

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS E TÉCNOLOGIA – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – PPGF**

VINÍCIUS MIKAEL FERREIRA FREITAS

**FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES PERIFÉRICAS
NUCLEARES**

JOINVILLE

2025

VINÍCIUS MIKAEL FERREIRA FREITAS

**FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES PERIFÉRICAS
NUCLEARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Bruno Duarte da Silva Moreira
Coorientador: André Veiga Giannini

**JOINVILLE
2025**

Freitas, Vinícius Mikael Ferreira
Fotoprodução de Mésons Vetoriais em Colisões
Periféricas Nucleares / Vinícius Mikael Ferreira Freitas.
- Joinville, 2025.
63 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Bruno Duarte da Silva Moreira.
Coorientador: André Veiga Giannini.
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville, 2025.

1. Distribuição de rapidez 2. LHC 3. Fluxo de fótons
efetivo 4. Seção de choque 5. Centralidade I. Duarte
da Silva Moreira, Bruno . II. Giannini, André Veiga.
III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro
de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em
Física. IV. Fotoprodução de Mésons Vetoriais em Colisões
Periféricas Nucleares.

VINÍCIUS MIKAEL FERREIRA FREITAS

**FOTOPRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES PERIFÉRICAS
NUCLEARES**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Bruno Duarte da Silva Moreira
Coorientador: André Veiga Giannini

BANCA EXAMINADORA:

Bruno Duarte da Silva Moreira, Doutor em Física
Universidade do Estado de Santa Catarina

Membros:

Edgard Pacheco Moreira Amorim, Dr
Universidade do Estado de Santa Catarina

Mauricio Thiel, Dr
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Joinville, 29 de janeiro de 2025

Aos estudantes da Universidade do Estado de
Santa Catarina, pela inspiração de sempre!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a minha família pelo suporte durante todo o tempo dedicado a faculdade e também ao mestrado. Foram longos anos de estudo que me tornaram preparado para ver o mundo na linguagem Física. A todos meus professores da faculdade que acreditaram no potencial durante esse tempo.

Agradeço ao meu orientador pela paciência durante a condução da pesquisa, mesmo com os problemas pessoais que passei durante o período. Todo trabalho realizado pelos cálculos computacionais foram trabalhosos mas no fim das contas renderam ótimos resultados.

Como disse Augusto Branco "Agradeço ao meu Deus e Pai por todas as coisas boas que vivi, porque sei que o bem apenas dele é que veio. O que vivi de ruim em minha vida foi por ignorância, estupidez e escolha minha. Mas minha felicidade eu só devo ao Pai!"

“Tenha Jesus Cristo em seu coração e todas as cruzes do mundo parecerão rosas.” (Padre Pio)

RESUMO

Nesta dissertação, estudamos a fotoprodução de Mésons vetoriais J/ψ em colisões periféricas chumbo-chumbo nas classes de centralidade de 50-70% e de 70-90%, em energias do LHC de $\sqrt{s} = 2,76$ GeV e 5,5 GeV. Como motivação, colaborações experimentais do RHIC e do LHC observaram recentemente um excesso na produção de Mésons vetoriais J/ψ em colisões periféricas nucleares em relação ao esperado teoricamente, via modelos puramente hadrônicos. Estes modelos consideram que, em colisões periféricas, onde há sobreposição dos núcleos da colisão, existe uma dominância de interações por troca de glúons e desprezam interações por troca de fótons. Nos últimos anos, alguns trabalhos sugerem que esse excesso pode estar associado a processos induzidos por fótons, nos quais um dos núcleos emite um fóton que interage com o núcleo-alvo. O estudo pode ser dividido em duas partes: primeiramente, calculamos a emissão do fóton por um dos núcleos, para a qual utilizamos a aproximação de fótons equivalentes; e, posteriormente, a interação fóton-núcleo, para a qual utilizamos o formalismo de dipolos de cor. Na aproximação de fótons equivalentes, utilizamos fluxos de fótons dependentes das distâncias, de forma que, por meio de limites de integração adequados, possamos selecionar as classes de centralidade da colisão. Neste contexto, utilizamos três fluxos efetivos adaptados para colisões periféricas: (i) o fluxo denotado por N_0 , que é o fluxo usualmente empregado no regime ultraperiférico; (ii) o fluxo N_1 , que considera um corte onde apenas fótons advindos do núcleo emissor que atingem o núcleo-alvo são considerados; e (iii) o fluxo N_2 , que, além de considerar o corte de N_1 , também aplica a restrição de que os fótons não possam acessar a região de sobreposição dos núcleos. Para todos os fluxos, utilizamos o fator de forma de monopolo. No formalismo de dipolo, para a interação fóton-núcleo, empregamos os modelos para seção de choque de dipolo GBW e IIM, em suas versões mais atuais, além de realizar uma comparação com um ajuste antigo do GBW. Outro ingrediente importante no formalismo de dipolo é a função de onda do méson vetorial, para a qual utilizamos os modelos Gaus-LC e Boosted Gaussian. Nossos resultados para as distribuições de rapidez apontam uma grande banda de incerteza teórica, especialmente relacionada à escolha do modelo de fluxo efetivo para a classe de centralidades de 50-70%. Por outro lado, para colisões menos centrais, na classe de centralidades de 70-90%, observamos uma boa concordância entre os fluxos N_0 e N_2 , o que indica que o fluxo N_2 possui uma transição para o regime ultraperiférico mais precisa do que o fluxo N_1 .

Palavras-chave: Distribuição de rapidez. Fluxo efetivo. Regime periférico. LHC. Classes de centralidade.

ABSTRACT

In this dissertation, we study the photoproduction of vector meson J/ψ in peripheral lead-lead collisions within the centrality classes of 50-70% and 70-90%, at LHC energies of $\sqrt{s} = 2.76$ GeV and 5.5 GeV. As motivation, recent experimental observations by the RHIC and LHC collaborations have reported an excess in J/ψ production in peripheral nuclear collisions compared to theoretical predictions based on purely hadronic models. These models assume that in peripheral collisions, where there is an overlap between the colliding nuclei, interactions are dominated by gluon exchange while photon exchange processes are neglected. Over the past few years, some studies have suggested that this excess may be associated with photon-induced processes, where one nucleus emits a photon that interacts with the target nucleus. This study can be divided into two parts: first, the emission of the photon by one of the nuclei, for which we use the equivalent photon approximation; and second, the photon-nucleus interaction, for which we employ the color dipole formalism. In the equivalent photon approximation, we use distance-dependent photon fluxes, allowing us to select the collision centrality classes through appropriate integration limits. In this context, we employ three effective fluxes adapted for peripheral collisions: (i) the flux denoted by N_0 , which is the flux typically used in the ultraperipheral regime; (ii) the flux N_1 , which applies a cutoff so that only photons emitted by the source nucleus that reach the target nucleus are considered; and (iii) the flux N_2 , which, in addition to the cutoff applied in N_1 , also imposes the restriction that photons cannot access the overlap region of the nuclei. For all fluxes, we use the monopole form factor. In the dipole formalism, for the photon-nucleus interaction, we use the GBW and IIM dipole cross-section models in their most recent versions, as well as perform a comparison with an older GBW fit. Another key ingredient in the dipole formalism is the vector meson wave function, for which we use the Gaus-LC and Boosted Gaussian models. Our results for the rapidity distributions reveal a large theoretical uncertainty band, particularly associated with the choice of effective flux model for the 50-70% centrality class. On the other hand, for less central collisions, in the 70-90% centrality class, we observe good agreement between the N_0 and N_2 fluxes, indicating that the N_2 flux provides a more appropriate transition to the ultraperipheral regime compared to the N_1 flux.

Keywords: Rapidity distribution. Effective flux. Peripheral regime. LHC. Centrality class.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – distribuição em massa invariante	14
Figura 2 – distribuição em momento transverso	15
Figura 3 – Exemplo de diagrama de Feynman 1.	19
Figura 4 – Exemplo de diagrama de Feynman 2.	19
Figura 5 – Exemplo de diagrama de Feynman 3.	19
Figura 6 – Diagramas para correção do parâmetro de acoplamento.	22
Figura 7 – Diagrama para interação lépton-hádron.	23
Figura 8 – Relação função de estrutura e virtualidade	27
Figura 9 – Correções da QCD ao DIS.	28
Figura 10 – Equações DGLAP em forma simbólica.	29
Figura 11 – Diagramas tipo escada para (a) LLA e para (b) LL_xA	32
Figura 12 – Estrutura interna do próton de acordo com diferentes equações de evolução.	35
Figura 13 – Variáveis do formalismo de dipolo.	37
Figura 14 – Dois referenciais S e S' com velocidade v e um observador	44
Figura 15 – Relação entre centralidade e parâmetro de impacto	48
Figura 16 – Aproximação periférica da fotoprodução do méson vetorial J/ψ	49
Figura 17 – Comparação entre modelos de dipolo para função de onda Gaus-LC	52
Figura 18 – Comparação entre modelos de dipolo para função de onda Boosted Gaussian	53
Figura 19 – Distribuição de rapidez para os modelos Gaus-LC e Boosted Gaussian.	54
Figura 20 – Distribuição de rapidez para os modelos de dipolo GBW 2007; GBW 2017 e IIM 2013.	55
Figura 21 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 50-70% em 2760GeV	55
Figura 22 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 50-70% em 5500GeV	56
Figura 23 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 70-90% em 2760GeV	57
Figura 24 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 70-90% sob energia 5500GeV	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros para a partícula J/ψ .	42
---	----

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LHC	Grande colisor de hadrons
PC	Colisão Periférica
UPC	Colisão Ultraperiférica
IIM	Iancu, Itakura e Munier
GBW	Golec-Biernat e Wüsthoff
DIS	Espalhamento Profundamente Inelástico
DGLAP	Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi
BFKL	Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov
BK	Balitsky-Kovchegov

LISTA DE SÍMBOLOS

J/ψ	J/psi méson vetorial, objeto de estudo do trabalho
σ	Seção de choque
$d\sigma/dY$	Distribuição de rapidez
V0	Um detector de radiação <i>scintillator arrays</i>
SPD	um detector de silicone para o par de léptons emitidos <i>The silicon pixel detector</i>
ZDCs	um calorimetro <i>Zero degree calorimeters</i> utilizado nos experimentos que motivaram o trabalho

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO DE ESTUDO	14
2	CROMODINÂMICA QUÂNTICA	17
2.1	LAGRANGIANA DA QCD E REGRAS DE FEYNMAN	17
2.2	LIBERDADE ASSINTÓTICA E CONFINAMENTO	20
2.3	ESPALHAMENTO PROFUNDAMENTE INELÁSTICO	22
2.3.1	Espalhamento elástico lépton-quark	23
2.3.2	Espalhamento inelástico lépton-hádron	24
2.3.3	Violação do scaling de Bjorken e evolução DGLAP	26
3	DINÂMICA DE ALTAS ENERGIAS	31
3.1	RESSOMA NA QCD	31
3.2	UNITARIEDADE E SATURAÇÃO	33
3.2.1	Dinâmica de alta densidade de glúons	34
3.3	FORMALISMO DE DIPOLO PARA DIS	36
3.4	FORMALISMO DE DIPOLO PARA A PRODUÇÃO EXCLUSIVA DE MÉSONS VETORIAIS	38
3.5	MODELOS FENOMENOLÓGICOS	39
3.5.1	Modelo de Golec-Biernat e Wusthoff (GBW)	39
3.5.2	Modelo de Iancu, Itakura e Munier (IIM)	40
3.6	FUNCÕES DE ONDA	41
4	APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES	43
4.1	O MÉTODO DE WEIZSÄCKER-WILLIAMS	43
4.2	O ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES	45
4.3	FLUXO DE FÓTONS EFETIVO	46
4.3.1	Fatores de forma e fluxo de fótons	46
4.4	FLUXO DE FÓTONS EFETIVO E CENTRALIDADE	47
4.5	DISTRIBUIÇÕES DE RAPIDEZ	49
5	PRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES PERIFÉRICAS	51
5.1	RESULTADOS E COMPARAÇÕES ENTRE MODELOS	51
5.1.1	Seção de choque de fotoprodução $\sigma_{\gamma Pb \rightarrow J/\psi Pb}$	51
5.1.2	Distribuição de rapidez para colisão periférica	52
6	CONCLUSÕES	59
	REFERÊNCIAS	61

1 INTRODUÇÃO E MOTIVAÇÃO DE ESTUDO

Os experimentos ultrarrelativísticos com íons pesados realizados previu a existência de um estado hadrônico da matéria conhecido como plasma de quark e glúons, Sendo quarks "pesados" produzidos em espalhamento partônico e interações entre quarks e glúons (ADAM, 2016).

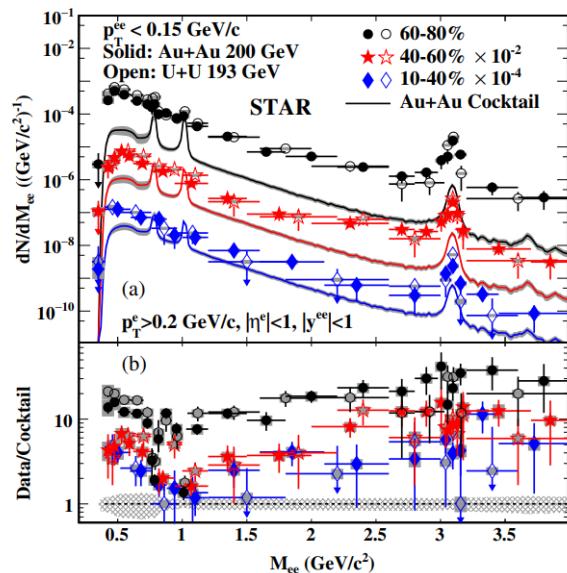
As medições realizadas no grande colisor de hadrons (*Large Hadron Collider - LHC*) e no colisor de íons relativísticos (*Relativistic Heavy Ion Collider - RHIC*) com íons de chumbo na faixa de energia de colisão de 2760GeV e 5020GeV para o LHC e 200GeV no RHIC, respectivamente. Demonstram uma produção de mésons vetoriais J/ψ .

A produção desses mésons vetoriais observada de forma indireta, por meio do decaimento em par de múons e elétron-pósitron demonstram um excesso além do esperado no cocktail hadrônico (ADAM, 2018). Analisando resultados e comparando com massa invariante de um par elétron-pósitron, conforme a figura 1 foi observado que especialmente para regime de colisão periférica o excesso em torno de uma massa na faixa de $2.98\text{Gev}/c^2$ indicando experimentalmente que o excesso é dado por partículas J/ψ e em uma colisão periférica com centralidade 60-80% (SILVA V. H, 2022).

Da mesma forma, a distribuição para momento transverso para par de elétron-pósitron, demonstrou que para $P_T \approx 0.15\text{GeV}/c$ se tem uma discrepancia dos dados experimentais e o cocktail hadrônico para varias regiões de massa invariante (ADAM, 2018), conforme a figura 2.

Observamos nos resultados experimentais uma produção excessiva de mésons vetoriais

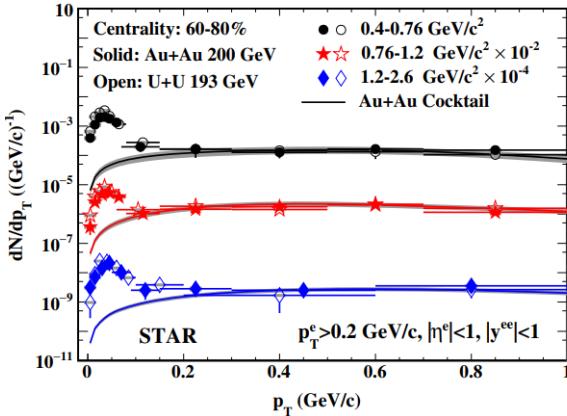
Figura 1 – distribuição em massa invariante



Fonte: Adam, J. et al (2018)

(a) Gráfico de distribuição de massa invariante para diferentes classes de centralidade, comparando cocktail hadrônico (linhas continuas) e pontos experimentais. (b) razão entre cocktail hadrônico e pontos experimentais.

Figura 2 – distribuição em momento transverso



Fonte: Adam, J. et al (2018)

Distribuição em momento transverso demonstra pontos fora do previsto no cocktail hadrônico.

J/ψ em colisões periféricas, em relação ao que seria esperado por canais de produção puramente hadrônicos, dominado por troca de glúons. A principal hipótese que rege nosso trabalho sendo este excesso devido a fotoprodução de J/ψ em colisões fóton-núcleo (ADAM, 2016).

A medição da partícula J/ψ é feita de forma indireta pela detecção de léptons, devido a instabilidade do méson vetorial (AAMODT, 2008). Contando com um detector de silicone (SPD), um detector de radiação (V0) e um calorímetro (ZDCs) no qual foi utilizado na colaboração ALICE (ADAM, 2016). O detector de silicone forneceu as coordenadas inicialmente da interação entre os núcleos. Dessa forma, o detector de radiação (V0) posicionado de forma a identificar os sinais de um par de léptons emitidos. Por meio de um algoritmo o sistema identifica os sinais do muon com momento transverso maior que $1\text{GeV}/c$. Sendo assim, qualquer ruído devido os processos eletromagnéticos, é reduzido por V0 e ZDCs (ABELEV, 2014). A centralidade da colisão é determinada a partir da amplitude de V0. Conforme citado anteriormente, por meio de um processo de reconstrução do par de léptons nos detectores posicionados foi identificado experimentalmente um aumento na distribuição para massa invariante em torno de $2.8 < m_{\mu^+\mu^-} < 3.4\text{GeV}/c^2$ e também um aumento na distribuição para baixo momento transverso. (AAIJ, 2011)

Com base nisso, neste trabalho, buscamos fazer uma estimativa das distribuições de rapidez para a produção de J/ψ em colisões periféricas analisando o impacto de diferentes pressupostos.

Os seguintes capítulos são organizados da seguinte maneira: A cromodinâmica quântica (QCD), apresentada no capítulo 2, é a teoria de interação entre quarks e glúons, fundamental para o estudo da produção de J/ψ . (ANSELMINO, 2013). No capítulo 3, as principais características da dinâmica da QCD em altas energias, onde definimos ingredientes importantes para o estudo das seções de choque de fotoprodução. A dedução do fluxo de fótons será discutida no capítulo 4, começando pela abordagem do método de Weizsäcker-Williams sobre interação de hadrons no

qual uma análise sobre campos elétrico e magnético de uma carga em movimento relativístico será feita. Por outro lado, nossos resultados computacionais são abordados no capítulo 5, onde comparamos modelos de dipolo GBW e IIM em versões atuais de 2018. Além disso, comparamos o impacto de diferentes modelos de funções de onda de mésons vetoriais e de fluxos de fótons efetivos. Com colisões chumbo-chumbo em energias de centro de massa 2760GeV e 5500GeV, encontramos resultados importantes para distribuições de rapidez. Desta forma, faremos uma análise do impacto de diferentes pressupostos de modelos de amplitude de espalhamento de dipolo de cor, as quais carregam a informação da dinâmica das interações, de fluxos de fótons efetivos e de funções de onda de mésons vetoriais. Por fim, no capítulo 6 temos as conclusões finais.

