UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 1 (1,8):

$$y'' + 3y' + 2y = 30e^{2x}$$
$$\lambda^2 + 3\lambda + 2 = 0$$
$$\lambda_1 = -2$$
$$\lambda_2 = -1$$

Assim:

$$y_h = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x}$$

Propondo:

$$y_p = Ae^{2x};$$
$$y'_p = 2Ae^{2x};$$
$$y''_p = 4Ae^{2x}.$$
$$4Ae^{2x} + 3(2Ae^{2x}) + 2Ae^{2x} = 30e^{2x}$$
$$4A + 6A + 2A = 30$$
$$A = \frac{30}{12} = \frac{5}{2}$$

Logo:

$$\boxed{y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} + \frac{5}{2}e^{2x}}$$

Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 2 (1,8):

a) $F(x, y) = (x.y\ ,\ x)$

Sejam $\mu\ (1, 2)\ e\ \nu\ (3, 5)$

$\mu + \nu = (4, 7)$

$F(\mu) = (2, 1) \quad e \quad F(\nu) = (15, 3)$

$F(\mu + \nu) = (28, 4) \neq F(\mu) + F(\nu)$

Logo, não linear.

b) $F(x, y, z) = (|x|,\ y + z)$

A primeira condição é satisfeita, logo,

Sendo $\mu\ (1, 2, 3)\ e\ R = -2, temos$:

$R.\mu = (-2, -4, -6)$;

$F(\mu) = (1, 5)\ e\ R.F(\mu) = (-2, -10)$

$F(R.\mu) = (2, -10)$

Logo, não linear.

Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

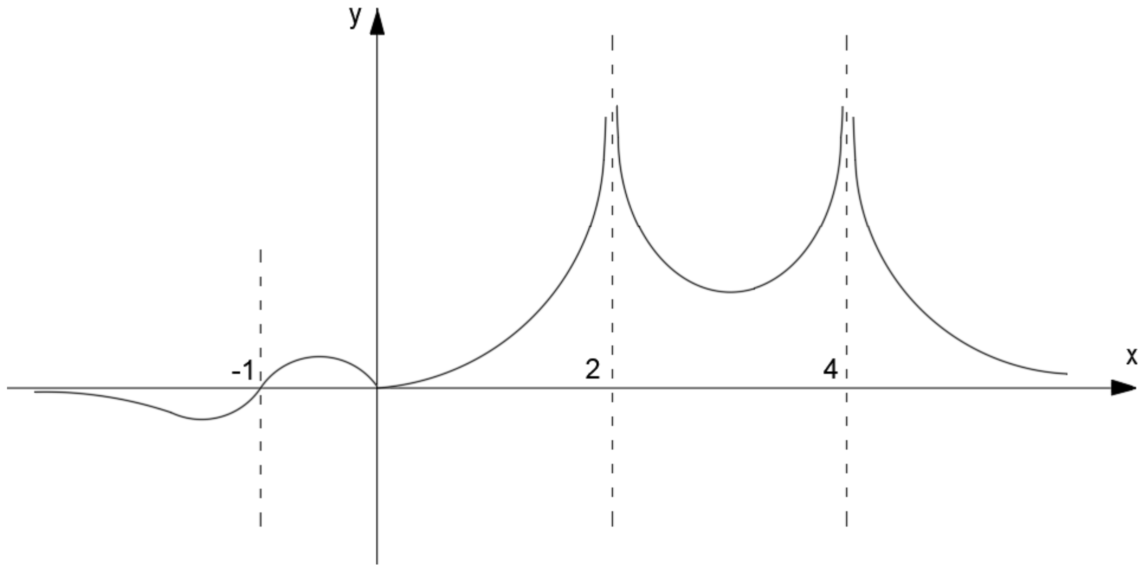
PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 3 (1,0):

$$f(x) = \frac{x^2(x+1)^3}{(x-2)^2(x-4)^4}$$



Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 4 (1,8):

Seja:

$$e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!} = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!}$$

Que converge para todo “x”.

