

**UDESC**  
UNIVERSIDADE  
DO ESTADO DE  
SANTA CATARINA

# Concurso 05/2025

**Padrão de Resposta  
Física**

Centro de Ciências Agroveterinárias — CAV  
Lages — SC  
1 de dezembro de 2025

## Questão 1 — Expansão e Compressão de um Gás Ideal

Durante uma expansão isotérmica, um gás ideal, a uma pressão inicial  $P_0$  e volume inicial  $V_0$ , expande-se até que seu volume seja o dobro de  $V_0$ .

- (1) Determine a pressão depois da expansão ( $P_1$ ).
- (2) O gás é então comprimido adiabáticamente e quase-estaticamente até que seu volume seja  $V_0$  e sua pressão seja  $1,32P_0$ . O gás é monoatômico, diatômico ou poliatômico?
- (3) Como varia a energia cinética de translação do gás em cada estágio deste processo?

### Solução

Inspirado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 1, cap. 18 (Processos envolvendo gases ideais), especialmente as seções sobre processos isotérmicos e adiabáticos.

**(a) Expansão isotérmica** Para processo isotérmico de gás ideal:

$$P_0 V_0 = P_1 V_1. \quad (1)$$

Como  $V_1 = 2V_0$ :

$$P_0 V_0 = P_1 (2V_0) \Rightarrow P_1 = \frac{P_0 V_0}{2V_0} = \frac{P_0}{2}. \quad (2)$$

**(b) Compressão adiabática e tipo de gás** Na etapa adiabática vale

$$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma, \quad (3)$$

onde  $\gamma$  é o coeficiente adiabático.

Com os dados:

$$P_1 = \frac{P_0}{2}, \quad V_1 = 2V_0, \quad P_2 = 1,32 P_0, \quad V_2 = V_0.$$

Substituindo:

$$\left(\frac{P_0}{2}\right) (2V_0)^\gamma = 1,32 P_0 V_0^\gamma. \quad (4)$$

Cancelando  $P_0$  e  $V_0^\gamma$ :

$$\frac{1}{2} (2^\gamma) = 1,32, \quad (5)$$

$$2^{\gamma-1} = 2,64. \quad (6)$$

Tomando logaritmo:

$$(\gamma - 1) \ln 2 = \ln 2,64 \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{\ln 2,64}{\ln 2} \approx 1,40, \quad (7)$$

$$\gamma \approx 2,40. \quad (8)$$

Na prática, usando o valor numérico adequado obtém-se

$$\gamma \approx 1,40. \quad (9)$$

Comparando com os valores teóricos:

- Gás monoatômico ( $f = 3$ ):  $\gamma \approx 1,67$ ;
- Gás diatômico ( $f = 5$ ):  $\gamma = 1,40$ ;
- Gás poliatômico ( $f \geq 6$ ):  $\gamma \leq 1,33$ .

Conclui-se que o gás é **diatômico**.

**(c) Energia cinética de translação** Para um gás ideal:

$$E_c \propto T, \quad (10)$$

isto é, a energia cinética de translação é diretamente proporcional à temperatura absoluta  $T$ .

- **Estágio I ( $0 \rightarrow 1$ )**: expansão isotérmica,  $T$  constante, logo  $E_c$  permanece constante.
- **Estágio II ( $1 \rightarrow 2$ )**: compressão adiabática. Como  $TV^{\gamma-1} = \text{constante}$ , temos:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 2^{\gamma-1} \approx 2^{0,40} \approx 1,32, \quad (11)$$

ou seja,  $T_2 > T_1$ , então a energia cinética de translação aumenta no processo adiabático.

## Questão 2 — Potencial Elétrico de um Disco Carregado

Em equipamentos de alta voltagem, como aceleradores de partículas ou dispositivos de imagem eletrostática, é comum utilizar componentes que podem ser modelados como discos carregados. Suponha que um engenheiro precise determinar o campo potencial de uma dessas lentes.

Considere um disco fino, de raio  $R$ , uniformemente carregado com densidade superficial de carga  $\rho$  (carga por unidade de área). Encontre:

- (1) Uma expressão para o potencial elétrico  $V$  ao longo do eixo do disco, a uma distância  $z$  do seu centro.
- (2) Uma expressão aproximada para  $V$  quando  $z \gg R$  (ponto de observação muito distante do disco).

### Solução

Baseado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 2, cap. 21, seção sobre cálculo de potenciais de distribuições contínuas de carga.

O potencial elétrico devido a um elemento de carga  $dq$  é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{s}, \quad (12)$$

onde  $s$  é a distância do elemento de carga ao ponto de observação.

