

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA – PPGF

RODRIGO RIBAMAR SILVA DO NASCIMENTO

Produção de Hádrons Pesados em Colisões de Altas Energias

Joinville

2026

Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento

Produção de Hádrons Pesados em Colisões de Altas Energias

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva
Moreira

Coorientador: Prof. Dr. Victor Paulo Barros
Gonçalves

Joinville

2026

Nascimento, Rodrigo Ribamar Silva do

Produção de Hádrons Pesados em Colisões de Altas Energias / Rodrigo Ribamar
Silva do Nascimento. – 2026.

111 f. : il. (alguma cor.)

Orientador: Bruno Duarte da Silva Moreira, Dr.

Coorientador: Victor Paulo Barros Gonçalves, Dr.

Dissertação (Mestrado) – Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de
Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville, 2026.

1. Cromodinâmica Quântica. 2. Hádrons Exóticos. 3. Processos Fotoinduzidos.
I. Silva Moreira, Bruno Duarte da. II. Gonçalves, Victor Paulo Barros. III. Uni-
versidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa
de Pós-Graduação em Física. IV. Título.

Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento

PRODUÇÃO DE HÁDRONS PESADOS EM COLISÕES DE ALTAS ENERGIAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

BANCA EXAMINADORA:

Bruno Duarte da Silva Moreira, Dr.
Universidade do Estado de Santa Catarina
(presidente/orientador)

Membros:

Rafael Camargo Rodrigues de Lima, Dr.
Universidade do Estado de Santa Catarina

Maurício Thiel, Dr.
Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Joinville, 20 de fevereiro de 2026

Agradecimentos

Expresso aqui minha sincera gratidão à minha família e a todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho.

Agradeço, em especial, ao meu orientador, Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira, a quem sou profundamente grato pela orientação, apoio constante e pelas valiosas discussões científicas ao longo do desenvolvimento desta pesquisa. Ao meu coorientador, Prof. Dr. Victor Paulo Barros Gonçalves, agradeço pelas sugestões, pelo acompanhamento e pelas contribuições de suma importância para este trabalho.

Aos colegas e membros do grupo de pesquisa QUANTHA, sou grato pelas discussões, pela troca de ideias e pelo ambiente acadêmico estimulante que contribuíram para minha formação.

Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Física e à Universidade do Estado de Santa Catarina pela infraestrutura e pelo ambiente propício ao desenvolvimento desta dissertação.

Por fim, agradeço às agências de fomento que apoiam a pesquisa científica no Brasil, em particular à CAPES, ao CNPq e à FAPESC, pelo suporte que torna possível a realização de trabalhos como este.

Resumo

Neste trabalho investigamos a produção do estado tetraquark totalmente charmoso T_{4c} em colisões ultraperiféricas nas faixas de energia do Grande Colisor de Hádrons. A análise da produção do T_{4c} é realizada no contexto da Cromodinâmica Quântica, considerando os subprocessos fóton—fóton ($\gamma\gamma$) e fóton—hádron (γA), os quais são tratados por meio da Aproximação de Fótons Equivalentes. As seções de choque partônicas são calculadas perturbativamente, enquanto os efeitos não perturbativos associados à hadronização do tetraquark são incorporados por meio de elementos de matriz de longa distância da Cromodinâmica Quântica Não-Relativística. São apresentadas distribuições diferenciais em rapidez e momento transversal, bem como estimativas de seções de choque integradas e taxas de eventos, levando em conta as janelas de aceitação dos experimentos ALICE e LHCb. Adicionalmente, exploram-se projeções para colisões em energias mais elevadas, como as previstas para o Futuro Colisor Circular, avaliando-se o impacto do aumento da energia de centro de massa na produção do T_{4c} . Os resultados indicam que colisões ultraperiféricas constituem um ambiente promissor para o estudo de estados exóticos pesados no Grande Colisor de Hádrons, oferecendo um canal complementar às análises realizadas em colisões hadrônicas, e contribuindo para a compreensão da estrutura e dos mecanismos de formação de estados ligados da Cromodinâmica Quântica.

Palavras-chave: Cromodinâmica Quântica; Hádrons Exóticos; Processos Fotoinduzidos.

Abstract

In this work, we investigate the production of the fully charmed tetraquark state T_{4c} in ultraperipheral collisions at the energy ranges of the Large Hadron Collider. The analysis of T_{4c} production is carried out within the context of Quantum Chromodynamics, considering the photon—photon ($\gamma\gamma$) and photon—hadron (γA) subprocesses, which are treated using the Equivalent Photon Approximation. The partonic cross sections are calculated perturbatively, while the non-perturbative effects associated with the hadronization of the tetraquark are incorporated through long-distance matrix elements of Non-Relativistic Quantum Chromodynamics. Differential distributions in rapidity and transverse momentum are presented, as well as estimates of integrated cross sections and event rates, taking into account the acceptance windows of the ALICE and LHCb experiments. Additionally, projections are explored for collisions at higher energies, such as those anticipated for the Future Circular Collider, evaluating the impact of increased center-of-mass energy on the production of T_{4c} . The results indicate that ultraperipheral collisions offer a promising environment for the study of heavy exotic states at the Large Hadron Collider, providing a complementary channel to analyses performed in hadronic collisions and contributing to the understanding of the structure and formation mechanisms of Quantum Chromodynamics bound states.

Keywords: Quantum Chromodynamics; Exotic Hadrons; Photoinduced Processes.

Lista de Figuras

Figura 1	– $\alpha_s(Q^2)$ calculada a partir da equação (2.2.18)	19
Figura 2	– Resultados experimentais de $\alpha_s(Q^2)$.	19
Figura 3	– Diagrama esquemático do espalhamento elétron-próton via troca de um fóton virtual.	22
Figura 4	– Diagrama esquemático do espalhamento elétron-quark no modelo de pártons.	25
Figura 5	– Medidas experimentais de $F_2^{ep}(x, Q^2)$ do HERA. Resultados para os experimentos H1 e ZEUS são mostrados. Os diferentes ajustes correspondem a evolução de Q^2 para diferentes valores de x .	28
Figura 6	– Contribuições da radiação de glúons em ordem dominante da expansão de α_s , no processo de espalhamento $\gamma^* q$.	29
Figura 7	– Distribuição de pártons em escala: moderada $\mu^2 = 10 \text{ GeV}^2$ (esquerda) e evoluída via DGLAP em $\mu^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ (direita).	36
Figura 8	– Gráficos e ilustrações sobre a descoberta do J/ψ . (a) Espectro de massa mostrando a existência da partícula J . Resultados obtidos a partir de duas configurações do espectrômetro são apresentados, mostrando que o pico independe da corrente do espectrômetro. (b) Seção de choque em função da energia no centro de massa em colisões $e^- e^+$, evidenciando a ressonância ψ e (c) Evento candidato à produção do J/ψ num detector de colisões $e^- e^+$, mostrando as trajetórias das partículas carregadas reconstruídas no plano transversal.	41
Figura 9	– Representação esquemática da estrutura interna da partícula X . Dois modelos estão representados: o modelo tetraquark compacto (topo); modelo molecular (abaixo).	43
Figura 10	– Espectros de massas invariantes de candidatos a di- J/ψ . (a) Eventos selecionados em $p_T^{\text{di-}J/\psi} > 5,2 \text{ GeV}$ com sobreposição de ajustes de limiares. A presença de estruturas ressonantes é essencial para o ajuste. (b) Ajustes de dados com foco nas ressonâncias de Breit-Wigner (BW) e interferências indicando estruturas interdependentes nos canais de decaimento. (c) Ajustes de dados na região de sinal ressonante (SR) com eventos coletados em pares de múons (μ).	44
Figura 11	– Espalhamento total $e^- A \rightarrow e^- X$	50
Figura 12	– Cinemática do vértice de emissão elétron-fóton.	52

Figura 13 – Colisão ultraperiférica com parâmetro de impacto b e $R_{1,2}$ os raios dos projéteis, em (a) têm-se interações do tipo fóton–fóton ($\gamma\gamma \rightarrow kl$) e em (b) interações do tipo fóton–hádron ($\gamma i \rightarrow kl$). Aqui i, k e l representam pártons, $P_{1,2}$ são os momentos dos núcleos, s e $(b - s)$ são as distâncias respectivas entre o centro do núcleo 1 e 2 ao ponto de interação.	61
Figura 14 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 via interação $\gamma\gamma$	62
Figura 15 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 via interação γh_2	64
Figura 16 – Diagrama típico da fotoprodução de um T_{4c} via mecanismo de interação $\gamma\gamma$ na colisão entre dois hádrons h_1 e h_2	66
Figura 17 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 . (a) Formação do subsistema partônico $\hat{\sigma}_{\gamma g}$ dado pela fusão γg . (b) Diagrama do processo $\gamma g \rightarrow T_{4c} + g$	68
Figura 18 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões pp no LHC a $\sqrt{s} = 14$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$. Regiões hachuradas indicam as janelas de aceitação dos experimentos ALICE ($-1 \leq Y \leq 1$) e LHCb ($2 \leq Y \leq 4, 5$).	73
Figura 19 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões pPb no LHC a $\sqrt{s} = 8, 16$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$	74
Figura 20 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões $PbPb$ no LHC a $\sqrt{s} = 5, 36$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$	75
Figura 21 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões pp via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.	76
Figura 22 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões pPb via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.	77
Figura 23 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões $PbPb$ via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.	78
Figura 24 – Distribuições do T_{4c} em colisão pp no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y , e em (b) distribuição em momento transversal p_T	82

Figura 25 – Distribuições do T_{4c} em colisões pPb no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y e em (b) distribuição em momento transverso p_T	83
Figura 26 – Distribuições do T_{4c} em colisão $PbPb$ no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y e em (b) distribuição em momento transverso p_T	85
Figura 27 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões (a) pp , (b) pPb e (c) $PbPb$ via mecanismo γA , projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$	86

Lista de Tabelas

Tabela 1	– Elementos para a construção dos diagramas de Feynman associados aos termos contido na lagrangiana da QCD.	15
Tabela 2	– Escalas de energia típicas para estados ligados massivos do tipo quarkonium.	39
Tabela 3	– Valores da constante de acoplamento da QCD nas escalas de energia característica dos estados quarkonium.	39
Tabela 4	– Valores de luminosidades integradas utilizados nas estimativas das seções de choque e do número esperado de eventos para os experimentos do LHC (LHCb e ALICE) e FCC-hh (futuro colisor).	71
Tabela 5	– Estimativas para as larguras de decaimento $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$ e e para as respectivas massas de ressonância do T_{4c}	72
Tabela 6	– Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton–fóton ($\gamma\gamma$) nos experimentos LHCb e ALICE, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 14$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 8,16$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 5,36$ TeV), com as respectivas aceitações dos detectores. Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.	79
Tabela 7	– Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton–fóton ($\gamma\gamma$) no FCC-hh, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 100$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 63$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 39$ TeV). Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.	80
Tabela 8	– Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton–núcleo (γA) nos experimentos LHCb e ALICE, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 14$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 8,16$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 5,36$ TeV), com as respectivas aceitações dos detectores. Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.	87
Tabela 9	– Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton–núcleo (γA) no FCC-hh, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 100$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 63$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 39$ TeV). Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.	88

Abreviaturas e Siglas

ALICE	A Large Ion Collider Experiment	3
ATLAS	A Toroidal LHC Accelerator Synchronous Detector	44
BNL	Brookhaven National Laboratory	40
CDF	Collider Detector at Fermilab	47
CM	Center of Mass frame	68
CMS	Compact Muon Solenoid	44
CTEQ	the Coordinated Theoretical-Experimental Project on QCD	35
DAS	Double-Asymptotic Scaling	33
DGLAP	Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi	27
DIS	Deep Inelastic Scattering	22
DLLA	Double-Leading Log Approximation	33
EFT	Effective Field Theory	2
EPA	Equivalent Photon Approximation	50
FCC	Future Circular Collider	3
IR	InfraRed divergences	28
LDME	Long Distance Matrix Element	47
LHC	Large Hadron Collider	2
LHCb	Large Hadron Collider-b	3
LO	Leading Order	32
NLO	Next-to-Leading Order	35
NNLO	Next-to-Next-to-Leading Order	35
NNPDF	Neural Network Parton Distribution Function	35
NRQCD	Non-Relativistic Quantum ChromoDynamics	2
OZI	Okubo-Zweig-Iizuka	40
PDF	Parton Distribution Function	27
pQCD	perturbative QCD	16
QCD	Quantum ChromoDynamics	1

QED	Quantum ElectroDynamics	5
RHIC	Relativistic Heavy Ion Collider	64
SDC	Short Distance Coefficient	46
SLAC	Standard Linear Accelerator Center	40
SM	Standard Model	1
SPEAR	Stanford Positron Electron Asymmetric Ring	40
UPC	Ultra Peripheral Collision	58
UV	UltraViolet divergences	17
YM	Yang–Mills	10

Sumário

	Agradecimentos	iv
	Resumo	v
	Abstract	vi
	1 INTRODUÇÃO	1
1.1	Convenções e Notações	3
	2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DA QCD	5
2.1	Noções Basilares	5
2.1.1	Sobre os Grupos de Lie	6
2.1.2	Sobre o Princípio de Invariância de Calibre	7
2.1.3	A Lagrangiana da QED	8
2.1.4	A Lagrangiana de Yang–Mills	10
2.2	Introdução à QCD e a Estrutura do $SU(3)_c$	12
2.2.1	A Lagrangiana da QCD	13
2.2.2	Regras de Feynman	15
2.2.3	Renormalização e Grupo de Renormalização	17
2.2.4	Confinamento e Liberdade Assintótica	18
2.2.5	Fatorização Colinear	20
2.3	O Modelo de Pártons	21
2.3.1	DIS Como Motivação	22
2.3.1.1	Funções de Estrutura	23
2.3.2	Limite de Bjorken	24
2.3.2.1	Relação de Callan–Gross	25
2.3.2.2	Funções de Distribuição Partônica	26
2.4	Violação do Scaling de Bjorken	27
2.4.1	Equações de Evolução DGLAP	28
2.4.2	Limite Para Pequeno x	33
2.5	Análise Global	34
2.5.1	Parametrizações Utilizadas e Estratégias de Ajustes	35
	3 HÁDRONS PESADOS	37
3.1	Estados Ligados Massivos da QCD	37
3.1.1	Quarkonium	38
3.1.2	Charmonium	40

3.1.3	Estados Exóticos	42
3.2	Caracterização do T_{4c}	43
3.3	Noções Basilares da NRQCD	45
3.3.1	Fatorização em Curto e Longo Alcance	46
4	FENOMENOLOGIA	49
4.1	O Método de Weizsäcker-Williams	49
4.1.1	Fluxo de Fótons Equivalentes	50
4.2	Colisões Ultraperiféricas no LHC	58
4.2.1	Distribuições Espectrais	59
4.2.2	Distribuição Espectral Para o Fluxo de Fótons do Próton	60
4.2.3	Distribuição Espectral Para o Fluxo de Fótons Nuclear	60
4.3	Processos Fotoinduzidos	60
4.3.1	Processos $\gamma\gamma$ no LHC	62
4.3.2	Processos γA no LHC	64
4.4	Modelagem do T_{4c}	65
4.4.1	T_{4c} via mecanismo $\gamma\gamma$	66
4.4.2	T_{4c} via mecanismo γA com $\hat{\sigma}_{\gamma g}$ estimada por NRQCD	67
5	RESULTADOS	70
5.1	Distribuições em Rapidez Para o Processo $\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}$	72
5.1.1	Colisão pp	72
5.1.2	Colisão pPb	74
5.1.3	Colisão $PbPb$	75
5.1.4	Análises Projetadas para o FCC-hh	76
5.1.5	Número Esperado de Eventos	78
5.2	Distribuições para o Processo $\gamma A \rightarrow T_{4c}$	81
5.2.1	Colisão pp	81
5.2.2	Colisão pPb	83
5.2.3	Colisão $PbPb$	84
5.2.4	Análises Projetadas para o FCC-hh	85
5.2.5	Número Esperado de Eventos	86
6	CONCLUSÃO	90
	Bibliografia	92
	APÊNDICE A EQUAÇÕES DE EVOLUÇÃO DGLAP	103
A.1	Transformadas de Mellin Aplicadas	103
A.2	Solução $xg(x, t)$ na Aproximação DLLA LO	104

	APÊNDICE B CÁLCULOS EPA	109
B.1	Elemento de Matriz $i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+)$	109
B.2	Elemento de Matriz $i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_-)$	110

CAPÍTULO 1

Introdução

A Cromodinâmica Quântica (QCD¹) constitui o setor do Modelo Padrão (SM²) responsável pela descrição das interações fortes, governando a dinâmica de quarks e glúons por meio de uma teoria de calibre não abeliana baseada no grupo $SU(3)_c$ [1]. Uma de suas propriedades mais marcantes é a dependência da constante de acoplamento com a escala de energia, que conduz a dois regimes distintos: a *liberdade assintótica*, característica de altas energias [2, 3], e o *confinamento*, predominante em baixas energias. Como o regime de confinamento ainda não foi completamente derivado a partir da teoria fundamental, a descrição teórica dos estados ligados hadrônicos permanece como um dos problemas centrais da física de partículas [4, 5].

Historicamente, a possibilidade de hádrons apresentarem estruturas multiquark já foi considerada na formulação original do *modelo de quark*^{*}, introduzido de forma independente por Gell-Mann e Zweig na década de 1960 [6, 7]. Segundo o modelo, estados além das configurações convencionais — mésons ($q\bar{q}$) e bárions (qqq) — não são proibidos pela QCD. Entretanto, o estudo moderno desses sistemas, frequentemente denominados *estados exóticos*, ganhou grande impulso com a descoberta do estado $X(3872)$ pela colaboração Belle em 2003 [8].

As propriedades experimentais do $X(3872)$, como sua massa, números quânticos e padrões de decaimento, não se ajustam de forma satisfatória ao espectro tradicional

¹Quantum ChromoDynamics

²Standard Model

^{*}Tradução livre do autor a partir do inglês: *quark model*.

do charmonium ($c\bar{c}$), motivando intensas investigações acerca de possíveis estruturas compostas por quatro quarks. Em particular, o fato de sua massa situar-se extremamente próxima ao limiar $D^{*0}\bar{D}^0$ sugere a interpretação desse estado como uma molécula hadrônica fracamente ligada. Alternativamente, modelos baseados em estruturas como diquark–antidiquark o descrevem como um tetraquark compacto [4]. No entanto, a ausência clara de estados relacionados previstos por esse tipo de modelo desafia a hipótese de um tetraquark puramente compacto. Outro aspecto relevante é a forte violação de isospin observada em seus decaimentos, evidenciada por taxas comparáveis para os canais $J/\psi\rho$ e $J/\psi\omega$, comportamento incompatível com um estado de charmonium convencional [4]. Atualmente, diversas análises teóricas apontam para uma estrutura mista, combinando componentes de charmonium com configurações moleculares hadrônicas ou tetraquarks.

Nesse contexto, os hádrons pesados desempenham um papel particularmente importante como laboratórios teóricos para o estudo da dinâmica da QCD. Sistemas contendo quarks pesados, como quarkônios e multiquarks com sabores charm (c) ou bottom (b), permitem uma separação parcial entre escalas de energia, possibilitando a aplicação da Teoria de Campo Efetiva (EFT¹). Um exemplo relevante é a Cromodinâmica Quântica Não-Relativística (NRQCD²), na qual os processos de produção e hadronização podem ser tratados de forma fatorizada [9]. Dessa maneira, a investigação de estados exóticos contendo quarks pesados tem se consolidado como uma das frentes mais ativas da física hadrônica contemporânea [10–12].

Nos últimos anos, a observação experimental de estruturas ressonantes na região de massa em torno de 6,9 GeV, associadas ao estado conhecido como $X(6900)$ [13], reacendeu o interesse em sistemas multiquarks totalmente charmosos, isto é, estados compostos exclusivamente por quarks charm. A possível interpretação dessas estruturas como estados tetraquark compactos do tipo $T_{4c} = |cc\bar{c}\bar{c}\rangle$ levanta questões fundamentais acerca dos mecanismos geradores de estados ligados da QCD, da validade de diferentes modelos hadrônicos e da natureza dinâmica dessas ressonâncias.

Paralelamente, o advento das colisões ultraperiféricas em aceleradores hadrônicos de altas energias, como o Grande Colisor de Hádrons (LHC³), abriu novas oportunidades para o estudo de processos fotoinduzidos em ambientes relativamente limpos do ponto de vista hadrônico [14–16]. Nessas colisões, a interação é dominada por intensos campos eletromagnéticos, permitindo descrever os projéteis, em boa aproximação, como fontes de fótons quase reais [17–19]. Esse formalismo possibilita o estudo sistemático de processos do tipo $\gamma\gamma$ e γA , oferecendo um cenário particularmente favorável para a produção exclusiva ou semiexclusiva de estados ligados pesados.

¹Effective Field Theory

²Non-Relativistic Quantum ChromoDynamics

³Large Hadron Collider

O objetivo desta dissertação é investigar a produção do estado tetraquark totalmente charmoso T_{4c} , associado ao estado $X(6900)$, em colisões ultraperiféricas no LHC. São considerados dois mecanismos distintos de produção: o processo $\gamma\gamma$ e o processo γA , sendo este último descrito no contexto da NRQCD [20], assumindo a fatorização entre as contribuições perturbativas e não perturbativas da interação forte. Os efeitos não perturbativos são incorporados por meio de parâmetros universais do modelo.

Nesse estudo, são analisadas distribuições diferenciais em rapidez e momento transversal, bem como estimativas para as seções de choque integradas e taxas de eventos em diferentes sistemas de colisão (pp , pPb e $PbPb$), considerando as janelas de aceitação dos experimentos ALICE¹ e LHCb². Além disso, são apresentadas projeções fenomenológicas para energias mais elevadas, como aquelas previstas para o Futuro Colisor Circular (FCC³), com o objetivo de avaliar o potencial experimental futuro para a observação desses estados. Dessa forma, busca-se contribuir para a compreensão dos mecanismos de produção de multiquarks pesados e para o debate atual acerca da natureza dos estados $X(6900)$ observados experimentalmente.

Este trabalho está organizado da seguinte forma. No Capítulo 2 são apresentados os fundamentos teóricos da QCD, incluindo o modelo de pártons, renormalização e funções de distribuição partônica. Já no Capítulo 3 são discutidas as propriedades dos hádrons pesados, com ênfase em quarkônios, estados de charmonium e possíveis configurações exóticas. O Capítulo 4 é dedicado à introdução do formalismo das colisões ultraperiféricas e dos processos fotoinduzidos. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos no Capítulo 5. Por fim, no Capítulo 6, são sumarizadas as principais conclusões e apresentadas perspectivas para trabalhos futuros.

1.1 Convenções e Notações

Ao longo desta dissertação, adotam-se convenções padrão em Física de Altas Energias, resumidas a seguir.

Utilizam-se unidades naturais, nas quais

$$c = \hbar = 1, \quad (1.1.1)$$

de modo que todas as grandezas físicas podem ser expressas em potências de energia, tipicamente em GeV.

Quadrivetores *contravariantes* são denotados por

$$x^\mu = (x^0, \mathbf{x}), \quad \text{com } \mathbf{x} = (x^1, x^2, x^3), \quad (1.1.2)$$

¹A Large Ion Collider Experiment

²Large Hadron Collider-b

³Future Circular Collider

enquanto quadrvetores *covariantes* são escritos como

$$x_\mu = (x^0, -\mathbf{x}). \quad (1.1.3)$$

A métrica do espaço-tempo é a de Minkowski, escolhida com assinatura

$$g_{\mu\nu} = g^{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1), \quad (1.1.4)$$

de modo que

$$p^2 = p \cdot p = g_{\mu\nu} p^\mu p^\nu = g^{\mu\nu} p_\mu p_\nu = p^\mu p_\mu = E^2 - |\mathbf{p}|^2. \quad (1.1.5)$$

O operador diferencial de quatro componentes é definido por

$$\partial_\mu \equiv \frac{\partial}{\partial x^\mu} = \left(\frac{\partial}{\partial x^0}, \nabla \right). \quad (1.1.6)$$

Utiliza-se também a notação *slashed* de Feynman para contrações com matrizes de Dirac, definida por

$$\not{a} = \gamma^\mu a_\mu, \quad (1.1.7)$$

onde γ^μ são as matrizes de Dirac e a_μ representa um quadrvetor arbitrário.

A rapidez Y é definida como

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{E + p_z}{E - p_z} \right). \quad (1.1.8)$$

O momento transversal p_T é definido por

$$p_T = \sqrt{p_x^2 + p_y^2}. \quad (1.1.9)$$

O número esperado de eventos N é calculado como

$$N = \mathcal{L}_{\text{int}} \sigma, \quad (1.1.10)$$

onde $\mathcal{L}_{\text{int}}$ representa a luminosidade integrada do experimento considerado e σ a seção de choque do processo.

Salvo indicação em contrário, somas sobre índices repetidos são assumidas segundo a convenção de Einstein. Constantes físicas, parâmetros fenomenológicos e valores numéricos adotados nas análises são explicitados nos capítulos correspondentes.

CAPÍTULO 2

Fundamentos Teóricos da QCD

No âmbito do SM, a teoria responsável pela descrição das interações fortes é a QCD, que codifica as interações entre quarks e glúons por meio do grau de liberdade de cor. Diferentemente da Eletrodinâmica Quântica (QED¹), em que o bóson mediador não carrega a carga associada à interação, na QCD os glúons transformam-se na representação adjunta do grupo de simetria $SU(3)_c$, carregando, portanto, índices nesta representação. Como consequência, estes campos interagem entre si, refletindo o caráter não abeliano da simetria de calibre subjacente. Veremos mais adiante que este comportamento é essencial para compreender duas das propriedades mais marcantes da QCD: a *liberdade assintótica* e o *confinamento*.

2.1 Noções Básicas

Nas subseções seguintes, apresentamos de maneira sucinta os elementos fundamentais necessários para a compreensão deste trabalho. Discussões mais aprofundadas podem ser encontradas em [1, 21–25].

¹Quantum ElectroDynamics

2.1.1 Sobre os Grupos de Lie

Em Teoria de Grupos, define-se um conjunto de elementos $G = \{g_1, g_2, \dots\}$ munido de uma operação binária $(\cdot)$ que satisfaz simultaneamente as propriedades:

1. *Fechamento*: se $g_i, g_j \in G$, então $(g_i \cdot g_j) \in G$.
2. *Associatividade*: $g_i \cdot (g_j \cdot g_k) = (g_i \cdot g_j) \cdot g_k$.
3. *Identidade*: existe um elemento e tal que $g_i \cdot e = e \cdot g_i = g_i$.
4. *Inverso*: para cada g_i existe g_i^{-1} tal que $g_i \cdot g_i^{-1} = e$.

A propriedade adicional de *comutatividade*

$$g_i \cdot g_j = g_j \cdot g_i, \quad (2.1.1)$$

determina se o grupo é *abeliano* ou *não abeliano*.

Essa noção é particularmente relevante em Física, quando um sistema admite um conjunto de transformações infinitesimais que deixa invariante a ação — ou, equivalentemente, as equações de movimento. Tal conjunto de transformações constitui um *grupo de simetria*. Quando o grupo é contínuo, ele pertence à classe dos grupos de Lie, caracterizados por variedades diferenciáveis definidas ponto a ponto, com θ_i parâmetros contínuos infinitamente próximos à identidade, de modo que uma transformação genérica pode ser escrita como:

$$U = \exp(i\theta^a T^a) \cdot \mathbb{1}, \quad (2.1.2)$$

onde T^a são os geradores do grupo de Lie. Esses geradores formam uma álgebra de Lie $\mathfrak{g}$ associada ao grupo, definida por uma relação de comutação do tipo

$$[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c, \quad (2.1.3)$$

na qual f^{abc} são as constantes de estrutura, totalmente antissimétricas. Se $f^{abc} = 0$, o grupo de Lie é dito abeliano; do contrário, é não-abeliano. Da própria definição da álgebra $\mathfrak{g}$ segue imediatamente a identidade:

$$[T^a, [T^b, T^c]] + [T^b, [T^c, T^a]] + [T^c, [T^a, T^b]] = 0, \quad (2.1.4)$$

conhecida como *Identidade de Jacobi*, que, em termos das constantes de estrutura, assume a forma

$$f^{abd} f^{dce} + f^{bcd} f^{dae} + f^{cad} f^{dbe} = 0. \quad (2.1.5)$$

Essa condição assegura a consistência e o fechamento interno da álgebra de Lie $\mathfrak{g}$.

Grupos de Lie são amplamente aplicados nas teorias do modelo padrão da física de partículas, fornecendo a estrutura matemática e conceitual ao modelo. Por exemplo: o grupo $U(1)$ designa o grupo unitário* de dimensão $n = 1$, formado por fases complexas de módulo unitário, e está associado ao eletromagnetismo após a quebra espontânea de simetria no setor eletrofraco; o $SU(2)$ é o grupo especial† unitário de dimensão $n = 2$, responsável por descrever a interação fraca e a estrutura de isospin; por fim, o $SU(3)$ representa o grupo especial unitário de dimensão $n = 3$, cuja álgebra de Lie não abeliana sustenta a cromodinâmica quântica e a dinâmica dos glúons. Esses grupos, reunidos na estrutura $SU(3) \otimes SU(2) \otimes U(1)$, fornecem a base matemática que classifica as cargas internas, organiza os campos fundamentais e determina a forma das interações de calibre do SM.

A conexão entre os grupos de Lie e quantidades conservadas na física é devida ao primeiro *Teorema de Noether* [26]. Ressalta-se ainda que: quando o primeiro teorema de Noether é aplicado às *simetrias globais*, ou seja, simetrias nas quais os parâmetros de fase θ_i não dependem das coordenadas do espaço-tempo, obtêm-se cargas conservadas. Entretanto, ao permitir que os parâmetros de simetria θ_i passem a depender *localmente* das coordenadas do espaço-tempo $\theta_i(x)$, exige-se que essa simetria — denominada de *simetria interna local* — continue válida. O mecanismo subjacente à preservação dessa simetria é o chamado *Princípio de Invariância de Calibre*, que será também brevemente discutido a seguir.

2.1.2 Sobre o Princípio de Invariância de Calibre

O princípio de invariância de *calibre*† estabelece que a dinâmica dos campos deve ser invariante sob transformações locais do grupo de simetria. Essa exigência conduz naturalmente à introdução de campos de calibre e determina a estrutura formal das interações fundamentais.

Como mencionado anteriormente, para transformações de fase globais, o teorema de Noether nos garante a existência de correntes conservadas, o que, por exemplo, no

*O grupo unitário de grau n é o conjunto de todas as matrizes $n \times n$ que preservam o produto interno hermitiano, isto é, todas as matrizes U que satisfazem

$$U(n) = \{U \in GL(n, \mathbb{C}) | U^\dagger U = \mathbb{1}\}$$

onde $U^\dagger$ denota a adjunta hermitiana de U .

†O grupo especial unitário de grau n é um subgrupo do $U(n)$ formado por matrizes de determinante unitário

$$SU(n) = \{U \in U(n) | \det(U) = 1\}.$$

†Tradução livre do autor a partir do inglês: *gauge*.

contexto da QED, implica imediatamente na conservação da quadricorrente*

$$\partial_\mu j^\mu = 0, \quad \text{com } j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi. \quad (2.1.6)$$

Entretanto, ao promovermos essa simetria a uma simetria local,

$$\psi(x) \longrightarrow e^{iq\theta(x)}\psi(x), \quad (2.1.7)$$

a aplicação direta do teorema de Noether não produz uma corrente física conservada. Isso ocorre porque simetrias locais não estão associadas a graus de liberdade físicos, mas a uma redundância da descrição: diferentes configurações dos campos relacionadas por uma transformação de calibre representam o mesmo estado físico. Assim, em teorias de calibre, a invariância local gera relações entre as equações de movimento — como as identidades de Bianchi e as relações de Ward [27] — e não correntes conservadas no sentido usual. Trata-se de um ponto conceitualmente sutil, mas fundamental para compreender o papel das condições de calibre e a contagem correta dos graus de liberdade inerentes à teoria em foco.

Os grupos de simetria, em conjunto com o princípio de invariância de calibre, habilitam-nos a construir *densidades lagrangianas*[†] invariantes por transformações locais, completando os elementos essenciais para a formulação consistente da teoria.

2.1.3 A Lagrangiana da QED

Utilizando a noção de grupos e assumindo o princípio de invariância de calibre, podemos construir lagrangianas analisando as simetrias envolvidas na teoria. Tomemos como exemplo o grupo de simetria $U(1)$ associado à QED. Este é um grupo de Lie abeliano que possui apenas um gerador. Sob transformações de fase globais do grupo $U(1)$, um campo de Dirac livre ψ e seu conjugado $\bar{\psi}$ são transformados da seguinte maneira:

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{ie\theta} \psi(x), \quad (2.1.8a)$$

$$\bar{\psi}(x) \rightarrow \bar{\psi}'(x) = \bar{\psi}(x) e^{-ie\theta}. \quad (2.1.8b)$$

A lagrangiana livre é simplesmente a lagrangiana de Dirac

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi, \quad (2.1.9)$$

que é manifestamente invariante sob o conjunto de transformações (2.1.8a) e (2.1.8b), uma vez que ∂_μ não age diretamente sobre os parâmetros do grupo θ_i . Contudo, se permitirmos transformações locais, $\theta_i \rightarrow \theta_i(x)$, tal invariância se perde. A restauração da simetria exige introduzir um campo de calibre A_μ que se transforma como:

$$A_\mu(x) \longrightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x). \quad (2.1.10)$$

*Outro termo possível seria: *corrente conservada de Noether*, ou simplesmente, *corrente de Noether*.

[†]Daqui em diante adotaremos apenas o termo *lagrangiana* no lugar de *densidades lagrangianas*.

com

$$e = \sqrt{4\pi\alpha}, \quad (2.1.11)$$

sendo a constante de acoplamento da QED. A introdução do campo A_μ é condição necessária, porém não suficiente, para restaurar a invariância de calibre, uma vez que ∂_μ não se transforma de maneira compatível com os elementos do grupo. Define-se então a derivada covariante

$$D_\mu \equiv \partial_\mu + ieA_\mu(x), \quad (2.1.12)$$

de modo que a ação de D_μ sobre $\psi(x)$ — e, conseqüentemente, sobre $\theta_i(x)$ — restaura completamente a invariância da lagrangiana. O tensor de intensidade do campo de calibre é dado por

$$[D_\mu, D_\nu] = -ieF_{\mu\nu}, \quad (2.1.13)$$

com

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (2.1.14)$$

sendo reconhecido como o tensor de Maxwell na formulação covariante do eletromagnetismo. Nesse contexto, A_μ é identificado como o quadrivetor potencial do campo eletromagnético.

A dinâmica do campo A_μ fica compreendida pelo termo cinético da lagrangiana exigido pela invariância de calibre

$$\mathcal{L}_{\text{EM}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (2.1.15)$$

Substituindo $\partial_\mu \rightarrow D_\mu$ em (2.1.9) e somando (2.1.15), obtém-se a lagrangiana da QED totalmente invariante sob transformações de calibre do grupo $U(1)$. Para os N_f sabores de férmions do SM, escreve-se

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \sum_{f=1}^{N_f} \bar{\psi}_f (i\not{D} - m_f) \psi_f. \quad (2.1.16)$$

O termo de interação (ou, vértice) $-e\bar{\psi}\gamma^\mu A_\mu\psi$ emerge naturalmente da lagrangiana expandida, representando o acoplamento entre o férmion carregado e o campo eletromagnético. Como se trata de uma teoria abeliana, não há termos de autointeração*, conseqüentemente, fótons† não carregam a carga eletromagnética e seu acoplamento ocorre exclusivamente via corrente de Noether do campo de Dirac.

*A representação adjunta do grupo $U(1)$ é trivial.

†O campo A_μ é inicialmente introduzido como o quadrivetor potencial eletromagnético — ou conexão de calibre $U(1)$. Apenas após a quantização do campo, seus modos quânticos passam a ser interpretados como fótons, de modo que é nesse estágio que A_μ pode ser propriamente chamado de campo do fóton.

Assim, a lagrangiana da QED é obtida diretamente da exigência de invariância de calibre da lagrangiana de Dirac. O campo eletromagnético A_μ aparece como um campo de calibre abeliano associado ao grupo $U(1)$, tendo o fóton como mediador das interações. A própria invariância de calibre impede a presença de um termo de massa para A_μ , garantindo a propriedade de que fótons são partículas sem massa.

A estrutura conceitual construída nessa seção fornece o modelo básico de campos de calibre e correntes conservadas, permitindo uma generalização natural para simetrias não-abelianas, como $SU(n)$. Essa generalização leva às chamadas *Teorias de Yang-Mills*, nas quais os campos de calibre passam a interagir entre si de maneira não trivial – um fenômeno inexistente em teorias abelianas. Essa nova estrutura será explorada na próxima seção.

2.1.4 A Lagrangiana de Yang–Mills

Embora o formalismo de Yang–Mills possa ser aplicado a uma ampla classe de grupos não-abelianos [28], nos concentraremos aqui na construção geral da lagrangiana, preparando o terreno para apresentar a QCD como uma teoria de YM¹ baseada no grupo $SU(3)_c$. A ideia central é compreender como a estrutura de um grupo de simetria não-abeliano — em particular a não comutatividade dos seus geradores — conduz naturalmente ao surgimento de interações entre os próprios campos de calibre, característica ausente na QED. Isso permitirá estabelecer a base conceitual e formal das interações fortes.