$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n.x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^5}{5!} + \cdots + \frac{(-1)^n.x^n}{n!}$$

$$e^{-x^2} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n.x^{2n}}{n!} = 1 - x^2 + \frac{x^4}{2!} - \frac{x^6}{3!} + \cdots + \frac{(-1)^n.x^{2n}}{n!}$$

Como esta é uma alternada, para ser convergente:

a)

$$|u_n| > |u_{n+1}|$$

$$\frac{x^{2n}}{n!} > \frac{x^{2n+2}}{(n+1)!}$$

$$\frac{\cancel{x^{2n}}}{\cancel{n!}} > \frac{\cancel{x^{2n}}.x^2}{(n+1).\cancel{n!}}$$

$$1 > \frac{x^2}{(n+1)}$$

A partir de “n” suficientemente grande.

b)

$$\lim_{n\to\infty} \left|\frac{\mu_n + 1}{\mu_n}\right| = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{x^2}{n+1}\right| = 0$$

Logo, converge.

Pelo teorema, se a série converge, a integral também converge.

Membros da Banca:

____

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

____

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

____

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

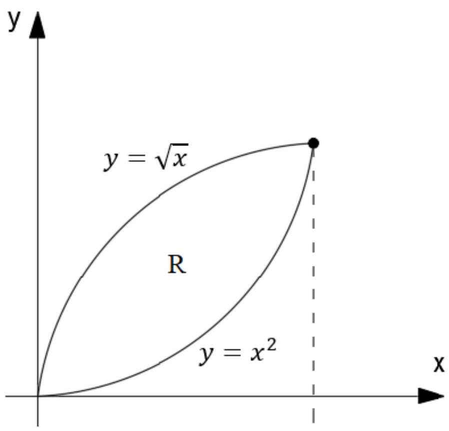
UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 5 (1,8):



$$f(x) = x^2 + xy$$

$$V = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} (x^2 + xy)dydx$$

$$V = \int_0^1 \left(x^2 y + \frac{xy^2}{2}\right) \Big|_{x^2}^{\sqrt{x}} dx$$

$$V = \int_0^1 \left(x^2.\sqrt{x} + \frac{x.x}{2} - x^4 - \frac{x^5}{2}\right) dx$$

$$V = \int_0^1 \left(x^{\frac{5}{2}} + \frac{x^2}{2} - x^4 - \frac{x^5}{2}\right) dx$$

$$V = \left(\frac{2x^{\frac{7}{2}}}{7} + \frac{x^3}{6} - \frac{x^5}{5} - \frac{x^6}{12}\right) \Big|_0^1$$

$$V = \left(\frac{2}{7} + \frac{1}{6} - \frac{1}{5} - \frac{1}{12}\right)$$

$$\boxed{V = \frac{71}{420} = 0{,}169.\mu.\nu}$$

Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática (A)

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

QUESTÃO 6 (1,8):

$$I = \int_0^1 \frac{3}{1+x^2} dx$$

$$h = \frac{1}{8} = 0,125$$

i	xi	yi
0	0,000	1,0000
1	0,125	0,9846
2	0,250	0,9412
3	0,375	0,8767
4	0,500	0,8000
5	0,625	0,7191
6	0,750	0,6400
7	0,875	0,5664
8	1,000	0,5000

$$I = \frac{h}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \cdots + 4y_7 + y_8)$$

$$I = 3.(0,7854)$$

$$\boxed{I = 2,3562}$$

Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

PROCESSO SELETIVO – 06/2023

Área de Conhecimento: Matemática

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Bibliografia utilizada:

STEINBRUCH, Alfredo; WINTERLE, Paulo. Álgebra linear e geometria analítica. São Paulo: Pearson Education, 2006. 470 p.

STEWART, James. Cálculo. São Paulo: Cengage Learning, 2017. (v.1 e 2)

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen Paul. Cálculo. 10. Ed. Porto Alegre: Bookman, 2014. 635 p. Vol 1 e 2.

RUGGIERO, Marcia A. Gomes; LOPES, Vera Lucia da Rocha. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais. 2. ed. São Paulo: Makron Books, 1998. 406 p.

Membros da Banca:

Avaliador 1
Daiana Petry Rufato

Avaliador 2
Carlos Tasior Leão

Presidente da Banca
Claudia Guimarães Camargo Campos

Assinaturas do documento

Código para verificação: **31H0MHB7**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

CLAUDIA GUIMARÃES CAMARGO CAMPOS (CPF: 943.XXX.430-XX) em 20/11/2023 às 12:10:25
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:38:46 e válido até 30/03/2118 - 12:38:46.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNTIwNzNfNTIxMjNfMjAyM18zMUgwTUhCNw== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00052073/2023** e o código **31H0MHB7** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.