

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – FÍSICA**

PEDRO EDUARDO AZEVEDO DA COSTA

**EXPLORANDO A FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS NO LHC VIA
COLISÕES PERIFÉRICAS DE ÍONS PESADOS**

JOINVILLE

2025

PEDRO EDUARDO AZEVEDO DA COSTA

**EXPLORANDO A FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS NO LHC VIA
COLISÕES PERIFÉRICAS DE ÍONS PESADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: André Veiga Giannini

Coorientador: Bruno Duarte da Silva Moreira

JOINVILLE

2025

da Costa, Pedro Eduardo Azevedo

Explorando a Fotoprodução de Mésons Vetoriais no LHC
via Colisões Periféricas de Íons Pesados / Pedro Eduardo
Azevedo da Costa. - Joinville, 2025.

135 p.

Orientador: André Veiga Giannini.

Coorientador: Bruno Duarte da Silva Moreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville, 2025.

1. Fotoprodução Exclusiva. 2. Mésons Vetoriais. 3.
Colisões Periféricas. 4. Dipolo de Cor. 5. Fluxo de
Fótons. I. Giannini, André Veiga. II. da Silva Moreira,
Bruno Duarte. III. Universidade do Estado de Santa
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de
Pós-Graduação em Física. IV. Título.

PEDRO EDUARDO AZEVEDO DA COSTA

**EXPLORANDO A FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS NO LHC VIA
COLISÕES PERIFÉRICAS DE ÍONS PESADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: André Veiga Giannini

Coorientador: Bruno Duarte da Silva Moreira

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. André Veiga Giannini
Universidade Federal da Grande Dourados

Membros:

Prof. Dr. André Veiga Giannini
Universidade Federal da Grande Dourados

Prof. Dr. Rafael Camargo Rodrigues de Lima
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Dr. Daniel Almeida Fagundes
Universidade Federal de Santa Catarina

Joinville, 16 de julho de 2025

Este trabalho é dedicado à minha família.

AGRADECIMENTOS

Antes de tudo, agradeço à minha família, que sempre me apoiou e incentivou nos estudos. Um agradecimento especial vai para minha mãe, Josy, que, mesmo já morando em Criciúma-SC, decidiu largar tudo para ir até o Pará me ajudar com a viagem. Como o tempo para organizar tudo foi muito curto, seu esforço foi essencial – sem ela, essa etapa teria sido muito mais difícil.

À minha namorada, amiga e companheira, que está ao meu lado desde o início da graduação em 2018 e decidiu me acompanhar até Joinville, deixo um agradecimento mais que especial. Ela viveu comigo todos os altos e baixos dos últimos anos, me deu força quando precisei e comemorou cada conquista como se fosse dela.

Aos meus orientadores, André e Bruno, que além de mentores se tornaram grandes amigos, agradeço profundamente pela paciência, disponibilidade e pelos ensinamentos valiosos ao longo dessa jornada. O ambiente de trabalho leve e descontraído que vocês proporcionaram fez toda a diferença para o meu desenvolvimento na pesquisa – foi essencial para que eu conseguisse crescer tanto pessoal quanto academicamente. Ao colaborador Victor, agradeço pelas contribuições na reta final, com sugestões que fortaleceram muito este trabalho.

Aos colegas que compartilharam disciplinas e conhecimentos comigo, meu muito obrigado. Aprendi muito com vocês.

Sou grato também aos excelentes professores das disciplinas, que tornaram as aulas verdadeiramente enriquecedoras, e à Secretaria da Pós, sempre atenciosa e disposta a ajudar com dúvidas e questões práticas do dia a dia.

Agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro durante o mestrado ao Programa de Pós-Graduação em Física da UDESC.

Por fim, agradeço ao Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC) que, por meio da Universidade Federal da Grande Dourados (UFGD), forneceu recursos de HPC do supercomputador SDumont.

RESUMO

Este trabalho investiga a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados (J/ψ e Υ) em colisões periféricas de íons pesados nas energias do centro de massa do Large Hadron Collider (LHC). A motivação principal é o excesso de produção de J/ψ com baixo momento transversal ($p_T < 0,3 \text{ GeV}/c$) observado por colaborações como ALICE e STAR. A abordagem emprega o método de Weizsäcker-Williams, no qual a seção de choque hadrônica é decomposta em duas partes: o fluxo de fótons e a seção de choque de fotoprodução. A modelagem do fluxo de fótons considera diferentes configurações geométricas. Para o cálculo da seção de choque de fotoprodução, é utilizado o formalismo do dipolo de cor, incorporando restrições relacionadas à geometria da colisão. Nesse formalismo, o fóton flutua em um par quark-antiquark, que interage com o alvo e posteriormente se recombina formando um estado ligado (méson vetorial). A interação do dipolo com o alvo é descrita por diferentes parametrizações fenomenológicas – bCGC, IP-SAT e IPnon-SAT – baseadas nas equações de evolução BK e DGLAP. O estado ligado quark-antiquark é representado por funções de onda, sendo utilizadas nesta dissertação a Boosted Gaussian e a Gauss-LC. Como principais resultados, apresentam-se as distribuições em rapidez para a produção de J/ψ e Υ , obtidas para duas classes de centralidade (50–70% e 70–90%), bem como o valor médio da distribuição em rapidez no intervalo $2,5 < y < 4,0$. Tais distribuições foram calculadas a partir da combinação da seção de choque de fotoprodução com os diferentes modelos de fluxo de fótons: o fluxo usual com dependência no parâmetro de impacto ($N^{(0)}$) e três fluxos efetivos ($N^{(1)}, N^{(2)}, N^{(3)}$), construídos em função do fluxo de fótons usual. Os resultados mostram bom acordo com dados experimentais, especialmente para os fluxos $N^{(0)}, N^{(2)}$ e $N^{(3)}$. Conclui-se que, embora a fotoprodução exclusiva não possa ser apontada como a única responsável pelo excesso de J/ψ observado, há evidências de que este mecanismo contribui de forma significativa para o fenômeno. Além disso, os resultados indicam que uma análise detalhada da produção de ambos os mésons será muito útil para aprimorar a descrição dos processos induzidos por fótons em colisões periféricas.

Palavras-chave: Fotoprodução Exclusiva. Mésons Vetoriais. Colisões Periféricas. Dipolo de Cor. Fluxo de Fótons.

ABSTRACT

This work investigates the exclusive photoproduction of heavy vector mesons (J/ψ and Υ) in peripheral heavy-ion collisions at Large Hadron Collider (LHC) center-of-mass energies. The main motivation is the excess production of J/ψ with low transverse momentum ($p_T < 0.3$ GeV/ c) observed by collaborations such as ALICE and STAR. The approach employs the Weizsäcker-Williams method, in which the hadronic cross section is factorized into two components: the photon flux and the photoproduction cross section. The photon flux is modeled considering different geometrical configurations. For the calculation of the photoproduction cross section, the color dipole formalism is employed, incorporating constraints related to the collision geometry. In this framework, the photon fluctuates into a quark-antiquark pair, which interacts with the target and subsequently recombines into a bound state (vector meson). The dipole-target interaction is described by different phenomenological parameterizations: bCGC, IP-SAT, and IPnon-SAT based on the BK and DGLAP evolution equations. The bound quark-antiquark state is represented by wave functions, with the Boosted Gaussian and Gauss-LC models used in this dissertation. The main results include rapidity distributions for J/ψ and Υ production, obtained for two centrality classes (50–70% and 70–90%), as well as the average value of the rapidity distribution in the interval $2.5 < y < 4.0$. These distributions are computed by combining the photoproduction cross section with different photon flux models: the standard impact-parameter-dependent flux ($N^{(0)}$) and three effective fluxes ($N^{(1)}, N^{(2)}, N^{(3)}$), constructed from the standard photon flux. The results show good agreement with experimental data, especially for the $N^{(0)}, N^{(2)}$, and $N^{(3)}$ fluxes. It is concluded that although exclusive photoproduction cannot be considered the sole explanation for the observed J/ψ excess, there is evidence that this mechanism contributes significantly to the phenomenon. Furthermore, the results indicate that a detailed analysis of both mesons' production will be very useful for improving the description of photon-induced processes in peripheral collisions.

Keywords: Exclusive Photoproduction. Vector Mesons. Peripheral Collisions. Color Dipole. Photon Flux.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	– Relação entre o ângulo polar θ e a pseudo-rapidez η	19
Figura 2	– Excesso em relação ao cocktail hadrônico observado pela colaboração STAR. Painel esquerdo: (a) Distribuição da massa invariante de pares de léptons para diferentes classes de centralidade e (b) razão entre o cocktail hadrônico e os dados experimentais. Painel direito: Distribuição em momento transversal para diferentes intervalos de massa invariante [18].	20
Figura 3	– À esquerda: representação do momento total \vec{p} e sua decomposição em momento transversal \vec{p}_T , formando um ângulo θ com o eixo do feixe (z), no ponto de interação (IP). À direita: ilustração do plano transversal (xy), perpendicular ao eixo do feixe, onde \vec{p}_T corresponde à projeção do momento total nesse plano.	20
Figura 4	– Ilustração do que ocorre conforme a distância entre os quarks aumenta [30].	26
Figura 5	– Constante de acoplamento da QCD [35]	28
Figura 6	– Espalhamento profundamente inelástico lépton – hádron via troca de um bóson vetorial	30
Figura 7	– Espalhamento lépton-hádron no modelo de pártons	30
Figura 8	– Função de estrutura F_2 em função da virtualidade Q^2 [47]	35
Figura 9	– Diagramas que contribuem em ordem α_s para o processo γ^*q	36
Figura 10	– Diagramas que contribuem em ordem α_s para o processo γ^*g	38
Figura 11	– Funções de splitting DGLAP	38
Figura 12	– PDF de glúons extraída de dados experimentais [57]	40
Figura 13	– Diagrama da QCD de alta energia [58]	41
Figura 14	– Resolução em termos da virtualidade Q^2 . Fóton sondando o alvo. . . .	42
Figura 15	– Amplitude de espalhamento elástico $\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p$ via formalismo de dipolo.	45
Figura 16	– Amplitude de espalhamento $\gamma^*A \rightarrow VA$ via formalismo de dipolo. . . .	47
Figura 17	– Emissão de glúons pelo par $q\bar{q}$ (a), visto como a criação de um dipolo $q\bar{q}$ no limite de grande N_C (b)	49
Figura 18	– Seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ em função de $ t $ para os méson vetoriais J/ψ e ϕ usando o modelo IP-SAT [83]	55
Figura 19	– Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em r^2 para diferentes modelos, considerando $x = 10^{-2}$ e $x = 10^{-4}$	57
Figura 20	– Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em x para diferentes modelos, considerando $r^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$ e $r^2 = 20 \text{ GeV}^{-2}$	58
Figura 21	– Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em b considerando diferentes tamanhos de dipolo e diferentes valores de x	59

Figura 22 – Overlap entre as funções de onda do fóton e do méson vetorial ($V = J/\psi, \Upsilon$), integrada em z para os diferentes conjuntos de parâmetros apresentados nas tabelas 6 e 7.	65
Figura 23 – Seção de choque de fotoprodução do méson vetorial J/ψ em colisões γPb , comparado com dados experimentais [138–140] e resultados teóricos [141, 142].	66
Figura 24 – Seção de choque de fotoprodução de Υ em colisões γPb	67
Figura 25 – O campo eletromagnético de uma partícula em repouso é isotrópico, mas, quando a partícula se move, ele se modifica devido aos efeitos relativísticos. À medida que sua velocidade se aproxima da velocidade da luz, a contração de Lorentz faz com que o campo fique cada vez mais comprimido na direção transversal ao movimento. Nesse regime ultrarrelativístico, o campo pode ser interpretado como um fluxo de fótons virtuais $n(\omega)$	68
Figura 26 – O campo eletromagnético de um projétil relativístico atinge o alvo na forma de dois pulsos de radiação polarizada, denominados P_1 e P_2 . . .	69
Figura 27 – Produção do estado X por interação com um fóton virtual (à esquerda) e por colisão com um fóton real, resultando no mesmo estado X (à direita).	72
Figura 28 – Comportamento dos fatores de forma com o quadrimomento transferido (à esquerda). Fluxo de fótons com dependência em b , integrado em ω , para diferentes fatores de forma (à direita). A linha tracejada magenta, é o raio do chumbo R_{Pb}	77
Figura 29 – Representação esquemática dos diferentes tipos de colisões hadrônicas, de acordo com o parâmetro de impacto b	79
Figura 30 – Ilustração do esquema usado na construção do fluxo de fótons efetivo .	80
Figura 31 – Dependência do fluxo de fótons monopolar usual $N^{(0)}(\omega, b)$ e dos modelos efetivos $N^{(1)}(\omega, b)$, $N^{(2)}(\omega, b)$ e $N^{(3)}(\omega, b)$ com o parâmetro de impacto b	81
Figura 32 – Seção de choque $\sigma^{\gamma^*A}(W, b)$ para diferentes valores fixos de b , na fotoprodução do méson J/ψ . Os painéis mostram os resultados para duas funções de onda do méson: Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita). As curvas representam diferentes modelos de dipolo.	83
Figura 33 – Seção de choque $\sigma^{\gamma^*A}(W, b)$ para diferentes valores fixos de b , na fotoprodução do méson Υ . Os painéis mostram os resultados para duas funções de onda do méson: Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita). As curvas refletem diferentes modelos de dipolo.	84

Figura 34 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [13, 197].	87
Figura 35 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [17, 189–191].	88
Figura 36 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo.	91
Figura 37 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo.	92
Figura 38 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [13, 197].	94
Figura 39 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [17, 189–191].	95
Figura 40 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 2.76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico.	98
Figura 41 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 5.02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico.	99
Figura 42 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2.76 TeV e 5.02 TeV, considerando os fluxos com fator de forma monopolo e o modelo de dipolo IP-SAT 2012 [13, 17, 189–191, 197].	114
Figura 43 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2.76 TeV e 5.02 TeV, considerando os fluxos com fator de forma realístico e o modelo de dipolo IP-SAT 2012 [13, 17, 189–191, 197].	115
Figura 44 – O diagrama à esquerda representa uma interação mediada por um fóton virtual emitido por uma partícula carregada, enquanto o diagrama à direita mostra a interação de um fóton real com a mesma partícula.	116
Figura 45 – Relação entre os vetores polarização e momento do fóton.	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Parâmetros do modelo GBW [105]	52
Tabela 2	– Parâmetros do modelo IIM [111]	53
Tabela 3	– Parâmetros do modelo bCGC [112]	54
Tabela 4	– Parâmetros do modelo IP-SAT [115, 117]	55
Tabela 5	– Parâmetros do modelo IPnon-SAT [117]	56
Tabela 6	– Parâmetros para a função de onda Boosted Gaussian [117, 136]	64
Tabela 7	– Parâmetros para a função de onda Gaus-LC	64
Tabela 8	– Parâmetros e limites cinemáticos para processos fóton-hádron e hádron-hádron no RHIC, LHC [145] e FCC [152] considerando colisões ultraperiféricas. Tabela extraída de [153]	71
Tabela 9	– Distribuição média de rapidez para a produção coerente do J/ψ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma monopolo. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC). Os resultados são comparados com dados experimentais da colaboração ALICE [13, 17].	90
Tabela 10	– Distribuição média de rapidez para a produção coerente do Υ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma monopolo. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC).	93
Tabela 11	– Distribuição média de rapidez para a produção coerente do J/ψ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma realístico. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC). Os resultados são comparados com dados experimentais da colaboração ALICE [13, 17].	96
Tabela 12	– Distribuição média de rapidez para a produção coerente do Υ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma realístico. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC).	97

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ALICE	<i>A Large Ion Collider Experiment</i>
ATLAS	<i>A Toroidal LHC Apparatus</i>
BFKL	Balitsky–Fadin–Kuraev–Lipatov
BG	<i>Boosted Gaussian</i>
BK	Balitsky-Kovchegov
CGC	<i>Color Glass Condensate</i>
CM	Centro de massa
CMS	<i>Compact Muon Solenoid</i>
DGLAP	Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi
DIS	<i>Deep Inelastic Scattering</i>
DVCS	<i>Deeply Virtual Compton Scattering</i>
FCC	<i>Future Circular Collider</i>
GLC	Gaus–LC
HERA	<i>Hadron–Electron Ring Accelerator</i>
JIMWLK	Jalilian–Marian–Iancu–McLerran–Weigert–Leonidov–Kovner
LHC	<i>Large Hadron Collider</i>
LHCb	<i>Large Hadron Collider beauty</i>
LLA	<i>Leading Log Approximation</i>
LO	<i>Leading Order</i>
PDF	<i>Parton Distribution Function</i>
PDG	<i>Particle Data Group</i>
pQCD	<i>Perturbative QCD</i>
QCD	<i>Quantum Chromodynamics</i>
QED	<i>Quantum Electrodynamics</i>
RHIC	<i>Relativistic Heavy Ion Collider</i>
SLAC	<i>Stanford Linear Accelerator Center</i>
STAR	<i>Solenoidal Tracker at RHIC</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	22
2.1	LAGRANGIANA DA QCD E REGRAS DE FEYNMAN	23
2.2	LIBERDADE ASSINTÓTICA E CONFINAMENTO	26
2.3	ESPALHAMENTO PROFUNDAMENTE INELÁSTICO E SCALING DE BJORKEN	27
2.3.1	Cinemática do DIS	29
2.3.2	Espalhamento elástico lépton-quark	31
2.3.3	Espalhamento inelástico lépton-hádron	32
2.4	VIOLAÇÃO DO SCALING DE BJORKEN E EQUAÇÕES DGLAP	34
3	FORMALISMO DE DIPOLO DE COR	39
3.1	DINÂMICA DE PEQUENO x E SATURAÇÃO DE PÁRTONS	39
3.2	DIS NO FORMALISMO DE DIPOLO DE COR	42
3.3	FORMALISMO DE DIPOLO PARA A PRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS	46
3.4	EQUAÇÃO BK	48
3.5	MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA AMPLITUDES DE ESPALHAMENTO DIPOLO - PRÓTON	51
3.5.1	Modelo Golec-Biernat-Wusthoff (GBW)	51
3.5.2	Modelo Iancu-Itakura-Munier (IIM)	52
3.5.3	Modelo Kowalski-Motyka-Watt (bCGC)	53
3.5.4	Modelo Kowalski-Teaney com e sem saturação (IP-SAT e IPnon-SAT)	53
3.5.5	Resultados para Amplitudes de Espalhamento Dipolo - Próton	56
3.6	MODELO DE GLAUBER-GRIBOV PARA O ESPALHAMENTO DIPOLO - NÚCLEO	59
3.7	FUNÇÕES DE ONDA	60
3.7.1	Função de Onda Frontal do Fóton	60
3.7.2	Função de Onda Frontal dos Mésons Vetoriais	61
3.7.3	Resultados para Seção de Choque Fotonuclear	65
4	APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES	68
4.1	PROCESSOS FOTO-INDUZIDOS	70
4.2	DERIVAÇÃO DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DA ENERGIA	72
4.3	DERIVAÇÃO DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DA ENERGIA E DA DISTÂNCIA (FATORES DE FORMA)	74
4.3.1	Fatores de forma nuclear	75

5	MODELAGEM PARA COLISÕES PERIFÉRICAS	78
5.1	TIPOS DE COLISÃO	78
5.2	MODELOS DE FLUXOS DE FÓTONS EFETIVOS	79
5.3	MODELO DE SEÇÃO DE CHOQUE FOTONUCLEAR EFETIVA . .	82
6	FOTOPRODUÇÃO EXCLUSIVA DE MÉSONS VETORIAIS PESA-	
	DOS EM COLISÕES PERIFÉRICAS	85
6.1	RESULTADOS COM O FATOR DE FORMA MONOPOLO	86
6.1.1	Fotoprodução nuclear do J/ψ	86
6.1.2	Fotoprodução nuclear do Υ	91
6.2	RESULTADOS COM O FATOR DE FORMA REALÍSTICO	93
6.2.1	Fotoprodução nuclear do J/ψ	93
6.2.2	Fotoprodução nuclear do Υ	97
7	CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	100
	REFERÊNCIAS	102
	APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ COM O MO-	
	DELO DE DIPOLO IP-SAT 2012	114
	APÊNDICE B – DERIVAÇÃO QUÂNTICA DO ESPECTRO DE	
	FÓTONS EQUIVALENTES	116
	APÊNDICE C – ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DE-	
	PENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO .	125
	APÊNDICE D – FATOR DE FORMA NUCLEAR	128
D.1	FATOR DE FORMA PONTUAL	128
D.2	FATOR DE FORMA DE MONOPOLO	129
D.3	FATOR DE FORMA REALÍSTICO	130
	APÊNDICE E – FLUXO PONTUAL DEPENDENTE DO PARÂ-	
	METRO DE IMPACTO	132
	APÊNDICE F – FLUXO MONOPOLO DEPENDENTE DO PARÂ-	
	METRO DE IMPACTO	133

1 INTRODUÇÃO

A compreensão da estrutura da matéria é um dos principais objetivos da física moderna. Ao longo do século XX, descobriu-se que os átomos, antes considerados indivisíveis, são formados por partículas ainda menores, como elétrons, prótons e nêutrons. Mais profundamente, sabe-se hoje que prótons e nêutrons são, por sua vez, constituídos por partículas chamadas quarks, ligados por uma força extremamente intensa.

As partículas fundamentais conhecidas atualmente são descritas pelo chamado Modelo Padrão da física de partículas, uma teoria que reúne os constituintes elementares da matéria e as interações entre eles – com exceção da gravidade [1]. Essas partículas podem ser divididas em dois grandes grupos: os férmions, que formam a matéria, e os bósons, responsáveis pelas forças fundamentais.

Os férmions incluem os quarks¹ e os léptons. O lépton mais conhecido é o elétron. Já os quarks aparecem sempre combinados entre si, dando origem às partículas compostas chamadas hádrons. Os hádrons se dividem em mésons, formados por um quark e um antiquark, e bárions, formados por três quarks – como é o caso do próton e do nêutron.

As interações entre essas partículas ocorrem por meio de quatro forças fundamentais: a gravitacional, a eletromagnética, a força fraca e a força forte. No contexto do Modelo Padrão, as três últimas são descritas de maneira unificada por meio de teorias quânticas de campos. A interação eletromagnética é mediada pelos fótons; a força fraca, responsável por processos de decaimento radioativo, é mediada pelos bósons W^\pm e Z^0 ; e a força forte, que mantém os quarks confinados dentro dos hádrons, é mediada pelos glúons.

A interação forte, responsável por manter os quarks confinados no interior dos hádrons, é descrita pela Cromodinâmica Quântica (QCD), uma teoria de calibre não-abeliana. Diferentemente da Eletrodinâmica Quântica (QED), que é uma teoria abeliana em que os fótons não interagem entre si, a QCD prevê que os mediadores da interação forte – os glúons – podem interagir diretamente uns com os outros, tornando o comportamento da teoria significativamente mais complexo.

Dois aspectos fundamentais da QCD são o confinamento e a liberdade assintótica. O confinamento [3] implica que quarks e glúons não podem ser observados isoladamente, já que a intensidade da interação entre eles aumenta com a distância, mantendo-os presos no interior dos hádrons. Em contrapartida, a liberdade assintótica [4–6] descreve o comportamento da constante de acoplamento da interação forte (α_s), que diminui à medida que a energia envolvida na interação aumenta (ou de forma equivalente, as distâncias diminuem), tornando as interações mais fracas nesse regime. Isso permite que, em altas

¹ Atualmente são conhecidos seis tipos (ou de forma equivalente, sabores) de quarks: up (u), down (d), charm (c), strange (s), top (t) e bottom (b). Os quarks up e down são os mais leves e compõem os prótons e nêutrons. Os quarks strange, charm e bottom possuem massas intermediárias e aparecem em hádrons instáveis, enquanto o quark top é extremamente massivo, decaindo antes mesmo de formar hádrons. Todos os quarks possuem carga elétrica fracionária (+2/3 ou -1/3 da carga do elétron) e interagem pela força forte, sendo confinados dentro dos hádrons [2].

energias, os quarks possam ser tratados como praticamente livres, viabilizando o uso de métodos perturbativos na chamada QCD perturbativa (pQCD), tendo em vista que $\alpha_s \ll 1$.

Essa propriedade é especialmente útil em processos como o espalhamento profundamente inelástico (DIS), no qual elétrons de alta energia colidem com prótons. A interação ocorre predominantemente pela troca de um fóton virtual². Nesse contexto, Q^2 (virtualidade do fóton) também está relacionado à resolução espacial do processo – quanto maior o valor de Q^2 , menor a distância sondada no interior do próton. Para valores elevados de Q^2 , o espalhamento pode ser descrito em termos de interações entre o fóton virtual e quarks ou glúons individuais no interior do próton, permitindo acessar informações sobre sua estrutura subjacente. Embora não possamos observar diretamente esses constituintes devido ao confinamento, os dados obtidos em experimentos do DIS oferecem uma janela essencial para a compreensão da composição dos hádrons.

Além disso, na QCD, tanto quarks quanto glúons possuem uma propriedade chamada carga de cor, que atua como um número quântico responsável por garantir a consistência da teoria com o Princípio de Exclusão de Pauli dentro dos hádrons. Essa complexidade estrutural, aliada às suas propriedades únicas, torna a QCD uma das mais ricas e desafiadoras teorias do Modelo Padrão.

A verificação experimental das teorias que descrevem as interações fundamentais requer o uso de aceleradores de partículas, capazes de produzir colisões de alta energia entre prótons, núcleos atômicos ou elétrons.

Entre os principais aceleradores, destaca-se o HERA, que operou na Alemanha entre 1992 e 2007. Foi o único acelerador a realizar colisões de alta energia entre elétrons e prótons, possibilitando o estudo direto da distribuição de quarks e glúons no interior dos prótons. Outro exemplo importante é o RHIC, localizado nos Estados Unidos, que promove colisões entre íons pesados, como o ouro e urânio. Já o LHC, situado no CERN, na fronteira entre a Suíça e a França, é atualmente o maior e mais energético acelerador de partículas do mundo. Ele permite tanto colisões entre prótons quanto entre núcleos de chumbo, sendo uma das principais ferramentas para o estudo da QCD em diferentes regimes de energia e densidade.

À medida que as colisões ocorrem em energias cada vez mais altas, torna-se possível sondar regiões do interior dos hádrons onde a densidade de glúons se torna extremamente elevada. Nesses regimes, os glúons interagem de forma tão intensa que começam a se

² Um fóton virtual é uma partícula intermediária que surge temporariamente durante uma interação quântica e não pode ser detectada diretamente. Diferente dos fótons reais – que obedecem à relação $E^2 - \vec{p}^2 = m^2 = 0$ e podem ser observados como partículas de luz –, os fótons virtuais violam essa relação e existem apenas como uma construção matemática permitida pelo princípio da incerteza. Eles mediam interações entre partículas em diagramas de Feynman e têm uma virtualidade Q^2 , que pode ser entendida como o momento transferido pela partícula que emitiu o fóton virtual. Essa virtualidade pode assumir qualquer valor positivo, e quando $Q^2 \rightarrow 0$, o fóton virtual se aproxima do comportamento de um fóton real [2, 7].

comportar de maneira coletiva, como se formassem um sistema denso e coerente. Esse comportamento leva ao surgimento de um fenômeno conhecido como saturação de glúons, no qual a emissão dessas partículas, que cresce com a energia, passa a ser limitada por mecanismos de recombinação dessas partículas. A investigação desse regime de saturação é um dos grandes desafios da QCD contemporânea e está no centro de diversas pesquisas teóricas e experimentais atuais.

De acordo com [8], o fenômeno da saturação de glúons pode ser compreendido a partir de uma ideia bastante intuitiva, baseada em argumentos geométricos. Em colisões de íons relativísticos, por exemplo, o núcleo atômico – composto por A núcleons – sofre uma contração devido ao efeito relativístico conhecido como contração de Lorentz. Como resultado, os pártons (isto é, quarks e glúons) presentes nos núcleos acabam ficando distribuídos sobre uma fina camada no plano transversal ao movimento .

De acordo com o princípio da incerteza, cada párton com momento transversal k_T ocupa uma área da ordem de π/k_T^2 no plano transversal. Esses pártons podem ser acessados ou provados em interações cuja seção de choque é aproximadamente dada por $\sigma \sim \pi\alpha_s(k_T^2)/k_T^2$, onde $\alpha_s(k_T^2)$ é a constante de acoplamento forte avaliada na escala k_T^2 .

Sabendo que a área transversal total do núcleo é $S_A \sim \pi R_A^2$, com R_A representando seu raio, podemos estimar quantos pártons cabem nessa área antes que comecem a se sobrepor. Isso acontece quando o número de pártons atinge um valor crítico da ordem de $N \sim S_A/\sigma \sim k_T^2 R_A^2/\alpha_s(k_T^2)$. A partir desse ponto, os pártons começam a interagir entre si de forma intensa, o que impede que a densidade continue crescendo indefinidamente. A transição para esse regime ocorre quando o momento transversal k_T atinge um valor característico, definido pela chamada escala de saturação, Q_s , cuja ordem de grandeza pode ser estimada por $Q_s^2 \sim \alpha_s(k_T^2)N/R_A^2 \sim A^{1/3}$.

Essa nova escala, Q_s , serve para distinguir os dois regimes da QCD em altas energias. Para momentos transversais menores que Q_s (ou seja, $k_T < Q_s$), os efeitos de saturação tornam-se importantes, e as recombinações de glúons passam a suprimir o crescimento da densidade. Já na região onde $k_T > Q_s$, o que predomina são os processos de emissão contínua desses glúons dentro dos hádrons.

A compreensão dos efeitos de saturação de glúons, embora baseada em argumentos teóricos bem estabelecidos, requer confirmação e investigação por meio de observações experimentais. Nesse sentido, as colisões de íons pesados relativísticos oferecem um ambiente propício para estudar o comportamento coletivo dos pártons e testar as previsões da QCD em regimes de alta densidade.

Nas últimas décadas, os avanços experimentais possibilitaram uma exploração mais detalhada dessas colisões, incluindo processos mediados por fótons. Em particular, a produção exclusiva – quando somente um determinado sistema de partículas é produzido no estado final – de mésons vetoriais induzida por fótons tem se destacado como uma ferramenta valiosa para investigar a dinâmica da QCD em altas energias (ou, de forma

equivalente, em “pequeno x ”³) [9–11]. Esses processos são sensíveis à estrutura interna dos hádrons e à densidade de glúons, e permitem explorar a imagem tridimensional dos pártons dentro de prótons e núcleos [12].

Tradicionalmente, os estudos teóricos e experimentais desse processo se concentraram em colisões ultraperiféricas (ultraperipheral collisions, UPCs), quando os centros dos núcleos estão separados transversalmente por uma distância b (chamada de parâmetro de impacto⁴) maior que a soma dos raios nucleares $R_A + R_B$. Nessas condições, a interação hadrônica (mediada por glúons) é suprimida e a principal contribuição para a produção de estados pesados provém da interação eletromagnética mediada pela troca de fótons.

Nos últimos anos, no entanto, diversos resultados experimentais reportaram um excesso inesperado de J/ψ produzido em colisões com sobreposição nuclear, isto é, em eventos periféricos nos quais a interação hadrônica está presente. A colaboração ALICE – uma das grandes colaborações experimentais do LHC, no CERN – foi a primeira a observar esse excesso em colisões Pb–Pb a $\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV e em rapidez frontal ($2,5 < y < 4$), para a faixa de centralidade de 30–90% [13].

A rapidez (y) é uma variável cinemática definida em termos da energia E e do momento longitudinal p_z de uma partícula [14],

$$y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right),$$

e o que a torna uma variável útil, é o fato de que ela se transforma de forma aditiva sob um boost de Lorentz ao longo do eixo z . Assim, qualquer diferença de rapidez é invariante sob boosts longitudinais e permanece a mesma em todos os referenciais colineares. No entanto, em experimentos é difícil medir diretamente a energia e o momento longitudinal de uma partícula relativística espalhada. É mais conveniente medir o ângulo de espalhamento θ em relação ao eixo do feixe, a partir do qual se define a pseudo-rapidez (η)

$$\eta = -\ln \left(\tan \frac{\theta}{2} \right).$$

Enquanto a rapidez depende de E e p_z , a pseudo-rapidez depende apenas de θ . Para partículas leves ($m \approx 0$) ou altamente relativísticas ($E \approx |\vec{p}|$), as duas grandezas praticamente coincidem ($y \approx \eta$). A Figura 1 ilustra a relação entre o ângulo polar e a pseudo-rapidez.

Posteriormente, o excesso de J/ψ foi confirmado pela colaboração STAR, que observou comportamento semelhante em colisões Au–Au e U–U a energias do RHIC [15]. Mais recentemente, as colaborações LHCb [16] e ALICE [17] relataram um excesso semelhante em colisões Pb–Pb a $\sqrt{s_{NN}} = 5,02$ TeV.

³ A variável x , é conhecida como variável de Bjorken e pode ser interpretada como fração de momento longitudinal do hádron carregada por um de seus constituintes internos, como quarks ou glúons. Em colisões de alta energia, sondamos pártons que carregam frações cada vez menores desse momento – ou seja, valores pequenos de x . De forma aproximada, $x \sim 1/W^2$, onde W é a energia no centro de massa do sistema. Assim, quanto maior a energia W , menor é o x , o que justifica a equivalência entre pequeno x e o regime de altas energias.

⁴ O parâmetro de impacto é uma grandeza semiclássica, útil ao teórico, mas não é um observável físico.

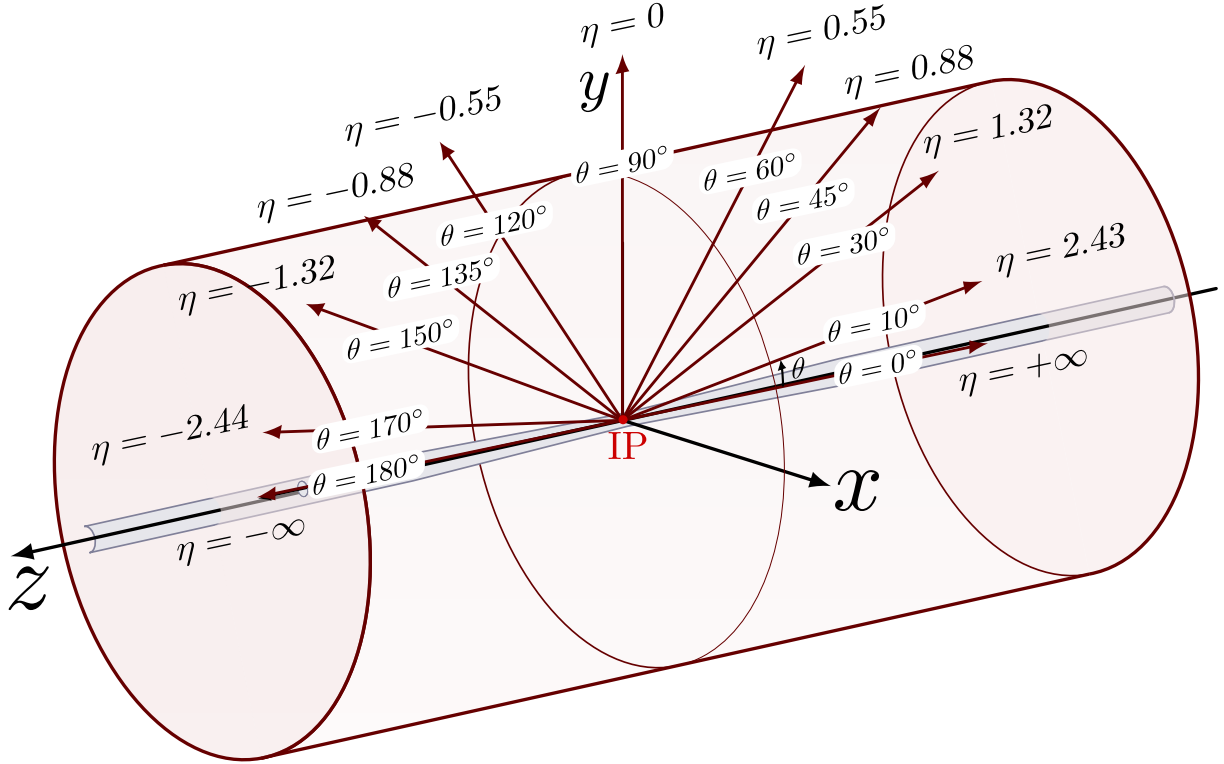


Figura 1 – Relação entre o ângulo polar θ e a pseudo-rapidez η .

A evidência experimental desse excesso pode ser visualizada, por exemplo, nos resultados obtidos pela colaboração STAR, apresentados na Figura 2. O painel esquerdo mostra a distribuição da massa invariante de pares de léptons (também chamado de diléptons) para diferentes faixas de centralidade, evidenciando um excesso em relação ao cocktail hadrônico (modelo teórico construído a partir da soma de todas as contribuições conhecidas de decaimentos hadrônicos em diléptons). O painel direito apresenta a distribuição em momento transversal (\vec{p}_T), onde também se observa uma produção significativa de pares em baixíssimos valores de p_T . O momento transversal é a componente do momento de uma partícula no plano perpendicular ao eixo do feixe (eixo z) em um colisor. Na Figura 3 (à esquerda), no ponto de interação (IP), o momento total da partícula produzida \vec{p} forma um ângulo θ com o eixo z . A componente transversal \vec{p}_T corresponde à projeção de \vec{p} no plano xy , ilustrada na Figura 3 (à direita).

A presença desse excesso para $p_T < 0,3 \text{ GeV}/c$ levanta a questão: seria possível que o processo de fotoprodução, até então associado exclusivamente às UPCs, também ocorra em colisões periféricas, nas quais $b \lesssim R_A + R_B$? Neste cenário, o desafio teórico passa a ser a incorporação consistente dos efeitos geométricos, sem comprometer a consistência do formalismo empregado para descrever a produção fotônica.

Neste trabalho, avaliamos a produção exclusiva de mésons vetoriais J/ψ e Υ em colisões Pb–Pb no LHC utilizando o formalismo do dipolo de cor. Nesse formalismo, um fóton emitido por um dos núcleos pode flutuar, por efeito quântico, em um par quark-antiquark – o chamado dipolo de cor – que então interage com o outro núcleo. Essa

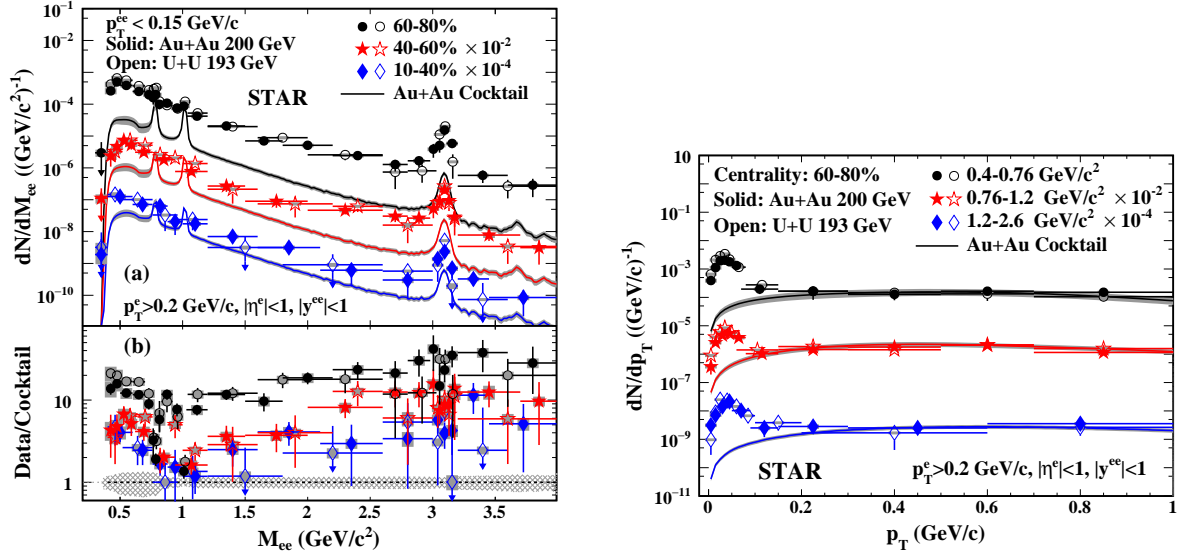


Figura 2 – Excesso em relação ao cocktail hadrônico observado pela colaboração STAR. Painel esquerdo: (a) Distribuição da massa invariante de pares de léptons para diferentes classes de centralidade e (b) razão entre o cocktail hadrônico e os dados experimentais. Painel direito: Distribuição em momento transverso para diferentes intervalos de massa invariante [18].

abordagem tem se mostrado bastante eficaz na descrição de processos induzidos por fótons, e aqui a estendemos para colisões com sobreposição nuclear parcial (colisões periféricas). Para isso, modificamos o fluxo de fótons equivalentes, e a seção de choque referente a interação entre o fóton e o núcleo, levando em conta diferentes cenários geométricos associados à configuração da colisão.

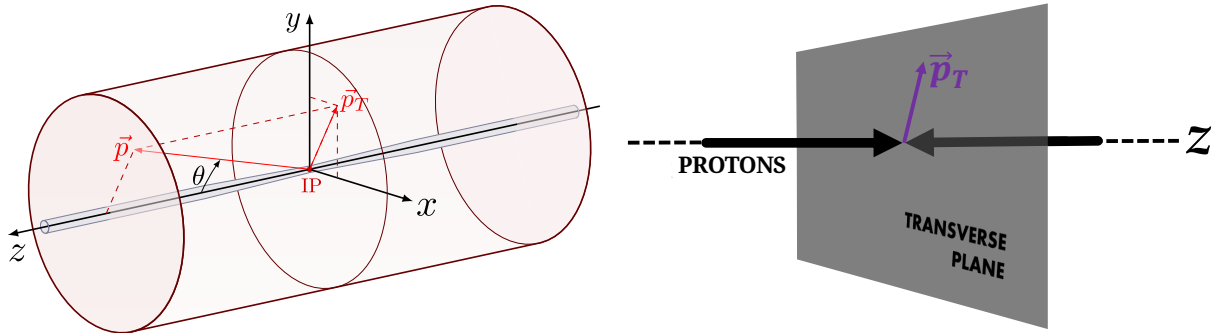


Figura 3 – À esquerda: representação do momento total \vec{p} e sua decomposição em momento transversal \vec{p}_T , formando um ângulo θ com o eixo do feixe (z), no ponto de interação (IP). À direita: ilustração do plano transversal (xy), perpendicular ao eixo do feixe, onde \vec{p}_T corresponde à projeção do momento total nesse plano.

Um ponto central dessa abordagem é a forma como o dipolo interage com o alvo, que é governada por aspectos não perturbativos da QCD. No entanto, a teoria de QCD, apesar de bem estabelecida, não permite obter de forma analítica a amplitude de espalhamento dipolo-alvo em todo o regime de interesse – ou seja, não é possível derivá-la

diretamente a partir da Lagrangeana da QCD. Por essa razão, é necessário recorrer a modelos fenomenológicos, que são construídos com base em princípios teóricos gerais e ajustados a dados experimentais. Neste trabalho, utilizamos três desses modelos, todos com dependência explícita no parâmetro de impacto: o bCGC, o IP-SAT e o IPnon-SAT (este último corresponde à versão linear do IP-SAT, que não inclui efeitos de saturação).

Esta dissertação está estruturada da seguinte maneira. No **Capítulo 2**, revisamos conceitos fundamentais de Cromodinâmica Quântica, como o espalhamento profundamente inelástico, a violação do scaling de Bjorken, a Lagrangiana da QCD e as propriedades de liberdade assintótica e confinamento. O **Capítulo 3** é dedicado ao Formalismo de Dipolo de Cor, onde discutimos a dinâmica de pequeno x , o formalismo de dipolo para a produção de mésons vetoriais, a equação de Balitsky-Kovchegov (BK) e modelos fenomenológicos para amplitudes de espalhamento dipolo-próton e dipolo-núcleo. No **Capítulo 4**, abordamos a Aproximação de Fótons Equivalentes, descrevendo os processos fotoinduzidos e a derivação dos espectros de fótons equivalentes em função da energia e da distância. Em seguida, o **Capítulo 5** é dedicado às Colisões Periféricas, apresentando os tipos de colisão, os modelos de fluxos de fótons efetivos e o modelo de seção de choque fotonuclear efetiva. Por fim, no **Capítulo 6**, analisamos a Fotoprodução Exclusiva de Mésons Vetoriais Pesados em Colisões Periféricas, mostrando os resultados obtidos para o J/ψ e o Υ considerando diferentes fatores de forma nucleares. Por fim, as **Conclusões e Perspectivas** são apresentadas.

Nesta dissertação, iremos apresentar os resultados presentes em: P. E. A. da Costa, A. V. Giannini, V. P. Gonçalves, and B. D. Moreira, Photoproduction of heavy vector mesons in peripheral PbPb collisions at the Large Hadron Collider, Phys. Rev. D 112, 034012 (2025).

2 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

A QCD é a teoria que descreve a interação forte, uma das quatro forças fundamentais da natureza. Essa interação governa o comportamento de partículas como quarks e glúons, que são os constituintes fundamentais dos hádrons, como prótons e nêutrons. Ela é uma teoria de gauge local não - abeliana (os glúons interagem entre si) baseada no grupo de simetria $SU(3)$, onde S indica que o grupo é especial (o operador U responsável pela transformação de gauge, possui determinante igual a 1), U refere-se ao fato de o operador U ser unitário, e o 3 denota que o grupo possui três cargas de cor: vermelho, verde e azul [19–21].

Os geradores do grupo $SU(3)$ são representados pelas oito matrizes de Gell-Mann, que correspondem aos oito glúons (formando o octeto de cor), as partículas mediadoras da interação forte. Apesar de a teoria prever nove glúons, um deles está associado a um estado singleto de $SU(3)$ [21, 22].

Uma característica marcante da QCD é o comportamento peculiar da força entre quarks, que apresenta duas propriedades fundamentais. Em altas energias – ou de forma equivalente, pequenas distâncias –, a força torna-se fraca, permitindo que os quarks se comportem quase como partículas livres. Esse fenômeno é conhecido como liberdade assintótica, e sua descoberta foi um dos marcos no entendimento da interação forte. Por outro lado, em baixas energias – ou de forma equivalente, grandes distâncias –, a interação torna-se tão intensa que os quarks não podem ser isolados individualmente. Esse efeito, chamado confinamento, implica que os quarks estão sempre ligados em combinações que formam hádrons [23].

O desenvolvimento da QCD foi impulsionado tanto por avanços teóricos quanto por descobertas experimentais significativas. Um dos marcos mais importantes nesse processo foi o estudo DIS, que, por meio de experimentos como os realizados no colisor HERA, forneceu uma visão detalhada da estrutura interna dos hádrons. O DIS revelou que os prótons e nêutrons não são partículas elementares, mas são compostos por quarks e glúons [20, 24].

Neste capítulo, será introduzida a Lagrangiana da QCD, acompanhada pelas regras de Feynman utilizadas nos cálculos teóricos. Em seguida, serão analisados os conceitos de liberdade assintótica e confinamento, aspectos fundamentais da QCD. Também será explorado o DIS e sua relação com o scaling de Bjorken¹. Apresentaremos a cinemática do DIS, destacando as diferenças entre os regimes elástico e inelástico, com foco no espalhamento lépton-quark e lépton-hádron. Por fim, será discutida a violação do scaling de Bjorken e a formulação das equações DGLAP, que descrevem a evolução da distribuição de quarks e glúons em escala de momento Q^2 .

¹ O scaling de Bjorken refere-se ao comportamento observado em experimentos do DIS, nos quais certas quantidades medidas, como a função de estrutura interna dos hádrons, se tornam aproximadamente independentes da energia transferida no processo, quando expressas em termos de uma variável x .

2.1 LAGRANGIANA DA QCD E REGRAS DE FEYNMAN

Na QCD, a interação forte em distâncias curtas pode ser modelada de maneira similar à interação eletromagnética da QED. Ambas são teorias quânticas de campo com invariância local de calibre (ou de fase), o que é uma simetria fundamental que determina a forma da interação entre as partículas de matéria fundamentais (os férmions) e os quanta do campo. A QED é uma teoria de calibre abeliana, onde os campos dos férmions se transformam conforme [24]

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{iq\theta(x)}\psi(x), \quad (2.1)$$

onde q é a carga elétrica e $\theta(x)$ é um fator de fase dependente do espaço-tempo. A densidade lagrangiana (ou simplesmente lagrangiana) da QED é expressa como

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu D^\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}. \quad (2.2)$$

A soma na equação anterior é realizada sobre os férmions carregados, e o tensor do campo eletromagnético é dado por $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. A derivada covariante introduz a interação dos férmions com o campo eletromagnético e é expressa como $D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu$.