2 CROMODINÂMICA QUÂNTICA

A cromodinâmica quântica (*Quantum Chromodynamics* - QCD) é a teoria que descreve as interações entre quarks e glúons, caracterizada pela invariância sob transformações locais de fase associadas ao grupo de simetria $SU(3)$ ¹ (KOVCHEGOV; LEVIN, 2013). Esse grupo de simetria possui propriedades distintas do grupo da eletrodinâmica quântica (*Quantum Electrodynamics* - QED), que corresponde à simetria de Gauge $U(1)$. Consequentemente, as interações fortes apresentam características bastante diferentes das da QED, sendo uma das principais distinções a possibilidade de interação direta entre glúons, algo sem equivalente na QED, onde fótons não interagem entre si. Um dos grandes avanços que consolidou a QCD como uma teoria de Gauge não-abeliana (cujos geradores não comutam) foi a descoberta, em 1973, de Gross, Wilczek e Politzer sobre a liberdade assintótica, fenômeno que ocorre entre quarks e glúons em altas escalas de energia (que será discutido em 2.2) (ANSELMINO, 2013).

Nas interações da QED, o fóton atua como mediador do processo. Na QCD, por outro lado, a interação é mediada por oito glúons, cada um representando uma combinação bicolor de carga de cor (THOMSON, 2013). A densidade lagrangiana da QCD incorpora as interações esperadas entre os quarks e os oito glúons, adicionando complexidade à teoria. Na QCD, os quarks apresentam uma carga de cor que pode ser vermelha, azul ou verde, além das correspondentes anti-cores (anti-vermelho, anti-azul e anti-verde). Assim, apenas partículas que possuem carga de cor (como os quarks) interagem com os glúons. A densidade lagrangiana da QCD, portanto, considera esse novo grau de liberdade representado pela carga de cor, característica fundamental da teoria de Gauge não-abeliana $SU(3)$.

Neste capítulo vamos analisar a Lagrangiana da QCD e também as regras de Feynman, essencial para os diagramas de interação entre núcleos. Discutiremos sobre a liberdade assintótica e a impossibilidade de quarks livres na natureza. Apresentamos também a física do espalhamento profundamente inelástico para os núcleos de colisão e por fim, a violação do x de Bjorken, onde a função de estrutura depende da virtualidade.

2.1 LAGRANGIANA DA QCD E REGRAS DE FEYNMAN

A Lagrangiana da QCD é dada por (KOVCHEGOV; LEVIN, 2013)

$$\mathcal{L}_{QCD} = \sum_f \bar{q}_i^f(x) [i\gamma^\mu D_\mu - m_f]_{ij} q_j^f(x) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu}. \quad (1)$$

Na equação (1) podemos interpretar alguns termos como os campos de quark q_i^f e $\bar{q}_i^f = q_i^{f\dagger} \gamma^0$, que é o campo adjunto de q_i^f ². Temos, também, a massa m_f do quark e o campo

¹ No grupo $SU(3)$, "S" refere-se a "*special*", indicando que o operador de transformação possui determinante igual a 1. "U" significa que este operador é unitário ($\hat{U}^\dagger \hat{U} = \mathbb{I}$), e "3" refere-se ao número de cores da QCD (sendo elas: verde, azul e vermelho).

² Nesta definição, γ^0 é uma matriz de Dirac (THOMSON, 2013).

$A_\mu^a(x)$ que descreve o campo de glúons relacionado na equação 2. O somatório ocorre sobre todos os sabores de quarks. O índice a remete a oito glúons. Na equação (1), D_μ é a derivada covariante definida por

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu = \partial_\mu - igt^a A_\mu^a. \quad (2)$$

O símbolo t^a representa os geradores do grupo SU(3) (relacionado às matrizes de Gell-Mann). O tensor $F_{\mu\nu}^a$, análogo ao tensor de campo eletromagnético, pode ser definido como construído a partir do campo de glúons A_μ^a (ANSELMINO, 2013)

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (3)$$

A lagrangiana da QCD é definida com base em observações experimentais (GROSS; WILCZEK, 1974), sendo uma delas o fato de que todos os hadrons são compostos por quarks, que, por sua vez, não são encontrados livres na natureza. Isso está intimamente ligado à propriedade de confinamento, que postula que os objetos observáveis na natureza devem estar em um estado singuleto de cor. Assim, é necessário considerar o número quântico de cor para formar objetos no estado singuleto de cor. Exemplos de hadrons (objetos em estado singuleto de cor) são os bárions, formados pela combinação das três cores, e os mésons, formados pela combinação de cor e anti-cor.

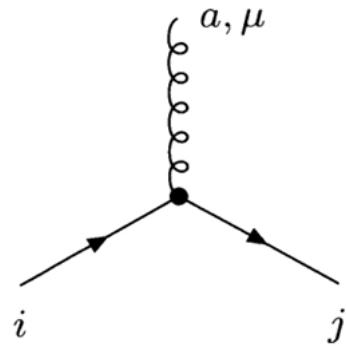
Os quarks que compõem os hadrons não podem ser encontrados livres na natureza (EISBERG; RESNICK, 1979). A força entre os quarks aumenta com a distância entre eles, de modo que, quanto maior a separação, maior a força que os impede de se separarem completamente do hadron. Por outro lado, em pequenas distâncias (provadas em altas energias), os quarks se comportam como se estivessem praticamente livres. Esta importante propriedade é chamada de liberdade assintótica e sua existência permite o cálculo perturbativo em diversos processos em altas energias.

A partir da equação (1), podemos deduzir as regras de Feynman (FEYNMAN, 1949) que representam os processos na QCD. Essas regras fornecem uma representação visual das interações entre quarks e glúons. Apresentamos um exemplo de diagrama de Feynman na QCD na figura 3, onde as letras (a, b, c, ..., indo de 1 a 8) indicam os oito glúons, e as letras (i, j, ..., indo de 1 a 3) representam as cores dos quarks. Vejamos a seguir algumas regras adotadas

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \bar{u}_p & \rightarrow & \text{quarks que saem de um vértice,} \\ u_p & \rightarrow & \text{quarks que chegam a um vértice,} \\ v_p & \rightarrow & \text{antiquarks que saem de um vértice,} \\ \bar{v}_p & \rightarrow & \text{antiquarks que chegam de um vértice,} \\ \frac{i}{p'-m} = i \frac{p'+m}{p^2-m^2} & \rightarrow & \text{propagador de quarks.} \end{array} \right. \quad (4)$$

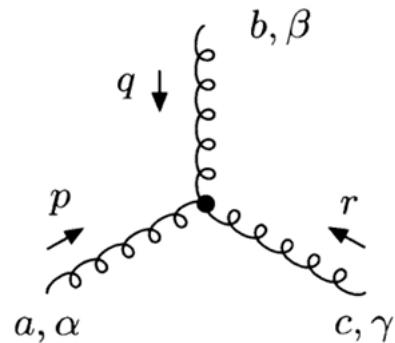
Além destas regras para vértices, temos também conforme (BARONE; PREDAZZI, 2002) o propagador de glúons $\frac{i}{q^2}(-g_{\mu\nu} + (1+\xi)\frac{q^\mu q^\nu}{q^2})$, sendo $g_{\mu\nu}$ o tensor métrico onde no calibre de

Figura 3 – Exemplo de diagrama de Feynman 1.



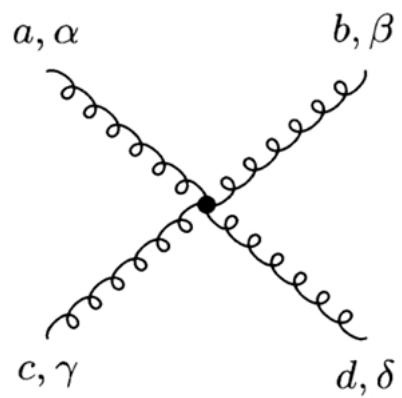
Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 4 – Exemplo de diagrama de Feynman 2.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Figura 5 – Exemplo de diagrama de Feynman 3.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Feynmann ($\xi = 1$), e o propagador fica da mesma forma que o propagador de fótons $-i\frac{g_{\mu\nu}}{q^2}$. Os termos p, q são quadrimomentos das partículas.

Nos diagramas de Feynman, as partículas se propagam para frente no tempo, enquanto as antipartículas se propagam para trás. Isso se deve à convenção de leitura dos diagramas de Feynman, em que o tempo é representado no eixo horizontal, progredindo da esquerda para a direita.

Observamos na figura 3 a regra do vértice para QCD, onde na equação 5 temos o vértice quark-glúon-quark (ANSELMINO, 2013). Neste vértice, se identifica a constante de acoplamento forte associada, $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ e a matriz γ^μ na representação Dirac-Pauli

$$-ig_s(\frac{\lambda_a}{2})_{ji}\gamma^\mu. \quad (5)$$

Temos também o diagrama de interação entre três glúons na figura 4. Podemos observar na equação 6 a constante de acoplamento forte associada a g_s e o fator f_{abc} sendo constantes de estrutura que caracterizam a álgebra do grupo SU(3). A regra para este diagrama é dada por

$$-g_sf_{abc}[(p-q)^\gamma g^{\alpha\beta} + (q-r)^\alpha g^{\beta\gamma} + (r-p)^\beta g^{\gamma\alpha}]. \quad (6)$$

Da mesma forma, para uma interação entre 4 glúons, temos

$$-ig_s^2f_{eac}f_{ebd}[g^{\alpha\beta}g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\delta}g^{\beta\gamma}] + f_{ead}f_{ebc}[g^{\alpha\beta}g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma}g^{\beta\delta}] + f_{eab}f_{ecd}[g^{\alpha\gamma}g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta}g^{\beta\gamma}]. \quad (7)$$

Essas equações que regem a interação de três e quatro glúons apresentadas, vem a partir da densidade de lagrangiana da QCD expandindo seus termos (ANSELMINO, 2013).

2.2 LIBERDADE ASSINTÓTICA E CONFINAMENTO

Os quarks são partículas elementares que possuem sabor e carga elétrica fracionada (ANSELMINO, 2013). Essas partículas compõem os hadrons, como prótons e nêutrons. Consequentemente, quando ocorre uma colisão entre íons no LHC temos alguns efeitos intrigantes sobre a interação dos quarks, conhecido como liberdade assintótica e confinamento (MOREIRA, 2017).

Seguindo a teoria da cromodinâmica quântica (QCD), quando um quark é produzido, ele rapidamente se combina com outros quarks para formar hadrons, consequentemente, não é possível haver quarks livres na natureza. Na QCD, a intensidade da interação entre esses quarks é descrita pela constante de acoplamento forte (POLITZER, 1973)

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + \frac{\alpha_s(\mu^2)}{12\pi}(33 - 2n_f)\ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right)}. \quad (8)$$

Nesta equação, Q^2 é a escala de energia do processo. Por outro lado, $n_f = 3, 4, 5$ ou 6 se refere ao número de sabores dos *loops* de quarks no problema, e dependem da escala de energia em relação à massa do quark (ou seja, se a energia do processo é suficiente para criar o quark). A constante de acoplamento deve ser baixa em situações de alta energia. Observa-se que uma constante de acoplamento pequena implica em uma situação onde os quarks interagem de maneira fraca, comportando-se quase como se estivessem "livres".

Na cromodinâmica quântica temos de *loops* de quarks e glúons que estão associados a efeitos de blindagem e antiblindagem, respectivamente (ANSELMINO, 2013). Ao voltar nossa atenção para os glúons e seus *loops*, podemos observar que, quando combinados, esses efeitos geram um processo contrário ao comportamento esperado para o módulo da força forte. Em geral, essa força aumenta à medida que os quarks se afastam e diminui quando eles se aproximam. Esses efeitos nos glúons resultam na conhecida antiblindagem, que é uma característica fundamental da QCD e está relacionada à liberdade assintótica. O parâmetro de acoplamento tende a aumentar para grandes distâncias ou para pequenos valores de Q^2 , ou seja, há o confinamento de quarks e glúons, com um ponto crítico onde se utilizam os métodos da QCD. Desta forma, é conveniente reescrever a equação (8) ao considerar que existe um valor crítico para o parâmetro de referência μ o valor pode ser expresso da seguinte forma (ANSELMINO, 2013)

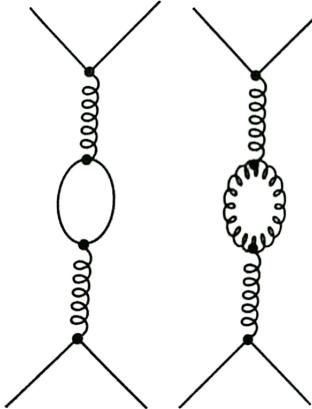
$$\Lambda_{QCD}^2 = \mu^2 \exp \left(-\frac{1}{\frac{33-2n_f}{12\pi} \alpha_s(\mu^2)} \right) \quad (9)$$

portanto podemos expressar a constante de acoplamento como

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{12\pi}{(33-2n_f) \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda_{QCD}^2} \right)}. \quad (10)$$

Na equação (10), a constante de acoplamento é definida em termos da escala de confinamento Λ_{QCD} . Esta escala separa os regimes de valores grandes de $\alpha_s (\sim 1)$, que é o regime não perturbativo e ocorre quando $Q^2 \sim \Lambda_{QCD}^2$, do regime perturbativo associado a baixos valores de $\alpha_s \ll 1$, que ocorre em $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$. Esta escala tem a ordem de grandeza típica da massa de um hadrôn leve, isto é, $\Lambda \sim 200 - 500 MeV$.

Figura 6 – Diagramas para correção do parâmetro de acoplamento.



Fonte: Anselmino(2013)

Os diagramas simbolizam o loop de férmons e glúons. Onde o diagrama a esquerda representa o *loop* de férmons causa o acréscimo do parâmetro de acoplamento, por outro lado, o diagrama a direita é o *loop* de glúons causa o decréscimo.

2.3 ESPALHAMENTO PROFUNDAMENTE INELÁSTICO

O espalhamento profundamente inelástico (*Deep Inelastic Scattering - DIS*) possui uma importância histórica no estudo da QCD, pois permite a investigação da estrutura dos hadrons. Ele consiste em espalhar elétrons altamente energéticos (que são partículas sem estrutura) com prótons, a fim de compreender a estrutura interna dos prótons. (BARONE; PREDAZZI, 2002). Na realidade, durante a quebra do hadrón, deve ocorrer o processo de troca de bósons. Para o nosso estudo, temos a troca de bóson Z^0 ou γ que descreve a corrente neutra, possuindo um lepton carregado em seu estado inicial e final (CASTRO, 2012)

O processo do DIS com troca de fótons pode ser representado pela seguinte equação

$$l(p) + N(P) \rightarrow l'(p') + X(P_x), \quad (11)$$

que apresenta informações acerca da interação elétron-hadrón. Por meio do diagrama de Feynman podemos representar conforme a figura 7, onde o termo V^* do diagrama é o bóson trocado. Observamos pela equação (11) os quadrimomentos iniciais p e P para o lepton e hadrón, os outros termos p' e P_x são após a interação. Vamos utilizar na sequência as variáveis de Mandelstam para equacionar os quadrimomentos.

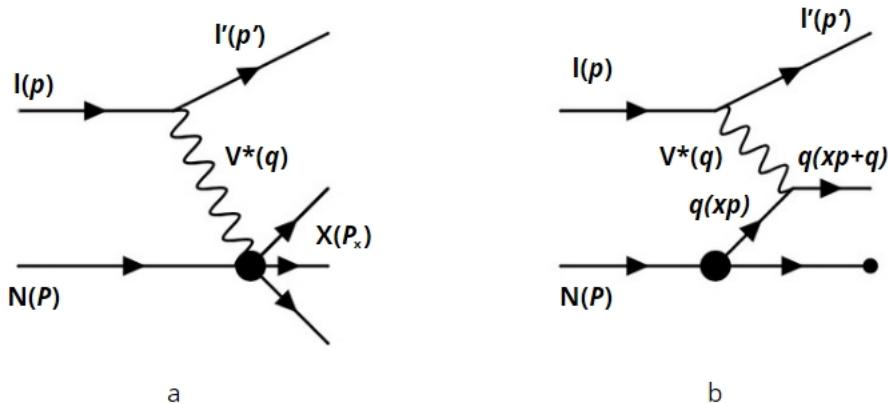
Podemos definir o quadrado da energia de centro de massa elétron-hadrón como $s = (p+P)^2$. O momento transferido $q^2 = -Q^2 = (p-p')^2$, sendo Q^2 a virtualidade do fóton. Outras variáveis de interesse são

$$W^2 = (P+q)^2, \quad (12)$$

que é o quadrado da energia de centro de massa fóton-hadrón,

$$\nu = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{2m_N}, \quad (13)$$

Figura 7 – Diagrama para interação lépton-hádron.



Fonte: Elaborado pelo autor(2024)

O diagrama representa a interação entre um elétron e um hadrôn no qual retrata bem a troca de um bóson durante o processo. Após essa troca cada partícula passa a ter um novo quadrimomento.

que representa a perda de energia do elétron durante o processo de espalhamento. No referencial de repouso do próton,

$$x = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - m_N^2}, \quad (14)$$

conhecida como x de Bjorken, que é interpretada como a fração de momento do próton portada pelo quark interagente e

$$y = \frac{W^2 + Q^2 - m_N^2}{s - m_N^2}, \quad (15)$$

que é uma medida da fração da energia do processo carregado pelo elétron final.

Quando consideramos a energia do centro de massa do sistema fóton-próton W^2 muito maior que a energia de repouso m_N , é possível definir também uma relação entre a fração de energia carregada pelo elétron e a virtualidade.

$$xy = \frac{Q^2}{s}. \quad (16)$$

2.3.1 Espalhamento elástico elétron-quark

O espalhamento elástico elétron-hadron pode ser dado nesse caso também como o processo entre um elétron e um quark. Na realidade, entendemos que o quark carrega frações do hadrôn, nesse caso, a carga fracionada e também fração de momento (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011). Definindo a fração como $p \rightarrow xp$ e $s \rightarrow xs$ respectivamente, a fração de momento que o quark deve possuir e o quadrado da energia de centro de massa. Para contextualizar, o espalhamento elástico elétron-quark pode ser representado por diagrama de Feynmann conforme

a figura (7b). Com base nisso, definimos a seção de choque abaixo. (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011)

$$\frac{d\sigma}{dy} = \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} [1 + (1 - y)^2] x' s e_i^2 \quad (17)$$

na qual $Q^2 = sy$. Para encontrar essa equação (17) definimos uma função de distribuição $f_i(x)$ para a probabilidade do quark i carregar a fração de momento do hadrônio. Temos para os pártons a fração de carga elementar e_i . De forma geral a seção de choque para esse processo de espalhamento pode ser descrita com a função de distribuição citada onde são considerados os tipos de quarks com suas frações x do momento do hadrônio conforme a equação 18, (BARONE; PREDAZZI, 2002).