Tomemos inicialmente a lagrangiana de Dirac para N_f sabores de férmions

$$\mathcal{L} = \sum_1^{N_f} \bar{\psi}_j (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi_j. \quad (2.1.17)$$

Sabemos que ela é invariante sob transformações globais do grupo de simetria $SU(n)$, onde os campos fermiônicos transformam-se como

$$\begin{aligned} \psi_i(x) &\longrightarrow \psi'_i(x) = \exp(-i\theta^a T^a) \delta_{ij} \psi_j(x) \\ &\equiv U(\theta) \psi(x), \quad \text{com } U(\theta) = \exp(-i\theta^a T^a) \end{aligned} \quad (2.1.18)$$

isso exige que todos os componentes do multiplete tenham a mesma massa, uma vez que $m\bar{\psi}_i\psi_j\delta_{ij} = m\bar{\psi}'_i\psi'_j\delta_{ij}$. Mas, ao promovermos $\theta^a \rightarrow \theta^a(x)$, isto é, transformações locais, o termo cinético livre

$$i\bar{\psi}_i\gamma^\mu\partial_\mu\psi_j\delta_{ij}, \quad (2.1.19)$$

deixa de ser invariante na lagrangiana. Assim como no caso abeliano, essa perda de invariância motiva a introdução de um campo de calibre A_μ^a na derivada ∂_μ , porém agora

¹Yang–Mills

com uma estrutura mais rica do que no caso anterior, a saber

$$\partial_\mu \longrightarrow D_\mu = \partial_\mu + igA_\mu^a T^a, \quad (2.1.20)$$

aqui, g é a constante de acoplamento da teoria. Os campos A_μ^a sofrem transformações na representação adjunta do $SU(n)$ conforme

$$A_\mu \equiv A_\mu^a T^a, \quad A_\mu \longrightarrow U A_\mu U^\dagger - \frac{i}{g} (\partial_\mu U) U^\dagger, \quad (2.1.21)$$

ou seja,

$$A_\mu^a \longrightarrow A_\mu'^a = A_\mu^a - \frac{1}{g} \partial_\mu \theta^a - f^{abc} \theta^b A_\mu^c. \quad (2.1.22)$$

Novamente, a intensidade do campo de calibre A_μ^a é dada por

$$[D_\mu, D_\nu] = -igF_{\mu\nu}^a T^a, \quad \text{com } F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.1.23)$$

cujos termos

$$gf^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.1.24)$$

quando computado na contração

$$\mathcal{L}_{\text{gauge}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a}, \quad (2.1.25)$$

leva à presença de vértices cúbicos e quárticos para os campos A_μ^a . Aqui, um termo de massa do tipo $m^2 A_\mu^a A^{\mu a}$ também quebraria a invariância de calibre, o que nos leva a assumir que esses campos, assim como o campo de fótons, são não massivos. Entretanto, diferentemente do caso abeliano, os vértices originados da estrutura da lagrangiana $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$ incluem termos característicos de teorias não-abelianas, que manifestam-se nas auto-interações dos campos de calibre. Essas contribuições alteram drasticamente a forma simples da lagrangiana invariante quando comparada à de Maxwell, — como veremos mais adiante. De forma compacta, podemos escrevê-la como:

$$\mathcal{L}_{\text{YM}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{i,j=1}^{N_f} \bar{\psi}_i \left(i\delta_{ij} \gamma^\mu \partial_\mu + ig\gamma^\mu A_\mu^a T_{ij}^a - m_i \delta_{ij} \right) \psi_j. \quad (2.1.26)$$

Assim, expressa-se a lagrangiana *clássica* de Yang–Mills.

A quadricorrente contém contribuições dos campos de calibre — termo usualmente denominado de *corrente de Yang–Mills* — e de forma geral é dada por

$$J_{\text{total}}^{\mu a} = \bar{\psi}_i \gamma^\mu T_{ij}^a \psi_j - f^{abc} F^{\mu\nu b} A_\nu^c. \quad (2.1.27)$$

A corrente total assim escrita transforma-se covariantemente e satisfaz a condição de conservação

$$D_\mu J_{\text{total}}^{\mu a} = 0. \quad (2.1.28)$$

Resumidamente, a lagrangiana de Yang–Mills estabelece a estrutura clássica de uma teoria de calibre não-abeliana do grupo $SU(n)$, definindo os campos de calibre, seus termos de autointeração e a forma como os objetos se transformam. Embora uma descrição completa exija a quantização — com a introdução da condição de calibre e dos campos de Faddeev–Popov — essa etapa não será tratada aqui. A formulação clássica é suficiente para compreender a dinâmica não linear característica dessas teorias.

Com essa base firmada, introduzimos na seção seguinte os fundamentos da QCD.

2.2 Introdução à QCD e a Estrutura do $SU(3)_c$

A QCD é uma teoria de Yang–Mills baseada no grupo de calibre $SU(3)_c$, que atua no espaço interno de cor (r, b, g) . Os campos de quarks transformam-se segundo a representação fundamental do grupo, enquanto os campos de antiquarks pertencem à representação antifundamental. Sob uma transformação local de calibre $U(x) \in SU(3)_c$, os campos transformam-se conforme:

$$\psi_i(x) \longrightarrow \psi'_i(x) = U(x)_{ij} \psi_j(x), \quad \bar{\psi}_i(x) \longrightarrow \bar{\psi}'_i(x) = \bar{\psi}_j(x) U^\dagger_{ji}(x), \quad (2.2.1)$$

onde a ação do grupo ocorre no espaço interno de cor, com $i, j = 1, 2, 3$. Ao longo deste trabalho, os índices de cor serão suprimidos sempre que não forem essenciais. Para fins ilustrativos, na notação canônica, a representação fundamental pode ser escrita explicitamente como

$$\psi(x) = \begin{pmatrix} \psi_r \\ \psi_b \\ \psi_g \end{pmatrix}, \quad \bar{\psi}(x) = (\bar{\psi}_r, \bar{\psi}_b, \bar{\psi}_g), \quad (2.2.2)$$

onde os rótulos r, b, g identificam os graus de liberdade internos associados à cor. Nenhum experimento físico distingue componentes individuais de cor*, refletindo o caráter não observável dessas cargas isoladamente.

Uma transformação geral do grupo pode ser escrita como

$$U(x) = \exp(i\theta^a(x)T^a), \quad (2.2.3)$$

onde $\theta^a(x)$ são os parâmetros da transformação local e T^a ($a = 1, \dots, 8$) são os geradores da álgebra de Lie do grupo $SU(3)_c$. Na representação fundamental, estes são dados por

$$T^a = \frac{\lambda^a}{2}, \quad (2.2.4)$$

*O grupo $SU(3)_c$ é uma simetria exata da QCD, e observáveis físicos correspondem a estados singletos de cor.

em termos das matrizes hermitianas e de traço nulo de Gell-Mann [29].

$$\begin{aligned}\lambda^1 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^2 &= \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ \lambda^4 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^5 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^6 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \lambda^7 &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, & \lambda^8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.\end{aligned}$$

A álgebra de Lie do $SU(3)$ é não abeliana

$$[\lambda^a, \lambda^b] = 2if^{abc}\lambda^c, \quad (2.2.5)$$

e define consistentemente as constantes de estrutura f^{abc} . Convencionalmente, os valores não nulos são

$$\begin{aligned}f^{123} &= 1, \\ f^{147} &= -f^{156} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = -f^{367} = \frac{1}{2}, \\ f^{458} &= f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2},\end{aligned} \quad (2.2.6)$$

enquanto os demais são obtidos por antissimetria total dos índices. A normalização adotada [22] garante que

$$\text{tr} [\lambda^a \lambda^b] = 2\delta^{ab} \quad (2.2.7a)$$

$$\lambda_{ij}^a \lambda_{kl}^b \delta^{ab} = 2 \left(\delta_{il} \delta_{jk} - \frac{1}{N_c} \delta_{ij} \delta_{kl} \right), \quad (2.2.7b)$$

com $i, j, k, l = 1, \dots, N_c$ e N_c o número de cores.

2.2.1 A Lagrangiana da QCD

O princípio de invariância de calibre aplicado ao $SU(3)_c$ exige que a derivada parcial ∂_μ seja promovida à derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_s A_\mu^a T^a, \quad (2.2.8)$$

com

$$g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}, \quad (2.2.9)$$

sendo a constante de acoplamento da interação forte, T^a são os 8 geradores da álgebra de Lie na representação fundamental, e A_μ^a são os campos de calibre do grupo. Estes campos transformam-se na representação adjunta do $SU(3)_c$, e, como vimos, são da forma

$$A_\mu'^a = A_\mu^a - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \theta^a - f^{abc} \theta^b A_\mu^c. \quad (2.2.10)$$

Eles formam um octuplete de cor (**8**) com 4 componentes de Lorentz cada, totalizando um conjunto de 32 componentes. O tensor de campo

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c, \quad (2.2.11)$$

contém o termo não-abeliano responsável pelas interações glúon-glúon já na teoria clássica. Por consequência disso, a lagrangiana completa da QCD escrita para os N_f sabores de quarks, herda a estrutura da lagrangiana de Yang-Mills conforme

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} + \sum_{i,j=1}^{N_f} \bar{\psi}_i \left(i\delta_{ij} \gamma^\mu \partial_\mu + i g_s \gamma^\mu A_\mu^a T_{ij}^a - m_i \delta_{ij} \right) \psi_j, \quad (2.2.12)$$

porém, particularizada para o grupo $SU(3)_c$. Ela contém todos os graus de liberdade dinâmicos necessários para caracterizar os glúons como campos físicos, ainda que a interpretação em termos de partículas quantizadas — e, portanto, a construção de diagramas de Feynman — só se torne precisa após a quantização da teoria.

Reescrevendo a (2.2.12) explicitando alguns termos, ficamos com

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & -\frac{1}{4} \left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a \right)^2 + \\ & - \underbrace{g_s f^{abc} \left(\partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a \right) g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} A_\alpha^b A_\beta^c}_{\text{auto-interações trilineares}} + \\ & - \underbrace{\frac{1}{4} g_s^2 f^{abc} f^{ade} g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} A_\mu^b A_\nu^c A_\alpha^d A_\beta^e}_{\text{auto-interações quárticas}} + \\ & + \sum_{i,j=1}^{N_f} \bar{\psi}_i \left(i\delta_{ij} \gamma^\mu \partial_\mu + g \gamma^\mu A_\mu^a T_{ij}^a - m_i \delta_{ij} \right) \psi_j. \end{aligned} \quad (2.2.13)$$

A primeira parcela refere-se ao termo cinético dos glúons. A seguir, o termo das auto-interações trilineares descreve o vértice de interação entre três glúons, enquanto a parcela das auto-interações quárticas corresponde ao vértice entre quatro glúons. Finalmente, o último termo que envolve os espinores fermiônicos abrange tanto o termo cinético e de massa dos quarks quanto o termo de interação quark-glúon. Juntos, esses termos definem a dinâmica da QCD e governam as interações entre seus constituintes.

Com a lagrangiana assim estabelecida, podemos avançar para a descrição das regras de Feynman e a construção dos diagramas de interação fundamentais para o cálculo de amplitudes de espalhamento no formalismo perturbativo. A seguir, detalharemos como as interações da QCD são representadas graficamente através desses diagramas, o que nos permitirá calcular as probabilidades de processos físicos em regime de altas energias.

2.2.2 Regras de Feynman

Tabela 1 – Elementos para a construção dos diagramas de Feynman associados aos termos contido na lagrangiana da QCD.

Férmion	Rep. Feynman	Rep. Algébrica
Linhas Externas		
quarks/léptons (inicial)		$u_i(p)$
antiquarks/antiléptons (inicial)		$\bar{v}_i(p)$
quarks/léptons (final)		$\bar{u}_i(p)$
antiquarks/antiléptons (final)		$v_i(p)$
Linhas Internas		
quarks/léptons propagadores		$\frac{i(\not{p} - m_f)\delta_{ij}}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon}$
fóton propagador		$-\frac{ig_{\mu\nu}}{q^2 + i\epsilon}$
glúon propagador		$-\frac{i}{q^2 + i\epsilon} \left[g_{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right] \delta^{ab}$
Vértice	Rep. Feynman	Rep. Algébrica
2-quarks-glúon		$ig_s \gamma^\mu T_{ij}^a$
3-glúons		$g_s f^{abc} [g^{\mu\nu}(k - p)^\rho + g^{\nu\rho}(p - q)^\mu + g^{\rho\mu}(q - k)^\nu]$
4-glúons		$-ig_s^2 [f^{abe} f^{cde} (g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ace} f^{bde} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) + f^{ade} f^{bce} (g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma})]$

Fonte: ref.: [30].

Diagramas de Feynman [31] são representações esquemáticas de interações entre partículas, nas quais processos de criação e aniquilação podem ocorrer. Eles fornecem uma forma pictórica de visualizar os estados iniciais e finais de cada processo, facilitando a

construção dos elementos de matriz associados às amplitudes de espalhamento. Por meio desses diagramas, é possível calcular grandezas físicas observáveis, como seções de choque diferenciais, na expansão perturbativa da teoria.

Os elementos de matriz correspondentes seguem regras específicas que derivam da quantização da lagrangiana da QCD. A derivação formal dessas regras pode ser encontrada em [32, 33]. Para fins práticos neste trabalho, adotaremos como referência a prescrição apresentada em livros-texto clássicos [30, 34, 35], que resume-se como:

- (i) Para férmions ou antiférmions nos estados iniciais e finais (linhas externas — Tabela 1), com quadrimomento p e índice de cor i , associa-se o espinor de Dirac $u_i(p)$ ou seu adjunto $\bar{u}_i(p)$, respectivamente;
- (ii) Deve-se inserir um termo correspondente aos propagadores de partículas virtuais (linhas internas — Tabela 1) com, por exemplo, quadrimomento q para bósons e p para férmions;
- (iii) Insere-se também um termo respectivo a cada vértice fundamental de interação (vértices — Tabela 1), sendo eles: $q + \bar{q} \rightarrow g$, $g + g \rightarrow g$, e $g + g \rightarrow g + g$.

Também é exigida a conservação da carga de cor e dos quadrimomentos a cada vértice de interação. Uma escolha possível para o propagador do glúon é obtida a partir do termo de fixação de calibre, fazendo $\xi = 1$, conhecido como calibre de Feynman. Nesse calibre, o propagador do glúon assume a forma particularmente simples

$$D_{\mu\nu}^a(q) = \frac{-ig_{\mu\nu}\delta^{ab}}{q^2 + i\epsilon}, \quad (2.2.14)$$

o que facilita a aplicação dessas regras, especialmente em cálculos envolvendo QCD perturbativa (pQCD¹).

Embora as regras de Feynman permitam a construção formal de amplitudes a qualquer ordem em teoria de perturbação, sua aplicação prática exige o tratamento cuidadoso das divergências que emergem em diagramas de laço. Na QCD, tais divergências não apenas tornam necessária a renormalização dos parâmetros e dos campos, como também revelam uma das propriedades centrais da teoria: *a evolução do acoplamento forte com a escala de energia*. Dessa forma, essas regras constituem o ponto de partida para a análise do comportamento de $\alpha_s(Q^2)$ por meio das *funções beta* e do *grupo de renormalização*, que controlam a validade da expansão perturbativa e fundamentam o quadro da pQCD.

¹perturbative QCD

2.2.3 Renormalização e Grupo de Renormalização

A necessidade de controlar divergências ultravioleta (UV¹) que surgem em diagramas de laço leva naturalmente à formulação renormalizada da QCD. O teorema de 't Hooft & Veltman [36] estabelece que teorias de calibre não abelianas, quantizadas em calibres covariantes e regularizadas dimensionalmente, são renormalizáveis ordem a ordem na expansão perturbativa, permitindo que todos os infinitos sejam absorvidos em redefinições de campos, massas e da constante de acoplamento forte [22]. Como consequência do processo de renormalização, os parâmetros físicos passam a depender de uma escala arbitrária μ introduzida pela regularização — efeito que não é um artifício puramente matemático, mas implica previsões experimentais verificáveis, como o *running*^{*} da constante de acoplamento $\alpha_s(\mu^2)$ e das massas dos quarks pesados.

A dependência de α_s e de quaisquer parâmetros renormalizados com a escala μ é controlada pelo *grupo de renormalização*, formulado a partir do requisito de que observáveis físicos — como, por exemplo, os elementos de matriz $\mathcal{M}(\alpha_s, \mu^2)$ — sejam invariantes sob mudanças dessa escala. Tal condição leva à equação do grupo de renormalização [35, 37, 38]

$$\left[\beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s(\mu^2)} + \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} \right] \mathcal{M}(\alpha_s, \mu^2) = 0, \quad \text{com } \beta(\alpha_s) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s(\mu^2)}{\partial \mu^2}. \quad (2.2.15)$$

Aqui $\beta(\alpha_s)$ é chamada *função beta* e codifica a resposta da constante de acoplamento à mudança na escala de energia. A solução perturbativa em ordem dominante para a evolução de α_s é dada por [38]

$$\alpha_s(\mu_2^2) = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{1 + b_0 \alpha_s(\mu^2) \ln(\mu_2^2/\mu^2)}, \quad \text{sendo } b_0 = \frac{11N_c - 2N_f}{12\pi}, \quad (2.2.16)$$

N_c é o número de cores, N_f o número de sabores ativos de quarks, e μ_2 uma escala alternativa de renormalização. A variação de $\alpha_s(\mu^2)$ com μ é compensada exatamente pela correspondente variação em $\alpha_s(\mu_2^2)$, garantindo que o observável físico $\mathcal{M}(\alpha_s, \mu^2)$ permaneça invariante sob qualquer escolha de escala. O comportamento resultante — liberdade assintótica no regime de altas energias e o crescimento do acoplamento em baixas escalas de energia — constitui uma das características fundamentais da QCD e marca a transição entre os regimes perturbativo e não-perturbativo da teoria.

¹UltraViolet divergences

^{*}O termo *running* indica dependência direta da constante de acoplamento com a escala de energia adotada num determinado processo.

2.2.4 Confinamento e Liberdade Assintótica

A definição da constante de acoplamento α_s em termos do quadrimomento transferido* Q^2 permite-nos estudar o comportamento das interações entre quarks e glúons por meio da solução do grupo de normalização. Introduz-se, para isso, um parâmetro de corte (*cutoff*) Λ_{QCD} cujo valor é inferido experimentalmente, de modo que

$$\ln \Lambda_{\text{QCD}}^2 = \ln \mu^2 - \frac{1}{b_0 \alpha_s(Q^2)}, \quad (2.2.17)$$

em que μ é a escala de normalização e fixa a intensidade da interação em um determinado valor de energia. Inserindo (2.2.17) na solução perturbativa (2.2.16), obtém-se a forma conhecida para a evolução de $\alpha_s(Q^2)$,

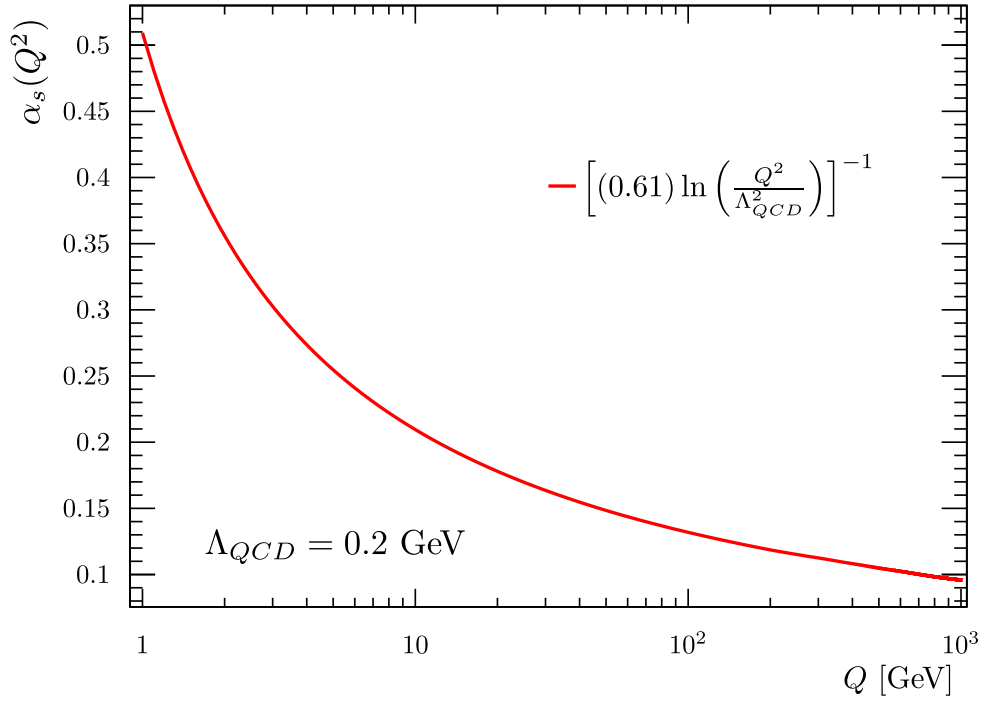
$$\alpha_s(Q^2) = \left[b_0 \ln \left(\frac{Q^2}{\Lambda_{\text{QCD}}^2} \right) \right]^{-1}. \quad (2.2.18)$$

Para as três cores $N_c = 3$ e os seis sabores de quarks $N_f = 6$, segue que $b_0 > 0$, conforme definido em (2.2.16). Consequentemente, a constante de acoplamento da QCD decresce em magnitude com o aumento de Q^2 (Figura 1). Em altas energias, quando $Q^2 \rightarrow \infty$, a interação forte torna-se menos intensa, permitindo o uso de métodos perturbativos. É neste regime que quarks comportam-se aproximadamente como partículas quase-livres, propriedade conhecida como *liberdade assintótica*, prevista independentemente por David J. Gross, Frank Wilczek e H. David Politzer no ano de 1973, o que lhes rendeu o Prêmio Nobel de Física de 2004 [2, 3, 39]. Sua origem física repousa na estrutura não-abeliana dos vértices glúon-glúon, responsáveis pelo comportamento anti-blindagem (*antiscreening*) descrito pela função beta da QCD.

No extremo oposto, quando $Q^2 \rightarrow 0$, a constante de acoplamento aumenta rapidamente em magnitude, indicando que quarks e glúons não podem separar-se indefinidamente uns dos outros. Tal comportamento sugere a hipótese do confinamento da carga de cor, frequentemente enunciada como [40]: “*Partículas que carregam carga de cor não podem ser observadas isoladamente, agrupam-se formando estados ligados neutros de cor (colorless).*”

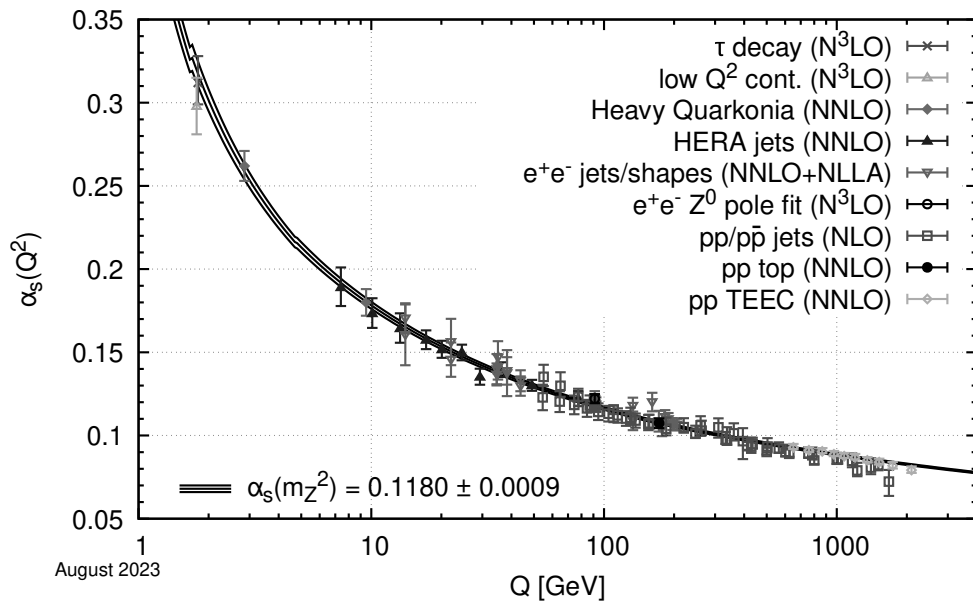
Até o momento, a hipótese do confinamento é fortemente apoiada por um vasto corpo de evidências experimentais, mas ainda carece de uma demonstração analítica rigorosa baseada nos primeiros princípios da QCD. Usualmente, adota-se a massa do bóson Z^0 para estimar o ponto de transição entre os regimes perturbativo e não-perturbativo, levando à determinação de $\Lambda_{\text{QCD}} \sim 200 \text{ MeV}$ como a escala de renormalização, onde a

*O *quadrimomento transferido* é definido como a diferença entre os quadrimomentos iniciais (p_i) e finais (p_f) das partículas envolvidas numa interação, ou seja, $q^\mu = p_i^\mu - p_f^\mu$. Quando o quadrimomento transferido está associado a uma partícula mediadora, ele é interpretado como a *virtualidade* da partícula, dada por $Q^2 = -q^\mu q_\mu$. O valor de Q^2 mede o desvio da partícula em relação a uma partícula real: para partículas reais, temos $Q^2 = 0$; enquanto para partículas virtuais, $Q^2 \neq 0$.

Figura 1 – $\alpha_s(Q^2)$ calculada a partir da equação (2.2.18)

Fonte: Elaborado pelo autor.

interação forte não pode mais ser tratada perturbativamente. A Figura 2 apresenta uma compilação recente de resultados experimentais para $\alpha_s(Q^2)$, evidenciando a consistência desse comportamento ao longo de várias ordens de grandeza em energia e reforçando a validação da QCD no regime perturbativo.

Figura 2 – Resultados experimentais de $\alpha_s(Q^2)$.

Fonte: ref.: [41].

Apesar do comportamento bem estabelecido da constante de acoplamento em função da escala de energia, muitos observáveis físicos são afetados por contribuições não-perturbativas e não podem ser calculados de forma confiável apenas com a teoria de perturbação. Em muitos casos, contudo, é possível separar sistematicamente as dinâmicas de curto (*hard*) e longo (*soft*) alcance por meio dos *teoremas de fatorização*. Existem diversos tipos de fatorização, como, por exemplo: fatorização TMD^{*}, SCET[†], small- x , entre outras. Cada uma possui estruturas distintas e independentes. A seguir, abordaremos de forma genérica a fatorização colinear muito comum nas parametrizações das funções de distribuições partônicas.

2.2.5 Fatorização Colinear

Em QCD, a fatorização colinear é o princípio segundo o qual uma seção de choque hadrônica pode ser expressa como a convolução de funções de contribuições provenientes de escalas dinâmicas bem separadas. Em particular, processos com uma grande escala Q permitem isolar [42]:

- (i) coeficientes de curta distância, calculáveis de maneira sistemática em QCD perturbativa após o cancelamento de singularidades infravermelhas e colineares; e
- (ii) funções universais que descrevem a dinâmica de longa distância associada à estrutura dos hádrons, determinadas por operadores compostos da teoria completa.

Essa decomposição é consequência direta da propriedade de liberdade assintótica somada à existência de uma hierarquia de escalas: enquanto subprocessos com momento transferido $Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$ são dominados por distâncias da ordem de $1/Q$, para as quais a expansão em potências de $\alpha_s(Q^2)$ é válida, a formação de estados ligados e demais efeitos de hadronização ocorrem em escalas da ordem do tamanho do hádron (~ 1 fm), onde a teoria se encontra no regime fortemente acoplado inviabilizando o uso de métodos perturbativos ($\alpha_s \sim 1$).

Formalmente, a fatorização colinear garante que, para uma ampla classe de observáveis *inclusivos*[‡], pode-se escrever a seção de choque na forma [42, 43]

$$\sigma(Q^2) = \hat{\sigma} \left(\alpha_s(\mu^2), \frac{Q^2}{\mu^2} \right) \otimes f(x, \mu^2), \quad (2.2.19)$$

onde:

- $\hat{\sigma}$ é o coeficiente de curta distância;

^{*}Transverse Momentum Dependent

[†]Soft-Collinear Effective Theory

[‡]Observável para o qual o estado final não é completamente especificado, isto é, integra-se sobre todos os estados finais possíveis do processo.

- $f(x, \mu^2)$ corresponde às funções não-perturbativas que emergem da fatorização colinear da QCD — tais como funções de distribuição partônicas e funções de fragmentação por exemplo — todas definidas por matrizes de operadores da QCD completa.
- μ é a escala de fatorização, que separa explicitamente a dependência de curta e longa distância e garante que toda a dependência em Q se encontre no coeficiente perturbativo.

A convolução indicada por $\otimes$ envolve integrações sobre as frações de momento longitudinal x das partículas incidentes, bem como a soma sobre todos os sabores e canais que contribuem ao processo observado. A universalidade das funções $f(x, \mu^2)$, demonstrada rigorosamente para processos como espalhamento profundamente inelástico, produção Drell–Yan, jatos a alto p_T e produção de hádrons contendo quarks pesados [42–44], permite que as mesmas distribuições não-perturbativas sejam utilizadas em diferentes processos físicos.

Além disso, a dependência das funções de longas distâncias em μ é governada pelas equações do grupo de renormalização, levando ao conjunto de equações de evolução. Essas equações codificam a forma como o conteúdo partônico efetivo de um hádron se modifica com a escala Q^2 , assegurando a consistência da descrição.

2.3 O Modelo de Pártons

O modelo de pártons, introduzido por Feynman no final da década de 1960, fornece uma interpretação física simples e intuitiva da estrutura interna dos hádrons em processos de altas energias. Nesse modelo, um hádron altamente relativístico é descrito como um sistema composto por constituintes quase livres — coletivamente denominados de *pártons* — que carregam frações do momento longitudinal total do hádron.

No referencial do laboratório, onde o hádron incidente possui grande momento, a dilatação temporal faz com que as interações fortes entre os pártons ocorram em escalas de tempo muito maiores do que o tempo característico do processo duro. Como consequência, durante a interação de curto alcance, os pártons podem ser tratados como partículas livres e incoerentes. Essa separação de escalas fornece a base física para o emprego da fatorização colinear discutida anteriormente.

No contexto da QCD, os pártons são identificados com quarks, antiquarks e glúons*, sendo que sua dinâmica de longo alcance é codificada nas funções de distribuição partônica,

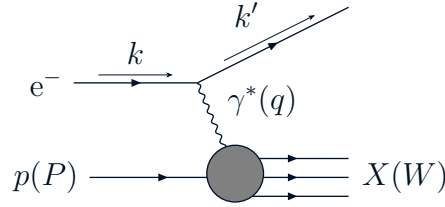
*Embora glúons façam parte do conteúdo hadrônico, no modelo de pártons ingênuo apenas quarks acoplam-se diretamente ao fóton virtual

— como veremos ao longo desta seção — enquanto a interação de curto alcance é descrita perturbativamente.

2.3.1 DIS Como Motivação

O espalhamento profundamente inelástico (DIS¹) desempenha um papel central no desenvolvimento do modelo de pártons e da QCD [1]. Nesse processo, um lépton de alta energia é espalhado inelasticamente por um hádron alvo por meio da troca de um bóson vetorial (γ^* , Z^0 ou $W^\pm$), sondando sua estrutura interna em escalas de distância muito curtas. Um exemplo típico desse processo encontra-se ilustrado na Figura 3.

Figura 3 – Diagrama esquemático do espalhamento elétron-próton via troca de um fóton virtual.



Fonte: ref.: [38].

A cinemática do DIS é usualmente expressa em termos das seguintes grandezas [45]

$$W^2 = (P + q)^2, \quad (2.3.1a)$$

$$\nu = \frac{P \cdot q}{M} = \frac{W^2 + Q^2 - M^2}{2M}, \quad (2.3.1b)$$

$$x = \frac{Q^2}{2P \cdot q} = \frac{Q^2}{2M\nu} = \frac{Q^2}{Q^2 + W^2 - M^2}, \quad (2.3.1c)$$

$$y = \frac{P \cdot q}{P \cdot k} = \frac{W^2 + Q^2 - M^2}{s - M^2}, \quad (2.3.1d)$$

onde, no referencial de repouso do hádron (próton),

- W^2 é o quadrado da massa invariante do estado hadrônico final X , interpretado como sendo o quadrado da energia de centro de massa do sistema γ^*p ;
- $\nu = E - E'$ é a energia transferida do lépton antes (E) e depois (E') da colisão;
- x é a variável adimensional de Bjorken, que admite interpretação como a fração do momento longitudinal do próton portata por um párton no limite de Bjorken;
- y é a variável de inelasticidade, representando a fração da energia do lépton transferida ao sistema hadrônico;

¹Deep Inelastic Scattering

- M é a massa do próton;
- P representa o quadrimomento do próton;
- Q^2 é a virtualidade do fóton de quadrimomento q , definida por

$$Q^2 = -q^2 = -(k - k')^2 > 0; \quad (2.3.2)$$

- $s = (k + P)^2$ é o invariante de Mandelstam associado ao sistema inicial lépton-próton, interpretado como sendo o quadrado da energia de centro de massa do sistema ep .

No limite de altas energias, $Q^2 \gg M^2$, a amplitude elementar do espalhamento profundamente inelástico mediado por um fóton virtual pode ser escrita como [45]

$$i\mathcal{M} = (-ie)\bar{u}^{s'}(k')\gamma^\mu u^s(k)\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}\langle X|J^\nu(0)|P, S\rangle, \quad (2.3.3)$$

com J^μ a corrente eletromagnética do hádron. Desprezando a massa do elétron e realizando a média sobre os spins iniciais e a soma sobre os spins finais, define-se o tensor leptônico

$$\begin{aligned} L^{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{2} \sum_{s,s'} [\bar{u}^{s'}(k')\gamma^\mu u^s(k)] [\bar{u}^s(k)\gamma^\nu u^{s'}(k')] \\ &= \frac{1}{2} \text{tr} [\not{k}'\gamma^\mu \not{k}\gamma^\nu] \\ &= 2(k'^\mu k^\nu + k'^\nu k^\mu - g^{\mu\nu} k' \cdot k). \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

Como o estado hadrônico final não é resolvido experimentalmente, considera-se o processo inclusivo em relação a X , introduzindo o tensor hadrônico

$$\begin{aligned} W^{\mu\nu} &\equiv \frac{1}{(2\pi)} \frac{1}{2} \sum_S \sum_X \int \frac{d^3P_X}{(2\pi)^3 2P_X^0} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(P + q - P_X) \times \\ &\times \langle P, S|J^\mu(0)|X\rangle \langle X|J^\nu(0)|P, S\rangle, \end{aligned} \quad (2.3.5)$$

cuja soma estende-se sobre todos os estados finais não observados. Nessas condições, a seção de choque diferencial do DIS, escrita no referencial de repouso do próton, assume a forma [35]

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{q^4} \left(\frac{E'}{E} \right) L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}. \quad (2.3.6)$$

2.3.1.1 Funções de Estrutura

Para avaliarmos a expressão (2.3.6), é necessário o conhecimento completo das expressões (2.3.4) e (2.3.5). O tensor leptônico $L^{\mu\nu}$ é calculado diretamente na QED, enquanto o tensor hadrônico $W^{\mu\nu}$ deve depender apenas de P e q . Quando somado sobre todas as contribuições de spins, apenas a parte simétrica de $W^{\mu\nu}$ contribui para a

seção de choque, uma vez que $L^{\mu\nu}$ é totalmente simétrico nos índices μ, ν . Além disso, devido à conservação da corrente eletromagnética, $W^{\mu\nu}$ deve satisfazer as identidades de Ward–Takahashi conforme:

$$q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0. \quad (2.3.7)$$

Com essas restrições, a forma mais geral para o tensor hadrônico compatível com a invariância de calibre pode ser parametrizada como [22, 45]

$$W^{\mu\nu}(P, q) = W_1(\nu, q^2) \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{W_2(\nu, q^2)}{M^2} \left[P^\mu - \frac{(q \cdot P)}{q^2} q^\mu \right] \left[P^\nu - \frac{(q \cdot P)}{q^2} q^\nu \right]. \quad (2.3.8)$$

Os coeficientes $W_{1,2}$ são denominados de *funções de estrutura* e contêm toda a informação acerca da estrutura do hádron. Com efeito, a seção de choque diferencial do DIS escrita em termos de $W_{1,2}$ no referencial de repouso do próton onde $Q^2 = 4EE' \sin^2 \theta/2$, assume a forma [35, 45]

$$\frac{d\sigma}{dE' d\Omega} = \frac{\alpha_{\text{em}}^2}{4E^2 \sin^4 \theta/2} \left[2W_1(\nu, q^2) \sin^2 \theta/2 + W_2(\nu, q^2) \cos^2 \theta/2 \right], \quad (2.3.9)$$

com θ sendo o ângulo de espalhamento no referencial de repouso do próton.

2.3.2 Limite de Bjorken

O limite de Bjorken é definido pelo regime cinemático

$$Q^2 \rightarrow \infty, \quad \nu \rightarrow \infty, \quad x = \frac{Q^2}{2M\nu} \rightarrow (\text{constante}). \quad (2.3.10)$$

Nesse limite, observa-se que as funções de estrutura podem ser redefinidas em termos de quantidades adimensionais,

$$MW_1(\nu, Q^2) \equiv F_1(x, Q^2), \quad (2.3.11a)$$

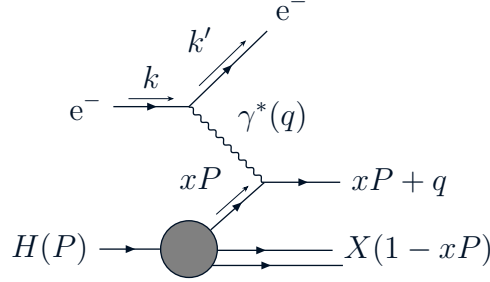
$$\nu W_2(\nu, Q^2) \equiv F_2(x, Q^2), \quad (2.3.11b)$$

as quais exibem comportamento aproximadamente independente de Q^2 , fenômeno conhecido como *scaling de Bjorken* [46]. Feynman assume este comportamento para introduzir o modelo de pártons, segundo o qual o próton passa a ser caracterizado como uma soma de estados partônicos virtuais estáveis e não interagentes (*soma incoerente*) durante todo processo de colisão. A Figura 4 ilustra o processo.

Nesse caso, a distribuição de momentos longitudinais pode ser descrita por funções de distribuição partônica $f_i(x)$ independentes entre si, de maneira que

$$\sum_i \int_0^1 dx x f_i(x) = 1, \quad (2.3.12)$$

Figura 4 – Diagrama esquemático do espalhamento elétron-quark no modelo de pártons.



Fonte: ref.: [38].

isto é, a soma de todas as frações de momento $x = p/P$ carregadas por cada párton individual é igual ao momento total do hádron portador.