Na QCD, por ser uma teoria de calibre não-abeliana, o acoplamento dos glúons aos quarks é mais complexo, sendo governado pela estrutura de grupo $\text{SU}(3)$ das cargas de cor. Os campos dos quarks, sob transformação de $\text{SU}(3)$, variam conforme

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{igt \cdot \theta(x)} \psi(x). \quad (2.3)$$

Aqui, g é o análogo à carga elétrica na QED e $t \cdot \theta$ é o produto dos geradores do grupo de cor com o vetor de funções de fase no espaço de cor dependente do espaço-tempo. Os geradores de $\text{SU}(3)$, t^a , satisfazem a relação de comutação (álgebra de Lie)

$$[t^a, t^b] = if^{abc}t^c, \quad (2.4)$$

onde f^{abc} são as constantes de estrutura do grupo $\text{SU}(3)$. O tensor de campo dos glúons é dado por

$$F_a^{\mu\nu} = \partial^\mu A_a^\nu - \partial^\nu A_a^\mu + gf^{abc}A_b^\mu A_c^\nu. \quad (2.5)$$

Os campos de glúons A_a ($a = 1, \dots, 8$) estão presentes na equação anterior, sendo o termo adicional, a interação entre os glúons, que também carregam cargas de cor. Os campos dos quarks, ψ_i , se transformam como tripletos sob o grupo $\text{SU}(3)$, com $i = 1, 2, 3$ correspondendo aos três índices de cor. A lagrangiana para os quarks é dada por

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \sum_f \bar{\psi}_f^i (i\gamma_\mu D^\mu - m_f)_{ij} \psi_f^j - \frac{1}{4} F_a^{\mu\nu} F_{\mu\nu}^a \quad (2.6)$$

e a derivada covariante para os quarks é expressa por,

$$D_{ij}^\mu = \delta_{ij} \partial^\mu + ig(t^a)_{ij} A_a^\mu. \quad (2.7)$$






As matrizes $(t^a)_{ij}$ são matrizes hermitianas 3×3 , e para a representação fundamental de $SU(3)$, são dadas por $(\lambda^a)_{ij}/2$, onde λ^a são as matrizes de Gell-Mann.


A lagrangiana completa da QCD é,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & \sum_f \bar{\psi}_f (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4} (\partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)}) (\partial^\mu A^{(a)\nu} - \partial^\nu A^{(a)\mu}) \\ & + g A_\mu^{(a)} \sum_f \bar{\psi}_f^i \gamma^\mu \left(\frac{\lambda^{(a)}}{2} \right)_{ij} \psi_f^j - \frac{g}{2} f^{abc} A^{(b)\mu} A^{(c)\nu} (\partial_\mu A_\nu^{(a)} - \partial_\nu A_\mu^{(a)}) \\ & - \frac{1}{4} g^2 f^{abc} f^{ade} A_\mu^{(b)} A_\nu^{(c)} A^{(d)\mu} A^{(e)\nu}. \quad (2.8) \end{aligned}$$


A partir de cada termo da lagrangiana, conforme indicado em (2.8), é possível determinar as regras de Feynman que correspondem aos diagramas representativos dos processos perturbativos na QED e na QCD. Os diagramas e as respectivas regras de Feynman para as interações fortes são essencialmente análogos aos utilizados nas interações eletromagnéticas [7, 19, 25–27].

Como os férmions livres de spin-1/2 obedecem à equação de Dirac, os espinores e o propagador associados aos quarks livres (primeiro e segundo termo de (2.8)) na QCD coincidem com os da QED, ou seja

{	Quarks e léptons que saem de um vértice		\Rightarrow	\bar{u}_p
	Quarks e léptons que chegam a um vértice		\Rightarrow	u_p
	Antiquarks e antiléptons que saem de um vértice		\Rightarrow	v_p
	Antiquarks e antiléptons que chegam a um vértice		\Rightarrow	\bar{v}_p
	Propagador de quarks e léptons		\Rightarrow	$i \frac{\not{p} + m}{p^2 - m^2}$

Para os glúons, que são representados nos diagramas de Feynman por linhas helicoidais () , o propagador em um calibre arbitrário (ξ) é expresso por

$$\frac{i}{q^2} \left(-g^{\mu\nu} + (1 - \xi) \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) \delta^{ab} \quad (\text{propagador de glúons}).$$

No calibre de Feynman ($\xi = 1$), o propagador assume uma forma simplificada, equivalente ao propagador de fótons – se realizada a mesma escolha de calibre – ()

$$-\frac{ig^{\mu\nu} \delta^{ab}}{q^2} \quad (\text{propagador de fótons e glúons}).$$

Aqui, a e b percorrem os 8 índices de cor: $1, 2, \dots, 8$.

Glúons externos possuem um vetor de polarização de spin-1 e um vetor de polarização de cor a^c ($c = 1, 2, \dots, 8$), especificando o estado de cor particular envolvido. Para cada linha de glúon que entra no diagrama, inclui-se o fator

$$\text{gluon line} = \epsilon_\mu(k, \lambda) a^c,$$

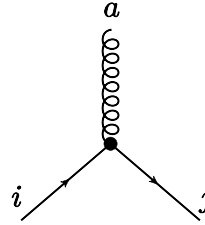
e, para glúons que saem do diagrama, o fator

$$\bullet \text{-----} = \epsilon_\mu^*(k', \lambda') a^{c*}.$$

Quanto aos vértices, enquanto na QED existe apenas um vértice lépton-fóton-lépton, relacionado ao termo $ie\gamma_\mu$, na QCD, além do vértice quark-glúon-quark (referente ao terceiro termo da lagrangiana (2.8)), há também os vértices de três (quarto termo de (2.8)) e quatro glúons (último termo de (2.8)).

Nos diagramas apresentados a seguir, as primeiras letras latinas (a, b, c, \dots) representam as cores dos glúons, enquanto (i, j, \dots) indicam as cores dos quarks.

- Quark-glúon-quark:



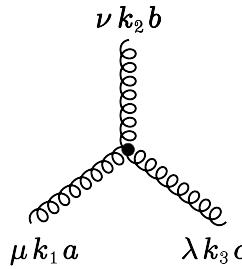
$$= -ig \left(\frac{\lambda_a}{2} \right)_{ji} \gamma_\mu,$$

em que g é definido como

$$g^2 = 4\pi\alpha_s,$$

com α_s sendo a contante de acoplamento forte.

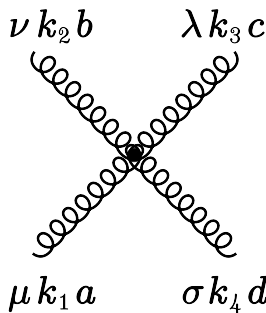
- Três glúons:



$$= -gf_{abc} [g_{\mu\nu}(k_1 - k_2)_\lambda + g_{\nu\lambda}(k_2 - k_3)_\mu + g_{\lambda\mu}(k_3 - k_1)_\nu],$$

aqui, os momentos dos glúons (k_1, k_2, k_3) são assumidos como apontando para o vértice; se algum deles apontar para fora, seu sinal deve se trocado.

- Quatro glúons:



$$= -ig^2 \left[f_{abe} f_{cde} (g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma} - g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda}) \right. \\ \left. + f_{ade} f_{bce} (g_{\mu\nu} g_{\lambda\sigma} - g_{\mu\lambda} g_{\nu\sigma}) \right. \\ \left. + f_{ace} f_{dbe} (g_{\mu\sigma} g_{\nu\lambda} - g_{\mu\nu} g_{\sigma\lambda}) \right]$$

onde, temos uma soma implícita em e .

Com esses vértices e propagadores definidos, é possível realizar diversos cálculos perturbativos de QCD em primeira ordem [19]. Essas representações diagramáticas são conhecidas como as regras de Feynman. Embora não haja uma convenção fixa, os diagramas são geralmente interpretados da esquerda para a direita. Nesse contexto, o lado esquerdo indica a natureza da partícula antes da interação, enquanto o lado direito mostra sua natureza após a interação. As setas que apontam para a direita indicam partículas se propagando para frente no tempo, enquanto aquelas que apontam para a esquerda representam antipartículas também avançando no tempo. É importante destacar que esses diagramas descrevem as interações entre partículas, não o trajeto delas no espaço-tempo [28].

2.2 LIBERDADE ASSINTÓTICA E CONFINAMENTO

As auto-interações entre glúons resultam em dois fenômenos que não ocorrem na QED: Liberdade Assintótica (veja as Ref. [4–6,27]) e Confinamento. Em grandes distâncias, a interação entre quarks, mediada pelos glúons, se intensifica, preservando a estrutura hadrônica. Esse potencial de confinamento é tão forte que, ao aumentar a distância entre os quarks, é mais provável que ocorra a criação de pares quark-antiquark do que a separação dos quarks ligados, como ilustrado na Fig. 4 [29, 30].

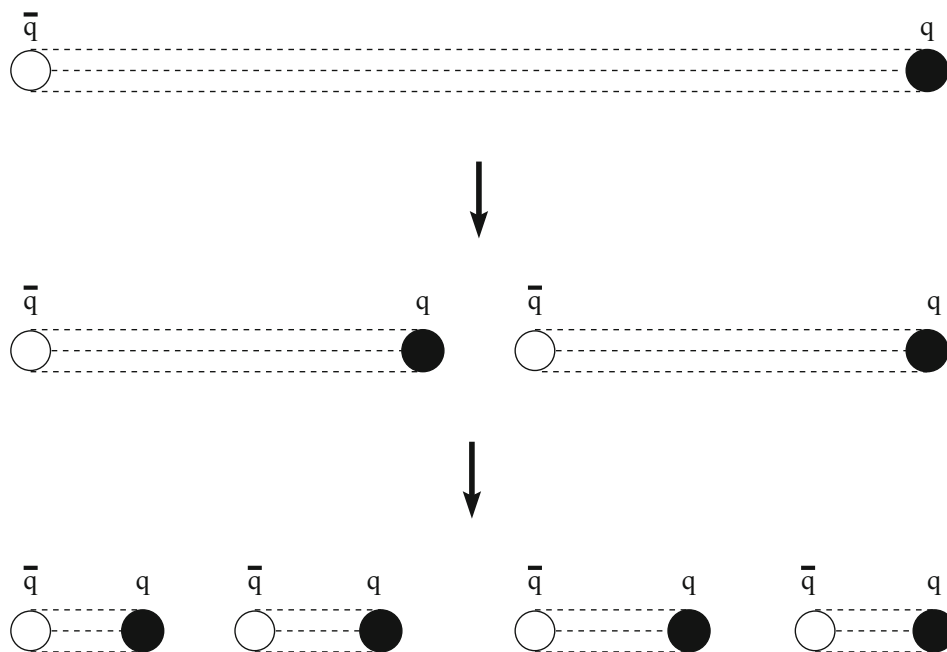


Figura 4 – Ilustração do que ocorre conforme a distância entre os quarks aumenta [30].

Experimentalmente, nunca se identificou um quark isolado; apenas hádrons, como mésons ou bárions, que são singletos de cor. Isso evidencia que quarks e glúons permanecem confinados dentro dos hádrons. Apesar desse entendimento, ainda não existe uma formula-

ção completa da QCD não-perturbativa que explique, a partir de primeiros princípios, a origem do confinamento [28, 29].

Por outro lado, à medida em que a distância entre os quarks diminui, a interação entre eles torna-se mais fraca, permitindo que eles sejam tratados como quase livres. Esse comportamento pode ser explicado pelas auto-interações gluônicas, que sugerem que, em curtas distâncias, a carga de cor dos glúons se distribui ao redor no vácuo, enfraquecendo a interação entre os quarks [28].

Na QCD perturbativa, a intensidade dessas interações é frequentemente caracterizada pela constante de acoplamento forte, que é determinada por métodos de grupo de renormalização². Em primeira ordem de $\beta(\alpha_s) = -b_0\alpha_s^2$ (função β da QCD), essa constante é expressa por [22, 24, 33]

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{1}{b_0 \ln(Q^2/\Lambda_{\text{QCD}}^2)} \quad (2.9)$$

com Λ_{QCD} sendo a escala de confinamento da QCD e b_0 em mais baixa ordem, dado por [24, 33]

$$b_0 = \frac{33 - 2n_f}{12\pi} \quad (2.10)$$

onde n_f representa o número de quarks ativos envolvidos na criação de pares, e Q^2 é interpretado como a escala de resolução (ou momento) com a qual o sistema está sendo sondado.

A Eq. (2.9) indica que a constante de acoplamento diminui à medida que a escala de momento aumenta (ou seja, à medida que a distância diminui). No caso em que $Q^2 \gg \Lambda_{\text{QCD}}^2$ (com $\Lambda_{\text{QCD}} \approx 200 - 300 \text{ MeV}$), a constante de acoplamento torna-se pequena, permitindo o uso de cálculos perturbativos. Nessas condições, os quarks podem ser considerados aproximadamente livres, caracterizando o fenômeno conhecido como liberdade assintótica. Por outro lado, quando $Q^2 \rightarrow \Lambda_{\text{QCD}}^2$, as interações entre quarks e glúons tornam-se muito intensas, tornando inadequado o uso de métodos perturbativos para descrever o sistema [34]. A Fig. 5 apresenta o comportamento da constante de acoplamento α_s da QCD.

2.3 ESPALHAMENTO PROFUNDAMENTE INELÁSTICO E SCALING DE BJORKEN

O DIS desempenha um papel fundamental no estudo da estrutura interna dos hádrons. Nesse processo, um lépton (como elétron ou múon) interage com um hádron, geralmente um próton, a altos momentos transferidos (Q^2). Como resultado, o hádron se rompe, e informações valiosas sobre seus constituintes internos, conhecidos como pártons, podem ser obtidas.

² Observáveis físicos não podem depender da escolha arbitrária da escala de momento em que os parâmetros da teoria são definidos. A exigência de que esses resultados sejam invariantes sob quaisquer mudanças nessa escala – isto é, sob o grupo de todas as possíveis escolhas de escala – conduz ao método de grupo de renormalização [31, 32].

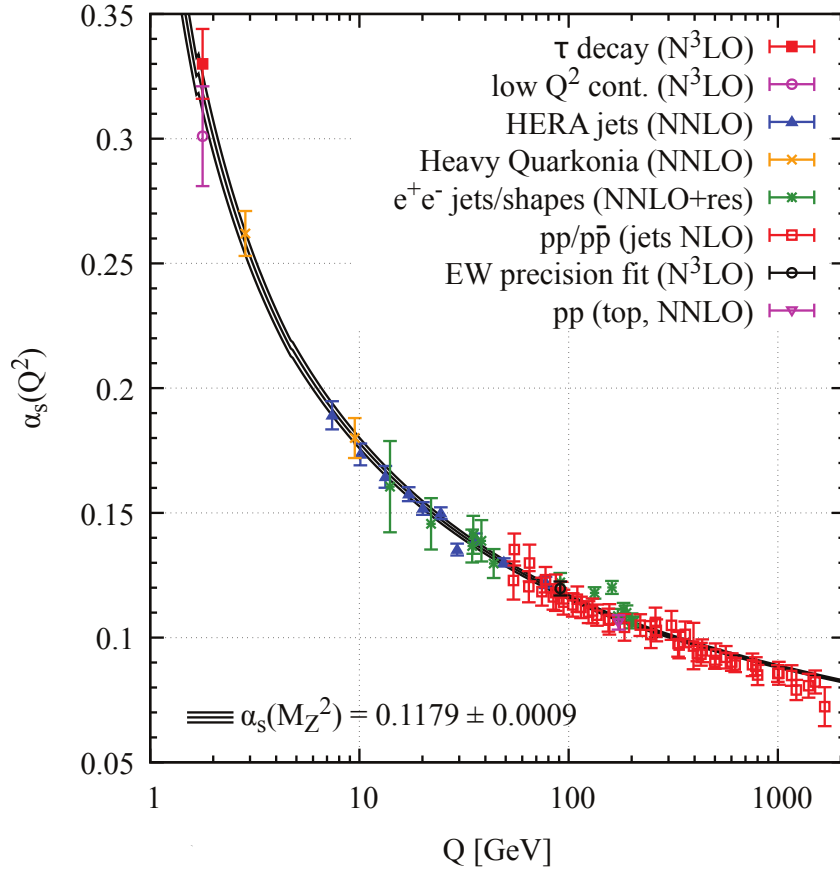


Figura 5 – Constante de acoplamento da QCD [35]

No modelo de pártons, formulado por Feynman em 1969 [36] e posteriormente refinado por Bjorken e Paschos [37], considera-se que os hádrons são compostos por constituintes elementares chamados pártons. Durante o DIS, a partícula incidente, como um fóton virtual (γ^* – o asterisco identifica a partícula virtual), interage diretamente com um único parton dentro do hádron, em vez de interagir com o hádron como um todo. Essa abordagem simplifica o tratamento teórico e permite uma descrição a nível elementar da estrutura hadrônica [28].

No contexto do DIS, os pártons são caracterizados por portar uma fração do momento longitudinal total do hádron, representada pela variável adimensional x (ou variável de Bjorken). Durante a colisão, o fóton virtual resolve estruturas internas do próton em escalas espaciais da ordem do inverso do momento transferido ao sistema. Isso faz com que o DIS seja uma ferramenta poderosa para explorar objetos pontuais dentro do hádron [34].

Um dos resultados experimentais mais significativos do DIS foi a descoberta do chamado scaling de Bjorken [38]. Esse fenômeno refere-se à independência aproximada das funções de estrutura hadrônicas em relação ao momento transferido Q^2 , quando x é mantido constante [34]. Essa observação, realizada em experimentos no Stanford Linear Accelerator Center (SLAC) [39–42], foi uma das primeiras evidências experimentais que

apoiaram a ideia de que os hádrons possuem constituintes elementares³ [19].

As funções de estrutura $F_1(x, Q^2)$ e $F_2(x, Q^2)$, mostraram comportamento quase independente de Q^2 [42] para valores de x em torno de 0.25, sugerindo que as interações internas entre pártons poderiam ser desprezadas em energias moderadas [20, 43, 44].

Os pártons foram identificados posteriormente como quarks e glúons, sendo os quarks classificados em duas categorias: quarks de valência, que carregam os números quânticos do hádron, e quarks de mar, que surgem da criação de pares $q\bar{q}$ por meio da irradiação de glúons [28, 34]. Essa descrição foi refinada com o reconhecimento das interações entre quarks e glúons previstas pela QCD. Em energias ainda mais altas, essas interações levam à violação do scaling de Bjorken [34], um ponto que será explorado na seção seguinte.

O DIS e o modelo de pártons revolucionaram nossa compreensão da estrutura hadrônica, fornecendo um fundamento para a descrição teórica dos hádrons e para o desenvolvimento da QCD. O fenômeno do scaling de Bjorken destacou a simplicidade do modelo de pártons em energias moderadas, ao mesmo tempo que abriu caminho para a exploração de correções dinâmicas em altas energias.

2.3.1 Cinemática do DIS

Estamos interessados no processo de espalhamento lépton-hádron dado por [14, 24]

$$l(\ell) + N(p) \rightarrow l'(\ell') + X(P_X), \quad (2.11)$$

onde l, l' representam os léptons inicial e final, respectivamente, N é o nucleon alvo, e X denota as partículas no estado final hadrônico. O quadrimomento associado ao sistema final é dado por $P_X = p + q$, com $q = \ell - \ell'$ representando o quadrimomento do bóson vetorial virtual V^* trocado (γ, W ou Z) (ver figura Fig. 6). Esse processo é mediado por uma troca de um bóson virtual e é frequentemente descrito pelo modelo de pártons.

O modelo de pártons, proposto por Feynman, fornece uma descrição intuitiva do comportamento observado no DIS. Nesse modelo, o nucleon é composto por centros de espalhamento pontuais denominados pártons, que correspondem aos quarks e glúons no regime de altas energias. Portanto, o espalhamento inelástico lépton-hádron, pode ser aproximado por uma soma incoerente de espalhamentos elásticos entre o lépton e um

³ A interpretação física por trás desse comportamento está relacionada ao fato de que, em geral, ao aumentar Q^2 , espera-se que uma sonda (como o fóton virtual) revele estruturas mais detalhadas do alvo – caso este possua subestrutura. No entanto, a ausência de variação significativa das funções de estrutura com Q^2 indica que o que está sendo sondado já é pontual dentro da resolução do experimento. Isso sugere que os hádrons são compostos por constituintes internos sem subestrutura resolvível – partículas pontuais que interagem com o fóton virtual. Assim, o scaling de Bjorken foi interpretado como uma forte evidência de que os hádrons possuem estrutura interna formada por partículas mais fundamentais. Além disso, como as funções de estrutura fornecem uma descrição do hádron em termos dos pártons que o compõem, o fato de elas permanecerem constantes com o aumento da resolução indica que o hádron é formado por constituintes pontuais – isto é, sem subestrutura interna detectável.

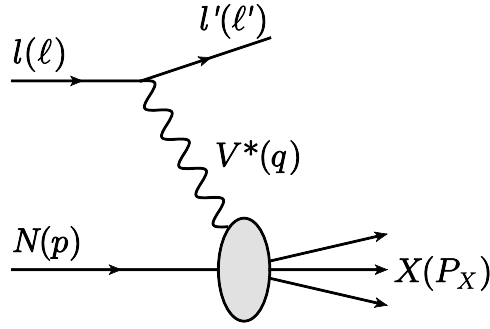


Figura 6 – Espalhamento profundamente inelástico lépton – hádron via troca de um bóson vetorial

párton individual do hádron, mediado pela troca de um bóson vetorial virtual (ver figura Fig. 7) [24].

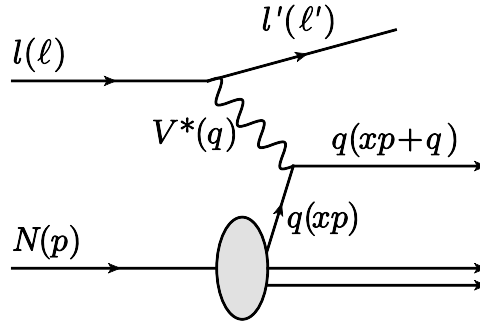


Figura 7 – Espalhamento lépton-hádron no modelo de pártons

A descrição do DIS utiliza diversos invariantes de Lorentz que permitem caracterizar sua cinemática [14, 24]:

$$s = (p + \ell)^2, \quad (2.12)$$

a energia ao quadrado no centro de massa (CM) da interação lépton-nucleon.

$$W^2 = (q + p)^2 = P_X^2, \quad (2.13)$$

a massa invariante do sistema final hadrônico X .

$$Q^2 = -q^2, \quad (2.14)$$

o negativo do quadrado da massa invariante do bóson virtual trocado, também chamada de virtualidade.

$$\nu = \frac{p \cdot q}{m_N} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{2m_N}, \quad (2.15)$$

a energia transferida no referencial do alvo em repouso, isto é, $\nu = E - E'$ (denotamos as energias inicial e final do lépton por E e E' , respectivamente), sendo m_N a massa do nucleon alvo.

$$x = \frac{Q^2}{2p \cdot q} = \frac{Q^2}{2m_N \nu} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_N^2}, \quad (2.16)$$

a variável de Bjorken, que assume um papel fundamental, sendo interpretada como a fração do momento longitudinal do nucleon transportada pelo parton atingido [24].

$$y = \frac{p \cdot q}{p \cdot \ell} = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2}, \quad (2.17)$$

a inelasticidade, que é a fração da energia do lépton incidente carregada pelo fóton trocado $y = \nu/E$.

As variáveis acima estão relacionadas de forma que

$$Q^2 = sxy, \quad (2.18)$$

o que implica que apenas duas dessas variáveis são independentes.

Como $W^2 \geq m_N^2$, a variável de Bjorken x varia no intervalo entre 0 e 1 (assim como y). O DIS refere-se ao regime cinemático em que νm_N e Q^2 são muito maiores que m_N^2 , com x permanecendo fixo e finito. Nesse contexto, a massa do nucleon pode ser desprezada em comparação com as demais escalas relevantes, que são significativamente maiores [14].

2.3.2 Espalhamento elástico lépton-quark

O espalhamento lépton-hádron pode ser interpretado como uma soma incoerente dos espalhamentos entre léptons e pártons que compõem o hádron (como visto na Fig. 7). Neste contexto, a carga do quark é expressa de forma genérica como $e' = e_i e$, onde pode assumir valores $\frac{2}{3}e$ ou $-\frac{1}{3}e$. Além disso, as variáveis cinemáticas s , Q^2 e y são ajustadas para o espalhamento lépton-quark, considerando que o quark porta uma fração x' do momento do hádron original. Isso implica que, ao invés de s , a energia no CM se torna $x's$, enquanto Q^2 e y permanecem inalterados. Dessa forma, a seção de choque para o espalhamento lépton-quark em um valor específico de x' é dada por [24]

$$\frac{d\hat{\sigma}}{dy} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} [1 + (1 - y)^2] x' s e_i^2. \quad (2.19)$$

A relação $Q^2 = sy$ transforma-se em $Q^2 = x'sy$, fornecendo x' em termos das variáveis cinemáticas externas. Assim, x' pode ser identificado como $x = Q^2/(2p \cdot q)$ [24].

Para determinar a seção de choque no espalhamento lépton-hádron, é necessário introduzir uma função de distribuição $f_i(x)$, que descreve a probabilidade do quark atingido carregar uma fração x do momento total do hádron. Também é útil definir Função de Distribuição Partônica (PDF) (ou distribuição de momento longitudinal) $x f_i(x)$ [24].

Portanto, a seção de choque diferencial dupla, considerando todos os possíveis tipos de quarks com um valor específico de x , é dada pela soma incoerente das seções de choque

individuais do espalhamento elástico entre o fóton virtual e cada parton [14, 19, 24]

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{dx dy} &= \sum_i f_i(x) \frac{d\hat{\sigma}}{dy} \\ &= \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} [1 + (1-y)^2] s \sum_i e_i^2 x f_i(x)\end{aligned}\quad (2.20)$$

De maneira equivalente, também pode ser expressa como:

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} [1 + (1-y)^2] \sum_i e_i^2 x f_i(x) \quad (2.21)$$

2.3.3 Espalhamento inelástico lépton-hádron

Como mencionado anteriormente, o espalhamento inelástico entre um lépton e um hádron pode ser interpretado como uma soma incoerente de espalhamentos elásticos entre o lépton e os pártons individuais que compõem o hádron. Com essa aproximação, podemos usar o resultado da seção de choque para o espalhamento lépton-quark como base para calcular a seção de choque lépton-hádron. Isso nos permite comparar as previsões do modelo de pártons com resultados experimentais importantes obtidos em DIS.

No referencial de alvo fixo (hádron em repouso), a seção de choque diferencial para o processo (2.11), mediado exclusivamente pela troca de fóton virtual, pode ser expressa como [14, 23]

$$\begin{aligned}d\sigma &= \frac{1}{4(\ell \cdot p)} \frac{1}{2} \sum_{s_l, s'_l} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{dP_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p + \ell - P_X - \ell') |\mathcal{M}|^2 \frac{d^3\ell'}{(2\pi)^3 2E'}.\end{aligned}\quad (2.22)$$

Como estamos considerando DIS não polarizado, na Eq. (2.22) fizemos uma média sobre o spin do lépton inicial e do nucleon, e somamos sobre o spin do lépton final. A amplitude ao quadrado em (2.22) é dada por [14, 23]

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}|^2 &= \frac{e^4}{q^4} [\bar{u}_{l'}(\ell', s'_l) \gamma_\mu u_l(\ell, s_l)]^* [\bar{u}_{l'}(\ell', s'_l) \gamma_\nu u_l(\ell, s_l)] \\ &\quad \times \langle X | J^\mu(0) | p, S \rangle^* \langle X | J^\nu(0) | p, S \rangle.\end{aligned}\quad (2.23)$$

Definimos o tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ como [14]

$$\begin{aligned}W^{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{(2\pi)} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{d^3P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \delta^4(p + q - P_X) \\ &\quad \times \langle p, S | J^\mu(0) | X \rangle \langle X | J^\nu(0) | p, S \rangle.\end{aligned}\quad (2.24)$$

Já o tensor leptônico $L_{\mu\nu}$, desprezando a massa dos léptons, é definido como [14, 23]

$$\begin{aligned} L_{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{s_l, s_l'} [\bar{u}_{l'}(\ell', s_l') \gamma_\mu u_l(\ell, s_l)]^* [\bar{u}_{l'}(\ell', s_l') \gamma_\nu u_l(\ell, s_l)] \\ &= \frac{1}{2} \text{Tr} [\not{\ell} \gamma_\mu \not{\ell}' \gamma_\nu] \\ &= 2 [\ell_\mu \ell'_\nu + \ell_\nu \ell'_\mu - g_{\mu\nu}(\ell \cdot \ell')] . \end{aligned} \quad (2.25)$$

Ao substituir (2.23) em (2.22) e utilizar as expressões de (2.24) e (2.25), a seção de choque diferencial, no referencial do hádron em repouso, onde $(\ell \cdot p) = m_N E$, assume a forma [14, 23, 24]

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{2m_N Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} . \quad (2.26)$$

De acordo com [8], o tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ não pode ser obtido diretamente a partir da pQCD, pois ele envolve correntes de transição hadrônicas, cuja estrutura exata não é conhecida. Diante dessa limitação, adota-se uma abordagem prática: em vez de calcular $W^{\mu\nu}$ diretamente, ele é parametrizado de forma geral, incorporando o máximo de informação possível com base nas simetrias e propriedades já conhecidas das interações hadrônicas.

Essa parametrização deve respeitar algumas condições fundamentais:

- Conservação da corrente eletromagnética: exige que $q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0$.
- Simetria por inversão temporal e espacial: implica que $W^{\mu\nu} = W^{\nu\mu}$.
- Conservação da simetria de paridade: impede que $W^{\mu\nu}$ contenha quadri-vetores antissimétricos⁴.

Dessa forma, o tensor hadrônico pode ser construído a partir das quantidades disponíveis no vértice hadrônico da Fig. 6, como $g^{\mu\nu}$, p^μ e q^μ , levando em conta as restrições acima. A combinação mais geral desses termos, compatível com as simetrias impostas, leva à forma final usada para $W^{\mu\nu}$, dada por [14, 23, 24]

$$\begin{aligned} \frac{1}{2m_N} W^{\mu\nu} &= \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) W_1 \\ &\quad + \frac{1}{m_N^2} \left[\left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right) \right] W_2 . \end{aligned} \quad (2.27)$$

Assim, a seção de choque do DIS para o caso não polarizado é expressa em termos das constantes de estrutura inelásticas W_1 e W_2

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{4\alpha_{\text{em}}^2 E'^2}{Q^4} \left[2W_1(\nu, Q^2) \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2(\nu, Q^2) \cos^2 \frac{\theta}{2} \right] . \quad (2.28)$$

⁴ Isso deixa de ser válido quando se consideram processos envolvendo bósons do setor fraco. Como tais interações violam a simetria de paridade, é necessário incluir um termo antissimétrico nos índices espaciais na definição de $W^{\mu\nu}$ [8].

Para a determinação de $W_{1,2}$ (as quais contêm informações sobre a estrutura interna do próton), é necessário realizar-se uma série de medidas variando-se o ângulo de espalhamento (θ) e a energia do lépton incidente (E) para cada valor de ν e Q^2 [19].

No limite de Bjorken $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$, mas com x finito, pode-se introduzir as funções de estrutura adimensionais

$$F_1(x, Q^2) \equiv m_N W_1(\nu, Q^2), \quad (2.29)$$

$$F_2(x, Q^2) \equiv \nu W_2(\nu, Q^2), \quad (2.30)$$

a seção de choque diferencial resultante, expressa em termos de F_1 , F_2 , x e y , é dada por [24]

$$\frac{d\sigma}{dx dy} = \frac{4\pi\alpha^2 s}{Q^4} [xy^2 F_1(x, y) + (1-y)F_2(x, y)]. \quad (2.31)$$

A função de estrutura longitudinal é definida como $F_L = F_2 - 2xF_1$, permitindo que a seção de choque seja expressa como

$$\frac{d\sigma}{dx dQ^2} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} \{[1 + (1-y)^2]F_2(x, Q^2) - y^2 F_L(x, Q^2)\}, \quad (2.32)$$

Ao comparar a Eq. (2.32) com o resultado obtido no modelo de pártons em (2.21), conclui-se que

$$F_2(x, Q^2) = \sum_i e_i^2 x f_i(x). \quad (2.33)$$

Dessa forma, o modelo de pártons prediz o fenômeno de scaling de Bjorken [38], indicando que F_2 depende unicamente de x , sem qualquer dependência direta de Q^2 .

Além disso,

$$F_L(x, Q^2) = 0, \quad (2.34)$$

levando-nos à conhecida relação de Callan-Gross [45], expressa como $2xF_1 = F_2$. Essa relação decorre do fato de o espalhamento ocorrer em pártons com spin 1/2.

2.4 VIOLAÇÃO DO SCALING DE BJORKEN E EQUAÇÕES DGLAP

Experimentos realizados pela colaboração MIT-SLAC [46] demonstraram que, para valores cada vez menores de x , ocorre uma quebra do scaling de Bjorken, que havia sido originalmente previsto pelo modelo de pártons, esse fenômeno foi confirmado através de medidas da função de estrutura do próton no colisor HERA [47, 48]. Ou seja, as funções de estrutura passam a exibir uma dependência de Q^2 para valores menores de x ($\approx 0,01$ – veja a Fig. 8). Essa violação do scaling é explicada pela QCD ao levar em conta as interações entre os constituintes dos hádrons (quarks e glúons), indicando que a composição interna dos hádrons não é estática. De fato, conforme discussões anteriores, o conteúdo de quarks e gluons provados no interior dos hádrons depende da escala de momento trocada no

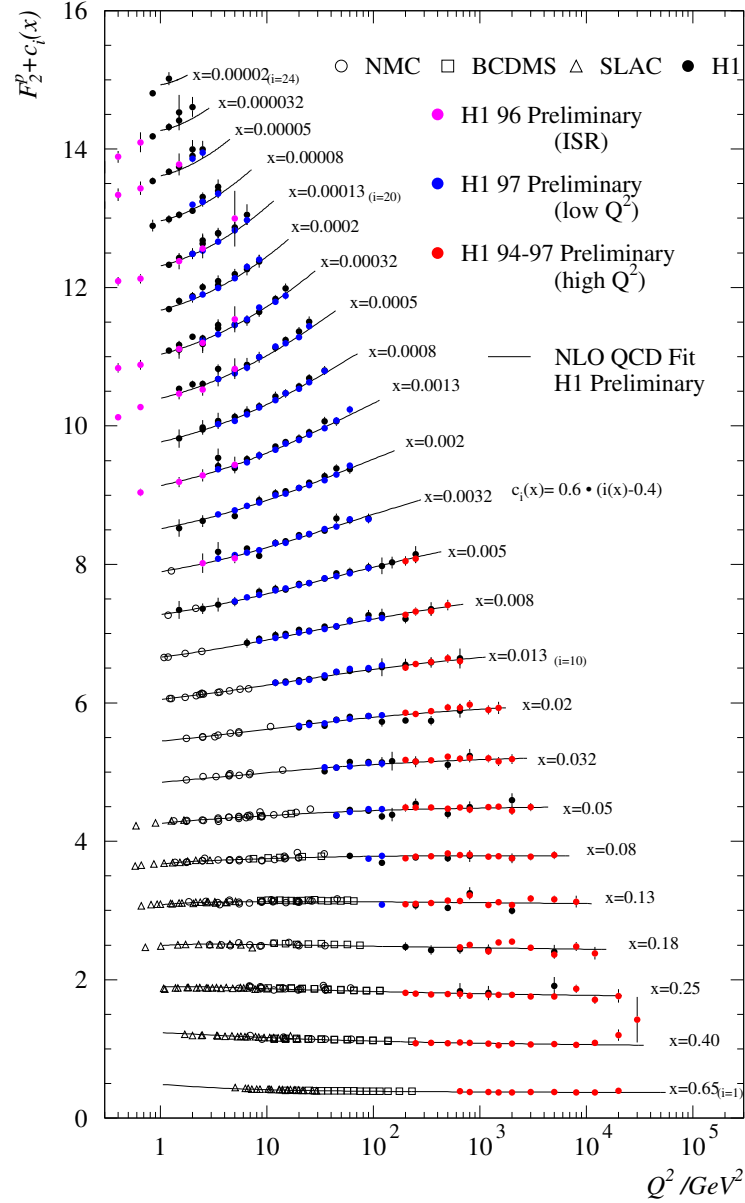


Figura 8 – Função de estrutura F_2 em função da virtualidade Q^2 [47]

processo de espalhamento, sendo que essas grandezas obedecem equações de evolução nessa variável, as chamadas equações DGLAP.

A função de estrutura $F_2(x)$ pode ser reescrita como [14]

$$F_2(x) = \sum_{q,\bar{q}} \int_x^1 d\xi f_q(\xi) \hat{F}_2^q\left(\frac{x}{\xi}\right), \quad (2.35)$$

onde \hat{F}_2^q representa a função de estrutura elementar dos quarks.

Considerando $\hat{F}_2^q(z) = e_q^2 \delta(1-z)$, recuperamos a Eq. (2.33). No entanto, essa formulação é válida apenas quando as interações entre quarks e glúons são negligenciadas.

Incluindo tais interações, existem processos adicionais que contribuem para a seção de choque γ^*q , conforme ilustrado pelos diagramas na Fig. 9 [34].

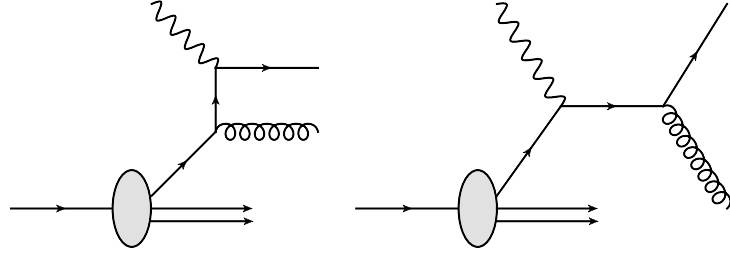


Figura 9 – Diagramas que contribuem em ordem α_s para o processo γ^*q

Em “ordem α_s ”⁵, aparecem correções envolvendo glúons reais e virtuais, gerando singularidades no cálculo desses diagramas. Uma singularidade colinear surge na emissão de glúons reais, especificamente no canal associado à variável de Mandelstam \hat{t} , quando $\hat{t} \rightarrow 0$. Isso ocorre porque $\hat{t} \propto (1 - \cos \theta)$ diverge quando o glúon emitido é colinear ao quark inicial ($\theta \rightarrow 0^\circ$). Além disso, uma singularidade associada à emissão de glúons soft⁶ também emerge, sendo cancelada ao se somar as contribuições reais e virtuais [14], desse modo, nos preocuparemos apenas com a singularidade colinear [34].

Para tratar da singularidade colinear, podemos regularizá-la, impondo um limite inferior k_0^2 para o momento transversal k_\perp^2 do quark envolvido. Em ordem α_s , os diagramas da Fig. 9, que correspondem à emissão real de glúons, contribuem para a função de estrutura $\hat{F}_2^q(z)$ da seguinte maneira [14]

$$\hat{F}_2^q(z) = \frac{\alpha_s}{2\pi} e_q^2 z \left[P(z) \ln \frac{Q^2}{k_0^2} + h(z) \right], \quad (2.36)$$

onde $P(z)$ e $h(z)$ são funções finitas. Assim, a Eq. (2.35) passa a ser expressa como

$$F_2(x) = \sum_{q,\bar{q}} e_q^2 x \left\{ f_q^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q^0(\xi) \left[P\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln \frac{Q^2}{k_0^2} + h\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] \right\}. \quad (2.37)$$

Podemos redefinir grandezas físicas introduzindo uma escala de fatorização μ^2 de modo a reescrever o logaritmo da relação anterior como

$$\ln \left(\frac{Q^2}{k_0^2} \right) = \ln \left(\frac{Q^2}{\mu^2} \right) + \ln \left(\frac{\mu^2}{k_0^2} \right). \quad (2.38)$$

Além disso, separamos arbitrariamente a função finita $h(z)$ em duas partes

$$h(z) = \tilde{h}(z) + h'(z), \quad (2.39)$$

⁵ Na QCD, os cálculos são feitos por meio de uma expansão perturbativa em potências da constante de acoplamento forte, α_s , que controla a intensidade da interação. A expressão “em ordem α_s ” significa considerar as contribuições associadas aos diagramas de Feynman que envolvem uma interação a mais mediada por um glúon, seja real ou virtual.

⁶ Um glúon soft é um glúon emitido com energia muito baixa em comparação com a energia do processo.

a separação acima define o esquema de fatorização. Com isso, conseguimos absorver a singularidade associada a $\ln\left(\frac{\mu^2}{k_0^2}\right)$ e o termo $h'(z)$ ao redefinir a distribuição de quarks como

$$q(x, \mu^2) = f_q^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q^0(\xi) \left[P\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln \frac{\mu^2}{k_0^2} + h'\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] + \dots \quad (2.40)$$

e expressar a função de estrutura como

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, \mu^2) C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right), \quad (2.41)$$

onde a função coeficiente C é definida por

$$C(z, Q^2, \mu^2) = \delta(1-z) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P(z) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \tilde{h}(z) \right] + \dots \quad (2.42)$$

Como a escala μ^2 é arbitrária, o observável físico $F_2(x, Q^2)$ não deve depender dela. Assim, impõe-se a condição de grupo de renormalização $\partial F_2 / \partial \ln \mu^2 = 0$, o que leva à

$$\sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left\{ \frac{\partial q(\xi, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right) + q(\xi, \mu^2) \frac{\partial}{\partial \ln \mu^2} C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right) \right\} = 0, \quad (2.43)$$

que, em ordem α_s , resulta em

$$\frac{\partial q(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P\left(\frac{x}{\xi}\right) q(\xi, \mu^2). \quad (2.44)$$

A Eq. (2.44) é conhecida como equação DGLAP (devida à Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi [49–51]), que descreve a evolução da distribuição de quarks [14]. A função de splitting $P(x)$ representa a probabilidade de um quark emitir outro quark com fração de momento x , sendo calculada de forma perturbativa [23, 24]

$$P(x) = \sum_n \alpha_s^n P^{(n)}(x). \quad (2.45)$$

Na ordem $\mathcal{O}(\alpha_s^0)$ para as funções de splitting e $\mathcal{O}(\alpha_s^1)$ para a função coeficiente C , a equação DGLAP ressona contribuições do tipo $(\alpha_s \ln Q^2)^n$ na Aproximação de Logaritmo Dominante $\ln Q^2$ (LLA)⁷ [34].

De maneira análoga, podemos tratar a distribuição de glúons $g(x, Q^2)$, considerando o espalhamento do tipo $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$, que correspondem aos diagramas da Fig. 10. Definimos a distribuição não-singlete de quarks como

$$q_{NS}(x, Q^2) = q(x, Q^2) - \bar{q}(x, Q^2), \quad (2.46)$$

e a distribuição singlete como

$$\sum(x, Q^2) = \sum_i [q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2)], \quad (2.47)$$

⁷ Em cada ordem perturbativa apenas a maior potência em $\ln Q^2$ é considerada.

o que nos permite escrever as equações DGLAP como

$$\frac{\partial q_{NS}(x, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P\left(\frac{x}{\xi}\right) q_{NS}(\xi, t), \quad (2.48)$$

com $t = \ln Q^2/\mu^2$, e

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Sigma(x, t) \\ g(x, t) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \begin{pmatrix} P_{qq}(x/\xi) & 2n_f P_{qg}(x/\xi) \\ P_{gq}(x/\xi) & P_{gg}(x/\xi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(\xi, t) \\ g(\xi, t) \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

onde n_f é o número de sabores ativos.

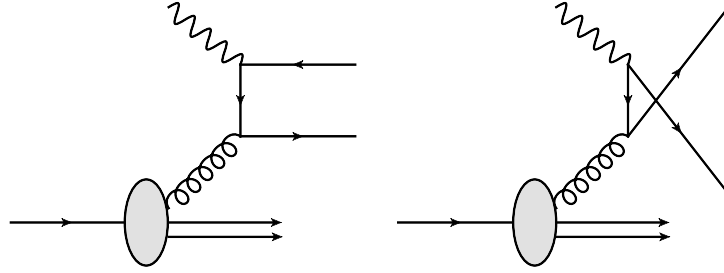


Figura 10 – Diagramas que contribuem em ordem α_s para o processo $\gamma^* g$

As funções de splitting em Ordem Dominante (LO) (ver Fig. 11), com $z = x/\xi$, são dadas por [14, 23, 24]

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \quad (2.50)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (2.51)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right], \quad (2.52)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right]. \quad (2.53)$$

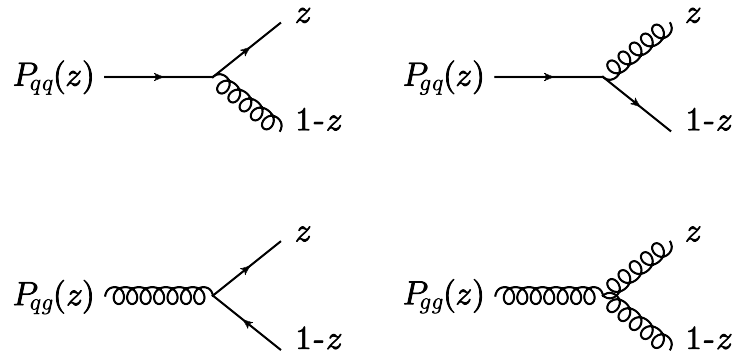


Figura 11 – Funções de splitting DGLAP

As funções de splitting não terão singularidades se utilizarmos a seguinte relação [14, 23, 24]

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}.$$

3 FORMALISMO DE DIPOLO DE COR

Neste capítulo, abordamos o formalismo de dipolo de cor como uma ferramenta central para a descrição de processos em altas energias, com ênfase na fotoprodução de mésons vetoriais em colisões envolvendo fótons. Discutimos também o fenômeno da saturação de glúons, que se torna relevante em regimes de pequeno x , onde a densidade de pártons cresce rapidamente. Este crescimento é previsto pelas equações de evolução lineares, como por exemplo a DGLAP, que considera apenas processos de emissão de novos pártons (funções de splitting – Fig. 11). No entanto, quando a densidade de glúons se torna muito alta, torna-se não desprezível a probabilidade de processos de recombinação, nos quais dois glúons se sobrepõem. Esses processos são essencialmente não lineares e atuam como um mecanismo de regulação, que atenua o crescimento da densidade de pártons, evitando que ela cresça de forma ilimitada.

Apresentamos também o formalismo de dipolo aplicado à fotoprodução de mésons vetoriais, no qual o fóton flutua em um estado quark-antiquark antes de interagir com o alvo. Esse formalismo fornece uma interpretação física bastante intuitiva e clara de como o processo pode ocorrer em altas energias. Em seguida, introduzimos os principais modelos fenomenológicos utilizados para parametrizar a amplitude de espalhamento dipolo-próton, como os modelos GBW, IIM, bCGC, IP-SAT e IP-non-SAT, enfatizando suas características e regimes de validade.

Por fim, descrevemos as funções de onda dos estados iniciais e finais envolvidos nos processos de interesse, em particular do fóton virtual e dos mésons vetoriais, que são elementos essenciais para o cálculo das seções de choque nesses processos.

3.1 DINÂMICA DE PEQUENO x E SATURAÇÃO DE PÁRTONS

Em processos de colisão de alta energia, a densidade partônica é controlada principalmente pela densidade gluônica na região de pequeno x . A distribuição de glúons $xg(x, Q^2)$, como ilustrado na Fig. 12, aumenta rapidamente com a diminuição de x devido à emissão de novos glúons. À medida que os glúons se sobrepõem, eles começam a recombinar, e essa recombinação torna-se predominante no regime de alta densidade, levando ao equilíbrio entre emissão e recombinação, resultando no fenômeno da saturação dos pártons [52–54].

Esse fenômeno de saturação está intimamente relacionado à unitariedade¹ da teoria quântica de campos e é característico de sistemas partônicos densos. No referencial de momento infinito², a função de distribuição de glúons $xg(x, Q^2)$ pode ser interpretada

¹ A unitariedade garante que a soma das probabilidades de todos os processos possíveis seja igual a 1. Sua violação, na prática, aparece quando a densidade de glúons cresce tanto que levaria a seções de choque absurdamente grandes, maiores do que fisicamente permitido. A saturação surge como um mecanismo para amenizar esse crescimento e preservar a unitariedade da matriz de espalhamento.

² O referencial de momento infinito do próton é escolhido porque permite uma descrição do hádron como

como o número de glúons na função de onda do próton, localizados dentro de uma área transversal inversamente proporcional à virtualidade do fóton Q^2 , e carregando uma fração do momento longitudinal x do próton. Para um Q^2 fixo, o número de glúons na função de onda do próton aumenta com a diminuição de x , devido à emissão adicional de glúons [56].