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{2\pi\alpha^2}{xQ^4} [1 + (1 - y)^2] \sum_i e_i^2 x f_i(x). \quad (18)$$

2.3.2 Espalhamento inelástico lépton-hadrônio

A partir do diagrama da figura (7), definimos a seção de choque do processo de espalhamento inelástico lépton-hadrônio (BARONE; PREDAZZI, 2002) da seguinte forma

$$d\sigma = \frac{1}{4(p \cdot P)} \left(\frac{1}{2} \sum_{s_l, s'_l} \right) \left(\frac{1}{2} \sum_S \right) \sum_x \int \frac{d^3 P_x}{(2\pi)^3 2P_x^0} (2\pi)^4 \delta^4(P + p - P_x - p') |M|^2 \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'}. \quad (19)$$

Devemos salientar que os somatórios descritos na equação (19) são para os spins das partículas $\sum_{s_l, s'_l}, \sum_S, \sum_X$. Temos também a delta de Dirac $\delta^4(P + p - P_x - p')$ de conservação de quadrimomento. Por outro lado, $\frac{d^3 P_x}{(2\pi)^3 2P_x^0}$ e $\frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2E'}$ que representam o espaço de fase, no qual E' é a energia do lépton final, X e do elétron emergente, respectivamente.

A seção de choque diferencial para o processo é dada por (HALZEN; MARTIN, 1984)

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{em}^2}{2m_N Q^4} \frac{E'}{E} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (20)$$

No qual E e E' são respectivamente, as energias do elétron incidente e espalhado e também $d\Omega$ é o ângulo sólido em um espalhamento θ . O parâmetro α_{em} é a constante de acoplamento eletromagnética. Temos também o tensor leptônico $L_{\mu\nu}$ associado ao elétron, dado por

$$L_{\mu\nu} = 2(p_\mu p'_\nu + p_\nu p'_\mu - g_{\mu\nu} p \cdot p'), \quad (21)$$

e $W^{\mu\nu}$ é o tensor hadrônico, o qual, devido à estrutura interna do próton, não pode ser determinado trivialmente. É possível mostrar que a forma mais geral para o tensor hadrônico é dada por

$$W^{\mu\nu} = -W_1(x, Q^2) \left(g^{\mu\nu} - \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2(x, Q^2)}{m_N^2} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right), \quad (22)$$

onde o tensor é parametrizado em termos das chamadas funções de estrutura W_1 e W_2 (HALZEN; MARTIN, 1984), que descreve a estrutura interna do próton. Temos também p e q respectivamente, o quadrimomento do próton e fóton. Manipulando a equação (20) e usando a parametrização do tensor hadrônico, podemos escrever a seção de choque diferencial em termos do ângulo de espalhamento do elétron θ (no referencial de repouso do próton) como

$$\frac{d\sigma}{dE'd\Omega} = \frac{4\alpha_{em}^2 E'^2}{Q^4} \left[2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} + W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \right]. \quad (23)$$

As funções de estrutura são, normalmente redefinidas por

$$F_1(x, Q^2) = m_N W_1(v, Q^2) \quad (24)$$

e também

$$F_2(x, Q^2) = v W_2(v, Q^2), \quad (25)$$

as quais, conforme Bjorken (BJORKEN, 1969), para $v, Q^2 \rightarrow \infty$ passam a depender apenas de x . Este comportamento é chamado de scaling de Bjorken e corresponde ao fato de que o próton é composto de partículas de spin 1/2 (HALZEN; MARTIN, 1984). É possível mostrar que a parametrização mais geral para o tensor hadrônico pode ser escrita em termos de F_1 e F_2 como (BARONE; PREDAZZI, 2002)

$$W_{\mu\nu} = 2 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right) F_1(x, Q^2) + \frac{2}{(P \cdot q)} \left[\left(P_\mu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(P_\nu - \frac{P \cdot q}{q^2} q_\nu \right) \right] F_2(x, Q^2). \quad (26)$$

Considerando as trocas de variáveis

$$x = \frac{Q^2}{2Mv} = \frac{2EE' \sin^2 \frac{\theta}{2}}{M(E - E')} \quad (27)$$

$$y = 1 - \frac{E'}{E} \quad (28)$$

podemos escrever também a seção de choque da DIS

$$\frac{d\sigma}{dxdy} = \frac{4\pi\alpha_{em}^2 s}{Q^4} \left[xy^2 F_1(x, Q^2) + \left(1 - y - \frac{xyM^2}{s} \right) F_2(x, Q^2) \right] \quad (29)$$

A seção de choque para a interação de um fóton virtual com um náucleon ($\gamma^* N$) pode ser escrita como (HALZEN; MARTIN, 1984)

$$\sigma_{\lambda}^{\gamma^* N}(x, Q^2) = \frac{2\pi^2 \alpha_{em}}{m_N \sqrt{v^2 + Q^2}} \epsilon_{\mu}^{\lambda} \epsilon_v^{\lambda *} W^{\mu\nu}, \quad (30)$$

onde o quadrivetor ϵ_{μ}^{λ} é o quadrivetor de polarização do fóton de helicidade λ .

Dessa forma é possível encontrar a seção de choque $\gamma^* p$ longitudinal e transversal (MOREIRA, 2017), respectivamente:

$$\sigma_L^{\gamma^*N} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{\sqrt{v^2+Q^2}} \left[-W_1 + \left(1 + \frac{v^2}{Q^2} \right) W_2 \right], \quad (31)$$

$$\sigma_T^{\gamma^*N} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{\sqrt{v^2+Q^2}} W_1, \quad (32)$$

Inserindo as relações de função de estrutura das equações (24) e (25), temos

$$\sigma_L^{\gamma^*N} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} [F_2 - 2xF_1], \quad (33)$$

$$\sigma_T^{\gamma^*N} = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} 2xF_1. \quad (34)$$

Podemos ainda definir cada termo como função de estrutura longitudinal e transversal, respectivamente: $F_L = F_2 - 2xF_1$ e $F_T = 2xF_1$ resultando na seção de choque expressa em termos dessas funções de estrutura

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_{L,T}(x, Q^2) \quad (35)$$

De forma que $F_2 = F_L + F_T$ resultando na seção de choque σ^{γ^*N} proporcional a F_2

$$\sigma^{\gamma^*N}(x, Q^2) = \frac{4\pi^2\alpha_{em}}{Q^2} F_2(x, Q^2). \quad (36)$$

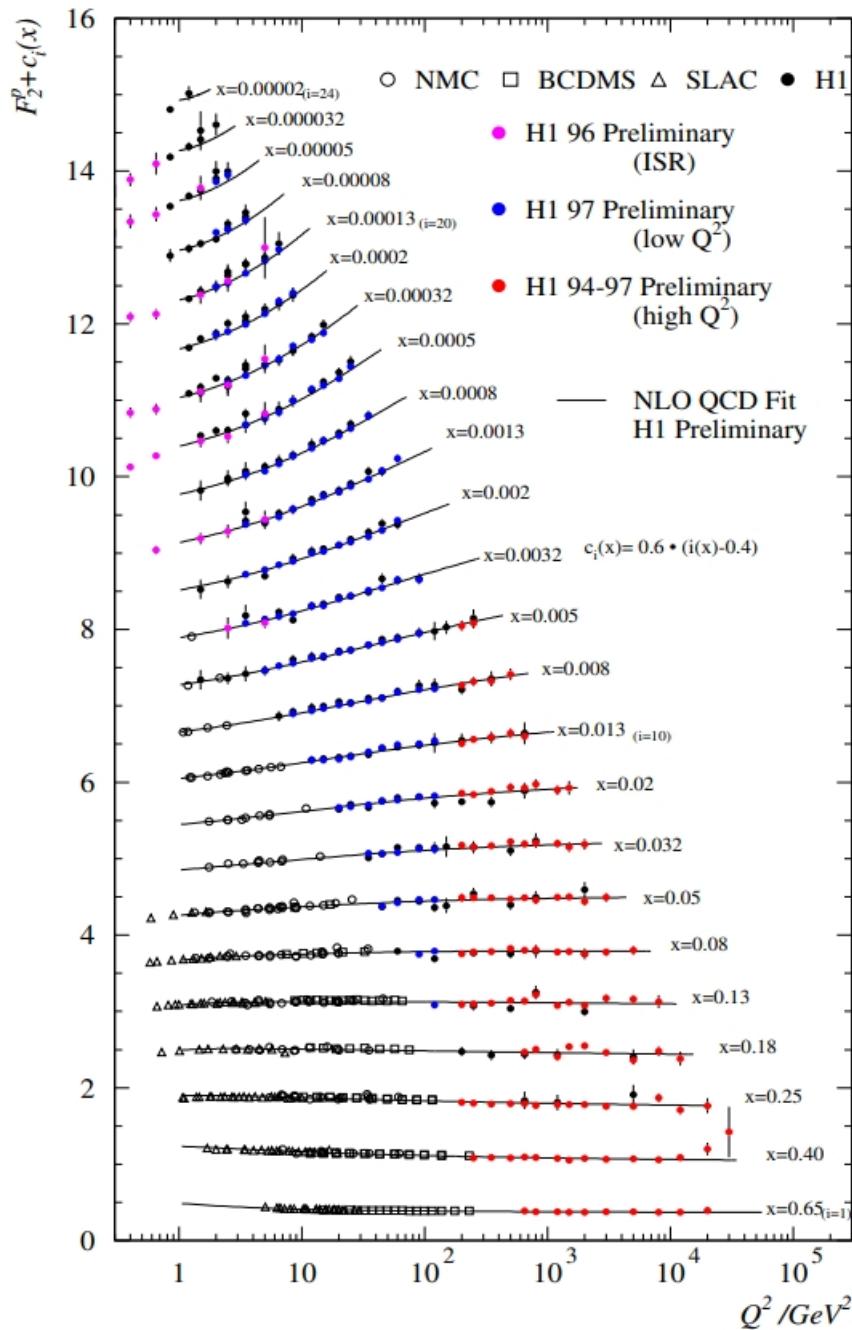
2.3.3 Violação do scaling de Bjorken e evolução DGLAP

Conforme foi discutido na seção anterior, as funções de estrutura que, em princípio, poderiam depender de x e Q^2 , passam a depender apenas de x , que está diretamente ligado ao fato de que prótons são compostos por partículas de spin 1/2 (ANSELMINO, 2013). Este comportamento pode ser observado na Figura 8 para valores moderados de x , em torno de 0,08, onde a função de estrutura F_2 é aproximadamente constante com a virtualidade. Este comportamento foi obtido desconsiderando a presença de glúons.

Por outro lado, como quarks portam carga de cor, glúons devem ser emitidos, afetando a dinâmica da interação. Os processos envolvendo glúons provocam uma violação do scaling de Bjorken, de forma que a função de estrutura F_2 passa a depender não apenas de x , mas também de Q^2 . Isto pode ser observado na Figura 8 para valores de x menores do que 0,08.

A Figura 9, mostra quais são os diagramas envolvendo glúons que contribuem para o DIS em ordem mais baixa na constante de acoplamento forte α_s . Estas são as correções da QCD ao DIS que levam às violações do scaling de Bjorken. A existência dos glúons nos leva a processos complicados que afetam a dinâmica interna do próton (MOREIRA, 2017). Por exemplo, podemos ter a emissão de glúons por quarks ou por outros glúons, além da flutuação de glúons em pares quark-antiquark. Isto provoca modificações nas funções de distribuição de quarks e glúons dentro dos prótons.

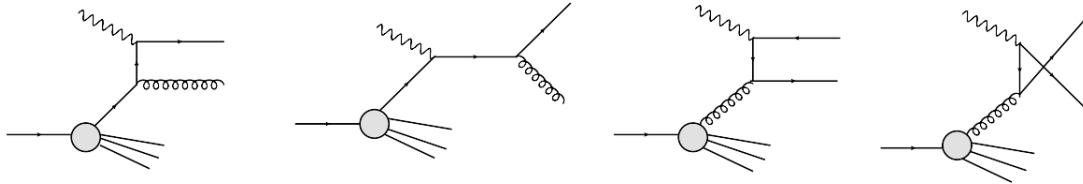
Figura 8 – Relação função de estrutura e virtualidade



Fonte: MARAGE(1999)

Função de estrutura em função da virtualidade para determinado valor de x . Um valor de x elevado indica uma independência entre função de estrutura e virtualidade. Entretanto, para pequenos valores de x , uma curva que depende tanto da virtualidade como de x .

Figura 9 – Correções da QCD ao DIS.



Fonte: MOREIRA, B.D. (2017)

A modificação nas funções de distribuição de pártons (quarks e glúons) dentro do próton com a virtualidade é regida pelas equações de evolução DGLAP (propostas por Dokshitzer–Gribov–Lipatov–Altarelli–Parisi). Estas equações são equações íntegro-diferenciais acopladas que evoluem as distribuições de quarks $q(x, Q^2)$ e glúons $g(x, Q^2)$, dadas por (HALZEN; MARTIN, 1984)

$$\frac{\partial q_f(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[q_f(y, Q^2) P_{qq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{qg} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (37)$$

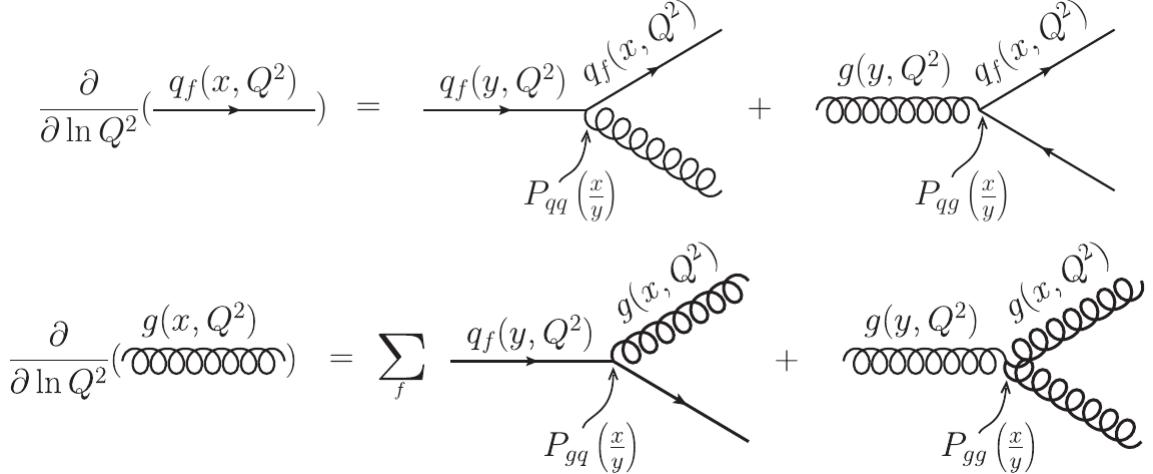
para a evolução das funções de distribuição de quarks (f denota o sabor do quark) e

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} \left[\sum_f q_f(y, Q^2) P_{gq} \left(\frac{x}{y} \right) + g(y, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (38)$$

para a evolução da função de distribuição de glúons, onde a soma é dada sobre quarks e antiquarks de todos os sabores.

As equações DGLAP podem ser representadas de forma simbólica, como na figura 10. A primeira linha mostra que um quark com fração de momento x pode ter sido gerado de dois processos distintos. No primeiro, um quark com fração de momento y do próton emite um glúon e torna-se um quark com fração de momento x . Além disso, $P_{qq}(x/y)$ é a função de splitting (ou desdobramento), relacionada à probabilidade de que um quark com fração de momento x tenha se originado de um quark com fração de momento y . No segundo processo, um glúon com fração de momento y do próton, flutua num par quark-antiquark, com o quark possuindo uma fração de momento x do próton (MARTINS, 2018). Analogamente, a probabilidade para que um quark com fração de momento x tenha vindo deste processo de aniquilação, proveniente de um glúon "pai" com fração de momento y do próton, é descrito pela função de splitting $P_{qg}(x/y)$. Conclusões semelhantes podem ser obtidas ao analisarmos a segunda linha da figura 10. Neste caso, um glúon com fração de momento x do próton pode ter vindo de um quark com fração de momento y do próton (primeiro termo) ou do diagrama de um glúon com fração de momento y do próton se dividindo em dois, onde o glúon interagente porta a fração x . As probabilidades de ocorrência destes processos são descritas pelas funções de splitting P_{gq} e P_{gg} , respectivamente.

Figura 10 – Equações DGLAP em forma simbólica.



Fonte: PIRES, D.S. (2019)

A figura retrata as combinações possíveis de quarks e glúons, onde para cada processo se tem uma probabilidade de ocorrer. Por exemplo, para $P_{qq}(\frac{x}{y})$ a probabilidade de um quark com momento y , emitir um glúon e então o mesmo quark passa a ter um momento x .

As funções de splitting são dadas por ($z = x/y$), (SANTOS, 2024)

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + 2\delta(1-z), \quad (39)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (40)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{3}{4} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \quad (41)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) \right] + \left(\frac{11}{2} - \frac{N_f}{3} \right) \delta(1-z), \quad (42)$$

com a notação

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}, \quad (43)$$

sendo $(1-z)_+ = (1-z)$ para $z < 1$, mas infinito para $z = 1$.

No regime de altas energias, a dinâmica interna dos hadrons é dominada por glúons. Neste caso, embora não sejam conhecidas soluções analíticas para as equações DLGAP, é possível encontrar uma solução para o limite de grande Q^2 e pequeno x . Nestas condições, portanto, podemos considerar apenas o setor de glúons das equações DGLAP, isto é

$$\frac{\partial g(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dy}{y} g(y, Q^2) P_{gg} \left(\frac{x}{y} \right). \quad (44)$$

É possível mostrar que a solução aproximada para a distribuição de glúons, no limite duplamente

assintótico de $\ln Q^2$ e $\ln \frac{1}{x}$ grandes, é dada por (BARONE; PREDAZZI, 2002)

$$xg(x, Q^2) \sim A \exp \left(2 \sqrt{\frac{3\alpha_s}{\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \ln \left(\frac{x_0}{x} \right)} \right), \quad (45)$$

onde $Q^2 >> Q_0^2$. Esta solução nos mostra que a distribuição de glúons cresce com o aumento da virtualidade Q^2 e com a diminuição de x . Consequências importantes deste resultado serão discutidas no próximo capítulo.

No próximo capítulo, vamos discutir a dinâmica de altas energias e apresentar ferramentas de fundamental importância em nossos estudos. Iniciamos com uma discussão de algumas equações de evolução e seus limites em altas energias. Logo após, introduzimos o fenômeno de saturação, o qual fornece importantes descrições para interações em altas energias e altas densidades. Por fim, apresentamos o formalismo de dipolo de cor, ferramenta fundamental para nosso estudo que permite o cálculo de seções de choque fóton-próton e fóton-núcleo.

3 DINÂMICA DE ALTAS ENERGIAS

Neste capítulo, abordaremos diversas situações relacionadas à dinâmica em regime de pequeno x (ou altas energias). A partir de 1993, experimentos conduzidos no acelerador de partículas HERA (*Hadron–Electron Ring Accelerator*) possibilitaram o estudo de espalhamento elétron-próton em uma escala de energia relativamente alta ($\sqrt{s} \approx 320 \text{ GeV}$). Esses experimentos revelaram um aumento significativo na densidade de glúons em regimes de pequeno x . Neste capítulo, analisaremos esses processos através do formalismo de dipolo e discutiremos a física de saturação, relacionada a efeitos de altas densidades de glúons.