2.3.2.1 Relação de Callan–Gross

Nesse contexto, o tensor hadrônico do próton no modelo de pártons pode ser aproximado por uma soma incoerente dos tensores hadrônicos associados ao espalhamento do fóton virtual γ^* por um único párton i identificado como um quark. No limite de Bjorken, tem-se [35]

$$W^{\mu\nu}(P, q) = \sum_i \int_0^1 dx f_i(x) w_i^{\mu\nu}(p, q), \quad (2.3.13)$$

onde $f_i(x)$ é a função de distribuição partônica do quark de sabor i , e carrega uma fração de quadrimomento $p = xP$ do próton. O tensor hadrônico elementar $w_i^{\mu\nu}$ descreve o espalhamento do fóton virtual pelo quark livre, pontual e de massa desprezível, definido por [45]

$$w_i^{\mu\nu}(p, q) \equiv \frac{1}{2} \sum_s \int \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 2p^0} (2\pi)^4 \delta^4(p + q - p') \times \langle p, s | J^\mu(0) | p', s' \rangle \langle p', s' | J^\nu(0) | p, s \rangle. \quad (2.3.14)$$

Utilizando espinores livres e realizando a soma sobre os estados de spin, obtém-se

$$w_i^{\mu\nu}(p, q) = 2\pi e_i^2 \delta((p + q)^2) \frac{1}{2} \text{tr} [\not{p} \gamma^\mu (\not{p} + \not{q}) \gamma^\nu], \quad (2.3.15)$$

em que o operador traço fornece

$$\frac{1}{2} \text{tr} [\not{p} \gamma^\mu (\not{p} + \not{q}) \gamma^\nu] = 2(p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu - g^{\mu\nu} p \cdot q). \quad (2.3.16)$$

Para quarks de massa desprezível $p^2 = 0$, sondados por fótons de virtualidade $q^2 = -Q^2$, $w_i^{\mu\nu}$ assume a forma

$$w_i^{\mu\nu}(p, q) = 4\pi e_i^2 \delta(2p \cdot q - Q^2) (p^\mu q^\nu + p^\nu q^\mu - g^{\mu\nu} p \cdot q). \quad (2.3.17)$$

Esse resultado pode ser comparado com a decomposição geral compatível com a invariância de calibre,

$$w_i^{\mu\nu}(p, q) = w_{1,i} \left(-g^{\mu\nu} + \frac{q^\mu q^\nu}{q^2} \right) + \frac{w_{2,i}}{p \cdot q} \left(p^\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\mu \right) \left(p^\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q^\nu \right). \quad (2.3.18)$$

A identificação termo a termo permite extrair as funções de estrutura partônicas,

$$w_{1,i} = \frac{1}{2} e_i^2 \delta(2p \cdot q - Q^2), \quad (2.3.19a)$$

$$w_{2,i} = e_i^2 \delta(2p \cdot q - Q^2), \quad (2.3.19b)$$

das quais segue imediatamente

$$w_{2,i} = 2w_{1,i}. \quad (2.3.20)$$

Ao substituir (2.3.19a) e (2.3.19b) em (2.3.13), obtêm-se as funções de estrutura hadrônicas no modelo de pártons,

$$F_1(x) = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 [f_i(x) + \bar{f}_i(x)], \quad (2.3.21a)$$

$$F_2(x) = x \sum_i e_i^2 [f_i(x) + \bar{f}_i(x)], \quad (2.3.21b)$$

de onde resulta a relação de Callan–Gross,

$$F_2(x) = 2xF_1(x). \quad (2.3.22)$$

Essa relação constitui uma consequência direta da hipótese de que os pártons dominantes no próton são constituintes pontuais de spin 1/2, livres durante o tempo característico da interação dura e reflete a supressão da contribuição longitudinal do fóton virtual no modelo de pártons ingênuo.

2.3.2.2 Funções de Distribuição Partônica

A função de estrutura $F_2(x)$ pode ser escrita como uma convolução entre as funções de distribuição partônica e a função de estrutura elementar associada ao espalhamento do fóton virtual por um quark [35]

$$F_2(x) = \sum_q \int_x^1 d\xi f_q(\xi) \hat{F}_2^q \left(\frac{x}{\xi} \right). \quad (2.3.23)$$

Aqui, ξ representa a fração de momento longitudinal do quark, enquanto x é a variável de Bjorken fixada pelo processo leptônico, $\hat{F}_2^q(x/\xi)$ representa a função de estrutura elementar do quark, isto é, a seção de choque de absorção do fóton virtual no processo $\gamma^* q \rightarrow q$. Sendo quarks objetos pontuais, tem-se imediatamente que

$$\hat{F}_2^q \left(\frac{x}{\xi} \right) = e_q^2 \delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right). \quad (2.3.24)$$

De forma mais precisa, as funções de distribuição partônica $f_q(\xi)$ — a partir daqui chamaremos apenas de PDFs¹ — são definidas de modo que $f_q(\xi) d\xi$ represente a densidade de número de quarks de sabor q carregando uma fração entre ξ e $\xi + d\xi$ do momento longitudinal do hádron.

Essa descrição, contudo, pressupõe que quarks e antiquarks sejam partículas livres. Na QCD, isso não é verdade: quarks interagem emitindo e absorvendo glúons. Como consequência, novos processos contribuem à absorção do fóton virtual, já em ordem $\mathcal{O}(\alpha_s)$, modificando a estrutura de $\hat{F}_2^q(x/\xi)$, como veremos a seguir.

2.4 Violação do Scaling de Bjorken

Se apenas quarks habitassem o interior dos hádrons, a QCD reduzir-se-ia, em essência, a uma teoria efetiva de férmions fracamente interagentes. Estados ligados seriam raros — talvez inexistentes — e, nesse cenário hipotético, quarks livres deveriam ser observáveis. Contudo, tal conclusão contradiz diretamente os dados experimentais: *quarks não são observados como estados assintóticos livres*. Pelo contrário, evidências experimentais indicam que quarks emitem e absorvem glúons, cuja dinâmica modifica de forma essencial o limite de validade do modelo de pártons.

Experimentos de DIS realizados no colisor elétron–próton HERA (ver Figura 5), entre 1992 e 2007, revelaram que, para altos valores de Q^2 e baixos valores de x , as funções de estrutura $F_{1,2}$ apresentam uma dependência logarítmica em Q^2 , caracterizando uma violação do scaling de Bjorken. Tal comportamento evidencia que os pártons não são constituintes estáticos, mas sim objetos dinâmicos cuja distribuição de momentos evolui conforme a escala de energia do processo.

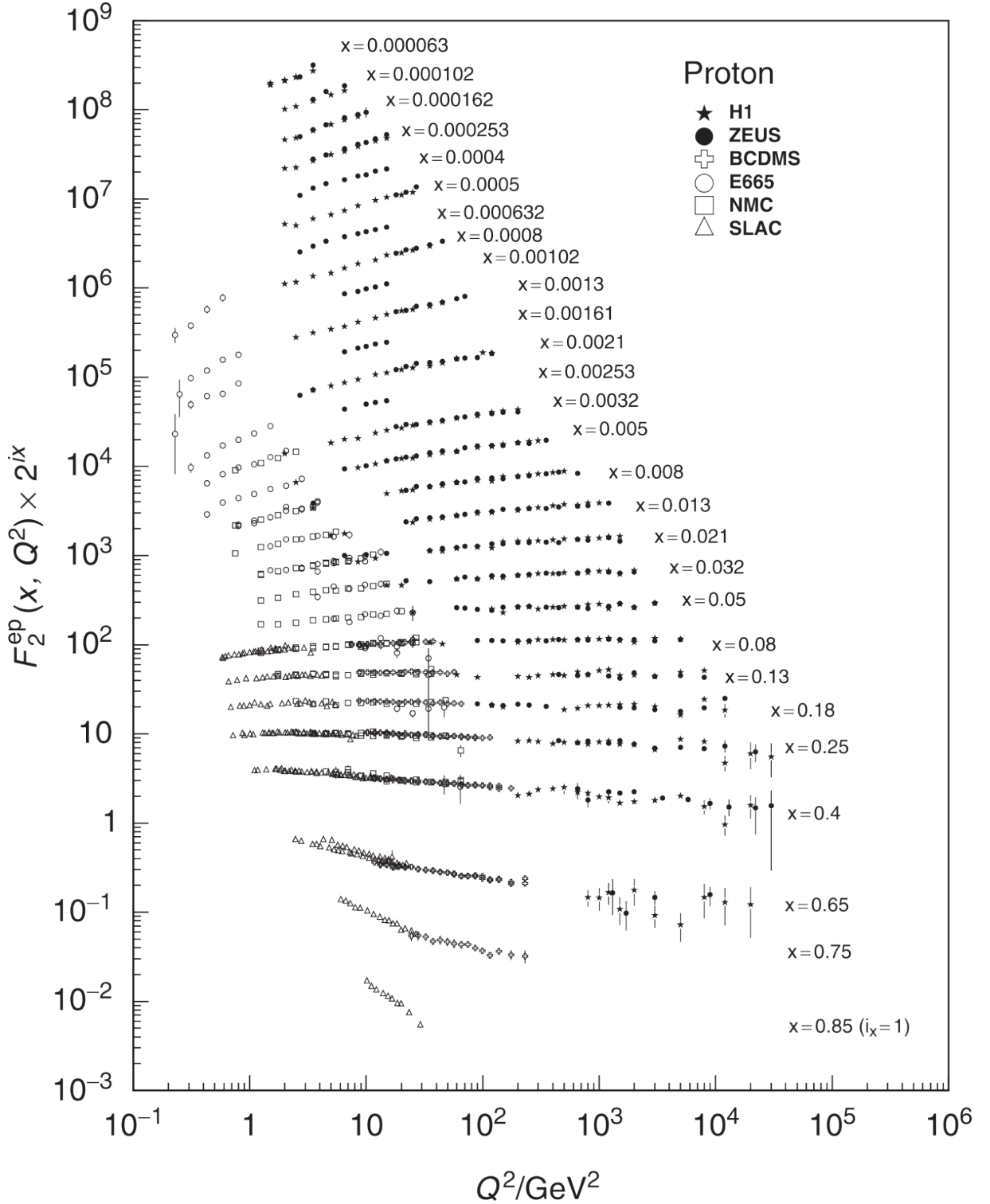
Do ponto de vista da QCD, essa violação do scaling é compreendida como consequência da radiação de glúons e da criação de pares quark–antiquark, processos que se tornam resolvíveis à medida que a escala de momento transferido Q^2 aumenta. Assim, a probabilidade de encontrar um párton com fração de momento x passa a depender explicitamente da escala do processo duro, levando à introdução de funções de distribuição partônica dependentes de Q^2 , $f_i(x, Q^2)$.

A evolução dessas distribuições com a escala de energia é governada por um conjunto de equações integro-diferenciais, conhecidas como equações de evolução DGLAP², que incorporam de forma sistemática os efeitos de emissão colinear de glúons e a mistura entre canais partônicos.

¹Parton Distribution Functions

²Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi

Figura 5 – Medidas experimentais de $F_2^{ep}(x, Q^2)$ do HERA. Resultados para os experimentos H1 e ZEUS são mostrados. Os diferentes ajustes correspondem a evolução de Q^2 para diferentes valores de x .



Fonte: ref. [30].

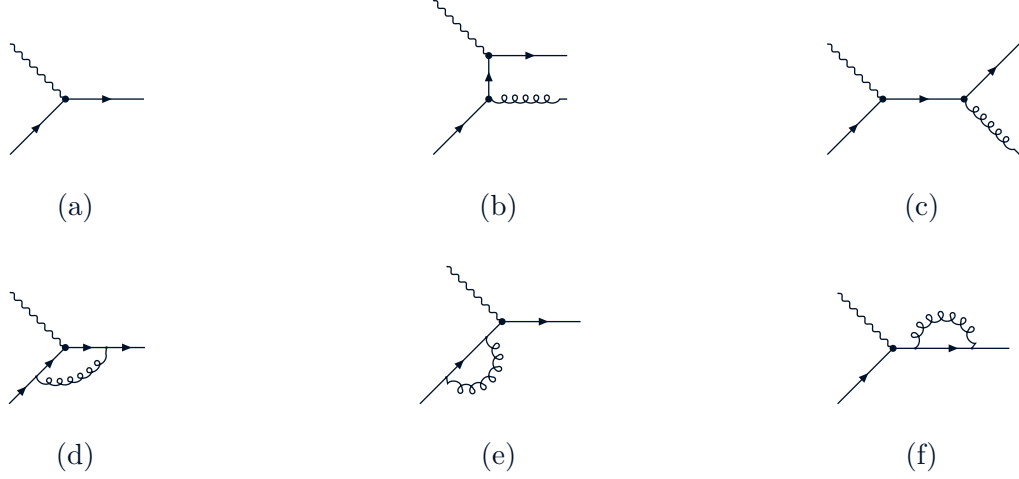
2.4.1 Equações de Evolução DGLAP

A contribuição da emissão de glúons para seção de choque do processo $\gamma^* q \rightarrow qg$ possui divergências infravermelhas (IR¹), associadas aos diagramas de Feynman avaliados

¹InfraRed divergences

em $\mathcal{O}(\alpha_s)$. Estas divergências (Figuras 6d–6f) ocorrem devido à radiação de glúons *soft*

Figura 6 – Contribuições da radiação de glúons em ordem dominante da expansão de α_s , no processo de espalhamento $\gamma^* q$.



Fonte: ref. [45].

(virtuais) e são devidamente canceladas quando contribuições reais e virtuais são somadas na seção de choque total [45]. Já as divergências das Figuras 6b e 6c estão associadas à emissão de glúons reais no canal $\hat{t}$ e $\hat{s}$ respectivamente, à medida em que $\hat{t} \rightarrow 0$ e uma vez que $\hat{t} \propto (1 - \cos \theta)$, com θ sendo a variável angular no referencial do centro de massa, tem-se com isso a emissão de glúon colinear ao seu quark emissor e precisam ser regularizadas. A regularização dá-se introduzindo um corte inferior k_0 na componente transversa do quadrimomento do quark interagente e assumindo que os diagramas em ordem dominante de α_s contribuem para a função de estrutura elementar dos quarks com termos do tipo

$$\hat{F}_2^q \left(\frac{x}{\xi}, Q^2 \right) = \frac{\alpha_s}{2\pi} e_q^2 \left[P \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{Q^2}{k_0^2} + h \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] \left(\frac{x}{\xi} \right), \quad (2.4.1)$$

com $P(x/\xi)$ e $h(x/\xi)$ funções finitas. Reescrevendo a expressão (2.3.23) de forma a introduzir a dependência em Q^2 ficamos com

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) &= \sum_{q, \bar{q}} \int_x^1 d\xi f_q^0(\xi) \left\{ \underbrace{e_q^2 \delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right)}_{\mathcal{O}(\alpha^0)} + \underbrace{\frac{\alpha_s}{2\pi} e_q^2 \left[P \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{Q^2}{k_0^2} + h \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] \left(\frac{x}{\xi} \right)}_{\mathcal{O}(\alpha^1)} + \mathcal{O}(\alpha^2) \right\} \\ &= \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \left\{ f_q^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q^0(\xi) \left[P \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{Q^2}{k_0^2} + h \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \right\}. \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

É possível desacoplar a variável k_0 de Q^2 introduzindo uma escala arbitrária de fatorização μ^2 , de modo que

$$\ln \frac{Q^2}{k_0^2} = \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \ln \frac{\mu^2}{k_0^2}, \quad (2.4.3)$$

também é possível separar a função $h(x/\xi)$ em duas partes definindo assim o esquema de fatorização

$$h\left(\frac{x}{\xi}\right) = \tilde{h}\left(\frac{x}{\xi}\right) + h'\left(\frac{x}{\xi}\right), \quad (2.4.4)$$

com isso, a singularidade contida em $\ln \mu^2/k_0^2$ é absorvida na redefinição da distribuição de quarks renormalizada

$$q(x, \mu^2) = f_q^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q^0(\xi) \left[P\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln \frac{\mu^2}{k_0^2} + h'\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (2.4.5)$$

Em termos de $q(x, \mu^2)$ a função de estrutura $F_2(x, Q^2)$ fica

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, \mu^2) C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right), \quad (2.4.6)$$

com $C(x/\xi, Q^2, \mu^2)$ as chamadas *funções coeficientes*, escrita em termos da escala

$$C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right) = \xi \delta(\xi - x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P\left(\frac{x}{\xi}\right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + \tilde{h}\left(\frac{x}{\xi}\right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2). \quad (2.4.7)$$

Desde que μ^2 seja uma escala arbitrária, a Física contida em $F_2(x, Q^2)$ não deve depender desta escala, e portanto

$$\frac{\partial F_2(x, Q^2)}{\partial \ln \mu^2} = 0 \implies \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[\frac{\partial q(\xi, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right) + q(\xi, \mu^2) \frac{\partial C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right)}{\partial \ln \mu^2} \right] = 0, \quad (2.4.8)$$

mas, dado que

$$\frac{\partial q(\xi, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_\xi^1 \frac{d\xi'}{\xi'} f_q^0(\xi') P\left(\frac{\xi}{\xi'}\right), \quad \text{e} \quad (2.4.9a)$$

$$\frac{\partial C\left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2\right)}{\partial \ln \mu^2} = -\frac{\alpha_s}{2\pi} P\left(\frac{x}{\xi}\right), \quad (2.4.9b)$$

ou seja, (2.4.9a) e (2.4.9b) são ambas funções em ordem dominante de α_s . Substituindo em (2.4.8) encontramos

$$\frac{\partial q(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P\left(\frac{x}{\xi}\right) q(\xi, \mu^2). \quad (2.4.10)$$

Para obtermos o resultado completo em $\mathcal{O}(\alpha_s^1)$, devemos considerar a contribuição advinda do processo $\gamma^* g \rightarrow q\bar{q}$, em que o párton inicial é um glúon que divide-se num par quark-antiquark. O cálculo é análogo ao caso anterior e o resultado na (2.4.6) fica

$$F_2(x, Q^2) = \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 x \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \left[q(\xi, \mu^2) C_q \left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2 \right) + g(\xi, \mu^2) C_g \left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2 \right) \right], \quad (2.4.11)$$

com a função de distribuição de quarks $q(\xi, \mu^2)$ expandida em ordens de α_s , dependentes da escala de fatorização conforme [45]

$$\begin{aligned} q(x, \mu^2) = f_q^0(x) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_q^0(\xi) \left[P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{\mu^2}{k_0^2} + h'_q \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] + \\ + \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} f_g^0(\xi) \left[P_{qg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{\mu^2}{k_0^2} + h'_g \left(\frac{x}{\xi} \right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2) \end{aligned} \quad (2.4.12)$$

analogamente para $g(x, \mu^2)$. Uma descrição mais detalhada destas funções pode ser consultada em [47]. Fato é que, com isso, podemos escrever $F_2(x, Q^2)$ em termos das funções de splitting $P_{ij}(z)$

$$\begin{aligned} F_2(x, Q^2) = x \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} q(\xi, \mu^2) \left\{ \delta \left(1 - \frac{x}{\xi} \right) + \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P_{qq} \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_q \left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2 \right) \right] \right\} + \\ + x \sum_{q, \bar{q}} e_q^2 \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} g(\xi, \mu^2) \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[P_{qg} \left(\frac{x}{\xi} \right) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_g \left(\frac{x}{\xi}, Q^2, \mu^2 \right) \right] + \mathcal{O}(\alpha_s^2), \end{aligned} \quad (2.4.13)$$

e obteremos uma expressão geral para a evolução de quarks e glúons dependentes da escala μ^2 aplicando a condição de invariância expressa em (2.4.8), e por fim

$$\frac{\partial f_i(x, \mu^2)}{\partial \ln \mu^2} = \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \sum_j \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{ij} \left(\frac{x}{\xi} \right) f_j(\xi, \mu^2), \quad (2.4.14)$$

com os índices i, j indicando quarks, antiquarks e gluons, $P_{ij}(x/\xi)$ são funções de splitting representando a densidade de probabilidade de que um párton j dê origem a um párton i com fração de momento longitudinal x/ξ do párton original.

A equação (2.4.14) é bem conhecida devido aos autores Dokshitzer, Gribov, Lipatov, Altarelli e Parisi [48], e descreve como as distribuições de quarks e glúons se alteram no interior do hádron conforme a escala de fatorização μ^2 . Uma maneira muito conveniente de escrevê-la é em termos das *distribuições não-singlete de quarks**

$$q_{NS}(x, Q^2) = q(x, Q^2) - \bar{q}(x, Q^2), \quad (2.4.15)$$

*Distribuições invariantes sob rotação global no espaço de sabores de quarks – não envolvem glúons.

e das *distribuições singletos**

$$\Sigma(x, Q^2) = \sum_1^{n_f} \left[q_i(x, Q^2) + \bar{q}_i(x, Q^2) \right], \quad (2.4.16)$$

definindo ainda $t = \ln Q^2/\mu^2$ e n_f o número de sabores, tem-se as equações DGLAP na forma matricial

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \Sigma(x, t) \\ g(x, t) \end{pmatrix} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \begin{pmatrix} P_{qq}(x/\xi) & 2n_f P_{qg}(x/\xi) \\ P_{gq}(x/\xi) & P_{gg}(x/\xi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Sigma(\xi, t) \\ g(\xi, t) \end{pmatrix}, \quad (2.4.17)$$

com as funções de splitting em LO¹ dadas por

$$P_{qq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{4} \delta(1-z) \right], \quad (2.4.18a)$$

$$P_{qg}(z) = \frac{1}{2} \left[z^2 + (1-z)^2 \right], \quad (2.4.18b)$$

$$P_{gq}(z) = \frac{4}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \quad (2.4.18c)$$

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + \frac{33-2n_f}{6} \delta(1-z) \right], \quad (2.4.18d)$$

onde $z = x/\xi$ e o sinal $+$ é definido nas distribuições positivas de modo que, dada uma função suave de $f(z)$, tem-se simplesmente

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}. \quad (2.4.19)$$

Nesta seção, observou-se que, no formalismo da fatorização colinear aplicado ao DIS, a seção de choque pode ser escrita como a convolução entre contribuições perturbativas da pQCD, contidas nas funções coeficientes $C_{q,g}$, e distribuições partônicas não perturbativas, representadas pelas PDFs. Essa separação entre dinâmica de curta e longa distância constitui uma das ideias centrais no tratamento perturbativo da QCD. As PDFs são introduzidas para descrever a estrutura partônica dos hádrons, isto é, a distribuição de quarks e glúons em função da fração de momento carregada pelos pártons. Esses objetos devem ser determinados fenomenologicamente a partir de dados experimentais provenientes de diferentes processos, como DIS e produção de pares de léptons no processo de Drell–Yan.

Apesar de seu caráter não perturbativo, a dependência das PDFs com a escala de energia é descrita perturbativamente pelas equações de evolução DGLAP. Na prática, parametrizam-se as PDFs em uma escala inicial Q_0 , ajustando-se seus parâmetros a conjuntos de dados experimentais. A partir dessa condição inicial, a evolução em escala para valores arbitrários de energia Q pode ser obtida por meio das equações DGLAP.

¹Leading Order

*Distribuições que envolvem misturas de quarks e antiquarks – sensíveis ao glúon.

2.4.2 Limite Para Pequeno x

Ao expandirmos as funções de estrutura $F_2^p(x, Q^2)$ no modelo de pártons, foi necessário incluir as distribuições de glúons para descrever corretamente os diagramas em que quarks emitem e absorvem glúons. Contudo, no limite em que a fração de momento $z = x/\xi$ tende ao seu menor valor, isto é, $x \rightarrow 0$, os kernels $P_{qq}(z)$ e $P_{qg}(z)$ associados aos setores de quarks do hádron permanecem regulares, mas os de glúons $P_{gg}(z)$ e $P_{gq}(z)$ não o são. Isso pode ser visto nas eqs. (2.4.18c) e (2.4.18d) respectivamente. Para desenvolvermos um pouco de intuição no que acontece no setor gluônico neste limite, vamos considerar apenas o termo que acompanha $P_{gg}(z)$ na (2.4.17) e construir a distribuição de glúons aproximada como sendo

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right) g(\xi, t). \quad (2.4.20)$$

Esta é uma equação integro-diferencial convolutiva contendo uma *convolução de Mellin* no kernel P_{gg} e que pode ser desenvolvida na forma (vide: seção A.1):

$$\frac{\partial}{\partial t} \{\mathcal{M}[g(x, t)](N)\} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \mathcal{M}[g(\xi, t)](N) \gamma_{gg}(N). \quad (2.4.21)$$

Aqui $\mathcal{M}$ são transformadas de Mellin no espaço- N e $\gamma_{gg}(N)$ o momento de Mellin do kernel $P_{gg}(x/\xi)$, ou ainda, a *dimensão anômala do setor de glúons** definido como

$$\gamma_{gg}(N) = \mathcal{M}\left[P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right)\right](N) = \int_0^1 d\xi \xi^{N-1} P_{gg}\left(\frac{x}{\xi}\right). \quad (2.4.22)$$

Uma solução particular da eq. (2.4.21) encontra-se melhor detalhada na seção A.2, sendo escrita como

$$xg(x, t) \sim \exp\left\{2\sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left(\frac{\ln Q^2/\mu^2}{\ln Q_0^2/\mu^2}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)}\right\}, \quad \text{com } Q_0: \text{ (escala inicial)}. \quad (2.4.23)$$

Trata-se portanto de uma solução do tipo LO em α_s *duplamente assintótica* (DAS¹). A aproximação de *duplo-logaritmo dominante* (DLA²) é utilizada para avaliar a evolução de glúons.

Em resumo, o comportamento singular do kernel $P_{gg}(z)$ no limite em que $z \rightarrow 0$ conduz, sob a aproximação DLA, a uma solução do tipo DAS na qual a densidade de glúons cresce rapidamente conforme diminuimos x . Esse crescimento reflete o fato de que, nessa região cinemática, o setor gluônico torna-se dominante na evolução, e portanto

¹Double-Asymptotic Scaling

²Double-Leading Log Approximation

*Governa como o conteúdo de glúons se modifica com a escala de energia (vide, por exemplo: [45, 49]).

qualquer descrição fenomenológica sensível a pequenos valores de x passa necessariamente por uma caracterização precisa de $g(x, t)$.

Convém notar ainda que a própria solução assintótica depende da escala inicial Q_0 , a partir da qual a DGLAP evolui. Como essa escala não pode ser definida de forma puramente teórica no contexto da pQCD, deve-se fixá-la mediante a entrada de dados experimentais – normalmente por meio de ajustes a dados de DIS ou processos correlatos – sendo, portanto, parte fundamental do processo de obtenção de PDFs realistas.

A solução assintótica, contudo, fornece apenas estimativas do comportamento de $g(x, t)$ para pequenos valores de x , uma vez que não incorpora contribuições subdominantes em α_s , nem a correlação entre diferentes canais partônicos. Para aplicações qualitativas, especialmente comparações diretas com dados experimentais, é indispensável utilizar a evolução completa considerando simultaneamente todos os setores da DGLAP. É nesse ponto em que entram as chamadas *Análises Globais* das PDFs, cujo objetivo é combinar um conjunto amplo de dados experimentais com evolução pQCD para extrair PDFs com conjuntos de incertezas controladas.

Na sequência, discutimos brevemente como essas análises são implementadas na prática, destacando as parametrizações utilizadas nesse trabalho e de que forma lidam, em linhas gerais, com os desafios associados aos regimes de pequeno x discutido aqui.

2.5 Análise Global

A discussão anterior mostrou que, embora soluções assintóticas como a DAS, obtidas sob aproximações específicas da DGLAP, forneçam intuições relevantes sobre o comportamento de $g(x, t)$ no regime de pequeno x , tais soluções permanecem insuficientes para aplicações quantitativas. A determinação fenomenológica precisa das PDFs exige tratar simultaneamente todos os canais partônicos, incorporar efeitos de mistura entre quarks e glúons, e confrontar a evolução perturbativa com dados experimentais reais abrangendo uma ampla região cinemática. Esse é precisamente o objetivo das *Análises Globais* de PDFs, que constituem o arcabouço moderno para a extração de distribuições partônicas compatíveis com dados de espalhamento profundo inelástico, produção de bósons vetoriais, processos hadrônicos no LHC, entre outros.

O procedimento padrão empregado nesses ajustes começa pela escolha de uma escala inicial Q_0 , usualmente próxima da fronteira entre regimes não-perturbativos e perturbativos, tipicamente na faixa $Q_0 \sim 1\text{--}2, \text{ GeV}$ (ou até mais baixa em certos ajustes para a massa do quark charm — *fitted charm*). As PDFs iniciais, $f_i(x, Q_0^2)$ são então parametrizadas por funções flexíveis — sejam analíticas (como potências de x multiplicadas por polinômios ortogonais) ou não-analíticas (como redes neurais) — e evoluídas para

escalas mais altas via equações de DGLAP em ordens LO, NLO¹ ou NNLO² da pQCD. As distribuições obtidas são confrontadas com um amplo conjunto de observáveis sensíveis às PDFs, incluindo dados de DIS, produção de jets inclusivos, espalhamento de núcleos fixos, processos envolvendo sabores pesados e medidas precisas do LHC.

Ao ajustar simultaneamente todos esses dados, obtém-se PDFs universalmente aplicáveis a qualquer processo fatorizável em QCD, permitindo calcular funções de estrutura, seções de choque diferenciais e distribuições cinemáticas relevantes para física de altas energias.

2.5.1 Parametrizações Utilizadas e Estratégias de Ajustes

Diversas colaborações internacionais produzem regularmente conjuntos atualizados de PDFs, cada qual com abordagem distinta para a especificação das funções iniciais, escolha de dados, estimativa de incertezas e implementação da evolução perturbativa. Em nossas análises, utilizamos as parametrizações dos grupos NNPDF³ para parametrizar a distribuição de glúons do próton e CTEQ⁴ para as distribuições de glúons do chumbo. Suas principais características são:

- i) NNPDF: Esse grupo incorpora uma vasta gama de novos dados de colisores e inovações metodológicas para melhorar a confiabilidade das previsões na física de partículas [50]. Em particular, utiliza redes neurais como parametrizações flexíveis das funções de distribuição de partons, reduzindo vieses funcionais. A metodologia é validada sistematicamente por meio de testes de fechamento (*closure tests*), garantindo a consistência estatística na extração das PDFs.
- ii) CTEQ: O grupo dedica-se ao desenvolvimento de PDFs obtidas a partir de ajustes globais no contexto da QCD [51]. Ao longo das últimas décadas, tem fornecido conjuntos amplamente utilizados de PDFs do próton livre, bem como extensões para sistemas nucleares. No presente trabalho, o conjunto nCTEQ15 é empregado como entrada para a descrição das distribuições partônicas nucleares, fornecendo uma parametrização fenomenológica consistente para o cálculo das seções de choque envolvendo sistemas hadrônicos com núcleos pesados.

Utilizando, por exemplo, a parametrização NNPDF3.1 [50] para evoluir a distribuição de partons em x , observa-se pela Figura 7 que o conteúdo de glúons domina a dinâmica para valores de x pequeno, apresentando crescimento acentuado com a escala de fatorização, de acordo com a evolução DGLAP.

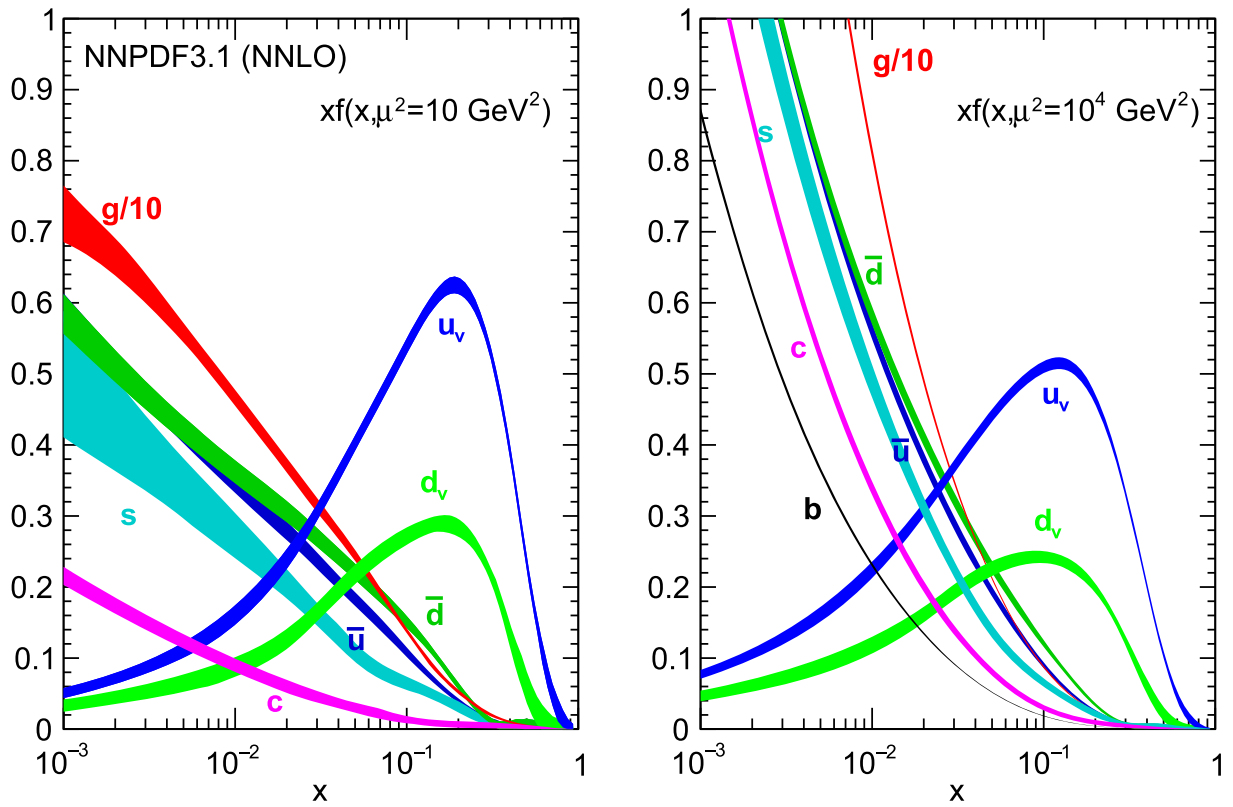
¹Next-to-Leading Order

²Next-to-Next-to-Leading Order

³Neural Network Parton Distribution Function

⁴the Coordinated Theoretical-Experimental Project on QCD

Figura 7 – Distribuição de pártons em escala: moderada $\mu^2 = 10 \text{ GeV}^2$ (esquerda) e evoluída via DGLAP em $\mu^2 = 10^4 \text{ GeV}^2$ (direita).



Fonte: ref. [50].

CAPÍTULO 3

Hádrons Pesados

Enquanto teoria fundamental das interações fortes, a QCD fornece uma rica descrição da formação de estados ligados hadrônicos. No regime não-perturbativo da teoria, a evidência fenomenológica e resultados da QCD na rede indicam que o confinamento impede a observação direta de objetos portadores de carga de cor, de modo que os estados hadrônicos acessíveis experimentalmente são necessariamente singletos de cor. A descrição teórica desses estados depende de maneira crucial das escalas de energia envolvidas, bem como da natureza relativística dos quarks constituintes.

Neste capítulo, apresentamos uma visão geral dos estados ligados da QCD, com ênfase em sistemas compostos por quarks pesados e suas propriedades. Ao final, introduzimos sucintamente os conceitos fundamentais da NRQCD, a fim de estabelecer o arcabouço teórico e a terminologia que serão empregados nos capítulos subsequentes. Uma discussão detalhada da formulação e das aplicações da NRQCD foge ao escopo deste trabalho e pode ser encontrada, por exemplo, em [4, 9, 20].

3.1 Estados Ligados Massivos da QCD

Nesta seção, restringimo-nos à classe de estados ligados hadrônicos cuja dinâmica interna é dominada pela presença de quarks pesados, em particular aqueles que contêm

quarks charm ou bottom*. A grande massa desses constituintes permite identificar uma hierarquia de escalas que fundamenta descrições efetivas baseadas em expansões não relativísticas.

3.1.1 Quarkonium

Nos sistemas do tipo quarkonium, é possível identificar três escalas de energia fundamentais que governam a dinâmica do estado ligado [20]. No referencial do centro de massa, onde o par quark e antiquark pesado ($Q\bar{Q}$) move-se tipicamente com velocidade relativa v , essas escalas são a massa do quark m_Q , o momento relativo característico $m_Q v$ e a energia cinética ou energia de ligação $m_Q v^2$. A escala m_Q está associada à produção do par pesado e define a escala dura do sistema, $m_Q v$ determina o tamanho típico do estado ligado, enquanto $m_Q v^2$ controla a energia de ligação e o espaçamento espectral das excitações de baixa energia [53].

A relevância dos efeitos perturbativos e não perturbativos em sistemas quarkonium depende da relação entre essas escalas e Λ_{QCD} . Embora a produção do par pesado ocorra em regime perturbativo quando $m_Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$, as escalas associadas à dinâmica do estado ligado podem se aproximar da região não-perturbativa, exigindo uma descrição que incorpore esses efeitos.

Estimativas para o parâmetro v podem ser extraídas a partir de observáveis experimentais, como o espectro de massas, ou obtidas por meio de simulações em QCD na rede (*lattice QCD*) [54]. Adicionalmente, estimativas heurísticas podem ser motivadas por modelos de potenciais [5, 55], nos quais o sistema $Q\bar{Q}$ é tratado como aproximadamente não-relativístico no regime $m_Q \gg \Lambda_{\text{QCD}}$. Nessa abordagem, a interação entre o quark e o antiquark é descrita por um potencial efetivo, válido como aproximação no limite de separação clara de escalas. Um exemplo amplamente utilizado é o chamado *Potencial de Cornell* [56], dado por

$$V(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s(1/r)}{r} + \kappa r, \quad (3.1.1)$$

onde $\alpha_s = g_s^2(1/r)/(4\pi)$ é a constante de acoplamento forte e κ é uma constante. O termo Coulombiano domina a interação a curtas distâncias, refletindo a troca de glúons em regime perturbativo, enquanto o termo linear parametriza o confinamento a grandes distâncias. O fator $4/3$ decorre da estrutura de cor do estado singlete $Q\bar{Q}$. Deve-se enfatizar, contudo, que esse potencial não constitui um objeto fundamental da QCD, mas emerge como uma descrição efetiva no limite estático e depende de hipóteses específicas sobre a separação de escalas.

*No consenso atual, o quark top não hadroniza devido ao seu curto tempo de vida. Ainda assim, existem estudos que exploram a possibilidade de estados ligados do tipo toponium em regimes específicos [52].

Tabela 2 – Escalas de energia típicas para estados ligados massivos do tipo quarkonium.

Escala	Quarkonium		
	$c\bar{c}$	$b\bar{b}$	$t\bar{t}$
m_Q	1, 5 GeV	4, 7 GeV	180 GeV
$m_Q v$	0, 9 GeV	1, 5 GeV	16 GeV
$m_Q v^2$	0, 5 GeV	0, 5 GeV	1.5 GeV

Fonte: ref.: [9].

Com base nesses modelos e em resultados da QCD na rede, obtêm-se valores típicos de v^2 da ordem de 0, 3 para o charmonium e 0, 1 para o bottomonium (Tabela 2) [9, 20]. No caso do charmonium, esses valores indicam um regime apenas fracamente não relativístico ($\gamma = 1/\sqrt{1-v^2} \approx 1, 2$), no qual correções relativísticas podem ser relevantes. Ainda assim, a presença de uma hierarquia bem definida entre as escalas m_Q , $m_Q v$ e $m_Q v^2$ justifica a organização sistemática da dinâmica do quarkonium segundo a expansão em v

$$m_Q \gg m_Q v \gg m_Q v^2, \quad (3.1.2)$$

o que constitui a base para a construção de uma EFT tipo a NRQCD.