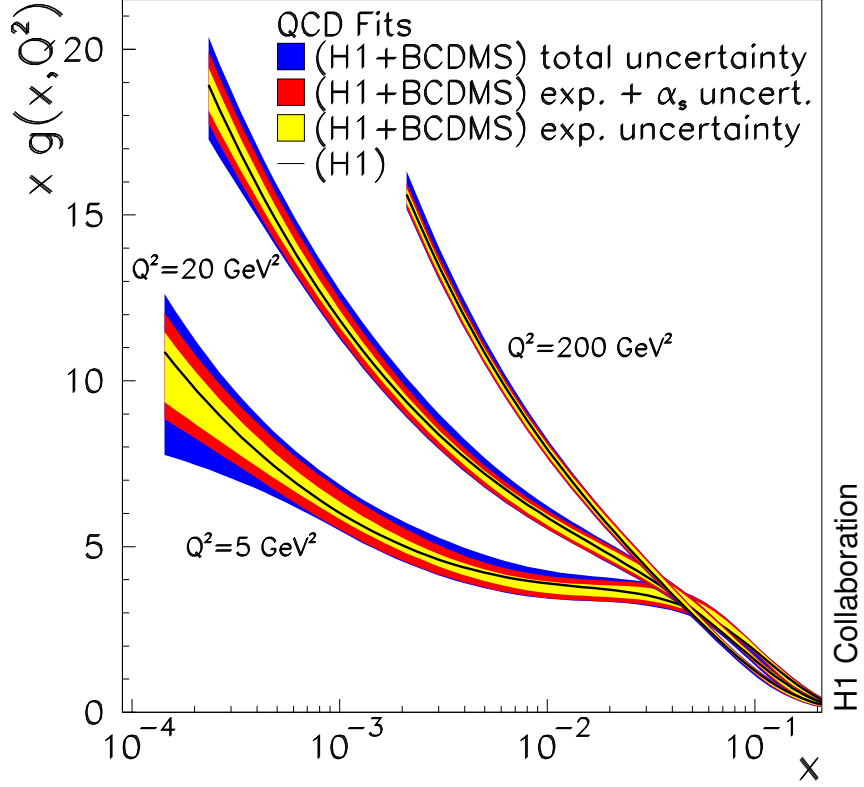


Figura 12 – PDF de glúons extraída de dados experimentais [57]

A Fig. 13 fornece uma representação qualitativa da estrutura interna dos hádrons quando são sondados em diferentes escalas de momento transferido e energia. Nessa figura, o eixo horizontal corresponde a $\ln Q^2$, enquanto o eixo vertical é $Y = \ln(1/x)$, que cresce com a energia do processo. A linha $Q_s^2(Y)$ indica, de forma qualitativa, a chamada escala de saturação, que separa o regime diluído – descrito por equações de evolução lineares, como a equação DGLAP – do regime denso, onde os efeitos não lineares, associados à saturação de glúons, se tornam relevantes [56]. Vale destacar que o significado físico da escala Q^2 depende do processo considerado: no DIS, por exemplo, ela está relacionada à virtualidade do fóton.

Quando mantemos fixo o valor de x e aumentamos a virtualidade Q^2 , observamos um aumento no número de quarks e glúons no interior do próton, acompanhado de uma ampliação na resolução com que o fóton virtual sonda sua estrutura. Esse aumento pode ser interpretado, no formalismo de dipolo, da seguinte forma: inicialmente, o fóton virtual flutua em um par $q\bar{q}$ com separação transversal r . Nesse caso, o dipolo resolve (“enxerga”)

uma coleção de constituintes que se movem quase paralelamente entre si. Nesse cenário, os partons podem ser caracterizados pela fração de momento do hádron que carregam na direção longitudinal [55].

pártons com dimensões transversais da ordem de r (veja a Fig. 14). Ou seja, ao aumentar a virtualidade, as dimensões transversais dessas partículas diminuem, dado que $r \sim 1/Q$. Nesse regime, o sistema evolui para um estado diluído.

Fixando a escala de virtualidade Q^2 , podemos analisar como a estrutura interna do próton evolui quando diminuimos x , ou seja, quando aumentamos a energia do processo. À medida que x se torna menor, cresce o número de glúons no interior do próton, pois cada párton pode emitir novos glúons, levando a uma multiplicação rápida dos pártons. Esse mecanismo de crescimento é capturado por equações de evolução que descrevem como a densidade de pártons se modifica com a energia. No regime de altos Q^2 e não tão pequenos x , esse crescimento ocorre de forma relativamente controlada, já que os pártons estão bem separados no espaço transversal.

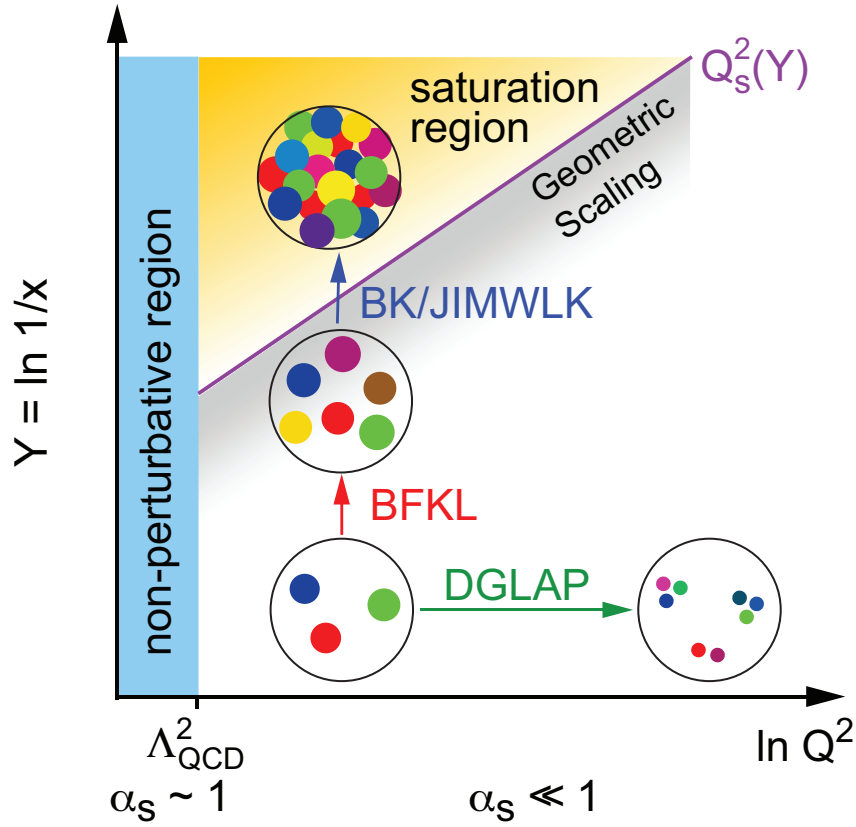


Figura 13 – Diagrama da QCD de alta energia [58]

Porém, quando x se torna muito pequeno, o número de glúons cresce tanto que eles começam a ocupar a mesma região no plano transversal. Nesse cenário, a densidade de glúons no interior do próton se torna tão alta que surgem efeitos coletivos. Esse acúmulo de glúons não pode continuar indefinidamente, sob pena de violar limites fundamentais como a unitariedade da matriz de espalhamento. É justamente nesse regime que se espera que os efeitos de saturação se manifestem, impondo um mecanismo que limita o crescimento da densidade de pártons.

Portanto, a evolução em x revela uma transição significativa da dinâmica linear de

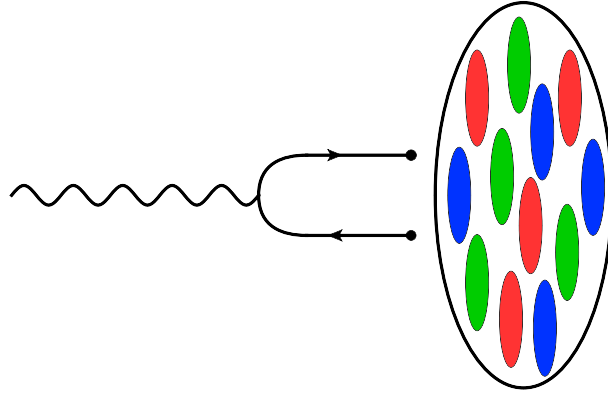


Figura 14 – Resolução em termos da virtualidade Q^2 . Fóton sondando o alvo.

sistemas diluídos para a descrição de sistemas saturados, onde a evolução é governada por equações não lineares que incorporam efeitos referentes à altas densidades partônicas e a atenuação no crescimento da seção de choque.

Todas essas ideias qualitativas estão formuladas em um arcabouço teórico bem definido: a teoria de campo efetiva da QCD válida no regime de altas energias e/ou altas densidades, conhecida como Condensado de Vidro de Cor (CGC) [23, 59–66]. O CGC descreve sistemas partônicos densos, nos quais os efeitos de saturação se tornam relevantes, e é dotado de um conjunto de equações de evolução perturbativas e não lineares: a equação de Jalilian-Marian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner (JIMWLK) [67–72] e a equação de Balitsky-Kovchegov (BK) [73, 74], que descrevem a evolução da função de onda hadrônica em pequenos valores de x . A equação JIMWLK é equivalente a um conjunto infinito de equações de evolução acopladas e não lineares – também conhecida como hierarquia de Balitsky. No limite de um grande número de cores (N_c), essa hierarquia se reduz a uma única equação – a equação BK, que será apresentada mais adiante na seção 3.4 [56].

Embora a equação JIMWLK inclua um conteúdo físico mais rico do que a equação BK, esta última tornou-se a ferramenta mais amplamente utilizada para estudar a dinâmica em pequenos valores de x . Isso se deve, em parte, à relativa simplicidade da equação BK em comparação com a JIMWLK, cuja solução exige o uso de métodos numéricos bastante complexos [56, 75].

3.2 DIS NO FORMALISMO DE DIPOLO DE COR

No referencial de repouso do próton, o formalismo de dipolo [76–81] pode ser utilizado para descrever o DIS em baixos valores de x . Nesse contexto, à medida que $x \rightarrow 0$, o fóton virtual converte-se em um par quark-antiquark antes de interagir com o alvo. Posteriormente, após um longo intervalo temporal (comparado ao tempo de interação), o par $q\bar{q}$ espalha-se pelo próton. Como o tempo necessário para a interação é significativamente menor do que o tempo de formação do par, pode-se assumir que o

tamanho transversal do dipolo $q\bar{q}$ permanece essencialmente constante durante o processo de espalhamento. A seguir, exploraremos como isso acontece [14].

O momento do fóton, no referencial de repouso do próton, é definido por [14]

$$q^\mu = \left(\nu, 0, 0, \sqrt{\nu^2 + Q^2} \right), \quad (3.1)$$

onde ν é a energia do fóton. No entanto, utilizando as coordenadas do cone de luz: $q^\mu = (q^0, q^1, q^2, q^3)$ [82], é possível obter a relação [28].

$$\begin{aligned} q^2 &= -Q^2 \\ &= (q^0)^2 - (q^3)^2 \\ &= (q^0 + q^3)(q^0 - q^3) \\ &= 2q^+q^-, \end{aligned} \quad (3.2)$$

onde $(q^0 \pm q^3) = \sqrt{2}q^\pm$. Com isso, podemos expressar o momento do fóton nas coordenadas do cone de luz como $q^\mu = (q^+, q^-, \vec{q}_\perp)$, assim

$$q = \left(q^+, -\frac{Q^2}{2q^+}, \vec{0} \right) \quad (3.3)$$

com $q^+ \simeq \sqrt{2}\nu$ no limite de Bjorken $\nu, Q^2 \rightarrow \infty$.

Por outro lado, definindo por $k^\mu(k'^\mu)$ os respectivos quadrimomentos do quark (antiquark) que formam o dipolo e tomando $k^2 \sim k'^2 \sim 0$, encontram-se as relações [14, 28]

$$k^- = \frac{k_T^2}{2k^+} \quad (3.4)$$

$$k'^- = \frac{k_T^2}{2k'^+} \quad (3.5)$$

onde $k^+ = zq^+$ e $k'^+ = (1-z)q^+$, além disso, z e $(1-z)$ são as respectivas frações de momento do fóton carregadas pelo par quark-antiquark [28].

Logo, os quadrimomentos k^μ e k'^μ podem ser reescritos como [14]

$$k^\mu = \left(zq^+, \frac{k_T^2}{2zq^+}, \vec{k} \right) \quad (3.6)$$

$$k'^\mu = \left((1-z)q^+, \frac{k_T^2}{2(1-z)q^+}, -\vec{k} \right). \quad (3.7)$$

Consequentemente, a energia correspondente ao par pode ser expressa, conforme [28]

$$\begin{aligned} E_{\text{par}} &= k^0 + k'^0 \\ &= \frac{k^+ + k^- + k'^+ + k'^-}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(zq^+ + \frac{k_T^2}{2zq^+} + (1-z)q^+ + \frac{k_T^2}{2(1-z)q^+} \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q^+ + \frac{k_T^2}{2q^+} \left[\frac{1}{z} + \frac{1}{1-z} \right] \right) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q^+ + \frac{k_T^2}{2z(1-z)q^+} \right). \end{aligned} \quad (3.8)$$

De maneira análoga, a energia do fóton será [14]

$$E_{\gamma^*} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(q^+ - \frac{Q^2}{2q^+} \right). \quad (3.9)$$

A diferença de energia entre o par $q\bar{q}$ e o fóton virtual estará associada, de acordo com o princípio da incerteza, ao tempo necessário para a formação do dipolo. O cálculo dessa diferença nos conduz a [14, 28]

$$\Delta E = E_{\text{par}} - E_{\gamma^*} = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} \left[Q^2 + \frac{k_T^2}{z(1-z)} \right] \quad (3.10)$$

onde o segundo termo dessa expressão pode ser identificado com a massa invariante do par M^2 , desse modo, tomando o limite $Q^2 \gtrsim M^2$, temos [14]

$$\Delta E = \frac{1}{2\sqrt{2}q^+} [Q^2 + M^2] \sim \frac{Q^2}{\sqrt{2}q^+}. \quad (3.11)$$

Agora, empregando a relação $x = \frac{Q^2}{2m_N\nu}$, onde m_N representa a massa do nucleon, e considerando o limite de Bjorken, temos

$$\Delta E \simeq m_N x. \quad (3.12)$$

Logo, pelo princípio da incerteza, encontramos a relação desejada entre o tempo de formação do par $q\bar{q}$ e o x de Bjorken

$$\tau_f \sim \frac{1}{\Delta E} \sim \frac{1}{m_N x}. \quad (3.13)$$

Fica claro que, no limite de pequeno x , o tempo de formação do par $q\bar{q}$ será muito maior que o tempo de interação, $\tau_{\text{int}} \sim 1/R_p$, do dipolo com o próton de raio R_p . Isso nos permite interpretar o espalhamento elástico γ^*p como um processo composto por três etapas, conforme ilustrado na Fig. 15:

1. O fóton virtual flutua em um par quark-antiquark ($q\bar{q}$);
2. O par $q\bar{q}$ espalha-se elasticamente com o próton;
3. O par $q\bar{q}$ recombina-se em um fóton virtual.

A amplitude $\mathcal{A}^{\gamma^*p}(x, Q, \Delta)$, que descreve o processo elástico $\gamma^*p \rightarrow \gamma^*p$, onde Δ é o momento transferido, é dada pelo produto das amplitudes dos três subprocessos mencionados anteriormente, integrado sobre as variáveis associadas ao dipolo [83]:

$$\mathcal{A}^{\gamma^*p}(x, Q, \Delta) = \sum_f \sum_{h, \bar{h}} \int d^2\vec{r} \int dz \psi_{h\bar{h}}^*(r, z, Q) \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) \psi_{h\bar{h}}(r, z, Q), \quad (3.14)$$

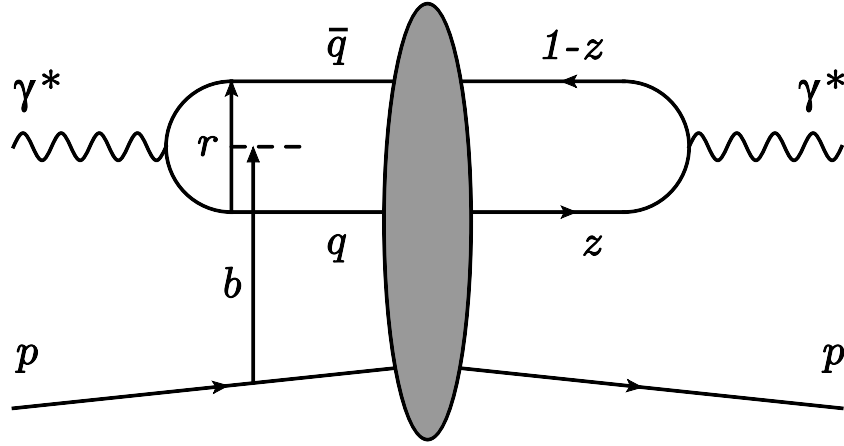


Figura 15 – Amplitude de espalhamento elástico $\gamma^* p \rightarrow \gamma^* p$ via formalismo de dipolo.

onde $\psi_{h\bar{h}}(r, z, Q)$ representa a amplitude de probabilidade de um fóton virtual flutuar em um par quark-antiquark de sabor f , com helicidades³ h e \bar{h} . Além disso, o termo $\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)$ corresponde à amplitude elementar para o espalhamento entre o dipolo de tamanho r e o próton, sendo esta amplitude definida de modo que a seção de choque diferencial do espalhamento elementar possa ser expressa como [83]

$$\frac{d\sigma_{q\bar{q}}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)|^2, \quad (3.15)$$

onde $t = -\vec{\Delta}^2$. A amplitude $\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta)$ pode ser escrita como

$$\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) = \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{\Delta}} \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, b), \quad (3.16)$$

onde b é o parâmetro de impacto dipolo-próton (distância entre o dipolo e o próton). Relacionando a amplitude $\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, b)$ com o elemento de matriz $S(x, r, b)$ via $\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, b) = 2i[1 - S(x, r, b)]$, podemos escrever

$$\mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) = i \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{\Delta}} 2[1 - S(x, r, b)], \quad (3.17)$$

$$\text{Im } \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta) = \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{\Delta}} 2[1 - \text{Re } S(x, r, b)]. \quad (3.18)$$

Usando o teorema óptico [84, 85], que relaciona a seção de choque total à parte imaginária da amplitude elástica frontal, obtém-se [83]

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = \text{Im } \mathcal{A}_{q\bar{q}}(x, r, \Delta = 0) = \int d^2\vec{b} 2[1 - \text{Re } S(x, r, b)], \quad (3.19)$$

de forma que é possível realizar a seguinte identificação

$$\frac{d^2\sigma_{q\bar{q}}}{d^2\vec{b}} = 2[1 - \text{Re } S(x, r, b)] \equiv 2\mathcal{N}(x, r, b), \quad (3.20)$$

³ Helicidade é a projeção do spin da partícula na direção do seu movimento, indicando se o spin está alinhado ou anti-alinhado com o momento [20].

ou ainda,

$$\sigma_{q\bar{q}}(x, r) = 2 \int d^2\vec{b} \mathcal{N}(x, r, b), \quad (3.21)$$

onde definimos $\mathcal{N}(x, r, b)$ como a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal dipolo-próton [83]. Este é um dos principais ingredientes desta dissertação, para o qual utilizaremos alguns modelos fenomenológicos [54]. $\mathcal{N}(x, r, b)$ carrega toda a informação sobre a interação via força forte entre o dipolo e alvo hadrônico [34, 54].

Seguindo o procedimento adotado anteriormente para a interação dipolo-próton, o teorema óptico pode ser utilizado para relacionar a seção de choque total γ^*p com a parte imaginária da amplitude frontal γ^*p [83]

$$\sigma_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \text{Im} \mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^*p}(x, Q, \Delta = 0) \quad (3.22)$$

$$= \sum_f \int d^2\vec{r} \int_0^1 dz [\psi^* \psi]_{T,L}^f \sigma_{q\bar{q}}(x, r). \quad (3.23)$$

A equação acima, é a seção de choque total para o espalhamento fóton-próton inclusivo no formalismo de dipolo de cor [86]. Ela nos mostra que a seção de choque total γ^*p pode ser fatorizada como o produto do quadrado da função de onda do cone de luz (para o splitting do fóton virtual em um par $q\bar{q}$) pela seção de choque do processo elementar $q\bar{q}p$ [34].

Como o fóton pode possuir polarização transversal ou longitudinal, o overlap das funções de onda do estado inicial e final possui duas componentes, associadas às respectivas polarizações. Essas componentes são dadas por [83]

$$[\psi^* \psi]_T^f \equiv \frac{1}{2} \sum_{h\bar{h}} \left[\psi_{h\bar{h}, \lambda=+1}^* \psi_{h\bar{h}, \lambda=+1} + \psi_{h\bar{h}, \lambda=-1}^* \psi_{h\bar{h}, \lambda=-1} \right], \quad (3.24)$$

$$[\psi^* \psi]_L^f \equiv \sum_{h\bar{h}} \psi_{h\bar{h}, \lambda=0}^* \psi_{h\bar{h}, \lambda=0}, \quad (3.25)$$

onde λ denota a helicidade do fóton.

3.3 FORMALISMO DE DIPOLLO PARA A PRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS

Nesta seção, apresentaremos o formalismo para a produção de mésons vetoriais no processo $\gamma^*A \rightarrow VA$, conforme ilustrado pelos diagramas da Fig. 16. No primeiro diagrama, o fóton virtual emitido por um núcleo incidente flutua em um dipolo de cor, que em seguida interage com o alvo. Essa interação é descrita pelo “*blob*” no diagrama, que representa a amplitude de espalhamento frontal \mathcal{N} entre o dipolo e o núcleo [34]. O segundo diagrama, por sua vez, interpreta essa interação como a troca de um Pomeron, um objeto no estado singlete de cor responsável pela transferência de momento sem quebra do alvo. Em primeira aproximação, o Pomeron pode ser modelado como a troca de dois

glúons, considerado inicialmente por Low e Nussinov [87, 88], mas uma descrição mais rigorosa e fundamentada na QCD o caracteriza como uma escada de glúons no regime de altas energias e pequeno t . Essa estrutura surge da somatória de diagramas de troca de múltiplos glúons reggeizados e é descrita pela equação de BFKL [23, 89–91].

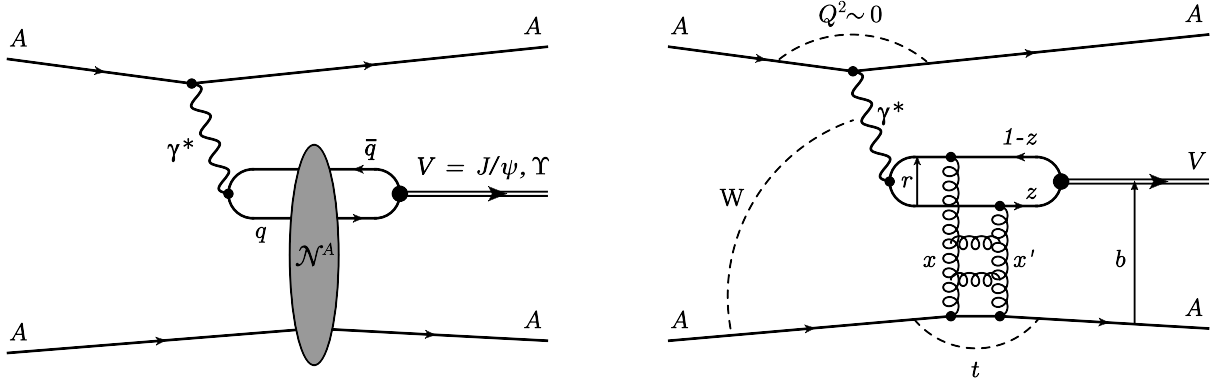


Figura 16 – Amplitude de espalhamento $\gamma^* A \rightarrow V A$ via formalismo de dipolo.

Há dois tipos de processos que podem ser considerados: processos coerentes e processos incoerentes. Nos processos coerentes, o fóton interage de maneira coletiva com todos os núcleons do núcleo. Por outro lado, nos processos incoerentes, o fóton interage apenas com um único núcleon, resultando na quebra parcial ou excitação do núcleo. Nesta dissertação, estamos interessados na produção coerente de mésons vetoriais. A seguir, apresentamos as equações fundamentais utilizadas nos cálculos seguindo as Refs. [34, 92, 93].

A seção de choque diferencial para a produção coerente pode ser expressa de maneira análoga à seção de choque para o caso $\gamma^* p$

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* A}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}^{\gamma^* A}(x, r, \Delta)|^2, \quad (3.26)$$

onde o índice A refere-se ao núcleo. Das variáveis t e Δ pode-se escrever

$$dt = d\vec{\Delta}^2. \quad (3.27)$$

Além disso, considerando que

$$d^2 \vec{\Delta} = 2\pi |\vec{\Delta}| d\vec{\Delta} = \pi d\vec{\Delta}^2, \quad (3.28)$$

podemos reescrever

$$dt = \frac{d^2 \vec{\Delta}}{\pi}. \quad (3.29)$$

Com isso, a seção de choque assume a forma

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* A}}{d^2 \vec{\Delta}} = \frac{1}{16\pi^2} |\mathcal{A}^{\gamma^* A}(x, r, \Delta)|^2. \quad (3.30)$$

Combinando as Eqs. (3.14), (3.17) e (3.21), considerando a interação $\gamma^* A$, a amplitude de espalhamento frontal entre o dipolo e o núcleo pode ser escrita como (fora da

direção frontal, existe um fator de fase extra na transformada de Fourier veja a Ref. [83])

$$\mathcal{A}^{\gamma^*A}(x, Q, \Delta) = i \int d^2\vec{r} dz [\psi_V^* \psi] \int d^2\vec{b} e^{-i\vec{b} \cdot \vec{\Delta}} 2\mathcal{N}^A(x, r, b), \quad (3.31)$$

onde, na equação acima, $[\psi_V^* \psi]$ representa o overlap entre as funções de onda do fóton virtual e do méson vetorial, chamadas de funções de onda frontais [94]. Além disso, $\mathcal{N}^A(x, r, b)$ denota a parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal entre o dipolo e o núcleo. Essa amplitude pode ser determinada a partir do modelo de Glauber, que a relaciona diretamente com a seção de choque dipolo-próton. Nesse formalismo, o espalhamento dipolo-núcleo é modelado considerando a interação do dipolo com os núcleons individuais do núcleo, os quais são tratados como centros de espalhamento independentes. Essa abordagem simplifica significativamente o cálculo da amplitude \mathcal{N}^A , reduzindo-o a um problema efetivo de dois corpos. Seguindo as Refs. [95, 96], tem-se

$$\mathcal{N}^A(x, r, b) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{\text{dip}}(x, r^2) T_A(b) \right], \quad (3.32)$$

onde $\sigma_{\text{dip}}(x, r^2)$ é a seção de choque dipolo-próton, e $T_A(b)$ é a função perfil nuclear – obtida a partir de uma distribuição de Fermi para a densidade nuclear – que descreve a distribuição dos núcleons na seção transversal do núcleo.

Ao integrar a Eq. (3.30) sobre Δ e utilizar as Eqs. (3.31) e (3.32), obtém-se

$$\sigma^{\gamma^*A}(W) = \int d^2\vec{b} \left| \int d^2\vec{r} \int \frac{dz}{4\pi} [\psi_V^*(r, z) \psi(r, z, Q^2)] \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{\text{dip}}(x, r^2) T_A(b) \right] \right\} \right|^2. \quad (3.33)$$

Com essa expressão, é possível calcular a seção de choque para o processo coerente e estudar colisões pp , pA e AA nas energias do LHC.

3.4 EQUAÇÃO BK

A amplitude de espalhamento do dipolo com o alvo, representada por $\mathcal{N}(x, r, b)$, é uma quantidade central no formalismo de dipolo. Ela está diretamente ligada à distribuição não integrada de glúons no alvo, sendo, portanto, sensível à variação de x , isto é, à energia do processo.

Quando consideramos colisões a energias cada vez maiores (ou seja, valores de x menores), essa amplitude evolui. No regime diluído, onde a densidade de glúons ainda é baixa, essa evolução é descrita pela equação BFKL (devida à Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov) [91, 97, 98], que corresponde ao crescimento do número de glúons. Esse crescimento, no formalismo de dipolos, pode ser interpretado como o processo no qual um dipolo de tamanho r emite um glúon. No limite de um grande número de cores (N_c), essa emissão de um glúon pode ser tratada como a divisão do dipolo original em dois novos dipolos (ver Fig. 17), sendo que ambos podem interagir com o alvo.

Isso ocorre porque, no limite de um grande número de cores, um glúon pode ser representado como um par fictício quark-antiquark. Assim, a emissão de um glúon por um dos quarks do dipolo transforma o sistema inicial em dois novos dipolos, os quais possuem novas coordenadas transversais associadas.

Porém, quando a densidade de glúons se torna muito alta, começa a ocorrer a sobreposição dos dipolos na mesma região do espaço. Nessa situação, torna-se necessário levar em conta que o crescimento da densidade não pode ser indefinido, pois efeitos não lineares passam a ser relevantes. Como já discutimos, esse fenômeno é conhecido como saturação.

A equação BK surge justamente para descrever esse regime, combinando o crescimento via divisão de dipolos (mecanismo presente na BFKL) com um termo não linear, que ameniza esse crescimento devido aos efeitos de saturação.

Portanto, a equação BK é uma generalização da BFKL. Ela descreve como a amplitude de espalhamento do dipolo evolui com x , levando em conta tanto o crescimento (via divisões sucessivas de dipolos) quanto a saturação (via interações múltiplas entre dipolos que ocupam a mesma região no espaço).

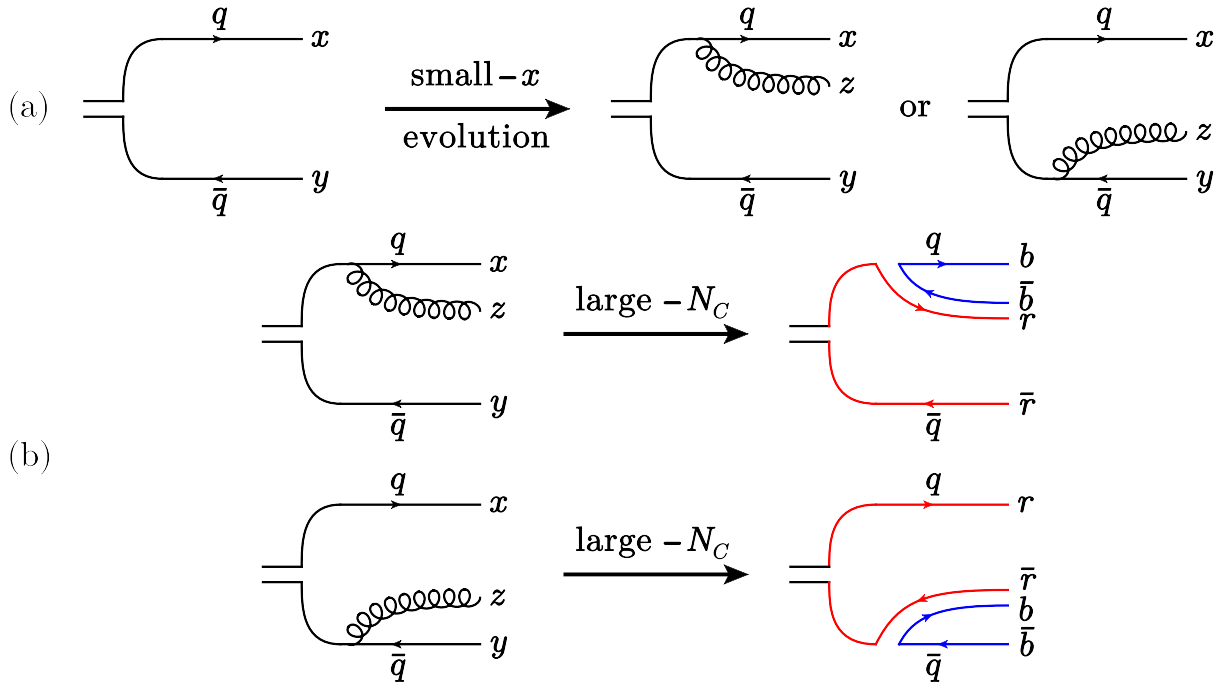


Figura 17 – Emissão de glúons pelo par $q\bar{q}$ (a), visto como a criação de um dipolo $q\bar{q}$ no limite de grande N_C (b)

Definindo

$$r = |\vec{x} - \vec{y}| \quad r_1 = |\vec{x} - \vec{z}| \quad r_2 = |\vec{z} - \vec{y}|.$$

Se o alvo for homogêneo e seu raio for significativamente maior que qualquer tamanho de dipolo considerado, a dependência no parâmetro de impacto pode ser ignorada, permitindo que a equação BK seja expressa como [99]

$$\frac{\partial \mathcal{N}(r, Y)}{\partial Y} = \frac{\alpha_s N_C}{2\pi^2} \int d^2 z \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} [\mathcal{N}(r_1, Y) + \mathcal{N}(r_2, Y) - \mathcal{N}(r, Y) - \mathcal{N}(r_1, Y)\mathcal{N}(r_2, Y)]. \quad (3.34)$$

Para uma rapidez fixa, um dipolo de cor de tamanho r se divide em dois dipolos com tamanhos r_1 e r_2 . Nesse processo, um dos dipolos evolui e interage com o alvo, enquanto o outro permanece como espectador (representando os dois primeiros termos lineares). Alternativamente, ambos os dipolos podem evoluir e interagir com o alvo simultaneamente (termo não linear). O sinal negativo do termo não linear indica que considerar duas interações independentes resulta em uma superestimação do resultado final [23].

Podemos identificar o seguinte termo na equação BK utilizada até o momento

$$K(r, r_1, r_2) = \frac{\alpha_s N_C}{2\pi^2} \frac{r^2}{r_1^2 r_2^2} \quad (3.35)$$

que se trata do kernel da equação BK. Enquanto a amplitude \mathcal{N} representa a probabilidade de interação entre o dipolo e o alvo, o kernel K determina a probabilidade de emissão de um novo dipolo [99]. Quando se assume uma constante de acoplamento fixa, esse kernel é denominado kernel BFKL.

O termo não linear na equação BK impede que a amplitude cresça indefinidamente com a rapidez, ao contrário do que ocorre na equação BFKL, que é recuperada desprezando-se justamente o último termo da Eq. 3.34. Essa não linearidade garante que a amplitude de espalhamento no espaço de coordenadas transversas respeite o limite imposto pela unitariedade, ou seja, $|\mathcal{N}(r, Y)| \leq 1$ para qualquer dipolo de tamanho r . Isso significa que a probabilidade de interação de um dipolo com o alvo não pode exceder 1. Esse comportamento é assegurado pois, quando $\mathcal{N}(r, Y) = 1$, a derivada da amplitude em relação à rapidez na Eq. (3.34) não pode ser positiva [99].

A amplitude \mathcal{N} obtida pela equação BK apresenta as seguintes características [34]:

- Dada uma condição inicial $\mathcal{N}(Y = Y_0)$, a equação BK prediz a amplitude de espalhamento para $Y > Y_0$.
- Para \mathcal{N} pequeno, o termo não linear pode ser desprezado, recuperando-se assim a equação BFKL no espaço das posições.
- No limite em que $\mathcal{N} = 1$, chamado de limite de disco negro, a interação dipolo-alvo ocorre com probabilidade máxima. Nesse regime, o lado direito da Eq. (3.34) se anula para aquele r , interrompendo localmente a evolução em rapidez. Esse comportamento reflete a saturação da densidade de glúons no alvo, que garante a unitariedade do espalhamento. O nome "disco negro" vem do fato de que, nesse limite, a seção de choque do dipolo atinge o valor geométrico máximo, dado por $\sigma_{\text{dip}} = 2\pi R_A^2$, correspondente à de uma partícula espalhada por um alvo totalmente opaco.

- As divergências do kernel em $r_1 = r_2 \rightarrow 0$ são regularizadas pela transparência de cor, $\mathcal{N}(r = r_1 = r_2 = 0) = 0$. Isso ocorre para pequenos dipolos, ou seja, $r, r_1, r_2 \lesssim 1/Q_s$, que espalham muito pouco. Nesse caso, a neutralidade de cor⁴ impede o espalhamento via interação forte.
- Para dipolos grandes, $r, r_1, r_2 \gtrsim 1/Q_s$, o espalhamento ocorre com probabilidade próxima de 1, mas nunca superior.

Até o momento, não se conhece uma solução analítica completa para a equação de evolução BK. No entanto, existem soluções assintóticas no espaço de momentos, cuja estrutura da amplitude de dipolo é bem compreendida (ver, por exemplo, Refs. [54, 100]). Ainda assim, a aplicação prática dessas soluções enfrenta desafios, especialmente no tratamento das funções de onda envolvidas no cálculo de observáveis físicos. Ao longo dos anos, diversos modelos fenomenológicos para a amplitude de dipolo foram propostos. Na próxima seção, apresentaremos alguns deles.

3.5 MODELOS FENOMENOLÓGICOS PARA AMPLITUDES DE ESPALHAMENTO DIPOLO - PRÓTON

Na seção anterior, foi introduzida a equação BK, que descreve a evolução da parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal do dipolo contra um alvo em função da energia. Além disso, discutimos uma de suas propriedades fundamentais: a preservação do vínculo de unitariedade. Nesta seção, abordaremos os modelos que descrevem a seção de choque σ_{dip} e a amplitude de espalhamento \mathcal{N} na interação entre um dipolo e um próton.

3.5.1 Modelo Golec-Biernat-Wusthoff (GBW)

Uma das primeiras aplicações fenomenológicas bem-sucedidas, baseadas em ideias de saturação para a descrição de dados de DIS em regime de pequeno x , foi desenvolvida por Golec-Biernat e Wusthoff [101, 102]. Seu modelo conseguiu descrever simultaneamente as seções de choque inclusiva e difrativa⁵ no espalhamento lépton-próton, utilizando um modelo para a amplitude de espalhamento dipolo-próton que incorpora as principais características do fenômeno de saturação. Esse modelo é inteiramente fenomenológico, sem

⁴ Quando o tamanho do dipolo r é muito pequeno, a seção de choque de dipolo é proporcional a r^2 , isto é, $\sigma_{\text{dip}} \propto r^2$. Isso reflete o fato de que, se a separação entre o quark e o antiquark no dipolo é muito pequena, suas cargas de cor e anticor praticamente se sobrepõem. Nessa configuração, o dipolo se comporta como um objeto globalmente neutro em cor, tornando muito baixa a probabilidade de interação com o alvo. Consequentemente, a seção de choque do dipolo tende a zero no limite $r \rightarrow 0$ [8].

⁵ Em experimentos realizados no HERA, observou-se que, em aproximadamente 10% dos eventos, o próton permanecia intacto após a colisão. Além disso, esses eventos apresentavam uma região do detector onde não eram produzidas partículas, conhecida como gap de rapidez [103]. Esses eventos, nos quais o próton não se quebra e o sistema final está separado por esse gap, são chamados de processos difrativos [14].

fundamentação em equações de evolução. No ansatz proposto pelos autores, a amplitude de espalhamento dipolo-próton é definida por

$$\mathcal{N}(x, r) = 1 - \exp\left(-\frac{Q_s^2(x)r^2}{4}\right), \quad (3.36)$$

onde a escala de saturação é

$$Q_s^2(x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\lambda_{\text{GBW}}} \text{GeV}^2, \quad (3.37)$$

e a seção de choque de dipolo é dada por

$$\sigma_{\text{dip}} = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r) \quad (3.38)$$

As quantidades σ_0 , x_0 e λ_{GBW} são parâmetros livres, ajustáveis a partir da análise de dados do DIS. Os valores mais recentes disponibilizados na literatura, foram determinados a partir do fit com dados do HERA para a função de estrutura do próton F_2 [104]. Os resultados são apresentados na tabela 1 [105].

	m_c [GeV]	σ_0 [mb]	x_0	λ_{GBW}
GBW	1,4	27,43	$0,40 \times 10^{-4}$	0,248

Tabela 1 – Parâmetros do modelo GBW [105]

Observamos que, para $Q_s^2(x)r^2 \ll 1$, a exponencial em (3.36) pode ser expandida, fazendo com que o modelo se reduza ao regime de transparência de cor, resultando em $\mathcal{N} \sim r^2$, o que implica $\sigma_{\text{dip}} \sim r^2$. Por outro lado, à medida que $Q_s^2(x)r^2$ aumenta, o próton passa a se comportar como um disco negro, levando a $\mathcal{N} \rightarrow 1$ e, consequentemente, $\sigma_{\text{dip}} \rightarrow \sigma_0$. isto é, σ_{dip} satura em um valor constante.

3.5.2 Modelo Iancu-Itakura-Munier (IIM)

Este modelo fenomenológico, desenvolvido por Iancu, Itakura e Munier (IIM) [106], baseia-se em soluções assintóticas da equação de BK (algumas delas são descritas nas Refs. [54,65,69,73,107–109]). Para dipolos com tamanhos menores que $2/Q_s(x)$, a amplitude de espalhamento é fundamentada na solução BFKL, que descreve a fronteira entre o regime de saturação. Já para dipolos maiores que $2/Q_s(x)$, a amplitude incorpora os efeitos não lineares associados à saturação. Dessa forma, a parametrização da amplitude $\mathcal{N}(x, r)$ permite uma transição suave entre os limites de dipolos pequenos, $r \ll 1/Q_s(x)$, e a chamada “lei de Levin-Tuchin” [110] para dipolos grandes, $r \gg 1/Q_s(x)$, dada por [106]

$$\mathcal{N}(x, r) = \begin{cases} \mathcal{N}_0 \left(\frac{rQ_s}{2}\right)^{2\{\gamma_s+1/(\kappa\lambda Y)\ln[2/(rQ_s)]\}} & , \quad \text{para } rQ_s(x) \leq 2, \\ 1 - \exp[-A \ln^2(BrQ_s)] & , \quad \text{para } rQ_s(x) > 2, \end{cases} \quad (3.39)$$

onde $Y = \ln(1/x)$ e os coeficientes A e B são determinados pelas condições de continuidade no ponto de transição $rQ_s = 2$,

$$A = -\frac{\mathcal{N}_0^2 \gamma_s^2}{(1 - \mathcal{N}_0)^2 \ln(1 - \mathcal{N}_0)}, \quad B = \frac{1}{2} (1 - \mathcal{N}_0)^{-(1 - \mathcal{N}_0)/(\mathcal{N}_0 \gamma_s)}. \quad (3.40)$$

O coeficiente κ na primeira linha da Eq. 3.39, é fixado a partir da solução em ordem dominante da equação BFKL [111]. Neste modelo, a normalização da seção de choque é calculada considerando o próton como um disco homogêneo de raio R_p . A seção de choque de dipolo é expressa como $\sigma_{\text{dip}} = \sigma_0 \mathcal{N}(x, r)$, com $\sigma_0 \equiv 2\pi R_p^2$, onde R_p é o raio do próton.

A escala de saturação adotada é a mesma do modelo GBW, dada por $Q_s(x) = (x_0/x)^{\lambda/2}$. A quantidade \mathcal{N}_0 é definida quando $\mathcal{N}(rQ_s = 2)$. Os únicos parâmetros livres ajustados aos dados do HERA são γ_s , R_p , x_0 e λ .

Nesta dissertação, adotamos a atualização do modelo apresentada na Ref. [111], desenvolvida por Rezaeian e Schmidt. Os parâmetros ajustados do modelo fornecidos por essa referência estão listados na tabela 2.

	m_c [GeV]	σ_0 [mb]	γ_s	x_0	λ	κ	\mathcal{N}_0
IIM	1,27	21,85	0,762	$6,226 \times 10^{-5}$	0.2319	9.9	0.7

Tabela 2 – Parâmetros do modelo IIM [111]

3.5.3 Modelo Kowalski-Motyka-Watt (bCGC)

Kowalski, Motyka e Watt sugeriram uma modificação no modelo IIM para incluir a dependência do parâmetro de impacto na amplitude de espalhamento \mathcal{N} [83]. A estratégia adotada consistiu em preservar a forma funcional de \mathcal{N} , conforme dada na Eq. (3.39), e introduzir essa dependência no parâmetro de impacto \vec{b} por meio da escala de saturação, que passa a ser uma função não apenas de x , mas também de \vec{b} , refletindo o perfil espacial do alvo [111], sendo expressa por

$$Q_s(x) \rightarrow Q_s(x, b) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\lambda/2} \left[\exp\left(-\frac{b^2}{2B_{\text{CGC}}}\right) \right]^{1/(2\gamma_s)}, \quad (3.41)$$

onde os parâmetros livres ajustados aos dados do HERA são γ_s , B_{CGC} , x_0 , \mathcal{N}_0 e λ . A seção de choque de dipolo é expressa como $\sigma_{\text{dip}} = 2 \int d^2\vec{b} \mathcal{N}(x, r, b)$, onde \vec{b} é o parâmetro de impacto dipolo-próton.

Nesta dissertação usaremos um conjunto de parâmetros mais recente, ajustado na Ref. [112] aos dados do HERA [113] para seção de choque reduzida, listados na tabela 3.

3.5.4 Modelo Kowalski-Teaney com e sem saturação (IP-SAT e IPnon-SAT)

Este modelo fenomenológico, desenvolvido por Kowalski e Teaney [114], surgiu como uma extensão do modelo GBW, que, apesar de ser bem-sucedido na descrição de

	m_c [GeV]	B_{CGC} [GeV ²]	γ_s	x_0	λ	κ	\mathcal{N}_0
bCGC	1,27	5,746	0,6924	0,001849	0,2039	9,9	0,3159

Tabela 3 – Parâmetros do modelo bCGC [112]

alguns dados do HERA, apresentava limitações importantes. Uma dessas limitações era a ausência de evolução da distribuição partônica com a escala de momento ou energia. Além disso, o modelo GBW não considerava explicitamente a dependência no parâmetro de impacto, tratando o alvo como um objeto homogêneo no plano transversal.

Para superar essas limitações, o modelo proposto por Kowalski e Teaney introduz, de forma explícita, a dependência no parâmetro de impacto, permitindo uma descrição espacialmente mais realista do alvo. Além do mais, incorpora também a evolução DGLAP da distribuição de glúons, conciliando os efeitos de saturação com a evolução em Q^2 . Dessa forma, o modelo fornece uma descrição mais realista da distribuição de glúons no plano transversal.

Nessa formulação, a amplitude de dipolo-próton em um dado parâmetro de impacto, foi definida como [114]

$$\mathcal{N}(x, r, b) = 1 - \exp \left(-\frac{\pi^2 r^2}{2N_c} \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T_G(b) \right). \quad (3.42)$$

Aqui, a escala μ^2 está relacionada ao tamanho do dipolo r por $\mu^2 = C/r^2 + \mu_0^2$. A densidade de glúons, $xg(x, \mu^2)$, é evoluída de uma escala μ_0^2 até μ^2 utilizando a evolução DGLAP em LO sem quarks

$$\frac{\partial xg(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 dz P_{gg} \left(\frac{x}{z} \right) g \left(\frac{x}{z}, \mu^2 \right). \quad (3.43)$$

Originalmente, a distribuição de glúons na escala inicial μ_0^2 é parametrizada como

$$xg(x, \mu_0^2) = A_g x^{-\lambda_g} (1-x)^{5,6}. \quad (3.44)$$

Os valores dos parâmetros μ_0^2 , A_g e λ_g são determinados a partir dos fits de dados do DIS. O parâmetro C , por outro lado, não é ajustado diretamente, sendo fixado em $C = 4$ conforme indicado em [115]. Essa escolha se deve à sua correlação com outros parâmetros do modelo, o que impede sua determinação única por meio do fit dos dados.

A função de perfil do próton $T_G(b)$ – que descreve a distribuição de glúons na seção transversal do próton – é dado na forma Gaussiana

$$T_G(b) = \frac{1}{2\pi B_G} \exp \left(-\frac{b^2}{2B_G} \right), \quad (3.45)$$

onde B_G é um parâmetro livre que é fixado pelo fit da seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ para produção exclusiva de mésons vetoriais. Na Fig. 18, extraída de [83], os resultados da distribuição-t para os mésons vetoriais J/ψ e ϕ são comparados com os dados de HERA em diferentes escalas de Q^2 .

Nesta dissertação, utilizamos atualizações do modelo apresentadas na Ref. [115], ajustadas com os dados combinados do HERA [116], que denotaremos por IP-SAT (2012), e na Ref. [117], ajustadas com os dados combinados do HERA [116,118,119], que chamaremos de IP-SAT (2018). O cálculo numérico da amplitude de espalhamento dipolo-próton foi implementado com o código em Fortran disponibilizado no repositório do GitHub associado à Ref. [115]. Os parâmetros ajustados estão listados na tabela 4.

	m_c [GeV]	C	A_g	λ_g	B_G [GeV ²]	μ_0^2 [GeV ²]
IP-SAT (2012)	1,27	4	2,308	0,058	4	1,51
IP-SAT (2018)	1,3528	2,2894	2,1953	0,08289	4	1,1

Tabela 4 – Parâmetros do modelo IP-SAT [115,117]

Além disso, na Ref. [117], os autores modificaram a parametrização da distribuição de glúons, alterando o expoente de $(1-x)$ na Eq. (3.44) – que antes era 5,6 –, para 6. Adicionalmente, fixaram μ_0^2 e trataram C como um parâmetro livre a ser ajustado, garantindo que μ^2 permaneça dentro da região perturbativa.