3.1 RESSOMA NA QCD

Em QCD, os observáveis físicos, como as seções de choque, podem ser escritos como séries de potências em α_s . Entretanto, nos cálculos destes observáveis, os termos em α_s são acompanhados de logaritmos de variáveis cinemáticas (como x e Q^2) que podem se tornar muito grandes. Portanto, temos que, baixos valores de α_s , podem ser compensados pelos grandes valores destes logaritmos, quebrando a série perturbativa. No contexto do DIS, por exemplo, grandes logaritmos de Q^2 ($\ln Q^2$) podem ser ressomados via método do grupo de renormalização que, neste caso, levam às equações DGLAP. Outro caso de extremo interesse ocorre para pequenos valores de x (correspondente ao limite de altas energias) levando a grandes logaritmos do tipo $\ln(1/x)$.

Vamos primeiramente discutir a aproximação de logaritmo dominante (*LLA-Leading Log Approximation*) referente à ressoma dos termos do tipo $\alpha_s^n \ln^n Q^2$ para a n -ésima ordem perturbativa. Neste caso, em cada ordem perturbativa, apenas a maior potência em $\ln Q^2$. Simbolicamente, este ressoma pode ser representada como

$$LLA : \sum_n \alpha_s^n \ln^n Q^2 \left(\ln^n \frac{1}{x} + \ln^{n-1} \frac{1}{x} + \dots \right). \quad (46)$$

Diagramaticamente, a LLA é representada pela figura 11 (a). Esta aproximação corresponde a um forte ordenamento nos momentos transversos

$$Q^2 \gg \vec{k}_\perp^2 \gg \vec{k}_{1\perp}^2 \gg \vec{k}_{2\perp}^2 \gg \dots \gg \vec{k}_{n\perp}^2, \quad (47)$$

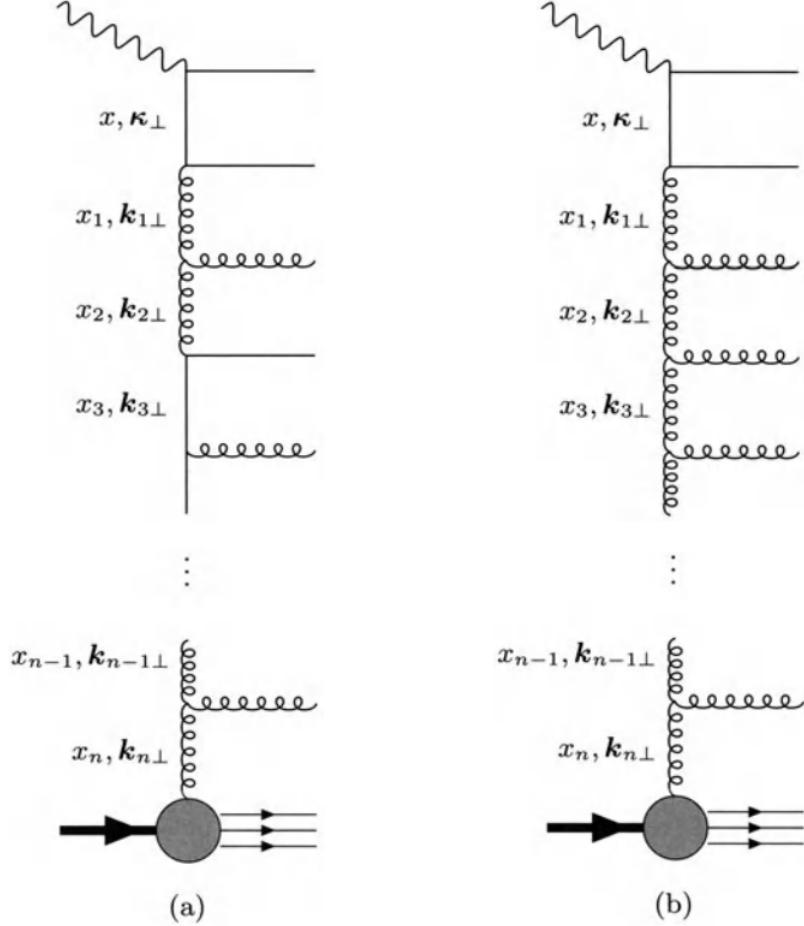
mas com ordenamento normal nas frações de momento longitudinais

$$x < x_1 < x_2 < \dots < x_n < 1. \quad (48)$$

Termos do tipo $\alpha_s^n \ln^{n-1} Q^2$ são termos subdominantes e levariam às equações DGLAP com correções além da ordem dominante.

Para valores de x pequenos e valores moderados de Q^2 , a ressoma deve ser feita em $\ln(1/x)$. Esta aproximação é chamada de aproximação de logaritmo dominante em $1/x$ (*LL_xA-Leading ln(1/x) Approximation*). Simbolicamente, esta aproximação pode ser representada

Figura 11 – Diagramas tipo escada para (a) LLA e para (b) LL_xA .



Fonte: Barone (2002)

A figura retrata os diagramas escada para ordenamentos em Q^2 e momento transverso, e também x e momento longitudinal. O diagrama a esquerda ressalta o extremo para grandes virtualidades que levam consequentemente as equações DGLAP. Outro extremo, para pequeno x acontece uma escada de glúons, uma evolução em energia que nos leva a equação BFKL.

por

$$LL_xA : \sum_n \alpha_s^n \ln^n \frac{1}{x} (\ln^n Q^2 + \ln^{n-1} Q^2 + \dots). \quad (49)$$

Esta aproximação está diagramaticamente representada na figura 11 (b). Podemos observar que este diagrama apresenta apenas glúons. Isto ocorre porque glúons são dominantes em altas energias. Além disso, esta aproximação corresponde a um forte ordenamento nas frações de momento longitudinais:

$$x \ll x_1 \ll x_2 \ll \dots \ll x_n \ll 1, \quad (50)$$

$$\vec{k}_\perp^2 \approx \vec{k}_{1\perp}^2 \approx \vec{k}_{2\perp}^2 \approx \dots \approx \vec{k}_{n\perp}^2, \quad (51)$$

A ressoma do tipo LL_xA nos leva à equação BFKL (derivada por Balitsky-Fadin-Kuraev-Lipatov). No contexto do DIS, a BFKL é uma equação íntegro-diferencial para a distribuição de

glúons não integrada, que se relaciona com a função de distribuição de glúons usual por

$$f(x, \vec{k}_\perp) = \frac{\partial x g(x, \vec{k}_\perp^2)}{\partial \ln \vec{k}_\perp^2}, \quad (52)$$

que pode ser interpretada como a probabilidade de encontrar no próton um glúon com fração de momento x e momento transverso \vec{k}_\perp .

Em termos de $f(x, \vec{k}_\perp)$, a equação BFKL pode ser escrita como

$$\frac{\partial f(x, \vec{k}^2)}{\partial \ln(1/x)} = \frac{3\alpha_s}{\pi} \vec{k}^2 \int_0^\infty \frac{d\vec{\kappa}^2}{\vec{\kappa}^2} \left[\frac{f(x, \vec{\kappa}^2) - f(x, \vec{k}^2)}{|\vec{\kappa}^2 - \vec{k}^2|} + \frac{f(x, \vec{k}^2)}{(4\vec{\kappa}^4 + \vec{k}^4)^{1/2}} \right]. \quad (53)$$

No limite de altas energias e grandes virtualidades, a equação BFKL leva a um resultado compatível com o da equação (45), que corresponderia a uma aproximação de duplo logaritmo dominante (grandes $\ln Q^2$ e $\ln \frac{1}{x}$). Além disso, para escalas de momento moderadas e pequeno x , temos a chamada aproximação de difusão (KOVCHEGOV; LEVIN, 2013)

$$f(x, k^2) \sim \left(\frac{1}{x}\right)^{\alpha_P - 1}, \quad (54)$$

onde $\alpha_P = 1,79$ para $\alpha_s = 0,3$, sendo uma constante associada ao crescimento de glúons inversamente proporcional a x . Esta solução apresenta um crescimento ainda mais acentuado da distribuição de glúons em relação à solução de duplo logaritmo dominante da equação (45).

3.2 UNITARIEDADE E SATURAÇÃO

As seções de choque obedecem à unitariedade, que estabelece um limite para as seções de choque hadrônicas no regime de altas energias (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011). Neste regime, a relação de Froissart-Martin fornece um limite para a seção de choque total, dado por

$$\sigma_{\text{tot}}(s) < A \ln^2 s, \quad (55)$$

onde s é a energia no centro de massa ao quadrado, e $A \approx 60 \text{ mb}$. (MARTIN, 1986)

Soluções para funções de estrutura e seções de choque em altas energias, tais como as soluções das equações (45) e (54), poderiam, em princípio, violar o limite descrito pela equação (55). Entretanto, conforme apontado em (DONNACHIE; LANDSHOFF, 1992), o aumento da seção de choque hadrônica com a energia do centro de massa é suave, seguindo $s^{0.08}$. Esse crescimento lento não viola o limite de Froissart, uma vez que seria necessária uma energia extremamente alta para atingir tal regime. Veremos posteriormente que as equações de evolução partônica apresentam um comportamento distinto devido aos efeitos de alta densidade de glúons.

Dentro da QCD, o modelo partônico apresenta efeitos importantes em regimes de altas energias, nos quais a densidade de glúons desempenha um papel crucial nos processos físicos.

Um dos efeitos relacionados à densidade de glúons é a redução da seção de choque devido aos efeitos de recombinação de glúons ($gg \rightarrow g$), em comparação às previsões das equações DGLAP e BFKL neste regime. Este é o chamado fenômeno da saturação de glúons, que seria responsável pelo crescimento numa velocidade adequada das seções de choque em altas energias, tendo em vista que, para o DIS em altas energias, $\sigma \sim xg(x, Q^2)$. Portanto, um crescimento inadequado das distribuições de glúons poderia levar a um crescimento inadequado das seções de choque de acordo com o limite de Froissart-Martin.

3.2.1 Dinâmica de alta densidade de glúons

Os efeitos de saturação podem ser incorporados na aproximação de duplo logaritmo dominante (isto é $\ln 1/x$ e $\ln Q^2$, chamado na literatura de *double leading log approximation - DLLA*), levando às equações GLR (devido à Gribov, Levin e Ryskin) (GRIBOV L. V.; RYSKIN, 1983). Esses efeitos podem ser descritos pela seguinte equação

$$\frac{\partial^2 xg(x, Q^2)}{\partial \ln Q^2 \partial \ln 1/x} = \frac{3\alpha_s}{\pi} xg(x, Q^2) - \frac{81\alpha_s^2}{16Q^2 R^2} [xg(x, Q^2)]^2, \quad (56)$$

onde o primeiro termo à direita representa a contribuição da aproximação DLLA das equações DGLAP para o setor de glúons, enquanto o segundo termo descreve o efeito de recombinação de glúons. Temos o "R" é a raio do próton.

Observa-se que o termo $xg(x, Q^2)$ pode crescer até atingir um limite onde $xg(x, Q^2) = \frac{48\pi Q^2 R^2}{81\alpha_s}$, momento em que a equação (56) se anula, refletindo o equilíbrio entre o crescimento da densidade de glúons e os efeitos de saturação (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011).

Podemos definir uma escala de energia Q_s , chamada de escala de saturação, que pode ser derivada da equação (56) e está associada à energia (MUELLER; QIU, 1986). Esta escala fornece

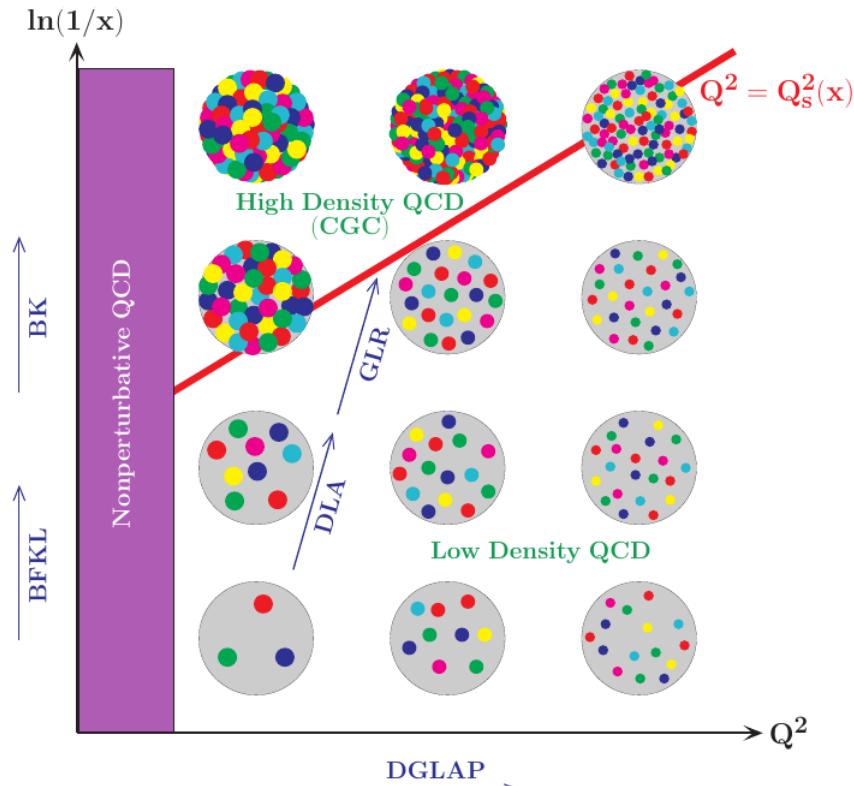
$$Q_s^2 \sim xg(x, Q^2), \quad (57)$$

e, como a densidade de glúons aumenta com o decréscimo de x , de acordo com a aproximação de difusão, $xg(x, Q^2) \sim (\frac{1}{x})^\lambda$, onde λ é um expoente que dita o aumento da densidade de glúons com a energia, levando a

$$Q_s^2 \sim \left(\frac{1}{x}\right)^\lambda. \quad (58)$$

Quando ($Q^2 \gg Q_s^2$), as equações de evolução lineares DGLAP ou BFKL continuam válidas, permitindo que a densidade de glúons no próton aumente até atingir um limite físico. Esse limite impede que o próton "colapse" devido ao acúmulo excessivo de glúons, garantindo a estabilidade do sistema, conforme discutido anteriormente. De maneira simplificada, a virtualidade é inversamente proporcional ao comprimento de onda, quanto menor o comprimento de onda maior a virtualidade e logo, conseguimos visualizar os partóns. Portanto, o aumento da virtualidade leva o sistema para um regime diluído, sem efeitos de altas densidades. Isto pode

Figura 12 – Estrutura interna do próton de acordo com diferentes equações de evolução.



Fonte: PIRES, D.S. (2019)

A figura retrata um gráfico de energia e virtualidade, onde conforme se aumenta a virtualidade temos as equações DGLAP e uma "resolução" maior da estrutura do próton. Por outro lado, o aumento da energia temos a equação BFKL e a saturação de glúons após a linha vermelha.

ser analisado simbolicamente na Figura 12, que mostra o comportamento da estrutura interna do próton evoluída de acordo com diferentes equações de evolução. Fixando o valor de x e evoluindo em virtualidade, temos um aumento do número de pártons acompanhado por uma diminuição das dimensões transversas, devido ao aumento da resolução. Como já discutimos, esta evolução é feita pela equação DGLAP e leva o sistema a um regime diluído. Fixando a virtualidade (resolução) e diminuindo os valores de x (energia), temos um aumento do número de pártons sem modificar suas dimensões, tendo em vista que a virtualidade está fixa. Isto torna o próton um objeto de altíssima densidade. Ao atravessar a linha vermelha que representa a escala de saturação $Q_S(x)$, é necessário que haja um mecanismo que freie o crescimento das distribuições de glúons, caso contrário o limite de Froissart-Martin poderia ser violado. Nesta região, de acordo com os modelos da física de saturação, efeitos de fusão de dois glúons em um passam a ser importantes. Estes efeitos são descritos por termos não lineares nas equações de evolução, tal como foi apresentado na equação GLR.

Para a descrição de hadrons em altas densidades existe o modelo de condensado de vidro de cor, que descreve a função de onda de um hadron com um grande número de glúons em altas energias (IANCU E. LEONIDOV, 2002). Nessa situação, devido ao grande número de

ocupação, os glúons podem ser tratados como um campo clássico de Yang-Mills e, a uma certa escala de energia, os processos internos de emissão e recombinação de glúons são mais lentos do que o tempo típico da colisão. Logo, dizemos que a dinâmica interna dos pártons tendem a "congelar", durante a duração da interação. Portanto, o nome condensado de vidros de cor pode ser compreendido da seguinte forma: Condensado de glúons, que são bósons de spin 1, Vidro devido ao fato de que a dinâmica interna permanece congelada durante a interação e Cor devido às cores dos glúons. A QCD, nesse contexto, fornece uma equação de evolução não linear em energia para descrever esse regime de saturação chamada de equação JIMWLK (devida a Jalilian-Marian-Iancu-McLerran-Weigert-Leonidov-Kovner) (KOVCHEGOV; LEVIN, 2013).

A equação JIMWLK é extremamente complicada e vai além dos objetivos desta dissertação. Entretanto, em aproximação de campo médio, onde correlações possam ser desprezadas, esta equação se reduz à equação devida à Batitsky e Kovchegov (equação BK), que simbolicamente pode ser representada por

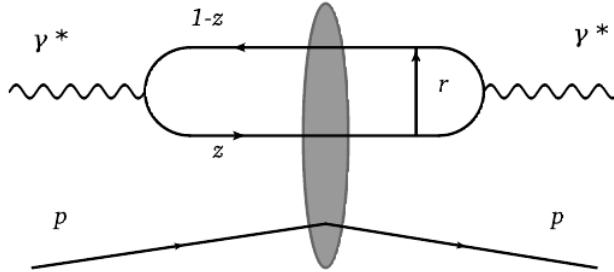
$$\frac{\partial \phi}{\partial \ln(\frac{1}{x})} = K_{BFKL} \otimes \phi - \overline{\alpha_s} \phi \otimes \phi, \quad (59)$$

onde $\phi(x, k) = k^2 f(x, k^2)$. Além disso, temos $\overline{\alpha_s} = \frac{N_c \alpha_s}{\pi}$, onde α_s é o acoplamento forte e N_c é o número de cores na QCD, enquanto o parâmetro K_{BFKL} refere-se aos termos característicos da equação linear BFKL de evolução (FORSHAW; ROSS, 1997), ou seja, o primeiro termo da equação acima é idêntico à equação BFKL discutida anteriormente. Essa equação descreve a produção de glúons em processos $g \rightarrow gg$ e a recombinação de glúons em processos $gg \rightarrow g$, sendo fundamental para a compreensão da dinâmica de glúons em altas energias. Entretanto, esta equação não possui solução analítica para toda a faixa de energia. Encontramos na literatura soluções numéricas, tal como (ALBACETE et al., 2009) e soluções aproximadas para altas energias na região de saturação (LEVIN; TUCHIN, 2000). Conforme será discutido mais adiante, neste trabalho, vamos utilizar modelos fenomenológicos que descrevem o fenômeno de saturação de forma analítica, devido sua simplicidade em comparação com a solução numérica da equação BK.