Tabela 3 – Valores da constante de acoplamento da QCD nas escalas de energia característica dos estados quarkonium.

Escala	Quarkonium		
	$c\bar{c}$	$b\bar{b}$	$t\bar{t}$
$\alpha_s(m_Q)$	0, 35	0, 22	0, 11
$\alpha_s(m_Q v)$	0, 52	0, 35	0, 16
$\alpha_s(m_Q v^2)$	$\gg 1$	$\gg 1$	0, 35

Fonte: ref.: [9].

Embora o acoplamento forte avaliado na escala m_Q seja suficientemente pequeno para permitir cálculos perturbativos (Tabela 3), estudos baseados em modelos de potenciais e em simulações de QCD na rede [4, 9, 55, 56] indicam que as funções de onda do charmonium e do bottomonium recebem contribuições significativas de regiões nas quais o

potencial linear é relevante. Isso evidencia que, particularmente na escala de momento $m_Q v$, efeitos não-perturbativos desempenham um papel importante, devendo ser incorporados consistentemente na descrição teórica desses sistemas.

3.1.2 Charmonium

Do ponto de vista experimental, as primeiras evidências da existência do quark charm surgiram em 1974 a partir de dois grupos independentes. (1) Aubert *et al.* [57] detectaram um pico de ressonância no espectro de massa invariante de pares e^+e^- produzidos na reação $p + \text{Be} \rightarrow e^+e^- + X$ no BNL¹ (Figura 8a). (2) No mesmo período, Augustin *et al.* [58] observaram uma ressonância pronunciada na seção de choque de processos $e^+e^- \rightarrow \text{hádrons}$ no acelerador SPEAR² do SLAC³ (Figura 8b). A nova partícula observada foi posteriormente identificada como um méson pesado, denominado J/ψ . Após sua descoberta, as propriedades fundamentais do J/ψ puderam ser estabelecidas a partir de seus mecanismos de produção e decaimento, permitindo a determinação inequívoca de seus números quânticos e consolidando sua interpretação como um estado ligado $c\bar{c}$.

Uma vez que o J/ψ é produzido ressonantemente em colisões e^-e^+ por meio de um fóton virtual, e como a interação eletromagnética conserva a simetria CP^* , concluiu-se que esse méson deve possuir os mesmos números quânticos do fóton [60], ou seja, $J^{PC} = 1^{--}$. Aqui, o momento angular total, dado por $\mathbf{J} = \mathbf{S} + \mathbf{L}$, é composto pelo momento de spin $\mathbf{S}$ e o momento orbital $\mathbf{L}$. A paridade é dada por $P = (-1)^{L+1}$ e a conjugação de carga é $C = (-1)^{L+S}$. Nos gráficos da Figura 8b, observa-se um pico pronunciado no eixo da energia do centro de massa em torno de 3095 MeV. Experimentos recentes e mais precisos confirmaram esse valor para a massa do J/ψ ($M_{J/\psi} = 3096,900 \pm 0,006$ MeV) [61]. Também no SLAC foram realizadas medições sobre a largura de decaimento desse méson, encontrando-se o valor $\Gamma_{J/\psi} \approx 0,091$ MeV. Isso indica que seu tempo de vida médio é da ordem de $\tau \simeq 10^{-20}$ s, o que é 10^3 vezes mais alto do que usualmente é esperado no contexto das interações fortes [53]. A explicação desse fato vem da regra de OZI⁴ [62], a qual estabelece que decaimentos hadrônicos que exigem a aniquilação de um par quark-antiquark em glúons são fortemente suprimidos. No caso do J/ψ , formado pelo par $c\bar{c}$, a taxa de decaimento requer a aniquilação do par em pelo menos três glúons, resultando numa $\Gamma_{J/\psi}$ total pequena. Tal supressão explica tanto a estabilidade relativa do J/ψ quanto a importância dos mecanismos de produção baseados nas interações eletromagnéticas para esse méson [53].

¹Brookhaven National Laboratory

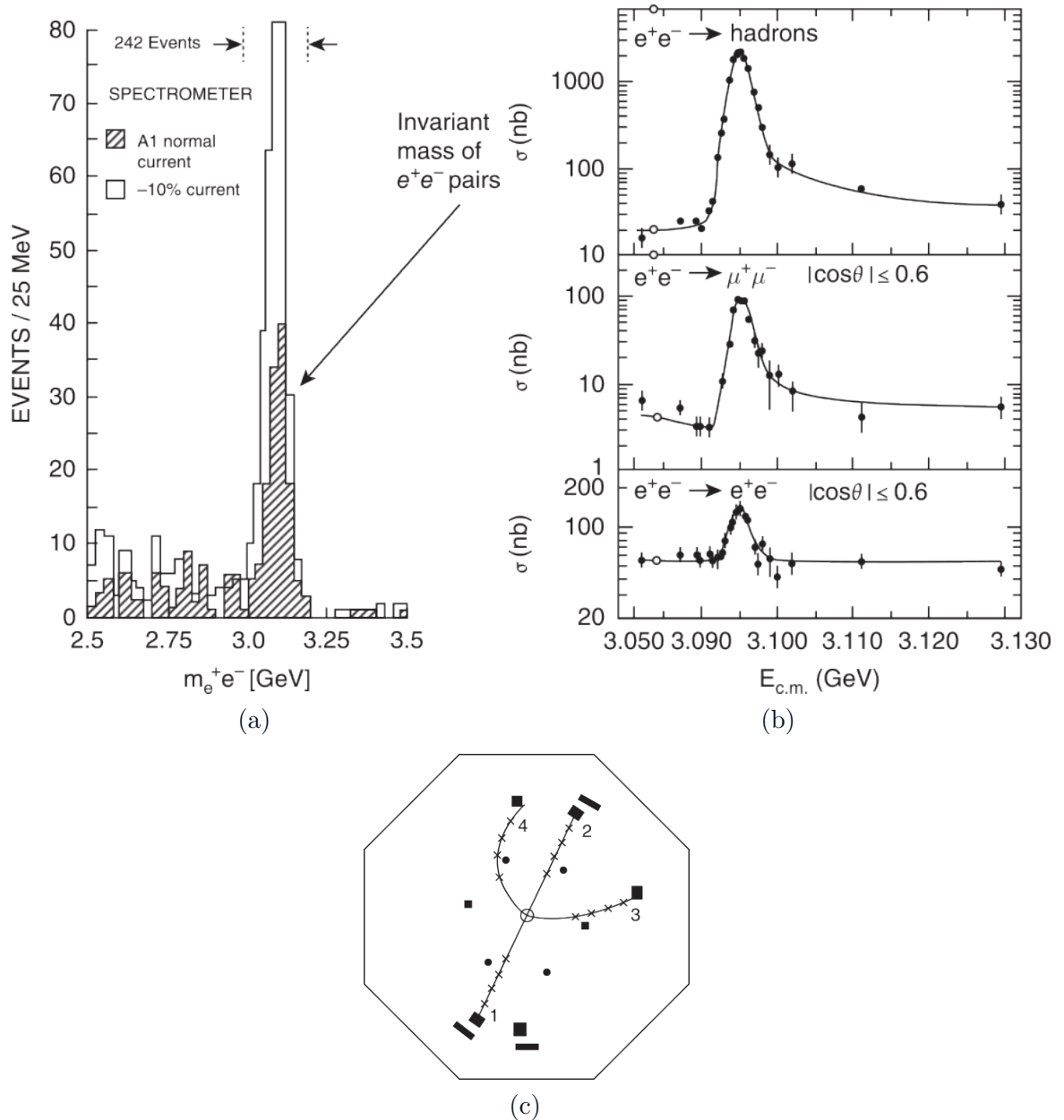
²Stanford Positron Electron Asymmetric Ring

³Standard Linear Accelerator Center

⁴Okubo-Zweig-Iizuka

*Simetria carga C paridade P [35].

Figura 8 – Gráficos e ilustrações sobre a descoberta do J/ψ . (a) Espectro de massa mostrando a existência da partícula J . Resultados obtidos a partir de duas configurações do espectrômetro são apresentados, mostrando que o pico independe da corrente do espectrômetro. (b) Seção de choque em função da energia no centro de massa em colisões e^-e^+ , evidenciando a ressonância ψ e (c) Evento candidato à produção do J/ψ num detector de colisões e^-e^+ , mostrando as trajetórias das partículas carregadas reconstruídas no plano transversal.



Nota: O grupo do BNL chamou a partícula descoberta de J , enquanto o grupo do SPEAR chamou-a de ψ devido à assinatura das partículas envolvidas no processo de detecção (Figura 8c). Atualmente, ela é conhecida como o méson J/ψ e marcou o episódio histórico conhecido como a *revolução de novembro*. **Fonte:** refs.: [57–59].

3.1.3 Estados Exóticos

Usualmente, denotam-se os estados *exóticos* X, Y, Z^* àqueles que não se caracterizam por estar além da QCD, mas sim por não se enquadrarem na classificação mínima do modelo de quarks ($q\bar{q}$ e qqq) [64–66]. Em particular, alguns desses estados podem assumir números quânticos inacessíveis a sistemas quark-antiquark simples, como por exemplo $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}$ [11]. Além disso, é comum tais estados também apresentarem padrões de decaimento incompatíveis com interpretações convencionais. A identificação experimental de uma série de ressonâncias nos últimos anos [11, 13, 63], especialmente nos setores de quarks pesados, reforçou o interesse por essas estruturas e evidenciou a necessidade de descrições teóricas mais gerais do espectro hadrônico.

Diversas interpretações teóricas a respeito da estrutura interna dos estados exóticos têm sido propostas; as três principais são [11]:

- (i) *Compact Tetraquarks/Pentaquarks*: Múltiplos quarks organizam-se em configurações de cor atrativas, frequentemente modeladas por correlações do tipo diquark–antidiquark, tipicamente no canal antitripleto, formando objetos quase pontuais que interagem fortemente entre si. Nesse cenário, esses estados apresentam uma estrutura interna mais próxima à dos hádrons convencionais, embora com um conteúdo de graus de liberdade ampliado [12, 67, 68].
- (ii) *Hadronic Molecules*: Modelo composto por dois hádrons fraca ou moderadamente ligados que interagem por forças residuais da interação forte, de maneira análoga à força nuclear. Esses estados tendem a apresentar grandes extensões espaciais e pequenas energias de ligação, sendo fortemente sensíveis aos limiares de produção dos mésons constituintes [69–71].
- (iii) *Hybrids*: Nesse modelo, interpretam-se os estados exóticos como estados combinados entre quarks e excitações glúônicas, formando estados híbridos. Para tanto, utilizam-se modelos fenomenológicos como o *flux tube model*, o *MIT bag model* e *QCD sum rules*, a fim de explicar números quânticos, massas e padrões de decaimento observados experimentalmente que não são acomodados por modelos convencionais. Abordagens relacionadas também permitem a descrição de estados compostos puramente por glúons, conhecidos como *glueballs* [72, 73].

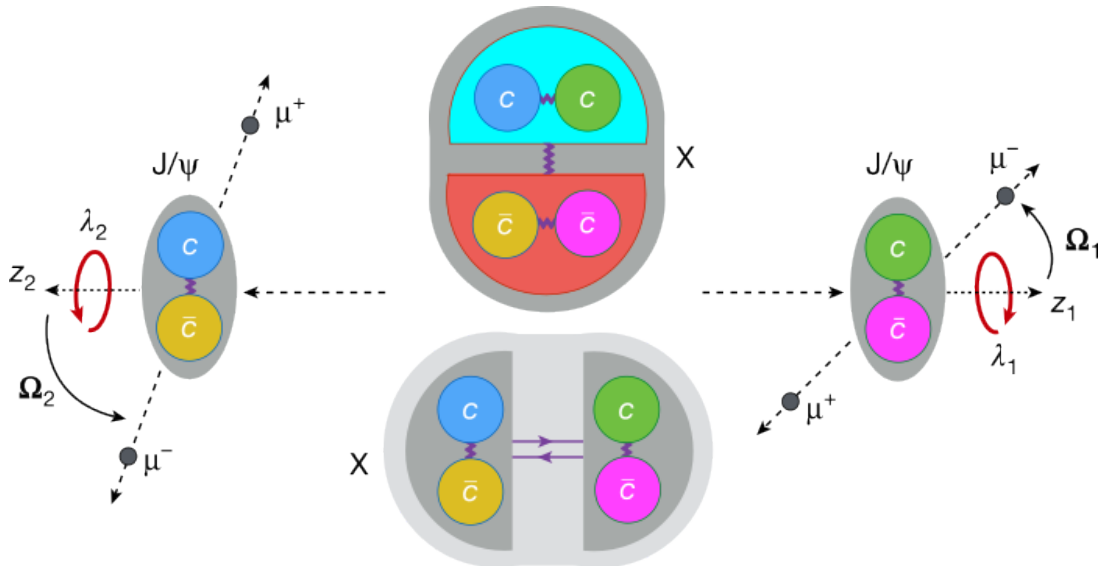
*Inicialmente, as letras X, Y e Z eram utilizadas sem algum critério claro. A partir de 2014, o *Particle Data Group* convencionou a nomenclatura X (massa em MeV) para se referir a todos os estados exóticos do tipo quarkonium, exceto o estado $X(3915)$ que passou a ser chamado $\chi_{c0}(3915)$, ou $\chi_{c0}(2P)$. No entanto, um outro tipo de convenção é geralmente adotado na literatura, que nomeia Z (massa) para estados tipo quarkonium carregados, Y (massa) para estados vetoriais 1^{--} , P (massa) para estados pentaquarks e X (massa) para todos os outros [63].

O debate sobre se alguns dos estados XYZ podem ser identificados como estados genuínos de multiquarks compactos, moléculas hadrônicas fracamente ligadas, ou se são dominados por efeitos cinemáticos associados a limiares e reespalhamento em canais fortemente acoplados (*cusps*), ainda está em andamento. Infelizmente, uma vez que (anti)quarks de sabores leves podem ser facilmente produzidos a partir do vácuo da QCD, muitas das interpretações de estados XYZ como multiquarks não convencionais, desenvolvidas principalmente no contexto fenomenológico, têm sido criticadas por apresentarem uma conexão limitada com descrições derivadas diretamente da QCD. Isso faz com que um dos principais objetivos da física hadrônica atual seja extrair, a partir dos primeiros princípios da QCD, a natureza última dos estados exóticos.

3.2 Caracterização do T_{4c}

O estudo de estados hadrônicos exóticos tem se intensificado desde a descoberta da partícula $\chi_{c1}(3872)$ em 2003 pela colaboração Belle [8]. Inicialmente interpretada como um estado charmonium convencional, essa partícula passou a ser amplamente discutida como um candidato a estado exótico, possivelmente um tetraquark ou um estado molecular fracamente ligado (Figura 9). Desde então, diversos outros candidatos

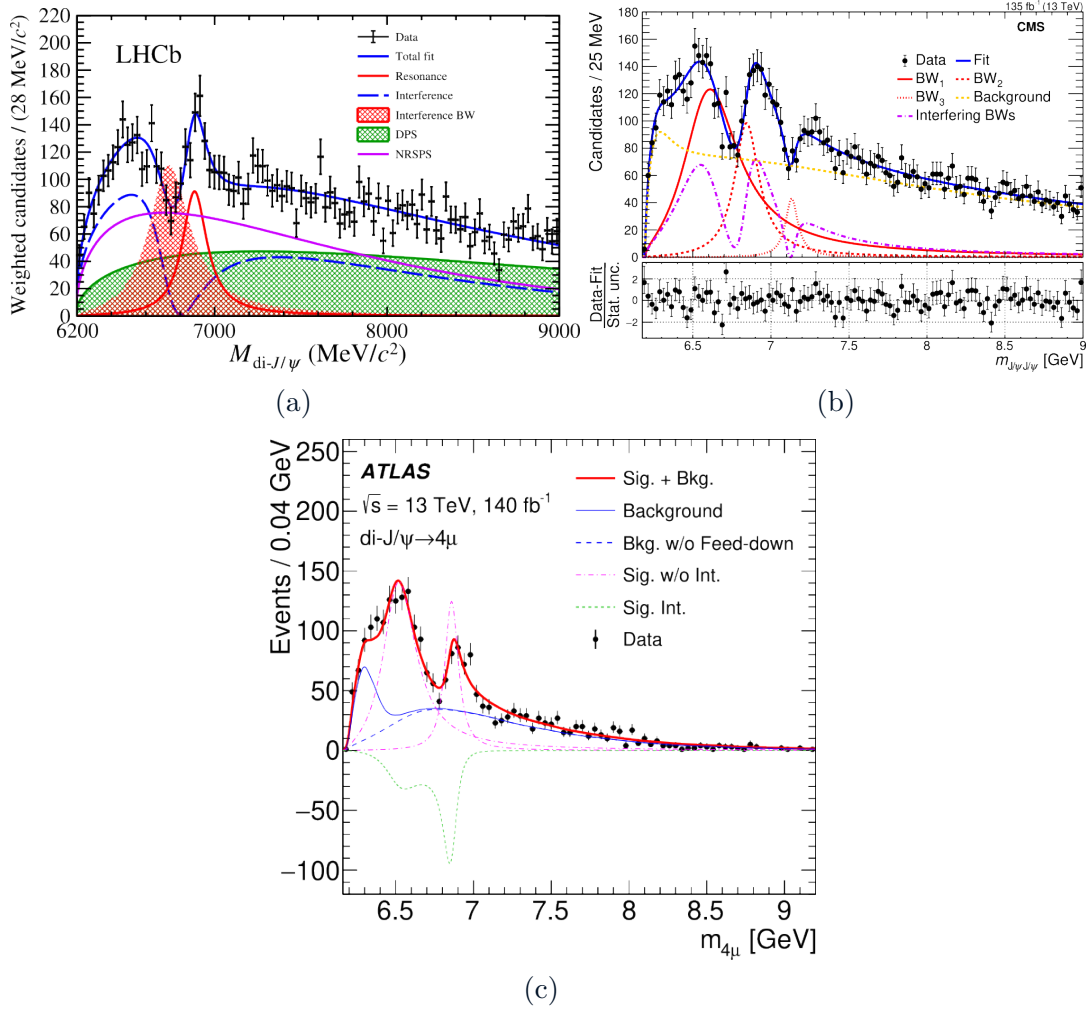
Figura 9 – Representação esquemática da estrutura interna da partícula X . Dois modelos estão representados: o modelo tetraquark compacto (topo); modelo molecular (abaixo).



Fonte: ref.: [74].

a tetraquarks e pentaquarks têm sido observados, revelando uma rica fenomenologia além do modelo quark-antiquark tradicional. Nesse contexto, um avanço particularmente significativo ocorreu quando a colaboração LHCb reportou a observação de uma estrutura

Figura 10 – Espectros de massas invariantes de candidatos a $di\text{-}J/\psi$. (a) Eventos selecionados em $p_T^{\text{di-}J/\psi} > 5,2 \text{ GeV}$ com sobreposição de ajustes de limiares. A presença de estruturas ressonantes é essencial para o ajuste. (b) Ajustes de dados com foco nas ressonâncias de Breit-Wigner (BW) e interferências indicando estruturas interdependentes nos canais de decaimento. (c) Ajustes de dados na região de sinal ressonante (SR) com eventos coletados em pares de múons (μ).



Fonte: refs.: [13, 75, 76].

ressonante em torno de 6,9 GeV no espectro de massa invariante do sistema $di\text{-}J/\psi$, com significância estatística superior a 5σ [13], conforme ilustrado na Figura 10a. Essa estrutura, posteriormente confirmada de forma independente pelas colaborações CMS¹ e ATLAS² (Figuras-10b e 10c, respectivamente), passou a ser denominada $X(6900)$, sendo amplamente interpretada como um candidato a tetraquark totalmente charmoso, usualmente indicado por T_{4c} .

Do ponto de vista fenomenológico, a natureza interna do $X(6900)$ tem sido in-

¹Compact Muon Solenoid

²A Toroidal LHC Accelerator Synchronous Detector

tensamente debatida [4, 63, 67, 77, 78]. Uma possibilidade conceitual seria interpretá-lo como um estado molecular formado por dois mésons vetoriais J/ψ . No entanto, essa hipótese enfrenta dificuldades importantes. Primeiramente, a massa do $X(6900)$ encontra-se significativamente acima de limiares (*threshold*) do sistema $di-J/\psi$ [79], o que não é típico de estados moleculares fracamente ligados, que tendem a aparecer muito próximos aos respectivos limiares cinemáticos. Além disso, diferentemente de sistemas moleculares envolvendo mésons leves ou contendo quarks leves, a interação residual entre dois J/ψ é fortemente suprimida: em determinados canais, a troca de um único pión é proibida [79, 80].

Essas considerações tornam a interpretação molecular do $X(6900)$ pouco favorecida, exigindo hipóteses dinâmicas adicionais para explicar tanto a massa quanto a largura observadas. Em contraste, a interpretação como um estado tetraquark compacto, composto exclusivamente por quarks charm, $[cc][\bar{c}\bar{c}]$, surge de forma mais natural em diversos modelos teóricos [80, 81]. Abordagens baseadas em modelos de diquark-antidiquark, potenciais efetivos inspirados em QCD, bem como cálculos em QCD na rede, indicam a possibilidade de estados ligados ou ressonantes totalmente charmosos nessa região de massa.

No que diz respeito aos números quânticos, os dados experimentais atuais ainda não permitem uma determinação inequívoca de J^{PC} para o $X(6900)$. Entretanto, análises angulares e considerações de simetria sugerem que estados com $J^{PC} = 0^{++}$ ou 2^{++} são particularmente plausíveis, uma vez que podem decair para dois mésons vetoriais J/ψ com momento angular orbital $L = 0$ (S -wave) ou com momento angular orbital $L = 2$ (D -wave), respeitando a conservação de paridade e conjugação de carga. Essas atribuições são também as mais frequentemente previstas por modelos de tetraquarks compactos totalmente charmosos, reforçando a consistência dessa interpretação.

Tais características tornam natural a adoção de uma descrição baseada em teorias efetivas para organizar a produção e a formação do T_{4c} , motivando a introdução, na seção seguinte, do formalismo da NRQCD.

3.3 Noções Basilares da NRQCD

A NRQCD é uma EFT construída para reproduzir a QCD completa no setor de quarks e antiquarks massivos, incorporando correções relativísticas organizadas como uma expansão em potências do parâmetro não relativístico v [20]. A aplicação desse formalismo é justificada sempre que o sistema físico em questão apresenta uma separação aproximada de escalas, conforme apresentada em (3.1.2). Nessas condições, é possível separar os efeitos das diferentes escalas para analisar a produção e aniquilação de quarks pesados.

3.3.1 Fatorização em Curto e Longo Alcance

Para sistemas do tipo quarkonium, a hierarquia de escalas característica da dinâmica de quarks pesados é verificada de maneira satisfatória [20], tornando a NRQCD uma ferramenta apropriada para sua descrição teórica. Um dos pilares desse formalismo é o princípio de fatorização, que permite separar os efeitos associados às diferentes escalas de energia relevantes ao problema. Em particular, os observáveis físicos podem ser organizados por meio de uma dupla expansão: uma em potências de $\alpha_s(m_Q)$, associada à dinâmica de curto alcance, e outra no parâmetro de velocidade relativa v dos quarks pesados no estado ligado, que governa os efeitos de longo alcance relacionados à formação do quarkônio.

A construção da NRQCD segue o procedimento padrão das Teorias de Campo Efetivas [20]. Inicialmente, introduz-se um corte ultravioleta da ordem da massa do quark pesado, integrando explicitamente os modos relativísticos da QCD. Os efeitos desses modos, que não se propagam a longas distâncias, são incorporados por meio de operadores locais na lagrangiana efetiva, cujos coeficientes são determinados a partir de condições de correspondência (*matching*) entre a QCD completa e a NRQCD. Em seguida, uma transformação de Foldy–Wouthuysen–Tani [82] é empregada para desacoplar os graus de liberdade de quarks e antiquarks pesados.

Como resultado, a lagrangiana da NRQCD pode ser escrita, de forma esquemática e à ordem dominante na expansão em v , como

$$\mathcal{L}_{\text{NRQCD}} = \mathcal{L}_{\text{light}} + \psi^\dagger \left(iD_0 + \frac{\mathbf{D}^2}{2m_Q} \right) \psi + \chi^\dagger \left(iD_0 - \frac{\mathbf{D}^2}{2m_Q} \right) \chi + \delta\mathcal{L}, \quad (3.3.1)$$

onde $\mathcal{L}_{\text{light}}$ corresponde à lagrangiana da QCD para quarks leves e glúons, enquanto os campos de Pauli ψ e χ descrevem, respectivamente, a aniquilação de um quark pesado Q e a criação de um antiquark pesado $\bar{Q}$. O termo $\delta\mathcal{L}$ contém correções relativísticas organizadas como uma expansão em potências de $1/m_Q$, incluindo interações dependentes do spin, acoplamentos cromomagnéticos e operadores de dimensão superior.

Nesse contexto, a produção ou o decaimento de um estado ligado pesado H pode ser escrito, de forma genérica, como [9, 20]

$$\sigma(H) = \sum_n \hat{\sigma}(Q\bar{Q}[n]) \langle 0 | \mathcal{O}_n^H | 0 \rangle. \quad (3.3.2)$$

Os coeficientes $\hat{\sigma}(Q\bar{Q}[n])$ são os chamados coeficientes de curto alcance (SDCs¹), responsáveis pela produção perturbativa de um par $Q\bar{Q}$ em um estado intermediário n , caracterizado por números quânticos bem definidos de spin, momento angular e representação de cor. Esses coeficientes são calculáveis em teoria de perturbação como expansões em potências de $\alpha_s(m_Q)$. Por outro lado, os elementos de matriz $\langle 0 | \mathcal{O}_n^H | 0 \rangle$ são os elementos de

¹Short Distance Coefficients

matriz de longo alcance (LDMEs¹), que codificam a transição não perturbativa do estado intermediário $Q\bar{Q}[n]$ para o estado físico observado H . Embora não possam ser calculados perturbativamente, esses elementos obedecem a regras de contagem em potências de v .

A soma sobre os estados intermediários n inclui, em geral, contribuições tanto de estados de cor singlete quanto de estados de cor octeto. Refletindo o fato de que, no formalismo da NRQCD, o par $Q\bar{Q}$ pode ser produzido inicialmente em um estado colorido e neutralizar sua cor por meio da emissão de glúons suaves durante o processo de formação do estado ligado.

As incertezas associadas aos LDMEs constituem um tema central na fenomenologia de quarkônios. Um teste importante da consistência da fatorização em NRQCD está relacionado à universalidade desses elementos, isto é, à possibilidade de descrever a produção de quarkônios em diferentes processos — como hadroprodução, fotoprodução e aniquilação elétron-pósitron — por meio de um único conjunto de parâmetros [83]. Análises globais indicam que, embora a taxa de produção possa ser reproduzida de forma razoável em diversos experimentos, tensões surgem quando diferentes mecanismos são considerados simultaneamente. Um exemplo amplamente discutido refere-se à polarização do J/ψ : enquanto a NRQCD prevê polarização transversal significativa em altos momentos transversos, medições experimentais — como aquelas realizadas pelo experimento CDF² no Tevatron* — indicam que esse estado é predominantemente não polarizado [83].

A determinação dos LDMEs também apresenta sensibilidade aos cortes de momento transversal p_T utilizados na análise dos dados experimentais. Ajustes baseados apenas em dados de hadroprodução tendem a ser sub-restringidos, levando a valores dos LDMEs que variam significativamente com o corte mínimo em p_T [83]. A inclusão de diferentes mecanismos de produção, como a fotoprodução, contribui para estabilizar esses ajustes. Além disso, contribuições de *feed-down*[†] — provenientes do decaimento de estados mais pesados, como χ_{cJ} ou $\psi(2S)$ para J/ψ — introduzem incertezas adicionais, uma vez que diferentes tratamentos dessas contribuições podem levar a conjuntos distintos de LDMEs. Por fim, a precisão na determinação desses elementos permanece limitada pela qualidade dos dados experimentais disponíveis, ressaltando a importância de novas medições em colisores de altas energias.

Nesse contexto, embora a NRQCD tenha sido originalmente formulada para a descrição de sistemas do tipo quarkonium simples, a separação sistemática entre dinâmicas de curto e longo alcance fornece uma estrutura conceitual útil para o estudo fenomenológico

¹Long Distance Matrix Elements

²Collider Detector at Fermilab

*O Tevatron foi um acelerador de partículas circular, do tipo colisor, operado pelo Fermi National Accelerator Laboratory (Fermilab) em Batavia, Illinois, Estados Unidos, entre 1983 e 2011.

[†]Efeito pelo qual um estado mais pesado decai num estado mais leve.

de estados hadrônicos contendo múltiplos quarks pesados. Em particular, essa abordagem pode ser empregada como ponto de partida na modelagem da produção de estados exóticos contendo pares $c\bar{c}$, como o tetraquark T_{4c} considerado neste trabalho.

CAPÍTULO 4

Fenomenologia

Nesta dissertação, o estudo da produção do tetraquark T_{4c} é realizado no contexto dos processos fotoinduzidos por colisões ultraperiféricas. Esse regime de colisão constitui um ambiente particularmente adequado para investigações fenomenológicas, uma vez que permite tratar controladamente a emissão de fótons quase reais pelos hádrons incidentes, reduzindo a complexidade associada às interações hadrônicas diretas.

A produção desse estado exótico pode ser descrita por meio da convolução entre o fluxo de fótons equivalentes e a seção de choque elementar do subprocesso duro considerado. Essa estrutura fornece uma separação natural entre os efeitos de longa e curta distância, simplificando a interpretação física do mecanismo de produção e tornando o formalismo especialmente conveniente para aplicações numéricas voltadas à obtenção de observáveis relevantes para experimentos realizados no LHC.

Com esse objetivo, na seção seguinte será apresentado o procedimento para a derivação do fluxo de fótons equivalentes, motivado pelo método de Weizsäcker–Williams, bem como sua utilização em conjunto com esquemas de fatorização apropriados para a descrição da produção do T_{4c} .

4.1 O Método de Weizsäcker–Williams

Em 1924, Enrico Fermi propôs um método para interpretar os campos eletromagnéticos gerados por partículas carregadas em movimento como um espectro efetivo de

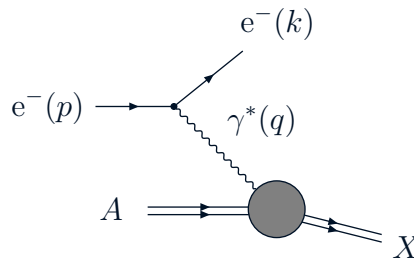
fótons, permitindo o cálculo aproximado de processos eletromagnéticos induzidos [84]. Posteriormente, Weizsäcker [85] e Williams [86], de forma independente, estenderam essa abordagem ao regime relativístico, aplicando-a à descrição dos campos de íons ultra-relativísticos. Essa formulação constitui a base do método atualmente conhecido como *Aproximação de Fótons Equivalentes* (EPA¹).

Ao interpretar os campos eletromagnéticos gerados por um íon em movimento relativístico como um fluxo efetivo de fótons, deve-se considerar a contração de Lorentz na direção de movimento da partícula carregada. Nesse regime, os campos eletromagnéticos tornam-se fortemente transversos e concentrados no plano perpendicular ao movimento, podendo ser intuitivamente associados a pulsos de radiação eletromagnética [87]. Essa interpretação fornece a motivação física para tratar certos processos como induzidos por fótons, permitindo relacionar a seção de choque do processo com o fluxo de fótons associados ao projétil no regime em questão.

4.1.1 Fluxo de Fótons Equivalentes

Para adquirir um pouco de intuição sobre o papel da EPA nesse contexto, vamos estudar uma forma de obtermos uma expressão para o fluxo de fótons tendo por base principal a referência [22]. Partiremos da colisão entre uma partícula elementar (o elétron e^- , por exemplo) com alguma outra partícula A dotada de subestrutura interna (um próton, por exemplo), a partir da reação $e^- A \rightarrow e^- X$, a qual é mediada inicialmente pela troca de um fóton virtual γ^* . Tal processo encontra-se ilustrado na Figura 11.

Figura 11 – Espalhamento total $e^- A \rightarrow e^- X$



Fonte: adaptado de [22].

Utilizando as regras de Feynman da QED, a amplitude invariante do processo, em ordem dominante de α , é dada por

$$\mathcal{M} = \bar{u}(k)(-ie\gamma^\mu)u(p)\frac{-g_{\mu\nu}}{q^2}\langle X|J^\nu(0)|A\rangle, \quad (4.1.1)$$

¹Equivalent Photon Approximation

de modo que, para processos exclusivos, tem-se

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \sum_{\text{spins}} \mathcal{M} \mathcal{M}^\dagger = \frac{e^2}{q^4} [\bar{u}(k) \gamma^\mu u(p)] [\bar{u}(p) \gamma^\nu u(k)] \langle X | J_\mu | A \rangle \langle A | J_\nu | X \rangle \\ &= \frac{e^2}{q^4} L^{\mu\nu} W_{\mu\nu}, \end{aligned} \quad (4.1.2)$$

com

$$L^{\mu\nu} = \sum_{\text{spins}} [\bar{u}(k) \gamma^\mu u(p)] [\bar{u}(p) \gamma^\nu u(k)], \quad (4.1.3)$$

sendo o tensor leptônico do elétron, e

$$W_{\mu\nu} = \langle X | J_\mu | A \rangle \langle A | J_\nu | X \rangle, \quad (4.1.4)$$

o tensor hadrônico*. Por exigência do método de Weizsäcker–Williams, os fótons devem ser considerados virtuais e do tipo espaço (*space-like*), de modo que

$$Q^2 \equiv -q^2 > 0. \quad (4.1.5)$$

No limite em que a energia E do centro de massa da colisão é suficientemente grande, tal que $Q^2 \ll E^2$, o fóton virtual pode ser tratado aproximadamente como um *fóton quase real*[†]. A invariância de calibre e a conservação da quadricorrente eletromagnética implicam em

$$q_\mu L^{\mu\nu} = q_\nu L^{\mu\nu} = 0, \text{ e } q_\mu W^{\mu\nu} = q_\nu W^{\mu\nu} = 0, \quad (4.1.6)$$

até correções suprimidas por potências de Q^2/E^2 . Como consequência, as contribuições associadas a estados de polarização longitudinais do fóton virtual são suprimidas, restando apenas dois estados de polarização transversais dominantes. Nesse regime, pode-se projetar o propagador do fóton apenas no subespaço transversal, de modo que, quando contraído com correntes conservadas, produz

$$\frac{-ig^{\mu\nu}}{q^2} \longrightarrow \frac{+i}{q^2} \sum_i \epsilon_{T_i}^\mu \epsilon_{T_i}^{\nu*}. \quad (4.1.7)$$

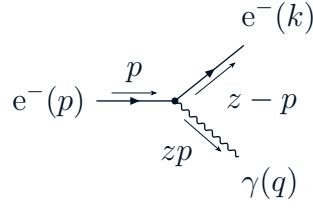
A análise simplifica-se ao desacoplarmos o vértice de emissão do fóton do restante do diagrama, tal como ilustrado na Figura 12.

Se p é o quadrimomento inicial do elétron, então uma fração z do seu momento é tomada pelo fóton após a emissão. Portanto, podemos escrever a cinemática do processo

*Para processos exclusivos, o tensor hadrônico não é somado sobre estados finais. Logo, tecnicamente, $W^{\mu\nu}$ não representa o mesmo objeto do espalhamento inelástico profundo tratado anteriormente.

[†]Um fóton quase real pode ser entendido como um fóton virtual com virtualidade muito pequena ($Q^2 \approx 0$), ou seja, tanto do ponto de vista cinemático quanto dinâmico, comporta-se de maneira muito próxima a um fóton real nos processos de interação.

Figura 12 – Cinemática do vértice de emissão elétron-fóton.