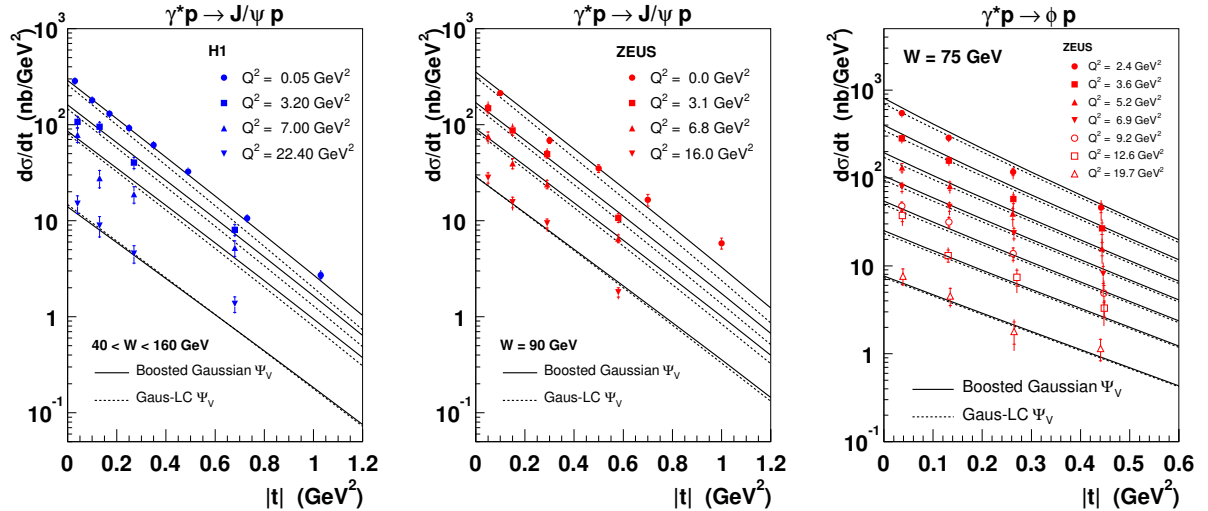


Figura 18 – Seção de choque diferencial $d\sigma/dt$ em função de $|t|$ para os méson vetoriais J/ψ e ϕ usando o modelo IP-SAT [83]

Os modelos discutidos até o momento, como GBW, IIM, bCGC e IP-SAT, incorporam a saturação de glúons, um efeito fundamental para descrever o comportamento não linear da evolução da função de distribuição de glúons em altas densidades. No entanto, para avaliar quantitativamente o impacto da saturação nos dados experimentais, é útil comparar com um modelo de referência que não contenha esse efeito. Nesse contexto, o modelo IPnon-SAT [114] foi desenvolvido como uma versão do IP-SAT na qual o mecanismo de saturação é removido.

O IPnon-SAT preserva a parametrização da amplitude de dipolo baseada na distribuição de glúons no próton, mas a exponencial em (3.42) é expandida linearmente para remover os efeitos de saturação. Como consequência, a seção de choque cresce indefinidamente com a energia. Por tanto, a amplitude dipolo-próton é dada por [114].

$$\mathcal{N}(x, r, b) = \frac{\pi^2 r^2}{2N_c} \alpha_s(\mu^2) xg(x, \mu^2) T_G(b), \quad (3.46)$$

onde $xg(x, \mu^2)$, μ^2 e $T_G(b)$ são mantidos iguais aos do IP-SAT. Os valores dos parâmetros μ_0^2 , A_g e λ_g , são listados na tabela 5.

	m_c [GeV]	C	A_g	λ_g	B_G [GeV ²]	μ_0^2 [GeV ²]
IPnon-SAT	1,3504	4,2974	3,0391	-0,006657	4	1,1

Tabela 5 – Parâmetros do modelo IPnon-SAT [117]

Uma das principais novidades deste estudo, em comparação com a literatura anterior [114], é o ajuste da parametrização do modelo IPnon-SAT aos dados combinados precisos do HERA. Esse ajuste possibilita a exploração da magnitude esperada dos efeitos de saturação em experimentos de colisores, tanto atuais quanto futuros. Além disso, ao realizar o ajuste simultâneo da seção de choque total e de sua contribuição charmosa – ou seja, a fração da seção de choque que é devida à produção de pares de quarks charm ($c\bar{c}$) –, torna-se viável determinar as massas dos quarks nesse contexto [117].

3.5.5 Resultados para Amplitudes de Espalhamento Dipolo - Próton

Nesta subseção, analisaremos o comportamento da parte imaginária da amplitude de espalhamento frontal, $\mathcal{N}(x, r, b)$, em função de cada uma de suas variáveis. Para isso, consideraremos os modelos fenomenológicos apresentados.

Na Fig. 19, apresentamos a dependência de \mathcal{N} em relação ao tamanho do dipolo ao quadrado. Para isso, consideramos dois valores de x : $x = 10^{-2}$ (painel esquerdo) e $x = 10^{-4}$ (painel direito). A análise do comportamento de \mathcal{N} para diferentes modelos de dipolo revela características distintas do fenômeno de saturação.

De modo geral, observa-se que, para dipolos pequenos, \mathcal{N} cresce com r , indicando um regime onde os efeitos não lineares ainda são desprezíveis. À medida que r aumenta, a amplitude tende a um valor máximo, caracterizando a saturação.

Cada modelo de dipolo apresenta um ponto de saturação distinto, refletindo diferenças na transição entre os regimes linear e não linear. Modelos como GBW e IIM atingem rapidamente a saturação, enquanto IP-SAT e bCGC exibem uma transição mais suave, evidenciando um comportamento mais gradual entre os regimes diluído e saturado.

Para tamanhos grandes de dipolo, as amplitudes dos modelos GBW, IIM e IP-SAT possuem o mesmo valor assintótico, enquanto a amplitude do modelo bCGC tende para um valor ligeiramente menor.

Além disso, ao analisar o modelo IPnon-SAT, observamos que, para valores pequenos de r , a amplitude \mathcal{N} cresce rapidamente, sem exibir o comportamento de saturação presente nos demais modelos. Esse crescimento acelerado ressalta a importância dos efeitos de saturação para descrever a interação dipolo-próton em altas energias.

Por fim, ao comparar os dois painéis, verificamos que, para energias mais altas (valores menores de x), a saturação ocorre para valores ainda menores de r . Esse resultado está em conformidade com as previsões teóricas da QCD em altas energias, segundo as quais a escala de saturação Q_s aumenta com a diminuição de x , deslocando a transição para dipolos menores.

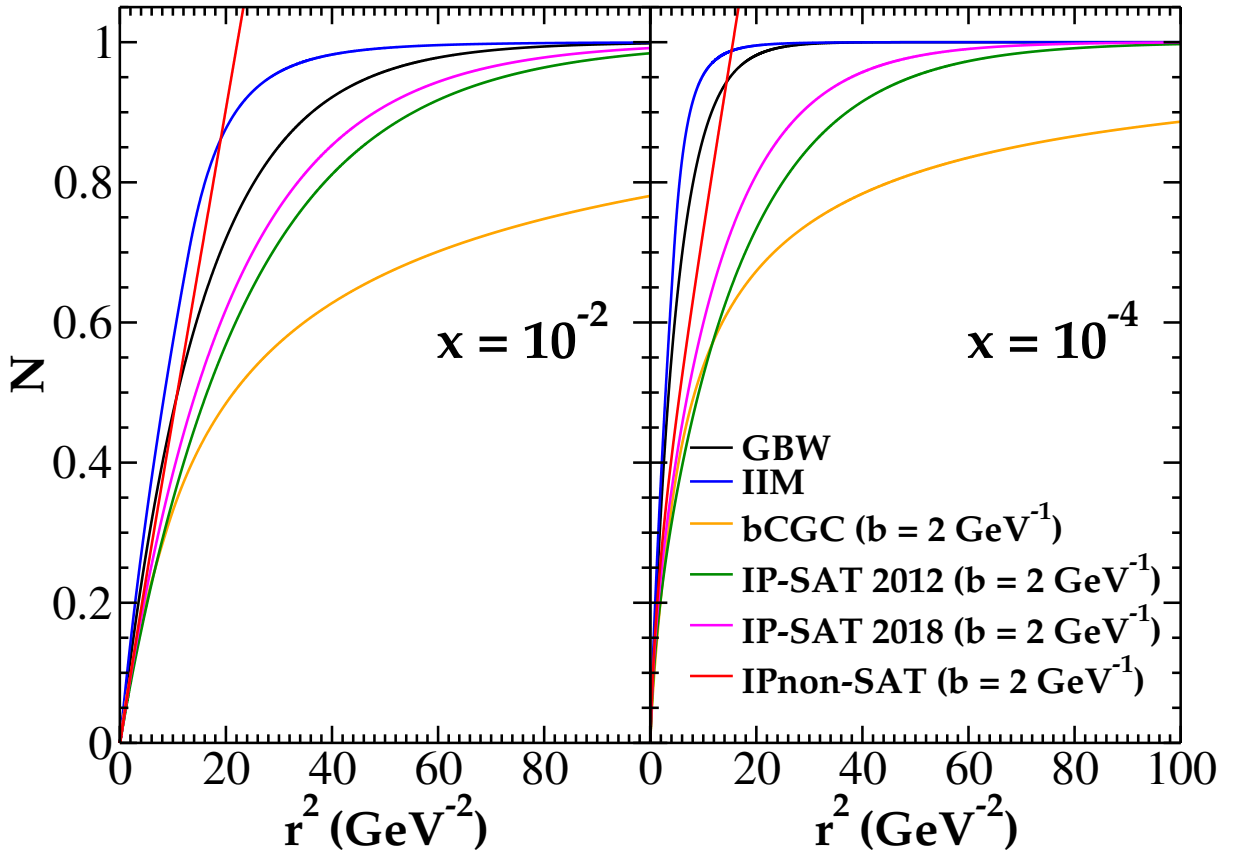


Figura 19 – Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em r^2 para diferentes modelos, considerando $x = 10^{-2}$ e $x = 10^{-4}$.

Na Fig. 20, apresentamos a dependência de \mathcal{N} em relação à x de Bjorken. Para isso, consideramos $r^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$ (painel esquerdo) e $r^2 = 20 \text{ GeV}^{-2}$ (painel direito). Todos os modelos analisados, com exceção do IPnon-SAT, apresentam um comportamento assintótico para a amplitude de espalhamento \mathcal{N} à medida que x diminui, evidenciando a saturação em regimes de alta densidade de glúons. Observa-se que a transição entre os regimes linear e não linear ocorre de forma mais rápida em alguns modelos, como o GBW

e o IIM, que atingem o valor assintótico em energias menores (valores mais altos de x). Em contrapartida, modelos como o IP-SAT e o bCGC requerem frações x muito pequenas para que a saturação seja alcançada, particularmente para dipolos menores ($r^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$). Já o modelo IPnon-SAT apresenta um crescimento significativamente mais acentuado para \mathcal{N} em regiões de x muito pequenas, sem que esse crescimento seja limitado por um valor máximo, como acontece nos modelos com saturação.

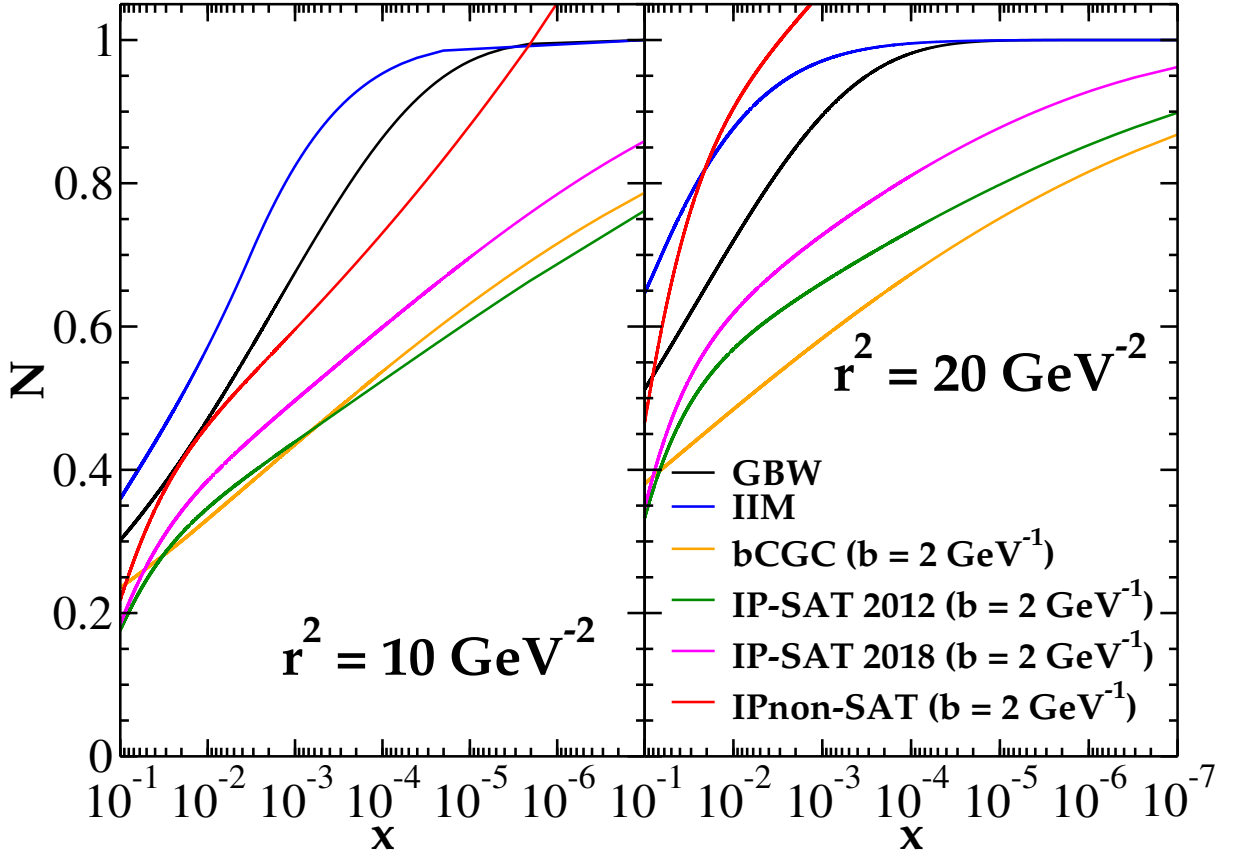


Figura 20 – Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em x para diferentes modelos, considerando $r^2 = 10 \text{ GeV}^{-2}$ e $r^2 = 20 \text{ GeV}^{-2}$.

Na Fig. 21 apresenta-se a dependência de \mathcal{N} no parâmetro de impacto, considerando diferentes valores de x e r . A partir do gráfico, observa-se que, em todos os modelos, a amplitude de espalhamento diminui à medida que o b aumenta, indicando que a densidade de glúons é maior no centro do próton ($b \sim 0$) e menor nas regiões periféricas. Além disso, verifica-se que \mathcal{N} cresce com o tamanho do dipolo r e com a energia, refletindo a maior probabilidade de interação em dipolos maiores e a densidade crescente de glúons em x baixos. Para o modelo IPnon-SAT, destaca-se que amplitude cresce rapidamente para dipolos maiores, mas permanece menor que 1 para dipolos pequenos, respeitando a unitariedade. Esse comportamento ocorre porque, em dipolos menores, o modelo ainda não atinge densidades gluônicas suficientes para ativar os efeitos não lineares de saturação, que limitariam o crescimento de \mathcal{N} . Como o IPnon-SAT não incorpora saturação, o aumento da densidade para dipolos maiores torna-se mais acentuado.

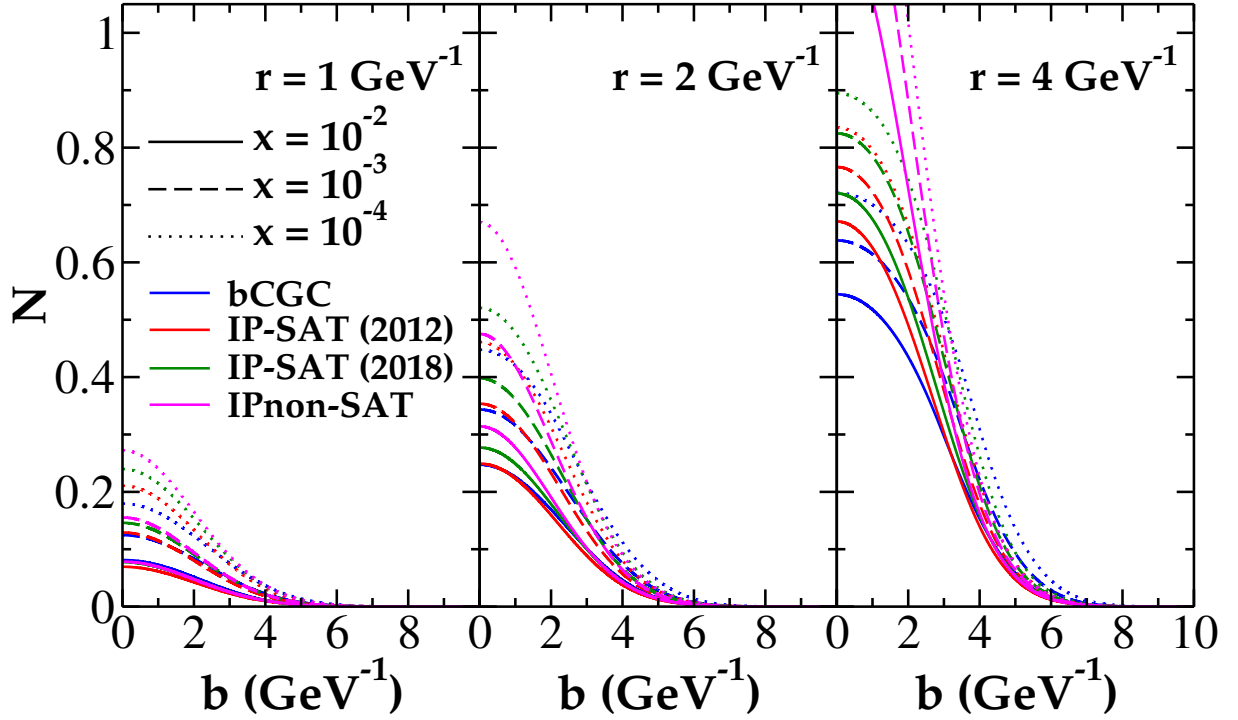


Figura 21 – Evolução da amplitude de espalhamento dipolo-próton \mathcal{N} em b considerando diferentes tamanhos de dipolo e diferentes valores de x .

3.6 MODELO DE GLAUBER-GRIBOV PARA O ESPALHAMENTO DIPOLO - NÚCLEO

O Modelo de Glauber [120–122] e Gribov [123, 124], é amplamente utilizado para descrever colisões envolvendo núcleos em altas energias, sendo particularmente relevante para o estudo do espalhamento de dipolos $q\bar{q}$ em núcleos. Essa abordagem se baseia no teorema óptico para modelar interações múltiplas entre o dipolo e os constituintes nucleares, incorporando efeitos de saturação de glúons e a distribuição de densidade nuclear para descrever o comportamento do sistema em regimes de alta densidade partônica.

Ao considerar o espalhamento de um hádron h em um núcleo A , a colisão de alta energia pode resultar em uma série de reespalhamentos com os constituintes individuais do alvo. Como um tratamento exato desse processo é extremamente complexo, recorre-se a aproximações, sendo o limite eikonal uma das mais utilizadas. Essa aproximação é válida para pequenos ângulos de espalhamento, permitindo uma descrição simplificada do processo reduzindo-o a um problema efetivo de dois corpos.

Seguindo as Refs. [14, 95, 96, 125], a seção de choque do sistema dipolo-núcleo, denotada como σ_{dip}^A , de modo análoga seção de choque dipolo-núcleon, pode ser expressa em termos da integral da amplitude de espalhamento \mathcal{N}^A sobre o parâmetro de impacto dipolo-núcleo \vec{b} . Assim, temos a seguinte expressão

$$\sigma_{\text{dip}}^A(x, r, b) = 2 \int d^2\vec{b} \mathcal{N}^A(x, r, b). \quad (3.47)$$

A amplitude de espalhamento dipolo-núcleo, que corresponde ao integrando da Eq. (3.47), é dada por

$$\mathcal{N}^A(x, r, b) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} T_A(b) \sigma_{\text{dip}}(x, r^2) \right]. \quad (3.48)$$

Aqui, σ_{dip} representa a seção de choque de interação dipolo-núcleon, enquanto a função de perfil nuclear $T_A(b)$ descreve a distribuição dos núcleons na seção transversal do núcleo. Essa função de perfil nuclear é definida por

$$T_A(b) = \int dz \rho_A(b, z), \quad (3.49)$$

onde ρ_A representa a densidade nuclear, descrevendo a distribuição espacial dos núcleons dentro do núcleo. A variável z indica a direção do feixe de partículas.

Na Eq. (3.48), a presença de $T_A(b)$ implica que sua integral sobre o parâmetro de impacto deve estar normalizada ao número de massa do núcleo, A

$$\int d^2\vec{b} T_A(b) = A. \quad (3.50)$$

Alguns autores adotam uma convenção diferente, normalizando a função de perfil nuclear a 1. Nesse caso, é necessário modificar a Eq. (3.48) substituindo $T_A(b)$ por $AT_A(b)$.

Esse modelo nuclear mostrou-se eficiente para descrever os dados experimentais disponíveis sobre a função de estrutura nuclear na região de valores pequenos de x ($x < 10^{-2}$), que corresponde à faixa cinemática de interesse nesta dissertação.

3.7 FUNÇÕES DE ONDA

Nesta seção, serão discutidas as funções de onda relevantes para os processos analisados nesta dissertação, com ênfase na função de onda frontal do fóton e dos mésons vetoriais. A primeira descreve a decomposição do fóton virtual em pares quark-antiquark, enquanto a segunda caracteriza o dipolo em um estado ligado formando mésons vetoriais. Seguiremos as referências [28, 83, 126, 127].

3.7.1 Função de Onda Frontal do Fóton

Na amplitude de espalhamento (3.14), a função de onda frontal do fóton pode ser determinada pela QED. As contribuições associadas às polarizações longitudinal ($\lambda = 0$) e transversal ($\lambda = \pm 1$) do fóton são dadas por [83, 127]

$$\psi_{h\bar{h},\lambda=0}(r, z, Q) = e_f e \sqrt{N_c} \delta_{h,-\bar{h}} 2Qz(1-z) \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi}, \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \psi_{h\bar{h},\lambda=\pm 1}(r, z, Q) = & \pm e_f e \sqrt{2N_c} \\ & \times \left\{ i e^{\pm i\theta_r} \left[z \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\mp} - (1-z) \delta_{h,\mp} \delta_{\bar{h},\pm} \right] \partial_r + m_f \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\pm} \right\} \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi}. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Nas expressões (3.51) e (3.52), os índices h e \bar{h} correspondem às helicidades do quark e do antiquark, respectivamente. O ângulo azimutal entre o vetor \vec{r} e o eixo- x no plano transversal é denotado por θ_r , enquanto K_0 representa a função de Bessel modificada de segundo tipo. Além disso, vale a relação $\partial K_0(\epsilon r) = -\epsilon K_1(\epsilon r)$. A variável ϵ é definida como $\epsilon^2 \equiv z(1-z)Q^2 + m_f^2$, onde m_f é a massa do (anti)quark do dipolo. Os demais parâmetros incluem $e^2 = 4\pi\alpha_{\text{QED}}$, o número de cores $N_C = 3$ e e_f , que representa a fração de carga do (anti)quark [83].

No caso do espalhamento Compton profundamente virtual (DVCS), $\gamma^* p \rightarrow \gamma p$, a contribuição longitudinal, proporcional a Q , pode ser desprezada, pois nesse processo os fótons gerados são reais ($Q = 0$). Assim, ao considerar apenas a contribuição transversal (Eq. (3.52)), a superposição das funções de onda dos fótons envolvidos, após realizar a soma sobre as helicidades dos quarks para um sabor específico f , resulta em [28, 83]

$$(\psi_\gamma^* \psi)_T^f = \frac{2N_c}{\pi} \alpha_{em} e_f^2 \left\{ [z^2 + (1-z)^2] \epsilon K_1(\epsilon r) m_f K_1(m_f r) + m_f^2 K_0(\epsilon r) K_0(m_f r) \right\}. \quad (3.53)$$

Como os fótons produzidos no processo DVCS são reais, eles podem ser detectados experimentalmente, fornecendo informações complementares sobre a densidade de glúons em regimes de pequeno- x . Neste trabalho, o foco está na produção de mésons vetoriais pesados, de modo que a Eq. (3.53) não será diretamente utilizada nos cálculos. No entanto, como será discutido adiante, o procedimento para determinar o overlap fóton-méson – análoga à Eq. (3.53) – seguirá um tratamento semelhante ao caso do DVCS, sendo necessário apenas definir a estrutura da função de onda frontal dos mésons vetoriais.

3.7.2 Função de Onda Frontal dos Mésons Vetoriais

Seguindo a abordagem desenvolvida em [127], a função de onda frontal do méson vetorial pode ser construída assumindo que ele consiste predominantemente em um estado de par quark-antiquark, com as mesmas estruturas de spin e polarização adotadas no caso do fóton. Assim, ao adaptar as equações correspondentes à função de onda do fóton (3.51) e (3.52) por meio da substituição

$$e_f e z(1-z) \frac{K_0(\epsilon r)}{2\pi} \rightarrow \phi_{T,L}(r, z) \quad (3.54)$$

e utilizando a relação $2Q \rightarrow M_V$, necessária para a polarização longitudinal, obtêm-se as funções longitudinal e transversal do méson vetorial [83]

$$\psi_{h\bar{h},\lambda=0}(r, z) = \sqrt{N_c} \delta_{h,-\bar{h}} \left[M_V + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \right] \phi_L(r, z), \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \psi_{h\bar{h},\lambda=\pm 1}^V(r, z) &= \pm \sqrt{2N_c} \frac{1}{z(1-z)} \\ &\times \left\{ i e^{\pm i\theta_r} \left[z \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\mp} - (1-z) \delta_{h,\mp} \delta_{\bar{h},\pm} \right] \partial_r + m_f \delta_{h,\pm} \delta_{\bar{h},\pm} \right\} \phi_T(r, z). \end{aligned} \quad (3.56)$$

Devido ao acoplamento não local dos quarks ao méson (vértice não puntiforme) [128, 129], a função de onda longitudinal do méson apresenta uma estrutura um pouco mais complexa do que no caso do fóton, dando origem ao termo acompanhado com a δ na expressão que segue. Em relação à substituição (3.54), a função $\phi_{T,L}(r, z)$, conhecida como parte escalar da função de onda do méson vetorial, é frequentemente modelada fenomenologicamente em termos de parâmetros livres, ajustados conforme um conjunto de condições que serão discutidas a seguir.

O cálculo do overlap fóton-méson segue um procedimento análogo ao caso DVCS, resultando nas contribuições transversal e longitudinal [83]

$$(\psi_V^* \psi)_T = \hat{e}_f e \frac{N_c}{\pi z(1-z)} \left\{ m_f^2 K_0(\epsilon r) \phi_T(r, z) - [z^2 + (1-z)^2] \epsilon K_1(\epsilon r) \partial_r \phi_T(r, z) \right\}, \quad (3.57)$$

$$(\psi_V^* \psi)_L = \hat{e}_f e \frac{N_c}{\pi} 2Qz(1-z) K_0(\epsilon r) \left[M_V \phi_L(r, z) + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \phi_L(r, z) \right]. \quad (3.58)$$

Para completar as funções de onda do méson vetorial, é necessário definir as funções $\phi_{T,L}(r, z)$. No caso do fóton, essa função é representada pelas funções de Bessel modificadas. Por outro lado, no caso dos mésons vetoriais, diversos modelos de quarks indicam que um hádron em repouso pode ser descrito por flutuações Gaussianas na separação transversa, ou seja [28],

$$\phi_{T,L}(r, z) \propto \exp(-r^2).$$

A própria função de onda do próton apresenta uma distribuição Gaussiana em t , conforme observado nos experimentos do HERA [130–132]. Uma vez estabelecido esse comportamento Gaussiano, a liberdade do modelo restringe-se à escolha das variáveis sujeitas a flutuações. A hipótese mais simples, proposta em [126], postula que a fração de momento longitudinal z flutua independentemente do momento transverso do quark \vec{k} , sendo \vec{k} a variável de Fourier conjugada ao vetor de dipolo \vec{r} [83]. Além disso, nesse modelo, assume-se $\delta = 0$ nas funções de onda longitudinais do méson vetorial.

A hipótese formulada em [126] foi posteriormente simplificada em [114], onde os autores introduziram uma dependência explícita em z na função de onda longitudinal, fundamentada no limite de curta distância $z(1-z)$ [133]. Para o méson polarizado transversalmente, foi definido [83]

$$\phi_T(r, z) \propto [z(1-z)]^2,$$

a fim de suprimir a contribuição nos limites $z \rightarrow 0$ e $z \rightarrow 1$. Isto levou à formulação da função de onda denominada Gaus-LC (GLC), cujas contribuições transversa e longitudinal foram construídas na forma [83, 114]

$$\phi_T(r, z) = N_T [z(1-z)]^2 e^{-r^2/(2R_T^2)}, \quad (3.59)$$

$$\phi_L(r, z) = N_L z(1-z) e^{-r^2/(2R_L^2)}. \quad (3.60)$$

Uma alternativa para a construção da função de onda escalar foi proposta em [134], onde se demonstrou que a flutuação do trimomento relativo \vec{p} do quark, no sistema de repouso do méson, pode ser descrita de maneira invariante por boost. Nesse referencial, o momento \vec{p} está diretamente relacionado à massa invariante do par $q\bar{q}$ por meio da relação [83]

$$M^2 = 4(p^2 + m_f^2).$$

Nas coordenadas do cone de luz, a massa invariante do par $q\bar{q}$ é dada por

$$M^2 = \frac{k^2 + m_f^2}{z(1-z)}.$$

Isto leva a

$$p^2 = \frac{k^2 + m_f^2}{4z(1-z)} - m_f^2,$$

possibilitando que um ansatz simples para a função de onda escalar no espaço dos momentos, seja dado por

$$\tilde{\phi}_{T,L}(k, z) \propto \exp \left[-\frac{\mathcal{R}^2}{8} \left(\frac{k^2 + m_f^2}{z(1-z)} - 4m_f^2 \right) \right]. \quad (3.61)$$

Essa formulação constitui a base da função de onda *Boosted Gaussian* (BG) de [127], inicialmente proposta em [128, 129]. No espaço de configuração, essas funções de onda são obtidas a partir da transformação de Fourier de (3.61), resultando em

$$\phi_{T,L}(r, z) = \mathcal{N}_{T,L} z(1-z) \exp \left(-\frac{m_f^2 \mathcal{R}^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{\mathcal{R}^2} + \frac{m_f^2 \mathcal{R}^2}{2} \right). \quad (3.62)$$

Os parâmetros livres dos modelos GLC e BG são determinados por um conjunto de restrições independentes, incluindo condições de normalização, ortogonalidade e largura de decaimento do méson [135]. Em particular, a condição de normalização impõe que a função de onda satisfaça

$$1 = \sum_{h, \bar{h}} \int d^2\vec{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \left| \psi_{h\bar{h}, \lambda}^V(r, z) \right|^2. \quad (3.63)$$

Em termos da parte escalar das funções de onda, as condições de normalização e ortogonalidade resultam em

$$1 = \frac{N_C}{2\pi} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \int d^2\vec{r} \left\{ m_f^2 \phi_T^2 + [z^2 + (1-z)^2] (\partial_r \phi_T)^2 \right\}, \quad (3.64)$$

$$1 = \frac{N_C}{2\pi} \int_0^1 dz \int d^2\vec{r} \left[M_V \phi_L + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \phi_L \right]^2. \quad (3.65)$$

Com relação a última restrição, assume-se comumente que a largura de decaimento transversal e longitudinal pode ser descrita de forma fatorizada; o elemento de matriz perturbativo $q\bar{q} \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+ l^-$ se separa dos detalhes da função de onda, que contribui

apenas por meio de suas propriedades na origem ($r = 0$). Assim, as larguras de decaimento são dadas por [83, 114]

$$f_V^T = \hat{e}_f \frac{N_C}{2\pi M_V} \int_0^1 \frac{dz}{z^2(1-z)^2} \{m_f^2 - [z^2 + (1-z)^2] \nabla_r^2\} \phi_T(r, z) \Big|_{r=0}, \quad (3.66)$$

$$f_V^L = \hat{e}_f \frac{N_C}{\pi} \int_0^1 dz \left[M_V + \delta \frac{m_f^2 - \nabla_r^2}{M_V z(1-z)} \right] \phi_L \Big|_{r=0}. \quad (3.67)$$

onde f_V representa o acoplamento do méson à corrente eletromagnética e é determinado a partir da largura de decaimento eletrônico medida por

$$\Gamma_{V \rightarrow e^+ e^-} = \frac{4\pi \alpha_{em}^2 f_V^2}{3M_V}. \quad (3.68)$$

Os parâmetros livres mais recentes da função de onda BG (\mathcal{N}_T e \mathcal{R}^2) estão disponíveis na literatura [117, 136] e apresentados na tabela 6. Já para a função de onda GLC, não encontramos valores atualizados. Assim, seguindo a imposição da Ref. [83], que estabelece $f_V^L = f_V^T = f_V$, fixamos esses parâmetros com base nos dados do *Particle Data Group* (PDG) de 2024 [137]. Os valores de N_T e R_T^2 foram então determinados a partir da largura de decaimento eletrônico (3.68) e das condições (3.64) e (3.66), sendo apresentados na tabela 7. Como estamos trabalhando em um processo de fótons quase reais ($Q \approx 0$), iremos considerar apenas a contribuição transversal.

Meson	\hat{e}_f	M_V [GeV]	m_f [GeV]	\mathcal{N}_T	\mathcal{R}^2 [GeV ⁻²]
J/ψ	2/3	3.097	1.27	0.602	2.35
J/ψ	2/3	3.097	1.3528	0.5890	2.2710
J/ψ	2/3	3.097	1.3504	0.5899	2.2714
Υ	1/3	9.46	4.18	0.482	0.57

Tabela 6 – Parâmetros para a função de onda Boosted Gaussian [117, 136]

Meson	\hat{e}_f	M_V [GeV]	f_V	m_f [GeV]	N_T	R_T^2 [GeV ⁻²]
J/ψ	2/3	3.097	0.277	1.27	1.4532	5.5175
J/ψ	2/3	3.097	0.277	1.3528	1.3137	6.0204
J/ψ	2/3	3.097	0.277	1.3504	1.3175	6.0052
Υ	1/3	9.46	0.234	4.18	0.7654	1.9211

Tabela 7 – Parâmetros para a função de onda Gaus-LC

Na Fig. 22, apresenta-se o overlap, conforme definido na Eq. (3.57), entre as funções de onda do fóton e dos mésons vetoriais J/ψ e Υ , integradas em z . Consideramos as

parametrizações Gaus-LC e Boosted Gaussian. Como nosso interesse está na fotoprodução exclusiva ($Q^2 \approx 0$), analisamos apenas a polarização transversal, uma vez que a longitudinal se anula nesse limite. Para maior precisão, plotamos a quantidade

$$2\pi r \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} (\psi_V^* \psi)_T. \quad (3.69)$$

O gráfico revela que, em ambas as parametrizações, o pico ocorre em $r \approx 0,5 \text{ GeV}^{-1}$ para o J/ψ e em $r \approx 0,15 \text{ GeV}^{-1}$ para o Υ , refletindo a dependência direta da massa dos mésons. Além disso, embora as curvas apresentem formas semelhantes, suas normalizações diferem, influenciando os valores da seção de choque e, por consequência, as normalizações das distribuições em rapidez.

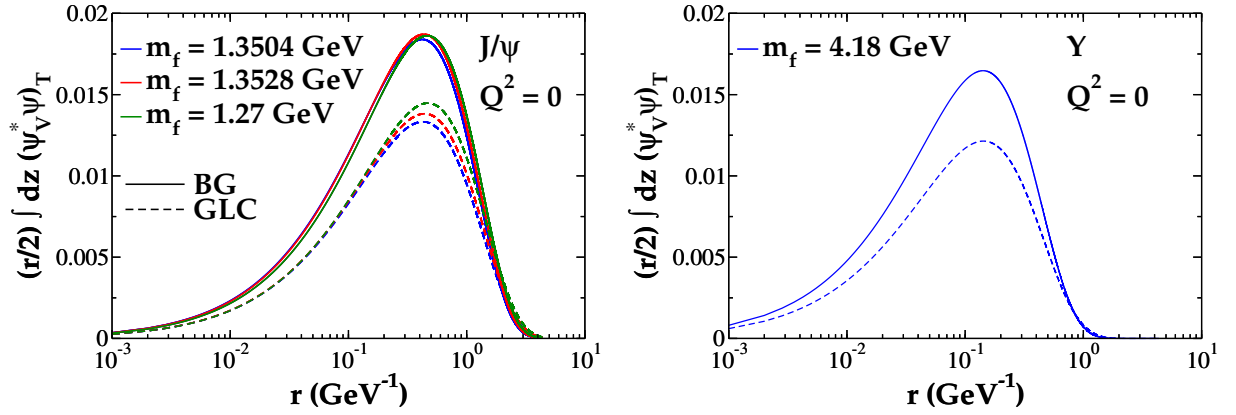


Figura 22 – Overlap entre as funções de onda do fóton e do méson vetorial ($V = J/\psi, \Upsilon$), integrada em z para os diferentes conjuntos de parâmetros apresentados nas tabelas 6 e 7.

Até o momento, foram discutidas as funções de onda do fóton e do méson vetorial, bem como os modelos fenomenológicos para a amplitude de espalhamento dipolo-próton, que incorporam efeitos de saturação. A equação (3.33) resume o cálculo da seção de choque fotonuclear coerente, que depende diretamente desses ingredientes. Na próxima subseção, aplicaremos esse formalismo para gerar nossas previsões para esse observável físico.

3.7.3 Resultados para Seção de Choque Fotonuclear

Nesta subseção, apresentaremos os resultados obtidos para as seções de choque do processo $\gamma\text{Pb} \rightarrow V\text{Pb}$. Serão considerados diferentes modelos para a amplitude dipolo-alvo \mathcal{N} , cuja formulação foi discutida na seção 3.5. Vale ressaltar que a seção de choque fotonuclear foi determinada por meio do formalismo de dipolo.

A Fig. 23 apresenta as seções de choque coerentes para a fotoprodução de J/ψ como função da energia no centro de massa γPb . Os resultados são mostrados para dois modelos de função de onda do méson vetorial: Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita).

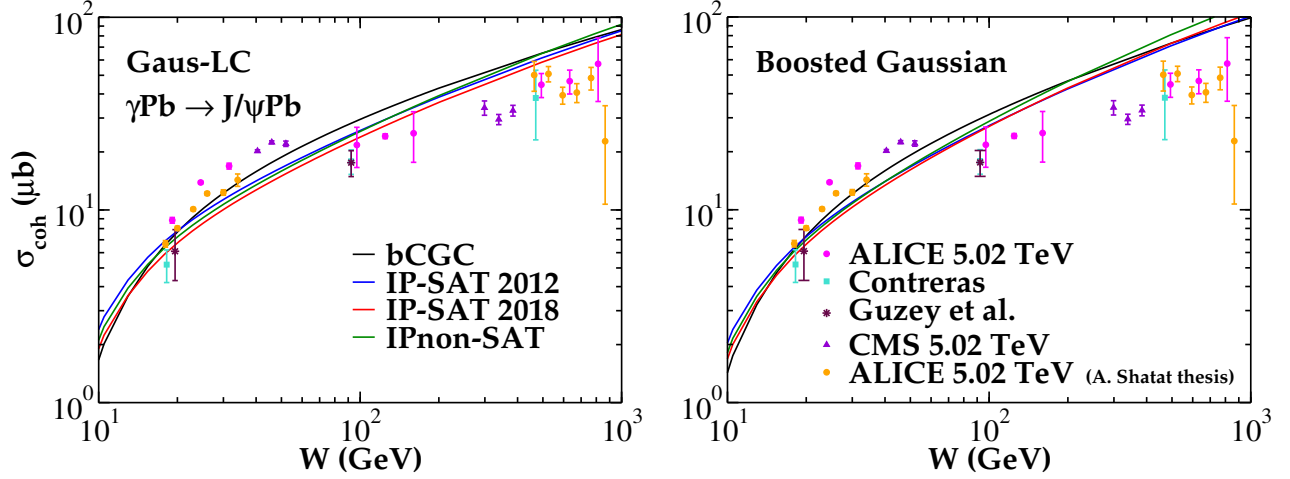


Figura 23 – Seção de choque de fotoprodução do méson vetorial J/ψ em colisões γPb , comparado com dados experimentais [138–140] e resultados teóricos [141, 142].

Os pontos experimentais representam dados medidos pela colaboração ALICE a 5.02 TeV [138], bem como resultados teóricos obtidos por Contreras [142] e Guzey [141]. As curvas teóricas correspondem às previsões dos diferentes modelos de saturação e não saturação considerados: bCGC, IP-SAT e IPnon-SAT.

Observa-se que todos os modelos descrevem razoavelmente bem os dados experimentais em uma ampla faixa de energia, reproduzindo o crescimento da seção de choque com o aumento de W . Esse comportamento decorre do aumento do número de glúons no alvo em altas energias, resultando em uma seção de choque maior. No entanto, diferenças significativas entre as previsões podem ser identificadas, especialmente em distintas regiões de energia.

Em baixas energias ($W \lesssim 20$ GeV), o modelo IP-SAT 2012 fornece o limite superior das previsões, enquanto o modelo bCGC representa o limite inferior em $W \lesssim 14$ GeV, em ambas as escolhas de função de onda. À medida que a energia aumenta, os modelos IP-SAT 2012 (2018) convergem para as previsões do bCGC, indicando uma aproximação entre esses modelos. Em energias mais altas ($W > 1000$ GeV), o modelo sem saturação (IPnon-SAT) apresenta um crescimento mais acentuado da seção de choque, enquanto os modelos com saturação (bCGC e IP-SAT) exibem um leve achatamento, refletindo os efeitos da saturação.

Nossas previsões para o caso $\gamma\text{Pb} \rightarrow \Upsilon\text{Pb}$ são apresentadas na Fig. 24. Aqui, também utilizamos os modelos de função de onda Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita) e os modelos de dipolo bCGC, IP-SAT e IPnon-SAT.

Os modelos IP-SAT 2012 (2018) e IPnon-SAT apresentam boa concordância em baixas energias, sugerindo uma descrição semelhante da dinâmica nesse regime. O limite inferior de nossas previsões é inicialmente fornecido pelo modelo bCGC, até aproximadamente $W \approx 60$ GeV. A partir desse ponto, o modelo IP-SAT 2012 passa a representar o menor valor da seção de choque até cerca de $W \approx 400$ GeV, quando o bCGC volta a

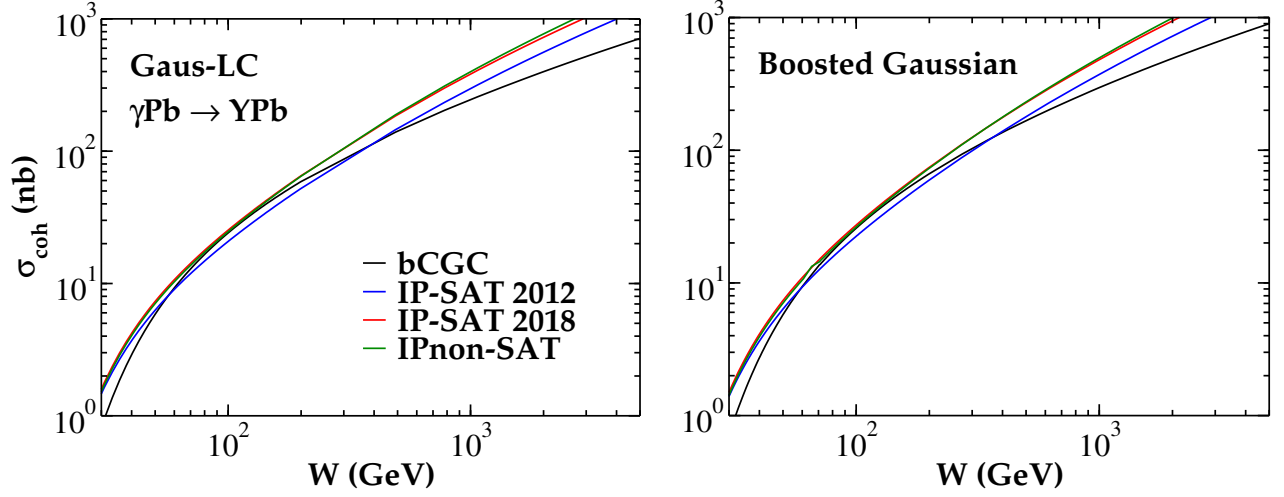


Figura 24 – Seção de choque de fotoprodução de Υ em colisões γPb .

assumir esse papel. Além disso, para $W \gtrsim 150$ GeV, os modelos IP-SAT 2018 e IPnon-SAT começam a se destacar, fornecendo as maiores seções de choque entre as previsões. O modelo IPnon-SAT estabelece o limite superior, especialmente em altas energias, refletindo a ausência de efeitos de saturação em sua formulação. Por fim, observa-se que a seção de choque para a fotoprodução do Υ é menor; ou seja, quanto maior a massa do méson, maior a energia necessária para produzi-lo, o que resulta em um menor número de eventos onde isso ocorre.

A comparação entre as funções de onda Gaus-LC e Boosted Gaussian revela que, embora ambas produzam previsões semelhantes na maior parte da faixa de energia, as diferenças observadas são significativas o suficiente para justificar a utilização de ambas, o que permite explorar aspectos distintos da dinâmica do méson vetorial, proporcionando uma análise mais completa e robusta da produção coerente dessas partículas.

4 APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES

Neste trabalho, analisamos processos induzidos por fótons utilizando a aproximação de fótons equivalentes, um método amplamente empregado no cálculo de seções de choque de diversos processos eletromagnéticos [34]. A formulação dessa abordagem remonta a Enrico Fermi [143], que, em 1924, interpretou o campo eletromagnético gerado por uma carga em movimento como um fluxo de fótons virtuais [144–147]. Posteriormente, Weizsäcker e Williams [148, 149] expandiram essa técnica para o caso de íons relativísticos [145]. Desde então, essa abordagem se consolidou como o chamado “método de Weizsäcker-Williams” [145, 147, 150]. Neste capítulo, seguiremos as Refs. [34, 86].

O método de Weizsäcker-Williams explora a semelhança entre os campos eletromagnéticos gerados por uma partícula eletricamente carregada movendo-se a velocidades ultrarrelativísticas (energia muito superior à sua massa de repouso) e os campos de um pulso de radiação [151]. A motivação de Fermi para modelar o campo eletromagnético como um fluxo de fótons equivalentes surge da observação de que, a uma determinada distância da trajetória da partícula, o campo se comporta de forma semelhante ao de um fóton real [147].

Uma carga elétrica em movimento gera um vetor de campo elétrico orientado radialmente e um campo magnético circundante [147]. A Fig. 25 ilustra como o campo elétrico se modifica quando a carga é acelerada até velocidades próximas à da luz (fator de Lorentz $\gamma \gg 1$). Nessa situação, ocorre uma contração relativística do campo eletromagnético na direção do movimento da partícula, concentrando-se predominantemente na direção perpendicular [144, 147, 151].

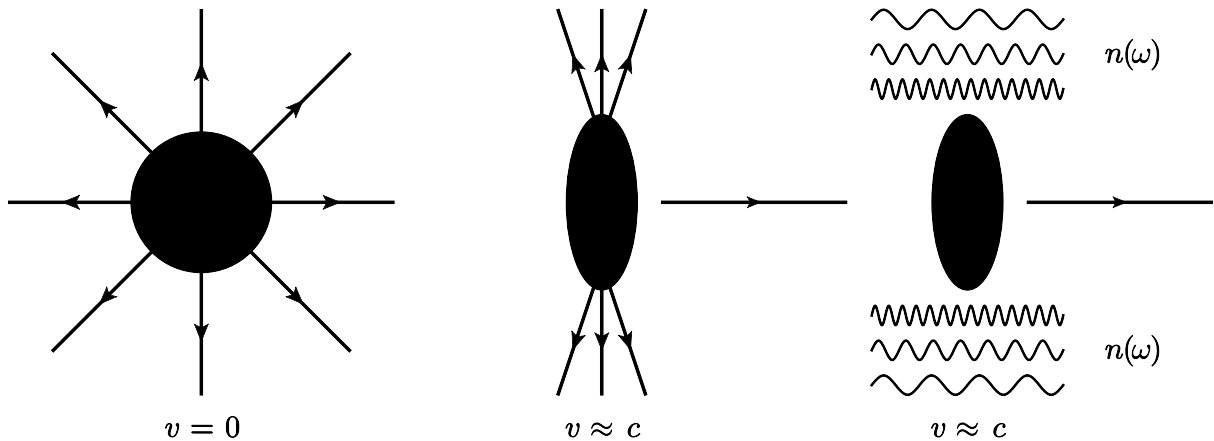


Figura 25 – O campo eletromagnético de uma partícula em repouso é isotrópico, mas, quando a partícula se move, ele se modifica devido aos efeitos relativísticos. À medida que sua velocidade se aproxima da velocidade da luz, a contração de Lorentz faz com que o campo fique cada vez mais comprimido na direção transversal ao movimento. Nesse regime ultrarrelativístico, o campo pode ser interpretado como um fluxo de fótons virtuais $n(\omega)$.