3.3 FORMALISMO DE DIPOLO PARA DIS

O formalismo de dipolo para DIS (NIKOLAEV N.N. ZAKHAROV, 1991) descreve um processo físico no qual um fóton virtual flutua em um par de quark e anti-quark que, posteriormente, interage com um próton. O tempo de interação dipolo-próton é menor que o tempo de formação do par, de forma que é possível considerar o dipolo de cor com separação transversa aproximadamente congelada durante o processo de espalhamento, o tempo de formação do par quark-antiquark, em altas energias, é $\tau_f \approx 1/(m_N x)$, onde m_N é a massa do núcleon. Este tempo é muito maior que o tempo de interação em altas energias, que é da ordem do raio do hadrôn interagente, pois em altas energias x é pequeno (BARONE; PREDAZZI, 2002).

Figura 13 – Variáveis do formalismo de dipolo.



Fonte: MOREIRA, B.D. (2017)

O diagrama retrata o processo onde o fóton virtual flutua no par quark anti-quark com emissão de um glúon.

A seção de choque para interação fóton-próton, no formalismo de dipolo (BARONE V.; ZAKHAROV, 1994), é dada pela equação abaixo

$$\sigma_{L,T}^{\gamma^*p}(x, Q^2) = \int_0^1 dz \int d^2r |\psi_{L,T}(z, r)|^2 \sigma(x, r). \quad (60)$$

Na seção de choque acima, z é a fração de momento longitudinal do fóton portada pelo quark, r é a separação transversa do par, ψ é a função de onda do fóton, relacionada à probabilidade de um fóton virtual flutuar em um dipolo de cor e $\sigma(x, r)$ é a seção de choque de interação dipolo-próton (que denotaremos simplesmente por seção de choque de dipolo). Estas variáveis são mostradas na Figura 13.

A seção de choque de dipolo (BARONE; PREDAZZI, 2002) se relaciona com a distribuição de glúons não integrada $f(x, \kappa)$ da seguinte forma

$$\sigma(x, r) = \frac{4\pi}{3} \int \frac{d^2\kappa}{\kappa^4} \alpha_s f(x, \kappa^2) (1 - e^{i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}}). \quad (61)$$

Onde κ é o momento transverso dos glúons no dipolo. Esta seção de choque pode ser modelada de forma a levar em conta efeitos de altas densidades de glúons. As funções de onda longitudinal e transversal dos fótons podem ser calculadas por teoria de perturbação e são dadas por (KOVCHEGOV; LEVIN, 2013)

$$|\psi_L(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q 4e_q^2 Q^2 z^2 (1-z)^2 K_0^2(\epsilon r) \quad (62)$$

e

$$|\psi_T(z, r)|^2 = \frac{6\alpha_{em}}{(2\pi)^2} \sum_q e_q^2 [z^2 + (1-z)^2] \epsilon^2 K_1^2(\epsilon r) \quad (63)$$

onde $\epsilon^2 = Q^2 z (1-z)$.

Analisando a equação (61) e expandindo o termo exponencial, podemos encontrar $\sigma(x, r) \approx r^2$. Isso implica em um pequeno tamanho de dipolo e alcançamos o regime conhecido

como transparência de cor, ou seja, um par de quark-antiquark praticamente transparente que não pode interagir via força forte. Na realidade uma aproximação mais precisa (NIKOLAEV N.N. ZAKHAROV, 1991) pode ser definida na equação abaixo

$$\sigma(x, r) \approx r^2 \alpha_s(r) \ln \left(\ln \frac{r^2}{r_0^2} \right). \quad (64)$$

Inserindo-a na equação (60), resulta na seção de choque transversa

$$\sigma_T^{\gamma^* p} \approx \frac{1}{Q^2} \ln^2 \left(\ln \frac{Q^2}{\Lambda^2} \right) \quad (65)$$

Para um r grande a seção de choque satura para um valor constante, devido ao confinamento $\sigma(x, r) \approx \sigma_0$ dos quarks.

3.4 FORMALISMO DE DIPOLO PARA A PRODUÇÃO EXCLUSIVA DE MÉSONS VETORIAIS

Vamos analisar agora um processo coerente quase elástico na interação γ -núcleo, processo onde ocorre a interação do fóton com todos os núcleons do núcleo (MOREIRA, 2017). Além disso, vamos considerar fótons de baixas virtualidades, de forma que as contribuições longitudinais poderão ser desprezadas. Isto será fundamental para a análise de nossos resultados.

A seção de choque diferencial no quadrado do momento transferido t (MARTINS, 2018) é dada pela equação abaixo

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* A}}{dt} = \frac{1}{16\pi} |\mathcal{A}^{\gamma^* A}(x, r, \vec{\Delta})|^2, \quad (66)$$

no qual o índice A denota o núcleo e \mathcal{A} é a amplitude de espalhamento para o processo. Além disso, $\vec{\Delta}$ é o vetor momento transferido e r é a separação transversa do par. As variáveis t e $\vec{\Delta}$ se relacionam da seguinte maneira

$$dt = d\vec{\Delta}^2, \quad (67)$$

e, por outro lado,

$$d^2\vec{\Delta} = 2\pi |\vec{\Delta}| d\vec{\Delta} = \pi d\vec{\Delta}^2, \quad (68)$$

resultando em

$$dt = \frac{d^2\vec{\Delta}}{\pi}. \quad (69)$$

A seção de choque pode ser escrita como

$$\frac{d\sigma^{\gamma^* A}}{d^2\vec{\Delta}} = \frac{1}{16\pi^2} |\mathcal{A}^{\gamma^* A}(x, r, \vec{\Delta})|^2. \quad (70)$$

Podemos definir a amplitude $\mathcal{A}^{\gamma^* A \rightarrow E A}(x, r, \Delta)$, onde E denota o estado exclusivo produzido na colisão (em nosso caso, um méson vetorial) (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011)

$$\mathcal{A}_{T,L}^{\gamma^* p \rightarrow E p}(x, Q, \Delta) = i \int d^2 \vec{r} \int_0^1 \frac{dz}{4\pi} \int d^2 \vec{b} [\psi_E^* \psi]_{T,L}(r, z, Q^2) e^{-i[\vec{b} - (1-z)\vec{r}] \Delta} \frac{d\sigma}{d^2 \vec{b}}. \quad (71)$$

Onde o termo $\psi_E^* \psi$ se refere a combinação de funções de onda do fóton e o méson vetorial. Voltando para a seção de choque, desprezando a correção em \vec{r} (válida para pequenos dipolos, como o caso de mésons pesados de interesse deste trabalho), é possível mostrar que (MOREIRA, 2017)

$$\sigma^{\gamma A} = \int d^2 \vec{b} \left| \int d^2 \vec{r} \int dz [\psi_E^* \psi]_{T,L}(r, z, Q^2) \mathcal{N}^A(x, r, b) \right|^2, \quad (72)$$

onde \mathcal{N}^A é a amplitude de espalhamento dipolo-núcleo, que se relaciona com a seção de choque de dipolo nuclear por

$$\frac{d\sigma}{d^2 \vec{b}} = 2 \mathcal{N}^A(x, r, b), \quad (73)$$

e pode ser calculada através da seção de choque dipolo-próton através do modelo de Glauber (ARMESTO, 2002)

$$\mathcal{N}^A(x, r, b) = 1 - \exp \left[-\frac{1}{2} \sigma_{dip-proton}(x, r) T_A(b) \right]. \quad (74)$$

Nesta equação, $\sigma_{dip-proton}(x, r)$ é a seção de choque da interação dipolo-próton, discutida anteriormente e $T_A(b)$ é a função perfil nuclear, que nos dá a distribuição de matéria no núcleo no plano transversal da colisão.

3.5 MODELOS FENOMENOLÓGICOS

Anteriormente, discutimos algumas equações de evolução com as quais poderíamos calcular seções de choque via formalismo de dipolo. Entretanto, estas equações precisam ser resolvidas numericamente, pois não possuem solução analítica para toda faixa de energia e virtualidade. Para analisar a amplitude de dipolo de forma mais simples, torna-se necessário adotar algumas parametrizações da seção de choque que produzam as principais características da saturação de pártons (MARTINS, 2018). Neste trabalho, focaremos especificamente no modelo de Golec-Biernat e Wusthoff (GBW) e no modelo de Iancu, Itakura e Munier (IIM).

3.5.1 Modelo de Golec-Biernat e Wusthoff (GBW)

Um dos modelos mais simples para a seção de choque de dipolo é descrito pela parametrização de Golec-Biernat e Wusthoff (GOLEC-BIERNAT; WUSTHOFF, 1999), dada pela seguinte equação:

$$\sigma_{dip}^{GBW}(x, r) = \sigma_0 \left[1 - \exp \left(-r^2 \frac{Q_s^2(x)}{4} \right) \right], \quad (75)$$

onde σ_0 é uma constante e $Q_s^2(x)$ é a escala de saturação, definida como $Q_s^2(x) = \left(\frac{x_0}{x}\right)^\lambda$. É importante destacar alguns efeitos decorrentes dessa equação. Para grandes valores de r , observa-se o efeito de saturação de glúons, caracterizado pela estagnação na evolução da seção de choque com a energia. Esse comportamento está associado ao efeito de saturação em altas energias.

Dois regimes podem ser analisados com base no tamanho do dipolo. Para dipolos pequenos ($r \ll 1/Q_s$), a seção de choque σ_{dip} é proporcional ao quadrado do tamanho do dipolo, levando ao comportamento da transparência de cor. Por outro lado, para dipolos grandes ($r \gg 1/Q_s$), a seção de choque tende a um valor constante, σ_0 , devido à saturação de glúons (MOREIRA, 2017).

3.5.2 Modelo de Iancu, Itakura e Munier (IIM)

Em altas energias, as equações DGLAP não são adequadas para a análise de dados do HERA (MARTINS, 2018). As equações DGLAP crescem com a virtualidade, para altas energias se faz necessário uma evolução de glúons que considera efeitos de saturação de glúons (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011). Com base nisso, considerando a equação BFKL e a inclusão de efeitos de saturação de glúons, o modelo (IIM) (IANCU E. ITAKURA, 2004) foi desenvolvido para descrever a seção de choque de dipolo na região de $x \leq 10^{-2}$ e $Q^2 < 50 \text{ GeV}^2$. Esse modelo é parametrizado da seguinte forma:

A seção de choque de dipolo é dada por

$$\sigma_{dip}^{IIM}(x, r) = 2\pi R^2 N_0 \left[\frac{r Q_s}{2} \right]^{2(\gamma_s + \frac{1}{k\lambda Y} \ln(\frac{2}{r Q_s}))}, \quad (76)$$

para $r Q_s \leq 2$, e

$$\sigma_{dip}^{IIM}(x, r) = 2\pi R^2 \left(1 - e^{-A \ln^2(B r Q_s)} \right), \quad (77)$$

para $r Q_s \geq 2$.

Os parâmetros do modelo obtidos por ajuste de dados de HERA e demais definições são apresentados abaixo (REZAEIAN AMIR H. SCHMIDT, 2013):

$$\begin{cases} \gamma_s &= 0,762 \\ k &= 9,9 \\ Y &= \ln\left(\frac{1}{x}\right), \\ Q_s &= \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\frac{\lambda}{2}}, \\ N_0 &= 0,7 \\ \lambda &= 0,2319 \\ x_0 &= 0,6226 \times 10^{-4}. \end{cases} \quad (78)$$

Os parâmetros γ_s , x_0 , λ , σ_0 são obtidos por meio do *fit* com dados do HERA (REZAEIAN AMIR H. SCHMIDT, 2013). O parâmetro κ é fixado pela solução BFKL (IANCU E. ITAKURA, 2004) e também com influência da equação BFKL temos o valor para $Y = \ln(\frac{1}{x})$. O termo Q_s

é conhecido como escala de saturação. Além disso, os coeficientes A e B são determinados de forma que a seção de choque seja contínua em $rQ_s = 2$. Esses coeficientes são dados por:

$$A = -\frac{N_0^2 \gamma_s^2}{(1 - N_0)^2 \ln(1 - N_0)}, \quad (79)$$

e

$$B = \frac{1}{2} (1 - N_0)^{-\frac{1-N_0}{N_0 \gamma_s}}. \quad (80)$$

3.6 FUNÇÕES DE ONDA

A definição da função de onda do méson vetorial é feita assumindo o méson como um estado de quark e antiquark (KOWALSKI H. MOTYKA, 2006), com spin e estrutura de polarização semelhantes às do fóton. Assim, as funções de onda transversal e longitudinal do méson vetorial podem ser expressas nos seguintes parágrafos. (FORSHAW J.R. SANDAPEN, 2004)

O termo importante em nossos cálculos é o *overlap* entre as funções de onda do méson vetorial e o fóton para polarização transversa definida pela equação (81) (MARTINS, 2018)

$$(\psi_v^* \psi)_T = e_f e \frac{N_c}{\pi z(1-z)} [m_f^2 K_0(\varepsilon r) \phi_T(r,z) - [z^2 + (1-z)^2] \varepsilon K_1(\varepsilon r) \partial_r \phi_T(r,z)], \quad (81)$$

onde $e_f = 2/3$ para o méson vetorial. Além disso, $\varepsilon = Q^2 z(1-z) + m_f^2$, sendo m_f a massa do quark charm e ϕ_T é a parte escalar da função de onda. Temos as funções de Bessel K_0 e K_1 .

Neste trabalho, usamos duas possibilidades de modelos para a parte escalar das funções de onda dos mésons, as quais descrevem os estados ligados. Uma possibilidade de modelo para a parte escalar das funções de onda é o modelo **Gaus-LC**, onde o modelo transversal é dado pela equação a seguir. (KOWALSKI H. MOTYKA, 2006)

$$\phi_T(r,z) = N_T [z(1-z)]^2 e^{-r^2/2R_T^2}, \quad (82)$$

sendo N_T a constante de normalização e R_T são constantes do próprio modelo. O outro modelo, **Boosted Gaussian**, é definido pela seguinte equação abaixo. (FORSHAW J.R. SANDAPEN, 2004)

$$\phi_T(r,z) = N_T z(1-z) \exp \left(-\frac{m_f^2 R^2}{8z(1-z)} - \frac{2z(1-z)r^2}{R^2} + \frac{m_f^2 R^2}{2} \right) \quad (83)$$

Na tabela abaixo são apresentados os parâmetros dos modelos **Gaus-LC** e **Boosted Gaussian**. (KOWALSKI H. MOTYKA, 2006)

Tabela 1 – Parâmetros para a partícula J/ψ .

	M_ν/GeV	m_f/GeV	e_f	N_T	R_T^2/GeV^{-2}	R^2/GeV^{-2}
Gaus-LC	3,097	1,4	2/3	1,23	6,5	–
Boosted Gaussian	3,097	1,4	2/3	0,578	–	2,3

O termo R é a constante do modelo Boosted Gaussian. e M_ν a massa invariante do méson. Neste capítulo apresentamos o formalismo utilizado neste trabalho para o estudo de interações fóton-núcleo, levando em conta a física de altas energias. Destacamos o formalismo de dipolos de cor como a ferramenta básica que nos permite calcular a seção de choque fóton-núcleo, ou seção de choque fotonuclear. No próximo capítulo, vamos estudar a aproximação de fótons equivalentes já que uma vez conhecida a seção de choque fotonuclear, nos permite estudar interações núcleo-núcleo em colisões periféricas.

4 APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES

4.1 O MÉTODO DE WEIZSÄCKER-WILLIAMS

O método de Weizsäcker-Williams (WEIZSACKER, 1934), descreve interações envolvendo hadrons e é amplamente utilizado na física de altas energias. Para compreendê-lo, é necessário analisar o comportamento de campos elétricos e magnéticos em diferentes referenciais. Mais precisamente, essa análise se baseia no comportamento dos campos elétrico e magnético sob transformações de Lorentz, explorando as relações entre eles em diferentes sistemas de referência. Vamos considerar a situação onde um observador está num referencial inercial S (em repouso na página) e uma carga elétrica q está na origem de um referencial inercial S' , que se move com velocidade \vec{v} constante na direção z , conforme a Figura 14. A relação entre as componentes dos campos elétrico e magnético nos dois referenciais, para campos medidos em P (no referencial S), é dada por (JACKSON, 1999)

$$E_z = E'_z, \quad (84)$$

$$E_x = \gamma(E'_x + \beta B'_y), \quad (85)$$

$$E_y = \gamma(E'_y - \beta B'_x), \quad (86)$$

e

$$B_z = B'_z, \quad (87)$$

$$B_x = \gamma(B'_x - \beta E'_y), \quad (88)$$

$$B_y = \gamma(B'_y + \beta E'_x), \quad (89)$$

no qual definimos o fator de Lorentz $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$ onde $\beta = \frac{v}{c}$, salientando que a velocidade v é a velocidade entre os referenciais e c a velocidade da luz.

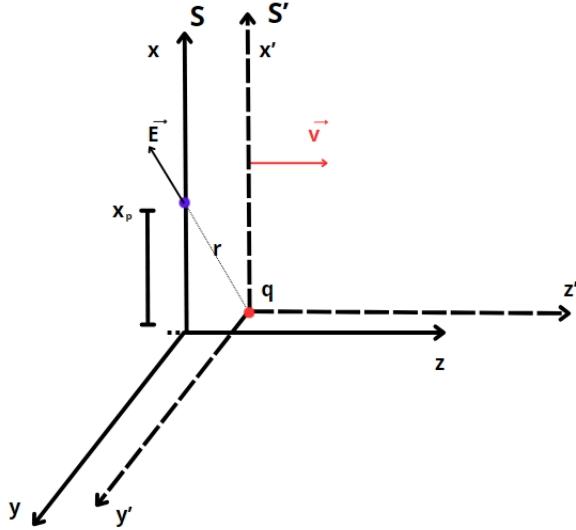
Conforme ilustrado na Figura 14, consideramos dois referenciais iniciais S e S' , com uma velocidade relativa v entre eles. Uma carga está localizada na origem do referencial S' , e nosso objetivo é estudar como essa carga é percebida por um observador P em repouso no referencial S . Vamos calcular o efeito dos campos desta carga no referencial S no ponto P , como mostrado na Figura 14. O campo elétrico em P medido no referencial da carga S' é dado por

$$\vec{E}' = \frac{q\vec{r}}{r^3}, \quad (90)$$

no qual temos as unidades naturais para essas variáveis. Analisando geometricamente a figura, temos

$$\vec{E}' = \frac{q}{r^3} (x_p \hat{x} - vt' \hat{z}), \quad (91)$$

Figura 14 – Dois referenciais S e S' com velocidade v e um observador



Fonte: Elaborado pelo autor(2024)

e portanto, para cada coordenada a componente do campo elétrico será

$$E'_x = \frac{qx_p}{r^3}, \quad (92)$$

$$E'_y = 0, \quad (93)$$

$$E'_z = -\frac{qvt'}{r^3}. \quad (94)$$

Por outro lado, como a carga está em repouso em S', o campo magnético, neste referencial, será $\vec{B} = \vec{0}$.