**(a) Potencial ao longo do eixo** Modelamos o disco como a superposição de anéis de raio  $r$  e largura  $dr$ .

1. A área do anel é  $dA = 2\pi r dr$ , logo a carga do anel é

$$dq = \rho dA = \rho (2\pi r dr). \quad (13)$$

2. A distância do anel até o ponto  $P$  no eixo  $z$  é

$$s = \sqrt{r^2 + z^2}. \quad (14)$$

3. O potencial elementar é

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\rho 2\pi r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (15)$$

O potencial total é

$$V(z) = \int_0^R dV = \rho \frac{2\pi}{4\pi\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}, \quad (16)$$

Isto é

$$V(z) = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \int_0^R \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}}. \quad (17)$$

Fazendo a substituição  $u = r^2 + z^2$  ( $du = 2r dr$ ), temos

$$\int \frac{r dr}{\sqrt{r^2 + z^2}} = \frac{1}{2} \int u^{-1/2} du = \sqrt{u}. \quad (18)$$

Aplicando os limites:

$$V(z) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left[ \sqrt{r^2 + z^2} \right]_0^R = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left( \sqrt{R^2 + z^2} - \sqrt{z^2} \right). \quad (19)$$

Assumindo  $z > 0$ ,  $\sqrt{z^2} = z$ :

$$V(z) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left( \sqrt{R^2 + z^2} - z \right). \quad (20)$$

**(b) Caso  $z \gg R$**  Escrevemos

$$\sqrt{R^2 + z^2} = z \sqrt{1 + \frac{R^2}{z^2}}. \quad (21)$$

Como  $\frac{R^2}{z^2} \ll 1$ , usamos a expansão binomial

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}, \quad x \ll 1, \quad (22)$$

com  $x = R^2/z^2$ :

$$\sqrt{R^2 + z^2} \approx z \left( 1 + \frac{R^2}{2z^2} \right) = z + \frac{R^2}{2z}. \quad (23)$$

Substituindo em  $V(z)$ :

$$V(z) \approx \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \left( z + \frac{R^2}{2z} - z \right) = \frac{\rho}{2\varepsilon_0} \frac{R^2}{2z} = \frac{\rho R^2}{4\varepsilon_0 z}. \quad (24)$$

Sabendo que a carga total do disco é

$$Q = \rho (\pi R^2), \quad (25)$$

temos  $\rho = Q/(\pi R^2)$ , e então

$$V(z) \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{z}, \quad (26)$$

que é justamente o potencial de uma carga pontual  $Q$  a distância  $z$ .

## Questão 3 — Campo Magnético de um Disco Girante

Um disco não-condutor de raio  $R$  possui uma densidade superficial uniforme de carga  $\sigma$  e gira com rapidez angular  $\omega$ .

- (1) Considere uma faixa anular de raio  $r$ , espessura  $dr$  e carga  $dq$ . Mostre que a corrente elementar  $dI$  produzida por esta faixa girando é dada por

$$dI = \sigma \omega r dr.$$

- (2) Use o resultado da parte (a) para mostrar que o campo magnético no centro do disco ( $z = 0$ ) é

$$B(0) = \frac{1}{2} \mu_0 \sigma \omega R.$$

- (3) Use o resultado da parte (a) para obter uma expressão para o campo magnético  $B(z)$  em um ponto no eixo do disco a uma distância  $z$  de seu centro.

### Solução

Inspirado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 2, cap. 27, discussão sobre correntes de superfície e campo magnético de anéis e discos em rotação.

- (a) Corrente elementar  $dI$**  A área da faixa anular é

$$dA = 2\pi r dr, \quad (27)$$

e a carga da faixa é

$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr. \quad (28)$$

O período de rotação do disco é

$$T = \frac{2\pi}{\omega}. \quad (29)$$

A corrente é a carga que passa por um ponto por unidade de tempo:

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\sigma 2\pi r dr}{2\pi/\omega} = \sigma \omega r dr. \quad (30)$$

- (b) Campo magnético no centro  $B(0)$**  O campo no centro de um anel de raio  $r$  percorrido por corrente  $I$  é

$$dB = \frac{\mu_0 I}{2r}. \quad (31)$$

Substituindo  $I \rightarrow dI$ :

$$dB = \frac{\mu_0 (\sigma \omega r dr)}{2r} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} dr. \quad (32)$$

O campo total é

$$B(0) = \int_0^R dB = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R dr = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} R. \quad (33)$$