A Fig. 26 ilustra como uma partícula alvo percebe o campo eletromagnético gerado

por uma carga relativística que se move a uma distância b (parâmetro de impacto). Nessas condições, a interação ocorre em um intervalo de tempo extremamente curto e equivale à passagem de dois pulsos de radiação polarizada [144, 151]: um no sentido da propagação da carga (P_1) e outro na direção perpendicular ao movimento do projétil (P_2). O pulso de polarização transversa P_1 corresponde exatamente à interação com um fóton real, enquanto o pulso de polarização longitudinal P_2 apresenta apenas uma equivalência aproximada, pois não possui componente magnética.

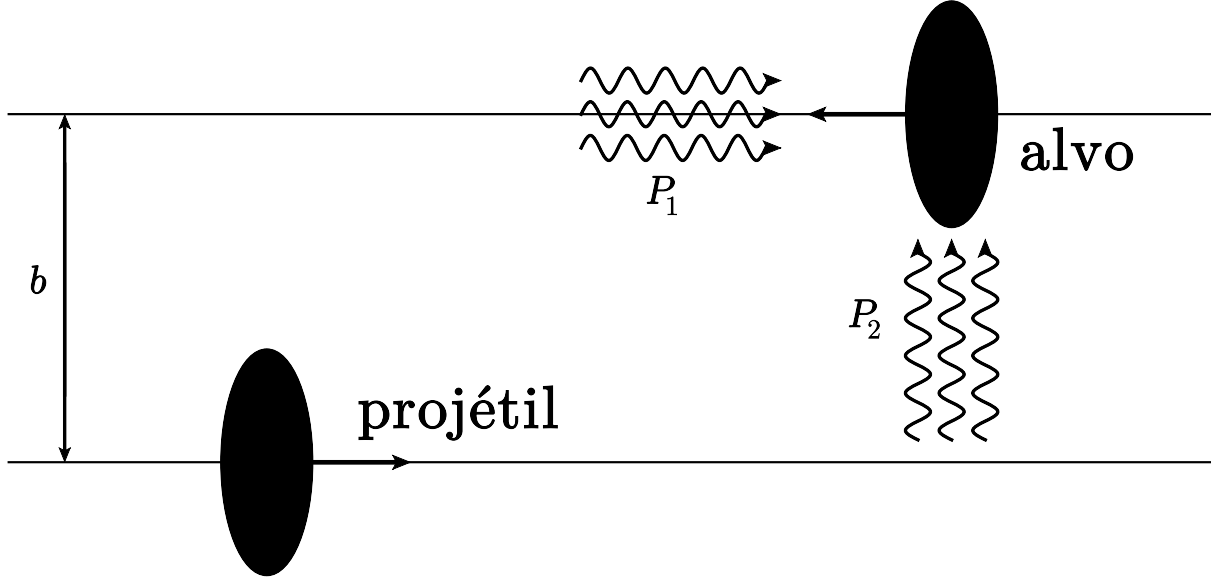


Figura 26 – O campo eletromagnético de um projétil relativístico atinge o alvo na forma de dois pulsos de radiação polarizada, denominados P_1 e P_2 .

Considerando um projétil sem estrutura interna, a energia incidente no alvo por unidade de área e de frequência ω é dada por [144, 145, 147, 151]

$$I(\omega, b) = \frac{\alpha_{\text{QED}} Z^2 \omega}{\pi^2 \gamma^2} \left[K_1^2(\xi) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2(\xi) \right], \quad (4.1)$$

onde $\xi = \omega b / \gamma$. Os pulsos P_1 e P_2 são proporcionais aos termos com as funções de Bessel modificadas K_1 e K_0 , respectivamente. No regime relativístico, observa-se que P_2 é praticamente desprezível, pois é acompanhado de um fator $1/\gamma^2$ [144, 147, 151].

Devido ao decaimento exponencial das funções $K_i(\xi)$ para argumentos grandes, com $\xi \gg 1$, conclui-se que o fluxo de fótons é fortemente suprimido para $\omega > \gamma/b$. Essa característica está relacionada ao comprimento de onda do fóton, cujo valor mínimo não pode ser inferior ao tamanho do projétil emissor, ou seja, $\lambda_{\text{min}} \sim R_P$ [145, 147]. Como consequência, impõe-se uma limitação na virtualidade máxima do fóton no plano transversal

$$Q^2 \lesssim \frac{1}{\lambda^2} \sim \frac{1}{R_P^2}, \quad (4.2)$$

enquanto na direção longitudinal, onde ocorre a contração de Lorentz, a energia máxima do fóton é limitada por

$$\omega \lesssim \frac{\gamma}{\lambda} \sim \frac{\gamma}{R_P}. \quad (4.3)$$

A tabela 8 apresenta uma visão geral das colisões propostas para os colisores RHIC e LHC, incluindo os valores máximos de luminosidade \mathcal{L}_{AB} , a energia dos feixes E_{feixe} e o fator gama de Lorentz γ . A luminosidade é um parâmetro fundamental dos colisores, pois está diretamente relacionada ao número de colisões que ocorrem em um determinado período.

Ao comparar o RHIC e o LHC, observa-se que o LHC atinge valores significativamente maiores para colisões do mesmo tipo, devido à sua capacidade de colidir hádrons em energias mais elevadas. Além disso, as energias de centro de massa $\sqrt{s_{NN}}$ e $\sqrt{s_{\gamma N}}$, especialmente no contexto do LHC, fornecem um indicativo para futuras colisões, permitindo a previsão de interações como próton-próton (pp), próton-chumbo (pPb) e chumbo-chumbo ($PbPb$). Destacam-se também as colisões próton-oxigênio (pO) e oxigênio-oxigênio (OO), de particular interesse, pois espera-se que sejam investigadas experimentalmente no LHC nos próximos anos.

A tabela 8 também fornece informações sobre o Futuro Colisor Circular (FCC), que está planejado como uma extensão do LHC, com uma circunferência entre 90 e 100 km e uma energia de centro de massa de 100 TeV para colisões próton-próton.

Diante dessa discussão, adotaremos a aproximação de fótons equivalentes para investigar colisões periféricas, possibilitando a obtenção dos observáveis físicos relevantes para as interações mencionadas.

4.1 PROCESSOS FOTO-INDUZIDOS

Devido à aproximação de fótons equivalentes, o LHC pode ser utilizado como um colisor de fótons. Isso permite a investigação de interações mediadas por fótons em altas energias, ampliando o alcance dos estudos no colisor. Como mencionado, em colisões ultraperiféricas e periféricas, os feixes de íons pesados ou prótons geram intensos campos eletromagnéticos, os quais podem ser descritos como um fluxo de fótons equivalentes. Isso viabiliza a investigação de diversas propriedades da QED e da QCD em regimes extremos [12, 145, 154, 155]. Um exemplo notável é a fotoprodução de partículas, na qual um fóton interage com um hádron, originando estados finais hadrônicos ou leptônicos. Entre os processos mais estudados está a fotoprodução de mésons vetoriais, representada por $\gamma p \rightarrow V p$, onde V denota estados como J/ψ e Υ . Esse mecanismo é particularmente sensível à estrutura gluônica do próton (como visto no capítulo anterior) e pode ser descrito no formalismo de dipolo de cor [156–159].

Além da fotoprodução de hádrons, os processos foto-induzidos também incluem interações fóton-fóton, que podem resultar na produção de pares partícula-antipartícula,

AB	\mathcal{L}_{AB} ($\text{mb}^{-1}\text{s}^{-1}$)	$\sqrt{s_{\text{NN}}}$ (TeV)	E_{feixe} (TeV)	γ	ω_{max} (GeV)	$\sqrt{s_{\gamma N}^{\text{max}}}$ (GeV)
RHIC						
Au+Au	0.4	0.2	0.1	106	3.0	34.7
pp	6000	0.5	0.25	266	87	296
LHC						
O+O	160	7	3.5	3730	243	1850
Ar+Ar	43	6.3	3.15	3360	161	1430
Pb+Pb	0.42	5.5	2.75	2930	81	950
$p\text{O}$	10000	9.9	4.95	5270	343	2610
$p\text{Ar}$	5800	9.39	4.7	5000	240	2130
$p\text{Pb}$	420	8.8	4.4	4690	130	1500
pp	10^7	14	7	7455	2452	8390
FCC						
Pb+Pb	7.3	39	19.5	20783	576	6706
$p\text{Pb}$	1192	63	31.5	33572	931	10832
pp	5.6×10^7	100	50	53290	17559	59260

Tabela 8 – Parâmetros e limites cinemáticos para processos fóton-hádron e hádron-hádron no RHIC, LHC [145] e FCC [152] considerando colisões ultraperiféricas.
Tabela extraída de [153]

como $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$. Essas interações fornecem testes rigorosos para a QED, especialmente em regimes de altos campos eletromagnéticos gerados por íons pesados relativísticos [160, 161]. Outro fenômeno relevante ocorre quando os núcleos absorvem fótons e transitam para estados excitados, podendo posteriormente decair com a emissão de nêutrons [162].

O estudo desses processos foto-induzidos não apenas revela detalhes fundamentais da estrutura interna dos hádrons e da dinâmica da QCD em altas energias, mas também abre novas possibilidades para investigar física além do modelo padrão. Em particular, esses processos podem ser usados para buscar novos estados exóticos, como tetraquarks e pentaquarks [163, 164], e testar possíveis desvios do Modelo Padrão, como acoplamentos anômalos de bósons de calibre [165–167] e violações de simetrias fundamentais.

Do ponto de vista experimental, os processos foto-induzidos são investigados em diferentes detectores do LHC, como ALICE, ATLAS, LHCb e CMS [168]. Além disso, tais processos podem ocorrer em colisões próton-próton, próton-íon e íon-íon, cada uma fornecendo informações complementares sobre a estrutura da matéria nuclear.

Os processos foto-induzidos são especialmente atraentes por sua natureza limpa em comparação com os puramente hadrônicos, pois um ou ambos os hádrons do estado inicial não se fragmentam. Isso ocorre porque o fóton, sendo eletricamente neutro, não emite

partículas, resultando em um gap de rapidez (regiões do espaço de fase sem partículas) que separa o estado final das partículas iniciais [34]. Essa característica torna esses processos ideais para o estudo da produção exclusiva de partículas em colisões hadrônicas, foco deste trabalho. Além disso, as altas taxas de produção no LHC fazem dele uma verdadeira fábrica de mésons vetoriais [169].

4.2 DERIVAÇÃO DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DA ENERGIA

Considere o espalhamento entre duas partículas relativísticas carregadas, A e B . Nesse cenário, supomos que a partícula A emite um fóton virtual γ^* , posteriormente absorvido pela partícula B , que então fragmenta em um sistema de partículas X :

$$A + B \rightarrow (A + \gamma^*) + B \rightarrow A + (\gamma^* + B) \rightarrow A + X. \quad (4.4)$$

O processo descrito está ilustrado na Fig. 27 (diagrama à esquerda).

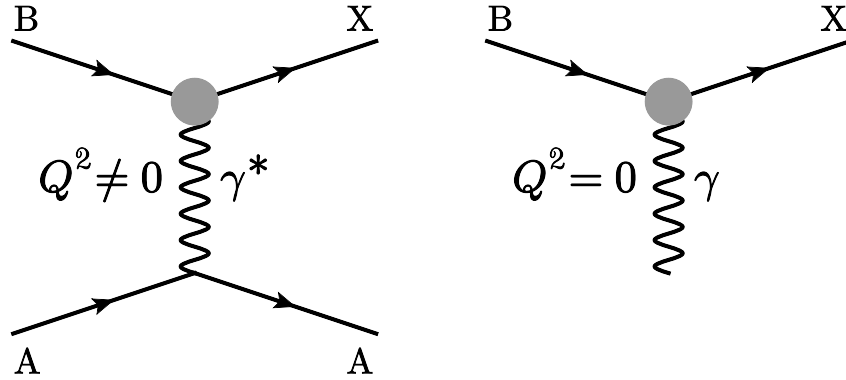


Figura 27 – Produção do estado X por interação com um fóton virtual (à esquerda) e por colisão com um fóton real, resultando no mesmo estado X (à direita).

Agora, consideremos um espalhamento no qual um fóton real γ interage com a partícula B , resultando na produção do mesmo estado final X , conforme ilustrado no diagrama à direita da Fig. 27, descrito pela equação

$$\gamma + B \rightarrow X. \quad (4.5)$$

Se, no primeiro processo, o fóton trocado for quase real ($Q^2 \rightarrow 0$), a Eq. (4.4) pode ser reescrita como:

$$A + B \rightarrow (A + \gamma) + B \rightarrow A + (\gamma + B) \rightarrow A + X. \quad (4.6)$$

Nesse contexto, é possível demonstrar (conforme Apêndice B) que a seção de choque do processo completo $A + B$ pode ser expressa em termos da seção de choque do processo $\gamma + B$, como segue [170, 171]:

$$\sigma_{A+B \rightarrow A+X} = \int d\omega \frac{n_A(\omega)}{\omega} \sigma_{\gamma+B \rightarrow X}(\omega). \quad (4.7)$$

Na equação acima, $\sigma_{A+B \rightarrow A+X}$ e $\sigma_{\gamma+B \rightarrow X}$ correspondem, respectivamente, aos processos descritos nas Eqs. (4.6) e (4.5). O parâmetro ω representa a energia do fóton, enquanto $n_A(\omega)$ denota o espectro de fótons equivalentes emitidos pela partícula A . Assim, para energias elevadas e baixa virtualidade, a seção de choque do processo $A + B \rightarrow A + X$ pode ser fatorada em termos da seção de choque $\gamma + B \rightarrow X$ e do espectro de fótons equivalentes de A .

A quantidade $n(\omega)$ pode ser determinada a partir da eletrodinâmica quântica para o caso em que a partícula A , emissora dos fótons, é um lépton ou outra partícula elementar carregada, resultando na expressão [171]

$$n(\omega) = \int \frac{2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \frac{|\vec{k}_\perp|^2}{\left(\vec{k}_\perp^2 + \frac{\omega^2}{\gamma^2}\right)^2} |\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp| \quad (4.8)$$

$$\approx \frac{2}{\pi} \alpha_{\text{QED}} \ln \left(\frac{\gamma m_B}{\omega} \right), \quad (4.9)$$

onde γ é o fator de Lorentz e m_B representa a massa da partícula B .

A Eq. (4.7) constitui uma ferramenta essencial desta dissertação, permitindo a investigação da produção de partículas em colisões pp , $p\text{Pb}$ e PbPb no LHC, a partir das seções de choque associadas às interações γp e γPb . O cálculo dessas seções de choque é realizado utilizando o formalismo de dipolo de cor, desenvolvido no capítulo anterior para a produção inclusiva.

A Eq. (4.9) assume que os fótons são emitidos por partículas sem estrutura interna. No entanto, para uma fonte não puntiforme, relevante nesta dissertação e descrita pelo fator de forma $F(Q^2)$ – que está relacionado com a estrutura interna da partícula e será explicado com mais detalhes na próxima seção –, o fluxo de fótons é dado por [150, 172]:

$$xf(x) = [1 + (1 - x)^2] \frac{\alpha Z^2}{2\pi} \int_{Q_{\min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{\min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2, \quad (4.10)$$

com $n(\omega) = xf(x)$, onde $x = \omega/E$ representa a fração da energia portata por um fóton emitido pela partícula fonte (projétil), ω é a energia do fóton e E a energia do projétil. Além disso, Q^2 corresponde ao quadrimomento transferido pelo projétil de massa M_A , enquanto Q_{\min}^2 é a virtualidade mínima necessária para produzir um estado final de massa invariante $W_{\gamma\text{-alvo}}^2$, dada por

$$Q_{\min}^2 = \frac{(xM_A)^2}{1 - x} = \frac{\omega^2}{\gamma^2(1 - 2\omega/\sqrt{s})}, \quad (4.11)$$

onde \sqrt{s} é a energia de centro de massa do sistema projétil-alvo e $\gamma = E/M_A$ é o fator de Lorentz [147, 150, 173].

O espectro de fótons equivalentes produzido por um próton em altas energias foi calculado por Drees e Zeppenfeld [173], utilizando uma parametrização do tipo dipolo

elétrico para descrever o fator de forma do próton

$$F(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/0,71 \text{ GeV}^2)^2}. \quad (4.12)$$

Nessas condições, o fluxo de fótons é dado por [172, 173]

$$n(\omega) = [1 + (1 - x)^2] \frac{\alpha}{2\pi} \left[\ln(\Omega) - \frac{11}{6} + \frac{3}{\Omega} - \frac{3}{2\Omega} + \frac{1}{3\Omega^3} \right]. \quad (4.13)$$

com $\Omega = 1 + (0,71 \text{ GeV}^2)/Q_{\min}^2$.

No caso de uma partícula puntiforme ($F(q) = 1$), obtém-se [151, 172]

$$n(\omega) = \frac{\alpha_{\text{QED}} Z^2}{\pi} \left[2\xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \xi^2 (K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)) \right], \quad (4.14)$$

onde $\xi = x M_A b_{\min}$, K_0 e K_1 são funções de Bessel [144, 145, 147].

4.3 DERIVAÇÃO DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DA ENERGIA E DA DISTÂNCIA (FATORES DE FORMA)

No caso do fluxo de fótons gerado por núcleos pesados, onde os fótons são emitidos coerentemente pelo núcleo como um todo [145], é mais adequado calcular o fluxo como uma função do parâmetro de impacto [174, 175]. Além disso, como o foco deste estudo está no regime de colisões periféricas, a formulação do fluxo dependente do parâmetro de impacto se torna especialmente relevante para descrever com precisão a interação eletromagnética nessas condições.

Podemos inserir o fator de forma nuclear na Eq. (4.8), de modo que [176–178]

$$\frac{n(\omega)}{\omega} = \frac{4Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\omega} \int \frac{d^2 \vec{k}_{\perp}}{(2\pi)^2} \left[\frac{F(\vec{k}_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2} \right]^2 |\vec{k}_{\perp}|^2. \quad (4.15)$$

A introdução do fator de forma nuclear ao quadrado é justificada pelo fato de que o elemento de amplitude invariante de um processo pode ser interpretado como o potencial entre as partículas no espaço de momento, isto é, a transformada de Fourier do potencial no espaço de posição. Quando, em vez de uma carga pontual, considera-se uma distribuição de cargas no potencial, a transformada de Fourier dessa distribuição espacial surge no elemento de amplitude invariante, dando origem ao fator de forma eletromagnético. O fator de forma surge ao quadrado, pois a seção de choque do processo em questão é proporcional ao módulo quadrado da amplitude invariante [178].

O espectro de fótons equivalentes dependente de \vec{b} , denotado por $N(\omega, b)$, é definido de forma que

$$\frac{n(\omega)}{\omega} = \int d^2 \vec{b} N(\omega, b) = \frac{4Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\omega} \int \frac{d^2 \vec{k}_{\perp}}{(2\pi)^2} \left[\frac{F(\vec{k}_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_{\perp}^2 + \omega^2/\gamma^2} \right]^2 |\vec{k}_{\perp}|^2. \quad (4.16)$$

Com isso, é possível verificar que

$$N(\omega, b) = \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \left| \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \exp(-i\vec{b} \cdot \vec{k}_\perp) \right|^2, \quad (4.17)$$

uma vez que a integração em $d^2\vec{b}$ leva à Eq. (4.16). Além disso, pode-se mostrar que (ver Apêndice C)

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| \int_0^\infty u^2 du \frac{F(u^2/b^2 + \omega^2/\gamma^2)}{u^2 + b^2\omega^2/\gamma^2} J_1(u) \right|^2, \quad (4.18)$$

com $u = b|\vec{k}_\perp|$.

Este é o fluxo de fótons dependente da energia ω e da distância transversa b (parâmetro de impacto) entre os centros do projétil e do alvo. Sua importância reside no fato de permitir a exploração de colisões periféricas.

4.3.1 Fatores de forma nuclear

Na seção anterior, introduzimos o fator de forma nuclear no fluxo de fótons expresso na Eq. (4.10). Esse fator é fundamental para levar em conta a estrutura interna das partículas envolvidas na colisão. Ele pode ser definido como a transformada de Fourier da distribuição espacial de carga, normalizada pela carga total do núcleo [179], dada por

$$F(q^2) = \frac{1}{Ze} \int d^3\vec{r} \rho(r) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}}. \quad (4.19)$$

É possível mostrar (ver Apêndice D) que se $\rho(r)$ for esfericamente simétrico, então o fator de forma é dado por [180]

$$F(q^2) = \frac{4\pi}{qZe} \int r \rho(r) \sin(qr) dr \quad (4.20)$$

Como o espectro do fluxo de fótons, $N(\omega, b)$, depende diretamente do fator de forma, analisamos seu comportamento utilizando diferentes expressões para este fator. A relação entre os fatores de forma e as distribuições espaciais de carga correspondentes é discutida com mais detalhes no Apêndice D.

Ao considerarmos que a partícula associada ao fluxo de fótons não possui estrutura interna, isto é, que se trata de uma partícula pontual, obtemos de forma trivial, a partir da Eq. (4.20), o fator de forma pontual, dado por

$$F(q^2) = 1 \quad (4.21)$$

Substituindo este fator de forma na Eq. (4.18), pode-se demonstrar (Apêndice E) que o fluxo de fótons associado à partícula é expresso por [181]

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi^2\omega} \frac{\omega^2}{\gamma^2} K_1^2\left(\frac{b\omega}{\gamma}\right). \quad (4.22)$$

Este resultado é uma extensão da Eq. (4.14) no limite ultrarrelativístico ($\gamma \gg 1$).

Outro fator de forma amplamente empregado na literatura para núcleos pesados é o monopolo, dado por [180–183]

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2} \quad (4.23)$$

onde, Λ é expressa em função do raio quadrático médio do núcleo como $\Lambda = \sqrt{6/\langle r^2 \rangle}$, sendo seu valor ajustado com base em dados experimentais [180, 184]. Para o caso do chumbo, por exemplo, tem-se

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = 5.5 \text{ fm} \quad \rightarrow \quad \Lambda = 0.088 \text{ GeV}. \quad (4.24)$$

Com este fator de forma mostramos no Apêndice F que é possível obter o fluxo de monopolo analiticamente, dado por

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 \omega} \left[\frac{\omega}{\gamma} K_1 \left(\frac{b\omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2. \quad (4.25)$$

Os modelos de fatores de forma nucleares apresentados até o momento são simplificados. Uma descrição mais realista da distribuição espacial de cargas pode ser obtida por meio do espalhamento elástico de elétrons em núcleos [179]. A distribuição de carga obtida nesses experimentos é frequentemente parametrizada com o auxílio do modelo de Fermi de dois parâmetros (também chamada de distribuição Woods-Saxon) [180, 184].

A distribuição de Woods-Saxon fornece uma boa descrição das densidades nucleares envolvidas no cálculo, mas não possui um fator de forma analítico. No entanto, pode ser bem aproximada pela convolução de uma esfera rígida com um potencial de Yukawa ($\sim e^{-\mu r}/r$) [9, 185]. A transformada de Fourier dessa convolução é o produto das transformadas individuais (monopolo e realístico), conforme descrito no Apêndice D. Assim, o fator de forma realístico (Woods-Saxon no regime de interesse $Q^2 = -q^2 \approx 0$) para essa distribuição é dado por [9, 184, 186]

$$F(q^2) = \frac{4\pi\rho_0}{Aq^3} [\sin(qR_A) - qR_A \cos(qR_A)] \left[\frac{1}{1 + q^2 a^2} \right]. \quad (4.26)$$

Para núcleos de chumbo, os parâmetros relevantes são: raio nuclear $R_A = 6.62 \text{ fm}$, o número de massa $A = 208$, parâmetro de difusividade da densidade de carga $a = 0.549 \text{ fm}$ e densidade central $\rho_0 = 0.1603 \text{ fm}^{-3}$, normalizada em $\int d^3\vec{r} \rho(r) = A$ [180, 181, 186]. O fluxo realístico não possui solução analítica.

Os três fatores de forma para núcleos pesados estão ilustrados na Fig. 28, à esquerda. No regime de interesse ($Q^2 = -q^2 \approx 0$), eles apresentam comportamentos similares. A escolha entre eles é guiada pela comparação mostrada na Fig. 28, à direita, que exibe o fluxo de fótons integrado em ω como função de b para cada fator de forma. Observa-se que,

para $b \rightarrow 0$, o fluxo pontual diverge, exigindo a imposição de um corte inferior nas integrais em $d^2\vec{b}$ e, geralmente, adota-se $b_{\min} = R_A$ [151, 187, 188]. Desse modo, esse fluxo é menos adequado para os nossos interesses quando comparado ao realista e monopolo. No entanto, para $b \gtrsim R_A$, o fluxo de fótons permanece essencialmente inalterado, independentemente da escolha do fator de forma. Isso já era esperado, pois nessa região estamos fora do núcleo, onde os detalhes da distribuição espacial de carga se tornam irrelevantes. O campo eletromagnético passa a depender apenas da carga total, e não da sua distribuição interna, tornando a escolha do fator de forma pouco impactante.

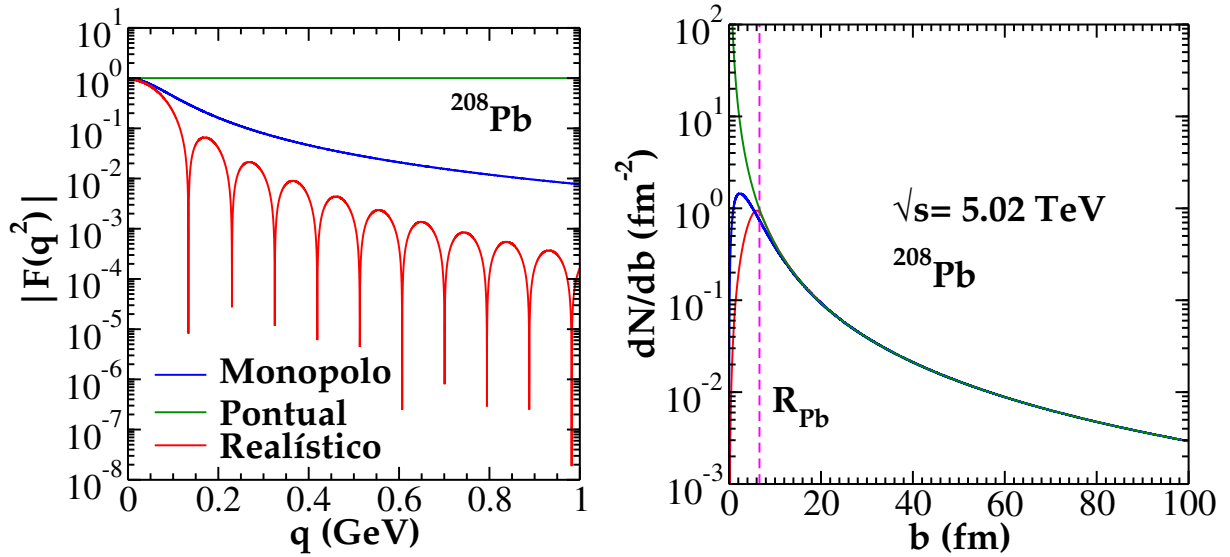


Figura 28 – Comportamento dos fatores de forma com o quadrimomento transferido (à esquerda). Fluxo de fótons com dependência em b , integrado em ω , para diferentes fatores de forma (à direita). A linha tracejada magenta, é o raio do chumbo R_{Pb} .

Para descrever processos foto-induzidos em colisões PbPb no regime periférico, é necessário incorporar camadas adicionais de complexidade, como a geometria da colisão, de modo a suprimir adequadamente os efeitos hadrônicos. A partir do próximo capítulo, abordaremos esses aspectos com mais detalhe, desenvolvendo modelos de fluxo efetivo e de seção de choque fotonuclear mais adequados para colisões periféricas nas energias do LHC.

5 MODELAGEM PARA COLISÕES PERIFÉRICAS

Para que os processos foto-induzidos desempenhem um papel significativo, as interações fortes devem ser suprimidas. Isso ocorre de forma mais evidente nas colisões ultraperiféricas. No entanto, a fotoprodução também pode ocorrer em colisões periféricas, onde, apesar da presença da QCD, parte do processo pode ser descrito em termos da emissão de fótons virtuais, tornando a QED relevante. A principal dificuldade, nesse caso, está em isolar a contribuição da fotoprodução em meio aos processos hadrônicos, que ainda estão presentes.

Neste capítulo, apresentaremos os diferentes tipos de colisões hadrônicas e exploraremos fluxos de fótons efetivos, construídos a partir do fluxo usual. Além disso, aplicaremos um modelo de uma seção de choque fotonuclear efetiva, levando em conta sua dependência no parâmetro de impacto.

5.1 TIPOS DE COLISÃO

As colisões hadrônicas podem ser classificadas em três categorias (ver Fig. 29), de acordo com o parâmetro de impacto:

1. **Colisões centrais:** Ocorrem quando o parâmetro de impacto é próximo de zero ($b \approx 0$), indicando um alto grau de sobreposição entre os hádrons incidentes.
2. **Colisões periféricas:** Caracterizam-se por um parâmetro de impacto da ordem da soma dos raios dos hádrons envolvidos ($b \lesssim R_1 + R_2$), resultando em uma sobreposição parcial entre as partículas.
3. **Colisões ultraperiféricas:** Ocorrem quando o parâmetro de impacto excede a soma dos raios dos hádrons ($b > R_1 + R_2$), de modo que não há sobreposição direta entre as partículas.

Essas colisões são dominadas por diferentes interações fundamentais. Nos processos centrais e periféricos, a interação forte predomina, sendo mediada principalmente por glúons, o que pode levar à dissociação dos hádrons envolvidos. Já nas colisões ultraperiféricas, devido à grande separação entre os núcleos, as interações hadrônicas são suprimidas, tornando as interações eletromagnéticas o mecanismo dominante, mediadas pela troca de fótons virtuais.

Embora as colisões periféricas sejam majoritariamente regidas pela interação forte, experimentos (Refs. [13, 15–18, 189–193]) indicam uma presença significativa de fotoprodução, revelando oportunidades para explorar processos descritos pela QED, possibilitando o estudo a partir da aproximação de fótons equivalentes e o formalismo de dipolo.

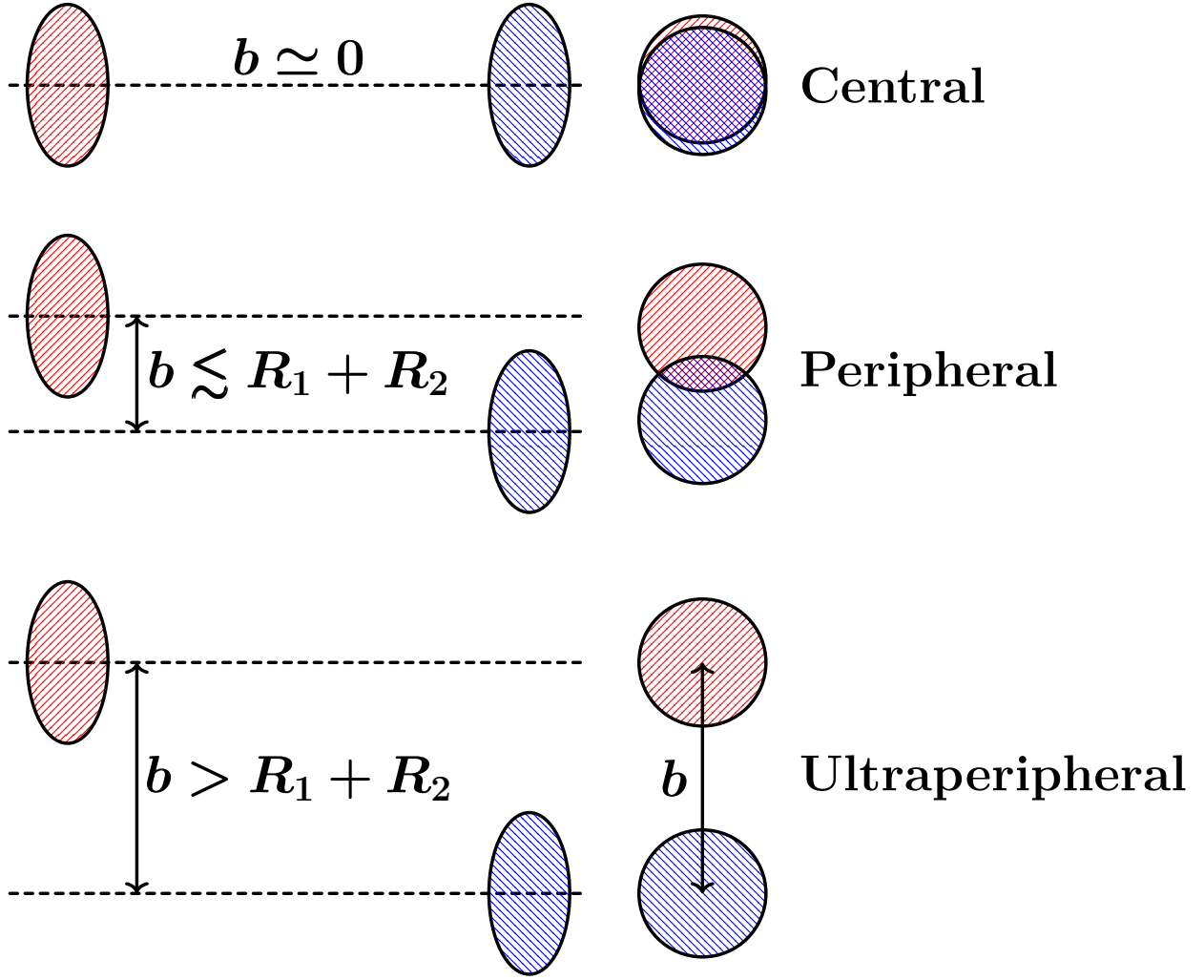


Figura 29 – Representação esquemática dos diferentes tipos de colisões hadrônicas, de acordo com o parâmetro de impacto b

5.2 MODELOS DE FLUXOS DE FÓTONS EFETIVOS

Para aprimorar nossa abordagem, seguimos as Refs. [181, 194, 195], nas quais foram desenvolvidos modelos de fluxo de fótons efetivos a partir do fluxo de fótons usual $N^{(0)}(\omega, \vec{b}_1)$ (Eq. (4.18)). A geometria da colisão é ilustrada na Fig. 30, onde

- \vec{b} é o parâmetro de impacto núcleo-núcleo;
- \vec{b}_1 é a distância entre o fóton interagente e o centro do núcleo que o emitiu;
- \vec{b}_2 é a distância entre o dipolo gerado pela flutuação do fóton e o centro do núcleo-alvo no instante da interação; também chamado de parâmetro de impacto dipolo-núcleo, ou distância do Pomeron em relação ao centro do núcleo-alvo.

As distâncias \vec{b}_1 e \vec{b}_2 mapeiam apenas a região permitida do núcleo-alvo. A relação entre essas distâncias pode ser escrita como $\vec{b}_2 = \vec{b}_1 - \vec{b}$, o que leva a $b_2^2 = b_1^2 + b^2 - 2b_1b \cos(\beta)$.

Fóton emitido pelo núcleo 1

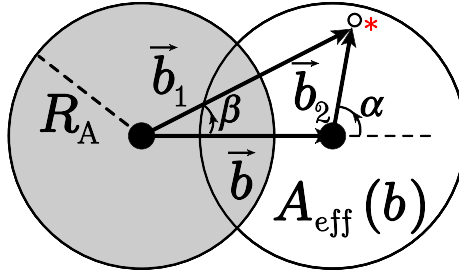


Figura 30 – Ilustração do esquema usado na construção do fluxo de fótons efetivo

O primeiro modelo considera apenas os fótons que atingem a região geométrica do alvo, conforme apresentado em [181]

$$N^{(1)}(\omega, b) = \int N^{(0)}(\omega, b_1) \frac{\theta(R_A - b_2)}{\pi R_A^2} d^2 b_1, \quad (5.1)$$

onde a função $\theta(R_A - b_2)$ – é a função degrau de Heaviside, que vale 1 quando $b_2 \leq R_A$ e 0 caso contrário – garante que o fluxo de fótons efetivo seja composto exclusivamente pelos fótons que alcançam a região geométrica do alvo.

Como a dinâmica na região de sobreposição das densidades nucleares ainda não é completamente compreendida, adotamos uma aproximação alternativa que pode ser interpretada como um limite inferior para a seção de choque. Nessa abordagem, eliminamos a contribuição da região de sobreposição por meio da função $\theta(b_1 - R_A)$. Essa escolha resulta em uma diminuição da seção de choque em colisões mais centrais, especialmente quando o parâmetro de impacto é igual a zero ($b = 0$), situação em que os núcleos estão totalmente sobrepostos. Dessa forma, a seção de choque para a produção de mésons vetoriais desaparece por construção. Consequentemente, um segundo modelo para o fluxo de fótons pode ser expresso como [181]

$$N^{(2)}(\omega, b) = \int N^{(0)}(\omega, b_1) \frac{\theta(R_A - b_2) \times \theta(b_1 - R_A)}{\pi R_A^2} d^2 b_1. \quad (5.2)$$

Além dos modelos apresentados anteriormente, consideramos também um terceiro modelo de fluxo de fótons, desenvolvido nas em [194, 195]. Diferentemente da abordagem adotada em [181], onde o fluxo é dividido pela área fixa πR_A^2 , neste modelo a divisão é feita pela área efetiva mapeada, $A_{\text{eff}}(b)$ dada por

$$A_{\text{eff}}(b) = R_A^2 \left[\pi - 2 \arccos \left(\frac{b}{2R_A} \right) \right] + \frac{b}{2} \sqrt{4R_A^2 - b^2}, \quad (5.3)$$

que leva em conta a variação da área com a geometria da colisão, conforme ilustrado na Fig. 30. Matematicamente, o modelo é expresso como

$$N^{(3)}(\omega, b) = \int N^{(0)}(\omega, b_1) \frac{\theta(R_A - b_2) \times \theta(b_1 - R_A)}{A_{\text{eff}}(b)} d^2 b_1. \quad (5.4)$$

A Fig. 31 ilustra a variação do fluxo de fótons usual $N^{(0)}(\omega, b)$ e dos modelos efetivos $N^{(1)}(\omega, b)$, $N^{(2)}(\omega, b)$ e $N^{(3)}(\omega, b)$ em função do parâmetro de impacto núcleo-núcleo b , para energias do fóton $\omega = 0.01$ GeV e $\omega = 1$ GeV, considerando colisões Pb-Pb a $\sqrt{s} = 2.76$ TeV. Em todos os casos, o cálculo do fluxo usual foi realizado adotando o fator de forma monopolar.

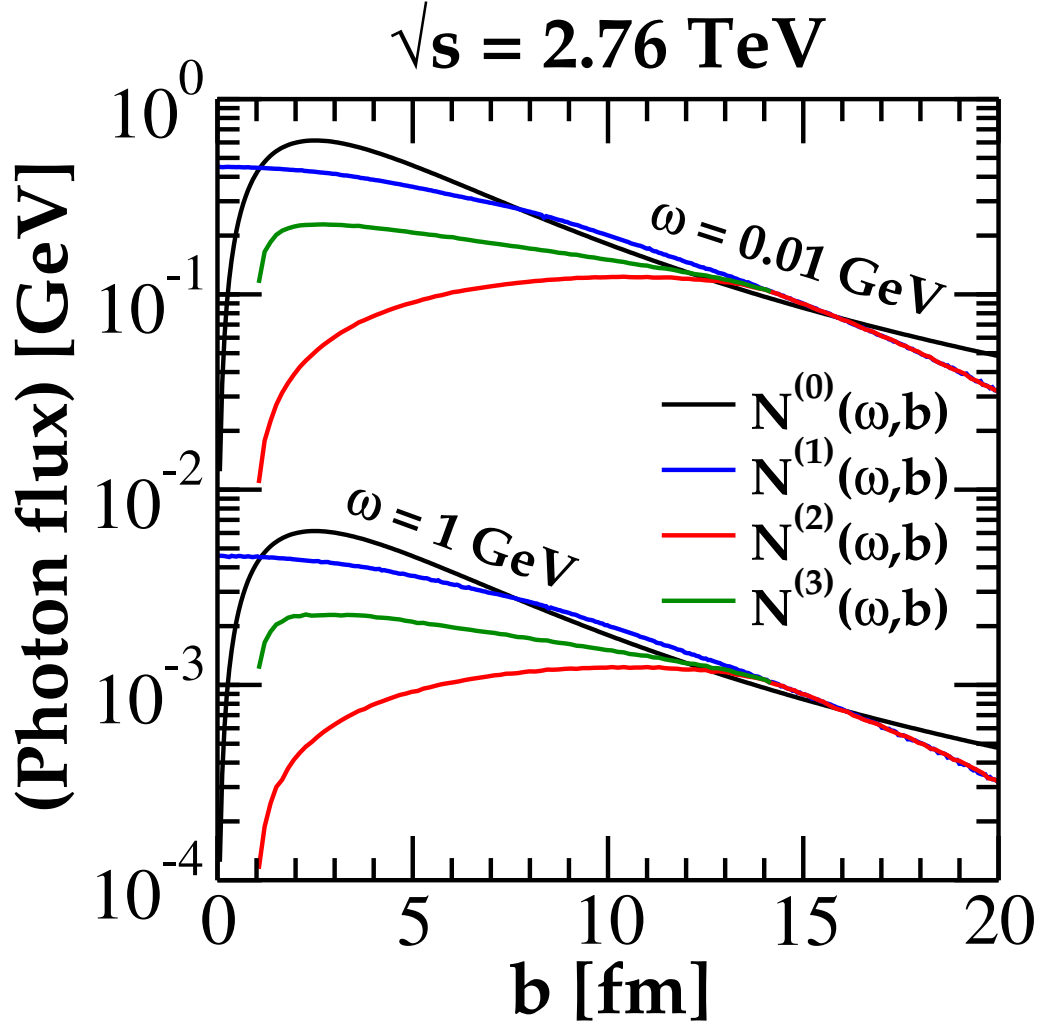


Figura 31 – Dependência do fluxo de fótons monopolar usual $N^{(0)}(\omega, b)$ e dos modelos efetivos $N^{(1)}(\omega, b)$, $N^{(2)}(\omega, b)$ e $N^{(3)}(\omega, b)$ com o parâmetro de impacto b .

Para valores grandes de b , todos os fluxos convergem para o mesmo comportamento assintótico, uma vez que nessa região a interação é exclusivamente eletromagnética e não há sobreposição nuclear.

Por outro lado, para $b < 2R_A$ a influência das restrições geométricas se torna significativa. O fluxo usual $N^{(0)}$ apresenta os maiores valores em colisões mais centrais. O modelo $N^{(1)}$, que considera apenas fótons incidentes na região geométrica do núcleo-alvo, mantém proximidade com $N^{(0)}$ para $b \gtrsim R_A$, mas sofre supressão moderada em colisões mais centrais. O modelo $N^{(2)}$ apresenta a maior supressão, pois exclui completamente a região de sobreposição nuclear, fazendo com que o fluxo se anule para $b = 0$ por construção.

Já o modelo $N^{(3)}$ exibe um comportamento intermediário, uma vez que normaliza o fluxo pela área efetiva $A_{\text{eff}}(b)$, resultando em supressão menos intensa que a de $N^{(2)}$, mas mais pronunciada que a de $N^{(1)}$.

A comparação entre $\omega = 0.01$ GeV e $\omega = 1$ GeV mostra que a forma relativa das curvas é preservada, mas a magnitude do fluxo diminui para energias maiores, refletindo a dependência esperada do fluxo de fótons com a energia do fóton.

5.3 MODELO DE SEÇÃO DE CHOQUE FOTONUCLEAR EFETIVA

Na seção anterior, vimos que os fluxos de fótons efetivos foram construídos descon siderando a região de sobreposição nuclear. Por uma questão de consistência – conforme argumentado na Ref. [195] –, é apropriado aplicar a mesma restrição geométrica à seção de choque fotonuclear. Para isso, reescrevemos a Eq. (3.33) levando em conta a geometria da colisão, aplicando a função $\theta(b_1 - R_A)$ para garantir que apenas a interação fora da região de sobreposição seja considerada.

Portanto, a Eq. (3.31) pode ser reescrita como

$$\mathcal{A}^{\gamma^*A}(x, Q, \Delta) = i \int d^2\vec{r} dz \Phi(r, z, Q) \int d^2\vec{b}_2 e^{-i\vec{b}_2 \cdot \vec{\Delta}} 2\mathcal{N}^A(x, r, b_2), \quad (5.5)$$

onde $\Phi(r, z, Q) = \psi_V^* \psi$ representa o overlap entre as funções de onda do fóton e do méson vetorial.

Substituindo a Eq. (5.5) na Eq. (3.30), temos:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\gamma^*A}}{d^2\vec{\Delta}} &= \frac{1}{16\pi^2} \left\{ -i \int d^2\vec{r} dz \Phi(r, z, Q) \int d^2\vec{b}_2 e^{i\vec{b}_2 \cdot \vec{\Delta}} 2\mathcal{N}^A(x, r, b_2) \right\} \\ &\quad \times \left\{ i \int d^2\vec{r}' dz' \Phi(r', z', Q) \int d^2\vec{b}'_2 e^{-i\vec{b}'_2 \cdot \vec{\Delta}} 2\mathcal{N}^A(x, r', b'_2) \right\} \\ &= \frac{1}{16\pi^2} \int d^2\vec{r} d^2\vec{r}' dz dz' \Phi(r, z, Q) \Phi(r', z', Q) \\ &\quad \times \int d^2\vec{b}_2 d^2\vec{b}'_2 2\mathcal{N}^A(x, r, b_2) 2\mathcal{N}^A(x, r', b'_2) e^{i\vec{\Delta} \cdot (\vec{b}_2 - \vec{b}'_2)}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

Integrando a Eq. (5.6) em $\vec{\Delta}$, e utilizando a identidade

$$\int d^2\vec{\Delta} e^{i\vec{\Delta} \cdot (\vec{b}_2 - \vec{b}'_2)} = (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\vec{b}_2 - \vec{b}'_2),$$

obtemos

$$\begin{aligned} \sigma^{\gamma^*A}(W) &= \frac{1}{16\pi^2} \int d^2\vec{r} d^2\vec{r}' dz dz' \Phi(r, z, Q) \Phi(r', z', Q) \\ &\quad \times \int d^2\vec{b}_2 d^2\vec{b}'_2 2\mathcal{N}^A(x, r, b_2) 2\mathcal{N}^A(x, r', b'_2) (2\pi)^2 \delta^{(2)}(\vec{b}_2 - \vec{b}'_2) \\ &= \int d^2\vec{r} d^2\vec{r}' dz dz' \Phi(r, z, Q) \Phi(r', z', Q) \int d^2\vec{b}_2 \mathcal{N}^A(x, r, b_2) \mathcal{N}^A(x, r', b_2). \end{aligned} \quad (5.7)$$

Assim, temos:

$$\sigma^{\gamma^*A}(W) = \int d^2\vec{b}_2 \left\{ \int d^2\vec{r} dz \Phi(r, z, Q) \mathcal{N}^A(x, r, b_2) \right\}^2. \quad (5.8)$$

Com isso, podemos aplicar a função degrau $\theta(b_1 - R_A)$, introduzindo a dependência em \vec{b} na seção de choque fotonuclear por meio da relação $\vec{b}_1 = \vec{b} + \vec{b}_2$, que leva a $b_1^2 = b^2 + b_2^2 + 2bb_2 \cos(\alpha)$ (ver Fig. 30). Portanto, a Eq. (5.8) torna-se:

$$\sigma^{\gamma^*A}(W, b) = \int d^2\vec{b}_2 \theta(b_1 - R_A) \left\{ \int d^2\vec{r} dz [\psi_V^*(r, z) \psi(r, z, Q)] \mathcal{N}^A(x, r, b_2) \right\}^2. \quad (5.9)$$

A Eq. (5.9) descreve a seção de choque em função do parâmetro de impacto b e da energia de centro de massa γ^*A , considerando que o fóton é emitido por um dos núcleos e interage com o outro.

Como a função degrau garante que apenas eventos em que o ponto de interação se encontra fora do núcleo emissor contribuam para a seção de choque; a região efetiva de integração sobre \vec{b}_2 é limitada por essa condição geométrica, que depende diretamente de b .