Inicialmente, calculamos o campo elétrico no referencial S'. No entanto, para compreender como o campo elétrico é percebido no referencial S do observador, é necessário aplicar as transformações de Lorentz ao campo elétrico. As componentes de campo elétrico e magnético não nulas no referencial S são dadas por

$$E_x = \gamma E'_x, \quad (95)$$

$$E_z = E'_z, \quad (96)$$

$$B_y = \gamma \beta E'_x, \quad (97)$$

e, pela figura

$$r^2 = (x_p)^2 + (vt')^2 \rightarrow r = [(x_p)^2 + (\gamma vt)^2]^{1/2}, \quad (98)$$

de forma que (usando a dilatação de Lorentz $t' = \gamma t$)

$$E_x = \frac{q\gamma x_p}{[(x_p)^2 + (\gamma vt)^2]^{(3/2)}}, \quad (99)$$

$$E_z = -\frac{q\gamma vt}{[(x_p)^2 + (\gamma vt)^2]^{(3/2)}}, \quad (100)$$

$$B_x = \gamma \beta E'_x = \beta E_x \quad (101)$$

Em uma situação relativística, quando a velocidade $\beta \approx 1$, o fator de Lorentz γ cresce significativamente. Nessa condição, tanto E_x quanto E_z apresentam comportamentos característicos em forma de onda. O componente E_z oscila entre valores máximos e mínimos em torno de $t = 0$. Já E_x , no limite ultrarrelativístico, assume um comportamento similar ao de uma função delta de Dirac, concentrando-se em torno de $t = 0$ (SANTOS, 2024).

Concluímos que o observador P , no referencial S , não consegue distinguir claramente o efeito resultante do campo da partícula em movimento e pulsos associados a ondas plano-polarizadas. Por isso, o observador pode associar a presença de pulsos de radiação aos campos transversais, resultando em um pulso para E_x e outro para B_y .

4.2 O ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES

Conforme discutimos na seção anterior, os campos podem ser vistos pelo observador como pulsos de luz.

Vamos definir o espectro de frequências do fluxo de fótons (JACKSON, 1999), sendo a distribuição de energia diferencial por frequência ($d\omega$) e área (d^2b)

$$\frac{d^3I(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{c}{2\pi} |E(\omega)|^2, \quad (102)$$

onde b equivalente x_p na notação da seção anterior) é o parâmetro de impacto e $E(\omega)$ é a transformada de Fourier do campo elétrico, definida da seguinte maneira

$$E(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} E(t) e^{i\omega t} dt. \quad (103)$$

Vamos encontrar os pulsos P_z (devido I_z) e P_x (devido a I_x). Para o pulso na direção z , temos

$$\frac{d^3I_z(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{c}{2\pi} |E_x(\omega)|^2, \quad (104)$$

pois o pulso que se propaga na direção z está associado ao campo transverso ao seu movimento. Resolvendo a integral que surge na transformada de Fourier (JACKSON, 1998) temos

$$\frac{d^3I_z(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v} \right)^2 \left[\left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right]. \quad (105)$$

De forma semelhante para P_x , obtemos

$$\frac{d^3I_x(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{c}{2\pi} |E_z(\omega)|^2, \quad (106)$$

com

$$\frac{d^3I_x(\omega, b)}{d\omega d^2b} = \frac{1}{\pi^2} \frac{q^2}{cb^2} \left(\frac{c}{v} \right)^2 \left[\frac{1}{\gamma^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right)^2 K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right] \quad (107)$$

A probabilidade de ocorrência de um processo eletromagnético $P(b)$ com dependência da seção de choque, considerando o pulso gerado, pode ser definida por (BERTULANI C. A. BAUR, 1988) como

$$P(b) = \int N(\omega, b) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}, \quad (108)$$

onde σ_γ é a seção de choque do fóton e $N(\omega, b) = \frac{1}{\omega} \frac{dI}{d\omega d^2 b}$ o número de fótons equivalentes incidentes por unidade de área. Podemos definir então

$$N(\omega, b) = \frac{1}{c} \left(\frac{q}{\pi} \right)^2 \left(\frac{\omega}{(\gamma v)^2} \right) \left(\frac{c}{v} \right)^2 \left[K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma v} \right) \right], \quad (109)$$

considerando $c = 1$ e também a carga elétrica em termos da estrutura fina $q^2 = Z^2 e^2 = Z^2 \alpha$ (em unidades gaussianas), podemos então reescrever a equação (109) e considerando o limite ultrarrelativístico, onde $v \approx c = 1$, como

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega b^2} \left(\frac{\omega b}{\gamma} \right)^2 \left[K_1^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma} \right) + \frac{1}{\gamma^2} K_0^2 \left(\frac{\omega b}{\gamma} \right) \right]. \quad (110)$$

Onde K_0^2 e K_1^2 são as funções de Bessel modificada. Por fim, a seção de choque de interação núcleo-núcleo é definida como a integral em b da probabilidade de interação fóton-núcleo dada pela equação (108), como

$$\sigma^{AA} = \int d^2 b P(b) = \int d^2 b \int N(\omega, b) \sigma_\gamma(\omega) \frac{d\omega}{\omega}. \quad (111)$$

Esta equação é a aproximação de fótons equivalentes.

4.3 FLUXO DE FÓTONS EFETIVO

4.3.1 Fatores de forma e fluxo de fótons

O fator de forma, amplamente utilizado nas equações que descrevem colisões, é definido como a transformada de Fourier da distribuição de cargas (FRANCENER, 2022). Essa distribuição de cargas pode ser obtida a partir de experimentos de espalhamento elétron-núcleo em baixas energias. A definição do fator de forma pode ser expressa como

$$F(q) = \frac{1}{K} \int \rho(\vec{r}) e^{-i\vec{q} \cdot \vec{r}} d^3 \vec{r}, \quad (112)$$

onde o termo K é definido como a distribuição de carga total, dada por $K = \int \rho(\vec{r}) d^3 \vec{r}$, $\rho(\vec{r})$ representa a densidade espacial de cargas, e \vec{q} corresponde ao momento transferido pelo elétron ao núcleo na colisão.

Portanto, o fluxo de fótons pode ser generalizado, levando em conta a estrutura da partícula que atua como fonte de fótons. Desta forma, o fluxo de fótons pode ser escrito como

(KRAUSS F. GREINER, 1997)

$$N^{(0)}(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2} \left| \int_0^\infty du u^2 J_1(u) \frac{F\left(\frac{(\omega b)^2 + u^2}{b^2}\right)}{(\frac{\omega b}{\gamma})^2 + u^2} \right|^2, \quad (113)$$

onde agora o fluxo depende explicitamente da distribuição de cargas do núcleo emissor de fótons, através da dependência do fator de forma F . Além disso, a variável $u = k_T b$, onde k_T é o momento transverso do fóton e b é o parâmetro de impacto.

Nas análises subsequentes desta dissertação, discutiremos alguns dos fatores de forma mais utilizados, com especial atenção ao fator de forma monopolo. O fator de forma mais simples se refere ao pontual

$$F(q^2) = 1, \quad (114)$$

dessa forma se obtém o fluxo pontual (FRANCENER, 2022)

$$N(\omega, r) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2 \omega r^2} \left(\frac{\omega r}{\gamma} \right)^2 K_1^2 \left(\frac{\omega r}{\gamma} \right). \quad (115)$$

Por outro lado, o fator de forma de monopolo é dado por

$$F(q^2) = \frac{\Lambda^2}{\Lambda^2 + q^2}, \quad (116)$$

em que $\Lambda = \sqrt{\frac{6}{\langle R^2 \rangle}}$ e $\Lambda = 88 MeV$ para o chumbo.

É possível mostrar que, o fator de forma de monopolo gera o fluxo de monopolo (MOREIRA, 2017) dado por

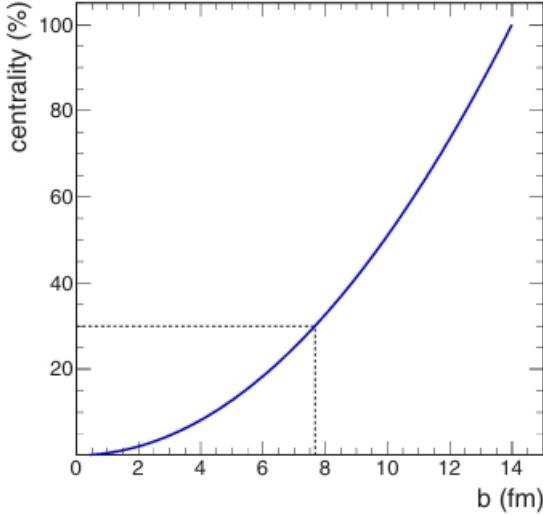
$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\omega \pi^2} \left[\frac{\omega}{\gamma} K_1 \left(\frac{b \omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2. \quad (117)$$

4.4 FLUXO DE FÓTONS EFETIVO E CENTRALIDADE

A centralidade está diretamente relacionada ao parâmetro de impacto (BRONIOWSKI W. FLORKOWSKI, 2002), conforme ilustrado na Figura 15. Núcleos mais afastados durante o processo de colisão apresentam uma centralidade maior. Uma centralidade de 0% indica que os núcleos estão completamente sobrepostos, sem qualquer separação. Em contraste, uma centralidade de 100% corresponde a núcleos sem sobreposição.

Neste trabalho, no próximo capítulo, focaremos nas classes de centralidade de 50% – 70% e 70% – 90%. Observaremos que as adaptações necessárias no fluxo de fótons estão diretamente relacionadas ao regime de colisão periférica. Essas classes de centralidade terão um papel

Figura 15 – Relação entre centralidade e parâmetro de impacto



Fonte: ANTONI, MARIOLA2021

fundamental nos resultados relacionados ao fluxo de fôtons. A centralidade pode ser definida em função do parâmetro de impacto e da seção de choque total inelástica como

$$c \approx \frac{\pi b^2}{\sigma_{inel}}. \quad (118)$$

Ao analisar a Figura 16, vemos que o processo envolve dois núcleos separados pelo parâmetro de impacto \vec{b} . Além disso, observamos a distância \vec{b}_1 , que representa a distância que o fóton emitido pelo núcleo 1 interage com o Pomeron do núcleo 2, a uma distância \vec{b}_2 do segundo núcleo. Dessa forma, a fotoprodução de J/ψ só pode ocorrer se o fóton emitido passar pela área do segundo núcleo (SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, 2016). Nossa atenção estará voltada para a região azul do núcleo alvo 2. Esta região é responsável pela produção de J/ψ em processos iniciados por interações eletromagnéticas, ou seja, por fôtons. A região laranja está relacionada com troca de glúons e não contribuem para a produção de J/ψ através do processo $\gamma A \rightarrow J/\psi A$, que é o objeto de estudo deste trabalho.

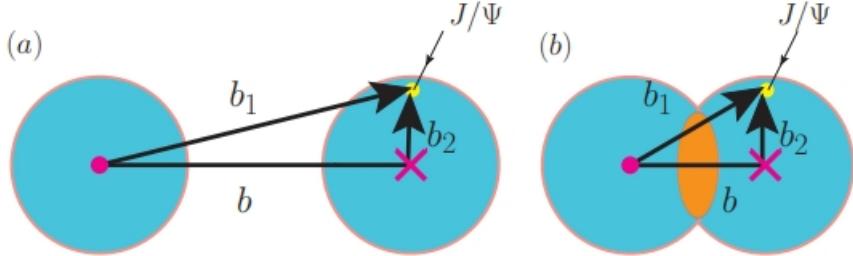
Podemos compreender o Pomeron como a escada de glúons que ocorre durante o processo onde o fóton virtual flutua no par quark e anti-quark emitindo a partícula J/ψ na realidade os glúons trocados com o hadrôn devem possuir carga líquida de cor igual a zero, onde se tem a estabilidade do núcleo por ser um processo exclusivo (DEVENISH; COOPER-SARKAR, 2011).

Conforme vimos anteriormente o fluxo de fôtons em uma colisão ultraperiférica é dado por (KRAUSS F. GREINER, 1997)

$$N^{(0)}(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha_{em}}{\pi^2} \left| \int du u^2 J_1(u) \frac{F\left(\frac{(\omega b)^2 + u^2}{b^2}\right)}{(\frac{\omega b}{\gamma})^2 + u^2} \right|^2. \quad (119)$$

Considerando colisões periféricas, em que $b < R_A + R_B$, vamos modificar os fluxos de fôtons e fazer comparações nos nossos resultados, no próximo capítulo. Definimos o fluxo de

Figura 16 – Aproximação periférica da fotoprodução do méson vetorial J/ψ



Fonte: ANTONI, MARIOLA(2021)

fótons efetivo levando em conta os aspectos geométricos da colisão, no qual o fluxo de fótons originado do primeiro núcleo interage com o segundo núcleo, conforme ilustrado na figura 16. A primeira aproximação é dada por:

$$N^{(1)}(\omega_1, b) = \int N(\omega_1, b_1) \frac{\theta(R_A - b_2)}{\pi R_A^2} d^2 b_1, \quad (120)$$

onde $\vec{b}_1 = \vec{b} + \vec{b}_2$. Vale salientar que o termo $\theta(R_A - b_2)$ se refere aos fótons que devem atingir apenas o núcleo 2 (região azul do núcleo 2).

Para uma segunda aproximação, é feita uma adaptação adicional, que leve em conta o fluxo de fótons do primeiro núcleo na região azul do segundo núcleo, descartando a região de intersecção, onde a troca de glúons domina. Isso se faz necessário porque, no processo de colisão periférica, pode ocorrer uma redução na seção de choque devido a efeitos de absorção (SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, 2016). A aproximação pode ser definida por:

$$N^{(2)}(\omega_1, b) = \int N(\omega_1, b_1) \frac{\theta(R_A - b_2) \times \theta(b_1 - R_A)}{\pi R_A^2} d^2 b_1. \quad (121)$$

Nessa aproximação, consideramos as condições mencionadas no fluxo $N^{(1)}$ e também o termo $\theta(b_1 - R_A)$ que considera o fóton emitido e exclui a área do núcleo emissor.

4.5 DISTRIBUIÇÕES DE RAPIDEZ

Vamos finalizar este capítulo definindo a variável de rapidez e mostrando como a aproximação de fótons equivalentes pode ser adaptada para a realização de cálculos de distribuições de rapidez. Estas distribuições são amplamente investigadas em experimentos nos grandes aceleradores.

Uma partícula com energia E e componente p_z na direção z possui rapidez y definida por

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}. \quad (122)$$

Vamos aplicar esta equação para o méson vetorial produzido, que tem origem no subprocesso fóton-Pomeron. Primeiramente, multiplicando numerador e denominador do argumento do

logaritmo por $E + p_z$, podemos reescrever esta equação como

$$y = \ln \frac{E + p_z}{M}, \quad (123)$$

onde utilizamos $E^2 - p_z^2 \approx M^2$, considerando que o momento transverso típico de processos foto-induzidos são pequenos.

Seja ω a energia do fóton e ω_P a energia do Pomeron, no referencial de centro de massa núcleo-núcleo. Nestas condições, o quadrimomento do méson vetorial V pode ser escrito como

$$P_V = (E, p_x, p_y, p_z) = (\omega + \omega_P, p_x, p_y, \omega - \omega_P). \quad (124)$$

Levando esta equação em (123), obtemos

$$y = \ln \frac{2\omega}{M}, \quad (125)$$

ou, isolando a energia do fóton ω

$$\omega = \frac{M}{2} e^y. \quad (126)$$

Diferenciando de ambos os lados, temos

$$d\omega = \frac{M}{2} e^y dy = \omega dy \rightarrow \frac{d\omega}{\omega} = dy. \quad (127)$$

Substituindo esta mudança de variáveis na equação (111), temos a definição da distribuição de rapidez

$$\frac{d\sigma^{AA}}{dy} = \int_{b_{min}}^{b_{max}} d^2 b N(y, b) \sigma_\gamma(y) + (y \leftrightarrow -y), \quad (128)$$

onde o termo $(y \leftrightarrow -y)$ faz com que esta equação considere que os dois núcleos possam atuar como fonte de fótons ou como projétil. Em nosso trabalho, os valores de b_{min} e b_{max} são escolhidos de acordo com a classe de centralidade estudada.

Neste capítulo, apresentamos o formalismo da aproximação de fótons equivalentes e suas adaptações que permitem o estudo de colisões periféricas. A aproximação de fótons equivalentes combinada com o formalismo de dipolos de cor, apresentado no capítulo anterior, permite o estudo da produção de J/ψ em colisões periféricas chumbo-chumbo. Nossos resultados, utilizando essas ferramentas, serão apresentados no capítulo a seguir.

5 PRODUÇÃO DE MÉSONS VETORIAIS EM COLISÕES PERIFÉRICAS

Em colisões realizadas no LHC e no RHIC, é possível estudar a fotoprodução de mésons vetoriais em colisões periféricas. Num primeiro momento, poderíamos esperar um determinado número de partículas J/ψ resultantes da interação entre núcleos, especialmente na colisão de íons de chumbo (PbPb) por troca de glúons, devido à sobreposição dos núcleos. Acreditava-se que, por estarmos em um regime de colisão periférica, a força forte seria dominante e quase que exclusivamente responsável pela produção das partículas J/ψ . No entanto, as colaborações ALICE, do LHC e STAR, do RHIC, registraram um excesso dessas partículas, em relação ao que seria esperado por processos puramente hadrônicos (ADAM, 2016). Isso sugere que, apesar do regime de colisão periférica ser dominado pela força forte, a contribuição de processos envolvendo troca de fótons, característicos da interação eletromagnética (ADAM, 2016), não pode ser desprezada. Assim, conclui-se que a contribuição de processos induzidos por fótons também possui relevância para a produção de J/ψ em colisões periféricas.

5.1 RESULTADOS E COMPARAÇÕES ENTRE MODELOS

Nesta seção, apresentamos os nossos resultados, comparando diferentes energias de colisão, classes de centralidade e, inclusive, os modelos teóricos que descrevem a colisão. Ao longo do tempo, alguns modelos para a seção de choque sofreram atualizações, como o modelo GBW, discutido anteriormente, que possui, como versões mais recentes, as versões dos anos de 2013 e 2018. (GOLEC-BIERNAT K. SAPETA, 2018) Além disso, utilizamos o modelo IIM na versão de 2013 (MOREIRA, 2017), considerada a mais recente. Também empregamos diferentes funções de onda, como a Gaus-LC e a Boosted Gaussian, para a descrição do estado ligado $c\bar{c}$, o J/ψ .