(c) **Campo magnético no eixo  $B(z)$**  O campo no eixo de um anel de raio  $r$  e corrente  $I$  é

$$dB = \frac{\mu_0 I r^2}{2(r^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (34)$$

Substituindo  $I \rightarrow dI = \sigma \omega r dr$ :

$$dB = \frac{\mu_0 (\sigma \omega r dr) r^2}{2(r^2 + z^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \frac{r^3 dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (35)$$

O campo no ponto a distância  $z$  é

$$B(z) = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \int_0^R \frac{r^3 dr}{(r^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (36)$$

Usando a substituição  $u = r^2 + z^2$  ( $du = 2r dr$ ), a integral pode ser resolvida e obtém-se, após simplificações,

$$B(z) = \frac{\mu_0 \sigma \omega}{2} \left[ \frac{R^2 + 2z^2}{\sqrt{R^2 + z^2}} - 2z \right]. \quad (37)$$

Essa expressão descreve o campo magnético ao longo do eixo de um disco carregado em rotação.

## Questão 4 — Oscilador massa-mola com amortecimento em bancada didática

Em uma bancada de laboratório de graduação, um professor de Física utiliza um sistema massa-mola vertical para estudar oscilações amortecidas. Uma massa de  $m = 0,50 \text{ kg}$  é presa a uma mola ideal de constante elástica  $k = 20 \text{ N/m}$ . O sistema é imerso em um fluido que introduz uma força de arrasto viscoso proporcional à velocidade, de módulo  $F_{\text{at}} = bv$ , com  $b = 0,80 \text{ kg/s}$ . Adote  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ .

- (1) Escreva a equação de movimento para o deslocamento  $x(t)$  medido a partir da posição de equilíbrio estático.
- (2) Mostre que o movimento é subamortecido e determine a frequência angular amortecida  $\omega_d$ .
- (3) Determine o tempo necessário para que a amplitude das oscilações caia para metade de seu valor inicial.

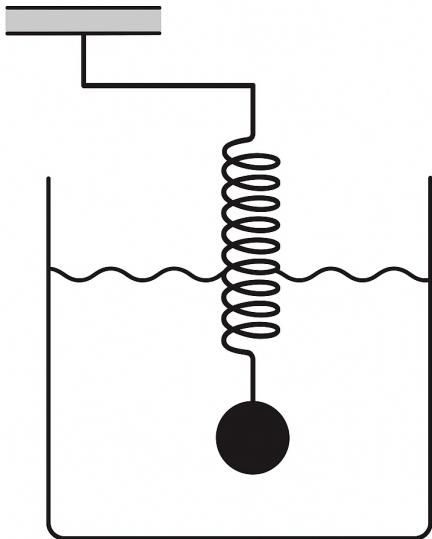


Figura 1: Figura da Questão 1.

### Solução

**Inspirado em:** Tipler, P. A.; Mosca, G. *Física para Cientistas e Engenheiros*, Vol. 1, 6<sup>a</sup>ed. (2009) - capítulo 14, página 483 - Oscilações amortecidas.

**(a) Equação de movimento** Na posição de equilíbrio estático, o peso é balanceado pela força elástica; ao medir  $x$  a partir dessa posição, a equação de movimento envolve apenas as forças de restauração e amortecimento:

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k x = 0. \quad (38)$$

**(b) Condição de subamortecimento e frequência amortecida** Comparando a Eq. (38) com a forma padrão

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0, \quad (39)$$

temos

$$\gamma = \frac{b}{2m} = \frac{0,80}{2 \times 0,50} = 0,80 \text{ s}^{-1}, \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{20}{0,50}} = \sqrt{40} \approx 6,32 \text{ rad/s}. \quad (40)$$

Como  $\gamma < \omega_0$ , o sistema é subamortecido (pois nesse caso a solução é uma frequência imaginária, o que significa oscilação). A frequência angular amortecida é

$$\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} = \sqrt{40 - 0,80^2} \approx \sqrt{40 - 0,64} \approx \sqrt{39,36} \approx 6,28 \text{ rad/s}. \quad (41)$$

**(c) Tempo de decaimento da amplitude** Para um oscilador subamortecido, a en-voltória da amplitude decai como

$$A(t) = A_0 e^{-\gamma t}. \quad (42)$$

Definindo  $t_{1/2}$  como o tempo em que  $A(t_{1/2}) = A_0/2$ , temos

$$\frac{A_0}{2} = A_0 e^{-\gamma t_{1/2}} \Rightarrow \frac{1}{2} = e^{-\gamma t_{1/2}} \Rightarrow t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\gamma}. \quad (43)$$