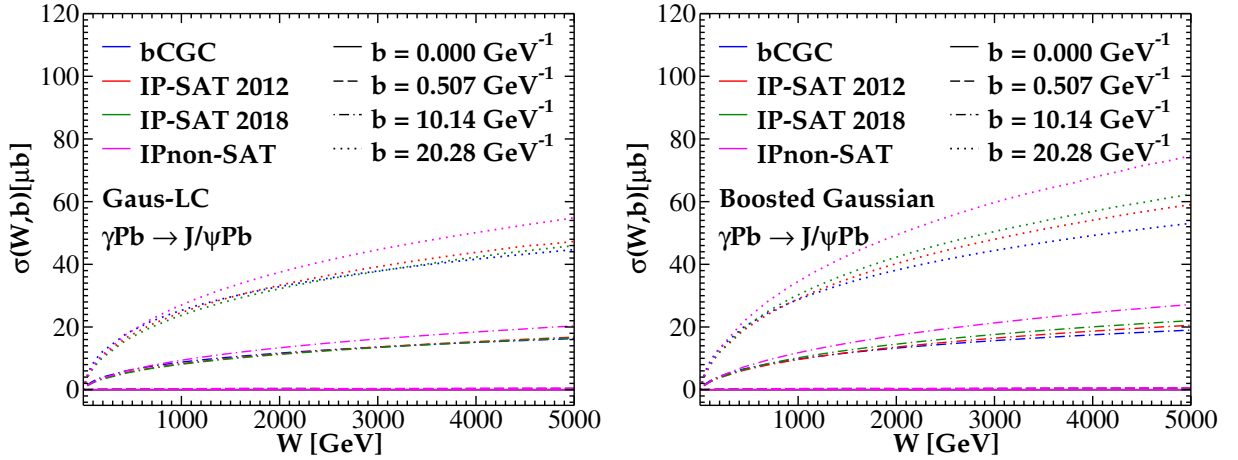


Figura 32 – Seção de choque $\sigma^{\gamma^*A}(W, b)$ para diferentes valores fixos de b , na fotoprodução do méson J/ψ . Os painéis mostram os resultados para duas funções de onda do méson: Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita). As curvas representam diferentes modelos de dipolo.

Nas Figs. 32 (para o J/ψ) e 33 (para o Υ), observa-se que a seção de choque fotonuclear $\sigma^{\gamma^*A}(W, b)$ cresce com a energia W , como discutido na subseção 3.7.3, e também com o parâmetro de impacto b . Este segundo comportamento pode ser compreendido a partir da Eq. (5.9), que incorpora a dependência geométrica da colisão por meio da função degrau $\theta(b_1 - R_A)$, onde $\vec{b}_1 = \vec{b} + \vec{b}_2$.

Para valores pequenos de b , ou seja, colisões mais centrais, a maioria dos pontos \vec{b}_2 leva a valores de $b_1 < R_A$, fazendo com que $\theta(b_1 - R_A) = 0$ e suprimindo, portanto, as contribuições à seção de choque. À medida que b aumenta, a condição $b_1 > R_A$ passa

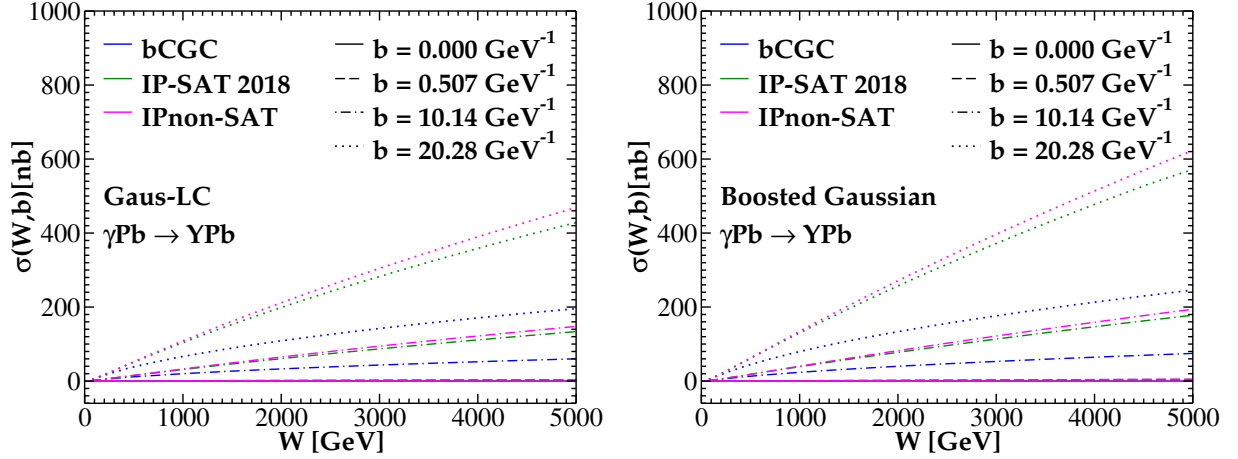


Figura 33 – Seção de choque $\sigma^{\gamma^*A}(W, b)$ para diferentes valores fixos de b , na fotoprodução do méson Υ . Os painéis mostram os resultados para duas funções de onda do méson: Gaus-LC (à esquerda) e Boosted Gaussian (à direita). As curvas refletem diferentes modelos de dipolo.

a ser satisfeita para um número crescente de configurações de \vec{b}_2 , ampliando a região efetiva de integração na Eq. (5.9). Assim, o crescimento da seção de choque com b é uma consequência direta da geometria da colisão e da imposição de que a interação do fóton ocorra fora do núcleo emissor.

Esse comportamento crescente é comum a todos os modelos de dipolo considerados (bCGC, IP-SAT, IPnon-SAT), pois decorre da estrutura geométrica da integral. No entanto, a taxa com que a seção de choque cresce com b varia conforme o modelo, refletindo diferenças nos perfis de saturação e na distribuição da densidade nuclear.

O modelo bCGC, por exemplo, exibe um crescimento mais suave (especialmente para o Υ , na Fig. 33), com contribuições mais concentradas em regiões de b onde a amplitude $\mathcal{N}(x, r, b_2)$ ainda é significativa. Já o modelo IPnon-SAT, que não incorpora efeitos de saturação, apresenta um crescimento mais acentuado da seção de choque com b . Isso ocorre porque, nesses modelos, a amplitude $\mathcal{N}^A(x, r, b_2)$ não satura em regiões de alta densidade, de modo que mesmo valores grandes de \vec{b}_2 , acessíveis quando b aumenta, continuam contribuindo significativamente para a integral.

Adicionalmente, como a massa do Υ é maior, sua produção requer mais energia, o que se reflete em seções de choque menores e, consequentemente, em um número reduzido de eventos observados.

6 FOTOPRODUÇÃO EXCLUSIVA DE MÉSONS VETORIAIS PESADOS EM COLISÕES PERIFÉRICAS

Neste capítulo, apresentamos os resultados e previsões obtidos para distribuições em rapidez considerando a fotoprodução exclusiva dos mésons vetoriais pesados J/ψ e Υ em duas classes de centralidade: 50–70% e 70–90%. Este estudo é motivado pelas observações das colaborações ALICE e STAR, que identificaram um excesso na produção de J/ψ em baixo momento transversal (p_T) [13, 15, 17], sugerindo que tal fenômeno pode estar associado à fotoprodução exclusiva.

Os cálculos foram realizados utilizando um fluxo de fótons usual, $N^{(0)}(\omega, b)$, bem como três modelos de fluxos efetivos, $N^{(1)}(\omega, b)$, $N^{(2)}(\omega, b)$ e $N^{(3)}(\omega, b)$, com a aplicação tanto do fator de forma monopolo quanto do fator de forma realístico, conforme apresentado no Capítulo 4.

A partir da aproximação de fótons equivalentes, a seção de choque total para a produção exclusiva de um méson vetorial em colisões núcleo-núcleo pode ser expressa como

$$\sigma_{AB} = \int d\omega \frac{n_A(\omega)}{\omega} \sigma_{\gamma B}(\omega, b), \quad (6.1)$$

onde $n_A(\omega)$ pode ser relacionado ao fluxo de fótons efetivo $N_A^{(i)}(\omega, b)$ por meio da seguinte identidade [180]

$$\frac{n_A(\omega)}{\omega} = \int d^2\vec{b} N_A^{(i)}(\omega, b),$$

com $i = 0, 1, 2, 3$ denotando os diferentes modelos utilizados para o fluxo. Substituindo essa relação na Eq. (6.1), obtemos

$$\sigma_{AB} = \int d\omega d^2\vec{b} N_A^{(i)}(\omega, b) \sigma_{\gamma B}(\omega, b). \quad (6.2)$$

Considerando que a energia do fóton pode ser expressa como $\omega = \frac{M_V}{2} e^{\pm y}$, onde M_V é a massa do méson vetorial produzido e y a sua rapidez, temos que $d\omega = \omega dy$. Com isso, a Eq. (6.2) pode ser reescrita como uma distribuição de rapidez

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dy} = \int d^2\vec{b} \omega N_A^{(i)}(\omega, b) \sigma_{\gamma B}(\omega, b). \quad (6.3)$$

Como ambos os núcleos podem atuar como fontes de fótons ou alvos, é necessário considerar as duas direções possíveis da interação. Dessa forma, a contribuição simétrica dos dois sentidos de emissão de fótons pode ser incluída explicitamente

$$\frac{d\sigma_{AB}}{dy} = \int 2\pi b db \left[\omega N_A^{(i)}(\omega, b) \sigma_{\gamma B}(\omega, b) + (y \rightarrow -y) \right], \quad (6.4)$$

onde o termo $(y \rightarrow -y)$ representa a contribuição complementar associada à emissão de fótons pelo núcleo oposto, garantindo a simetria esperada na colisão, já que estamos colidindo os mesmos núcleos de chumbo.

Os limites de integração em b na Eq. (6.4) são determinados conforme a classe de centralidade considerada. No presente trabalho, como mencionado anteriormente, analisamos duas faixas específicas: 50–70% e 70–90%. A correspondência entre a centralidade e os valores do parâmetro de impacto b é estabelecida por meio de um modelo geométrico, conforme proposto em [181, 196]

$$c = \frac{b^2}{4R_A^2}, \quad (6.5)$$

onde R_A representa o raio do núcleo. A partir dessa relação, é possível extrair os valores mínimo e máximo de b correspondentes a cada faixa de centralidade, permitindo definir precisamente os limites do intervalo de integração.

Na próxima seção, apresentaremos e discutiremos as distribuições em rapidez dos mésons vetoriais J/ψ e Υ , integradas nas classes de centralidade 50–70% e 70–90%. Essas distribuições foram obtidas a partir de cálculos empregando fluxos de fótons determinados tanto com o fator de forma monopolo quanto com o fator de forma realístico, permitindo avaliar o impacto de cada abordagem na descrição dos dados.

6.1 RESULTADOS COM O FATOR DE FORMA MONOPOLO

6.1.1 Fotoprodução nuclear do J/ψ

Como primeiro conjunto de resultados, foram calculadas as distribuições em rapidez para os processos analisados nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV (Fig. 34) e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV (Fig. 35). A distribuição $d\sigma/dy$ está associada à probabilidade de produção do méson vetorial em diferentes regiões de rapidez, permitindo identificar as zonas onde a fotoprodução ocorre com maior frequência.

Nesta subseção, são apresentados os resultados obtidos com os modelos de dipolo bCGC, IP-SAT 2018 e IPnon-SAT. As distribuições correspondentes ao modelo IP-SAT 2012 foram incluídas no Apêndice A.

Para quantificar as discrepâncias entre os modelos, foram calculadas as razões entre as seções de choque integradas nas distribuições, na região $|y| < 2,0$, para cada classe de centralidade. Especificamente, foram avaliadas as razões (IP-SAT 2018)/(IPnon-SAT) e (IP-SAT 2018)/(bCGC).

A razão (IP-SAT 2018)/(IPnon-SAT) é aproximadamente 0,93 em todas as classes de centralidade e para os diferentes fluxos $N^{(i)}$, indicando que o modelo IP-SAT 2018 prevê uma seção de choque integrada 7% menor que a do IPnon-SAT. Isso era esperado, pois a função de onda do J/ψ seleciona dipolos com tamanho da ordem de $0,5 \text{ GeV}^{-1}$, onde as amplitudes de dipolo dos dois modelos são bastante semelhantes. Essa diferença se mantém estável tanto para $\sqrt{s} = 2,76$ TeV quanto para $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, mostrando que a evolução em energia dos modelos, no regime considerado, é equivalente.

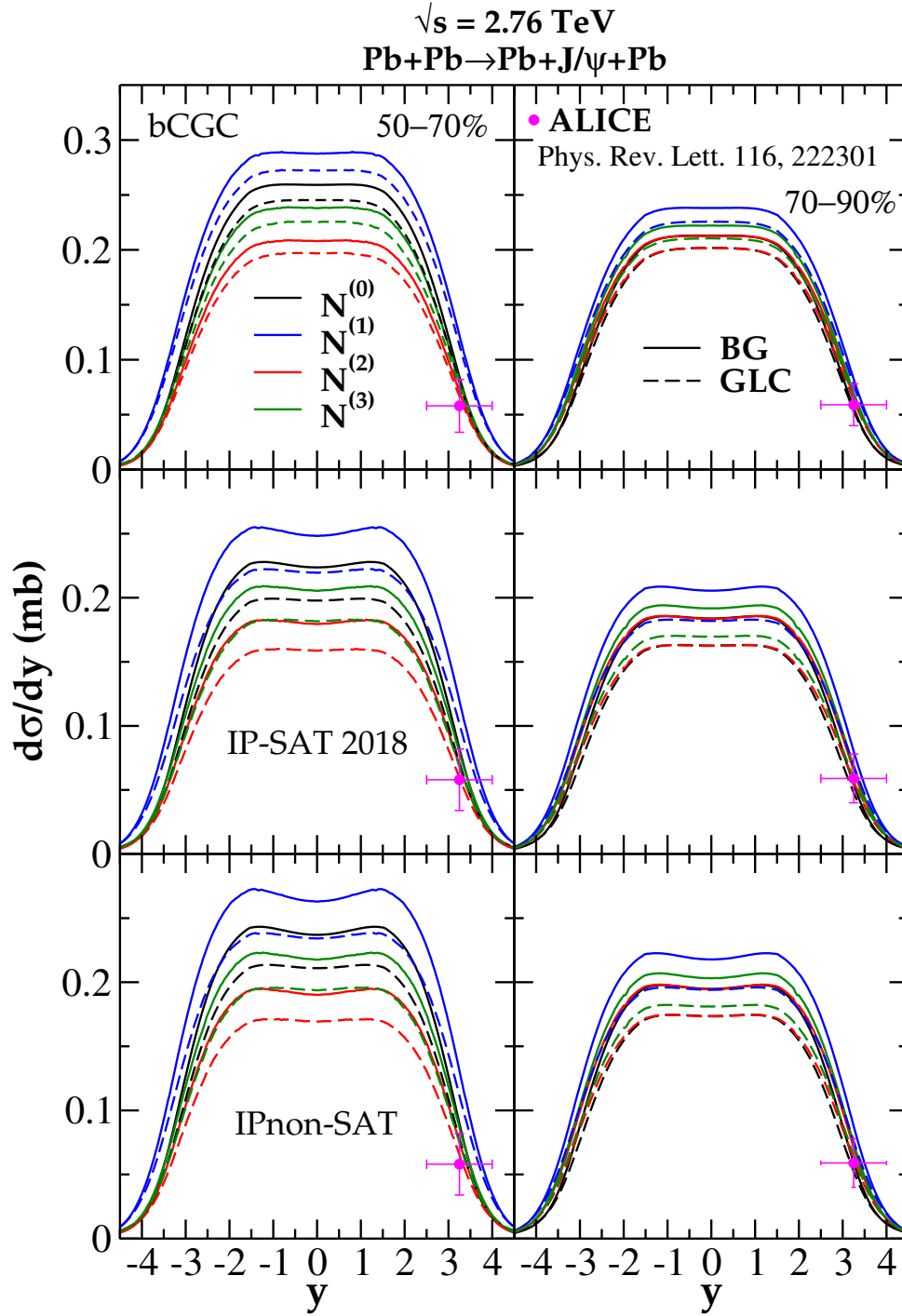


Figura 34 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [13, 197].

Já a comparação entre os modelos IP-SAT 2018 e bCGC revelou discrepâncias mais significativas. Utilizando a função de onda Boosted Gaussian (BG), observou-se uma diferença relativa de 12% em $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$ e de 10% em $\sqrt{s} = 5,02 \text{ TeV}$, para ambas as classes de centralidade. Considerando a função de onda Gaus-LC (GLC), essas diferenças aumentam para cerca de 18%, independentemente da energia ou da centralidade.

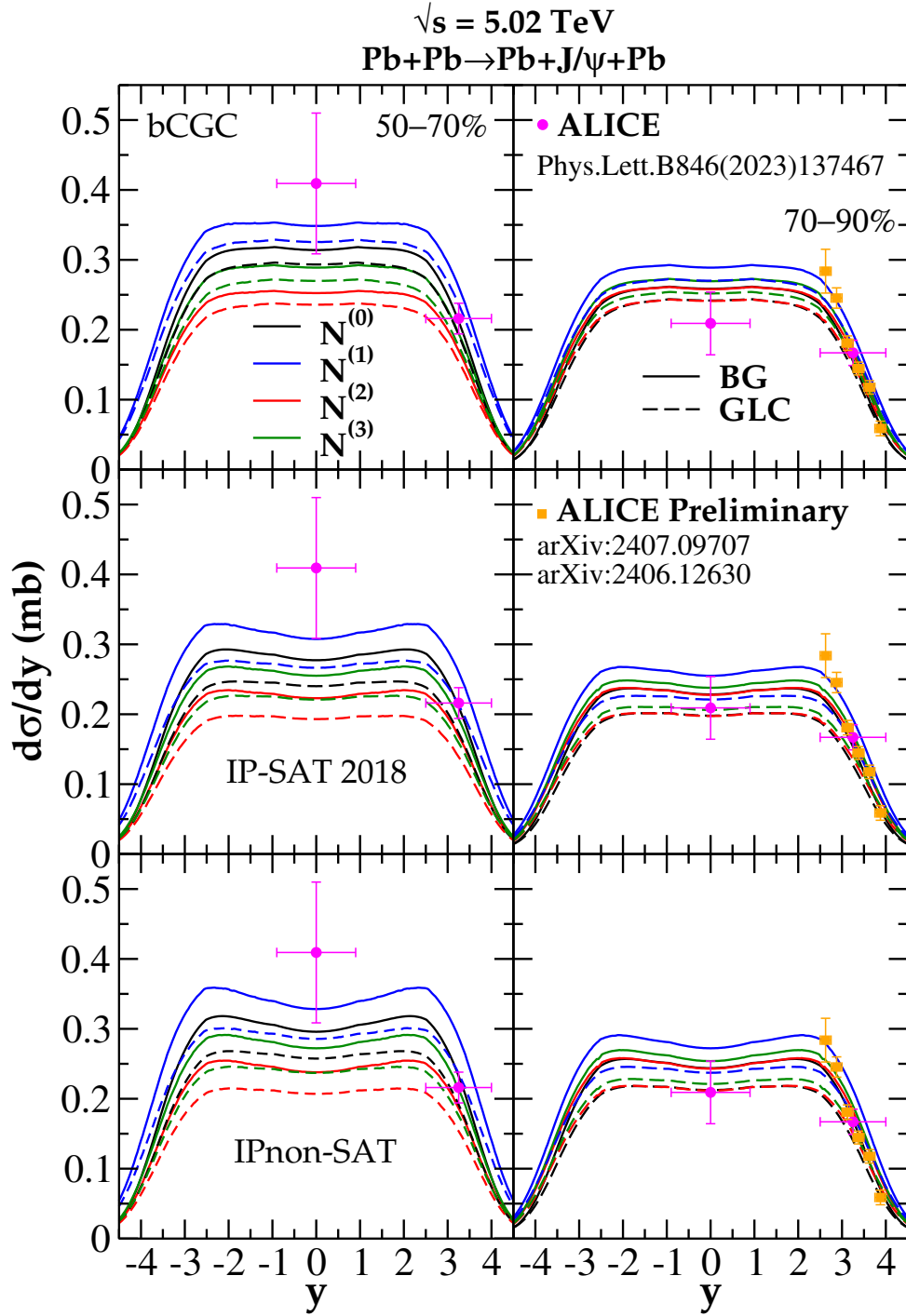


Figura 35 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [17, 189–191].

A influência da escolha da função de onda também foi investigada por meio da razão BG/GLC na região $|y| < 2,0$. Para $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$, obteve-se $\approx 1,14$, enquanto para $\sqrt{s} = 5,02 \text{ TeV}$ o valor foi $\approx 1,17$. Essas razões se mantiveram constantes para os modelos IP-SAT 2018 e IPnon-SAT, independentemente da centralidade e do tipo de fluxo $N^{(i)}$. Os resultados indicam que a função BG fornece previsões entre 14% e 17%

superiores às obtidas com a GLC – o que era esperado, dado que a BG apresenta maior densidade de probabilidade (ver Fig. 22). Isso evidencia o papel crucial da função de onda na determinação precisa dos observáveis físicos do méson vetorial.

No caso do modelo bCGC, as discrepâncias entre as funções de onda foram mais modestas: 6% para $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e 8% para $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, também sem variação com a centralidade ou fluxo considerado.

Por fim, comparamos os resultados teóricos com os dados experimentais da colaboração ALICE (Figs. 34 e 35). Em ambas as energias, observa-se boa concordância dos modelos IP-SAT 2018 e IPnon-SAT com os dados na classe de centralidade 70–90%, para ambas as funções de onda, com leve vantagem para a GLC na região central de rapidez. No entanto, para a classe 50–70% em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, os modelos subestimam os dados experimentais em $y = 0$. Ainda assim, os três modelos analisados descrevem adequadamente os dados em regiões de rapidez frontal.

Alguns dos resultados experimentais da colaboração ALICE [13, 17] para a fotoprodução exclusiva em colisões periféricas (que, até o momento, disponibiliza medidas apenas para o méson J/ψ) incluem a distribuição de rapidez média no intervalo $2,5 < y < 4,0$, a qual pode ser definida como

$$\left. \frac{d\sigma}{dy} \right|_{2,5 < y < 4,0} = \frac{1}{\Delta y} \int_{2,5}^{4,0} \frac{d\sigma}{dy} dy, \quad (6.6)$$

sendo $\Delta y = 1,5$ a largura do intervalo de integração.

Nesse contexto, a tabela 9 é apresentada como uma forma de comparação quantitativa entre os diferentes modelos de dipolo e fluxos considerados nesta dissertação, na qual também estão presentes os dados da ALICE.

Analisando a tabela 9 para 2,76 TeV e a Fig. 34, observa-se que todos os fluxos apresentam boa concordância com os dados experimentais estando dentro das incertezas, exceto o fluxo $N^{(1)}$ que superestima significativamente o valor experimental.

No que se refere aos modelos de dipolo, todos os cenários analisados mostram uma boa consistência geral entre si. O modelo IPnon-SAT, por não incorporar os efeitos de saturação de glúons, tende a produzir valores mais elevados em comparação aos demais, o que reforça a relevância dos mecanismos de saturação no regime de altas energias.

Analisando agora a tabela 9 para 5,02 TeV, observamos comportamentos distintos para cada faixa de centralidade.

Na faixa de centralidade de 50%–70%, destaca-se a boa concordância entre os dados experimentais e as previsões utilizando o fluxo $N^{(0)}$ em combinação com a função de onda BG, bem como o fluxo $N^{(1)}$ com a função de onda GLC. Nessas configurações, todos os modelos de dipolo analisados (bCGC, IP-SAT 2012, IP-SAT 2018 e IPnon-SAT) fornecem resultados consistentes com os dados da colaboração ALICE. Por outro lado, os fluxos $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$ tendem a subestimar os dados experimentais nessa faixa. Na classe de centralidade mais periférica (70%–90%), observa-se que o fluxo $N^{(0)}$ não apresenta

boa concordância com os dados experimentais, independentemente da função de onda adotada (exceto pelo modelo IPnon-SAT + BG). Por outro lado, o fluxo $N^{(1)}$, quando combinado com a função de onda GLC, fornece previsões compatíveis com os dados dentro das incertezas experimentais. Resultados similares são obtidos para os fluxos $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$, desde que utilizados em conjunto com a função de onda BG.

Dipolo (BG/GLC)	$d\sigma_{\text{coh}}^{J/\psi}/dy$ (μb)			
	2.76 TeV		5.02 TeV	
	50%–70%	70%–90%	50%–70%	70%–90%
Fluxo monopolo $N^{(0)}(\omega, b)$				
bCGC	90.43/84.87	63.28/59.95	202.93/184.85	150.10/137.37
IP-SAT 2012	87.97/82.06	61.62/58.19	198.01/177.26	146.06/131.51
IP-SAT 2018	87.06/75.26	60.62/53.13	200.01/165.49	147.25/122.61
IPnon-SAT	94.75/82.29	65.85/58.01	220.28/182.36	162.01/135.02
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo monopolo $N^{(1)}(\omega, b)$				
bCGC	123.83/115.06	86.52/81.07	250.37/227.23	187.24/170.66
IP-SAT 2012	120.38/110.82	84.14/78.31	244.84/218.13	182.62/163.54
IP-SAT 2018	119.96/102.26	83.42/71.96	247.85/204.01	184.57/152.79
IPnon-SAT	130.98/112.01	90.92/78.75	273.38/225.11	203.43/168.50
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo monopolo $N^{(2)}(\omega, b)$				
bCGC	74.80/70.08	71.88/67.60	163.76/149.13	160.21/146.24
IP-SAT 2012	72.77/67.73	69.92/65.40	159.83/143.03	156.13/140.10
IP-SAT 2018	72.09/62.19	69.15/59.97	161.47/133.55	157.65/130.79
IPnon-SAT	78.52/68.01	75.29/65.58	177.84/147.18	173.66/144.16
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo monopolo $N^{(3)}(\omega, b)$				
bCGC	85.63/80.23	75.11/70.64	187.45/170.70	167.40/152.80
IP-SAT 2012	83.31/77.54	73.07/68.34	182.95/163.72	163.13/146.38
IP-SAT 2018	82.45/71.20	72.27/62.66	184.83/152.86	164.72/136.65
IPnon-SAT	89.89/77.86	78.68/68.53	203.59/168.47	181.44/150.62
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$

Tabela 9 – Distribuição média de rapidez para a produção coerente do J/ψ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma monopolo. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC). Os resultados são comparados com dados experimentais da colaboração ALICE [13, 17].

6.1.2 Fotoprodução nuclear do Υ

Os resultados para a fotoprodução nuclear do Υ são apresentados nas Figs. 36 e 37. Optamos por não utilizar o fit mais antigo do modelo IP-SAT (2012) nessas previsões.

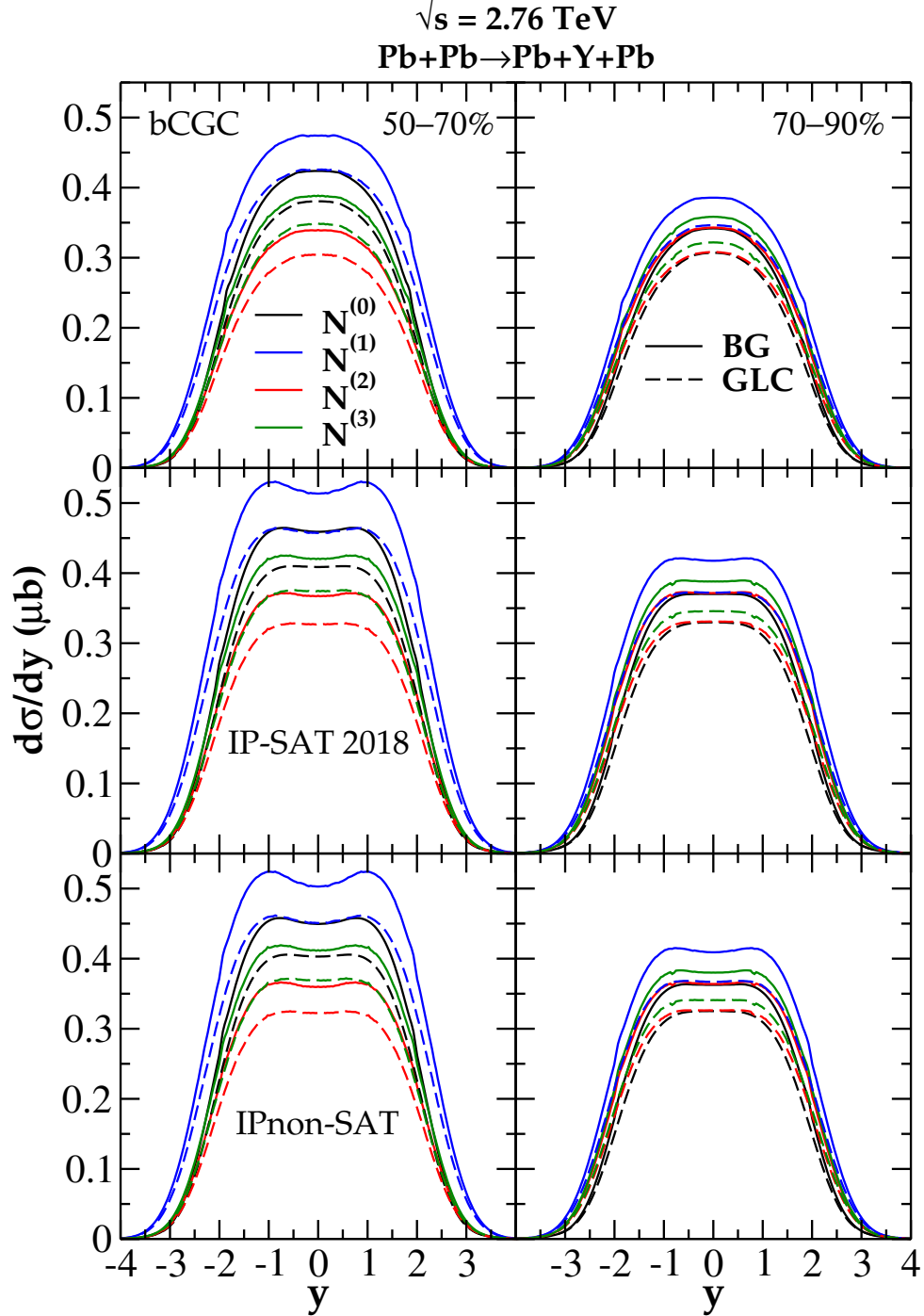


Figura 36 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo.

A razão entre os modelos IP-SAT 2018 e IPnon-SAT apresenta uma diferença relativa de cerca de 1% para todos os fluxos $N^{(i)}$, considerando a distribuição integrada na região $|y| < 2,0$, em ambas as energias e classes de centralidade. Esse comportamento

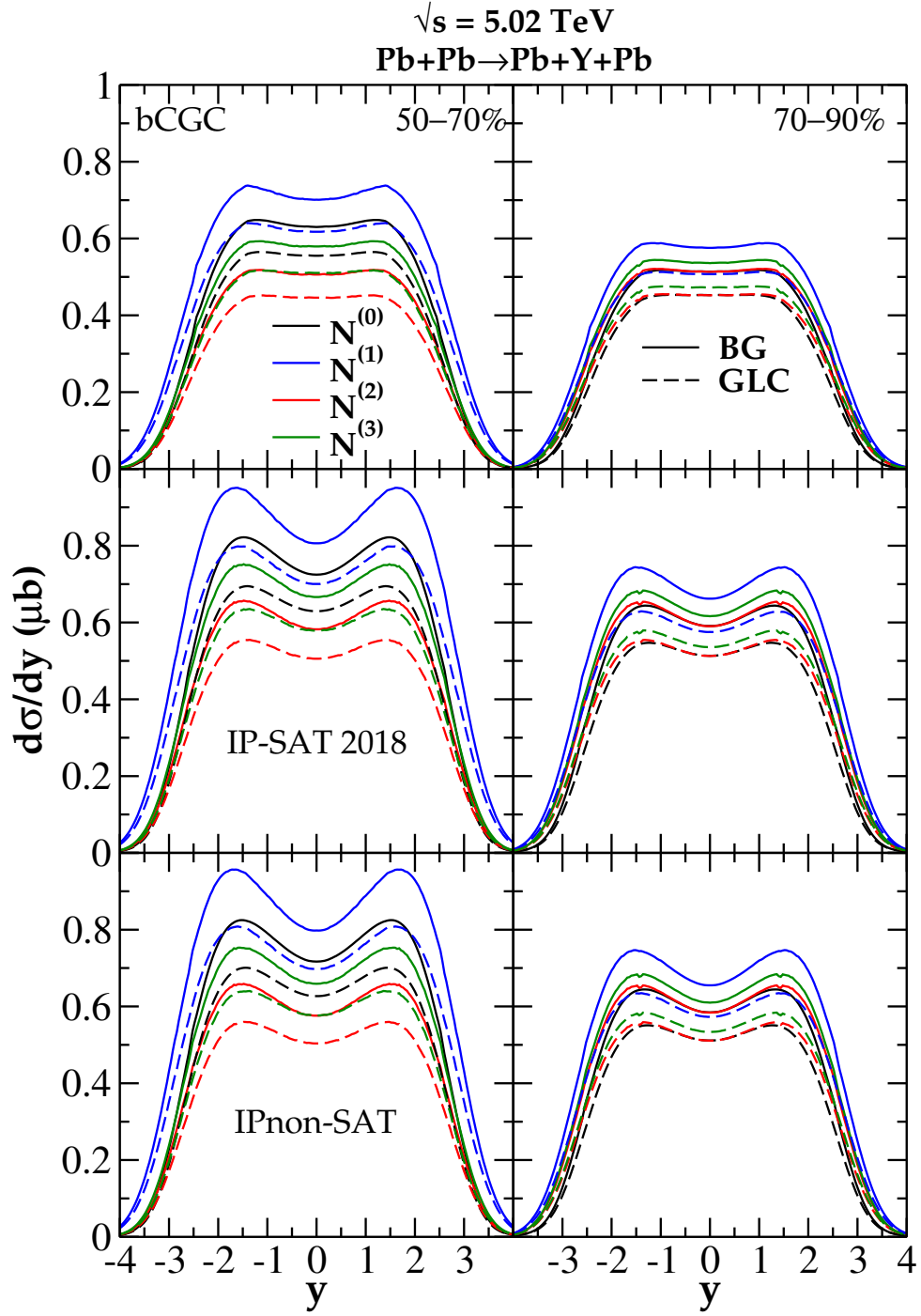


Figura 37 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma monopolo.

era esperado, dado que mésons mais pesados, como o Υ , selecionam dipolos de tamanho reduzido, onde a amplitude de espalhamento é praticamente idêntica nos dois modelos (ver Fig. 19).

Em contraste, a comparação entre os modelos IP-SAT 2018 e bCGC revelou diferenças mais significativas. Com a função de onda BG, as discrepâncias foram de 16% em $\sqrt{s} = 2,76 \text{ TeV}$ e 24% em $\sqrt{s} = 5,02 \text{ TeV}$. Usando a função de onda GLC, as diferenças foram um pouco menores: 14% e 21%, respectivamente.

Para estudar as diferenças na região $2,5 < y < 4,0$, calculou-se a distribuição média de rapidez e apresentamos nossas previsões na tabela 10 para as energias 2,76 TeV e 5,02 TeV.

Dipolo (BG/GLC)	$d\sigma_{\text{coh}}^{\Upsilon}/dy$ (nb)			
	2.76 TeV		5.02 TeV	
	50%–70%	70%–90%	50%–70%	70%–90%
Fluxo monopolo $N^{(0)}(\omega, b)$				
bCGC	14.35/13.22	8.17/7.81	110.42/94.69	66.60/57.82
IP-SAT 2018	21.57/19.27	12.44/11.54	170.97/140.36	102.00/84.66
IPnon-SAT	21.46/19.26	12.26/11.41	174.26/144.09	103.45/86.55
Fluxo monopolo $N^{(1)}(\omega, b)$				
bCGC	36.40/31.85	18.48/16.58	195.73/165.58	116.80/99.70
IP-SAT 2018	54.19/45.93	27.63/24.05	308.97/250.45	182.45/149.09
IPnon-SAT	54.69/46.62	27.70/24.23	316.46/258.46	186.31/153.39
Fluxo monopolo $N^{(2)}(\omega, b)$				
bCGC	14.40/13.03	13.05/11.91	97.91/83.67	89.78/77.02
IP-SAT 2018	21.56/18.92	19.59/17.35	152.44/124.72	139.42/114.44
IPnon-SAT	21.55/19.00	19.55/17.39	155.57/128.22	142.12/117.52
Fluxo monopolo $N^{(3)}(\omega, b)$				
bCGC	16.50/14.93	13.64/12.45	112.16/95.84	93.85/80.50
IP-SAT 2018	24.70/21.67	20.48/18.14	174.62/142.87	145.73/119.62
IPnon-SAT	24.69/21.77	20.43/18.18	178.21/146.87	148.56/122.84

Tabela 10 – Distribuição média de rapidez para a produção coerente do Υ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma monopolo. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC).

6.2 RESULTADOS COM O FATOR DE FORMA REALÍSTICO

6.2.1 Fotoprodução nuclear do J/ψ

Nas Figs. 38 e 39, são exibidas as distribuições em rapidez obtidas com fluxos de fótons mais realistas. Nesses casos, o fator de forma monopolar foi substituído pela distribuição de carga Woods-Saxon no fluxo usual ($N^{(0)}$), alteração que também se reflete nos fluxos efetivos $N^{(1)}$, $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$.

Para quantificar as diferenças em relação ao fluxo monopolo, foi avaliada a razão

$$\frac{d\sigma^{\text{REAL}}}{dy} \bigg/ \frac{d\sigma^{\text{MONO}}}{dy},$$

integrada na região $|y| < 2, 0$. Na classe de centralidade 50–70%, os valores encontrados para essa razão foram: 1,07 para o fluxo $N^{(0)}$, 1,28 para $N^{(1)}$ e 1,10 para os fluxos $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$. Esses resultados se mantiveram constantes entre todas as energias, modelos de dipolo e funções de onda considerados. Para a classe mais periférica (70–90%), a razão foi ligeiramente menor: 1,03 para $N^{(0)}$, 1,13 para $N^{(1)}$ e 1,08 para $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$.

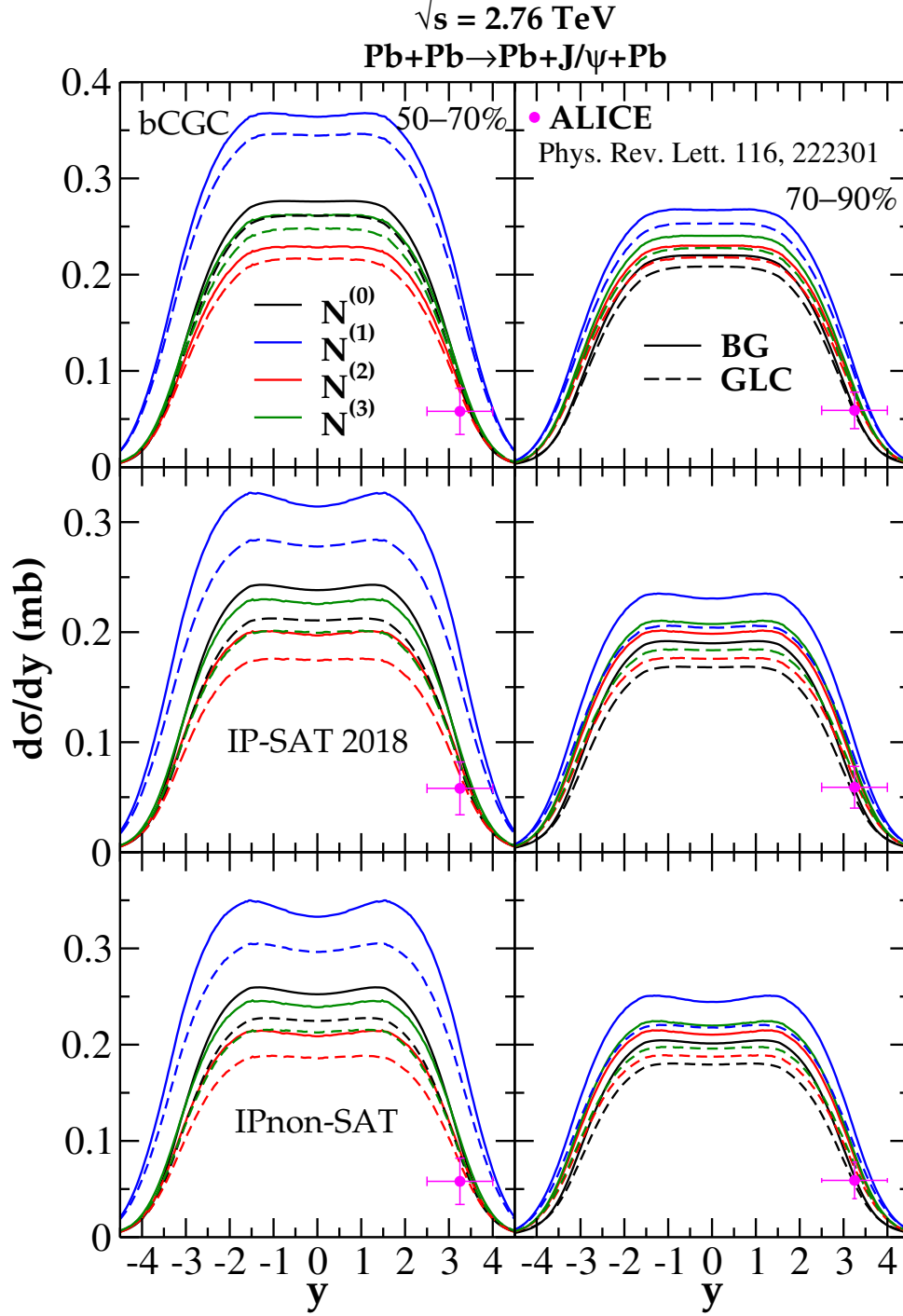


Figura 38 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2,76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [13, 197].

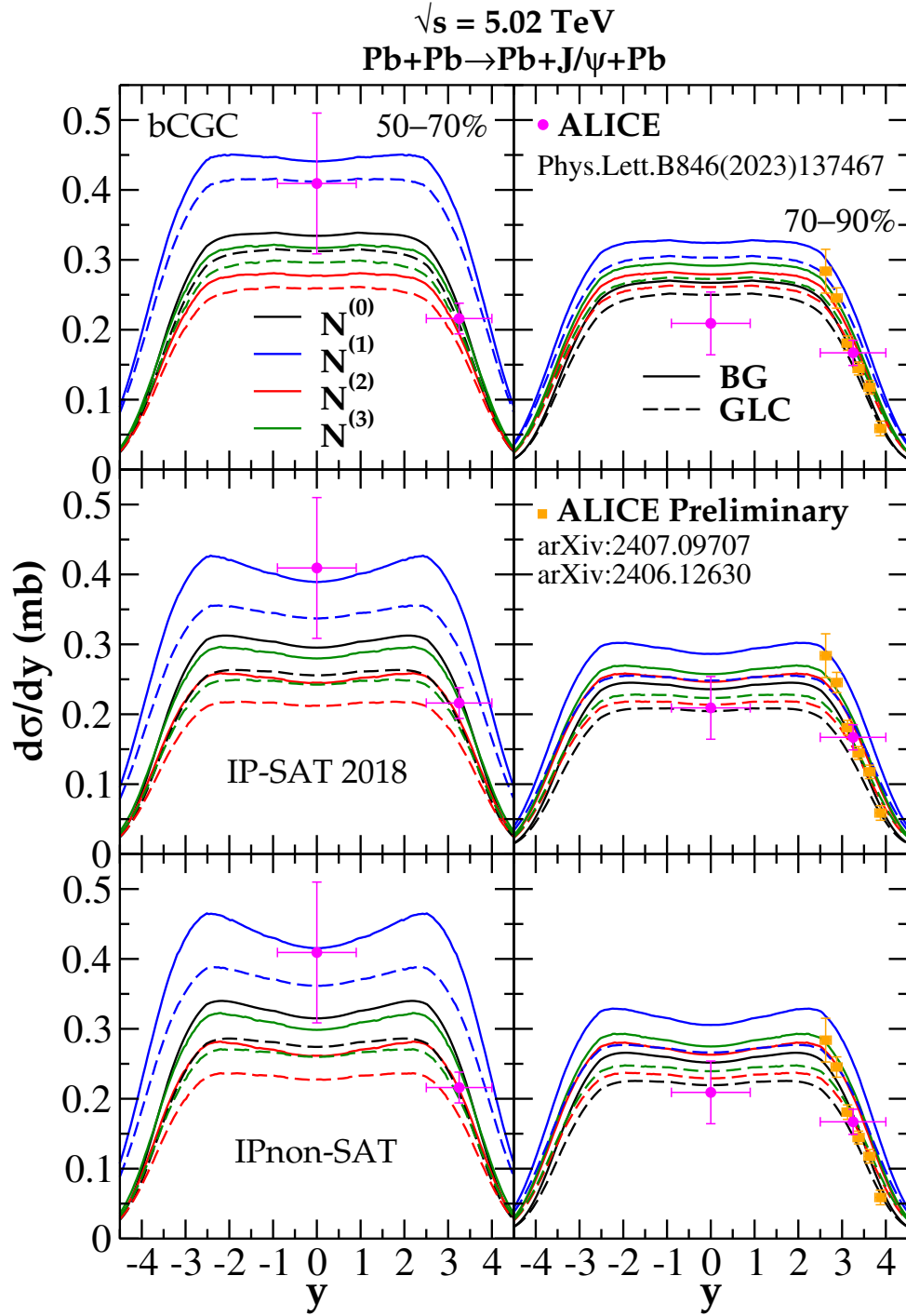


Figura 39 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 5,02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico. Os dados experimentais utilizados foram extraídos de [17, 189–191].

Observa-se, portanto, que no contexto desta dissertação, os fluxos realistas fornecem previsões sistematicamente maiores em comparação ao fluxo monopolo, sendo que essa diferença relativa diminui em regiões mais periféricas. Tal comportamento já era esperado e pode ser visualmente antecipado pela Fig. 28 (à direita), que mostra o perfil dos fluxos em função do parâmetro de impacto b . Para quantificar essa tendência, calculamos a razão

entre os fluxos de fótons realista e monopolo integrada nos intervalos de b correspondentes às classes de centralidade consideradas. Obtivemos, para a centralidade 50–70% ($9,36 < b < 11,08$ fm), uma diferença relativa de aproximadamente 7%, e para a centralidade 70–90% ($11,08 < b < 12,56$ fm), cerca de 3%. Esses valores corroboram a tendência observada nas distribuições em rapidez: à medida que b aumenta, os fluxos tornam-se mais semelhantes.

Dipolo (BG/GLC)	$d\sigma_{\text{coh}}^{J/\psi}/dy$ (μb)			
	2.76 TeV		5.02 TeV	
	50%–70%	70%–90%	50%–70%	70%–90%
Fluxo realístico $N^{(0)}(\omega, b)$				
bCGC	99.21/92.97	66.50/62.94	219.84/200.13	156.68/143.32
IP-SAT 2012	96.49/89.84	64.74/61.06	214.59/191.95	152.49/137.23
IP-SAT 2018	95.59/82.48	63.74/55.78	216.83/179.25	153.77/127.96
IPnon-SAT	104.09/90.19	69.26/60.92	238.86/197.57	169.21/140.94
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo realístico $N^{(1)}(\omega, b)$				
bCGC	183.67/169.57	105.95/98.85	344.51/311.86	220.34/200.49
IP-SAT 2012	178.53/162.96	102.98/95.31	337.42/299.59	215.11/192.21
IP-SAT 2018	178.67/150.92	102.41/87.81	342.10/280.57	217.63/179.72
IPnon-SAT	195.49/165.55	111.77/96.17	377.76/309.84	240.04/198.32
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo realístico $N^{(2)}(\omega, b)$				
bCGC	87.33/81.58	82.40/77.27	186.05/169.23	179.23/163.41
IP-SAT 2012	84.93/78.73	80.14/74.66	181.71/162.36	174.77/156.58
IP-SAT 2018	84.30/72.43	79.42/68.58	183.70/151.68	176.60/146.26
IPnon-SAT	91.92/79.26	86.54/75.04	202.44/167.24	194.62/161.28
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$
Fluxo realístico $N^{(3)}(\omega, b)$				
bCGC	99.97/93.39	86.11/80.75	212.98/193.72	187.27/170.75
IP-SAT 2012	97.22/90.15	83.75/78.02	208.01/185.85	182.62/163.61
IP-SAT 2018	96.53/82.92	82.99/71.67	210.29/173.63	184.53/152.83
IPnon-SAT	105.22/90.72	90.44/78.42	231.74/191.44	203.36/168.53
ALICE data	$58 \pm 16_{-10}^{+8} \pm 8$	$59 \pm 11_{-10}^{+7} \pm 8$	$216 \pm 10 \pm 12$	$167 \pm 6 \pm 12$

Tabela 11 – Distribuição média de rapidez para a produção coerente do J/ψ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma realístico. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC). Os resultados são comparados com dados experimentais da colaboração ALICE [13, 17].