Fonte: adaptado de [22].

como

$$p = (p, 0, 0, p) \quad (4.1.8a)$$

$$q \approx (zp, p_\perp, 0, zp) \quad (4.1.8b)$$

$$k \approx ((1 - z)p, -p_\perp, 0, (1 - z)p). \quad (4.1.8c)$$

As equações (4.1.8a), (4.1.8b) e (4.1.8c) satisfazem a condição $p^2 = q^2 = k^2 = 0$, o que não pode ser simultaneamente verdade quando $p_\perp \neq 0$. Logo, para processos em que um fóton real é emitido, devemos ter $p^2 = q^2 = 0$, e k^2 próximo à camada de massa por uma quantidade da ordem de $p_\perp^2$. Necessita-se modificar essas equações para satisfazer a aproximação em que $q^2 = 0$ até $\mathcal{O}(p_\perp^4)$. Reescrevendo q e calculando q^2 de forma geral, temos

$$\begin{aligned} q &= (q^0, q^i) \\ q^2 &= g_{\mu\nu} q^\mu q^\nu \\ &= q^0 q^0 - q^i q^i, \end{aligned} \quad (4.1.9)$$

aplicando agora a condição $q^2 = 0$

$$\begin{aligned} q^0 q^0 - q^1 q^1 - q^2 q^2 - q^3 q^3 &= 0 \\ q^3 q^3 &= q^0 q^0 - q^1 q^1 - q^2 q^2 \\ &= z^2 p^2 - p_\perp^2, \end{aligned} \quad (4.1.10)$$

encontramos $q^3 = zp\sqrt{1 - p_\perp^2/(zp)^2}$. Expandindo a componente q^3 e descartando termos $\mathcal{O}(p_\perp^4)$ obtemos

$$q^3 = zp - \frac{p_\perp^2}{2zp}, \quad (4.1.11)$$

sendo assim

$$q = \left(zp, p_\perp, 0, zp - \frac{p_\perp^2}{2zp} \right). \quad (4.1.12)$$

Para k , basta utilizarmos a conservação do quadrimomento $p = q + k \implies k = p - q$, ou seja

$$\begin{aligned} k &= (p, 0, 0, p) - \left(zp, p_\perp, 0, zp - \frac{p_\perp^2}{2zp} \right) \\ &= \left((1-z)p, -p_\perp, 0, (1-z)p + \frac{p_\perp^2}{2zp} \right), \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

assim, q e k na aproximação em $\mathcal{O}(p_\perp^4)$ ficam

$$q = \left(zp, p_\perp, 0, zp - \frac{p_\perp^2}{2zp} \right), \quad (4.1.14a)$$

$$k = \left((1-z)p, -p_\perp, 0, (1-z)p + \frac{p_\perp^2}{2zp} \right). \quad (4.1.14b)$$

Os elementos de matriz invariante do vértice de emissão de um fóton quase real com estados de helicidade definidos são obtidos seguindo as regras de Feynman da QED, como resultado temos

$$i\mathcal{M} = \bar{u}_L(k)(-ie\gamma_\mu)u_L(p)\epsilon_T^{*\mu}(q). \quad (4.1.15)$$

Estamos primeiramente considerando o elétron incidente no estado de helicidade de mão-esquerda representado pelo espinor u_L e, no limite em que sua massa possa ser ignorada, a conservação da helicidade implica que o estado final deve permanecer nesse mesmo estado de helicidade. Uma opção natural é escrevermos os espinores u na base de helicidade (representação de Weyl [22]) definida por

$$\gamma_\mu = \begin{pmatrix} \mathbb{0} & \sigma_\mu \\ \bar{\sigma}_\mu & \mathbb{0} \end{pmatrix}, \quad (4.1.16)$$

em que

$$\begin{aligned} \sigma^\mu &= (\mathbb{1}, +\sigma^i), \quad \text{e} \quad \bar{\sigma}^\mu = (\mathbb{1}, -\sigma^i), \\ \sigma_\mu &= (\mathbb{1}, -\sigma_i), \quad \text{e} \quad \bar{\sigma}_\mu = (\mathbb{1}, +\sigma_i), \end{aligned} \quad (4.1.17)$$

com σ^i sendo as matrizes de Pauli. Nessa representação, um férmion não massivo de quadrimomento p é escrito como

$$u(p) = \begin{pmatrix} \psi_L(p) \\ \psi_R(p) \end{pmatrix} \quad (4.1.18)$$

onde $\psi_{L,R}$ são respectivamente espinores de helicidade de mão-esquerda e direita. Reescrevendo $u_L(p)$, suprimindo fatores globais de normalização, temos

$$u_L(p) = \begin{pmatrix} \psi_L(p) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{com} \quad \psi_L(p) \equiv \xi(p) = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}. \quad (4.1.19)$$

Agora, dado que o espinor $u(p)$ deve satisfazer a equação de Dirac

$$(\gamma^\mu p_\mu - m_e) u(p) = 0, \quad (4.1.20)$$

no limite ultra-relativístico ($m_e \rightarrow 0$), essa equação se desacopla em duas equações de Weyl. Em particular, para a componente $u_L(p)$, obtém-se

$$p_\mu \bar{\sigma}^\mu \xi(p) = 0, \quad (4.1.21)$$

ou seja, $\xi(p)$ não é arbitrário e sim um autovetor do operador helicidade associado à direção do momento. Se $p^\mu = (p, 0, 0, p)$, podemos encontrar $\xi(p)$ fazendo

$$\begin{aligned} p_\mu \bar{\sigma}^\mu &= g_{\mu\nu} p^\nu \bar{\sigma}^\mu \\ &= p^0 \mathbb{1} + p^i \bar{\sigma}^i \\ &= p^0 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + p^3 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (4.1.22)$$

mas

$$p_\mu \bar{\sigma}^\mu \xi(p) = 0 \implies \begin{pmatrix} 2p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.1.23)$$

o sistema de equações formado nos conduz a assumir que $\xi_1 = 0$, uma vez que p não pode ser nulo (elétron em movimento), consequentemente ξ_2 é livre. Escolhendo $\xi_2 = 1$, obtemos

$$\xi(p) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.1.24)$$

Para o elétron espalhado

$$k^\mu = \left((1-z)p, -p_\perp, 0, (1-z)p + \frac{p_\perp^2}{2zp} \right), \quad (4.1.25)$$

a equação de Weyl fica

$$\begin{aligned} k_\mu \bar{\sigma}^\mu &= k^0 \mathbb{1} + k^1 \sigma^1 + k^3 \sigma^3 \\ &= (1-z)p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - p_\perp \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \left[(1-z)p \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(p_\perp^2) \right], \\ &= \begin{pmatrix} 2(1-z)p & -p_\perp \\ -p_\perp & 0 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(p_\perp^2) \end{aligned} \quad (4.1.26)$$

considerando apenas contribuições em ordem dominante* e escrevendo a condição de Weyl para k^μ , ficamos com

$$k_\mu \bar{\sigma}^\mu \xi(k) = 0 \implies \begin{pmatrix} 2(1-z)p & -p_\perp \\ -p_\perp & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.1.27)$$

*Termos de ordem $\mathcal{O}(p_\perp^2)$ e superior não contribuem, pois gerariam apenas correções subdominantes ao quadrado da amplitude no regime colinear relevante ao EPA.

temos agora o sistema

$$\begin{cases} 2(1-z)p\xi_1 - p_\perp\xi_2 = 0 \\ -p_\perp\xi_1 = 0, \end{cases} \quad (4.1.28)$$

da segunda equação temos que $\xi_1 = \mathcal{O}(p_\perp/p)$, substituindo na primeira, obtemos

$$\xi_1 = \frac{p_\perp}{2(1-z)p}\xi_2, \quad (4.1.29)$$

escolhendo $\xi_2 = 1$ chegamos em

$$\xi(k) = \begin{pmatrix} \frac{p_\perp}{2(1-z)p} \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.1.30)$$

Com isso, escrevemos os espinores do elétron na base de helicidade, considerado simplesmente

$$u_L(p) = \sqrt{2p^0} \begin{pmatrix} \xi(p) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{e} \quad \bar{u}_L(k) = \sqrt{2k^0} \begin{pmatrix} 0, & \xi^\dagger(k) \end{pmatrix}. \quad (4.1.31)$$

Os vetores de polarização do fóton em ordem dominante podem ser escritos como [22]

$$\epsilon_+^{*i}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1, i, -\frac{p_\perp}{zp} \right), \quad \text{e} \quad \epsilon_-^{*i}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(1, -i, -\frac{p_\perp}{zp} \right), \quad (4.1.32)$$

onde os índices $\pm$ referem-se aos estados de helicidade do fóton. Substituindo explicitamente os espinores e vetores de polarização na equação (4.1.15), podemos mostrar (ver: seção B.1) que, em ordem dominante, um fóton polarizado no estado de helicidade positivo tem como elemento de matriz

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+) &= \bar{u}_L(k)(-ie\gamma_\mu)u_L(p)\epsilon_+^{*\mu}(q) \\ &= -iep_\perp \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z(1-z)}, \end{aligned} \quad (4.1.33)$$

similarmente, para um fóton polarizado no estado de helicidade negativo, obtém-se (ver: seção B.2)

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_-) &= \bar{u}_L(k)(-ie\gamma_\mu)u_L(p)\epsilon_-^{*\mu}(q) \\ &= -iep_\perp \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z}, \end{aligned} \quad (4.1.34)$$

de modo que a amplitude invariante do processo $e^- A \rightarrow e^- X$, somada sobre os spins e respeitando a invariância de paridade da QED, a qual implica que os elementos de matrizes não devem sofrer alterações quando as helicidades são invertidas, podemos escrever

$$|\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \left[2|\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+)|^2 + 2|\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_-)|^2 \right]. \quad (4.1.35)$$

O fator 2 conta as ocorrências nas quais o elétron no estado inicial está polarizado no estado de helicidade de mão direita e_{R}^- . Sendo assim, é imediato que

$$\begin{aligned} |\mathcal{M}|^2 &= \frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 = \frac{1}{2} \left[2 \left| -ie p_{\perp} \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z(1-z)} \right|^2 + 2 \left| -ie p_{\perp} \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z} \right|^2 \right] \\ &= e^2 p_{\perp}^2 \left[\frac{2(1-z)}{z^2(1-z)^2} + \frac{2(1-z)}{z^2} \right] \\ &= \frac{2e^2 p_{\perp}^2}{z(1-z)} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right]. \end{aligned} \quad (4.1.36)$$

O primeiro termo entre os colchetes tem origem no fóton com spin paralelo ao spin do elétron, enquanto o segundo tem origem no fóton com spin anti-paralelo ao spin do elétron. Com isso, podemos agora calcular a seção de choque do processo completo (Figura 11).

Denotando o elemento de matriz associado ao subprocesso induzido pelo fóton por $\mathcal{M}_{\gamma A}$ e assumindo que o estado A é não polarizado, a seção de choque de espalhamento não deve depender do estado de polarização do fóton virtual. Logo, a seção de choque do processo completo é dada por

$$\sigma(e^- A \rightarrow \gamma X) = \frac{1}{(1+v_A) 2p 2E_A} \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{1}{2k^0} \int d\Pi_X \left[\frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 \right] \left(\frac{1}{q^2} \right)^2 |\mathcal{M}_{\gamma A}|^2, \quad (4.1.37)$$

onde, v_A é a velocidade do estado A no referencial considerado e Π_X denota o espaço de fase do estado final X . A integral sobre o momento do elétron espalhado k apresenta uma singularidade colinear quando $k \parallel p$. Para isolá-la, utilizamos as parametrizações cinemáticas dadas pelas equações (4.1.8b) e (4.1.8c), de modo que o elemento de volume no espaço de momentos pode ser reescrito como

$$d^3 k = dk^3 d^2 k_{\perp} \quad (4.1.38)$$

onde, no regime colinear, $k^3 \simeq zp$ e $dk^3 = pdz$. A integração sobre o ângulo azimutal no plano transversal produz

$$d^2 k_{\perp} = \pi dp_{\perp}^2 \quad (4.1.39)$$

resultando em

$$d^3 k = \pi p dz dp_{\perp}^2. \quad (4.1.40)$$

substituindo esta expressão em (4.1.37) e reorganizando os termos, obtemos

$$\begin{aligned} \sigma(e^- A \rightarrow \gamma X) &= \int \frac{p dz dp_{\perp}^2}{16\pi^2(1-z)p} \left[\frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 \right] \frac{(1-z)^2}{p_{\perp}^4} \frac{z}{(1+v_A) 2zp 2E_A} \int d\Pi_X |\mathcal{M}_{\gamma A}|^2 \\ &= \int \frac{dz dp_{\perp}^2}{16\pi^2(1-z)} \left[\frac{1}{2} \sum_{\text{spins}} |\mathcal{M}|^2 \right] \frac{z(1-z)^2}{p_{\perp}^4} \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X). \end{aligned} \quad (4.1.41)$$

onde reconhecemos explicitamente a seção de choque do subprocesso $\gamma A \rightarrow X$. Inserindo agora o resultado obtido para a média sobre os spins no vértice de emissão do elétron e lembrando que $\alpha = e^2/4\pi$, segue que

$$\begin{aligned}\sigma(e^- A \rightarrow \gamma X) &= \int \frac{dz dp_{\perp}^2}{16\pi^2(1-z)} \left\{ \frac{2e^2 p_{\perp}^2}{z(1-z)} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \right\} \frac{z(1-z)^2}{p_{\perp}^4} \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X) \\ &= \int \frac{2z(1-z)^2 dz}{2\pi z(1-z)^2} \frac{p_{\perp}^2 dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^4} \frac{e^2}{8\pi} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X) \\ &= \int_0^1 dz \int \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} \frac{\alpha}{2\pi} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X).\end{aligned}\tag{4.1.42}$$

A integral sobre o momento transversal $p_{\perp}^2$ é logaritmicamente divergente e deve ser regularizada por limites físicos. O corte ultravioleta é dado por uma escala da ordem da energia disponível no centro de massa ($Q_{\text{max}}^2 \sim s$), enquanto o corte infravermelho é naturalmente fornecido pela massa do elétron m , deste modo temos

$$\int \frac{dp_{\perp}^2}{p_{\perp}^2} \longrightarrow \ln \left(\frac{s}{m^2} \right).\tag{4.1.43}$$

Com efeito, o resultado final é obtido por

$$\sigma(e^- A \rightarrow \gamma X) = \int_0^1 dz \frac{\alpha}{2\pi} \ln \left(\frac{s}{m^2} \right) \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right] \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X).\tag{4.1.44}$$

A seção de choque total expressa dessa forma corresponde ao método de Weizsäcker–Williams, ou simplesmente Aproximação de Fótons Equivalentes [22]. Sua estrutura é análoga à do modelo de pártons, sendo a expressão central dada por

$$f_{\gamma}(z) = \frac{\alpha}{2\pi} \ln \left(\frac{s}{m^2} \right) \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right],\tag{4.1.45}$$

que representa a densidade de probabilidade de encontrarmos um fóton carregando uma fração longitudinal z do momento p do elétron emissor. Na seção de choque fica

$$\sigma(e^- A \rightarrow \gamma X) = \int_0^1 dz f_{\gamma}(z) \cdot \sigma(\gamma A \rightarrow X).\tag{4.1.46}$$

Logo, o papel do fluxo de fótons pode ser entendido como uma espécie de fatorização colinear entre a emissão do fóton quase real e o subprocesso duro induzido por ele.

A expressão (4.1.45) é universal no sentido de ser independente da estrutura do emissor apenas no caso em que o projétil envolvido na colisão possa ser tratado como uma partícula pontual na escala de momento transferido considerada. Essa aproximação deixa de ser válida quando o projétil apresenta estrutura interna finita [88], isso ocorre no caso de prótons e, de forma ainda mais pronunciada, em núcleos atômicos. Nessas situações, a

emissão de fótons é modulada pela distribuição espacial de carga do emissor, o que pode ser incorporado por meio do fator de forma eletromagnético [89]. A expressão mais geral para o fluxo de fótons equivalentes pode então ser escrita como

$$f(z) = \frac{\alpha Z^2}{2\pi} \left[\frac{1 + (1-z)^2}{z} \right] \int_{Q_{\min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{\min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2. \quad (4.1.47)$$

Aqui, $F(Q^2)$ é o fator de forma eletromagnético do projétil, Q^2 é o quadrimomento transferido cujo menor valor cinematicamente permitido no regime ultra-relativístico é aproximadamente

$$Q_{\min}^2 \simeq \frac{z^2 M^2}{1-z}, \quad (4.1.48)$$

com M sendo a massa do projétil. Embora o limite superior da integral seja formalmente infinito, na prática o fator de forma impõe um corte efetivo da virtualidade no raio R da partícula emissora em $Q^2 \lesssim 1/R^2$.

4.2 Colisões Ultraperiféricas no LHC

Colisões Ultraperiféricas (UPC¹) são processos em que duas partículas carregadas, em movimento relativístico, interagem predominantemente por meio de seus campos eletromagnéticos [17]. A EPA, desenvolvida anteriormente, constitui a base teórica para a descrição dessas colisões, fornecendo uma interpretação física dos campos eletromagnéticos em termos de fluxos de fótons quase reais. A intensidade desses campos — e, consequentemente, o fluxo de fótons equivalentes — depende diretamente da quantidade de carga elétrica em movimento associada a cada partícula interagente. Quando núcleos carregados atuam como fontes, esse fluxo escala aproximadamente com o quadrado do número atômico Z do núcleo envolvido [17, 87], tornando as UPCs particularmente favoráveis para estudos em colisores como o LHC.

A característica mais fundamental das UPCs é que, nesse tipo de colisão, a distância transversal entre as trajetórias clássicas dos centros das partículas — denominada parâmetro de impacto b — é suficientemente grande para a interação poder ser tratada como de longo alcance. Nessa condição, os processos mediados pela QCD são fortemente suprimidos, enquanto as interações eletromagnéticas descritas pela QED tornam-se dominantes. Em colisões hadrônicas, nas quais R_1 e R_2 são os raios efetivos dos hádrons (1) e (2), essa condição é satisfeita quando $b > R_1 + R_2$.

No regime de altas energias, um núcleo pode atuar como fonte de fótons quase reais, cujo fluxo possui energia suficiente para iniciar reações e produzir partículas detectáveis.

¹Ultra Peripheral Collision

A virtualidade desses fótons, definida por $q^2 = -Q^2$, é tipicamente pequena, justificando o uso da EPA. Quando a virtualidade satisfaz $Q^2 \lesssim 1/R^2$, com R representando o raio nuclear efetivo do emissor ($R \approx 1,2A^{1/3}\text{fm}$), o comprimento de onda associado ao fóton é maior que a extensão do núcleo, caracterizando um regime de interação *coerente* [90, 91]. Nesse caso, o núcleo responde coletivamente à interação. Para valores maiores de Q^2 , embora os fótons ainda possam ser tratados como quase reais no contexto da EPA, a condição de coerência nuclear deixa de ser satisfeita. Nessa situação, a interação ocorre predominantemente de forma *incoerente* [90, 91], envolvendo nucleons individuais ou graus de liberdade subnucleares, permitindo a produção de estados finais mais massivos.

4.2.1 Distribuições Espectrais

Em diversas aplicações fenomenológicas [92–95], prefere-se trabalhar com a distribuição de fótons equivalentes em energia $n(\omega)$, que permite um controle melhor no parâmetro de impacto, no lugar das expressões do fluxo de fótons $f_\gamma(z)$ derivadas diretamente do formalismo EPA. A relação entre elas dá-se por meio da mudança de variáveis [96]

$$zf_\gamma(z) = n(\omega). \quad (4.2.1)$$

com ω sendo a energia do fóton no referencial do laboratório e $z = \omega/E$ a fração da energia do projétil emissor portada pelo fóton. Por definição [96], $n(\omega)$ pode ser escrita como

$$\frac{n(\omega)}{\omega} = \int d^2\mathbf{b} N(\omega, \mathbf{b}). \quad (4.2.2)$$

Aqui, $N(\omega, \mathbf{b})$ denota o espectro de fótons equivalentes com dependência no parâmetro de impacto $\mathbf{b}$, dado por [97]

$$N(\omega, \mathbf{b}) = \frac{4Z^2\alpha}{\omega} \left| \int \frac{d^2\mathbf{q}_\perp}{(2\pi)^2} \frac{\mathbf{q}_\perp F(\mathbf{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma_L^2)}{\mathbf{q}_\perp^2 + \omega^2/\gamma_L^2} e^{-i\mathbf{b}\cdot\mathbf{q}_\perp} \right|^2, \quad (4.2.3)$$

fisicamente, $N(\omega, \mathbf{b})$ descreve a densidade de fótons com energia ω , emitidos por uma carga relativística com fator de Lorentz γ_L a uma distância $\mathbf{b}$ do centro da carga [97]. Além disso, $\alpha = 1/137$ é a constante de acoplamento do eletromagnetismo, $\mathbf{q}_\perp$ o momento transversal do fóton e a razão ω/γ_L regula a virtualidade do fóton, a qual é dada por

$$Q^2 = \mathbf{q}_\perp^2 + \frac{\omega^2}{\gamma_L^2}. \quad (4.2.4)$$

As diferenças entre os fluxos de fótons emitidos por prótons e núcleos são controladas pelas propriedades eletromagnéticas do emissor — carga Z , fator de Lorentz γ_L e fator de forma $F(Q^2)$ — enquanto efeitos geométricos e de coerência são tratados separadamente.

Para todos os efeitos, nesta dissertação estaremos interessados em colisões envolvendo próton e chumbo no regime das colisões ultraperiféricas. Portanto, de forma rápida e resumida, apresentaremos na sequência as expressões do espectro de fótons equivalentes mais utilizadas para esses dois tipos de hádrons.

4.2.2 Distribuição Espectral Para o Fluxo de Fótons do Próton

A partir da Eq. (4.1.47), Drees e Zeppenfeld [88] derivaram uma expressão amplamente utilizada para o fluxo de fótons do próton em colisões de altas energias [17, 93, 94, 98]. Nesse caso, assume-se que a estrutura eletromagnética do próton pode ser descrita pelo fator de forma dipolar, dado por [35]

$$F(Q^2) = \frac{1}{\left(1 + Q^2/0.71 \text{ GeV}^2\right)^2}. \quad (4.2.5)$$

Essa parametrização fornece uma boa descrição dos dados de espalhamento elástico elétron-próton para valores moderados de Q^2 e introduz um amortecimento suave das contribuições de grandes momentos transferidos [35]. Com essa escolha, o fluxo de fótons do próton pode ser expresso como

$$n_{\gamma/p}(\omega) = \frac{\alpha}{2\pi} \left[1 + \left(1 - \frac{2\omega}{\sqrt{s}} \right)^2 \right] \left[\ln \Omega - \frac{11}{6} + \frac{3}{\Omega} - \frac{3}{2\Omega^2} + \frac{1}{3\Omega^3} \right], \quad (4.2.6)$$

onde $\Omega = 1 + 0.71 \text{ GeV}^2/Q_{\min}^2$, com $Q_{\min}^2 \simeq \omega^2/\gamma_L^2$, γ_L é o fator de Lorentz e $\sqrt{s}$ é a energia do centro de massa do sistema hadrônico.

4.2.3 Distribuição Espectral Para o Fluxo de Fótons Nuclear

No caso nuclear, e em particular para íons pesados — cenário relevante, por exemplo, para colisões envolvendo íons de chumbo ($Z_{Pb} = 82$) — a emissão de fótons é significativamente ampliada devido à coerência sobre todo o núcleo. Nessas condições, uma escolha frequente é adotar o *fator de forma pontual* [92], permitindo-nos obter o fluxo de fótons equivalentes convenientemente a partir do eletromagnetismo clássico para uma carga em movimento relativístico [99]. O fluxo integrado acima de um parâmetro de impacto mínimo ($b_{\min}$) pode ser escrito como

$$n_{\gamma/A}(\omega) = \frac{2\alpha Z^2}{\pi} \left[\xi K_0(\xi) K_1(\xi) - \frac{\xi^2}{2} (K_1^2(\xi) - K_0^2(\xi)) \right], \quad (4.2.7)$$

onde K_0 e K_1 são funções de Bessel modificadas do segundo tipo, $\xi = \omega b_{\min}/\gamma_L$, e $b_{\min} > R_1 + R_2$ atua como corte geométrico, excluindo colisões com sobreposição hadrônica entre os núcleos [17].

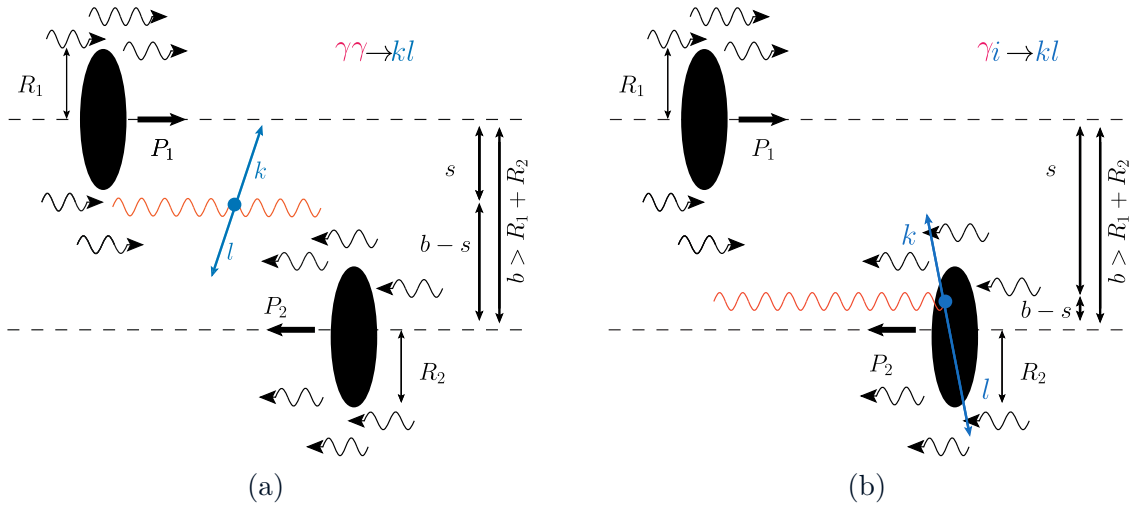
4.3 Processos Fotoinduzidos

Processos fotoinduzidos em colisões envolvendo íons pesados relativísticos são definidos como reações mediadas por campos eletromagnéticos transversais intensos associados

a núcleos eletricamente carregados em movimento ultra-relativístico [19, 93, 100]. Esses processos ocorrem predominantemente em colisões ultraperiféricas (UPCs), e podem ser descritos consistentemente no âmbito da EPA.

No contexto das UPCs, os processos fotoinduzidos dividem-se em duas categorias principais [100]: (i) processos fóton-fóton ($\gamma\gamma$), ilustrados na Figura 13a, nos quais dois fótons emitidos coerentemente pelos projéteis interagem diretamente entre si, e (ii) processos fóton-hádron (γA), ilustrados na Figura 13b, nos quais um fóton emitido por um dos íons interage com o outro projétil.

Figura 13 – Colisão ultraperiférica com parâmetro de impacto b e $R_{1,2}$ os raios dos projéteis, em (a) têm-se interações do tipo fóton-fóton ($\gamma\gamma \rightarrow kl$) e em (b) interações do tipo fóton-hádron ($\gamma i \rightarrow kl$). Aqui i, k e l representam pártons, $P_{1,2}$ são os momentos dos núcleos, s e $(b - s)$ são as distâncias respectivas entre o centro do núcleo 1 e 2 ao ponto de interação.



Fonte: ref.: [101].

Ambos os mecanismos têm sido amplamente estudados no LHC, tanto do ponto de vista teórico quanto experimental, e desempenham papel central na produção fotoinduzida de estados hadrônicos, incluindo estados exóticos [15, 93, 95, 96].

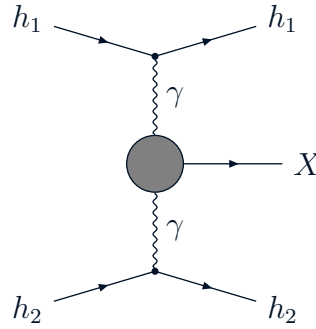
A rigor, sabemos que o fóton não transporta carga elétrica nem carga de cor. Dessa forma, não há acoplamentos diretos fóton-fóton ou fóton-glúon no nível de árvore. Contudo, o fóton pode flutuar num par $q\bar{q}$ e assim acessar indiretamente a estrutura gluônica do hádron via QCD, ou interagir com outro fóton via QED. Essa característica possibilita tratar processos fotoinduzidos* ($\gamma\gamma$ ou γA) como dominados pelo campo eletromagnético do fóton no regime de interesse, justificando a aplicação da EPA previamente discutida.

*É estritamente nesse sentido que nos referiremos a qualquer processo fotoinduzido daqui em diante. Uma explicação mais detalhada é fornecida pela derivação formal das regras de Feynman da QED/QCD e pode ser consultada, por exemplo, em [22, 32, 33].

4.3.1 Processos $\gamma\gamma$ no LHC

A partir de um processo UPC no qual dois íons h_1 e h_2 de raios R_1 e R_2 , respectivamente, interagem entre si via troca de fótons de baixa virtualidade γ , conforme ilustrado na Figura 14, podemos observar a produção de um estado hadrônico X na região de interação desses fótons.

Figura 14 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 via interação $\gamma\gamma$.



Fonte: ref.: [18].

Nesses processos, as interações nucleares fortes são completamente suprimidas, permitindo que os núcleos ao final da colisão permaneçam intactos ou sofram apenas excitações eletromagnéticas, resultando em eventos com baixa multiplicidade de partículas e um ambiente de detecção limpo de ruídos nucleares [93].

O esquema de fatorização do formalismo EPA pode ser utilizado de modo que a seção de choque total do processo é escrita como

$$\begin{aligned} \sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes X \otimes h_2; s) \\ = \int d^2\mathbf{b}_1 d^2\mathbf{b}_2 d\omega_1 d\omega_2 N(\omega_1, \mathbf{b}_1) N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow X}(W_{\gamma\gamma}) S_{abs}^2(\mathbf{b}), \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

onde:

- $\sqrt{s}$: representa a energia de centro de massa do sistema hadrônico $h_1 h_2$;
- $W_{\gamma\gamma} = \sqrt{4\omega_1\omega_2}$: representa a massa invariante do sistema $\gamma\gamma$ no referencial do centro de massa;
- $N(\omega_i, \mathbf{b}_i)$: representa o espectro de fótons equivalentes do i -ésimo núcleo. Para o

próton usamos [96]

$$N_{\gamma/p}(\omega, b) = \frac{\alpha}{\pi^2 \omega} \left[\left(\frac{\omega}{\gamma_L} \right) K_1 \left(\frac{\omega b}{\gamma_L} \right) - \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \Lambda^2} \right) + \right. \\ \left. - \frac{b \Lambda^2}{2} K_0 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2, \quad (4.3.2)$$

com $\Lambda^2 = 0,71 \text{ GeV}^2$ e, para o chumbo usamos

$$N_{\gamma/Pb}(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega} \left[\left(\frac{\omega}{\gamma_L} \right) K_1 \left(\frac{\omega b}{\gamma_L} \right) + \sqrt{\left(\frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left(b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma_L^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2, \quad (4.3.3)$$

com $\Lambda^2 = 0,088 \text{ GeV}^2$ [96];

- $\hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow X}(W_{\gamma\gamma})$: representa a seção de choque de produção do estado X a partir dos dois fótons;
- ω_i : representa a energia do foton emitida pelo i -ésimo núcleo;
- b_i : representa a distância entre o centro do i -ésimo núcleo ao ponto de interação;
- $S_{abs}^2(\mathbf{b})$: o fator de absorção.
- $\otimes$: caracteriza lacunas de rapidez (*rapidity gaps*), isto é, regiões do detector onde não há formação de partículas.

Aqui, o fator de absorção S_{abs}^2 , que pode ser escrito como [102]

$$S_{abs}^2(\mathbf{b}) = \Theta [|\mathbf{b}| - (R_1 + R_2)], \quad \text{com } \mathbf{b} = \mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2, \quad (4.3.4)$$

é responsável por excluir sobreposições entre os núcleos a fim de que tenhamos de fato uma colisão ultraperiférica.

A variável de rapidez Y controla a fração de energia do fóton no subprocesso W , nesse caso

$$\omega_{1,2} = \frac{W_{\gamma\gamma}}{2} e^{\pm Y}, \quad (4.3.5)$$

com isso podemos escrever a seção de choque em termos da rapidez simplesmente fazendo

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes X \otimes h_2; s) \\ = \int d^2 \mathbf{b}_1 d^2 \mathbf{b}_2 \left| \frac{\partial(\omega_1, \omega_2)}{\partial(W, Y)} \right| dW dY N(\omega_1, \mathbf{b}_1) N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow X}(W_{\gamma\gamma}) S_{abs}^2(\mathbf{b}), \quad (4.3.6)$$

ou seja

$$\begin{aligned} \sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes X \otimes h_2; s) \\ = \int d^2 \mathbf{b}_1 d^2 \mathbf{b}_2 dW dY \left(\frac{W}{2} \right) N(\omega_1, \mathbf{b}_1) N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow X}(W_{\gamma\gamma}) S_{abs}^2(\mathbf{b}). \end{aligned} \quad (4.3.7)$$

A emissão coerente de fótons pelos núcleos resulta em um forte aumento da seção de choque nos processos de fusão $\gamma\gamma$, que escala aproximadamente como $\sigma \propto Z^4$ [93]. Além disso, a coerência nuclear impõe pequenos valores para a virtualidade dos fótons emitidos, permitindo tratá-los como quase reais.

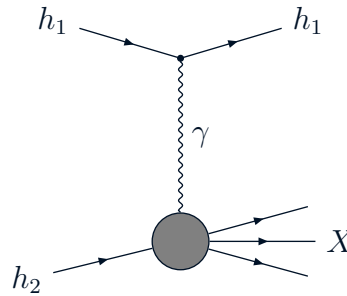
Uma assinatura experimental característica desses processos é o baixo momento transversal do sistema produzido, uma vez que fótons quase reais carregam momento transversal muito menor que o longitudinal [93, 100].

No referencial do laboratório, a energia máxima dos fótons equivalentes é da ordem de $\omega_{\max} \sim \gamma_L/R_h$, podendo atingir valores de alguns GeV no RHIC¹ e até dezenas ou centenas de GeV no LHC. Isso possibilita a produção de sistemas com massas invariantes elevadas [93, 100, 102], alcançando valores da ordem de $W_{\gamma\gamma} \sim 1$ TeV em colisões do tipo pp .

4.3.2 Processos γA no LHC

O processo γA consiste em uma UPC entre dois íons h_1 e h_2 , na qual apenas um fóton é trocado, conforme ilustrado na Figura 15. Novamente, o esquema de fatorização

Figura 15 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 via interação γh_2 .



Fonte: ref.: [18].

do formalismo EPA pode ser utilizado, resultando na seção de choque escrita como [87]

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes X; s) = \sum_{i,j} \int d^2 \mathbf{b}_i d\omega N_i(\omega, \mathbf{b}_i) \hat{\sigma}_{\gamma h_j \rightarrow X}(W_{\gamma h}), \quad \text{com } i, j = h_1, h_2, \quad (4.3.8)$$

¹Relativistic Heavy Ion Collider

Diferentemente do processo $\gamma\gamma$, no processo γA não é necessário introduzir explicitamente um fator de absorção $S_{abs}^2(\mathbf{b})$ dependente do parâmetro de impacto. A integração em b é realizada apenas sobre o emissor do fóton, de modo que as condições geométricas já estão efetivamente incorporadas no fluxo de fótons $N_i(\omega, \mathbf{b}_i)$. Além disso, devido à coerência da emissão de fótons pelo íon, a seção de choque deste processo escala com Z^2 .

Dependendo da energia do fóton, diferentes mecanismos de interação entre o fóton e o íon alvo podem ocorrer na formação do sistema X [16, 93, 94, 100]. Um mecanismo particularmente relevante, que constitui o foco deste trabalho, é o de fusão fóton-glúon (γg). Em energias suficientemente altas, o fóton pode penetrar no núcleo e interagir com um glúon interno, produzindo um par de quarks pesados, como $c\bar{c}$ ou $b\bar{b}$ [93, 100]. Utilizando a fatorização colinear na Eq. (4.3.8), podemos reescrevê-la em termos da PDF de glúons, conforme

$$\sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes X) = \sum_{i,j} \int dx_j d\omega \frac{n_i(\omega)}{\omega} f_{g/j}(x_j, \mu_F^2) \hat{\sigma}_{\gamma g \rightarrow X}(\hat{s}), \quad (4.3.9)$$

onde $f_{g/j}(x_j, \mu_F^2)$ representa a distribuição de glúons do hádron alvo e $\hat{s} = x_j W_{\gamma h}^2$ é a energia invariante do subprocesso fóton-glúon. Devido à interação com o glúon, o núcleo alvo se dissocia, dando origem ao sistema hadrônico X .

No referencial do laboratório, as energias máximas dos fótons equivalentes são da mesma ordem daquelas discutidas no caso $\gamma\gamma$. Contudo, no referencial de repouso do íon alvo, esses fótons podem atingir até centenas de GeV no RHIC e no LHC [93, 100], possibilitando a exploração de processos associados a elevadas massas invariantes.

Com isso, o formalismo necessário para descrever as seções de choque fotoinduzidas fica estabelecido.

4.4 Modelagem do T_{4c}

Dando continuidade, apresentamos as expressões para as distribuições diferenciais do tetraquark T_{4c} nos processos induzidos por fótons considerados nesta dissertação. Em particular, utilizamos os conceitos desenvolvidos no capítulo anterior — colisões ultraperiféricas, distribuições espectrais, fluxos de fótons equivalentes e a descrição de processos fotoinduzidos — para modelar as seções de choque associadas aos mecanismos $\gamma\gamma$ e γA . Essas contribuições são tratadas consistentemente no contexto dos esquemas de fatorização da QCD e da NRQCD, permitindo uma descrição unificada da produção do T_{4c} em colisões ultraperiféricas.

Além disso, o estado T_{4c} será tratado no âmbito do modelo de tetraquark compacto, conforme discutido na seção 3.2. Por simplicidade, também não consideramos explicitamente a cadeia completa de decaimentos do estado exótico, que envolveria a produção de

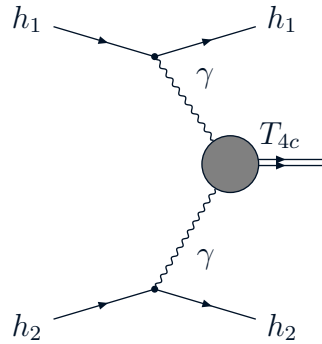
mésons J/ψ e sua subsequente conversão em pares de múons. Feitas essas considerações, iniciamos pela modelagem da produção do T_{4c} no mecanismo $\gamma\gamma$.

4.4.1 T_{4c} via mecanismo $\gamma\gamma$

O estudo da produção de tetraquarks por meio de interações $\gamma\gamma$ tem se mostrado uma ferramenta poderosa tanto para confirmar a existência desses estados exóticos quanto para testar diferentes modelos teóricos associados às suas funções de onda e propriedades de decaimento [15, 16, 103]. Em particular, para a ressonância $X(6900)$, diversos estudos indicam que as seções de choque associadas a esse mecanismo podem ser significativamente amplificadas em colisões ultraperiféricas (UPCs) envolvendo íons pesados, como o chumbo, em razão de sua elevada carga nuclear [15, 87, 89]. Esses resultados sugerem que a observação experimental desse estado é viável já no LHC, podendo antecipar descobertas relevantes antes mesmo de futuros colisores.

Uma vantagem marcante das interações $\gamma\gamma$ reside no caráter essencialmente exclusivo do processo, no qual ambos os hádrons permanecem intactos no estado final, acompanhados por grandes lacunas de rapidez nas regiões dos detectores. Essa topologia reduz significativamente o ruído de fundo hadrônico, facilitando a identificação experimental do sinal [15].

Figura 16 – Diagrama típico da fotoprodução de um T_{4c} via mecanismo de interação $\gamma\gamma$ na colisão entre dois hádrons h_1 e h_2 .



Fonte: ref.: [15].

A seção de choque total para a produção do T_{4c} via interações $\gamma\gamma$ é calculada no formalismo da EPA e expressa como uma convolução entre os fluxos de fótons equivalentes associados aos hádrons incidentes e a seção de choque elementar do subprocesso $\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}$. A Figura 16 ilustra esquematicamente esse mecanismo. Podemos caracterizar esta reação da seguinte maneira:

$$h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes T_{4c} \otimes h_2. \quad (4.4.1)$$

Tipicamente, a seção de choque do T_{4c} é expressa como

$$\begin{aligned} \sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes T_{4c} \otimes h_2; s) \\ = \int d^2 \mathbf{b}_1 d^2 \mathbf{b}_2 dW dY N(\omega_1, \mathbf{b}_1) N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}}(W) S_{abs}^2(\mathbf{b}) \frac{W}{2}, \end{aligned} \quad (4.4.2)$$

onde s representa o quadrado da energia do centro de massa do sistema hadrônico $h_1 h_2$ e $W_{\gamma\gamma} = 2\sqrt{\omega_1 \omega_2}$ é a massa invariante do sistema fóton-fóton. A seção de choque de produção do T_{4c} pode ser expressa pela fórmula de Low [104], conforme

$$\hat{\sigma}_{\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}}(\omega_1, \omega_2) = 8\pi^2 (2J + 1) \frac{\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}}{M_{T_{4c}}} \delta(4\omega_1 \omega_2 - M_{T_{4c}}^2), \quad (4.4.3)$$

onde $M_{T_{4c}}$ e J denotam, respectivamente, a massa e o spin do T_{4c} , e $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$ é a largura de decaimento associada ao acoplamento desse estado a dois fótons.