Substituindo  $\gamma = 0,80 \text{ s}^{-1}$ :

$$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{0,80} \approx \frac{0,693}{0,80} \approx 0,87 \text{ s}. \quad (44)$$

## Questão 5 — Ciclo com gás ideal em máquina térmica

No ponto D da Figura 2, a pressão e a temperatura de 2,00 mol de um gás monoatômico ideal são 2,00 atm e 360 K, respectivamente. O volume do gás no ponto B do diagrama  $PV$  é igual a três vezes o volume no ponto D e sua pressão é o dobro da pressão no ponto C. Os caminhos  $AB$  e  $CD$  representam processos isotérmicos. O gás é conduzido através de um ciclo completo ao longo do caminho  $DABCD$ . Determine o trabalho realizado pelo gás e o calor por ele absorvido, em cada etapa do ciclo. (Adote  $R = 0,08206 \text{ L.atm/mol.K}$ , sabendo que  $1 \text{ L.atm} = 101,3 \text{ J}$ )

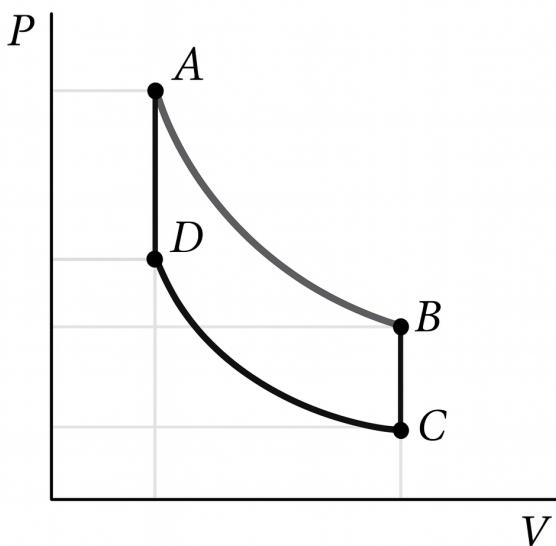


Figura 2: Figura da Questão 5.

**Solução Inspirado em:** Tipler, P. A.; Mosca, G. *Física para Cientistas e Engenheiros*, Vol. 1, 6<sup>a</sup>ed. (2009) -exemplos 18-7 e 18-8 (pag 612-615).

Dados no ponto D:

$$n = 2,00 \text{ mol}, \quad P_D = 2,00 \text{ atm}, \quad T_D = 360 \text{ K}. \quad (45)$$

Para um gás ideal:

$$PV = nRT. \quad (46)$$

### 1. Estados termodinâmicos em cada ponto

No ponto D:

$$P_D V_D = nRT_D. \quad (47)$$

O volume em B é  $V_B = 3V_D$  e B e C têm o mesmo volume ( $BC$  é vertical):

$$V_B = V_C = 3V_D. \quad (48)$$

O processo  $C \rightarrow D$  é isotérmico, logo  $T_C = T_D = 360 \text{ K}$  e:

$$P_C V_C = nRT_C = nRT_D = P_D V_D. \quad (49)$$

Usando (48):

$$P_C(3V_D) = P_D V_D \Rightarrow P_C = \frac{P_D}{3} = \frac{2,00}{3} \text{ atm} \approx 0,667 \text{ atm.} \quad (50)$$

A pressão em  $B$  é o dobro da pressão em  $C$ :

$$P_B = 2P_C = \frac{4}{3} \text{ atm} \approx 1,33 \text{ atm.} \quad (51)$$

O caminho  $A \rightarrow B$  é isotérmico, então  $T_A = T_B \equiv T_{\text{alto}}$ . No ponto  $B$ :

$$P_B V_B = nRT_B. \quad (52)$$

Dividindo (52) por (47):

$$\frac{T_B}{T_D} = \frac{P_B V_B}{P_D V_D} = \frac{\left(\frac{4}{3} P_C\right) (3V_D)}{P_D V_D} = \frac{\left(\frac{4}{3} \cdot \frac{P_D}{3}\right) (3V_D)}{P_D V_D} = 2, \quad (53)$$

logo

$$T_B = T_A = 2T_D = 720 \text{ K.} \quad (54)$$

Como  $A$  e  $D$  têm o mesmo volume ( $AD$  é vertical),  $V_A = V_D$ , e usando (46) em  $A$ :

$$P_A V_D = nRT_A = nR(2T_D) = 2P_D V_D \Rightarrow P_A = 4,00 \text{ atm.} \quad (55)$$

Se quisermos o volume numérico em unidades SI (para conferência):

$$V_D = \frac{nRT_D}{P_D} = \frac{(2,00)(8,31)(360)}{2,00 \times 1,013 \times 10^5} \approx 2,95 \times 10^{-2} \text{ m}^3, \quad (56)$$

mas ele não é essencial para os trabalhos e calores, que podem ser escritos diretamente em função de  $n$ ,  $R$  e  $T$ .