Além disso, percebe-se que as curvas continuam descrevendo razoavelmente bem os dados experimentais, especialmente em regiões de rapidez frontal.

Nossos resultados para a distribuição em rapidez média no intervalo $2,5 < y < 4,0$ são apresentados na tabela 11. Observa-se que os fluxos $N^{(0)}$, $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$ seguem compatíveis com os dados experimentais dentro das incertezas. Por outro lado, o fluxo $N^{(1)}$ passou a superestimar ainda mais os dados no intervalo analisado.

6.2.2 Fotoprodução nuclear do Υ

Além dos resultados para o J/ψ , também foram obtidas previsões para a produção do méson Υ utilizando os fluxos de fótons mais realistas. As distribuições em rapidez correspondentes são apresentadas nas Figs. 40 e 41, para as energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, respectivamente. Já os valores médios das distribuições no intervalo $2,5 < y < 4,0$ encontram-se na Tabela 12. Os resultados para o Υ seguem a mesma sistemática observada na produção do J/ψ , com os diferentes fluxos impactando de maneira análoga as distribuições em rapidez.

Dipolo (BG/GLC)	$d\sigma_{\text{coh}}^{\Upsilon}/dy$ (nb)			
	2.76 TeV		5.02 TeV	
	50%–70%	70%–90%	50%–70%	70%–90%
Fluxo realístico $N^{(0)}(\omega, b)$				
bCGC	16.80/15.35	8.86/8.43	125.08/107.04	71.37/61.87
IP-SAT 2018	25.19/22.33	13.47/12.43	194.13/159.07	109.50/90.75
IPnon-SAT	25.12/22.37	13.29/12.31	198.01/163.42	111.21/92.83
Fluxo realístico $N^{(1)}(\omega, b)$				
bCGC	80.76/69.32	28.28/24.94	344.12/289.13	157.89/134.04
IP-SAT 2018	120.39/100.05	42.17/36.04	549.67/442.66	248.43/202.00
IPnon-SAT	122.16/102.19	42.46/36.50	564.45/458.12	254.18/208.26
Fluxo realístico $N^{(2)}(\omega, b)$				
bCGC	19.45/17.35	17.19/15.47	121.96/103.82	109.90/93.89
IP-SAT 2018	29.01/25.11	25.72/22.45	190.80/155.57	171.51/140.25
IPnon-SAT	29.12/25.33	25.76/22.59	194.99/160.16	175.09/144.25
Fluxo realístico $N^{(3)}(\omega, b)$				
bCGC	22.27/19.88	17.98/16.17	139.71/118.93	114.88/98.14
IP-SAT 2018	33.23/28.76	26.89/23.47	218.59/178.22	179.29/146.62
IPnon-SAT	33.35/29.01	26.94/23.62	223.39/183.48	183.04/150.80

Tabela 12 – Distribuição média de rapidez para a produção coerente do Υ nas energias $\sqrt{s} = 2,76$ TeV e $\sqrt{s} = 5,02$ TeV, na região $2,5 < y < 4,0$, utilizando os fluxos com o fator de forma realístico. Consideram-se duas funções de onda para o méson vetorial: Boosted Gaussian (BG) e Gaus-LC (GLC).

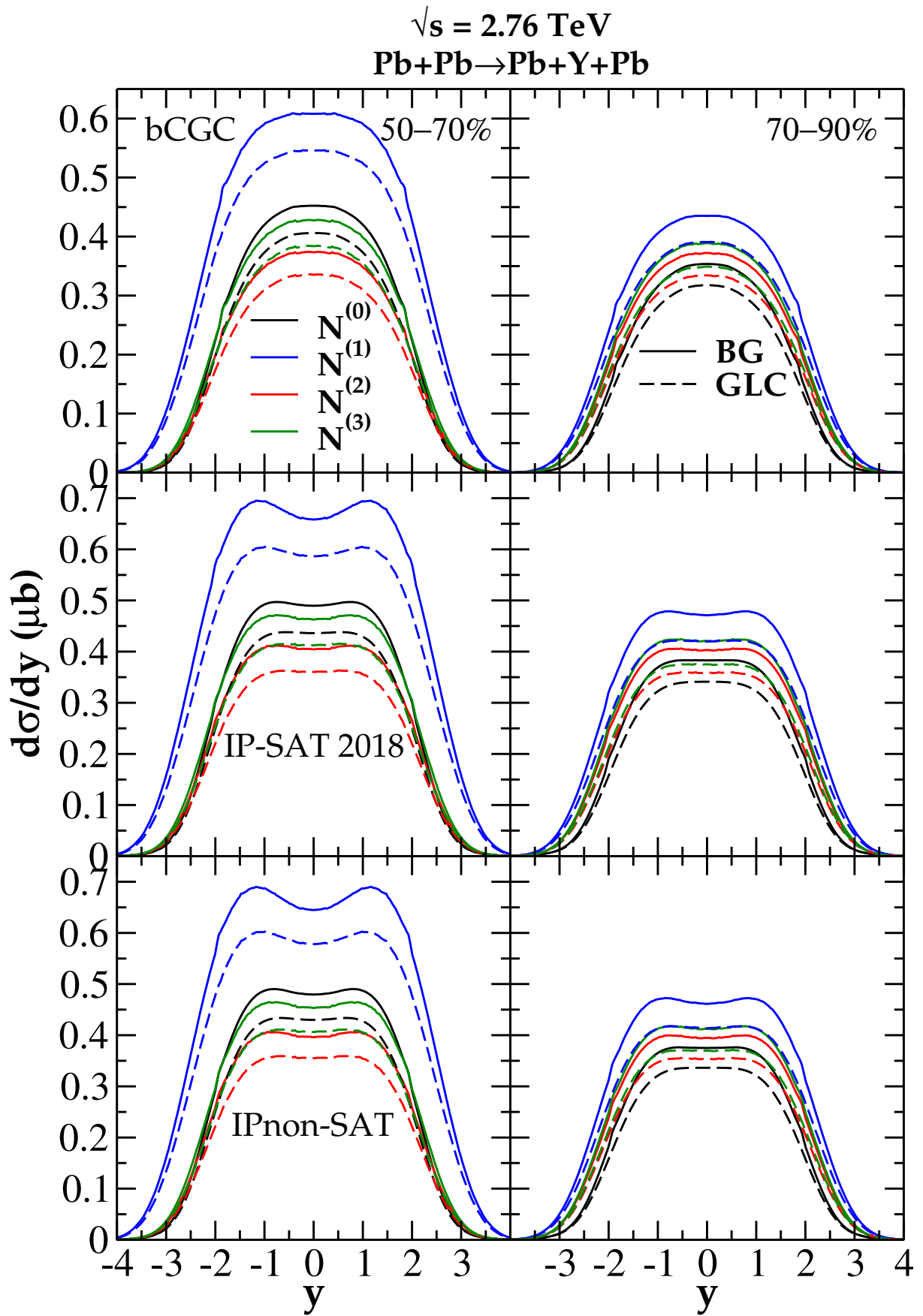


Figura 40 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 2.76 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico.

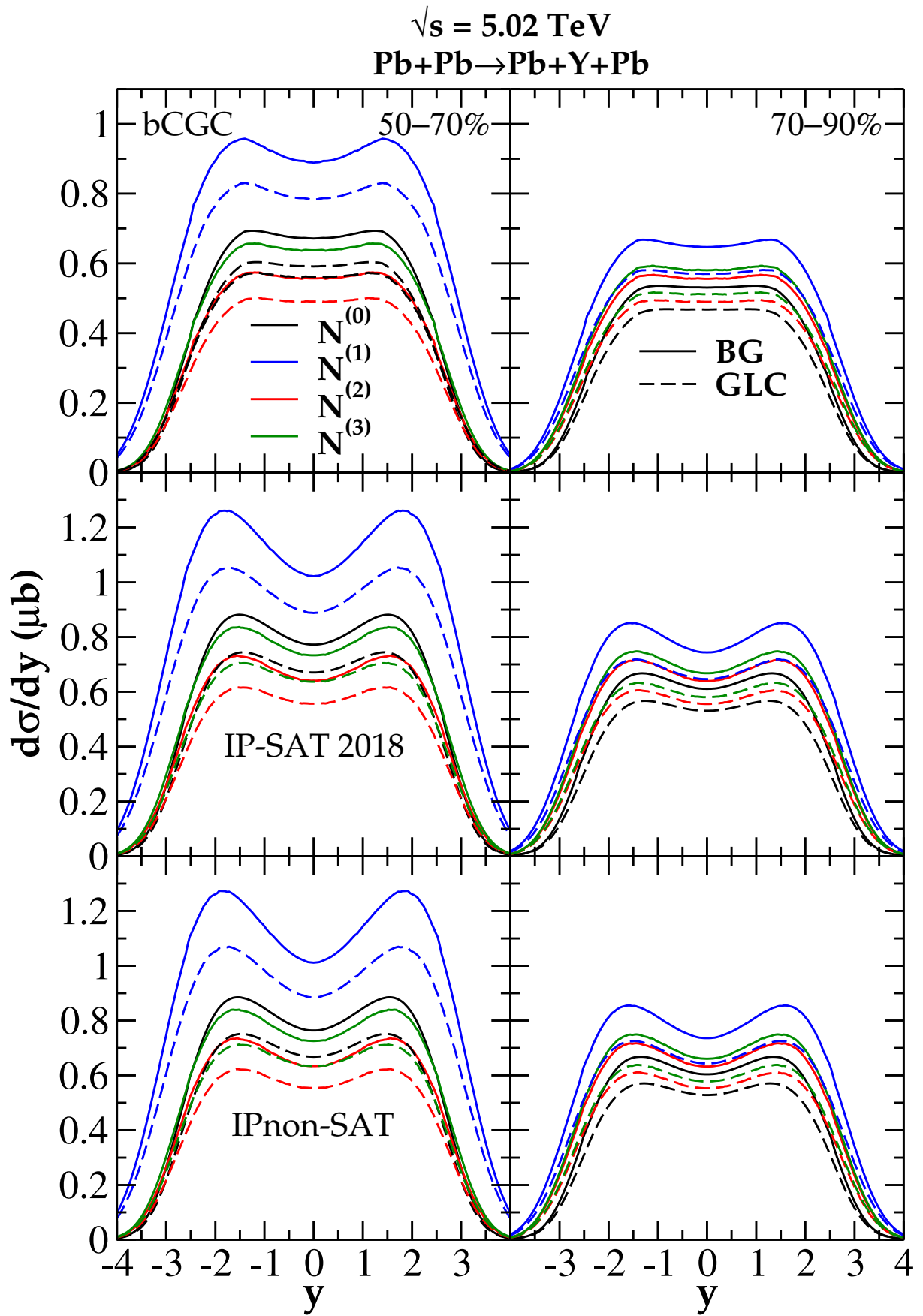


Figura 41 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do Υ em colisões a 5.02 TeV, considerando os fluxos com o fator de forma realístico.

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Nesta dissertação, investigamos a fotoprodução exclusiva de mésons vetoriais pesados, $V = (J/\psi, \Upsilon)$, em colisões periféricas de íons pesados. A motivação para este estudo está relacionada ao excesso de produção de J/ψ com baixo momento transversal (p_T), observado pelas colaborações ALICE e STAR, um fenômeno que pode indicar a contribuição significativa de processos mediados por fótons. A principal inovação do trabalho foi a utilização de modelos de dipolo com dependência explícita no parâmetro de impacto b , uma abordagem essencial para tratar colisões periféricas de forma consistente do ponto de vista teórico, ainda que b não seja um observável físico. Foram analisados três modelos – bCGC, IP-SAT (ajustes de 2012 e 2018) e IPnon-SAT – e seus resultados foram confrontados com dados experimentais disponíveis.

O foco inicial recaiu sobre a distribuição em rapidez, $d\sigma/dy$, em virtude de duas razões principais. Em primeiro lugar, a descrição de distribuição em p_T exige ferramentas computacionais e simulações que ainda não se encontram implementadas de forma completa no escopo desta dissertação. Em segundo lugar, a colaboração ALICE já disponibilizou medidas precisas de $d\sigma/dy$ para colisões periféricas, o que viabilizou uma comparação direta com as predições dos modelos. Embora a motivação experimental esteja ligada a observáveis em p_T e massa invariante, a análise em rapidez fornece um teste indireto, porém robusto, da produção de J/ψ esperada em baixo p_T , uma vez que, em fotoprodução, o méson é predominantemente produzido com momento transversal muito reduzido.

Os resultados mostraram que os fluxos $N^{(0)}$, $N^{(2)}$ e $N^{(3)}$ reproduzem de forma satisfatória os dados experimentais, especialmente quando utilizados em conjunto com os modelos bCGC e IP-SAT, enquanto o fluxo $N^{(1)}$ leva a uma superestimação (em rapidez frontal), sugerindo que sua formulação geométrica não é a mais adequada no contexto desta dissertação. Observou-se também que as diferenças entre os modelos se refletem majoritariamente na normalização das curvas, evidenciando o papel central do fluxo de fótons e da geometria da colisão na determinação das seções de choque.

Outro aspecto relevante é a análise da banda de incerteza teórica, definida pela variação entre os resultados obtidos com diferentes fluxos, no intervalo de rapidez $2,5 < y < 4,0$ de interesse para a colaboração ALICE. Para J/ψ e Υ , em ambas as energias consideradas ($\sqrt{s_{NN}} = 2,76$ TeV e $5,02$ TeV) e para os dois fatores de forma adotados (monopolo e realístico), verificou-se que, na classe de centralidade 50–70%, o limite superior da banda é fornecido pelo fluxo $N^{(1)}$ e o inferior por $N^{(2)}$, enquanto na classe 70–90% o limite superior permanece $N^{(1)}$, mas o inferior passa a ser $N^{(0)}$. Além disso, observa-se que a banda de incerteza é mais ampla na faixa de centralidade 50–70% e se estreita em 70–90%, o que indica que, à medida que aumenta a sobreposição nuclear, os efeitos hadrônicos passam a desempenhar um papel mais relevante, tornando a descrição puramente eletromagnética menos adequada para esses processos.

Com base nesses resultados, concluímos que a fotoprodução exclusiva constitui um mecanismo relevante e não pode ser descartado como parte da explicação para o excesso de J/ψ observado em colisões periféricas. No entanto, uma avaliação definitiva do fenômeno requer o cálculo da distribuição dupla diferencial $d^2\sigma/(dy dp_T)$ e das distribuições de massa invariante com a aplicação de cortes cinemáticos realistas, o que permitirá a comparação direta com as análises experimentais.

Como perspectivas para trabalhos futuros, destacamos a extensão do formalismo para distribuições em t , p_T e, especialmente, para a dupla diferencial em p_T e rapidez; a implementação de correções fenomenológicas na produção de mésons vetoriais; o uso de geradores de eventos como PYTHIA e SUPERCHIC para simulações com cortes experimentais; o estudo da fotoprodução de pares de léptons em processos $\gamma\gamma$, permitindo investigar diretamente distribuições de massa invariante; e a aplicação do método a sistemas com menor número atômico, como p-O e O-O, nos quais o fluxo de fótons é reduzido e a sensibilidade à dinâmica da QCD é potencialmente maior. Além disso, uma análise global futura, considerando os mésons J/ψ e Υ , será fundamental para aprimorar a compreensão das interações induzidas por fótons nesse tipo de colisão.

Dessa forma, este trabalho estabelece uma base para o estudo da fotoprodução em colisões periféricas, fornecendo um primeiro passo essencial para investigações mais abrangentes que abordarão de forma direta o problema do excesso de J/ψ em baixo momento transversal.

REFERÊNCIAS

- 1 KANE, G. The dawn of physics beyond the standard model. *Scientific American*, 2003.
- 2 MOREIRA, M. A. O modelo padrão da física de partículas. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, 2009.
- 3 WILSON, K. G. Confinement of quarks. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1974.
- 4 GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Asymptotically free gauge theories. i. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1973.
- 5 GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1973.
- 6 POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1973.
- 7 GRIFFITHS, D. *Introduction to Elementary Particles*. [S.l.]: Wiley, 2008.
- 8 GIANNINI, A. V. *Fenomenologia da QCD com saturação de pártons*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2017.
- 9 KLEIN, S.; NYSTRAND, J. Exclusive vector meson production in relativistic heavy ion collisions. *Phys. Rev. C*, 1999.
- 10 GONCALVES, V. P.; BERTULANI, C. A. Peripheral heavy ion collisions as a probe of the nuclear gluon distribution. *Phys. Rev. C*, 2002.
- 11 FRANKFURT, L.; STRIKMAN, M.; ZHALOV, M. Fading out of J/ψ color transparency in high-energy heavy ion peripheral collisions. *Phys. Lett. B*, 2002.
- 12 KLEIN, S. R.; MANTYSAARI, H. Imaging the nucleus with high-energy photons. *Nature Reviews Physics*, Springer Science and Business Media LLC, 2019.
- 13 ALICE Collaboration. Measurement of an excess in the yield of J/ψ at very low p_T in Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, 2016.
- 14 BARONE, V.; PREDAZZI, E. *High-Energy Particle Diffraction*. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2002.
- 15 STAR Collaboration. Observation of excess J/ψ yield at very low transverse momenta in Au+Au collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and U+U collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 193$ GeV. *Phys. Rev. Lett.*, 2019.
- 16 LHCb Collaboration. j/ψ photoproduction in pb-pb peripheral collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5$ tev. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, 2022.
- 17 ALICE Collaboration. Photoproduction of low- p_T J/ψ from peripheral to central Pb–Pb collisions at 5.02 TeV. *Phys. Lett. B*, 2023.
- 18 STAR Collaboration. Low- p_T e^+e^- Pair Production in Au + Au Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 200$ GeV and U + U Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 193$ GeV at STAR. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 2018.

- 19 CARUSO, F. et al. *Introdução à QCD Perturbativa*. [S.l.: s.n.], 2013.
- 20 THOMSON, M. *Modern particle physics*. New York: Cambridge University Press, 2013.
- 21 GOLDBERG, D. *The Standard Model in a Nutshell*. [S.l.]: Princeton University Press, 2017. ISBN 978-0-691-16759-6.
- 22 PESKIN, M. E.; SCHROEDER, D. V. *An Introduction to quantum field theory*. Reading, USA: Addison-Wesley, 1995.
- 23 KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. *Quantum Chromodynamics at High Energy*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2012. (Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology).
- 24 DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. *Deep inelastic scattering*. [S.l.: s.n.], 2011.
- 25 BARGER, V.; PHILLIPS, R. *Collider Physics*. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1997.
- 26 LEADER, E.; PREDAZZI, E. *An Introduction to Gauge Theories and Modern Particle Physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 1996.
- 27 POLITZER, H. D. Asymptotic freedom: An approach to strong interactions. *Physics Reports*, 1974.
- 28 MARTINS, S. *Fotoprodução de mésons vetoriais pesados em colisões ultraperiféricas e periféricas*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2018.
- 29 DOI, T. *Lattice QCD Study for the Relation Between Confinement and Chiral Symmetry Breaking*. Tese (Doutorado) — Kyoto U., Singapore, 2017.
- 30 GREENSITE, J. *An introduction to the confinement problem*. [S.l.: s.n.], 2020.
- 31 WU, X.-G. et al. The QCD renormalization group equation and the elimination of fixed-order scheme-and-scale ambiguities using the principle of maximum conformality. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2019.
- 32 MANGANO, M. L. Introduction to QCD. In: *1998 European School of High-Energy Physics*. [S.l.: s.n.], 1998.
- 33 PROSPERI, G. M.; RACITI, M.; SIMOLO, C. On the running coupling constant in QCD. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 2007.
- 34 MOREIRA, B. D. *Produção de Mésons Vetoriais em Processos Foto-Induzidos no LHC*. Tese (Tese de Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2017.
- 35 WORKMAN, R. L. et al. Review of Particle Physics. *PTEP*, 2022.
- 36 FEYNMAN, R. P. Very high-energy collisions of hadrons. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1969.
- 37 BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. Inelastic electron-proton and γ -proton scattering and the structure of the nucleon. *Phys. Rev.*, American Physical Society, 1969.

- 38 BJORKEN, J. D. Asymptotic Sum Rules at Infinite Momentum. *Phys. Rev.*, 1969.
- 39 COWARD, D. H. et al. Electron-proton elastic scattering at high momentum transfers. *Phys. Rev. Lett.*, 1968.
- 40 BLOOM, E. D. et al. High-energy inelastic $e - p$ scattering at 6° and 10° . *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1969.
- 41 BREIDENBACH, M. et al. Observed behavior of highly inelastic electron-proton scattering. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1969.
- 42 FRIEDMAN, J. I.; KENDALL, H. W. Deep inelastic electron scattering. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 1972.
- 43 HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quarks and Leptons: an Introductory Course in Modern Particle Physics*. [S.l.: s.n.], 1984.
- 44 AITCHISON, I. J. R.; HEY, A. J. G. *Gauge Theories in Particle Physics: A Practical Introduction*. [S.l.: s.n.], 2013.
- 45 CALLAN, C. G.; GROSS, D. J. High-energy electroproduction and institution of the electric current. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1969.
- 46 COLLABORATION, M.-S. Experimental studies of the neutron and proton electromagnetic structure functions. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1979.
- 47 MARAGE, P. Hadronic structure, low x physics and diffraction. 1999.
- 48 HAGIWARA, K. et al. Review of particle properties. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2002.
- 49 DOKSHITZER, Y. L. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e^+e^- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics. *Sov. Phys. JETP*, 1977.
- 50 GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. Deep inelastic ep scattering in perturbation theory. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1972.
- 51 ALTARELLI, G.; PARISI, G. Asymptotic Freedom in Parton Language. *Nucl. Phys. B*, 1977.
- 52 ALBACETE, J.; MARQUET, C. Gluon saturation and initial conditions for relativistic heavy ion collisions. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier BV, 2014.
- 53 BLAIZOT, J.-P. High gluon densities in heavy ion collisions. *Reports on Progress in Physics*, IOP Publishing, 2017.
- 54 CAI, Y.; WANG, X.; CHEN, X. Analytic solution of the balitsky-kovchegov equation with a running coupling constant using the homogeneous balance method. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2023.
- 55 DOMINGUEZ, F. *Unintegrated Gluon Distributions at Small- x* . Tese (Doutorado) — Columbia U., 2011.

- 56 ALBACETE, J. L. et al. Nonlinear qcd meets data: A global analysis of lepton-proton scattering with running coupling balitsky-kovchegov evolution. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 2009.
- 57 ADLOFF, C.; COLLABORATION, H. Deep-inelastic inclusive ep scattering at low x and a determination of α_s . *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, 2001.
- 58 KOVCHEGOV, Y. Brief review of saturation physics. *Acta Physica Polonica B*, Jagiellonian University, 2014.
- 59 MCLERRAN, L. The color glass condensate. *Nuclear Physics A*, 2002. International Symposium on Statistical QCD.
- 60 MCLERRAN, L. What is the evidence for the color glass condensate? In: *NATO Advanced Study Institute: Structure and Dynamics of Elementary Matter*. [S.l.: s.n.], 2004.
- 61 MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Computing quark and gluon distribution functions for very large nuclei. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 1994.
- 62 MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Gluon distribution functions for very large nuclei at small transverse momentum. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 1994.
- 63 MCLERRAN, L.; VENUGOPALAN, R. Greens function in the color field of a large nucleus. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 1994.
- 64 IANCU, E.; VENUGOPALAN, R. The Color glass condensate and high-energy scattering in QCD. In: _____. *Quark-gluon plasma 4*. [S.l.: s.n.], 2003.
- 65 WEIGERT, H. Evolution at small x : the color glass condensate. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier BV, 2005.
- 66 GELIS, F. et al. The color glass condensate. *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, Annual Reviews, 2010.
- 67 JALILIAN-MARIAN, J. et al. Wilson renormalization group for low x physics: Towards the high density regime. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 1998.
- 68 JALILIAN-MARIAN, J.; KOVNER, A.; WEIGERT, H. Wilson renormalization group for low x physics: Gluon evolution at finite parton density. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 1998.
- 69 KOVNER, A.; MILHANO, J. G.; WEIGERT, H. Relating different approaches to nonlinear qcd evolution at finite gluon density. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 2000.
- 70 WEIGERT, H. Unitarity at small bjorken x . *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, 2002.
- 71 IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate: I. *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, 2001.
- 72 FERREIRO, E. et al. Nonlinear gluon evolution in the color glass condensate: Ii. *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, 2002.

- 73 BALITSKY, I. Operator expansion for high-energy scattering. *Nuclear Physics B*, Elsevier BV, 1996.
- 74 KOVCHEGOV, Y. V. Small- x F_2 structure function of a nucleus including multiple pomeron exchanges. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1999.
- 75 RUMMUKAINEN, K.; WEIGERT, H. Universal features of jimwlk and bk evolution at small x . *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, 2004.
- 76 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. Color transparency and scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. *Z. Phys. C*, 1991.
- 77 NIKOLAEV, N.; ZAKHAROV, B. G. Pomeron structure function and diffraction dissociation of virtual photons in perturbative QCD. *Z. Phys. C*, 1992.
- 78 NIKOLAEV, N. N.; ZAKHAROV, B. G. The triple-pomeron regime and structure function of the pomeron in diffractive deep inelastic scattering at very small x . *Zeitschrift für Physik C Particles and Fields*, Springer Science and Business Media LLC, 1994.
- 79 MUELLER, A. H. Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron. *Nucl. Phys. B*, 1994.
- 80 MUELLER, A. H.; PATEL, B. Single and double BFKL pomeron exchange and a dipole picture of high-energy hard processes. *Nucl. Phys. B*, 1994.
- 81 MUELLER, A. Unitarity and the BFKL pomeron. *Nuclear Physics B*, Elsevier BV, 1995.
- 82 SALES, J. H.; SUZUKI, A.; SORIANO, L. Partículas e antipartículas no cone de luz. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 37, p. 3309–1, 2015.
- 83 KOWALSKI, H.; MOTYKA, L.; WATT, G. Exclusive diffractive processes at hera within the dipole picture. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 2006.
- 84 NEWTON, R. G. Optical theorem and beyond. *Am. J. Phys.*, American Association of Physics Teachers (AAPT), 1976.
- 85 MUNIER, S.; STASTO, A.; MUELLER, A. Impact parameter dependent S-matrix for dipoleproton scattering from diffractive meson electroproduction. *Nuclear Physics B*, Elsevier BV, 2001.
- 86 PIRES, D. S. *Produção de nêutrons dominantes a altas energias*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2019.
- 87 LOW, F. E. Model of the bare Pomeron. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1975.
- 88 NUSSINOV, S. Colored-Quark Version of Some Hadronic Puzzles. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 1975.
- 89 FIORE, R. et al. The Pomeron as a finite sum of gluon ladder. 2000.
- 90 FIORE, R. et al. Finite sum of gluon ladders and high-energy cross-sections. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2001.

- 91 BALITSKY, I. I.; LIPATOV, L. N. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics. *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1978.
- 92 GONCALVES, V. P. et al. Exclusive vector meson production in electron-ion collisions. *Physical Review C*, American Physical Society (APS), 2009.
- 93 GONCALVES, V. P.; NAVARRA, F. S.; SPIERING, D. Diffractive ρ production at small x in future electron ion colliders. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, 2016.
- 94 BARTELS, J.; GOLEC-BIERNAT, K.; PETERS, K. *On the Dipole Picture in the Nonforward Direction*. 2003.
- 95 ARMESTO, N. A simple model for nuclear structure functions at small x in the dipole picture. *The European Physical Journal C*, Springer Science and Business Media LLC, 2002.
- 96 TUCHIN, K. Coherent and incoherent diffractive hadron production in pA collisions and gluon saturation. *Phys. Rev. C*, 2009.
- 97 KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. Multi - Reggeon Processes in the Yang-Mills Theory. *Sov. Phys. JETP*, 1976.
- 98 KURAEV, E. A.; LIPATOV, L. N.; FADIN, V. S. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories. *Sov. Phys. JETP*, 1977.
- 99 ALBACETE, J. L. et al. Numerical analysis of the Balitsky-Kovchegov equation with running coupling: Dependence of the saturation scale on nuclear size and rapidity. *Phys. Rev. D*, 2005.
- 100 AMARAL, J. T.; FAGUNDES, D. A.; MACHADO, M. V. T. QCD traveling waves phenomenology revisited. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2021.
- 101 GOLEC-BIERNAT, K. J.; WUSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low Q^2 and its implications on diffraction. *Phys. Rev. D*, 1998.
- 102 GOLEC-BIERNAT, K. J.; WUSTHOFF, M. Saturation in diffractive deep inelastic scattering. *Phys. Rev. D*, 1999.
- 103 FERNANDEZ, J. L. A. et al. A Large Hadron Electron Collider at CERN: Report on the Physics and Design Concepts for Machine and Detector. *J. Phys. G*, 2012.
- 104 ABT, I. et al. Investigation into the limits of perturbation theory at low Q^2 using hermes deep inelastic scattering data. *Phys. Rev. D*, 2017.
- 105 GOLEC-BIERNAT, K.; SAPETA, S. Saturation model of DIS: an update. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, 2018.
- 106 IANCU, E.; ITAKURA, K.; MUNIER, S. Saturation and BFKL dynamics in the HERA data at small x . *Phys. Lett. B*, 2004.
- 107 JALILIANMARIAN, J.; KOVCHegov, Y. Saturation physics and deuteron-gold collisions at RHIC. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier BV, 2006.

- 108 IANCU, E.; LEONIDOV, A.; MCLERRAN, L. *The Colour Glass Condensate: An Introduction*. 2002.
- 109 IANCU, E.; VENUGOPALAN, R. The color glass condensate and high energy scattering in qcd. In: _____. [S.l.]: WORLD SCIENTIFIC, 2004.
- 110 LEVIN, E.; TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density qcd. *Nuclear Physics B*, Elsevier BV, 2000.
- 111 REZAEIAN, A. H.; SCHMIDT, I. Impact-parameter dependent Color Glass Condensate dipole model and new combined HERA data. *Phys. Rev. D*, 2013.
- 112 XIE, Y.-P.; CHEN, X. Photoproduction of vector mesons in protonproton ultraperipheral collisions at the cern large hadron collider. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific Pub Co Pte Lt, 2018.
- 113 H1; ZEUS. *Combination of Measurements of Inclusive Deep Inelastic $e^\pm p$ Scattering Cross Sections and QCD Analysis of HERA Data*. 2015.
- 114 KOWALSKI, H.; TEANEY, D. An Impact parameter dipole saturation model. *Phys. Rev. D*, 2003.
- 115 REZAEIAN, A. H. et al. Analysis of combined hera data in the impact-parameter dependent saturation model. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 2012.
- 116 AARON, F. D. et al. Combined measurement and qcd analysis of the inclusive $e^\pm p$ scattering cross sections at hera. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, 2010.
- 117 MANTYSAARI, H.; ZURITA, P. In depth analysis of the combined hera data in the dipole models with and without saturation. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2018.
- 118 H1; ZEUS. *Combination and QCD Analysis of Charm Production Cross Section Measurements in Deep-Inelastic ep Scattering at HERA*. 2013.
- 119 H1; ZEUS. *Combination and QCD analysis of charm and beauty production cross-section measurements in deep inelastic ep scattering at HERA*. 2018.
- 120 GLAUBER, R. J. Cross sections in deuterium at high energies. *Phys. Rev.*, American Physical Society, 1955.
- 121 FRANCO, V.; GLAUBER, R. J. High-Energy Deuteron Cross Sections. *Phys. Rev.*, American Physical Society, 1966.
- 122 GLAUBER, R.; MATTHIAE, G. High-energy scattering of protons by nuclei. *Nuclear Physics B*, 1970.
- 123 GRIBOV, V. N. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. *Sov. Phys. JETP*, 1969.
- 124 GRIBOV, V. N. Interaction of gamma quanta and electrons with nuclei at high-energies. *Sov. Phys. JETP*, 1970.

- 125 CAZAROTO, E. R.; NAVARRA, F. S. *A saturação de gluons em futuros aceleradores*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2012.
- 126 DOSCH, H. G. et al. Vector meson leptonproduction and nonperturbative gluon fluctuations in QCD. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 1997.
- 127 FORSHAW, J. R.; SANDAPEN, R.; SHAW, G. Color dipoles and rho, phi electroproduction. *Phys. Rev. D*, 2004.
- 128 NEMCHIK, J.; NIKOLAEV, N.; ZAKHAROV, B. Scanning the BFKL pomeron in elastic production of vector mesons at HERA. *Physics Letters B*, Elsevier BV, 1994.
- 129 NEMCHIK, J. et al. Color dipole phenomenology of diffractive electroproduction of light vector mesons at HERA. *Z. Phys. C*, 1997.
- 130 CHEKANOV, S. et al. Exclusive photoproduction of J/ψ mesons at HERA. *Eur. Phys. J. C*, 2002.
- 131 CHEKANOV, S. et al. Exclusive electroproduction of J/ψ mesons at HERA. *Nucl. Phys. B*, 2004.
- 132 AKTAS, A. et al. Elastic J/ψ production at HERA. *Eur. Phys. J. C*, 2006.
- 133 FRANKFURT, L.; KOEPF, W.; STRIKMAN, M. Diffractive heavy quarkonium photoproduction and electroproduction in QCD. *Phys. Rev. D*, 1998.
- 134 BRODSKY, S. J.; HUANG, T.; LEPAGE, G. P. Hadronic wave function in quantum chromodynamics. In: STANFORD LINEAR ACCELERATOR CENTER, CA (USA); CORNELL UNIV., ITHACA, NY (USA). LAB. OF NUCLEAR STUDIES. [S.l.], 1980.
- 135 ARMESTO, N.; REZAEIAN, A. H. Exclusive vector meson production at high energies and gluon saturation. *Physical Review D*, American Physical Society (APS), 2014.
- 136 Cepila, J. and Contreras, J. G. and Vaculciak, M. Exclusive quarkonium photoproduction: Predictions with the Balitsky-Kovchegov equation including the full impact-parameter dependence. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2025.
- 137 NAVAS, S. et al. Review of particle physics. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2024.
- 138 ALICE Collaboration. Energy dependence of coherent photonuclear production of J/ψ mesons in ultra-peripheral Pb-Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. 2023.
- 139 SHATAT, A. *Charmonium photoproduction in Pb-Pb collisions with nuclear overlap measured with ALICE at the LHC*. Tese (Theses) — Université Paris-Saclay, 2024.
- 140 CMS Collaboration. Probing Small Bjorken- x Nuclear Gluonic Structure via Coherent J/ψ Photoproduction in Ultraperipheral Pb-Pb Collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, 2023.
- 141 GUZEY, V. et al. Evidence for nuclear gluon shadowing from the ALICE measurements of PbPb ultraperipheral exclusive J/ψ production. *Phys. Lett. B*, 2013.
- 142 CONTRERAS, J. G. Gluon shadowing at small x from coherent J/ψ photoproduction data at energies available at the CERN Large Hadron Collider. *Phys. Rev. C*, 2017.

- 143 FERMI, E. On the Theory of the impact between atoms and electrically charged particles. *Z. Phys.*, 1924.
- 144 BERTULANI, C. A.; BAUR, G. Electromagnetic Processes in Relativistic Heavy Ion Collisions. *Phys. Rept.*, 1988.
- 145 BALTZ, A. et al. The physics of ultraperipheral collisions at the LHC. *Physics Reports*, Elsevier BV, 2008.
- 146 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Quantum-Electrodynamical Processes*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- 147 BERTULANI, C. A.; KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.*, 2005.
- 148 WEIZSACKER, C. F. von. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Z. Phys.*, 1934.
- 149 WILLIAMS, E. J. Correlation of certain collision problems with radiation theory. *Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med.*, 1935.
- 150 BUDNEV, V. M. et al. The Two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation. *Phys. Rept.*, 1975.
- 151 JACKSON, J. D. *Classical Electrodynamics*. [S.l.]: Wiley, 1998.
- 152 SCHAUMANN, M. Potential performance for Pb-Pb, p-Pb and p-p collisions in a future circular collider. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2015.
- 153 SANTANA, L. *Fotoprodução de mésons vetoriais no formalismo da fatorização k_T* . Dissertação (Dissertação de Mestrado) — UDESC, Joinville, Brasil, 2024.
- 154 CONTRERAS, J. G.; TAKAKI, J. D. T. Ultra-peripheral heavy-ion collisions at the LHC. *Int. J. Mod. Phys. A*, 2015.
- 155 KLEIN, S. R. Ultra-peripheral collisions and hadronic structure. *Nuclear Physics A*, Elsevier BV, 2017.
- 156 GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Vector Meson Production in Coherent Hadronic Interactions: An update on predictions for RHIC and LHC. *Phys. Rev. C*, 2011.
- 157 GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Quarkonium production in coherent hadron-hadron interactions at the LHC. *Phys. Rev. D*, 2008.
- 158 GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. Photoproduction of ρ^0 meson in ultraperipheral heavy ion collisions at the BNL RHIC and CERN LHC. *Phys. Rev. C*, 2009.
- 159 CISEK, A.; SCHÄFER, W.; SZCZUREK, A. Exclusive coherent production of heavy vector mesons in nucleus-nucleus collisions at energies available at the CERN large hadron collider. *Physical Review C*, American Physical Society (APS), 2012.
- 160 ATLAS. Measurement of high-mass dimuon pairs from ultra-peripheral lead-lead collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV with the ATLAS detector at the LHC. 2016.

- 161 AAD, G. et al. Measurement of muon pairs produced via $\gamma\gamma$ scattering in nonultraperipheral Pb + Pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 5.02$ TeV with the ATLAS detector. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, 2023.
- 162 HENCKEN, K. et al. Ultraperipheral collisions. *Czech. J. Phys.*, 2005.
- 163 ESPOSITO, A.; PILLONI, A.; POLOSA, A. Multiquark resonances. *Physics Reports*, Elsevier BV, 2017.
- 164 ALI, A.; LANGE, J. S.; STONE, S. Exotics: Heavy pentaquarks and tetraquarks. *Progress in Particle and Nuclear Physics*, Elsevier BV, 2017.
- 165 BALDENEGRO, C. et al. Probing the anomalous $\gamma\gamma z$ coupling at the lhc with proton tagging. *Journal of High Energy Physics*, Springer Science and Business Media LLC, 2017.
- 166 ÉBOLI, O. J. P. et al. Anomalous quartic gauge boson couplings at hadron colliders. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2001.
- 167 KOKSAL, M. *Search for the anomalous quartic gauge couplings through $Z\gamma$ production at e^-e^+ colliders*. 2023.
- 168 BUGNON, O. *Mesure de la production de J/ψ lors de collisions Pb-Pb à $\sqrt{s} = 5.02$ TeV avec le spectromètre à muons de l'expérience ALICE-CERN*. Tese (Doutorado) — SUBATECH, Nantes, 2022.
- 169 BAUR, G. et al. Hot topics in ultraperipheral ion collisions. In: *Workshop on Electromagnetic Probes of Fundamental Physics*. [S.l.: s.n.], 2002.
- 170 TERAZAWA, H. Two photon processes for particle production at high-energies. *Rev. Mod. Phys.*, 1973.
- 171 BERESTETSKII, V. B.; LIFSHITZ, E. M.; PITAEVSKII, L. P. *Quantum Electrodynamics*. Oxford: Pergamon Press, 1982. (Course of Theoretical Physics).
- 172 NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. *Nucl. Phys. A*, 2005.
- 173 DREES, M.; ZEPPENFELD, D. Production of Supersymmetric Particles in Elastic ep Collisions. *Phys. Rev. D*, 1989.
- 174 CAHN, R. N.; JACKSON, J. D. Realistic equivalent photon yields in heavy ion collisions. *Phys. Rev. D*, 1990.
- 175 BAUR, G.; FILHO, L. Coherent particle production at relativistic heavy-ion colliders including strong absorption effects. 1990.
- 176 VIDOVIC, M. et al. Impact parameter dependence of the electromagnetic particle production in ultrarelativistic heavy ion collisions. *Phys. Rev. C*, 1993.
- 177 KRAUSS, F.; GREINER, M.; SOFF, G. Photon and gluon induced processes in relativistic heavy ion collisions. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 1997.
- 178 FRANCENER, R. *Fotoprodução de estados ligados de léptons em colisões hadrônicas*. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — UDESC, Joinville, Brasil, 2022.

- 179 BARRETT, R.; JACKSON, D. *Nuclear Sizes and Structure*. [S.l.]: Clarendon Press, 1977. (International series of monographs on physics).
- 180 Kłusek-Gawenda, M. and Szczurek, A. Exclusive muon-pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions: Realistic nucleus charge form factor and differential distributions. *Phys. Rev. C*, American Physical Society, 2010.
- 181 KŁUSEK-GAWENDA, M.; SZCZUREK, A. Photoproduction of J/ψ mesons in peripheral and semicentral heavy ion collisions. *Phys. Rev. C*, 2016.
- 182 HENCKEN, K.; TRAUTMANN, D.; BAUR, G. Electromagnetic electron-positron pair production in heavy ion collisions with impact parameter zero. *Phys. Rev. A*, 1994.
- 183 JENTSCHURA, U. D.; SERBO, V. G. Nuclear form factor, validity of the equivalent photon approximation and Coulomb corrections to muon pair production in photon-nucleus and nucleus-nucleus collisions. *Eur. Phys. J. C*, 2009.
- 184 VRIES, H. D.; JAGER, C. D.; VRIES, C. D. Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 1987.
- 185 DAVIES, K. T. R.; NIX, J. R. Calculation of moments, potentials, and energies for an arbitrarily shaped diffuse-surface nuclear density distribution. *Phys. Rev. C*, 1976.
- 186 BERTULANI, C. A.; NAVARRA, F. Two photon and three photon fusion in relativistic heavy ion collisions. *Nucl. Phys. A*, 2002.
- 187 BERTULANI, C. A. Probing Two-Photon Decay Widths of Mesons at energies available at the CERN LHC. *Phys. Rev. C*, 2009.
- 188 MOREIRA, B. D. et al. Production of exotic charmonium in $\gamma\gamma$ interactions at hadron colliders. *Phys. Rev. D*, 2016.
- 189 MASSACRIER, L. Coherent J/ψ photo-production in Pb–Pb collisions with nuclear overlap, studied with ALICE at the LHC. *PoS*, 2019.
- 190 MASSACRIER, L. Coherent J/ψ photoproduction and polarization in peripheral Pb-Pb collisions with ALICE. In: *58th Rencontres de Moriond on QCD and High Energy Interactions*. [S.l.: s.n.], 2024.
- 191 BIZÉ, N. Photoproduction of J/ψ and dileptons in Pb-Pb collisions with nuclear overlap. In: *1st International Workshop on the physics of Ultra Peripheral Collisions*. [S.l.: s.n.], 2024.
- 192 STAR Collaboration. Excess of J/ψ yield at very low transverse momenta in Au+Au collisions at and U+U at with STAR. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, 2017.
- 193 YANG, C. Coherent e^+e^- production at very low transverse momentum at STAR. *EPJ Web Conf.*, 2018.
- 194 DUCATI, M. B. G.; MARTINS, S. J/Ψ photoproduction in peripheral AA collisions. *Phys. Rev. D*, 2017.

- 195 DUCATI, M. B. G.; MARTINS, S. Heavy meson photoproduction in peripheral AA collisions. *Phys. Rev. D*, American Physical Society, 2018.
- 196 BRONIOWSKI, W.; FLORKOWSKI, W. Geometric relation between centrality and the impact parameter in relativistic heavy ion collisions. *Phys. Rev. C*, 2002.
- 197 JENKOVSZKY, L.; LIBOV, V.; MACHADO, M. V. T. Regge phenomenology and coherent photoproduction of J/ψ in peripheral heavy ion collisions. *Phys. Lett. B*, 2022.
- 198 ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. *Mathematical Methods for Physicists*. 6th. ed. San Diego, CA: Academic Press, 2005.
- 199 GRADSHTEYN, I.; RYZHIK, I. *Table of Integrals, Series, and Products*. Eighth edition. Boston: Academic Press, 2014.

APÊNDICE A – DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ COM O MODELO DE DIPOLLO IP-SAT 2012

Neste apêndice, apresentamos nossas previsões para as distribuições em rapidez associadas à fotoprodução do méson J/ψ em colisões periféricas $PbPb$ nas energias do LHC, considerando o modelo IP-SAT com o fit de 2012 e diferentes centralidades. Serão adotadas combinações distintas entre os modelos para o fluxo de fótons nucleares, fatores de forma e função de sobreposição.

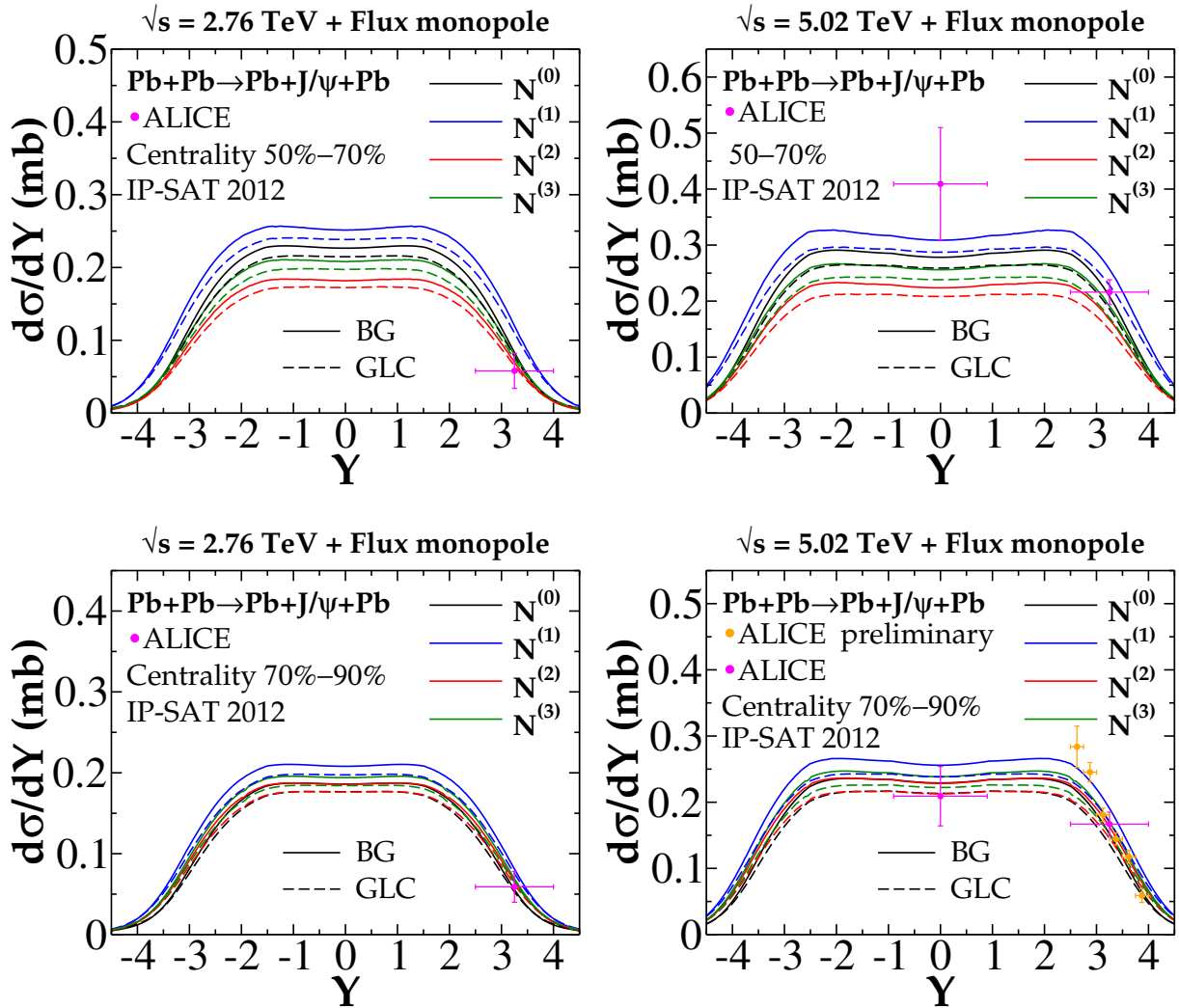


Figura 42 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2.76 TeV e 5.02 TeV, considerando os fluxos com fator de forma monopolo e o modelo de dipolo IP-SAT 2012 [13, 17, 189–191, 197].

Na Fig. 42, apresentamos nossas previsões para as distribuições em rapidez utilizando o fator de forma monopolar. Observa-se que o modelo BG para a função de sobreposição implica um aumento na normalização, sendo o impacto mais significativo para centralidades menores. Ademais, para a centralidade de 50% – 70%, o modelo $N^{(1)}$ ($N^{(2)}$) para o fluxo de fótons nucleares fornece um limite superior (inferior) para as previsões. Em contraste, para a centralidade de 70% – 90%, o limite inferior é fornecido – também – pelo modelo

$N^{(0)}$. Embora a comparação com os dados atuais ainda não permita discriminar entre os diferentes modelos, os resultados indicam que dados experimentais futuros para diferentes centralidades e faixas de rapidez fornecerão restrições importantes sobre a modelagem de colisões periféricas.