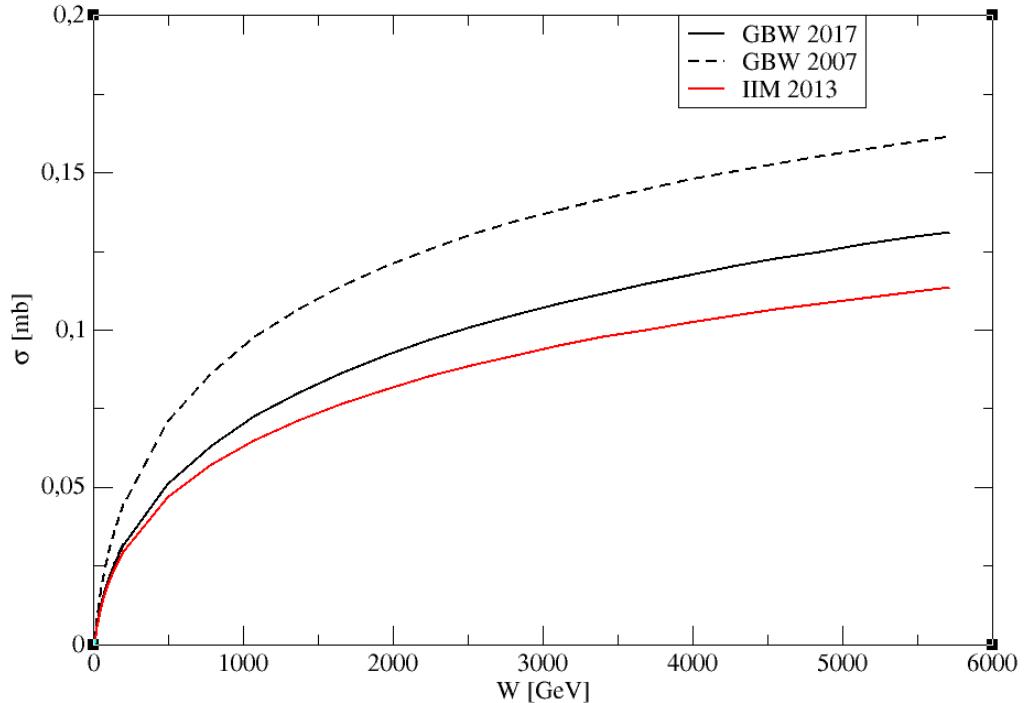
5.1.1 Seção de choque de fotoprodução $\sigma_{\gamma Pb \rightarrow J/\psi Pb}$

Um aspecto relevante a ser investigado, é a seção de choque da interação γPb , com o objetivo de comparar diferentes modelos de dipolo utilizando as funções de onda Gaus-LC e Boosted Gaussian.

A equação (75), para o modelo GBW, descreve um dos modelos de dipolo mais básicos da literatura, sendo uma formulação intuitiva que prevê a saturação para altas energias e grandes valores da separação do dipolo. De fato, no modelo regido pela equação GBW, espera-se que, em determinado momento, o termo $\sigma_0 \left(1 - e^{-r^2 \frac{\rho_s^2(x)}{4}} \right)$ tenda a σ_0 , quando a exponencial for pequena, levando ao regime de saturação dado por σ_0 . O modelo atualizado de GBW, proposto em 2017 (GOLEC-BIERNAT K. SAPETA, 2018), incorpora uma quantidade maior de dados em relação às suas primeiras versões, permitindo ajustes mais refinados.

Outro modelo relevante é o IIM, que explora virtualidades na faixa de $Q^2 \leq 50 \text{ GeV}^2$ no contexto da saturação de glúons. As equações (76) e (77) descrevem essa abordagem e serão

Figura 17 – Comparação entre modelos de dipolo para função de onda Gaus-LC



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

O gráfico retrata a seção de choque de dipolo em termos da energia de interação fóton-núcleo.

utilizadas em nossos cálculos.

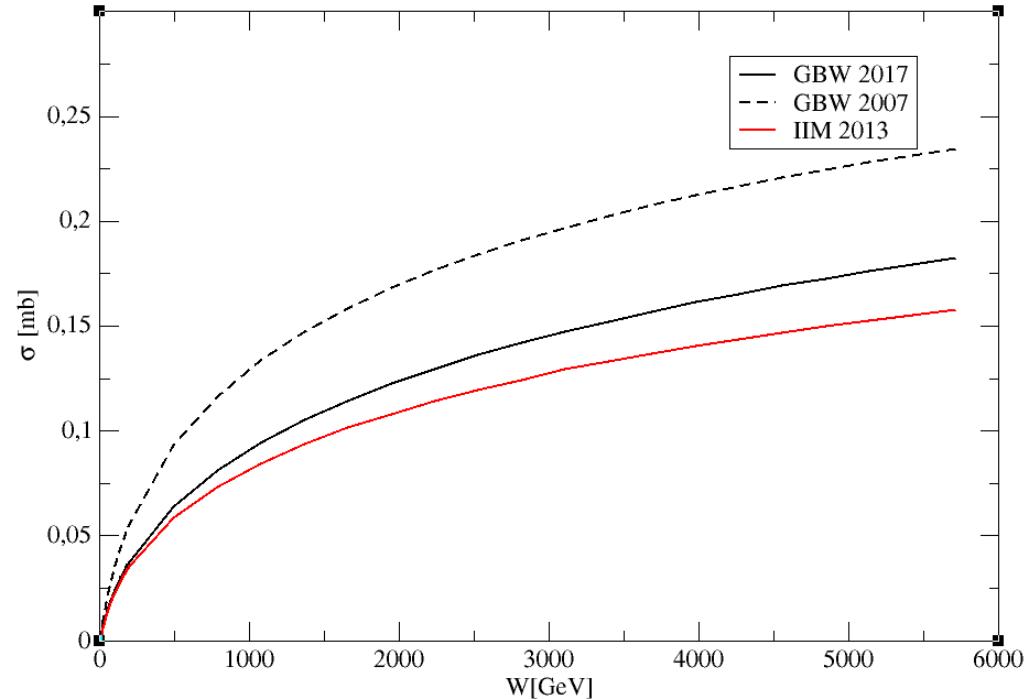
Realizamos a comparação da seção de choque na fotoprodução do méson vetorial J/ψ utilizando diferentes modelos de dipolo e funções de onda. Para a função de onda Gaus-LC, o gráfico obtido é apresentado na figura 17. Já para a função de onda Boosted Gaussian, o resultado correspondente está ilustrado na figura 18. Podemos observar que as previsões feitas com as funções de onda Boosted Gaussian possuem valores maiores que as feitas com o modelo Gaus-LC, para um mesmo valor de energia. Este comportamento é conhecido e já havia sido discutido em (GONÇALVES et al., 2017).

Com base nos dois gráficos apresentados, que comparam o comportamento de cada modelo de dipolo, observamos que a seção de choque tende a convergir para pequenos valores de energia W . À medida que a energia aumenta, ambos os gráficos revelam que a discrepância entre os modelos GBW 2007 e IIM é mais pronunciada ao se utilizar a função de onda Boosted Gaussian. Por outro lado, na figura 17, a seção de choque obtida pelos modelos GBW 2017 e IIM apresenta maior proximidade.

5.1.2 Distribuição de rapidez para colisão periférica

A distribuição de rapidez em uma colisão, nos fornece as regiões de maior probabilidade de produção de J/ψ . Neste estudo, consideramos uma centralidade entre 70% e 90%, utilizando o modelo de dipolo GBW 2017 e energia de 2760 GeV.

Figura 18 – Comparação entre modelos de dipolo para função de onda Boosted Gaussian



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

Uma vez que a energia com que as partículas serão aceleradas está intimamente conectado com o tamanho do acelerador, assim, os experimentos de colisão estudadas neste trabalho estão em $2,76\text{TeV}$ e $5,50\text{TeV}$.

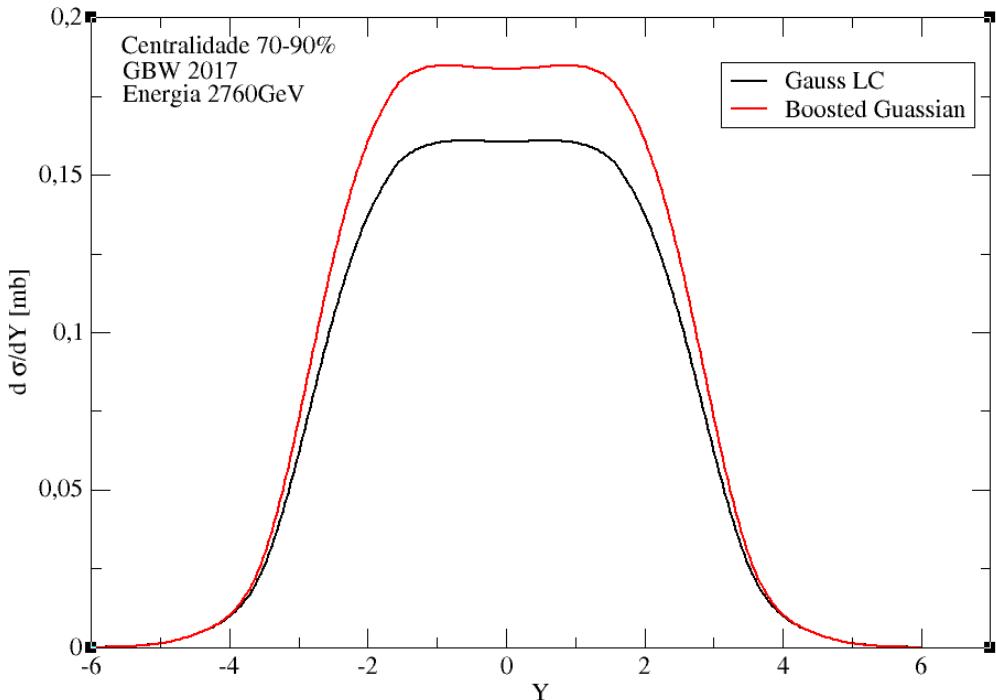
Aplicando o modelo de fluxo com as adaptações realizadas para colisões periféricas, obtivemos o gráfico apresentado na Figura 19. Observa-se um crescimento da distribuição de rapidez no intervalo $|Y| \leq 2$, indicando uma alta probabilidade de ocorrência de interações nas proximidades do centro da colisão. Para ambas as funções de onda representadas no gráfico, nota-se um acréscimo de aproximadamente 20% na rapidez da função de onda Boosted Gaussian em relação à Gaus-LC, conforme discutido na seção anterior.

Vamos comparar outras variáveis, como energia de colisão, modelos de dipolo e diferentes fluxos de fôtons. Utilizando a função de onda Boosted Gaussian com uma centralidade de colisão entre 70% a 90%, analisamos os modelos de dipolo GBW 2007, GBW 2017 e IIM de 2013. O gráfico correspondente é apresentado na figura 20.

Observamos que a comparação entre os modelos GBW de 2007 e 2017 apresenta uma discrepância significativa. No entanto, a evolução segundo o modelo IIM demonstra uma aproximação ao GBW 2017, o que é esperado devido aos novos pontos e parâmetros adotados, que aumentam a precisão do modelo atualizado. Na região central, notamos uma maior probabilidade de interação, conforme discutido anteriormente.

Para aproximar uma colisão periférica, utilizamos fluxos de fôtons efetivos e comparamos diferentes cenários em uma centralidade de 50–70%. A análise foi conduzida especialmente para

Figura 19 – Distribuição de rapidez para os modelos Gaus-LC e Boosted Gaussian.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

O gráfico retrata a distribuição de rapidez em termos de Y , uma região do colisor. Comparando com a equação fenomenológica GBW 2017 para as duas funções de onda.

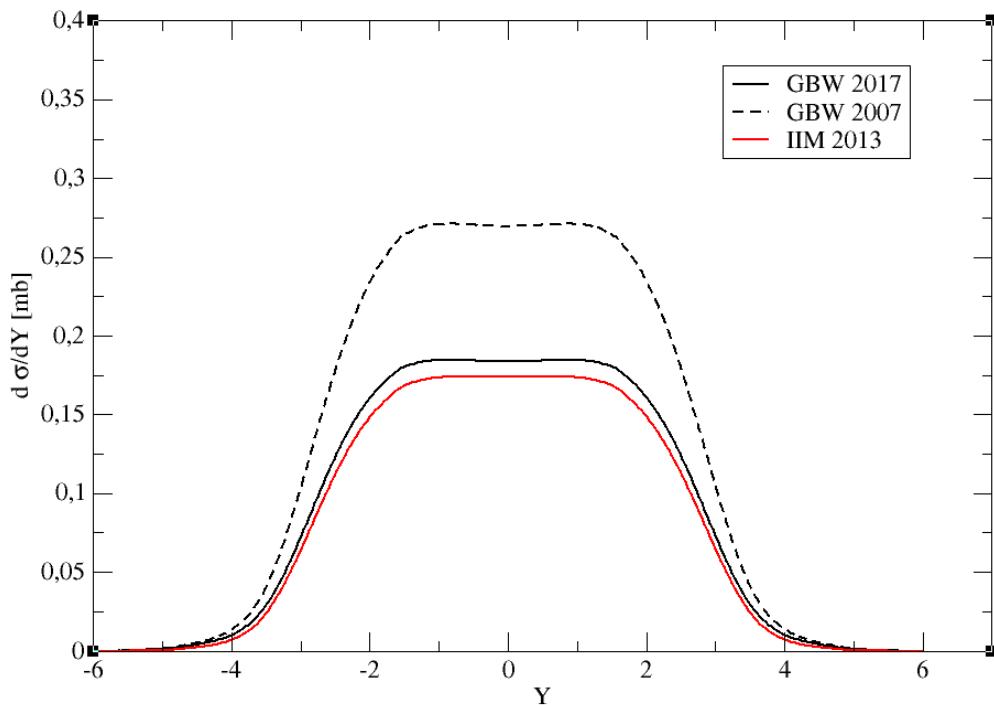
os modelos GBW 2017 e IIM, desconsiderando a versão mais antiga do GBW (2007), devido à maior precisão física das equações atualizadas.

Os modelos de dipolo mais recentes, GBW e IIM, apresentam resultados semelhantes. Conforme ilustrado na figura 21, a distribuição de rapidez para uma centralidade de 50–70%, utilizando a função de onda Boosted Gaussian, exibe diversas curvas, cujos pontos de maior probabilidade estão concentrados em torno do centro da região de colisão. No entanto, as curvas correspondentes aos modelos GBW e IIM, representadas por linhas inteiras e pontilhadas, respectivamente, apresentam diferenças sutis, sem discrepâncias significativas no fluxo de fótons considerado.

A distribuição de rapidez apresenta variações dependendo das adaptações realizadas nos fluxos de fótons. Na figura 21, as linhas e pontos pretos correspondentes aos modelos GBW e IIM tratam do fluxo N_0 . Observa-se que as aproximações de fluxo N_1 e N_2 estão distantes entre si, o que permite concluir que a aproximação de fluxo N_1 apresenta uma probabilidade maior de fotoprodução da partícula J/ψ em comparação com o fluxo de fótons N_2 , mais realista. Este último apresenta uma distribuição inferior em relação aos outros dois fluxos.

O aumento da energia está diretamente relacionado ao crescimento da distribuição de rapidez em torno do centro da colisão. Em outras palavras, ocorre uma ampliação na faixa de valores da rapidez e da normalização das curvas, indicando um aumento mais acentuado na

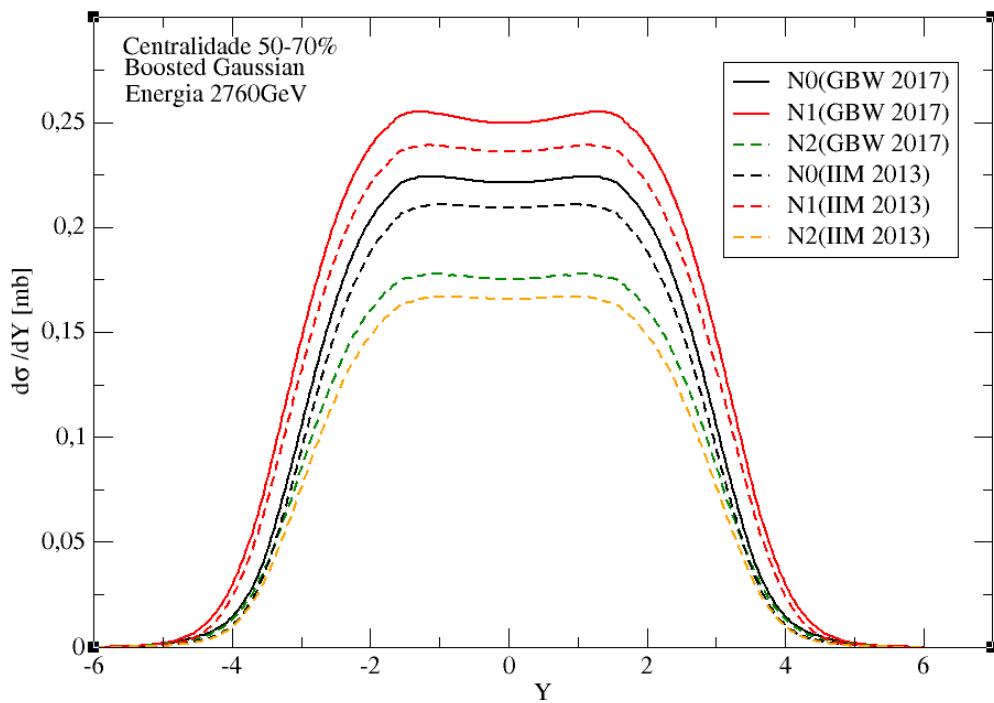
Figura 20 – Distribuição de rapidez para os modelos de dipolo GBW 2007; GBW 2017 e IIM 2013.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024).

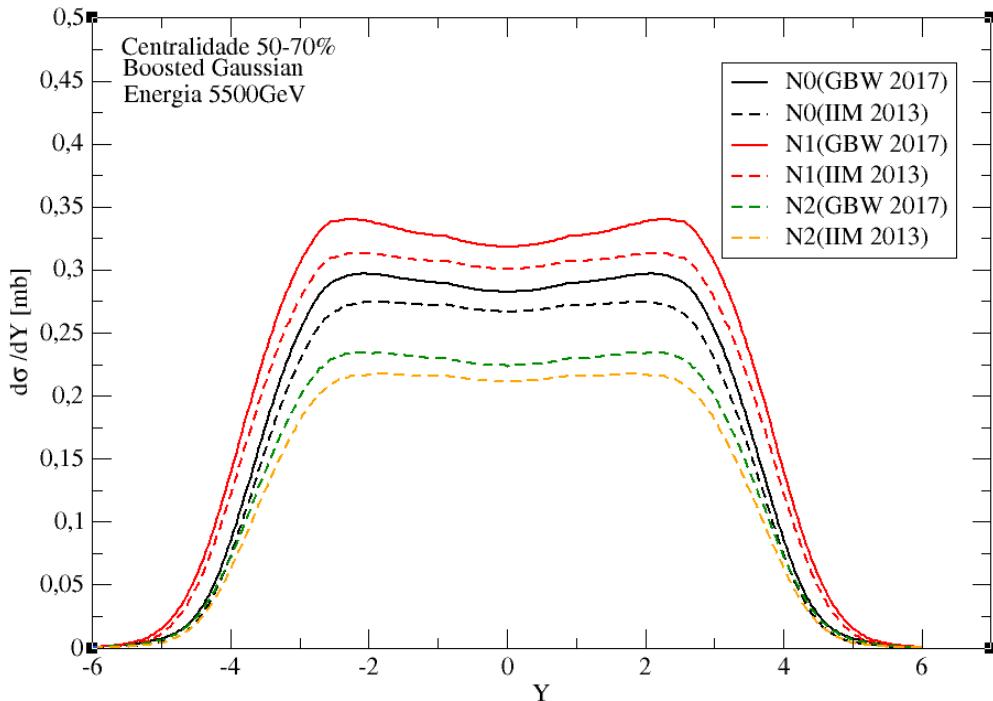
Comparamos as equações fenomenológicas para uma colisão com energia de 2760GeV e função de onda Boosted Gaussian.

Figura 21 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 50-70% em 2760GeV.