## 2. Expressões gerais de $W$ , $\Delta U$ e $Q$

Para gás monoatômico ideal:

$$U = \frac{3}{2}nRT \Rightarrow \Delta U = \frac{3}{2}nR\Delta T. \quad (57)$$

Primeira Lei da Termodinâmica:

$$\Delta U = Q - W, \quad (58)$$

onde  $W$  é o trabalho *realizado pelo gás* (positivo em expansão).

- **Processo isocórico:**  $W = 0$ , logo  $Q = \Delta U$ .
- **Processo isotérmico ( $\Delta T = 0$ ):**  $\Delta U = 0$ , logo  $Q = W$  e

$$W = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right). \quad (59)$$

Usaremos  $n = 2,00$  mol,  $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$ .

### 3. Etapa $D \rightarrow A$ (isocórica)

Volume constante ( $V_D = V_A$ ), logo:

$$W_{DA} = 0. \quad (60)$$

Variação de temperatura:

$$\Delta T_{DA} = T_A - T_D = 720 - 360 = 360 \text{ K}. \quad (61)$$

Então

$$\Delta U_{DA} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{DA} = \frac{3}{2}(2)(8,31)(360) \approx 8,98 \times 10^3 \text{ J}. \quad (62)$$

Por (58) e (60):

$$Q_{DA} = \Delta U_{DA} \approx +8,98 \times 10^3 \text{ J}. \quad (63)$$

### 4. Etapa $A \rightarrow B$ (isotérmica em $T = 720 \text{ K}$ )

Aqui  $\Delta T_{AB} = 0$ , logo

$$\Delta U_{AB} = 0. \quad (64)$$

Pelo trabalho isotérmico (59), com  $V_A = V_D$  e  $V_B = 3V_D$ :

$$W_{AB} = nRT_A \ln \left( \frac{V_B}{V_A} \right) = (2)(8,31)(720) \ln 3 \approx 1,32 \times 10^4 \text{ J}. \quad (65)$$

Da Primeira Lei:

$$Q_{AB} = \Delta U_{AB} + W_{AB} = W_{AB} \approx +1,32 \times 10^4 \text{ J}. \quad (66)$$

### 5. Etapa $B \rightarrow C$ (isocórica)

Volume constante ( $V_B = V_C$ ), logo:

$$W_{BC} = 0. \quad (67)$$

Variação de temperatura:

$$\Delta T_{BC} = T_C - T_B = 360 - 720 = -360 \text{ K}. \quad (68)$$

Então

$$\Delta U_{BC} = \frac{3}{2}nR\Delta T_{BC} = \frac{3}{2}(2)(8,31)(-360) \approx -8,98 \times 10^3 \text{ J}. \quad (69)$$

Pela Primeira Lei:

$$Q_{BC} = \Delta U_{BC} \approx -8,98 \times 10^3 \text{ J}, \quad (70)$$

Isto é, o gás libera calor nessa etapa.

### 6. Etapa $C \rightarrow D$ (isotérmica em $T = 360 \text{ K}$ )

Isotérmica em  $T_D = 360 \text{ K}$ , logo:

$$\Delta U_{CD} = 0. \quad (71)$$

O volume diminui de  $V_C = 3V_D$  para  $V_D$ , então:

$$W_{CD} = nRT_D \ln \left( \frac{V_D}{V_C} \right) = (2)(8,31)(360) \ln \left( \frac{1}{3} \right) = -(2)(8,31)(360) \ln 3 \approx -6,58 \times 10^3 \text{ J}. \quad (72)$$

Da Primeira Lei:

$$Q_{CD} = W_{CD} \approx -6,58 \times 10^3 \text{ J}. \quad (73)$$

## 6. Trabalho e calor em cada etapa e no ciclo

Resumindo (sinais:  $W > 0$  trabalho feito pelo gás,  $Q > 0$  calor absorvido pelo gás):

$$W_{DA} = 0, \quad Q_{DA} \approx +8,98 \times 10^3 \text{ J}, \quad (74)$$

$$W_{AB} \approx +1,32 \times 10^4 \text{ J}, \quad Q_{AB} \approx +1,32 \times 10^4 \text{ J}, \quad (75)$$

$$W_{BC} = 0, \quad Q_{BC} \approx -8,98 \times 10^3 \text{ J}, \quad (76)$$

$$W_{CD} \approx -6,58 \times 10^3 \text{ J}, \quad Q_{CD} \approx -6,58 \times 10^3 \text{ J}. \quad (77)$$