Na Fig. 43, apresentamos nossos resultados para o fator de forma realístico. Observe-se que as dependências em relação à modelagem da função de sobreposição e centralidade são semelhantes às observadas no caso do fator de forma monopolar, diferindo apenas na magnitude da normalização.

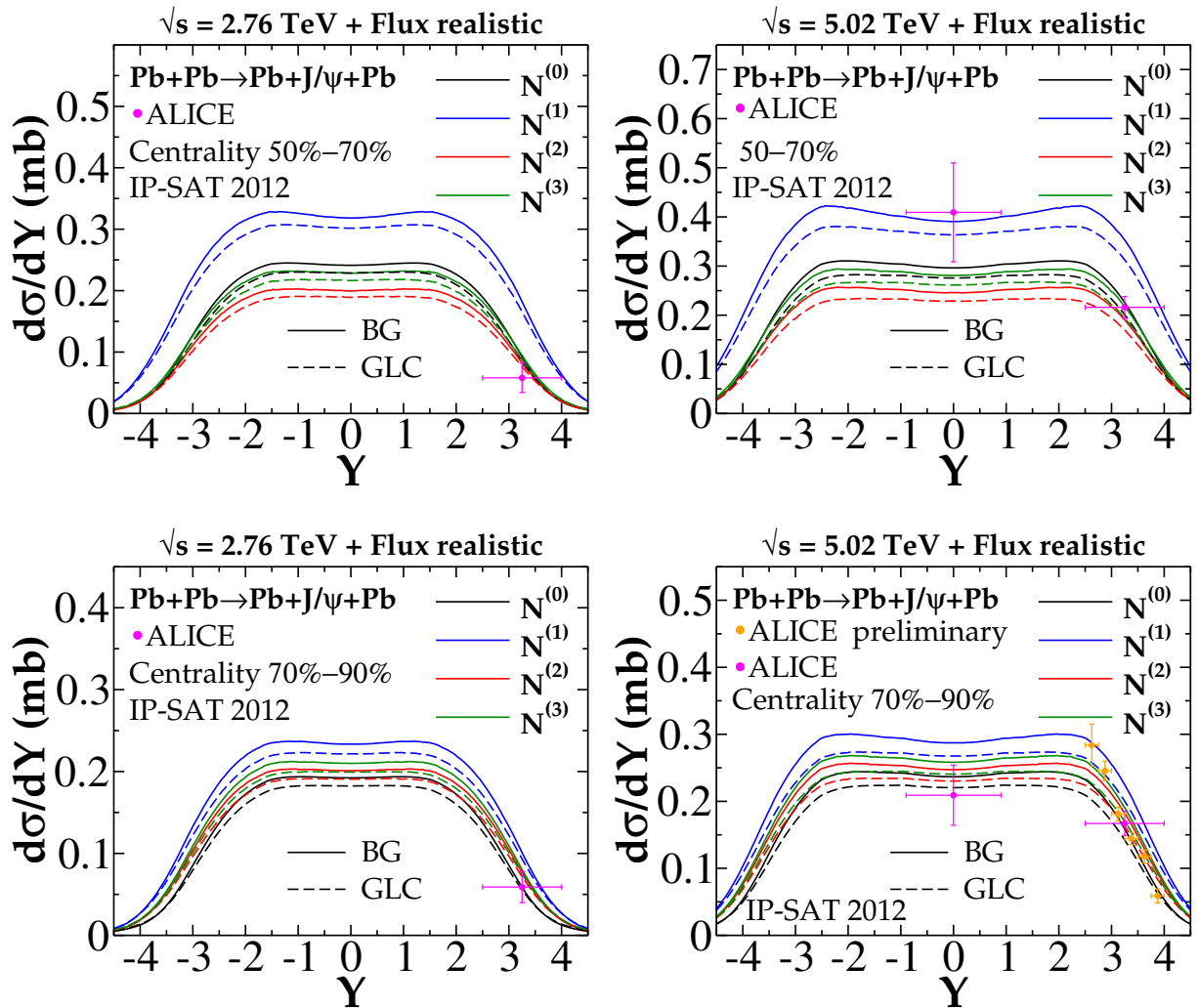


Figura 43 – Distribuição em rapidez para a fotoprodução nuclear do J/ψ em colisões a 2.76 TeV e 5.02 TeV, considerando os fluxos com fator de forma realístico e o modelo de dipolo IP-SAT 2012 [13, 17, 189–191, 197].

APÊNDICE B – DERIVAÇÃO QUÂNTICA DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES

Neste apêndice, realizamos a derivação quântica do espectro de fótons equivalentes a partir da eletrodinâmica quântica (QED). Em nossos cálculos, seguimos as Refs. [34, 171, 178].

No Capítulo 4, discutimos que o campo eletromagnético gerado por uma carga em movimento pode ser interpretado como um fluxo de fótons virtuais. Com isso, a interação entre uma partícula carregada com quadrimomento inicial q e outra com quadrimomento inicial p deixa de ser descrita como uma simples imersão no campo eletromagnético gerado mutuamente, passando a ser compreendida como uma troca de fótons virtuais. Essa interpretação está ilustrada à esquerda da Fig. 44.

Para interações mediadas por fótons virtuais, o quadrimomento do fóton é dado por $k^\mu = (\omega, \vec{k})$, de modo que

$$k^\mu k_\mu = k^2 = \omega^2 - \vec{k}^2 = -Q^2 \neq 0, \quad (\text{B.1})$$

em que Q^2 representa a virtualidade do fóton.

Nosso objetivo é relacionar esse processo virtual com o processo real, ilustrado à direita da Fig. 44, no qual a mesma partícula de quadrimomento q interage com um fóton real k , resultando no mesmo estado final q' .

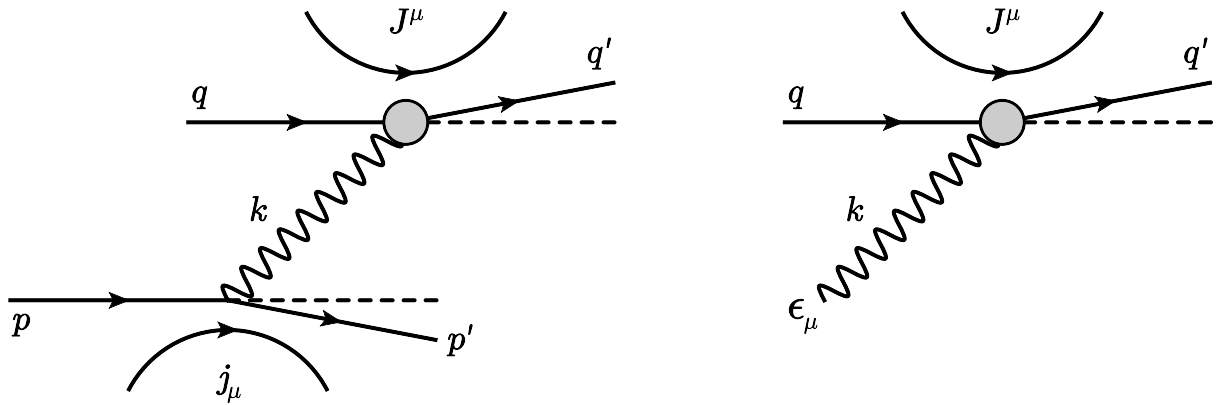


Figura 44 – O diagrama à esquerda representa uma interação mediada por um fóton virtual emitido por uma partícula carregada, enquanto o diagrama à direita mostra a interação de um fóton real com a mesma partícula.

No caso de interações mediadas por fótons reais, o quadrimomento $k^\mu = (\omega, \vec{k})$ satisfaz a condição de massa nula, característica de partículas reais sem massa

$$k^\mu k_\mu = k^2 = \omega^2 - \vec{k}^2 = m_\gamma^2 = 0. \quad (\text{B.2})$$

Devido a essa propriedade, só é possível relacionar os processos ilustrados na Fig. 44 caso a virtualidade do fóton virtual seja suficientemente pequena, de modo que ele possa ser considerado quase real. Esse regime é alcançado quando a virtualidade Q^2 é desprezível.

No caso de elétrons como fontes de fótons, essa aproximação é válida quando a virtualidade do fóton é, no máximo, igual ao quadrado da massa do elétron

$$Q^2 = -k^2 \leq m_e^2. \quad (\text{B.3})$$

Já para hádrons como emissores que é o foco nesta dissertação a condição é distinta. A emissão coerente de fótons requer que a virtualidade seja, no máximo, igual ao inverso do quadrado do raio R do hádron

$$Q^2 = -k^2 \leq \frac{1}{R^2}. \quad (\text{B.4})$$

Essa chamada condição de coerência estabelece um limite superior para a virtualidade dos fótons emitidos, garantindo que a emissão ocorra de forma coerente com a distribuição de carga global do hádron.

Fazendo uso das regras de Feynman, as amplitudes invariantes associadas aos processos virtual e real, denotadas por \mathcal{M} e \mathcal{M}^r , são dadas por

$$\mathcal{M} = Ze^2 \frac{1}{k^2} j_\mu J^\mu, \quad (\text{B.5})$$

e

$$\mathcal{M}^r = -e \epsilon_\mu J^\mu, \quad (\text{B.6})$$

onde j_μ e J^μ são as quadricorrentes de transição, e ϵ_μ é o quadrivetor polarização do fóton.

Estamos interessados no caso em que a partícula de quadrimomento p é ultrarrelativística, enquanto a partícula de quadrimomento q encontra-se inicialmente em repouso. Supondo que o movimento da partícula ultrarrelativística se dá na direção positiva do eixo z , temos as seguintes condições: $q^2 = m^2$ e $p^2 = M^2 \ll E^2$, onde m é a massa da partícula q , e M e E são, respectivamente, a massa e a energia da partícula p .

Como o fóton virtual emitido possui virtualidade muito pequena, próxima de zero, dizemos que ele é quase real. Nessa situação, o momento transferido ao vértice é pequeno em comparação ao momento da partícula incidente, o que permite tratar a interação no vértice de emissão como eikonal. Isso significa que o quadrimomento da partícula emissora é praticamente inalterado pela emissão, de modo que podemos tomar $p \approx p'$. Assim, a quadricorrente j_μ pode ser aproximada por

$$\begin{aligned} j_\mu &= \bar{u}(p') \gamma_\mu u(p) \\ &\approx \bar{u}(p) \gamma_\mu u(p). \end{aligned} \quad (\text{B.7})$$

Podemos reescrever essa expressão em termos de componentes de matriz, com somas implícitas sobre os índices de spinors α e β . Utilizando a relação de completeza dos spinors no limite de altas energias,

$$u_\beta(p) \bar{u}_\alpha(p) = \frac{1}{2} (\not{p})_{\beta\alpha},$$

com $\not{p} = \gamma_\nu p^\nu$, a Eq. (B.7) fica

$$\begin{aligned}
 j_\mu &\approx (\bar{u})_\alpha (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} (u)_\beta \\
 &\approx (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} (u)_\beta (\bar{u})_\alpha \\
 &\approx \frac{1}{2} (\gamma_\mu)_{\alpha\beta} (\not{p})_{\beta\alpha} \\
 &\approx \frac{1}{2} (\gamma_\mu \not{p})_{\alpha\alpha} \\
 &\approx \frac{1}{2} \text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu p^\nu).
 \end{aligned}$$

Utilizando a identidade $\text{Tr}(\gamma_\mu \gamma_\nu) = 4g_{\mu\nu}$, obtemos

$$j_\mu = 2p_\mu. \quad (\text{B.8})$$

Utilizando a condição de transversalidade $j_\mu k^\mu = 0$ e substituindo a Eq. (B.8), obtemos

$$\begin{aligned}
 j_\mu k^\mu &= 2p_\mu k^\mu \\
 &= 2(E, 0, 0, p_z) \cdot (\omega, k_x, k_y, k_z) \\
 &= 2E\omega - 2p_z k_z = 0,
 \end{aligned}$$

o que implica na relação

$$\omega = \frac{p_z}{E} k_z.$$

Sabendo que $p_z = \gamma_L M v$ e $E = \gamma_L M$, a equação acima pode ser reescrita como

$$\omega = v k_z. \quad (\text{B.9})$$

A partir da definição da virtualidade do fóton, temos

$$\begin{aligned}
 Q^2 &= -k^\mu k_\mu = -k^2 \\
 &= -(\omega, k_x, k_y, k_z) \cdot (\omega, k_x, k_y, k_z) \\
 &= -\omega^2 + k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \\
 &= -\omega^2 + \vec{k}_\perp^2 + k_z^2,
 \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

onde $\vec{k}_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ representa o quadrado do momento transversal.

Substituindo a Eq. (B.9) na Eq. (B.10) e considerando o limite ultrarrelativístico $v^2 \approx 1$, obtemos

$$\begin{aligned}
 -k^2 &= -\omega^2 + \vec{k}_\perp^2 + \frac{\omega^2}{v^2} \\
 &= \frac{\omega^2}{v^2} (1 - v^2) + \vec{k}_\perp^2 \\
 &\approx \omega^2 (1 - v^2) + \vec{k}_\perp^2
 \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Utilizando $\gamma_L^2 = \frac{1}{1-v^2}$, podemos reescrever o resultado como

$$-k^2 = \frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \vec{k}_\perp^2. \quad (\text{B.12})$$

Devido à condição de coerência imposta ao fóton virtual (Eq.(B.4)), os termos individuais da soma na Eq.(B.12) devem satisfazer as desigualdades

$$\omega^2 \leq \frac{\gamma_L^2}{R^2}, \quad (\text{B.13})$$

e

$$\vec{k}_\perp^2 \leq \frac{1}{R^2}. \quad (\text{B.14})$$

Devido ao fato de γ_L ser muito grande (limite de altas velocidades), a partir das Eqs. (B.13) e (B.14), concluimos que

$$|\vec{k}_\perp| \ll \omega. \quad (\text{B.15})$$

Outra grandeza que aparece nas amplitudes invariantes das Eqs. (B.5) e (B.6) é a quadricorrente J^μ . Vamos partir da sua condição de transversalidade $J^\mu k_\mu = 0$ para reescrevê-la de forma mais conveniente

$$\begin{aligned} J^\mu k_\mu &= (J_0, \vec{J}_\perp, J_z) \cdot (\omega, \vec{k}_\perp, k_z) \\ &= J_0\omega - \vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp - J_z k_z = 0, \end{aligned}$$

utilizando a Eq. (B.9), a equação acima pode ser reescrita como

$$J_0 = \frac{J_z}{v} + \frac{\vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{\omega}. \quad (\text{B.16})$$

Com os resultados obtidos nas Eqs. (B.8) e (B.16), e sabendo que no limite ultrarrelativístico $p_z = vE \approx E$, podemos calcular o produto interno entre as quadricorrentes $j_\mu J^\mu$, que aparece na Eq. (B.5)

$$\begin{aligned} j_\mu J^\mu &= 2p_\mu \cdot (J_0, \vec{J}_\perp, J_z) \\ &= 2(E, 0, 0, p_z) \cdot \left(\frac{J_z}{v} + \frac{\vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{\omega}, \vec{J}_\perp, J_z \right) \\ &= 2 \left(\frac{E^2}{p_z} J_z + E \frac{\vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{\omega} - p_z J_z \right) \\ &= 2 \left(\frac{J_z}{p_z} \underbrace{(E^2 - p_z^2)}_{M^2} + \frac{E}{\omega} \vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp \right) \\ &= 2 \frac{E}{\omega} \left(\frac{\omega M^2}{E^2} J_z + \vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp \right). \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Sabemos que $M^2 \ll E^2$, portanto podemos desprezar o primeiro termo entre parênteses na Eq. (B.17). Assim,

$$j_\mu J^\mu = 2 \frac{E}{\omega} \vec{J}_\perp \cdot \vec{k}_\perp. \quad (\text{B.18})$$

O quadrivetor polarização do fóton (à direita da Fig. 44) será escrito com o auxílio do calibre de Coulomb (gauge transverso), $\epsilon^\mu = (0, \vec{\epsilon})$, e da condição do calibre de Lorenz, $\epsilon^\mu k_\mu = 0$. Assim, temos

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu k_\mu &= (0, \vec{\epsilon}_\perp, \epsilon_z) \cdot (\omega, \vec{k}_\perp, k_z) \\ &= -\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{k}_\perp - \epsilon_z k_z = 0, \end{aligned}$$

o que implica na relação

$$\epsilon_z = -\frac{\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{k_z}. \quad (\text{B.19})$$

Substituindo a Eq. (B.9) no limite ultrarrelativístico ($v \approx 1$) em (B.19), obtemos

$$\epsilon_z \approx -\frac{\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{\omega}. \quad (\text{B.20})$$

O resultado (B.20) será especialmente útil ao calcularmos o produto escalar $J^\mu \epsilon_\mu$, presente na Eq. (B.6). Esse produto é dado por

$$\begin{aligned} J^\mu \epsilon_\mu &= (J_0, \vec{J}) \cdot (0, \vec{\epsilon}) \\ &= -(\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{J}_\perp + \epsilon_z J_z) \\ &= -\left(\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{J}_\perp - \frac{\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{k}_\perp}{\omega} J_z\right) \\ &= -\vec{\epsilon}_\perp \cdot \left(\vec{J}_\perp - \vec{k}_\perp \frac{J_z}{\omega}\right). \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Pela condição apresentada na Eq. (B.15), podemos desprezar o segundo termo entre parênteses na Eq. (B.21). Assim,

$$J^\mu \epsilon_\mu = -\vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{J}_\perp. \quad (\text{B.22})$$

Analisando a Fig. 45, ao projetarmos \vec{k} e $\vec{\epsilon}$ no eixo \perp , observamos que ambos os vetores são paralelos ou antiparalelos, ou seja, $\vec{\epsilon}_\perp \parallel \vec{k}_\perp$. Além disso, usando as Eqs. (B.20) e (B.15), concluímos que $\epsilon_z \ll |\vec{\epsilon}_\perp|$. Portanto,

$$\begin{aligned} \vec{\epsilon}^2 &= \vec{\epsilon}_\perp^2 + \epsilon_z^2 \\ &\approx \vec{\epsilon}_\perp^2. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Pela condição de normalização do vetor polarização do fóton, $\epsilon_\mu \epsilon^\mu = -1$, temos $(0, \vec{\epsilon}) \cdot (0, \vec{\epsilon}) = -1$, o que implica que $\vec{\epsilon}^2 = 1$. No entanto, a Eq. (B.23) nos leva a $\vec{\epsilon}_\perp^2 \approx 1$,

indicando que $\vec{\epsilon}_\perp$ é um vetor unitário na direção de \vec{k}_\perp , ou seja, $\vec{\epsilon}_\perp = \hat{k}_\perp$. Então,

$$\begin{aligned}\vec{k}_\perp &= |\vec{k}_\perp| \hat{k}_\perp \\ &= |\vec{k}_\perp| \vec{\epsilon}_\perp.\end{aligned}\tag{B.24}$$

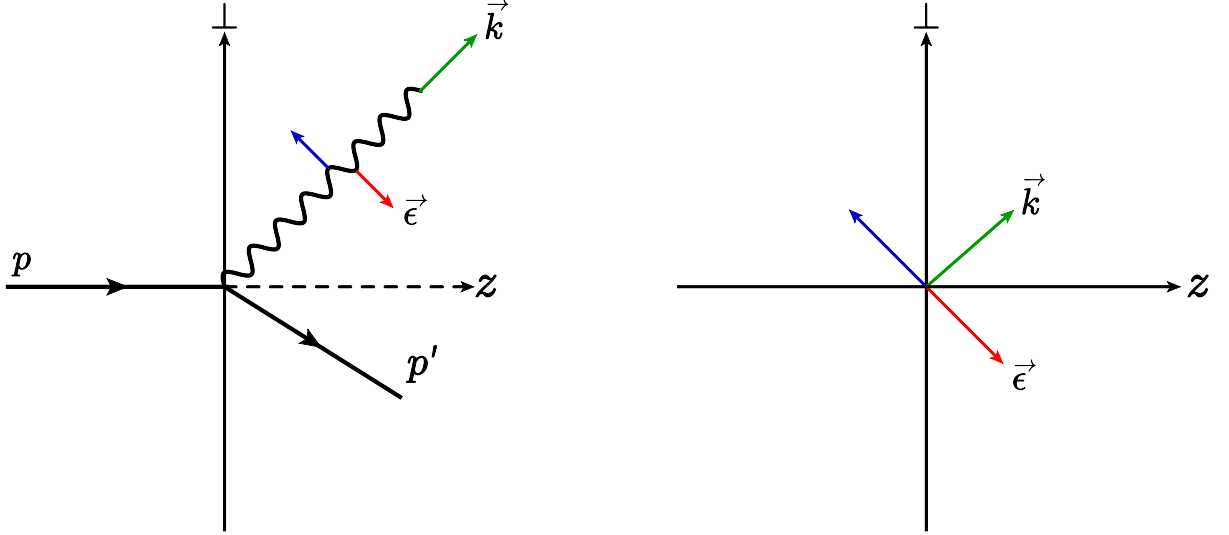


Figura 45 – Relação entre os vetores polarização e momento do fóton.

Substituindo a Eq. (B.24) em (B.18), obtemos

$$j_\mu J^\mu = 2 \frac{E}{\omega} |\vec{k}_\perp| \vec{J}_\perp \cdot \vec{\epsilon}_\perp.\tag{B.25}$$

Substituindo as Eqs. (B.25) e (B.22) nas amplitudes apresentadas em (B.5) e (B.6), respectivamente, temos

$$\begin{aligned}\mathcal{M} &= Ze^2 \frac{1}{k^2} \frac{2E}{\omega} |\vec{k}_\perp| \vec{J}_\perp \cdot \vec{\epsilon}_\perp \\ &= (e \vec{J}_\perp \cdot \vec{\epsilon}_\perp) Ze \frac{1}{k^2} \frac{2E}{\omega} |\vec{k}_\perp|\end{aligned}\tag{B.26}$$

e

$$\mathcal{M}^r = e \vec{\epsilon}_\perp \cdot \vec{J}_\perp.\tag{B.27}$$

Substituindo a Eq. (B.27) na expressão (B.26), obtemos uma relação entre a amplitude do processo virtual com a amplitude do processo real, dada por

$$\mathcal{M} = \mathcal{M}^r \frac{Ze}{k^2} \frac{2E}{\omega} |\vec{k}_\perp|.\tag{B.28}$$

Para encontrar a seção de choque do processo virtual em termos da seção de choque do processo real, precisaremos de $|\mathcal{M}|^2$. Sabemos que $e^2 = 4\pi\alpha_{\text{QED}}$ e utilizando a Eq. (B.12), então

$$\begin{aligned}|\mathcal{M}|^2 &= |\mathcal{M}^r|^2 \frac{Z^2 e^2}{k^4} \frac{4E^2}{\omega^2} |\vec{k}_\perp|^2 \\ &= |\mathcal{M}^r|^2 \frac{Z^2 (4\pi\alpha_{\text{QED}})}{(\omega^2/\gamma_L^2 + \vec{k}_\perp^2)^2} \frac{4E^2}{\omega^2} |\vec{k}_\perp|^2.\end{aligned}\tag{B.29}$$

A seção de choque do processo virtual, é dado por [14]

$$d\sigma = |\mathcal{M}|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{1}{4mE} \frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2E} d\rho_{q'}, \quad (\text{B.30})$$

onde $d\rho_{q'}$ representa o espaço de fase do sistema de partículas q' .

Substituindo a Eq. (B.29) em (B.30), temos

$$d\sigma = |\mathcal{M}^r|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{1}{4m\omega} d\rho_{q'} \left[\frac{Z^2 16\pi \alpha_{\text{QED}} E^2 \vec{k}_\perp^2}{\omega \left(\omega^2 / \gamma_L^2 + \vec{k}_\perp^2 \right)^2} \right] \frac{d^3 \vec{p}'}{(2\pi)^3 2E^2} \quad (\text{B.31})$$

A seção de choque do processo real pode ser escrita como [14]

$$d\sigma_r = |\mathcal{M}^r|^2 (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P_f - P_i) \frac{1}{4m\omega} d\rho_{q'}. \quad (\text{B.32})$$

Para o processo real, a conservação do momento total implica $P_f - P_i = q' - k - q$, enquanto para o processo virtual temos $P_f - P_i = q' + p' - p - q$, com $-k = p' - p$. Assim, no limite em que o fóton virtual satisfaz $k^2 \approx 0$, as deltas de Dirac associadas às seções de choque real e virtual, $\delta^{(4)}(P_f - P_i)$, coincidem. Dessa forma, podemos substituir a Eq. (B.32) na Eq. (B.31), obtendo

$$d\sigma = \frac{d\sigma_r}{\omega} \left[\frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2} \frac{\vec{k}_\perp^2}{\left(\omega^2 / \gamma^2 + \vec{k}_\perp^2 \right)^2} \right] d^3 \vec{p}', \quad (\text{B.33})$$

com

$$n(\vec{k}) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2} \frac{\vec{k}_\perp^2}{\left(\omega^2 / \gamma^2 + \vec{k}_\perp^2 \right)^2}. \quad (\text{B.34})$$

Portanto,

$$d\sigma = d\sigma_r \frac{n(\vec{k})}{\omega} d^3 \vec{p}', \quad (\text{B.35})$$

onde $d\sigma_r$ é a seção de choque do processo real (representado à direita na Fig. 44), correspondente à colisão entre um fóton real e uma partícula em repouso, resultando na formação de um sistema com momento q' . Já $d\sigma$ refere-se ao processo virtual (à esquerda da Fig. 44), no qual uma partícula rápida, de massa M , interage com a mesma partícula de massa m em repouso, perdendo um momento $\vec{k} = \vec{p} - \vec{p}'$, e produzindo o mesmo sistema final com momento q' . O fator $n(\vec{k})$ pode ser interpretado como a densidade espectral de fótons equivalentes associados ao campo eletromagnético da partícula rápida, no espaço de momento \vec{k} .

Sabendo que, pela conservação do momento, temos $\vec{k} = \vec{p} - \vec{p}'$, a integração em $d^3 \vec{p}'$ pode ser reescrita como uma integração em $d^3 \vec{k}$, pois o jacobiano da transformação é $|J| = 1$. Assim, a Eq. (B.35) pode ser reescrita como

$$d\sigma = d\sigma_r \frac{n(\vec{k})}{\omega} d^3 \vec{k}, \quad (\text{B.36})$$

onde $d^3\vec{k} = dk_x dk_y dk_z$.

Além disso, pela Eq. (B.9), no limite ultrarrelativístico ($v \approx 1$), temos $dk_z = d\omega$, o que permite escrever o volume de fase como

$$d^3\vec{k} = d^2\vec{k}_\perp d\omega.$$

Como $d^2\vec{k}_\perp = 2\pi|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|$, obtemos

$$d^3\vec{k} = 2\pi d\omega |\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|.$$

Substituindo na Eq. (B.36), temos

$$\begin{aligned} d\sigma &= d\sigma_r \frac{d\omega}{\omega} n(\vec{k}) 2\pi|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp| \\ &= d\sigma_r \frac{d\omega}{\omega} \int \frac{Z^2\alpha}{\pi} \frac{\vec{k}_\perp^2}{\left(\omega^2/\gamma^2 + \vec{k}_\perp^2\right)^2} 2|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp| \\ &= d\sigma_r \frac{d\omega}{\omega} n(\omega), \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

com

$$n(\omega) = \int_0^{1/R} \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \frac{\vec{k}_\perp^2}{\left(\omega^2/\gamma^2 + \vec{k}_\perp^2\right)^2} 2|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|. \quad (\text{B.38})$$

O limite superior de integração foi determinado com base na condição apresentada na Eq. (B.14).

Para simplificar a integral, realizamos a substituição de variável $x = \vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2$, o que implica em $dx = 2|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|$. Com isso, os limites de integração passam a ser de ω^2/γ^2 até $\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2$, e a Eq. (B.38) assume a forma

$$\begin{aligned} n(\omega) &= \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \int_{\omega^2/\gamma^2}^{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2} \frac{x - \omega^2/\gamma^2}{x^2} dx \\ &= \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \int_{\omega^2/\gamma^2}^{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2} \left(\frac{1}{x} - \frac{\omega^2}{\gamma^2 x^2} \right) dx \\ &= \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \left[\ln x + \frac{\omega^2}{\gamma^2 x} \right]_{\omega^2/\gamma^2}^{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2} \\ &= \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \left[\ln \left(\frac{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2}{\omega^2/\gamma^2} \right) + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \left(\frac{1}{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2} - \frac{1}{\omega^2/\gamma^2} \right) \right] \\ &= \frac{Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\pi} \left[\ln \left(1 + \frac{\gamma^2}{\omega^2} \frac{1}{R^2} \right) + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \left(\frac{1}{\omega^2/\gamma^2 + 1/R^2} - \frac{\gamma^2}{\omega^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

O termo entre colchetes da Eq. (B.39) contém um logaritmo e dois termos adicionais. No limite em que $\gamma^2 \gg \omega^2$, a razão γ^2/ω^2 torna-se muito grande. Assim, podemos aplicar a Aproximação de Logaritmo Dominante

$$\ln \left(1 + \frac{\gamma^2}{\omega^2} \frac{1}{R^2} \right) \approx \ln \left(\frac{\gamma^2}{\omega^2 R^2} \right),$$

e desprezar os demais termos por serem insignificantes diante do logaritmo. Portanto, obtemos

$$n(\omega) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma^2}{\omega^2 R^2} \right) = \frac{2Z^2 \alpha}{\pi} \ln \left(\frac{\gamma}{\omega R} \right). \quad (\text{B.40})$$

Esta é, portanto, a expressão do espectro de fótons equivalentes em LLA.

Por fim, a partir da Eq. (B.37), a seção de choque total pode ser expressa como

$$\sigma = \int d\omega \frac{n(\omega)}{\omega} \sigma_\gamma(\omega), \quad (\text{B.41})$$

onde $\sigma_\gamma(\omega)$ representa a seção de choque para a fotoprodução, a qual pode ser calculada por meio do formalismo do dipolo.

APÊNDICE C – ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

No Capítulo 4, vimos que o fluxo de fótons equivalentes dependente do parâmetro de impacto pode ser escrito como

$$N(\omega, b) = \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \left| \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_\perp} \right|^2. \quad (\text{C.1})$$

Seguindo a Ref. [178], podemos recuperar o fluxo independente do parâmetro de impacto, dado pela Eq. (4.15), integrando a Eq. (C.1) em \vec{b}

$$\begin{aligned} \frac{n(\omega)}{\omega} &= \int N(\omega, b) d^2\vec{b} \\ &= \int \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \left| \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_\perp} \right|^2 d^2\vec{b} \\ &= \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \\ &\quad \times \int \frac{d^2\vec{k}'_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}'_\perp \frac{F(\vec{k}'_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}'_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \int e^{i\vec{b}\cdot(\vec{k}'_\perp - \vec{k}_\perp)} d^2\vec{b}. \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

A integral sobre \vec{b} pode ser resolvida utilizando a transformada de Fourier da delta de Dirac

$$\delta(\vec{k}'_\perp - \vec{k}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int e^{i\vec{b}\cdot(\vec{k}'_\perp - \vec{k}_\perp)} d^2\vec{b}. \quad (\text{C.3})$$

Substituindo (C.3) na expressão anterior, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{n(\omega)}{\omega} &= \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \int d^2\vec{k}'_\perp \vec{k}'_\perp \frac{F(\vec{k}'_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}'_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \delta(\vec{k}'_\perp - \vec{k}_\perp) \\ &= \frac{4Z^2\alpha_{\text{QED}}}{\omega} \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \vec{k}_\perp^2 \left[\frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \right]^2. \end{aligned} \quad (\text{C.4})$$

Com isso, confirmamos a validade da Eq. (C.1).

Para facilitar a análise futura, seguiremos a Ref. [34] reformulando a integral de (C.1). Definimos

$$I = \int \frac{d^2\vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \vec{k}_\perp e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_\perp}. \quad (\text{C.5})$$

Observamos que

$$\vec{k}_\perp e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_\perp} = i\vec{\nabla}_b e^{-i\vec{b}\cdot\vec{k}_\perp}. \quad (\text{C.6})$$

Assim, podemos reescrever (C.5) como

$$I = i \int \frac{d^2 \vec{k}_\perp}{(2\pi)^2} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \vec{\nabla}_b e^{-i\vec{b} \cdot \vec{k}_\perp}. \quad (C.7)$$

Ao passar para coordenadas polares, o elemento de volume fica $d^2 \vec{k}_\perp = |\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp| d\phi$, resultando em

$$I = i \int \frac{|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp| d\phi}{(2\pi)^2} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \vec{\nabla}_b e^{-i|\vec{k}_\perp| b \cos \phi}. \quad (C.8)$$

Considerando fatores de forma esfericamente simétricos, a dependência em ϕ pode ser isolada

$$I = i \int \frac{|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|}{(2\pi)^2} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \vec{\nabla}_b \int_0^{2\pi} e^{-ib|\vec{k}_\perp| \cos \phi} d\phi. \quad (C.9)$$

Utilizando a propriedade [198]

$$\int_0^{2\pi} e^{-ib|\vec{k}_\perp| \cos \phi} d\phi = 2\pi J_0(b|\vec{k}_\perp|), \quad (C.10)$$

onde J_0 é a função de Bessel de primeira espécie, temos

$$I = i \int \frac{|\vec{k}_\perp| d|\vec{k}_\perp|}{2\pi} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \vec{\nabla}_b J_0(b|\vec{k}_\perp|). \quad (C.11)$$

O gradiente em coordenadas polares é dado por

$$\vec{\nabla}_b = \hat{e}_b \frac{\partial}{\partial b}, \quad (C.12)$$

e a derivada da função de Bessel é

$$\frac{\partial}{\partial b} J_0(b|\vec{k}_\perp|) = -|\vec{k}_\perp| J_1(b|\vec{k}_\perp|). \quad (C.13)$$

Portanto

$$I = -i\hat{e}_b \int \frac{|\vec{k}_\perp|^2 d|\vec{k}_\perp|}{2\pi} \frac{F(\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\vec{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} J_1(b|\vec{k}_\perp|). \quad (C.14)$$

Realizando a mudança de variável

$$u = b|\vec{k}_\perp|, \quad (C.15)$$

obtemos

$$\begin{aligned} I &= -i\hat{e}_b \int \frac{u^2 du}{2\pi b^3} \frac{F(u^2/b^2 + \omega^2/\gamma^2)}{u^2/b^2 + \omega^2/\gamma^2} J_1(u) \\ &= -i\hat{e}_b \int \frac{u^2 du}{2\pi b} \frac{F\left(\frac{u^2 + b^2\omega^2/\gamma^2}{b^2}\right)}{u^2 + b^2\omega^2/\gamma^2} J_1(u). \end{aligned} \quad (C.16)$$

Substituindo o resultado acima na Eq. (C.1), o fluxo dependente de b pode ser escrito como

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| \int_0^\infty u^2 \, du \frac{F\left(\frac{u^2 + b^2 \omega^2 / \gamma^2}{b^2}\right)}{u^2 + b^2 \omega^2 / \gamma^2} J_1(u) \right|^2. \quad (\text{C.17})$$

APÊNDICE D – FATOR DE FORMA NUCLEAR

O fator de forma nuclear é definido como a transformada de Fourier da distribuição espacial de cargas, dividido pela carga total, logo

$$F(q^2) = \frac{1}{Ze} \int \rho(r) \exp(-i\vec{r} \cdot \vec{q}) d^3\vec{r}. \quad (D.1)$$

Assumindo que a distribuição de carga $\rho(\vec{r})$ é esfericamente simétrica e passando para coordenadas esféricas, temos

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \frac{1}{Ze} \int_0^\infty \int_0^\pi dr r^2 \rho(r) d\theta \sin \theta \exp(-irq \cos \theta) \int_0^{2\pi} d\phi \\ &= \frac{2\pi}{Ze} \int_0^\infty \int_0^\pi r^2 \rho(r) \sin \theta \exp(-irq \cos \theta) d\theta dr. \end{aligned} \quad (D.2)$$

Utilizando a substituição $u = \cos \theta$, obtemos

$$\int_0^\pi \sin \theta \exp(-irq \cos \theta) d\theta = \int_{-1}^1 \exp(-irqu) du. \quad (D.3)$$

Aplicando a relação $e^{-irqu} = \cos(rqu) - i \sin(rqu)$ e considerando as propriedades de paridade das funções seno e cosseno, resulta

$$\int_{-1}^1 \exp(-irqu) du = 2 \int_0^1 \cos(rqu) du \quad (D.4)$$

$$= \frac{2 \sin(rq)}{rq}. \quad (D.5)$$

Substituindo de volta na Eq. (D.2)

$$F(q^2) = \frac{2\pi}{Ze} \int_0^\infty r^2 \rho(r) \left(\frac{2 \sin(rq)}{rq} \right) dr \quad (D.6)$$

$$= \frac{4\pi}{qZe} \int_0^\infty r \rho(r) \sin(rq) dr. \quad (D.7)$$

D.1 FATOR DE FORMA PONTUAL

Considerando uma distribuição espacial de cargas pontual, temos

$$\rho(r) = \frac{Ze}{4\pi r^2} \delta(r). \quad (D.8)$$

Substituindo esta expressão na Eq. (D.7), obtém-se

$$\begin{aligned} F(q) &= \frac{4\pi}{qZe} \int_0^\infty r \frac{Ze}{4\pi r^2} \delta(r) \sin(rq) dr \\ &= \frac{1}{q} \int_0^\infty \frac{1}{r} \delta(r) \sin(rq) dr. \end{aligned} \quad (D.9)$$

Aplicando a propriedade da função delta de Dirac, temos

$$F(q^2) = \frac{1}{q} \lim_{r \rightarrow 0} \left[\frac{\sin(rq)}{r} \right]. \quad (\text{D.10})$$

Utilizando o limite fundamental trigonométrico, obtemos

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sin(rq)}{r} = q, \quad (\text{D.11})$$

de modo que

$$F(q^2) = 1. \quad (\text{D.12})$$

D.2 FATOR DE FORMA DE MONOPOLO

Considerando a distribuição espacial de carga do tipo Yukawa [182]

$$\rho(r) = \frac{Ze\Lambda^2}{4\pi} \frac{e^{-\Lambda r}}{r}, \quad (\text{D.13})$$

onde Λ é uma constante relacionada ao raio médio do núcleo.

Substituindo esta distribuição na Eq. (D.7), obtemos

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{q} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr. \quad (\text{D.14})$$

A integral pode ser resolvida por partes. Definindo

$$u = \sin(rq), \quad dv = e^{-\Lambda r} dr,$$

temos $du = q \cos(rq) dr$ e $v = -\frac{1}{\Lambda} e^{-\Lambda r}$. Assim

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr &= -\frac{1}{\Lambda} e^{-\Lambda r} \sin(rq) \Big|_0^\infty + \frac{q}{\Lambda} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \cos(rq) dr \\ &= \frac{q}{\Lambda} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \cos(rq) dr. \end{aligned} \quad (\text{D.15})$$

Aplicando integração por partes novamente

$$u = \cos(rq), \quad dv = e^{-\Lambda r} dr,$$

com $du = -q \sin(rq) dr$ e $v = -\frac{1}{\Lambda} e^{-\Lambda r}$, resulta

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \cos(rq) dr &= -\frac{1}{\Lambda} e^{-\Lambda r} \cos(rq) \Big|_0^\infty - \frac{q}{\Lambda} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr \\ &= \frac{1}{\Lambda} - \frac{q}{\Lambda} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr. \end{aligned} \quad (\text{D.16})$$

Substituindo na Eq. (D.15)

$$\int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr = \frac{q}{\Lambda} \left(\frac{1}{\Lambda} - \frac{q}{\Lambda} \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr \right). \quad (\text{D.17})$$

Organizando os termos

$$\left(1 + \frac{q^2}{\Lambda^2}\right) \int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr = \frac{q}{\Lambda^2}, \quad (\text{D.18})$$

de onde se obtém

$$\int_0^\infty e^{-\Lambda r} \sin(rq) dr = \frac{q}{\Lambda^2 + q^2}. \quad (\text{D.19})$$

Substituindo este resultado na Eq (D.14)

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \frac{\Lambda^2}{q} \frac{q}{\Lambda^2 + q^2} \\ &= \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2}. \end{aligned} \quad (\text{D.20})$$

D.3 FATOR DE FORMA REALÍSTICO

Uma descrição mais realista da distribuição espacial de cargas pode ser obtida por meio do espalhamento elástico de elétrons em núcleos [179]. A distribuição espacial de carga obtida nesses experimentos é frequentemente parametrizada com o auxílio do modelo de Fermi de dois parâmetros (também chamada de distribuição Woods-Saxon) [180, 184].

$$\rho(r) = \rho_0 \left[1 + \exp\left(\frac{r - R_A}{a}\right) \right]^{-1}. \quad (\text{D.21})$$

A distribuição de Woods-Saxon fornece uma boa descrição das densidades nucleares envolvidas no cálculo, mas não possui um fator de forma analítico. No entanto, pode ser bem aproximada pela convolução de uma esfera rígida com uma função de Yukawa [9, 185]. A transformada de Fourier dessa convolução é o produto das transformadas individuais (monopolo e realístico)

Consideramos uma distribuição de carga constante $\rho(r) = Ze\rho_0/A$ no interior do núcleo, de $r = 0$ até $r = R_A$.

Assim, o fator de forma para uma densidade constante é dado por

$$F(q^2) = \frac{4\pi\rho_0}{qA} \int_0^{R_A} r \sin(qr) dr. \quad (\text{D.22})$$

Integrando por partes, com

$$u = r, \quad dv = \sin(qr) dr, \quad du = dr, \quad v = -\frac{1}{q} \cos(qr),$$

obtemos

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \frac{4\pi\rho_0}{qA} \left(-\frac{r}{q} \cos(qr) \Big|_0^{R_A} + \frac{1}{q} \int_0^{R_A} \cos(qr) dr \right) \\ &= \frac{4\pi\rho_0}{qA} \left(-\frac{R_A}{q} \cos(qR_A) + \frac{1}{q} \frac{\sin(qr)}{q} \Big|_0^{R_A} \right) \\ &= \frac{4\pi\rho_0}{qA} \left(-\frac{R_A}{q} \cos(qR_A) + \frac{1}{q^2} \sin(qR_A) \right). \end{aligned} \quad (\text{D.23})$$

Assim, podemos reescrever

$$F(q^2) = \frac{4\pi\rho_0}{q^3 A} [\sin(qR_A) - qR_A \cos(qR_A)]. \quad (\text{D.24})$$

Este é o fator de forma correspondente a uma distribuição constante entre 0 e R_A .

Para estimar o fator de forma realístico, multiplicamos este resultado pelo fator de forma monopolo (Eq. (D.20)), considerando $\Lambda = 1/a$, o que fornece

$$F(q^2) = \frac{4\pi\rho_0}{Aq^3} [\sin(qR_A) - qR_A \cos(qR_A)] \left[\frac{1}{1 + q^2 a^2} \right]. \quad (\text{D.25})$$

APÊNDICE E – FLUXO PONTUAL DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

O fator de forma associado a partículas pontuais, isto é, partículas sem estrutura interna, é dado por

$$F(q^2) = 1. \quad (\text{E.1})$$

Considerando este fator de forma, o fluxo de fótons obtido a partir da Eq. (C.17) assume a forma

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| \int_0^\infty du \, u^2 \frac{1}{u^2 + b^2 \omega^2 / \gamma^2} J_1(u) \right|^2. \quad (\text{E.2})$$

Para resolver a integral presente na equação acima, utilizamos a seguinte identidade [199]

$$\int_0^\infty u^{\nu+1} J_\nu(au) \frac{du}{u^2 + x^2} = x^\nu K_\nu(ax), \quad (\text{E.3})$$

válida para $a > 0$, $\text{Re}(x) > 0$ e $-1 < \text{Re}(\nu) < \frac{3}{2}$.

Aplicando essa propriedade à integral da Eq. (E.2), escolhemos

$$\nu = 1, \quad a = 1, \quad x = \frac{b\omega}{\gamma},$$

o que nos leva a

$$\int_0^\infty du \, \frac{u^2 J_1(u)}{u^2 + b^2 \omega^2 / \gamma^2} = \frac{b\omega}{\gamma} K_1\left(\frac{b\omega}{\gamma}\right). \quad (\text{E.4})$$

Substituindo esse resultado em (E.2), obtemos a expressão final para o fluxo de fótons

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}} \omega}{\pi^2 \gamma^2} K_1^2\left(\frac{b\omega}{\gamma}\right). \quad (\text{E.5})$$

APÊNDICE F – FLUXO MONOPOLO DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

APÊNDICE H — FLUXO DE MONOPOLO DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

O fator de forma de monopolo é dado por

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2}. \quad (\text{F.1})$$

Considerando que q^2 pode ser escrito como (ver a Eq. (C.17))

$$q^2 = \frac{u^2 + \omega^2 b^2 / \gamma^2}{b^2}, \quad (\text{F.2})$$

o fator de forma pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} F(q^2) &= \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + \frac{u^2 + \omega^2 b^2 / \gamma^2}{b^2}} \\ &= \frac{b^2 \Lambda^2}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + \omega^2 b^2 / \gamma^2}. \end{aligned} \quad (\text{F.3})$$

Definindo

$$x \equiv \frac{\omega b}{\gamma},$$

podemos simplificar a expressão acima para

$$F(q^2) = \frac{b^2 \Lambda^2}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2}. \quad (\text{F.4})$$

Na integral que determina o fluxo de fótons (ver Eq. (C.17)), o fator relevante é $F(q^2)/(u^2 + x^2)$, o que nos leva a

$$\frac{F(q^2)}{u^2 + x^2} = \frac{b^2 \Lambda^2}{(b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2)(u^2 + x^2)}, \quad (\text{F.5})$$

e essa expressão pode ser decomposta em frações parciais

$$\frac{F(q^2)}{u^2 + x^2} = \frac{1}{u^2 + x^2} - \frac{1}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2}. \quad (\text{F.6})$$

Substituindo essa decomposição na Eq. (C.17), obtemos

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| \int_0^\infty du \, u^2 J_1(u) \left(\frac{1}{u^2 + x^2} - \frac{1}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2} \right) \right|^2, \quad (\text{F.7})$$

o que pode ser reescrito como

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| \int_0^\infty du \, u^2 J_1(u) \frac{1}{u^2 + x^2} - \int_0^\infty du \, u^2 J_1(u) \frac{1}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2} \right|^2. \quad (\text{F.8})$$

As integrais envolvem funções de Bessel e podem ser avaliadas utilizando a seguinte identidade, disponível em [199]

$$\int_0^\infty u^{\nu+1} J_\nu(au) \frac{du}{u^2 + z^2} = z^\nu K_\nu(az), \quad (\text{F.9})$$

com $a > 0$, $\text{Re}(z) > 0$ e $-1 < \text{Re}(\nu) < \frac{3}{2}$.

Aplicando (F.9) com $\nu = 1$, $a = 1$, $z = x$ (na primeira integral) e $z = \sqrt{x^2 + b^2 \Lambda^2}$, temos

$$\int_0^\infty du \, u^2 J_1(u) \frac{1}{u^2 + x^2} = x K_1(x), \quad (\text{F.10})$$

$$\int_0^\infty du \, u^2 J_1(u) \frac{1}{b^2 \Lambda^2 + u^2 + x^2} = \sqrt{x^2 + b^2 \Lambda^2} K_1 \left(\sqrt{x^2 + b^2 \Lambda^2} \right). \quad (\text{F.11})$$

Substituindo esses resultados na Eq. (F.8), obtemos a expressão final para o fluxo monopolo dependente do parâmetro de impacto

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left| x K_1(x) - \sqrt{x^2 + b^2 \Lambda^2} K_1 \left(\sqrt{x^2 + b^2 \Lambda^2} \right) \right|^2, \quad (\text{F.12})$$

ou, de forma equivalente, escrevendo explicitamente $x = \omega b / \gamma$

$$\begin{aligned} N(\omega, b) &= \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 b^2 \omega} \left[\left(\frac{\omega b}{\gamma} \right) K_1 \left(\frac{\omega b}{\gamma} \right) - \sqrt{\left(\frac{\omega b}{\gamma} \right)^2 + b^2 \Lambda^2} K_1 \left(\sqrt{\left(\frac{\omega b}{\gamma} \right)^2 + b^2 \Lambda^2} \right) \right]^2 \\ &= \frac{Z^2 \alpha_{\text{QED}}}{\pi^2 \omega} \left[\frac{\omega}{\gamma} K_1 \left(\frac{b\omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2 \end{aligned} \quad (\text{F.13})$$



JOINVILLE
CENTRO DE CIÊNCIAS
TECNOLÓGICAS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA
REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT

ATESTADO DE VERSÃO FINAL

Eu, André Veiga Giannini, professor do curso de Mestrado acadêmico em Física , declaro que esta é a versão final aprovada pela comissão julgadora da dissertação/tese intitulada: **“Explorando a Fotoprodução de Mésons Vetoriais no LHC via Colisões Periféricas de Íons Pesados”** de autoria do acadêmico Pedro Eduardo Azevedo da Costa.

Joinville, 01 de setembro de 2025.

Assinatura digital do orientador:

André Veiga Giannini