Dessa forma, a seção de choque total do T_{4c} pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes T_{4c} \otimes h_2; s)}{dY} &= \int dW d\omega_1 d\omega_2 \frac{n(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n(\omega_2)}{\omega_2} \times \\ &\times 8\pi^2 (2J + 1) \frac{\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}}{M_{T_{4c}}} \delta(4\omega_1 \omega_2 - M_{T_{4c}}^2) S_{abs}^2(\mathbf{b}) \frac{W}{2}. \end{aligned} \quad (4.4.4)$$

Na sequência, discutimos o mecanismo de fotoprodução via fóton-hádron, estabelecendo as bases para uma análise comparativa entre os canais $\gamma\gamma$ e γh na produção do T_{4c} .

4.4.2 T_{4c} via mecanismo γA com $\hat{\sigma}_{\gamma g}$ estimada por NRQCD

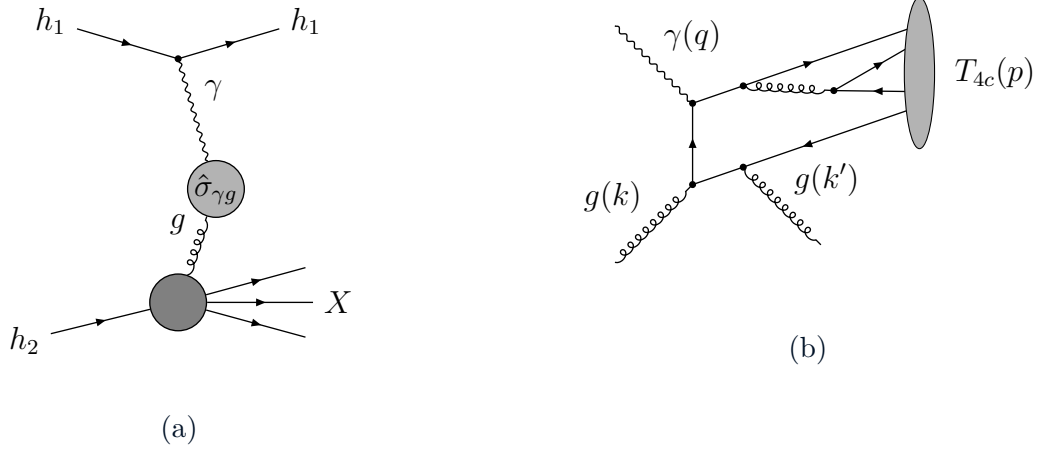
A produção inclusiva do T_{4c} no LHC, associada à ressonância $X(6900)$, é modelada neste trabalho no contexto das UPC entre dois hádrons h_1 e h_2 . Nesse regime, a interação é dominada por processos eletromagnéticos de longo alcance: um fóton quase real emitido por h_1 interage com o conteúdo partônico de h_2 , enquanto o hádrion emissor permanece intacto e o alvo pode sofrer dissociação. A Figura 17a ilustra esquematicamente esse mecanismo.

Sendo o fóton quase real, sua emissão é descrita pela EPA, e o processo hadrônico efetivo $2 \rightarrow 3$ fatoriza-se em um fluxo de fótons convoluído com a seção de choque do subprocesso $\gamma g \rightarrow T_{4c} + g$, caracterizando um espalhamento efetivo $2 \rightarrow 2$ no nível partônico [105]. O subprocesso dominante em ordem de α_s é mostrado na Figura 17b. Nesse caso, o subprocesso considerado é*

$$\gamma(q) + g(k) \longrightarrow T_{4c}(p) + g(k'), \quad (4.4.5)$$

*A emissão do glúon final $g(k')$ é necessária para garantir a neutralidade de cor do estado ligado T_{4c} , produzido como um estado singlete de cor.

Figura 17 – Diagrama esquemático de uma colisão ultraperiférica envolvendo dois hádrons h_1 e h_2 . (a) Formação do subsistema partônico $\hat{\sigma}_{\gamma g}$ dado pela fusão γg . (b) Diagrama do processo $\gamma g \rightarrow T_{4c} + g$.



Fonte: Adaptado de ref.: [105].

e a seção de choque diferencial para a produção inclusiva do T_{4c} neste processo é dada por [105]

$$\frac{d\sigma(h_1 h_2 \rightarrow h_1 \otimes T_{4c} + g + X)}{dz dp_T} = \sum_{i,j} \int_{x_{\gamma}^{\min}}^1 dx_{\gamma} \frac{2x_j p_T}{z(1-z)} f_{\gamma/i}(x_{\gamma}) f_{g/j}(x_j, \mu) \frac{d\hat{\sigma}(\gamma g \rightarrow T_{4c} + g; \mu)}{d\hat{t}}. \quad (4.4.6)$$

onde $z \equiv p \cdot k / q \cdot k$ define a fração da energia do fóton transferida ao T_{4c} , p_T é o momento transversal no referencial do centro de massa (CM^1) do subprocesso, $f_{\gamma/i}$ e $f_{g/j}$ são, respectivamente, o fluxo de fótons do hádron i e a PDF do glúon do hádron j . As variáveis cinemáticas são:

$$x_{\gamma}^{\min} = \frac{M_T^2 - zM_{T_{4c}}^2}{sz(1-z)}, \quad (4.4.7a)$$

$$x_j = \frac{M_T^2 - zM_{T_{4c}}^2}{x_{\gamma} z(1-z)s}, \quad (4.4.7b)$$

$$M_T = \sqrt{p_T^2 + M_{T_{4c}}^2}, \quad (4.4.7c)$$

com s o quadrado da energia do CM hadrônico e a escala de fatorização escolhida como $\mu = M_T$ [105, 106].

A seção de choque partônica $\hat{\sigma}_{\gamma g}$ é dada pelo produto de coeficientes SDCs e elementos de matriz LDMEs da NRQCD [20, 105]. Para o estado 1^{+-} do T_{4c} , a seção de choque diferencial é

$$\frac{d\sigma(\gamma g \rightarrow T_{4c}^{(1)} + X)}{d\hat{t}} = \frac{2M_{T_{4c}}}{m_c^{14}} F_{3,3}^{(1)}(\hat{s}, \hat{t}) \langle O_{3,3}^{(1)} \rangle, \quad (4.4.8)$$

¹Center of Mass frame

onde

$$F_{3,3}^{(1)} = \frac{605\pi^3\alpha_s^4 e_c^2 m_c^8 (\hat{s}^2 + \hat{s}\hat{t} + \hat{t}^2)^2}{1458\hat{s}^4\hat{t}^2 (\hat{s} + \hat{t})^2}, \quad (4.4.9)$$

é uma expressão assintótica para o SDC, válida no regime de alto momento transversal e $\langle O_{3,3}^{(1)} \rangle$ é o LDME associado ao diquark–antidiquark $\mathbf{\bar{3}} \otimes \mathbf{3}$ formando um estado singlete de cor. Os invariantes de Mandelstam no regime considerado são

$$\hat{s} = \frac{p_T^2 + (1-z)M_{T_{4c}}^2}{z(1-z)} \quad (4.4.10a)$$

$$\hat{t} = -(1-z)\hat{s}. \quad (4.4.10b)$$

Para os LDMEs, utilizam-se estimativas de modelos fenomenológicos [10, 106, 107]. Dois modelos são considerados:

- **Modelo I:** quarks descritos puramente não relativisticamente, resultando em LDMEs maiores.
- **Modelo II:** inclui termo cinético relativístico, reduzindo os valores dos LDMEs.

Para o estado 1^{+-} , os valores adotados são [105]:

$$\textbf{Modelo I: } \langle O_{3,3}^{(1)} \rangle = 0.078 \text{ GeV}^9, \quad \textbf{Modelo II: } \langle O_{3,3}^{(1)} \rangle = 0.011 \text{ GeV}^9. \quad (4.4.11)$$

Finalmente, apenas o estado vetorial 1^{+-} contribui significativamente no canal γg , já que os estados 0^{++} e 2^{++} são proibidos por regras de seleção da NRQCD e da interação eletromagnética [105]. Para esse estado, a produção via canal P -wave é possível, mas suprimida por efeitos relativísticos de ordem $\mathcal{O}(v^2)$.

Na seção seguinte, apresentamos os resultados das distribuições em rapidez Y para os processos $\gamma\gamma$ e γA , bem como as distribuições em p_T para o processo γA .

CAPÍTULO 5

Resultados

Neste capítulo, tem-se como objetivo avaliar os processos de produção do estado T_{4c} no LHC, por meio do formalismo da EPA. Em particular, considera-se a ressonância $X(6900)$ no contexto do modelo diquark-antidiquark compacto. As análises são restritas a colisões ultraperiféricas envolvendo sistemas pp , pPb e $PbPb$, considerando dois mecanismos fotoinduzidos: fóton-fóton e fóton-hádron.

Os cálculos das seções de choque foram realizados por meio de uma infraestrutura computacional desenvolvida de forma a garantir precisão numérica, flexibilidade na implementação dos modelos teóricos e compatibilidade com parametrizações modernas das PDFs. Para a incorporação consistente das PDFs, utilizou-se a interface **LHAPDF-6.5.5** [108], que permite o acesso a conjuntos modernos, dentre os quais destaca-se a parametrização fornecida pela colaboração **NNPDF** [50]. Essa escolha apresenta boa estabilidade em cálculos em LO envolvendo a massa do quark charm, sendo empregada para descrever a distribuição de glúons no próton. Para o núcleo de chumbo, utilizou-se a parametrização nuclear **nCTEQ15** [51], desenvolvida pelo grupo CTEQ e amplamente consolidada na literatura.

A implementação numérica foi desenvolvida majoritariamente em **FORTRAN 90/77**, explorando sua robustez e eficiência no tratamento de rotinas de integração multidimensional e no manuseio de grandes volumes de cálculos repetitivos, característicos de estudos fenomenológicos em QCD. A avaliação das integrais presentes nas seções de choque foi realizada com o auxílio da biblioteca **Cuba-4.2** [109], que disponibiliza algoritmos

adaptativos como **VEGAS**, **Cuhre** e **Divonne**, amplamente empregados em cálculos de Física de Altas Energias.

Para a estimativa do número esperado de eventos associados aos processos de produção do estado T_{4c} , é necessário especificar as luminosidades integradas correspondentes aos diferentes sistemas de colisão considerados. Esses valores dependem tanto do experimento quanto do regime de operação do acelerador e refletem o volume efetivo de dados disponíveis para análise.

Na Tabela 4 são apresentados os valores de luminosidade adotados neste trabalho para os experimentos LHCb e ALICE no LHC, bem como estimativas correspondentes ao futuro colisor FCC-hh. Sempre que possível, utilizaram-se valores reportados na literatura ou metas experimentais para as Runs atuais e futuras; no caso do FCC-hh, foram consideradas projeções típicas discutidas em estudos de viabilidade.

Tabela 4 – Valores de luminosidades integradas utilizados nas estimativas das seções de choque e do número esperado de eventos para os experimentos do LHC (LHCb e ALICE) e FCC-hh (futuro colisor).

Experi- mento	Sistema de Colisão	Energia [TeV]	Luminosidade $\mathcal{L}$	Status/Fonte
LHCb	pp	14	$2,0 \times 10^1 \text{ fb}^{-1}$ (anual)	Projeto atual (Upgrade I) [110]
	pPb	8,16	$6 \times 10^{-1} \text{ pb}^{-1}$ (Meta acumulada)	Meta p/ Runs 3 e 4 [111]
	PbPb	5,36	$5,05 \times 10^{-1} \text{ nb}^{-1}$ (Integrada em 2024)	Valor alcançado na Run de 2024 [112]
ALICE	pp	14	$2,82 \times 10^{-2} \text{ fb}^{-1}$ (Integrada Run 3)	Dados de 2022 e 2023 a 13,6 TeV [113]
	pPb	8,16	$6 \times 10^{-1} \text{ pb}^{-1}$ (Meta acumulada)	Meta para Runs 3 e 4 [111]
	PbPb	5,36	$1,54 \text{ nb}^{-1}$ (registrada)	Registrada durante a Run 3 [113]
FCC	pp	100	$1,5 \times 10^4 \text{ fb}^{-1}$ (Assumida)	Previsão $\sim 10 - 20 \text{ ab}^{-1}$ [114]
	pPb	63	$1,5 \times 10^7 \text{ pb}^{-1}$ (Assumida)	(Valores a definir)
	PbPb	39	$1,5 \times 10^{10} \text{ nb}^{-1}$ (Assumida)	(Valores a definir)

Fonte: Produzido pelo autor baseado nas fontes indicadas.

5.1 Distribuições em Rapidez Para o Processo $\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}$

Nos processos fóton-fóton, calculamos as distribuições em rapidez para a produção do T_{4c} dada pela expressão

$$\begin{aligned} \frac{d(h_i h_j \rightarrow h_i \otimes T_{4c} h_j; s)}{dY} &= \int dW d\omega_i d\omega_j \frac{n(\omega_i)}{\omega_i} \frac{n(\omega_j)}{\omega_j} \times \\ &\times 8\pi^2 (2J+1) \frac{\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}}{M_{T_{4c}}} \delta(4\omega_i \omega_j - M_{T_{4c}}^2) S^2(\mathbf{b}) \frac{W}{2}, \end{aligned} \quad (5.1.1)$$

com $i, j = p, Pb$. Diferentes valores para a largura de decaimento eletromagnético são considerados, conforme detalhado em [15, 103, 115, 116], a Tabela 5 resume os valores adotados nessa etapa.

Tabela 5 – Estimativas para as larguras de decaimento $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$ e para as respectivas massas de ressonância do T_{4c} .

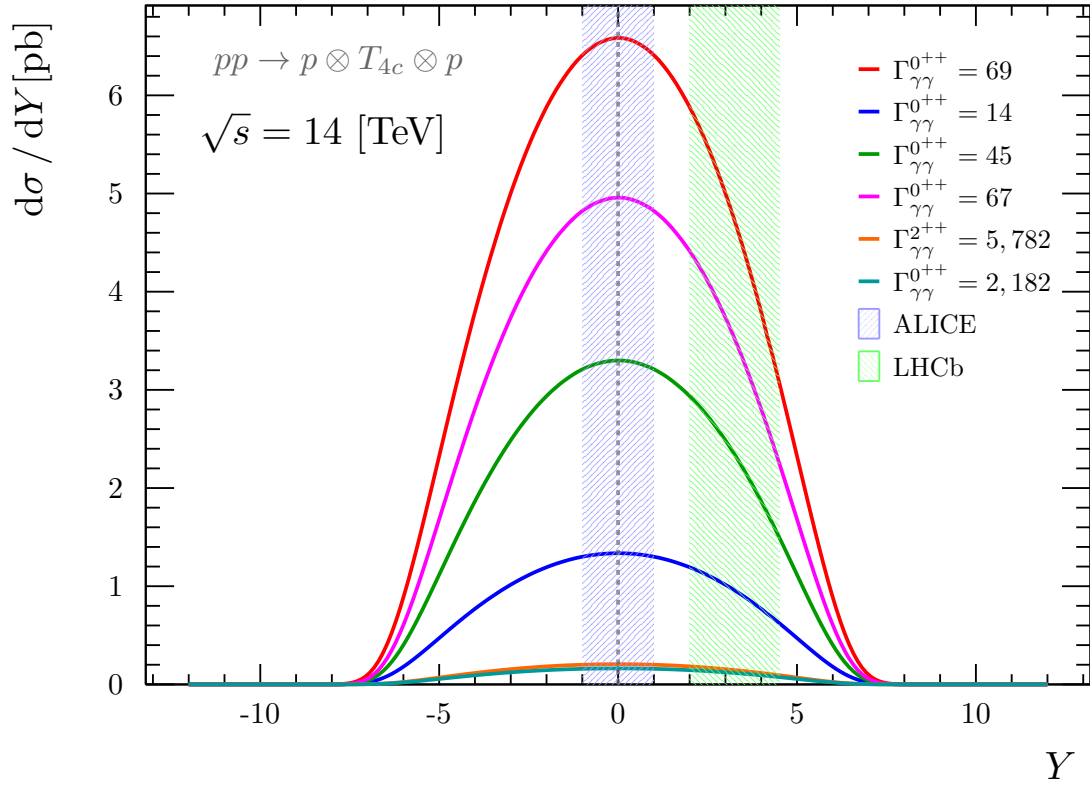
J^{PC}	Ressonância [MeV]	$\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$ [keV]
0^{++}	6871	2,128 [15, 115]
2^{++}	6967	0,57816 [15, 115]
0^{++}	6886	67 [116]
0^{++}	6905	45 [116]
0^{++}	6380	14 [103]
0^{++}	6380	69 [103]

Fonte: Notas do autor.

5.1.1 Colisão pp

Na Figura 18 são apresentadas as distribuições em rapidez para a produção do T_{4c} em colisões pp no LHC, para os seis valores considerados da largura de decaimento $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$. Observa-se que as distribuições são simétricas em torno de $Y = 0$, comportamento típico de colisões pp quando ambos os prótons atuam como emissores de fótons quase reais. O pico central indica que a produção é favorecida quando ambos os fótons possuem energias comparáveis no referencial do centro de massa.

Figura 18 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões pp no LHC a $\sqrt{s} = 14$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$. Regiões hachuradas indicam as janelas de aceitação dos experimentos ALICE ($-1 \leq Y \leq 1$) e LHCb ($2 \leq Y \leq 4,5$).



Fonte: Elaborado pelo autor.

Os estados associados a maiores valores de $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}}$ apresentam seções de choque significativamente mais elevadas, o que é esperado devido à proporcionalidade direta entre a probabilidade de produção ressonante e a largura de decaimento eletromagnético [15]. Em alguns casos, observa-se uma diferença de até três ordens de grandeza entre as seções de choque correspondentes a diferentes estados quânticos, evidenciando a forte sensibilidade do mecanismo $\gamma\gamma$ às propriedades eletromagnéticas globais do T_{4c} [103].

Além disso, verifica-se uma hierarquia clara entre os estados quânticos, com o estado tensorial 2^{++} apresentando probabilidades de produção maiores do que os estados escalares 0^{++} compatíveis. Esse comportamento é amplamente discutido na literatura [15] e possui fundamentos teóricos bem estabelecidos relacionados à estrutura do acoplamento de estados de spin elevado a dois fótons [104].

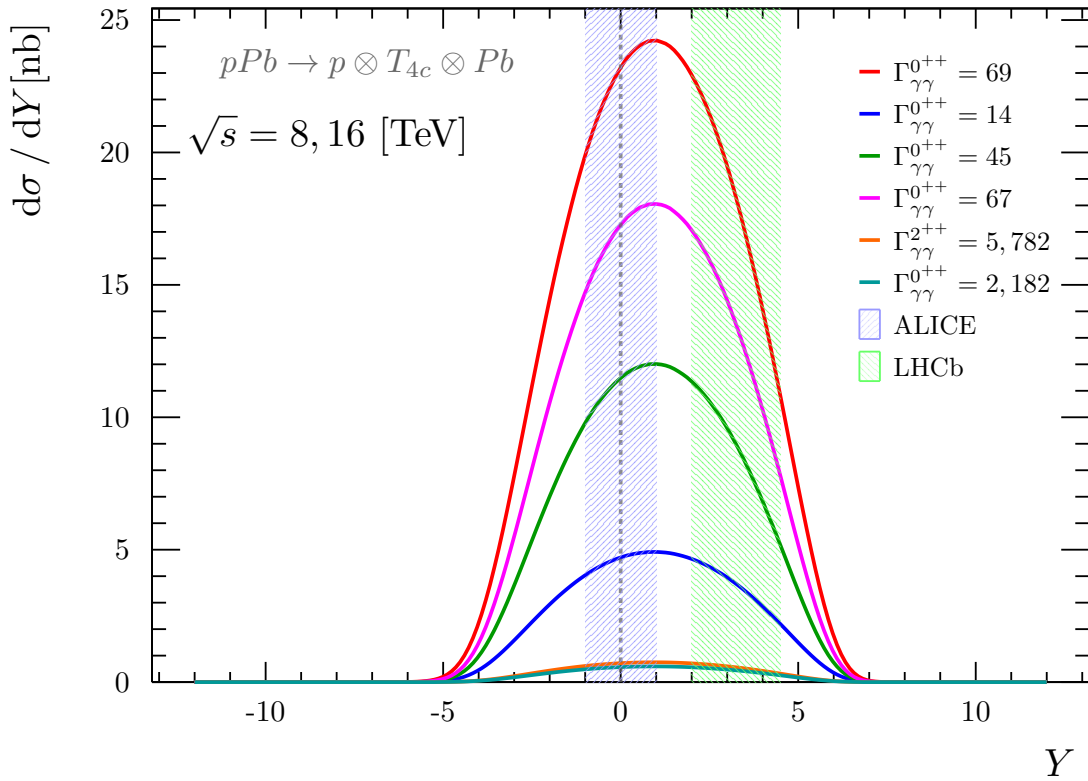
As janelas de aceitação dos experimentos ALICE e LHCb também são indicadas na figura, mostrando que ambos são sensíveis à produção do T_{4c} . Enquanto o ALICE acessa preferencialmente a região de rapidez central, o LHCb cobre a região mais dianteira,

permitindo estudos complementares do processo.

5.1.2 Colisão pPb

No sistema pPb , a Figura 19 apresenta distribuições em rapidez assimétricas em torno de $Y = 0$, constituindo uma assinatura clara de colisão pPb em UPC. O máximo da seção de choque encontra-se deslocado para $Y > 0$, indicando que o íon de chumbo atua como o emissor dominante de fótons quase reais devido ao fator de amplificação Z^2 .

Figura 19 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões pPb no LHC a $\sqrt{s} = 8, 16$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

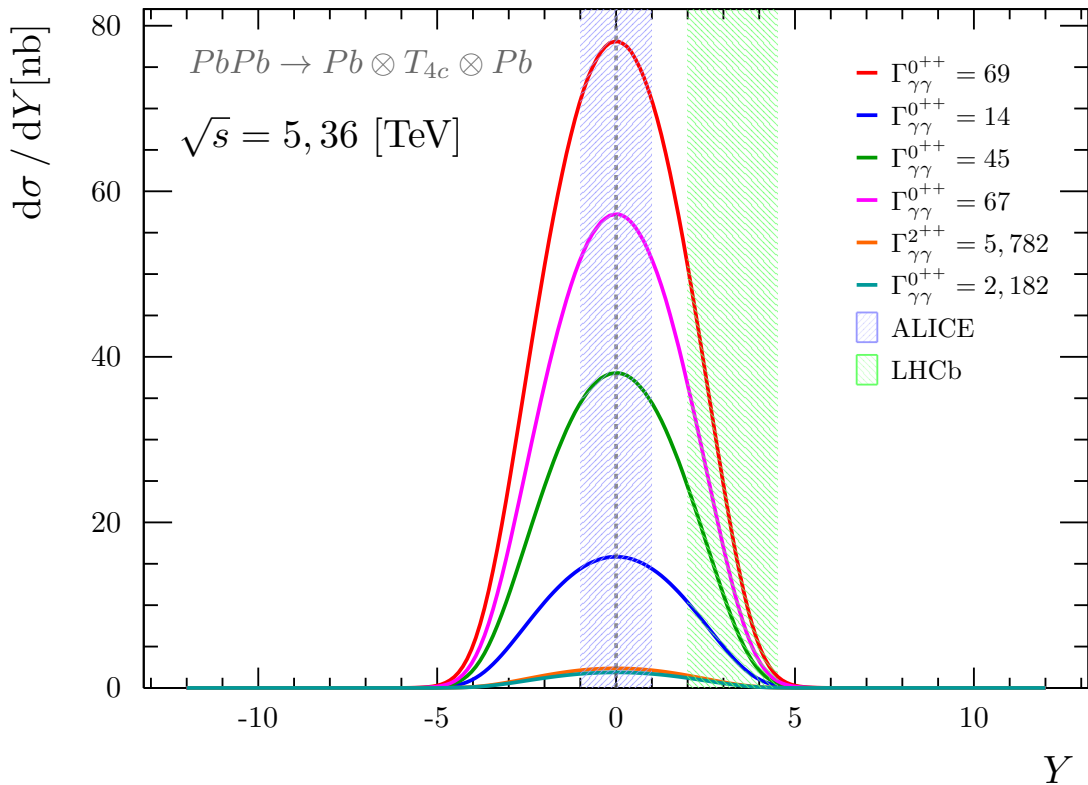
As curvas associadas aos diferentes estados quânticos apresentam formas semelhantes, diferindo essencialmente pelo valor de $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}}$. Estados com larguras de decaimento maiores resultam em seções de choque mais elevadas, enquanto aqueles com larguras menores são fortemente suprimidos. A hierarquia observada entre os estados 0^{++} e 2^{++} é preservada ao se passar do sistema pp para Pb , indicando que essa diferença é determinada por propriedades intrínsecas do T_{4c} e do seu acoplamento a dois fótons, e não por efeitos específicos do ambiente de colisão [15]. Devido ao deslocamento do pico para $Y > 0$,

observa-se ainda um aumento relativo da probabilidade de detecção pelo experimento LHCb em comparação com o caso pp .

5.1.3 Colisão $PbPb$

A Figura 20 apresenta as distribuições em rapidez para o sistema $PbPb$. Assim como no caso pp , observa-se uma distribuição simétrica em torno de $Y = 0$, porém com um pico central significativamente mais pronunciado, refletindo seções de choque várias ordens de grandeza superiores às obtidas em colisões pp . Esse comportamento é completamente esperado devido à carga elétrica dos íons de chumbo ($Z = 82$). Uma vez que o fluxo de fótons escala com Z^2 , numa colisão $\gamma\gamma$, a seção de choque aumenta por um fator $\sigma_{\gamma\gamma}^{PbPb} \propto Z^4$.

Figura 20 – Distribuição em rapidez para produção de T_{4c} em colisões $PbPb$ no LHC a $\sqrt{s} = 5,36$ TeV, via mecanismo $\gamma\gamma$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

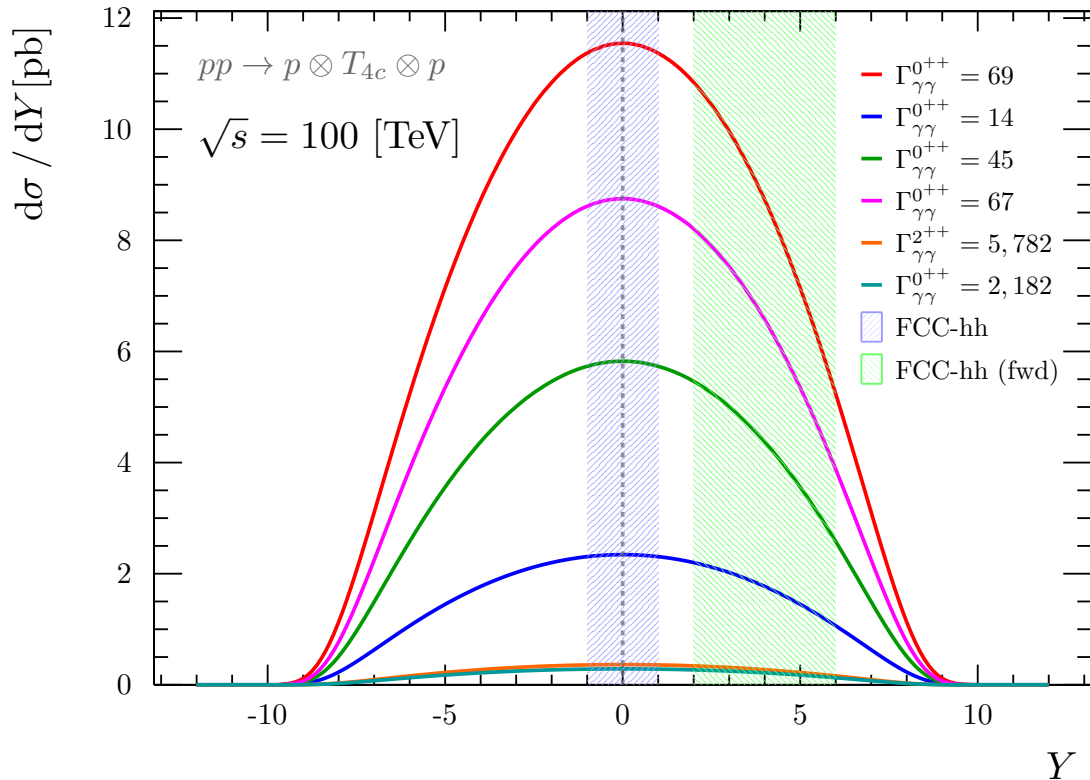
A alta coerência do campo eletromagnético nesse tipo de colisão concentra o processo em regiões de rapidez central, favorecendo a produção de T_{4c} nessa região. Nesse tipo de colisão, o experimento ALICE apresenta maior cobertura da região de máxima

produção, enquanto o LHCb acessa a cauda dianteira da distribuição, com seções de choque reduzidas, porém ainda não desprezíveis.

5.1.4 Análises Projetadas para o FCC-hh

Em comparação com os resultados obtidos no LHC, as distribuições em rapidez projetadas para o FCC (Figura 21) exibem não apenas um aumento expressivo conforme $\Gamma_{\gamma\gamma \rightarrow T_{4c}}$, mas também um alargamento significativo ao longo da variável Y . Esse efeito reflete o crescimento do espaço de fase acessível com o aumento do fator de Lorentz γ_L , característico da aproximação de fótons equivalentes, reduzindo a influência de cortes cinemáticos associados à coerência eletromagnética dos emissores.

Figura 21 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões pp via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.

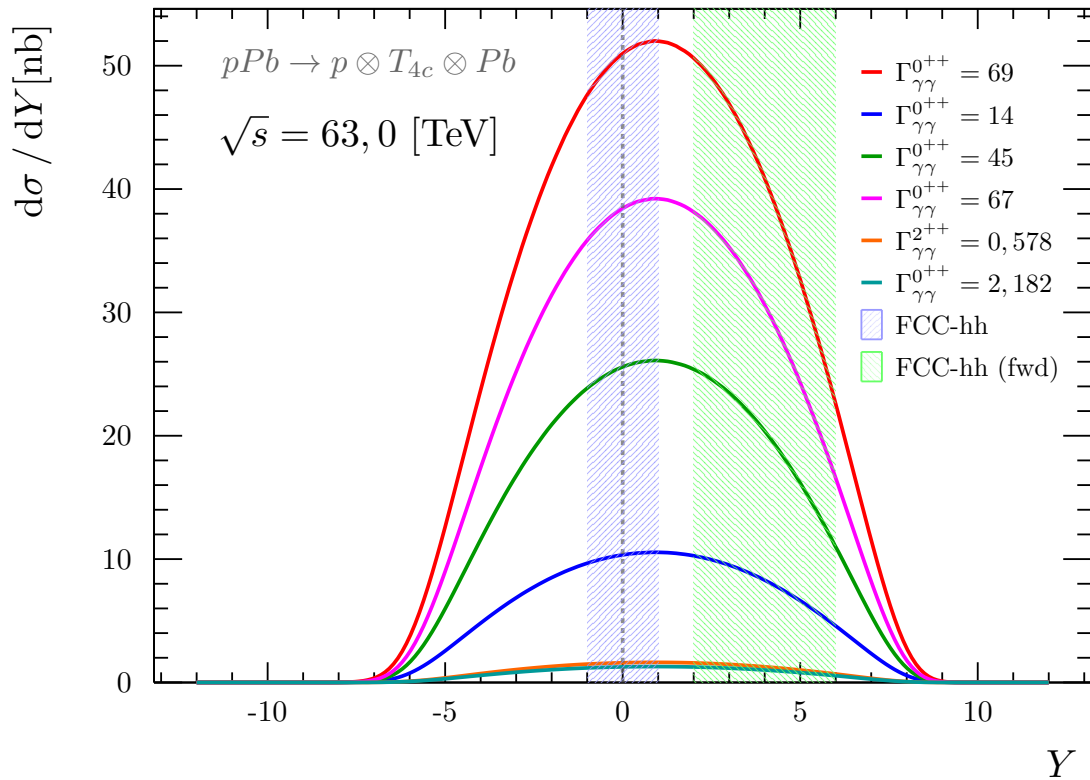


Fonte: Elaborado pelo autor.

No sistema pPb (Figura 22), a assimetria das distribuições é preservada, mantendo-se como uma assinatura desse tipo de colisão. Contudo, no FCC, essa assimetria se

manifesta sobre uma faixa de rapidez consideravelmente mais ampla, indicando que o aumento de γ_L mitiga os efeitos do corte cinemático imposto pelo raio nuclear do chumbo. Como consequência, o espectro de fótons sofre menor supressão em energias mais elevadas, favorecendo a produção de estados massivos como o T_{4c} .

Figura 22 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões pPb via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.

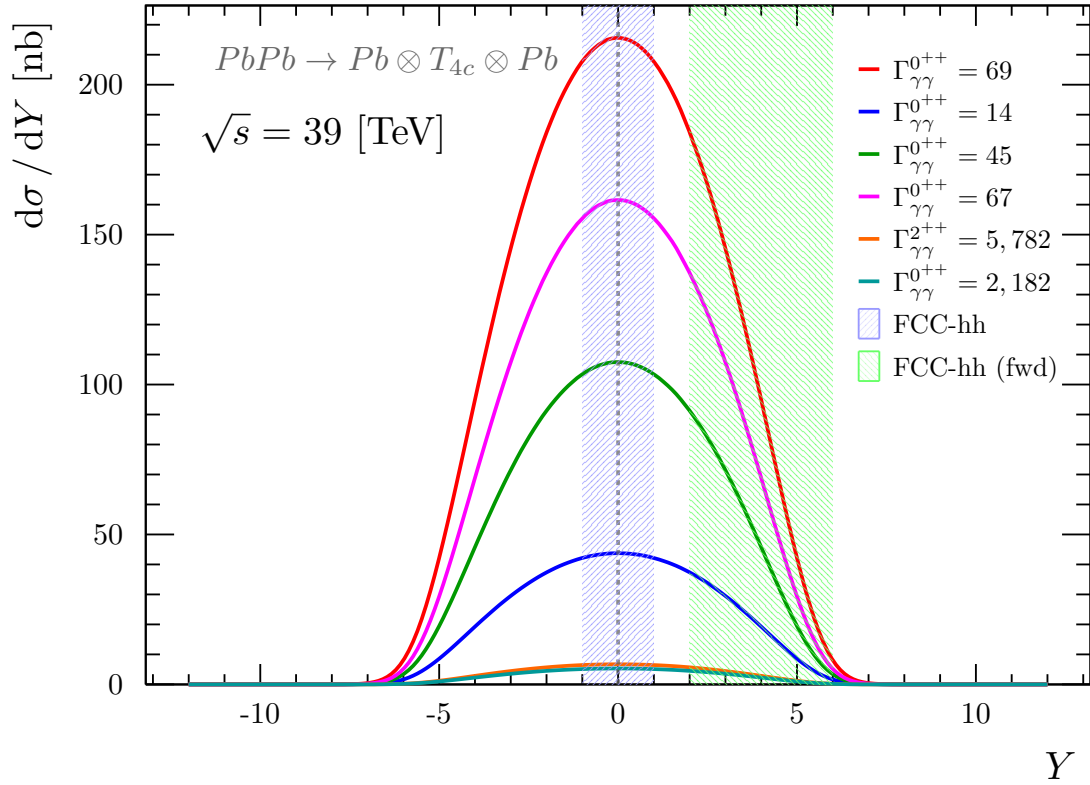


Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 23 é referente à colisão $PbPb$, nela observa-se um pico central ainda mais pronunciado e uma elevação significativa da seção de choque total, resultado da combinação entre a forte coerência do campo eletromagnético nuclear, o fator Z^2 associado ao fluxo de fótons do chumbo e ao aumento da energia de centro de massa.

Esses resultados indicam que o FCC, ao operar num regime de energia significativamente mais elevado, amplia substancialmente o alcance cinemático do mecanismo $\gamma\gamma$, permitindo o estudo da produção do T_{4c} em condições mais favoráveis que as do LHC. Embora tal cenário permaneça prospectivo, ele fornece um *benchmark* fundamental para isolar os efeitos puramente cinemáticos e distinguir essas limitações daquelas associadas à

Figura 23 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões $PbPb$ via mecanismo $\gamma\gamma$, projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$ são mostradas.



Fonte: Elaborado pelo autor.

dinâmica subjacente da produção do estado ligado. Em contraste, no LHC, a probabilidade de produção do T_{4c} é fortemente condicionada pelas restrições cinemáticas impostas pela energia de centro de massa e pela coerência eletromagnética dos emissores, tornando crucial a escolha otimizada das janelas de rapidez e dos sistemas de colisão disponíveis.

5.1.5 Número Esperado de Eventos

Na Tabela 6 são listadas as seções de choque totais (σ_{tot}) e fiduciais (σ_{fid}) associadas à produção do estado T_{4c} , bem como as estimativas para o número esperado de eventos (N) nos experimentos ALICE e LHCb. As seções de choque fiduciais consideram as regiões de aceitação cinemática de cada detector, enquanto o número esperado de eventos foi estimado a partir das luminosidades integradas apresentadas anteriormente na Tabela 4.

São apresentados resultados para colisões pp , pPb e $PbPb$ nas energias característi-

cas do LHC. As seções de choque dependem fortemente de $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$, levando a variações significativas nas taxas de produção entre os diferentes cenários. Além disso, as seções de choque aumentam substancialmente ao passar de pp para pPb e $PbPb$. Isso decorre do intenso campo eletromagnético de núcleos pesados, o que favorece processos mediados por dois fótons. Dependendo dos valores de energia, luminosidade e cortes em rapidez característicos de cada experimento, o número esperado de eventos pode ser significativo, indicando um ambiente favorável à investigação do estado T_{4c} por meio desse mecanismo. As diferenças entre os valores fiduciais de ALICE e LHCb refletem principalmente as distintas regiões de aceitação cinemática.

Tabela 6 – Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton-fóton ($\gamma\gamma$) nos experimentos LHCb e ALICE, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 14$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 8,16$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 5,36$ TeV), com as respectivas aceitações dos detectores. Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.