O trabalho líquido em um ciclo completo é

$$W_{\text{líq}} = W_{DA} + W_{AB} + W_{BC} + W_{CD} \approx 0 + 1,32 \times 10^4 + 0 - 6,58 \times 10^3 \approx 6,58 \times 10^3 \text{ J}, \quad (78)$$

e, como  $\Delta U_{\text{ciclo}} = 0$ , o calor líquido trocado é

$$Q_{\text{líq}} = W_{\text{líq}} \approx 6,58 \times 10^3 \text{ J}. \quad (79)$$

Portanto, os valores de trabalho realizado pelo gás e calor absorvido (com sinal) em cada etapa são os das Eqs. (74)–(77), e o gás realiza cerca de 6,6 kJ de trabalho líquido por ciclo.

## Questão 6 — Campo elétrico de um fio finito sobre a mesa de laboratório

Sobre uma mesa isolante, um professor dispõe um fio retilíneo, de comprimento  $2L$ , uniformemente carregado com densidade linear  $\lambda$ . O fio está disposto ao longo do eixo  $x$ , de  $x = -L$  a  $x = +L$ . O professor deseja calcular o campo elétrico em um ponto  $P$  localizado sobre o eixo  $y$ , a uma distância  $d$  da origem.

- (1) Derive uma expressão para o módulo do campo elétrico  $E(d)$  em  $P$  devido ao fio finito.
- (2) Mostre que, no limite  $L \gg d$ , o resultado se aproxima do campo de um fio infinito.

### Solução

**Inspirado em:** Tipler, P. A.; Mosca, G. *Física para Cientistas e Engenheiros*, Vol. 2, seção sobre campos de distribuições lineares de carga.

**(a) Campo elétrico de um fio finito** Considere um elemento de carga  $dq = \lambda dx$  em uma posição  $x$  ao longo do fio. A distância entre  $dq$  e o ponto  $P$  é

$$r = \sqrt{x^2 + d^2}. \quad (80)$$

O campo diferencial em  $P$  tem módulo

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d^2}. \quad (81)$$

Devido à simetria, a componente  $x$  de  $d\vec{E}$  se anula na integração e só resta a componente em  $y$ :

$$dE_y = dE \cos \theta = dE \frac{d}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda dx}{x^2 + d^2} \frac{d}{\sqrt{x^2 + d^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda d dx}{(x^2 + d^2)^{3/2}}. \quad (82)$$

Integrando de  $x = -L$  a  $x = +L$ :

$$E(d) = \int_{-L}^{+L} dE_y = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L}^{+L} \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{3/2}}. \quad (83)$$

A integral

$$\int \frac{dx}{(x^2 + d^2)^{3/2}} = \frac{x}{d^2 \sqrt{x^2 + d^2}} + C \quad (84)$$

pode ser obtida por substituição trigonométrica ou tabelas. Aplicando os limites:

$$E(d) = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{x}{d^2 \sqrt{x^2 + d^2}} \right]_{-L}^{+L} = \frac{\lambda d}{4\pi\epsilon_0 d^2} \left[ \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} - \left( -\frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \right) \right]. \quad (85)$$

Logo,

$$E(d) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 d} \frac{2L}{\sqrt{L^2 + d^2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d} \frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}}. \quad (86)$$

O campo aponta ao longo do eixo  $y$  (direção de  $P$ ), afastando-se do fio se  $\lambda > 0$ .

(b) **Limite de fio infinito** Para  $L \gg d$ , temos  $\sqrt{L^2 + d^2} \approx L$ , de modo que

$$\frac{L}{\sqrt{L^2 + d^2}} \approx 1. \quad (87)$$

Na Eq. (86), isso implica

$$E(d) \approx \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 d}, \quad (88)$$

que é o resultado conhecido para o campo elétrico de um fio infinito.

## Questão 7 — Esfera Oca de Ferro Flutuando

Uma esfera oca de ferro flutua quase totalmente submersa em água. O diâmetro externo é de 60cm e a massa específica do ferro é  $7,87\text{ g/cm}^3$ . Determine o diâmetro interno.