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

Figura 22 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 50-70% em 5500GeV



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

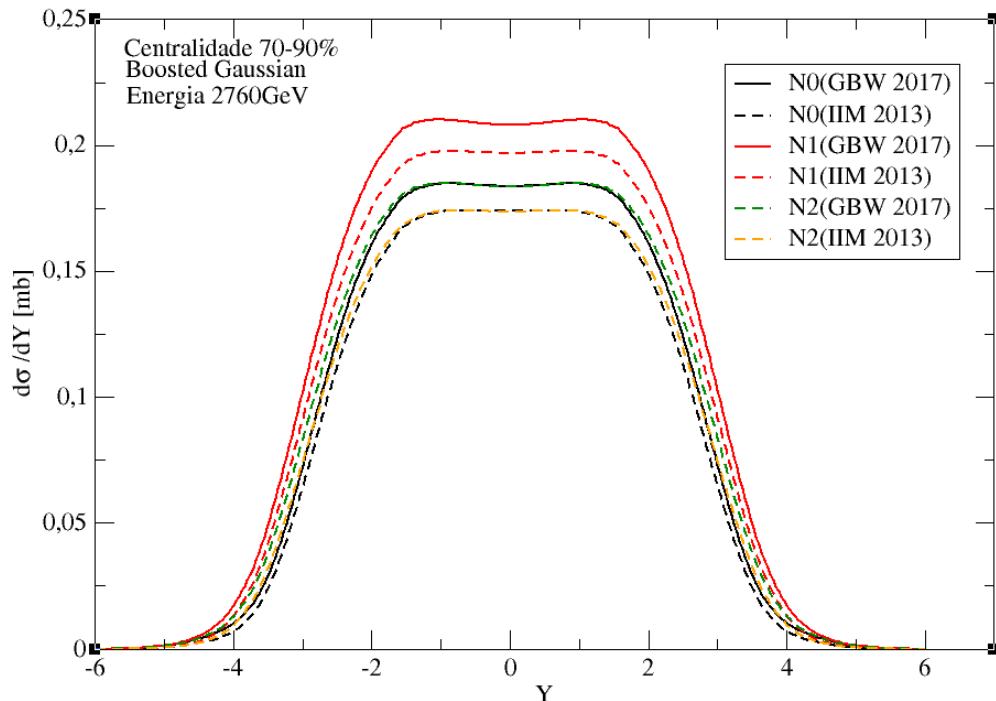
distribuição de rapidez para $|Y| \leq 4$. Para partículas submetidas a altas energias na interação PbPb, verifica-se que a colisão favorece significativamente a produção do méson J/ψ . Esse comportamento é representado no gráfico da Figura 22.

Conforme ilustrado no gráfico da figura 23, as linhas e pontilhados de cor preta representam o fluxo de fótons N_0 , sem cortes adicionais. Por outro lado, a cor amarela no gráfico indica o resultado do fluxo de fótons N_2 , no qual todos os cortes foram feitos para considerar uma colisão periférica. Na prática, verificamos que as curvas para os fluxos N_0 e N_2 , tanto para os modelos GBW quanto IIM, se confundem, ou seja, em determinados pontos, elas se tornam praticamente equivalentes, especialmente em torno do centro da colisão, para $|Y| \leq 2$.

O fluxo de fótons efetivo é adequado para pequenas distâncias entre os núcleos, onde ocorre sobreposição significativa. Para uma colisão mais periférica (com menos sobreposição), os fluxos de fótons N_0 e o fluxo efetivo N_2 apresentam resultados semelhantes em distribuições de rapidez para classes de alta centralidade. A adaptação que considera todos os cortes (N_2) torna-se indispensável em colisões mais centrais (SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, 2016), associadas a baixas centralidades.

O aumento da energia também implica um crescimento na distribuição de rapidez. Observamos que, para uma energia na faixa de 5500GeV, ocorre uma expansão na faixa de valores da probabilidade da colisão, conforme ilustrado no gráfico da figura 24. Este comportamento indica uma maior probabilidade de produção de J/ψ . Independentemente da energia, o padrão de comportamento das curvas permanece semelhante para classes de alta centralidade, o que está

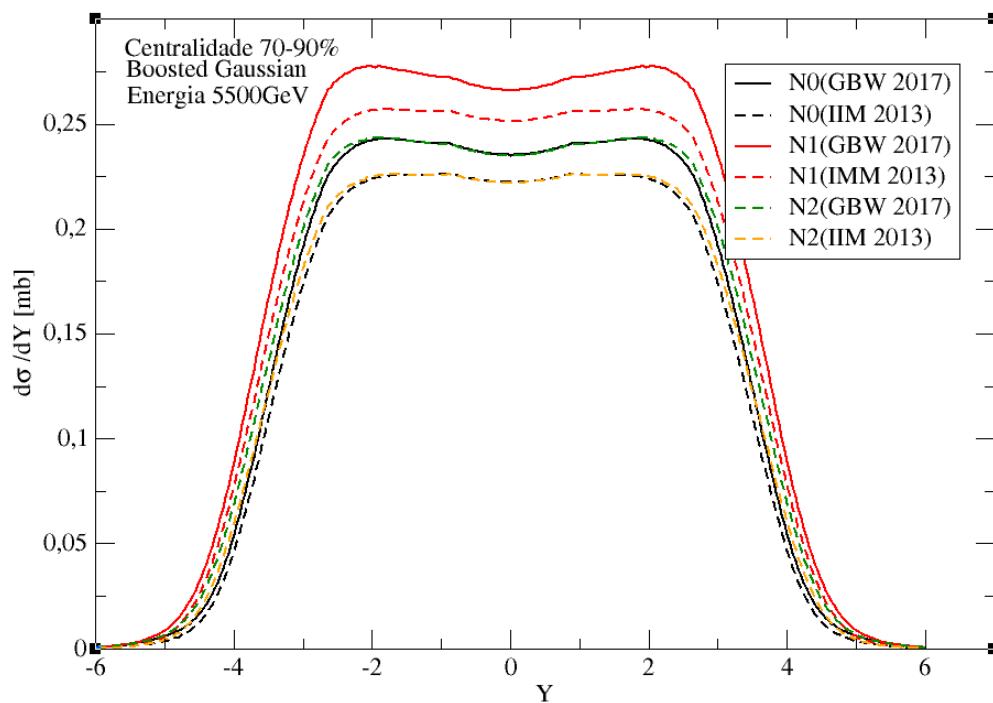
Figura 23 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 70-90% em 2760GeV



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

relacionado à discussão anterior sobre a validade das adaptações de fluxo de fótons em colisões periféricas mais ou menos centrais.

Figura 24 – Distribuição de rapidez para diferentes fluxos de fótons e centralidade 70-90% sob energia 5500GeV



Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

6 CONCLUSÕES

Os grandes aceleradores de partículas como o LHC, permitem o estudo de processos em energias nunca antes alcançadas por outros experimentos na Terra, permitindo o estudo das propriedades da matéria em condições extremas. Recentemente, colaborações experimentais do RHIC e do LHC publicaram dados relatando um excesso da produção de J/ψ em colisões periféricas (ADAM, 2016), onde ocorre a sobreposição dos núcleos da colisão, em comparação ao que seria esperado por modelos puramente hadrônicos. Neste trabalho, seguindo alguns estudos fenomenológicos importantes como (SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, 2016) e (MARTINS, 2018), além dos próprios resultados experimentais, exploramos a possibilidade de que este excesso possa estar associado a processos iniciados por interações eletromagnéticas, ou seja, por troca de fótons. Desta forma, a produção de J/ψ em colisões $PbPb$ pode ocorrer devido ao subprocesso γPb .

No capítulo 5 apresentamos nossos resultados para a produção de J/ψ em processos induzidos por fótons. Mais precisamente, apresentamos o comportamento das seções de choque de interação fóton-chumbo com a energia de centro de massa fóton-chumbo e as distribuições de rapidez em colisões periféricas chumbo-chumbo para energias do LHC. Nossos resultados foram apresentados no capítulo 5. Para os modelos de seção de choque de dipolo, utilizamos os modelos GBW e IIM, que são modelos apoiados na física de saturação, em suas versões mais atuais. Apresentamos também uma versão anterior do modelo GBW para comparação. Nossos resultados para seção de choque e distribuição de rapidez mostram que os modelos mais atuais de GBW e IIM possuem boa concordância, enquanto o modelo GBW antigo é mais distantes dos dois primeiros. Provavelmente isto se deve ao fato de que, na nova parametrização do GBW, foram levados em conta um maior número de dados experimentais no ajuste dos parâmetros. Isto é interessante, tendo em vista que este modelo embora simples, é bastante utilizado na literatura há mais de 20 anos e costuma a ser bem sucedido na descrição de vários observáveis. Do ponto de vista da utilização das duas funções de onda de mésons vetoriais, podemos observar que as previsões feitas a Boosted Gaussian fornecem uma precisão mais elevada do que a Gaus-LC, mas praticamente sem mudar o comportamento das seções de choque com energia e rapidez. Este fato é interessante pois, juntamente com os diferentes modelos de seção de choque de dipolo e de fluxo de fótons, obtemos resultados convenientes para hipótese do excesso da fotoprodução dos mésons vetoriais (SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, 2016)

Referente aos fluxos de fótons efetivos, utilizamos 3 modelos. O modelo N_0 , sem nenhum corte, apenas adaptando os limites de integração conforme o intervalo de centralidade, o modelo N_1 , que considera apenas fótons que atingem a região do núcleo alvo e o modelo N_2 , que além deste corte, desconsidera a região de sobreposição dos núcleos. Analisamos o impacto do uso de diferentes fluxos no cálculo de distribuições de rapidez nas energias de colisão de 2,76 TeV e 5,5 TeV para as centralidades de 50-70% e de 70-90%. As figuras 21 a 24, mostram que existe uma diferença quanto as classes de centralidade e os fluxos. Um resultado interessante ocorre

para a centralidade de 70-90%. Neste caso, o fluxo N_2 com cortes para corrigir o fato da colisão ser periférica, se confunde com o fluxo N_0 , que não possui nenhum corte adicional. Sabendo que esta classe de centralidade está mais próxima de uma colisão ultraperiférica (sem nenhuma sobreposição dos núcleos) do que a classe 50-70%, este resultado indica que o fluxo N_2 pode estar fazendo a transição do regime periférico para o ultraperiférico de maneira mais adequada que o fluxo N_1 , o qual não se aproxima de N_0 na centralidade de 70 – 90%.

Finalmente, este trabalho pode ser ampliado complementando estas análises. Isto poderia ser feito levando em conta modelos de seção de choque mais completos e com ajustes mais atuais, como o modelo IP-SAT que foi recentemente atualizado e com o uso de modelos de fluxos efetivos mais atuais. Esta atualização nos motiva também a analisar os dados experimentais para estas colisões. Adicionalmente, outros modelos de função de onda podem ser testados. Além disso, o cálculo de outros observáveis, como a distribuição no quadrado do quadrimomento transferido, que vem sendo medida no LHC, poderão ser analisados de forma a complementar esta análise.

REFERÊNCIAS

- AAIJ, R. et al. (LHCb Collaboration). Measurement of j/psi production in p p collisions at s = 7tev. **Eur. Phys. J.C**, v. 71, p. 1645, 2011. Citado na página 15.
- AAMODT, K. et al. (ALICE Collaboration). The alice experiment at the cern lhc. **J. Instrum.**, v. 3, p. S08002, 2008. Citado na página 15.
- ABELEV, B. B. et al. Centrality dependence of π , k, and p production in pb-pb collisions. **Phys. Rev. C**, v. 88, p. 044910, 2014. Citado na página 15.
- ADAM, J. et al. Measurement of an excess in the yield of j/ψ at very low p_t in pb-pb collisions at $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$ tev. **Phys. Rev. Lett.**, v. 116, p. 222301, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 14, 15, 51 e 59.
- ADAM, J. et al. low -p t e+ e- pair production in au+ au collisions at s n n=200 gev and u+u collisions at s n n= 193 gev at star. **physical review letters, APS**, v.121, n.13, p. p. 132301, 2018. Citado na página 14.
- ALBACETE, Javier L. et al. Non-linear qcd meets data: A global analysis of lepton-proton scattering with running coupling bk evolution. **Phys. Rev. D**, v. 80, p. 034031, 2009. Citado na página 36.
- ANSELMINO, Mauro et al. **Introdução à QCD perturbativa**. Rio de Janeiro: LTC, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 15, 17, 18, 20, 21 e 26.
- ARMESTO, N. A simple model for nuclear structure functions at small x in the dipole picture. **Eur. Phys. J. C**, v. 26, p. 35–43, 2002. Citado na página 39.
- BARONE, V.; PREDAZZI, E. **High-energy particle diffraction**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2002. Citado 7 vezes nas páginas 18, 22, 24, 25, 30, 36 e 37.
- BARONE V., Genovese M. Nikolaev N.N. Predazzi E.; ZAKHAROV, B.G. Unitarization of structure functions at large 1/x. **Phys. Lett**, v. 326, p. 161, 1994. Citado na página 37.
- BERTULANI C. A. BAUR, G. Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions. **Physics Reports**, v. 163, p. 299–408, 1988. Citado na página 46.
- BJORKEN, J. D. Asymptotic sum rules at infinite momentum. **Physical Review, APS**, v. 179, n. 5, p. 1547, 1969. Citado na página 25.
- BRONIOWSKI W. FLORKOWSKI, W. Geometric relation between centrality and the impact parameter in relativistic heavy-ion collisions. **Phys. Rev**, v. 65, p. 024905, 2002. Citado na página 47.
- CASTRO, R.K. **Implicações fenomenológicas da alta densidade partônica na produção de diléptons para energias de raios cósmicos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pelotas, Pelotas, 2012. Citado na página 22.
- DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. **Deep inelastic scattering**. [S.l.]: OUP Oxford, 2011. Citado 7 vezes nas páginas 23, 24, 33, 34, 39, 40 e 48.
- DONNACHIE, A.; LANDSHOFF, P. V. **Phys. Lett. B**, v. 296, p. 227, 1992. Citado na página 33.

- EISBERG, R.; RESNICK, R. **Quantum physics of atoms, molecules, solids, nuclei and particles.** [S.l.: s.n.], 1979. Citado na página 18.
- FEYNMAN, R. P. Space-time approach to quantum electrodynamics. **Phys. Rev.**, v. 76, p. 769–789, 1949. Citado na página 18.
- FORSHAW, J. R.; ROSS, D. A. **Quantum Chromodynamics and the Pomeron.** [S.l.]: Cambridge University Press, 1997. Citado na página 36.
- FORSHAW J.R. SANDAPEN, R. Shaw G. Colour dipoles and rho, phi electroproduction. **Phys. Rev.**, v. 69, p. 094013, 2004. Citado na página 41.
- FRANCENER, R. **Fotoprodução de estados ligados de léptons em colisões hadrônicas.** Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, 2022. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 47.
- GOLEC-BIERNAT, K.; WUSTHOFF, M. Saturation effects in deep inelastic scattering at low q^2 and its implications on diffraction. **Phys. Rev.**, v. 59, p. 014017, 1999. Citado na página 39.
- GOLEC-BIERNAT K. SAPETA, S. Saturation model of dis: an update. **JHEP**, v. 2018, p. 1–17, 2018. Citado na página 51.
- GONÇALVES, V. P. et al. Color dipole predictions for the exclusive vector meson photoproduction in pp , ppb , and $p\bar{p}b\bar{b}$ collisions at run 2 lhc energies. **Phys. Rev. D**, v. 96, n. 9, p. 094027, 2017. Citado na página 52.
- GRIBOV L. V., LEVIN E. M.; RYSKIN, M. G. **Phys. Rep.**, v. 100, p. 1, 1983. Citado na página 34.
- GROSS, D. J.; WILCZEK, F. Asymptotically free gauge theories. 2. **Phys. Rev. D**, v. 9, p. 980, 1974. Citado na página 18.
- HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics.** New York: John Wiley & Sons, 1984. Citado 3 vezes nas páginas 24, 25 e 28.
- IANCU E. ITAKURA, K. Munier S. Saturation and bFKL dynamics in the hera data at small x. **Phys.Lett.**, B590, p. 199–208, 2004. Citado na página 40.
- IANCU E. LEONIDOV, A. McLerran L. Lectures at the 2001 nato advanced study institute on qcd perspectives on hot and dense matter. **JHEP**, v. 09, p. 151, 2002. Citado na página 35.
- JACKSON, J.D. **Classical Electrodynamics- Third Edition.** Berkeley, California: John Wiley son INC, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 45.
- JACKSON, J. D. **Classical Electrodynamics.** 3rd. ed. New York: Wiley, 1998. Citado na página 45.
- KOVCHEGOV, Y. V.; LEVIN, E. **Quantum chromodynamics at high energy.** [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 17, 33, 36 e 37.
- KOWALSKI H. MOTYKA, L. WATT G. Exclusive diffractive processes at hera within the dipole picture. **Physical Review D**, v. 74, p. 074016, 2006. Citado na página 41.
- KRAUSS F. GREINER, M. SOFF G. Photon and gluon induced processes in relativistic heavy-ion collisions. **Prog. Part. Nucl. Phys.**, v. 39, p. 503, 1997. Citado 2 vezes nas páginas 47 e 48.

- LEVIN, E.; TUCHIN, K. Solution to the evolution equation for high parton density qcd. **Nucl. Phys. B**, v. 573, p. 833–852, 2000. Citado na página 36.
- MARTIN, A. Unitarity and high-energy behavior of scattering amplitudes. **Phys. Rev**, v. 129, p. 1432–1436, 1986. Citado na página 33.
- MARTINS, Sony. **Fotoprodução de Mesons Vetoriais Pesados em Colisões Ultraperiféricas e Periféricas**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018. Citado 6 vezes nas páginas 28, 38, 39, 40, 41 e 59.
- MOREIRA, B. D. **Produção de Mésons Vetoriais em Processos Foto-Induzidos no LHC**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, [S.l.], 2017. Citado 7 vezes nas páginas 20, 26, 38, 39, 40, 47 e 51.
- MUELLER, A. H.; QIU, J. **Nucl. Phys. B**, v. 260, p. 427, 1986. Citado na página 34.
- NIKOLAEV N.N. ZAKHAROV, B.G. Scaling properties of nuclear shadowing in deep inelastic scattering. **Z.Phys**, v. 49, p. 607, 1991. Citado 2 vezes nas páginas 36 e 38.
- POLITZER, H. D. Reliable perturbative results for strong interactions? **Phys. Rev. Lett.**, v. 30, p. 1346, 1973. Citado na página 20.
- REZAEIAN AMIR H. SCHMIDT, Ivan. Impact-parameter dependent color glass condensate dipole model and new combined hera data. **Physical review**, v. 88, p. 074016, 2013. Citado na página 40.
- SANTOS, K. A. **Fotoprodução de estados ligados de léptons em colisões e^+e^- , ep , e eA** . Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, 2024. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 45.
- SILVA V. H. S. **Produção de diléptons em processos foto-induzidos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, 2022. Citado na página 14.
- SZCZUREK ANTONI. KLUSEK-GAWENDA, Mariola. Photoproduction of j/ mesons in peripheral and semi-central heavy ion collisions. **Physical Review**, v. 93, p. 044912, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 48, 49, 56 e 59.
- THOMSON, M. **Modern particle physics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. Citado na página 17.
- WEIZSACKER, C.F. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. **Z. Physik**, v. 88, p. 612, 1934. Citado na página 43.