		LHC		ALICE		LHCb	
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [fb]	σ_{fid} [fb]	N	σ_{fid} [fb]	N
14	0^{++}	69	$5,531 \times 10^4$	$1,252 \times 10^4$	$3,531 \times 10^2$	$1,118 \times 10^4$	$2,236 \times 10^5$
	0^{++}	14	$1,122 \times 10^4$	$2,541 \times 10^3$	$7,165 \times 10^1$	$2,269 \times 10^3$	$4,538 \times 10^4$
	0^{++}	67	$4,115 \times 10^4$	$9,427 \times 10^3$	$2,658 \times 10^2$	$8,333 \times 10^3$	$1,667 \times 10^5$
	0^{++}	45	$2,738 \times 10^4$	$6,274 \times 10^3$	$1,769 \times 10^2$	$5,543 \times 10^3$	$1,109 \times 10^5$
	2^{++}	0,578	$1,705 \times 10^3$	$3,911 \times 10^2$	$1,103 \times 10^1$	$3,452 \times 10^2$	$6,905 \times 10^3$
	0^{++}	2,182	$1,351 \times 10^3$	$3,094 \times 10^2$	8,726	$2,736 \times 10^2$	$5,471 \times 10^3$
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [pb]	σ_{fid} [pb]	N	σ_{fid} [pb]	N
8, 16	0^{++}	69	$1,567 \times 10^5$	$4,366 \times 10^4$	$2,619 \times 10^4$	$4,222 \times 10^4$	$2,533 \times 10^4$
	0^{++}	14	$3,179 \times 10^4$	$8,858 \times 10^3$	$5,315 \times 10^3$	$8,567 \times 10^3$	$5,140 \times 10^3$
	0^{++}	67	$1,151 \times 10^5$	$3,247 \times 10^4$	$1,948 \times 10^4$	$3,114 \times 10^4$	$1,869 \times 10^4$
	0^{++}	45	$7,651 \times 10^4$	$2,160 \times 10^4$	$1,296 \times 10^4$	$2,071 \times 10^4$	$1,243 \times 10^4$
	2^{++}	0,578	$4,757 \times 10^3$	$1,345 \times 10^3$	$8,070 \times 10^2$	$1,288 \times 10^3$	$7,729 \times 10^2$
	0^{++}	2,182	$3,779 \times 10^3$	$1,066 \times 10^3$	$6,396 \times 10^2$	$1,023 \times 10^3$	$6,135 \times 10^2$
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [nb]	σ_{fid} [nb]	N	σ_{fid} [nb]	N
5, 36	0^{++}	69	$3,815 \times 10^5$	$1,408 \times 10^5$	$2,168 \times 10^5$	$4,464 \times 10^4$	$2,254 \times 10^4$
	0^{++}	14	$7,740 \times 10^4$	$2,857 \times 10^4$	$4,400 \times 10^4$	$9,057 \times 10^3$	$4,574 \times 10^3$
	0^{++}	67	$2,745 \times 10^5$	$1,021 \times 10^5$	$1,572 \times 10^5$	$3,161 \times 10^4$	$1,597 \times 10^4$
	0^{++}	45	$1,824 \times 10^5$	$6,786 \times 10^4$	$1,045 \times 10^5$	$2,099 \times 10^4$	$1,060 \times 10^4$
	2^{++}	0,578	$1,131 \times 10^4$	$4,212 \times 10^3$	$6,486 \times 10^3$	$1,299 \times 10^3$	$6,562 \times 10^2$
	0^{++}	2,182	$9,021 \times 10^3$	$3,354 \times 10^3$	$5,166 \times 10^3$	$1,039 \times 10^3$	$5,249 \times 10^2$

Fonte: Produzido pelo autor.

Para o FCC, a Tabela 7 apresenta as estimativas das seções de choque σ_{tot} e σ_{fid} , bem como do número esperado de eventos para a produção do estado T_{4c} . De forma análoga ao observado para o LHC, as seções de choque mostram forte dependência do valor assumido para a largura de decaimento $\Gamma_{T_{4c} \rightarrow \gamma\gamma}$, refletindo diretamente nas taxas de produção previstas. Entretanto, devido às energias de colisão significativamente maiores e às luminosidades integradas projetadas para o FCC-hh, observa-se um aumento expressivo no número esperado de eventos em todos os sistemas de colisão considerados. Em particular, colisões envolvendo núcleos pesados apresentam as maiores taxas de produção, resultado do intenso fluxo de fótons associado a esses sistemas, enquanto as diferenças entre as regiões central e frontal refletem as distintas aceitações cinemáticas assumidas para os detectores do futuro experimento.

Tabela 7 – Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton-fóton ($\gamma\gamma$) no FCC-hh, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 100$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 63$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 39$ TeV). Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.

		FCC-hh (central)				FCC-hh (fwd)	
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [fb]	σ_{fid} [fb]	N	σ_{fid} [fb]	N
100	0^{++}	69	$1,266 \times 10^5$	$2,204 \times 10^4$	$3,306 \times 10^8$	$3,351 \times 10^4$	$5,026 \times 10^8$
	0^{++}	14	$2,570 \times 10^4$	$4,471 \times 10^3$	$6,707 \times 10^7$	$6,798 \times 10^3$	$1,020 \times 10^8$
	0^{++}	67	$9,509 \times 10^4$	$1,670 \times 10^4$	$2,505 \times 10^8$	$2,521 \times 10^4$	$3,782 \times 10^8$
	0^{++}	45	$6,327 \times 10^4$	$1,111 \times 10^4$	$1,667 \times 10^8$	$1,678 \times 10^4$	$2,517 \times 10^8$
	2^{++}	0,578	$3,944 \times 10^3$	$6,935 \times 10^2$	$1,040 \times 10^7$	$1,046 \times 10^3$	$1,569 \times 10^7$
	0^{++}	2,182	$3,121 \times 10^3$	$5,478 \times 10^2$	$8,217 \times 10^6$	$8,275 \times 10^2$	$1,241 \times 10^7$
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [pb]	σ_{fid} [pb]	N	σ_{fid} [pb]	N
63	0^{++}	69	$4,731 \times 10^5$	$9,706 \times 10^4$	$1,456 \times 10^{12}$	$1,516 \times 10^5$	$2,274 \times 10^{12}$
	0^{++}	14	$9,599 \times 10^4$	$1,969 \times 10^4$	$2,954 \times 10^{11}$	$3,076 \times 10^4$	$4,614 \times 10^{11}$
	0^{++}	67	$3,531 \times 10^5$	$7,316 \times 10^4$	$1,097 \times 10^{12}$	$1,135 \times 10^5$	$1,703 \times 10^{12}$
	0^{++}	45	$2,349 \times 10^5$	$4,869 \times 10^4$	$7,304 \times 10^{11}$	$7,555 \times 10^4$	$1,133 \times 10^{12}$
	2^{++}	0,578	$1,463 \times 10^4$	$3,036 \times 10^3$	$4,554 \times 10^{10}$	$4,707 \times 10^3$	$7,061 \times 10^{10}$
	0^{++}	2,182	$1,159 \times 10^4$	$2,401 \times 10^3$	$3,601 \times 10^{10}$	$3,726 \times 10^3$	$5,590 \times 10^{10}$
$\sqrt{s}$ [TeV]	J^{PC}	$\Gamma_{\gamma\gamma}^{T_{4c}}$ [keV]	σ_{tot} [nb]	σ_{fid} [nb]	N	σ_{fid} [nb]	N
39	0^{++}	69	$1,580 \times 10^6$	$3,322 \times 10^5$	$4,984 \times 10^{15}$	$3,162 \times 10^5$	$4,744 \times 10^{15}$
	0^{++}	14	$3,205 \times 10^5$	$6,741 \times 10^4$	$1,011 \times 10^{15}$	$6,417 \times 10^4$	$9,625 \times 10^{14}$
	0^{++}	67	$1,168 \times 10^6$	$2,469 \times 10^5$	$3,704 \times 10^{15}$	$2,324 \times 10^5$	$3,486 \times 10^{15}$
	0^{++}	45	$7,766 \times 10^5$	$1,642 \times 10^5$	$2,464 \times 10^{15}$	$1,545 \times 10^5$	$2,318 \times 10^{15}$
	2^{++}	0,578	$4,832 \times 10^4$	$1,023 \times 10^4$	$1,534 \times 10^{14}$	$9,606 \times 10^3$	$1,441 \times 10^{14}$
	0^{++}	2,182	$3,834 \times 10^4$	$8,107 \times 10^3$	$1,216 \times 10^{14}$	$7,631 \times 10^3$	$1,145 \times 10^{14}$

Fonte: Produzido pelo autor.

5.2 Distribuições para o Processo $\gamma A \rightarrow T_{4c}$

Usando a equação

$$\begin{aligned} \frac{d(h_i h_j \rightarrow h_i \otimes T_{4c} + g + X)}{dY} &= \sum_{i,j} \int \int dz dp_T \frac{2p_T}{z(1-z)} x_{\gamma/i} f_{\gamma/i}(x_\gamma) x_{g/j} f_{g/j}(x_g, \mu) \times \\ &\times \frac{2M_{T_{4c}}}{m_c^{14}} F_{3,3}^{(1)}(\hat{s}, \hat{t}) \langle O_{3,3}^{(1)} \rangle, \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

calculamos as distribuições em rapidez Y com $i, j = p, Pb$, e

$$\begin{aligned} \frac{d(h_i h_j \rightarrow h_i \otimes T_{4c} + g + X)}{dp_T} &= \sum_{i,j} \int \int dz dx_\gamma \frac{2x_j p_T}{z(1-z)} f_{\gamma/i}(x_\gamma) f_{g/j}(x_g, \mu) \times \\ &\times \frac{2M_{T_{4c}}}{m_c^{14}} F_{3,3}^{(1)}(\hat{s}, \hat{t}) \langle O_{3,3}^{(1)} \rangle, \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

para as distribuições em momento transversal p_T no processo γA . Nesse caso, utilizamos a Eq. (4.2.6) para o fluxo de fótons do próton $f_{\gamma/p}(x_\gamma)$ e a parametrização NNPDF3.1 para a PDF do glúon $f_{g/p}(x_g, \mu)$. No chumbo, utilizamos a Eq. (4.2.7) para o fluxo de fótons $f_{\gamma/Pb}(x_\gamma)$ e a PDF nuclear nCTEQ15 para parametrizar a distribuição de glúons nuclear $f_{g/Pb}(x_g, \mu)$.

5.2.1 Colisão pp

A figura Figura 24 apresenta as seções de choque diferenciais para a produção do estado T_{4c} em colisão pp no LHC a $\sqrt{s} = 14$ TeV via mecanismo γA . Na Figura 24a é mostrada a distribuição em Y , enquanto na Figura 24b é apresentada a distribuição em momento transversal p_T . As curvas correspondem a dois conjuntos distintos de elementos de matrizes LDME $\langle O_{3,3}^{(1)} \rangle = 0,078$ GeV⁹ e $\langle O_{2,2}^{(1)} \rangle = 0,011$ GeV⁹.

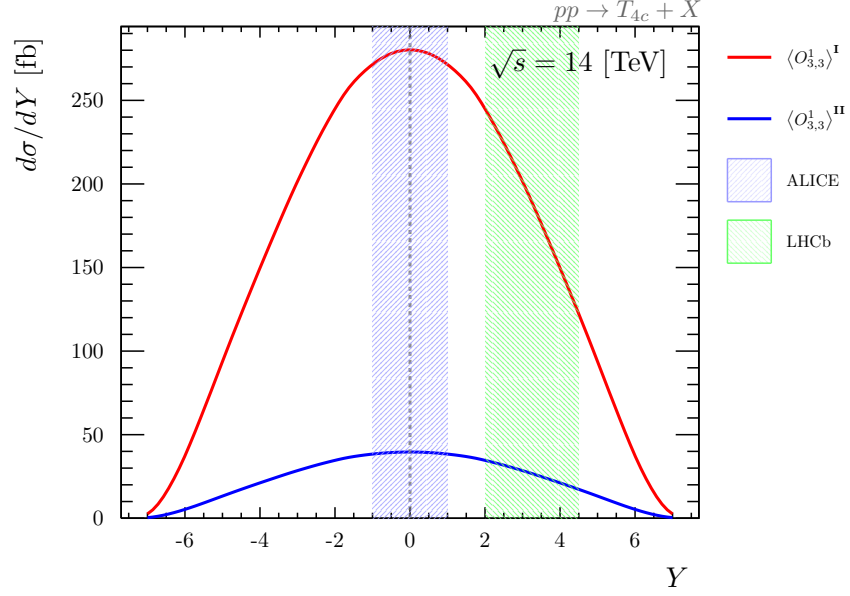
Na distribuição em rapidez, observa-se um pico central em $Y = 0$, refletindo a maior probabilidade de produção quando as frações de momento longitudinal do fóton e do próton alvo são equilibradas. A simetria em torno de $Y = 0$ decorre da indistinguibilidade dos prótons colidentes, matematicamente

$$\frac{d\sigma}{dY} = f_{\gamma/p}(Y) \sigma_{\gamma/p}(Y) + f_{\gamma/p}(-Y) \sigma_{\gamma/p}(-Y), \quad (5.2.3)$$

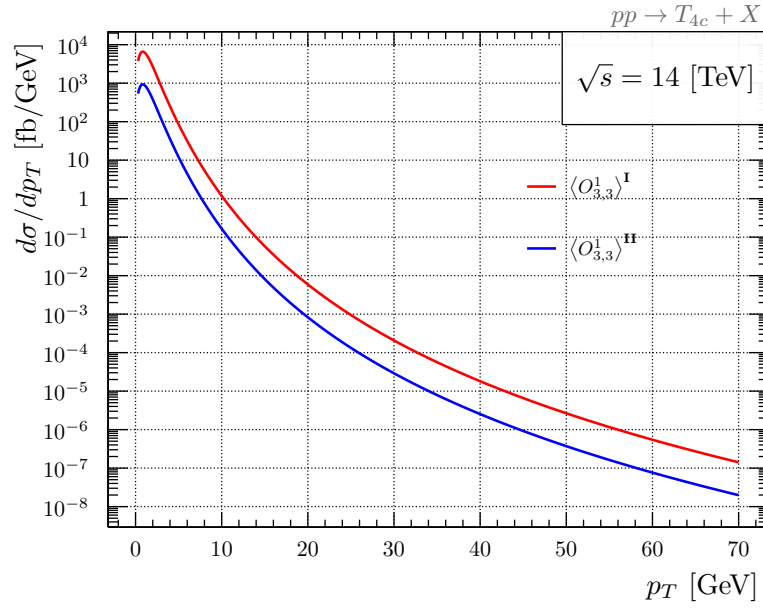
o que permite a soma das contribuições em que cada próton pode atuar alternativamente como emissor de fóton ou como alvo hadrônico. A diferença entre os dois conjuntos de elementos de matriz evidencia a sensibilidade da taxa de produção às hipóteses sobre a estrutura interna do T_{4c} , o que é esperado [105, 106].

A distribuição em p_T apresenta uma queda gradual, característica de processos em que o fóton quase real interage com a estrutura hadrônica do próton-alvo. Em contraste

Figura 24 – Distribuições do T_{4c} em colisão pp no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y , e em (b) distribuição em momento transversal p_T .



(a)



(b)

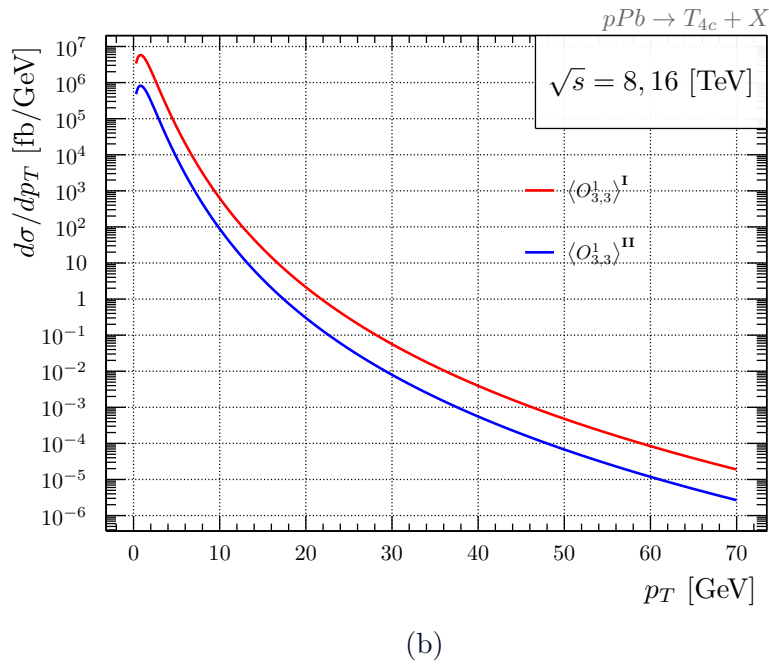
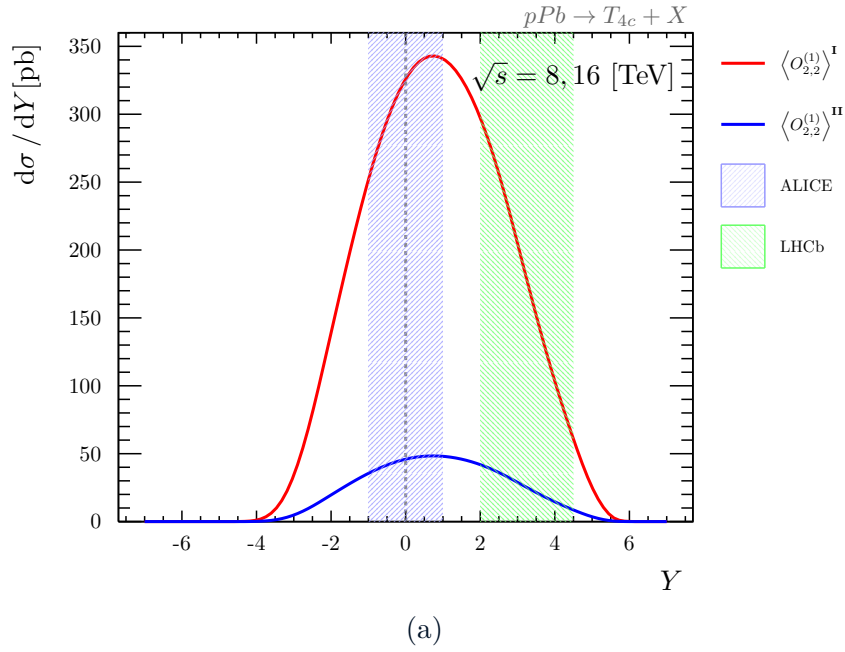
Fonte: Elaborado pelo autor.

com processos eletromagnéticos puros em UPCs, nos quais o baixo momento transversal do fóton limita a produção a $p_T \lesssim 1-2$ GeV, a presença de acoplamento ao conteúdo de glúons do próton permite transferências de momento mais elevadas, como esperado [89]. Isso se traduz em distribuições mais achatadas, estendendo-se a valores de p_T significativamente maiores.

5.2.2 Colisão pPb

Assim como no mecanismo $\gamma\gamma$, a produção do T_{4c} via processo γA em colisões pPb exibe distribuições em rapidez assimétricas em relação a $Y = 0$, como ilustrado na Figura 25a. Essa assimetria reflete a natureza do sistema pPb , no qual o fóton é

Figura 25 – Distribuições do T_{4c} em colisões pPb no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y e em (b) distribuição em momento transverso p_T .



Fonte: Elaborado pelo autor.

emitido preferencialmente pelo núcleo de chumbo, enquanto o próton atua majoritariamente como alvo da interação. A forma assimétrica da distribuição em rapidez reflete predominantemente o desequilíbrio entre o fluxo de fótons do próton e do chumbo.

No que diz respeito às distribuições em momento transversal, a Figura 25b mostra que a forma funcional em p_T é preservada para os diferentes valores dos LDMEs. As curvas diferem essencialmente por fatores de normalização e não apresentam cruzamentos ao longo do intervalo analisado, indicando que a dependência cinemática em p_T é descrita pelos coeficientes SDC, conforme apresentado em (4.4.9). Esse comportamento é consistente com o formalismo da NRQCD, no qual os LDMEs atuam como parâmetros universais associados ao estado ligado, reescalando a distribuição sem alterar sua forma funcional.

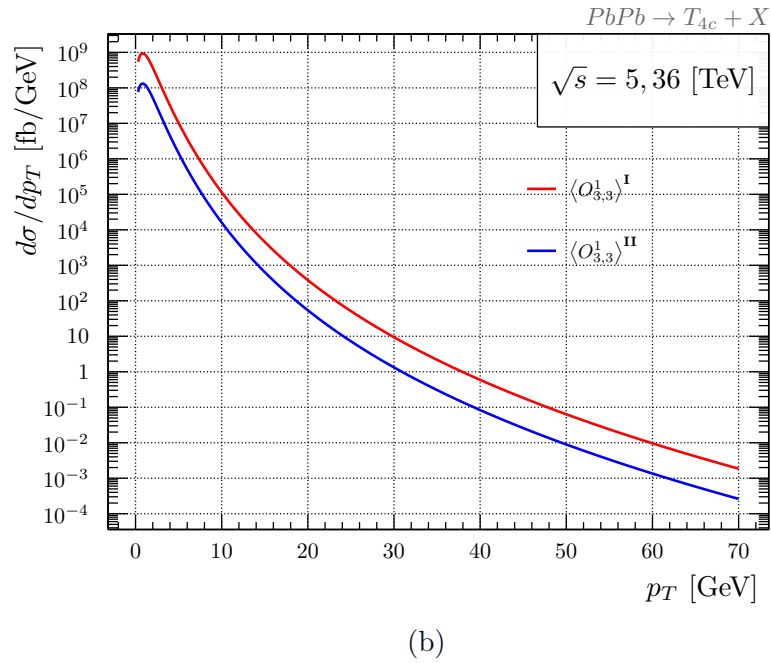
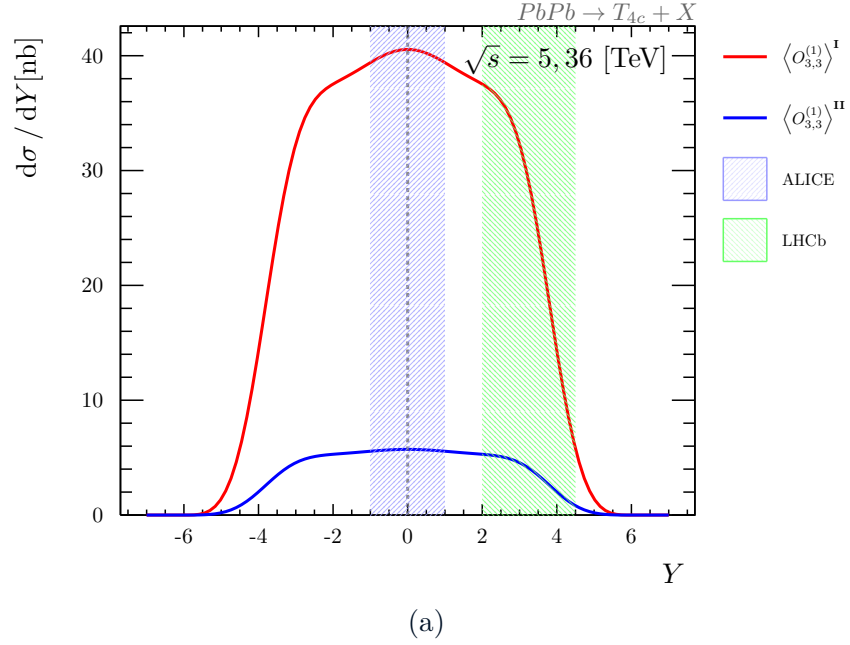
5.2.3 Colisão $PbPb$

No sistema $PbPb$ (Figura 26), a produção do T_{4c} via mecanismo γA apresenta características marcadamente distintas daquelas observadas em colisões pp e pPb . A colisão é simétrica em $Y = 0$, como esperado, porém com o pico das distribuições significativamente amplificado em comparação aos demais sistemas de colisão, refletindo o forte aumento do fluxo de fótons com a carga nuclear. Embora o processo envolva apenas um fóton no estado inicial, o fator Z^2 associado à emissão coerente pelo núcleo de chumbo domina a taxa de produção, resultando em seções de choque seis ordens de grandeza superiores às observadas no pp . Esse comportamento é consistente com o regime de campos eletromagnéticos intensos característico de colisões ultraperiféricas de íons pesados.

Do ponto de vista cinemático, a produção concentra-se na região de rapidez central, indicando que os fótons envolvidos possuem, em média, energias mais baixas quando comparados aos sistemas assimétricos já mencionados. Logo, o espectro de fótons é dominado por contribuições de baixa energia, favorecendo a produção central e restringindo em rapidez a população das caudas.

As distribuições em momento transversal exibem um comportamento suave e fortemente concentrado em baixos valores de p_T , refletindo a natureza coerente da emissão eletromagnética nuclear. Assim como nos sistemas pp e pPb , observa-se que a forma funcional das distribuições em p_T é essencialmente preservada para os valores dos elementos de matriz considerados. As diferenças entre as curvas manifestam-se principalmente por fatores de normalização, reforçando a interpretação de que a dependência em p_T é controlada pelos coeficientes de curta distância, enquanto os LDMEs codificam propriedades universais do estado ligado no contexto da NRQCD.

Figura 26 – Distribuições do T_{4c} em colisão $PbPb$ no LHC via mecanismo γA . Em (a) distribuição em rapidez Y e em (b) distribuição em momento transversal p_T .



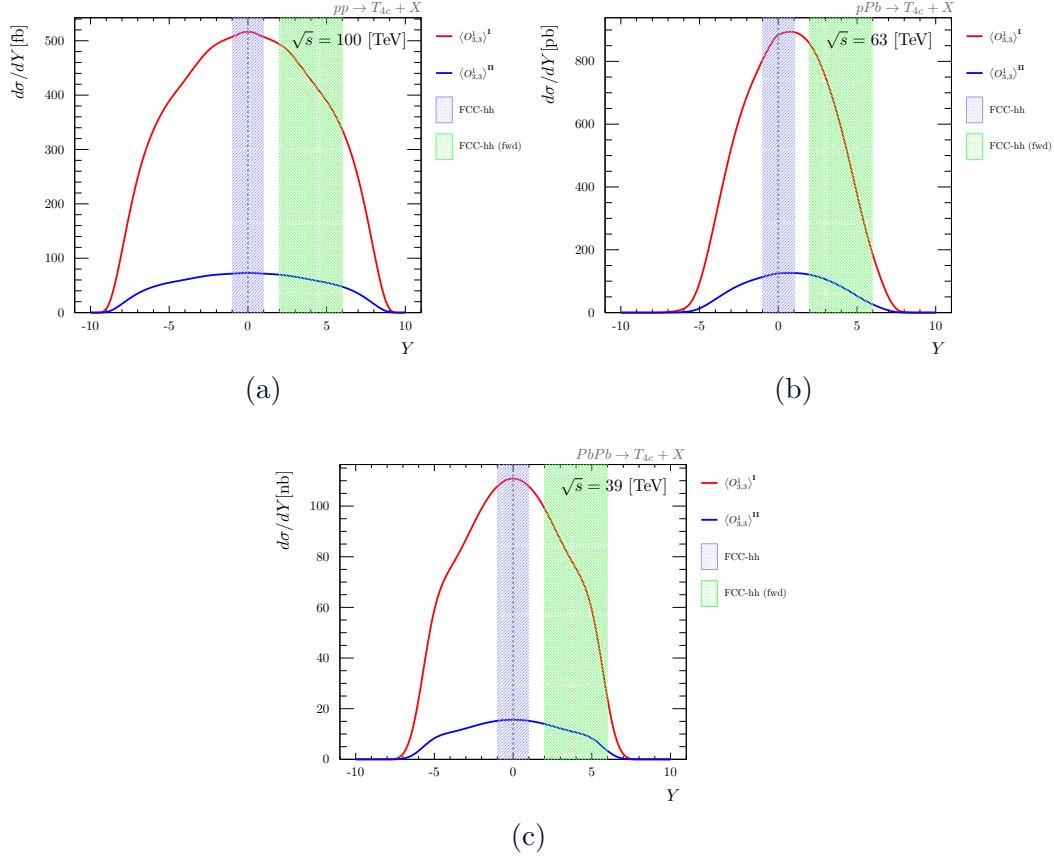
Fonte: Elaborado pelo autor.

5.2.4 Análises Projetadas para o FCC-hh

A Figura 27 apresenta as distribuições diferenciais em rapidez para a produção do estado T_{4c} em UPCs via mecanismo γA projetadas para o cenário do FCC-hh considerando os três sistemas de colisão. Estão representadas as regiões de aceitação cinemática

correspondentes a possíveis detectores com cobertura central ($-1 \leq Y \leq 1$) e frontal ($2 \leq Y \leq 6$). O comportamento das distribuições é essencialmente o mesmo obtidos no LHC.

Figura 27 – Distribuições em rapidez para a produção de T_{4c} em colisões (a) pp , (b) pPb e (c) $PbPb$ via mecanismo γA , projetadas para as possíveis energias de centro de massa do FCC-hh. Estimativas para a janela de aceitação $-1 \leq Y \leq 1$ (central) e $2 \leq Y \leq 6$.



Fonte: Elaborado pelo autor.

As regiões sombreadas indicam as possíveis janelas de aceitação de detectores futuros no FCC-hh. Nota-se que a região central captura principalmente a parte mais alta da distribuição em rapidez, enquanto a região frontal intercepta uma fração significativa do espectro, especialmente nos cenários assimétricos. Esses resultados sugerem que tanto detectores centrais quanto frontais podem desempenhar um papel complementar na investigação experimental da produção do estado T_{4c} no FCC.

5.2.5 Número Esperado de Eventos

A Tabela 8 apresenta as estimativas das seções de choque totais e fiduciais, bem como do número esperado de eventos para a produção do estado T_{4c} via mecanismo γA .

De maneira geral, observa-se que as taxas de produção dependem significativamente tanto do sistema de colisão quanto do valor assumido para os LDMEs, além de refletirem as diferenças nas aceitações experimentais entre ALICE e LHCb. O crescimento do fluxo de fótons em sistemas envolvendo núcleos pesados é percebido. No entanto, esse aumento não se traduz diretamente em maiores números de eventos em todos os cenários, devido às diferenças substanciais nas luminosidades integradas consideradas.

Tabela 8 – Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton-núcleo (γA) nos experimentos LHCb e ALICE, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 14$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 8,16$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 5,36$ TeV), com as respectivas aceitações dos detectores. Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.

ALICE				LHCb		
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\left\langle O_{3,3}^{(1)} \right\rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [fb]	σ_{fid} [fb]	N	σ_{fid} [fb]	N
14	0,078	$2,283 \times 10^3$	$5,106 \times 10^2$	$1,440 \times 10^1$	$4,502 \times 10^2$	$9,004 \times 10^3$
	0,011	$3,228 \times 10^2$	$7,220 \times 10^1$	2,036	$6,366 \times 10^1$	$1,273 \times 10^3$
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\left\langle O_{3,3}^{(1)} \right\rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [pb]	σ_{fid} [pb]	N	σ_{fid} [pb]	N
8,16	0,078	$1,805 \times 10^3$	$6,005 \times 10^2$	$3,603 \times 10^2$	$4,474 \times 10^2$	$2,684 \times 10^2$
	0,011	$2,546 \times 10^2$	$8,468 \times 10^1$	$5,081 \times 10^1$	$6,309 \times 10^1$	$3,785 \times 10^1$
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\left\langle O_{3,3}^{(1)} \right\rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [nb]	σ_{fid} [nb]	N	σ_{fid} [nb]	N
5,36	0,078	$3,021 \times 10^2$	$7,685 \times 10^1$	$1,183 \times 10^2$	$6,503 \times 10^1$	$3,284 \times 10^1$
	0,011	$4,261 \times 10^1$	$1,084 \times 10^1$	$1,669 \times 10^1$	9,172	4,632

Fonte: Produzido pelo autor.

De fato, os resultados indicam que o sistema pPb apresenta, em geral, a melhor relação entre seção de choque e luminosidade, resultando em maiores valores de N nos diversos cenários. Por outro lado, embora as colisões $PbPb$ conduzam às maiores seções de choque, os valores de N permanecem comparáveis ou até inferiores ao dos sistemas pPb , evidenciando o papel limitante da luminosidade nesses sistemas.

Adicionalmente, as diferenças observadas entre os experimentos ALICE e LHCb refletem suas distintas regiões de aceitação e condições operacionais. Em particular, o LHCb apresenta maior N em colisões pp , enquanto o ALICE se mostra competitivo em

sistemas com íons pesados, especialmente em $PbPb$.

Em conjunto, esses resultados indicam que o mecanismo γA pode contribuir de forma relevante para a produção do T_{4c} , sendo especialmente promissor em colisões pPb , enquanto o caso $PbPb$, apesar das grandes seções de choque, permanece limitado pelas luminosidades atualmente disponíveis. Por fim, a Tabela 9 apresenta as estimativas das seções de choque e do número esperado de eventos para a produção do estado T_{4c} via interação γA no FCC-hh. Diferentemente do observado no LHC, o aumento das seções de choque se traduz diretamente num crescimento de N . Em particular, os resultados indicam uma hierarquia bem definida, com $PbPb$ apresentando as maiores taxas de produção, seguido por pPb e, por fim, pp . Esse comportamento reflete não apenas o ganho associado aos fatores de carga nuclear, mas também as altas luminosidades integradas projetadas para o FCC-hh, que mitigam a limitação observada em colisões com íons pesados no LHC.

Tabela 9 – Número esperado de eventos (N) e seções de choque integradas (σ) para a produção do T_{4c} via interação fóton-núcleo (γA) no FCC-hh, considerando colisões pp ($\sqrt{s} = 100$ TeV), pPb ($\sqrt{s} = 63$ TeV) e $PbPb$ ($\sqrt{s} = 39$ TeV). Os valores de N são obtidos a partir das luminosidades integradas de referência indicadas na Tabela 4.

		FCC-hh (central)			FCC-hh (fwd)	
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\langle O_{3,3}^{(1)} \rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [fb]	σ_{fid} [fb]	N	σ_{fid} [fb]	N
100	0,078	$6,496 \times 10^3$	$9,334 \times 10^2$	$1,400 \times 10^7$	$1,629 \times 10^3$	$2,443 \times 10^7$
	0,011	$9,178 \times 10^2$	$1,318 \times 10^2$	$1,976 \times 10^6$	$2,302 \times 10^2$	$3,453 \times 10^6$
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\langle O_{3,3}^{(1)} \rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [pb]	σ_{fid} [pb]	N	σ_{fid} [pb]	N
63	0,078	$7,004 \times 10^3$	$1,586 \times 10^3$	$2,379 \times 10^{10}$	$2,131 \times 10^3$	$3,197 \times 10^{10}$
	0,011	$9,877 \times 10^2$	$2,236 \times 10^2$	$3,355 \times 10^9$	$3,006 \times 10^2$	$4,509 \times 10^9$
$\sqrt{s}$ [TeV]	$\langle O_{3,3}^{(1)} \rangle$ [GeV ⁹]	σ_{tot} [nb]	σ_{fid} [nb]	N	σ_{fid} [nb]	N
39	0,078	$1,019 \times 10^3$	$2,000 \times 10^2$	$3,000 \times 10^{12}$	$2,716 \times 10^2$	$4,074 \times 10^{12}$
	0,011	$1,436 \times 10^2$	$2,820 \times 10^1$	$4,230 \times 10^{11}$	$3,831 \times 10^1$	$5,746 \times 10^{11}$

Fonte: Produzido pelo autor.

Como consequência, o regime de produção via γA no FCC-hh passa a ser dominado por colisões envolvendo núcleos pesados, nas quais se obtêm números de eventos extremamente elevados. Esse cenário contrasta com o caso do LHC, onde a menor luminosidade

em sistemas $PbPb$ limita o número de eventos esperado, apesar das seções de choque significativas.

Observa-se ainda, que as diferenças entre as regiões de detecção central e frontal (*forward*) permanecem relevantes, destacando as diferenças entre as aceitações cinemáticas consideradas. No entanto, em todos os cenários, os elevados valores de N indicam que a produção do T_{4c} via mecanismo γA no FCC-hh resulta em amostras estatisticamente significativas, abrindo novas possibilidades para estudos detalhados da dinâmica de produção desse estado.

CAPÍTULO 6

Conclusão

Nesta dissertação, investigamos a produção do tetraquark totalmente charmoso T_{4c} em colisões hadrônicas ultraperiféricas, considerando os mecanismos de produção fóton-fóton e fóton-glúon no contexto do LHC e de futuros colisores como o FCC. Os processos induzidos por fótons foram descritos no âmbito da aproximação de fótons equivalentes, empregando fluxos bem estabelecidos e amplamente testados na literatura. No canal fóton-fóton, utilizamos a fórmula de Low, na qual a seção de choque depende diretamente das propriedades do estado ligado, como massa, spin e largura de decaimento eletromagnético. Isto permitiu um estudo do impacto de diferentes pressupostos encontrados na literatura. Já no subprocesso fóton-glúon, a produção foi tratada no formalismo da NRQCD combinado com a fatorização colinear da QCD, o que possibilita estudar, de forma sistemática, a produção do T_{4c} , além do impacto dos diferentes elementos de matriz de longa distância, responsáveis pela descrição não perturbativa da formação do estado ligado, os quais apresentam grandes incertezas.

Nossos resultados indicam que colisões nucleares ultraperiféricas aumentam substancialmente as taxas de produção do T_{4c} , tornando-se ambientes particularmente favoráveis para uma eventual observação experimental desse estado exótico. Em colisões próton-próton, embora as taxas sejam menores, observa-se um alargamento significativo do intervalo cinemático das distribuições em rapidez, o que pode ser especialmente relevante para detectores frontais. De modo geral, os resultados obtidos apontam para cenários promissores em colisões envolvendo núcleos pesados, com destaque para as energias pre-

vistas para o FCC, onde os fluxos de fótons e o alcance cinemático ampliado favorecem significativamente a produção do T_{4c} .

Como perspectivas futuras, este estudo pode ser estendido para incluir estimativas das seções de choque de estados ordinários e exóticos pesados em diferentes mecanismos de produção, como fóton–fóton, fóton–glúon, fóton–Pomeron e glúon–glúon, em colisores hadrônicos relevantes. A análise de distribuições diferenciais permitirá identificar regiões do espaço de fase mais favoráveis à produção desses estados e experimentalmente acessíveis. Além disso, investigações sistemáticas da dependência das previsões em relação às funções de distribuição de pártons e aos elementos de matriz de longo alcance da NRQCD, bem como em relação ao conteúdo de spin e à largura de decaimento eletromagnético, são essenciais para quantificar incertezas teóricas. A comparação direta com dados futuros do LHC será fundamental para restringir os modelos teóricos e aprofundar o entendimento dos mecanismos de formação de estados ligados exóticos na QCD.