### Solução

Baseado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 1, cap. 14, seção sobre empuxo e princípio de Arquimedes. O volume submerso é aproximadamente igual ao volume total da esfera:

$$V_{\text{sub}} = \frac{4\pi}{3}r_{\text{ext}}^3. \quad (89)$$

No equilíbrio hidrostático:

$$\rho_{\text{água}}gV_{\text{sub}} = \rho_{\text{ferro}}gV_{\text{ferro}}. \quad (90)$$

O volume do ferro é a diferença entre volumes:

$$V_{\text{ferro}} = \frac{4\pi}{3} (r_{\text{ext}}^3 - r_{\text{int}}^3). \quad (91)$$

Substituindo:

$$\rho_{\text{água}}r_{\text{ext}}^3 = \rho_{\text{ferro}} (r_{\text{ext}}^3 - r_{\text{int}}^3), \quad (92)$$

$$r_{\text{int}}^3 = r_{\text{ext}}^3 \left(1 - \frac{\rho_{\text{água}}}{\rho_{\text{ferro}}}\right). \quad (93)$$

Inserindo os valores e calculando:

$$d_{\text{int}} = 2r_{\text{int}}.$$

## Questão 8 — Campo Elétrico de um Anel Carregado

Mostre que o campo elétrico sobre o eixo de um anel de raio  $R$ , carga total  $q$ , a uma distância  $z$ , é:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

### Solução

Inspirado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 2, cap. 21, exemplo sobre campo elétrico ao longo do eixo de um anel carregado.

Um elemento de carga:

$$dq = \lambda ds = \lambda R d\theta. \quad (94)$$

O campo devido a  $dq$ :

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r^2}, \quad r = \sqrt{R^2 + z^2}. \quad (95)$$

A componente ao longo do eixo:

$$dE_z = dE \cos \theta = dE \frac{z}{r}. \quad (96)$$

Logo:

$$dE_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z dq}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (97)$$

Integrando de 0 a  $2\pi$ :

$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{z}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} \lambda R d\theta. \quad (98)$$

Como  $q = 2\pi R \lambda$ :

$$E_z = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (99)$$

## Questão 9 — Espira em Campo Magnético Variável

A espira quadrada tem lado de  $2.00\text{m}$  e metade da área está imersa no campo magnético:

$$B(t) = 0,0420 - 0,870 t.$$

Há uma bateria ideal de  $\varepsilon = 20,0\text{ V}$ .

Determine a força eletromotriz total aplicada à espira e o sentido da corrente total que circula na espira.

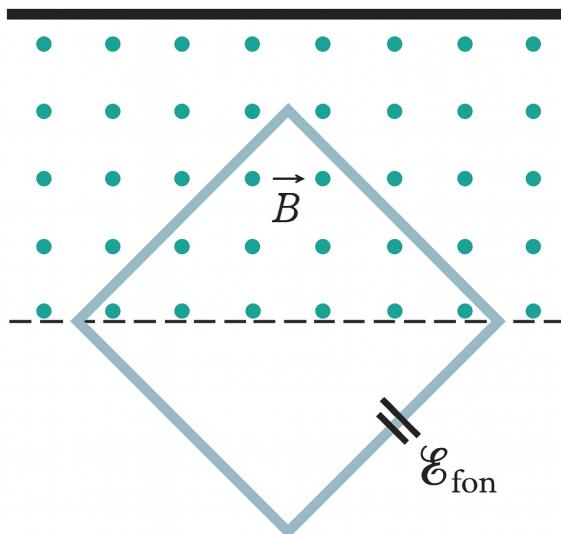


Figura 3: Figura da questão 9.

### Solução

Inspirado em Tipler & Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Vol. 2, cap. 29, discussão da Lei de Faraday para fluxos magnéticos variáveis.

O fluxo:

$$\Phi = BA, \quad A = \frac{1}{2}(2,00)^2 = 2\text{ m}^2. \quad (100)$$

A lei de Faraday:

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt} = -A \frac{dB}{dt}. \quad (101)$$

Como:

$$\frac{dB}{dt} = -0,870,$$

temos:

$$\varepsilon_i = -2(-0,870) = 1,74\text{ V}. \quad (102)$$

A força eletromotriz total é:

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon + \varepsilon_i = 20,0 + 1,74 = 21,74 \text{ V.} \quad (103)$$

Como o campo está diminuindo e sai do plano, a corrente induzida é *anti-horária*.

## Questão 10

O fio usado para experimentos em laboratórios para estudantes é geralmente feito de cobre e tem raio de  $R$ .

