1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & \end{array} \\
\left[\begin{array}{cccccc}
4(h^2-1) & (2-h) & 0 & 0 & 0 & -h-2+8h^3 \\
(2+h) & 4(h^2-1) & (2-h) & 0 & 0 & 16h^3 \\
0 & (2+h) & 4(h^2-1) & (2-h) & 0 & 24h^3 \\
0 & 0 & (2+h) & 4(h^2-1) & (2-h) & 32h^3 \\
0 & 0 & 0 & (2+h) & 4(h^2-1) & 3h-6+40h^3
\end{array}\right]
\end{array}$$

QUESTÕES 9 E 10

Tem que fazer a demonstração .

Membros da Banca:

Valdeci José Costa
Avaliador 1

Paulo Rafael Bosing
Avaliador 2

Claudia G. C. Campos
Presidente da Banca

sgpe

Assinaturas do documento

Código para verificação: **63E8JA9I**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

CLAUDIA GUIMARÃES CAMARGO CAMPOS (CPF: 943.XXX.430-XX) em 07/11/2022 às 16:04:41
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:38:46 e válido até 30/03/2118 - 12:38:46.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNDYwNzFfNDYxMzdfMjAyMl82M0U4SkE5SQ== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00046071/2022** e o código **63E8JA9I** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.