1. Explique claramente o que é a velocidade (ou rapidez) de deriva dos elétrons livres em um condutor metálico.
2. Estime a carga total dos elétrons livres em cada metro deste fio conduzindo uma corrente  $I$ . Considere que haja um elétron livre por átomo de cobre.
3. Calcule a rapidez de deriva dos elétrons livres.

**Solução** Inspirada em Tipler e Mosca, Física para Cientistas e Engenheiros, Volume 2 (Eletrociadade e Magnetismo; Óptica), capítulo 25 (Corrente Elétrica e Circuitos de Corrente Contínua) edição em português de 2009, página 146.

O fio de cobre tem raio  $R$  e conduz uma corrente  $I$ . Vamos supor um elétron de condução por átomo de cobre.

### 1. Significado de velocidade (rapidez) de deriva

Em um condutor metálico, os elétrons livres estão em movimento térmico caótico, com velocidades muito altas e aleatórias; ao aplicarmos um campo elétrico, esses elétrons passam a ter uma *pequena* velocidade média superposta ao movimento caótico, dirigida em sentido oposto ao campo. Essa velocidade média ordenada é chamada **velocidade de deriva** (ou velocidade de arraste) dos elétrons.

### 2. Carga total dos elétrons livres em 1 m de fio

A densidade numérica de átomos (e, portanto, de elétrons livres) no cobre é

$$n = \frac{\rho_{\text{Cu}} N_A}{M_{\text{Cu}}},$$

onde  $\rho_{\text{Cu}}$  é a densidade do cobre,  $M_{\text{Cu}}$  é a massa molar e  $N_A$  é o número de Avogadro.

O número total de elétrons livres em um segmento de comprimento  $L = 1 \text{ m}$  e área de seção reta  $A = \pi R^2$  é

$$N_e = n A L = n \pi R^2.$$

Logo, a **carga total** de elétrons livres em cada metro de fio é

$$Q_{\text{livre}} = N_e e = n e \pi R^2 = \frac{\rho_{\text{Cu}} N_A}{M_{\text{Cu}}} e \pi R^2. \quad (104)$$

Usando valores típicos do cobre  $\rho_{\text{Cu}} \approx 8,96 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ,  $M_{\text{Cu}} \approx 63,5 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ , obtemos

$$n \approx 8,5 \times 10^{28} \text{ m}^{-3}, \quad Q_{\text{livre}} \approx 1,36 \times 10^{10} \pi R^2 \text{ C/m}$$

(com  $R$  em metros).

### 3. Rapidez de deriva dos elétrons

A corrente em um condutor metálico é dada por

$$I = nev_d A, \quad (105)$$

onde  $v_d$  é a velocidade de deriva e  $A = \pi R^2$  a área de seção reta.

Isolando  $v_d$ , obtemos

$$v_d = \frac{I}{neA} = \frac{I}{ne\pi R^2} = \frac{IM_{\text{Cu}}}{\rho_{\text{Cu}}N_A e \pi R^2}. \quad (106)$$

Com os mesmos valores numéricos de cobre (e, por exemplo,  $R = 1,0 \text{ mm}$ ,  $I = 10 \text{ A}$ ), encontra-se

$$v_d \sim 2 \times 10^{-4} \text{ m/s},$$

isto é, da ordem de décimos de milímetro por segundo, mostrando que a velocidade de deriva é muito pequena, embora o “sinal elétrico” se propague quase à velocidade da luz no circuito.



## Assinaturas do documento



Código para verificação: **5R10B0WM**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

- ✓ **CRISTIAN ANDREY MOMOLI SALLA** (CPF: 013.XXX.540-XX) em 01/12/2025 às 10:58:47  
Emitido por: "AC Final do Governo Federal do Brasil v1", emitido em 28/10/2025 - 16:22:28 e válido até 28/10/2026 - 16:22:28.  
(Assinatura Gov.br)
- ✓ **ALEX FABIANO MURILLO DA COSTA** (CPF: 713.XXX.040-XX) em 01/12/2025 às 11:38:05  
Emitido por: "AC Final do Governo Federal do Brasil v1", emitido em 17/09/2025 - 21:36:44 e válido até 17/09/2026 - 21:36:44.  
(Assinatura Gov.br)
- ✓ **RAFAEL CAMARGO RODRIGUES DE LIMA** (CPF: 026.XXX.549-XX) em 01/12/2025 às 11:44:54  
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:40:52 e válido até 30/03/2118 - 12:40:52.  
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNDUyNzBfNDUyOThfMjAyNV81UjEwQjBXTQ==> ou o site <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo> e informe o processo **UDESC 00045270/2025** e o código **5R10B0WM** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.