Bibliografia

- [1] ANSELMINO, M. et al. **Introdução à QCD perturbativa**. Ltc-Livros Tecnicos E Cientificos Editora Lda, 28 de set. de 2012. ISBN: 9788521622994.
- [2] GROSS, D. J.; WILCZEK, F. **Asymptotically Free Gauge Theories. I**. Em: *Phys. Rev. D* 8 (10 nov. de 1973), pp. 3633–3652. DOI: 10.1103/PhysRevD.8.3633. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.8.3633>.
- [3] POLITZER, H. D. **Asymptotic freedom: An approach to strong interactions**. Em: *Physics Reports* 14.4 (nov. de 1974), pp. 129–180. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/0370-1573(74)90014-3.
- [4] BRAMBILLA, N. et al. **Heavy Quarkonium: Progress, Puzzles, and Opportunities**. Em: *Eur. Phys. J. C* 71 (2011), p. 1534. DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1534-9. arXiv: 1010.5827 [hep-ph].
- [5] BRAMBILLA, N. et al. **Heavy Quarkonium Physics**. Em: (2004). DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/0412158.
- [6] GELL-MANN, M. **The Eightfold Way: A Theory of Strong Interaction Symmetry**. Mar. de 1961. DOI: 10.2172/4008239.
- [7] ZWEIG, G. *An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking*. en. 1964. DOI: 10.17181/CERN-TH-412.
- [8] CHOI, S.-K. et al. **Observation of a Narrow Charmoniumlike State in Exclusive $B^\pm \rightarrow K^\pm \pi^+ \pi^- J/\psi$ Decays**. Em: *Physical Review Letters* 91.26 (dez. de 2003), p. 262001. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.91.262001.
- [9] BRAATEN, E. *Introduction to the NRQCD Factorization Approach to Heavy Quarkonium*. 1997. DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/9702225.
- [10] LIU, M.-S. et al. **Fully-heavy tetraquark states and their evidences in the LHC observations**. Em: (22 de jun. de 2020). DOI: 10.48550/ARXIV.2006.11952. arXiv: 2006.11952 [hep-ph].

- [11] BRAMBILLA, N. et al. **The XYZ states: Experimental and theoretical status and perspectives.** Em: *Physics Reports* 873 (ago. de 2020), pp. 1–154. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2020.05.001.
- [12] MENG, Q. et al. **Compact $sssc\bar{c}$ pentaquark states predicted by a quark model.** Em: *Physics Letters B* 798 (nov. de 2019), p. 135028. ISSN: 0370-2693. DOI: 10.1016/j.physletb.2019.135028.
- [13] LHCb COLLABORATION. **Observation of structure in the J/ψ -pair mass spectrum.** Em: *Science Bulletin* 65.23 (dez. de 2020), pp. 1983–1993. ISSN: 2095-9273. DOI: 10.1016/j.scib.2020.08.032.
- [14] BERTULANI, C. A.; BAUR, G. **Electromagnetic processes in relativistic heavy ion collisions.** Em: *Physics Reports* 163.5–6 (jun. de 1988), pp. 299–408. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/0370-1573(88)90142-1.
- [15] GONÇALVES, V. P.; MOREIRA, B. D. **Fully - heavy tetraquark production by $\gamma\gamma$ interactions in hadronic collisions at the LHC.** Em: *Physics Letters B* 816 (mai. de 2021), p. 136249. ISSN: 0370-2693. DOI: 10.1016/j.physletb.2021.136249.
- [16] GONÇALVES, V. P.; MOREIRA, B. D. **ηc production in photon-induced interactions at the LHC.** Em: *Physical Review D* 97.9 (mai. de 2018), p. 094009. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.97.094009.
- [17] BERTULANI, C. A., KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. **Physics of Ultra-Peripheral Nuclear Collisions.** Em: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 55.1 (dez. de 2005), pp. 271–310. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev.nucl.55.090704.151526.
- [18] BALTZ, A. J. et al. **The Physics of Ultraperipheral Collisions at the LHC.** Em: (2007). DOI: 10.48550/ARXIV.0706.3356.
- [19] VYSOTSKY, M.; ZHEMCHUGOV, E. **Equivalent photons in proton-proton and ion-ion collisions at the LHC.** Em: *Physics-Uspekhi* 62.9 (19 de jun. de 2018), pp. 910–919. ISSN: 1468-4780. DOI: 10.3367/ufne.2018.07.038389. arXiv: 1806.07238 [hep-ph].
- [20] BODWIN, G. T., BRAATEN, E.; LEPAGE, G. P. **Rigorous QCD Analysis of Inclusive Annihilation and Production of Heavy Quarkonium.** Em: (1994). DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/9407339.
- [21] HAMERMESH, M. **Group Theory and Its Application to Physical Problems.** Addison Wesley Series in Physics. Dover Publications, 1989. ISBN: 9780486661810. URL: https://books.google.com.br/books?id=c0o9_wlCzgcC.

- [22] PESKIN, M. E. **An introduction to quantum field theory**. Ed. por SCHROEDER, D. V. The advanced book program. Includes bibliographical references (pages 811-815) and index. Boca Raton: CRC Press, Taylor & Francis Group, 2019. 842 pp. ISBN: 0367320568.
- [23] ALTARELLI, G.; FORTE, S. “Gauge Theories and the Standard Model”. Em: *Particle Physics Reference Library*. Cham: Springer International Publishing, 2020, pp. 7–32.
- [24] AITCHISON, I. J. R.; HEY, A. J. G. **Gauge theories in particle physics: a practical introduction**. Forth. Boca Raton, FL: CRC Press, 2012. 2 pp. ISBN: 978-1-4665-1299-3 978-1-4665-1307-5.
- [25] LEADER, E.; PREDAZZI, E. **An introduction to gauge theories and modern particle physics**. Cambridge monographs on particle physics and cosmology 3. Cambridge New York Melbourne: Cambridge university press, 1996. ISBN: 978-0-521-57780-9.
- [26] LEMOS, N. A. **Mecânica Analítica**. 2^a ed. Vol. 1. Livraria da Física, 2004. ISBN: 9788588325241.
- [27] FADDEEV, L. D. **Gauge fields. Introduction to quantum theory**. Ed. por SLAVNOV, A. A.; PONTECORVO, G. 2. ed. Frontiers in physics 83. Literaturverz. S. 212 - 217. Aus d. Russ. übers. Redwood City, Calif. [u.a.]: Addison-Wesley, 1991. 217 pp. ISBN: 0201524724.
- [28] YANG, C. N.; MILLS, R. L. **Conservation of Isotopic Spin and Isotopic Gauge Invariance**. Em: *Physical Review* 96 (1954), pp. 191–195. DOI: 10.1103/PhysRev.96.191.
- [29] GELL-MANN, M. **Symmetries of Baryons and Mesons**. Em: *Phys. Rev.* 125 (3 fev. de 1962), pp. 1067–1084. DOI: 10.1103/PhysRev.125.1067. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.125.1067>.
- [30] THOMSON, M. **Modern Particle Physics**. 1st ed. Description based on publisher supplied metadata and other sources. New York: Cambridge University Press, 2013. 1574 pp. ISBN: 9781107287884.
- [31] FEYNMAN, R. P. **Quantum Electrodynamics: A Lecture Note and Reprint Volume**. Frontiers in Physics. New York: W.A. Benjamin, 1962.
- [32] BJORKEN, J. D.; DRELL, S. D. **Relativistic quantum mechanics**. International series in pure and applied physics. Includes bibliographical references. New York, NY [u.a.]: McGraw Hill, 1964. 300 pp. ISBN: 007-005493-2.
- [33] SCHWARTZ, M. D. **Quantum field theory and the standard model**. Title from publisher’s bibliographic system (viewed on 27 Apr 2021). Cambridge: Cambridge University Press, 2014. 1850 pp. ISBN: 978-1-107-03473-0.

- [34] GRIFFITHS, D. **Introduction to Elementary Particles**. Second, Revised Edition. Physics Textbook. WILEY-VCH, 2008. ISBN: 978-3-527-40601-2.
- [35] HALZEN, F.; MARTIN, A. D. **Quarks and leptons: an introductory course in modern particle physics**. New York Chichester Brisbane [etc.]: J. Wiley & sons, 1984. ISBN: 978-0-471-88741-6.
- [36] 'T HOOFT, G.; VELTMAN, M. **Regularization and renormalization of gauge fields**. Em: *Nuclear Physics B* 44.1 (jul. de 1972), pp. 189–213. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/0550-3213(72)90279-9.
- [37] MUTA, T. **Foundations of quantum chromodynamics. An introduction to perturbative methods in gauge theories**. 3. ed. World Scientific lecture notes in physics Volume 78. Includes bibliographical references (pages [385]-402) and index. Description based on print version record. Hackensack, New Jersey: World Scientific, 2010. 1409 pp. ISBN: 9789812793553.
- [38] DEVENISH, R.; COOPER-SARKAR, A. **Deep inelastic scattering**. 1. publ. in paperback. Oxford: Oxford University Press, 2011. 402 pp. ISBN: 978-0-19-850671-3 978-0-19-960225-4.
- [39] POLITZER, H. D. **Reliable Perturbative Results for Strong Interactions?** Em: *Physical Review Letters* 30.26 (jun. de 1973), pp. 1346–1349. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.30.1346.
- [40] ROBERTS, C. D. **Three Lectures on Hadron Physics**. Em: *Journal of Physics: Conference Series* 706 (9 de set. de 2015), p. 022003. ISSN: 1742-6596. DOI: 10.1088/1742-6596/706/2/022003. arXiv: 1509.02925 [nucl-th].
- [41] NAVAS, S. et al. **Review of Particle Physics**. Em: *Physical Review D* 110.3 (ago. de 2024), p. 030001. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.110.030001.
- [42] COLLINS, J. C., SOPER, D. E.; STERMAN, G. **Factorization of Hard Processes in QCD**. Em: *Adv.Ser.Direct.High Energy Phys.* 5:1-91,1988 (27 de set. de 2004). DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/0409313. arXiv: hep-ph/0409313 [hep-ph].
- [43] COLLINS, J. **Foundations of Perturbative QCD**. Cambridge University Press, jul. de 2023. ISBN: 9781009401821. DOI: 10.1017/9781009401845.
- [44] FORTE, S.; WATT, G. **Progress in the Determination of the Partonic Structure of the Proton**. Em: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 63.1 (out. de 2013), pp. 291–328. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev-nucl-102212-170607.
- [45] BARONE, V.; PREDAZZI, E. **High-energy particle diffraction**. Texts and monographs in physics. Berlin ; New York: Springer, 2002. 407 pp. ISBN: 978-3-540-42107-8.

- [46] BJORKEN, J. D.; PASCHOS, E. A. **Inelastic Electron-Proton and γ -Proton Scattering and the Structure of the Nucleon.** Em: *Physical Review* 185.5 (set. de 1969), pp. 1975–1982. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/physrev.185.1975.
- [47] COLLINS, J. C.; SOPER, D. E. **Parton distribution and decay functions.** Em: *Nuclear Physics B* 194.3 (jan. de 1982), pp. 445–492. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/0550-3213(82)90021-9.
- [48] DOKSHITZER, Y. L. **Calculation of the structure functions for deep inelastic scattering and e^+e^- annihilation by perturbation theory in quantum chromodynamics.** Em: *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 73 (1977). GRIBOV, V. N.; LIPATOV, L. N. **Deep inelastic ep scattering in perturbation theory.** Em: *Sov. J. Nucl. Phys.* 15 (1972), pp. 438–450.
ALTARELLI, G.; PARISI, G. **Asymptotic Freedom in Parton Language.** Em: *Nucl. Phys. B* 126 (1977), pp. 298–318. DOI: 10.1016/0550-3213(77)90384-4.
- [49] VOGT, A., MOCH, S.; VERMASEREN, J. **The three-loop splitting functions in QCD: the singlet case.** Em: *Nuclear Physics B* 691.1–2 (), pp. 129–181. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2004.04.024.
- [50] BALL, R. D. et al. **Parton distributions from high-precision collider data: NNPDF Collaboration.** Em: *The European Physical Journal C* 77.10 (out. de 2017). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-017-5199-5.
- [51] KOVARIK, K. et al. **nCTEQ15 - Global analysis of nuclear parton distributions with uncertainties in the CTEQ framework.** Em: *Phys. Rev. D* 93, 085037 (2016) 93.8 (2 de set. de 2015), p. 085037. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.93.085037. arXiv: 1509.00792 [hep-ph].
- [52] GONCALVES, V. P., SANTANA, L.; MOREIRA, B. D. *Exclusive vector-toponium photoproduction in hadronic collisions.* 2025. DOI: 10.48550/ARXIV.2508.19879.
- [53] MANN, R. **An Introduction to Particle Physics and the Standard Model.** CRC Press, nov. de 2009. ISBN: 9780429141225. DOI: 10.1201/9781420083002.
- [54] GUPTA, R. *Introduction to Lattice QCD.* 1998. DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-LAT/9807028.
- [55] BRAMBILLA, N. et al. **Potential NRQCD: an effective theory for heavy quarkonium.** Em: *Nuclear Physics B* 566.1–2 (jan. de 2000), pp. 275–310. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/s0550-3213(99)00693-8.
- [56] EICHTEIN, E. et al. **Charmonium: The model.** Em: *Physical Review D* 17.11 (jun. de 1978), pp. 3090–3117. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.17.3090.
- [57] AUBERT, J. J. et al. **Experimental Observation of a Heavy Particle J .** Em: *Physical Review Letters* 33.23 (dez. de 1974), pp. 1404–1406. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.33.1404.

- [58] AUGUSTIN, J. E. et al. **Discovery of a Narrow Resonance in e^+e^- Annihilation**. Em: *Physical Review Letters* 33.23 (dez. de 1974), pp. 1406–1408. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.33.1406.
- [59] ABRAMS, G. S. et al. **Decay of $\psi(3684)$ into $\psi(3095)$** . Em: *Physical Review Letters* 34.18 (mai. de 1975), pp. 1181–1183. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.34.1181.
- [60] BARR, G. **Particle physics in the LHC era**. Ed. por DEVENISH, R., WALCZAK, R.; WEIDBERG, T. First edition. Oxford master series in physics 24. Oxford: Oxford University Press, 2016. 1403 pp. ISBN: 9780198748557.
- [61] WORKMAN, R. L. et al. **Review of Particle Physics**. Em: *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2022.8 (ago. de 2022). ISSN: 2050-3911. DOI: 10.1093/ptep/ptac097.
- [62] OKUBO, S. **ϕ -meson and unitary symmetry model**. Em: *Physics Letters* 5.2 (jun. de 1963), pp. 165–168. ISSN: 0031-9163. DOI: 10.1016/s0375-9601(63)92548-9. ZWEIG, G. *An $SU(3)$ model for strong interaction symmetry and its breaking*. en. 1964. DOI: 10.17181/CERN-TH-412.
- IIZUKA, J. **A Systematics and Phenomenology of Meson Family**. Em: *Progress of Theoretical Physics Supplement* 37 (1966), pp. 21–34. ISSN: 0375-9687. DOI: 10.1143/ptps.37.21.
- [63] ESPOSITO, A., PILLONI, A.; POLOSA, A. **Multiquark resonances**. Em: *Physics Reports* 668 (jan. de 2017), pp. 1–97. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/j.physrep.2016.11.002.
- [64] JAFFE, R. J. **Multiquark hadrons. I. Phenomenology of $Q^2\bar{Q}^2$ mesons**. Em: *Physical Review D* 15.1 (jan. de 1977), pp. 267–280. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.15.267.
- [65] JAFFE, R. L. **Multiquark hadrons. II. Methods**. Em: *Physical Review D* 15.1 (jan. de 1977), pp. 281–289. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.15.281.
- [66] ADER, J. .-., RICHARD, J. .-.; TAXIL, P. **Do narrow heavy multiquark states exist?** Em: *Physical Review D* 25.9 (mai. de 1982), pp. 2370–2382. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.25.2370.
- [67] MAIANI, L. et al. **Diquark-antidiquark states with hidden or open charm and the nature of $X(3872)$** . Em: *Physical Review D* 71.1 (jan. de 2005), p. 014028. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.71.014028.
- [68] MAIANI, L., POLOSA, A. D.; RIQUEUR, V. **The charged $Z(4430)$ in the diquark–antidiquark picture**. Em: *New Journal of Physics* 10.7 (jul. de 2008), p. 073004. ISSN: 1367-2630. DOI: 10.1088/1367-2630/10/7/073004.

- [69] DE RÚJULA, A., GEORGI, H.; GLASHOW, S. L. **Molecular Charmonium: A New Spectroscopy?** Em: *Physical Review Letters* 38.7 (fev. de 1977), pp. 317–321. ISSN: 0031-9007. DOI: 10.1103/physrevlett.38.317.
- [70] TÖRNQVIST, N. A. **From the Deuteron to Deusons, an Analysis of Deuteronlike Meson-Meson Bound States.** Em: (1993). DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/9310247.
- [71] GUO, F.-K. et al. **Hadronic molecules.** Em: *Reviews of Modern Physics* 90.1 (fev. de 2018), p. 015004. ISSN: 1539-0756. DOI: 10.1103/revmodphys.90.015004.
- [72] BARNES, T., CLOSE, F. E.; SWANSON, E. S. **Hybrid and conventional mesons in the flux tube model: Numerical studies and their phenomenological implications.** Em: *Physical Review D* 52.9 (nov. de 1995), pp. 5242–5256. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.52.5242.
- [73] CLOSE, F. E.; PAGE, P. R. **The production and decay of hybrid mesons by flux-tube breaking.** Em: *Nuclear Physics B* 443.1–2 (jun. de 1995), pp. 233–254. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/0550-3213(95)00085-7.
- [74] HAYRAPETYAN, A. et al. **Determination of the spin and parity of all-charm tetraquarks.** Em: *Nature* 648.8092 (dez. de 2025), pp. 58–63. ISSN: 1476-4687. DOI: 10.1038/s41586-025-09711-7.
- [75] AAD, G. et al. **Observation of an Excess of Dicharmonium Events in the Four-Muon Final State with the ATLAS Detector.** Em: *Physical Review Letters* 131.15 (out. de 2023), p. 151902. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.131.151902.
- [76] HAYRAPETYAN, A. et al. **New Structures in the $J/\psi J/\psi$ Mass Spectrum in Proton-Proton Collisions at $\sqrt{s}$ equal 13 TeV.** Em: *Physical Review Letters* 132.11 (mar. de 2024), p. 111901. ISSN: 1079-7114. DOI: 10.1103/physrevlett.132.111901.
- [77] ALI, A., LANGE, J. S.; STONE, S. **Exotics: Heavy pentaquarks and tetraquarks.** Em: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 97 (nov. de 2017), pp. 123–198. ISSN: 0146-6410. DOI: 10.1016/j.ppnp.2017.08.003.
- [78] BEREZHNOY, A. V. et al. **Production of J/ψ -meson pairs and $4c$ -tetraquark at the LHC.** Em: *Physical Review D* 84.9 (nov. de 2011), p. 094023. ISSN: 1550-2368. DOI: 10.1103/physrevd.84.094023.
- [79] FENG, F. et al. **Exclusive radiative production of fully-charmed tetraquarks at B factory.** Em: *Physics Letters B* 818 (jul. de 2021), p. 136368. ISSN: 0370-2693. DOI: 10.1016/j.physletb.2021.136368.

- [80] FENG, F. et al. **Fragmentation production of fully-charmed tetraquarks at the LHC**. Em: *Physical Review D* 106.11 (dez. de 2022), p. 114029. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.106.114029.
- [81] CELIBERTO, F. G., GATTO, G.; PAPA, A. **Fully charmed tetraquarks from LHC to FCC: natural stability from fragmentation**. Em: *The European Physical Journal C* 84.10 (out. de 2024). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-024-13345-w.
- [82] FOLDY, L. L.; WOUTHUYSEN, S. A. **On the Dirac Theory of Spin 1/2 Particles and Its Non-Relativistic Limit**. Em: *Physical Review* 78.1 (abr. de 1950), pp. 29–36. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/physrev.78.29.
- [83] BUTENSCHOEN, M.; KNIEHL, B. A. **J/ψ production in NRQCD: A global analysis of yield and polarization**. Em: *Nuclear Physics B - Proceedings Supplements* 222–224 (jan. de 2012), pp. 151–161. ISSN: 0920-5632. DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2012.03.016.
- [84] FERMI, E. **Über die Theorie des Stoßes zwischen Atomen und elektrisch geladenen Teilchen**. Em: *Zeitschrift für Physik* 29.1 (dez. de 1924), pp. 315–327. ISSN: 0044-3328. DOI: 10.1007/bf03184853.
- [85] WEIZSÄCKER, C. F. V. **Ausstrahlung bei Stößen sehr schneller Elektronen**. Em: *Zeitschrift für Physik* 88.9–10 (set. de 1934), pp. 612–625. ISSN: 1434-601X. DOI: 10.1007/bf01333110.
- [86] WILLIAMS, E. J. **Correlation of certain collision problems with radiation theory**. Em: *Kong. Dan. Vid. Sel. Mat. Fys. Med.* 13N4.4 (1935), pp. 1–50.
- [87] BERTULANI, C. A. **Ultra-peripheral nuclear collisions**. Em: (24 de abr. de 2023). DOI: 10.48550/ARXIV.2304.12475. arXiv: 2304.12475 [hep-ph].
- [88] DREES, M.; ZEPPENFELD, D. **Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions**. Em: *Physical Review D* 39.9 (mai. de 1989), pp. 2536–2546. ISSN: 0556-2821. DOI: 10.1103/physrevd.39.2536.
- [89] NYSTRAND, J. **Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions**. Em: *Nuclear Physics A* 752 (abr. de 2005), pp. 470–479. ISSN: 0375-9474. DOI: 10.1016/j.nuclphysa.2005.02.051.
- [90] LANSBERG, J. P., SZYMANOWSKI, L.; WAGNER, J. **Lepton-pair production in ultraperipheral collisions at AFTER@LHC**. Em: *Journal of High Energy Physics* 2015.9 (set. de 2015). ISSN: 1029-8479. DOI: 10.1007/jhep09(2015)087.
- [91] KLEIN, S. R.; STEINBERG, P. **Photonuclear and Two-Photon Interactions at High-Energy Nuclear Colliders**. Em: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 70.1 (out. de 2020), pp. 323–354. ISSN: 1545-4134. DOI: 10.1146/annurev-nucl-030320-033923.

- [92] BUDNEV, V. et al. **The two-photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation.** Em: *Physics Reports* 15.4 (jan. de 1975), pp. 181–282. ISSN: 0370-1573. DOI: 10.1016/0370-1573(75)90009-5.
- [93] BAUR, G. et al. **Coherent $\gamma\gamma$ and γA interactions in very peripheral collisions at relativistic ion colliders.** Em: (2001). DOI: 10.48550/ARXIV.HEP-PH/0112211.
- [94] GONCALVES, V. P.; MACHADO, M. V. T. **Vector Meson Production in Coherent Hadronic Interactions: An update on predictions for RHIC and LHC.** Em: (2011). DOI: 10.48550/ARXIV.1106.3036.
- [95] YANG, H., CHEN, Z.-Q.; LONG, B. **Charmonium pair production in ultra-peripheral collision.** Em: *The European Physical Journal C* 85.7 (jul. de 2025). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-025-14542-x.
- [96] MOREIRA, B. D. d. S. “Produção de Mésons Vetoriais em Processos Foto-Induzidos no LHC”. Tese de dout. Universidade de Sao Paulo, Agencia USP de Gestao da Informacao Academica (AGUIA), 2017. DOI: 10.11606/t.43.2017.tde-28052017-184015.
- [97] VIDOVIĆ, M. et al. **Impact-parameter dependence of the electromagnetic particle production in ultrarelativistic heavy-ion collisions.** Em: *Physical Review C* 47.5 (mai. de 1993), pp. 2308–2319. ISSN: 1089-490X. DOI: 10.1103/physrevc.47.2308.
- [98] MA, Z.-L., LU, Z.; ZHANG, L. **Validity of equivalent photon spectra and the photoproduction processes in $p - p$ collisions.** Em: *Nuclear Physics B* 974 (jan. de 2022), p. 115645. ISSN: 0550-3213. DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2021.115645.
- [99] JACKSON, J. D. **Classical electrodynamics.** 3. ed., [Nachdr.] Literaturangaben. Hoboken, NY: Wiley, 2009. 808 pp. ISBN: 9780471309321.
- [100] KRAUSS, F., GREINER, M.; SOFF, G. **Photon and gluon induced processes in relativistic heavy-ion collisions.** Em: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 39 (jan. de 1997), pp. 503–564. ISSN: 0146-6410. DOI: 10.1016/s0146-6410(97)00049-5.
- [101] LANSBERG, J.-P. et al. **Inclusive photoproduction of vector quarkonium in ultra-peripheral collisions at the LHC.** Em: *The European Physical Journal C* 85.2 (fev. de 2025). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-024-13693-7.
- [102] MOREIRA, B. D. et al. **Production of exotic charmonium in $\gamma\gamma$ interactions at hadronic colliders.** Em: (2016). DOI: 10.48550/ARXIV.1610.06604.

- [103] KALAMIDAS, P.; VANDERHAEGHEN, M. **The all-charm tetraquark and its contribution to two-photon processes.** Em: (10 de jan. de 2025). DOI: 10.48550/ARXIV.2501.06034. arXiv: 2501.06034 [hep-ph].
- [104] LOW, F. E. **Proposal for Measuring the π^0 Lifetime by π^0 Production in Electron-Electron or Electron-Positron Collisions.** Em: *Physical Review* 120.2 (out. de 1960), pp. 582–583. ISSN: 0031-899X. DOI: 10.1103/physrev.120.582.
- [105] FENG, F. et al. **Photoproduction of fully charmed tetraquark at electron-ion colliders.** Em: *Physical Review D* 110.5 (set. de 2024), p. 054007. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.110.054007.
- [106] FENG, F. et al. **Inclusive production of fully charmed tetraquarks at the LHC.** Em: *Physical Review D* 108.5 (set. de 2023), p. 1051501. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.108.1051501.
- [107] LÜ, Q.-F., CHEN, D.-Y.; DONG, Y.-B. **Masses of fully heavy tetraquarks $QQ\bar{Q}\bar{Q}$ in an extended relativized quark model.** Em: *The European Physical Journal C* 80.9 (set. de 2020). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-020-08454-1.
- [108] BUCKLEY, A. et al. **LHAPDF6: parton density access in the LHC precision era.** Em: *The European Physical Journal C* 75.3 (23 de dez. de 2014). ISSN: 1434-6052. DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3318-8. arXiv: 1412.7420 [hep-ph].
- [109] HAHN, T. **Cuba—a library for multidimensional numerical integration.** Em: *Computer Physics Communications* 168.2 (jun. de 2005), pp. 78–95. ISSN: 0010-4655. DOI: 10.1016/j.cpc.2005.01.010.
- [110] LHCb COLLABORATION. **Technology developments for LHCb Upgrade II.** Em: (3 de abr. de 2025). DOI: 10.48550/ARXIV.2504.03088. arXiv: 2504.03088 [hep-ex].
- [111] D’ENTERRIA, D. et al. **Physics with high-luminosity proton-nucleus collisions at the LHC.** Em: *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* 52.9 (5 de abr. de 2025), p. 090501. ISSN: 1361-6471. DOI: 10.1088/1361-6471/adeda5. arXiv: 2504.04268 [hep-ph].
- [112] BRUCE, RODERIK et al. **Exceeding high-luminosity LHC performance targets during the 2024 Pb-Pb ion run.** en. Em: (2025). DOI: 10.18429/JACOW-IPAC2025-TUBN3.
- [113] *TCHoU Workshop*. PDF disponível em: TCHoU — Tomonaga Center for the History of the Universe, University of Tsukuba. 2024. URL: <https://tchou.tomonaga.tsukuba.ac.jp/events/24/240329/05.pdf> (acesso em 01/03/2026).

-
- [114] BENEDIKT, M. et al. **Future Circular Hadron Collider FCC-hh: Overview and Status**. Em: (15 de mar. de 2022). DOI: 10.48550/ARXIV.2203.07804. arXiv: 2203.07804 [physics.acc-ph].
- [115] ZYLA, P. A. et al. **Review of Particle Physics**. Em: *Progress of Theoretical and Experimental Physics* 2020.8 (ago. de 2020). ISSN: 2050-3911. DOI: 10.1093/ptep/ptaa104.
- [116] BILOSHYTSKYI, V. et al. **Two-photon decay of $X(6900)$ from light-by-light scattering at the LHC**. Em: *Physical Review D* 106.11 (dez. de 2022), p. 1111902. ISSN: 2470-0029. DOI: 10.1103/physrevd.106.1111902.
- [117] ARFKEN, G. B.; WEBER, H. J. **Mathematical methods for physicists**. Ed. por ARFKEN, G. B.; WEBER, H.-J. 6. ed., 5. [print., international ed.] +++Hier auch später erschienene, unveränderte Nachdrucke+++. Amsterdam, Heidelberg [u.a.]: Elsevier Academic Press, 2008. 1182 pp. ISBN: 9780120598762.

APÊNDICE A

Equações de Evolução DGLAP

A.1 Transformadas de Mellin Aplicadas

Define-se a transformada de Mellin de uma função f sob o domínio de um espaço- N , com N parâmetros do momento de Mellin como sendo: [117]

$$\mathcal{M}[f](N) = \int_0^1 dx x^{N-1} f(x). \quad (\text{A.1.1})$$

Uma propriedade fundamental desta transformada é a de converter convoluções multiplicativas em produtos simples, ou seja,

Propriedade A.1.1 (Convolução da Transformada de Mellin). Se duas funções $f(x)$ e $g(x)$, são convoluídas multiplicativamente por:

$$(f \otimes g)(x) = \int_0^\infty \frac{dt}{t} f\left(\frac{x}{t}\right) g(t), \quad (\text{A.1.2})$$

segue então, que a transformada de Mellin, como descrita anteriormente, leva tal convolução para um produto simples do tipo:

$$\mathcal{M}[f \otimes g](N) = \mathcal{M}[f](N) \mathcal{M}[g](N). \quad (\text{A.1.3})$$

Exemplo aplicado às equações de evolução DGLAP. Considere g e P funções tais que se relacionam por uma convolução de Mellin da forma:

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) g(\xi, t), \quad (\text{A.1.4})$$

note que podemos fazer

$$\begin{aligned} \frac{2\pi}{\alpha_s(t)} \frac{\partial}{\partial t} [x^{N-1} g(x, t)] &= \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} x^{N-1} \left(\frac{\xi^{N-1}}{\xi^{N-1}} \right) P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) g(\xi, t) \\ &= \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \xi^{N-1} \left(\frac{x}{\xi} \right)^{N-1} P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) g(\xi, t) \\ &= \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \xi^N \left(\frac{x}{\xi} \right)^{N-1} P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) g(\xi, t) \\ \int_0^1 dx \frac{2\pi}{\alpha_s(t)} \frac{\partial}{\partial t} [x^{N-1} g(x, t)] &= \int_0^1 dx \int_x^1 \frac{d\xi}{\xi} \xi^N \left(\frac{x}{\xi} \right)^{N-1} P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right) g(\xi, t) \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^1 dx x^{N-1} g(x, t) \right] &= \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_0^1 \frac{d\xi}{\xi} \xi^N g(\xi, t) \int_0^\xi \frac{dx}{\xi} \left(\frac{x}{\xi} \right)^{N-1} P_{gg} \left(\frac{x}{\xi} \right), \end{aligned} \quad (\text{A.1.5})$$

substituído $z = x/\xi \implies dz = dx/\xi$ na última integral, obtemos

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\int_0^1 dx x^{N-1} g(x, t) \right] = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \int_0^1 d\xi \xi^{N-1} g(\xi, t) \int_0^1 dz z^{N-1} P_{gg}(z), \quad (\text{A.1.6})$$

e portanto

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \mathcal{M}[g(x, t)](N) \} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \mathcal{M}[g(\xi, t)](N) \mathcal{M}[P_{gg}(z)](N). \quad (\text{A.1.7})$$

□

A.2 Solução $xg(x, t)$ na Aproximação DLLA LO

Partindo da expressão

$$\frac{\partial}{\partial t} \{ \mathcal{M}[g(x, t)](N) \} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \mathcal{M}[g(\xi, t)](N) \mathcal{M}[P_{gg}(z)](N), \quad (\text{A.2.1})$$

Identificando $\mathcal{M}[g(x, t)](N) \equiv g(N, t)$ e $\mathcal{M}[P_{gg}(z)](N) \equiv \gamma_{gg}(N)$, a equação de evolução assume a forma de uma equação diferencial ordinária de primeira ordem, local em N , conforme

$$\frac{\partial g(N, t)}{\partial t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \gamma_{gg}(N) g(N, t), \quad (\text{A.2.2})$$

em que $\gamma_{gg}(N)$ representa o momento de Mellin no setor de glúons e relaciona-se com a função $P_{gg}(z)$ através de

$$\gamma_{gg}(N) = \int_0^1 dz z^{N-1} P_{gg}(z). \quad (\text{A.2.3})$$

A aproximação DLLA consiste em reter apenas os termos que geram simultaneamente $\ln Q^2$ e $\ln 1/x$, ou seja

$$P_{gg}(z) = 6 \left[\frac{(1-z)}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + \frac{33-2n_f}{6} \delta(1-z) \right] \quad (\text{A.2.4})$$

$$P_{gg}(z) \xrightarrow{z \rightarrow 0} \frac{6}{z},$$

o que de imediato nos conduz a

$$\gamma_{gg}(N) = \int_0^1 dz z^{N-1} \left(\frac{6}{z} \right) = \frac{6}{N-1}. \quad (\text{A.2.5})$$

Em LO, a dependência da constante de acoplamento das interações forte com a escala de energia é governada pela equação do grupo de renormalização, cuja solução conduz à expressão

$$\alpha_s(t) = \frac{4\pi}{b_0 t}, \quad \text{com } b_0 = 11 - \frac{2n_f}{3}. \quad (\text{A.2.6})$$

Levando esses resultados na EDO, obtemos

$$\frac{dg(N, t)}{dt} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{4\pi}{b_0 t} \right) \left(\frac{6}{N-1} \right) g(N, t), \quad (\text{A.2.7})$$

resolvendo a EDO

$$\frac{dg(N, t)}{g(N, t)} = \left[\frac{12}{b_0(N-1)} \right] \frac{dt}{t}$$

$$\ln g(N, t) = \left[\frac{12}{b_0(N-1)} \right] \ln t + h(N) \quad (\text{A.2.8})$$

$$g(N, t) = e^{h(N)} \exp \left\{ \frac{12}{b_0(N-1)} \ln t \right\},$$

usando como condição inicial $t_0 = \ln(Q_0^2/\mu^2)$, eliminamos $h(N)$ como segue

$$g(N, t_0) = e^{h(N)} \exp \left\{ \frac{12}{b_0(N-1)} \ln t_0 \right\} \quad (\text{A.2.9})$$

$$e^{h(N)} = g(N, t_0) \exp \left\{ -\frac{12}{b_0(N-1)} \ln t_0 \right\},$$

e portanto

$$g(N, t) = g(N, t_0) \exp \left\{ \frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0} \right\}. \quad (\text{A.2.10})$$

Usando a transformada inversa de Mellin para obtermos a solução no espaço dos x

$$\begin{aligned}
g(x, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN x^{-N} g(N, t) \\
xg(x, t) &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN x^{-N+1} g(N, t_0) \exp\left\{\frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN x^{-(N-1)} g(N, t_0) \exp\left\{\frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN \exp\left\{\ln x^{-(N-1)}\right\} g(N, t_0) \exp\left\{\frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN \exp\left\{\ln \left(\frac{1}{x}\right)^{(N-1)}\right\} g(N, t_0) \exp\left\{\frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN \exp\left\{(N-1) \ln \left(\frac{1}{x}\right)\right\} g(N, t_0) \exp\left\{\frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\} \\
&= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN g(N, t_0) \exp\left\{(N-1) \ln \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}\right\},
\end{aligned} \tag{A.2.11}$$

definindo

$$f(N) \equiv (N-1) \ln \left(\frac{1}{x}\right) + \frac{12}{b_0(N-1)} \ln \frac{t}{t_0}, \tag{A.2.12}$$

usando a aproximação do ponto de sela na função $f(N)$, tem-se que

$$\left. \frac{df(N)}{dN} \right|_{N=N_s} = 0 \implies \ln \left(\frac{1}{x}\right) - \frac{12}{b_0(N_s-1)^2} \ln \frac{t}{t_0} = 0, \tag{A.2.13}$$

em que N_s representa o ponto de sela, logo

$$\begin{aligned}
(N_s - 1)^2 &= \frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)} \\
N_s &= 1 + \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}}.
\end{aligned} \tag{A.2.14}$$

expandindo $f(N)$ em série de Taylor em torno de N_s

$$f(N) = f(N_s) + \frac{1}{2!} f''(N_s) (N - N_s)^2 + \mathcal{O}((N - N_s)^3), \tag{A.2.15}$$

o termo linear desaparece por construção, uma vez que $f'(N_s) = 0$. Calculando $f''(N)$ obtemos

$$f''(N_s) = \left. \frac{d^2 f(N)}{dN^2} \right|_{N=N_s} = \frac{24}{b_0(N_s-1)^3} \ln \frac{t}{t_0}, \tag{A.2.16}$$

avaliando $f''(N_s)$

$$\begin{aligned} \left. \frac{d^2 f(N)}{dN^2} \right|_{N=N_s} &= \frac{24 \ln(t/t_0)}{b_0 \left[1 + \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}} - 1 \right]^3} \\ &= \frac{2 \ln(1/x)}{\sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{b_0 [\ln(1/x)]^{3/2}}{12 [\ln(t/t_0)]^{1/2}}} \end{aligned} \quad (\text{A.2.17})$$

Note que $x < 1$ e $t > t_0$ já que $Q^2 > Q_0^2$, por consequência $f''(N_s)$ é real e positiva. Calculando $f(N_s)$

$$\begin{aligned} f(N_s) &= \left[1 + \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}} - 1 \right] \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{12}{b_0 \left(1 + \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}} - 1 \right)} \ln \frac{t}{t_0} \\ &= \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}} \ln\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0)}{b_0 \ln(1/x)}}} \\ &= \sqrt{\frac{12 \ln(t/t_0) [\ln(1/x)]^2}{b_0 \ln(1/x)}} + \sqrt{\frac{[12 \ln(t/t_0)]^2 b_0 \ln(1/x)}{b_0^2 12 \ln(t/t_0)}} \\ &= 2 \sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)}, \end{aligned} \quad (\text{A.2.18})$$

com isso, a expansão em serie de taylor de $f(N)$ em torno de N_s fica

$$f(N) \approx 2 \sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)} + \frac{1}{2!} 2 \sqrt{\frac{b_0 [\ln(1/x)]^{3/2}}{12 [\ln(t/t_0)]^{1/2}}} (N - N_s)^2, \quad (\text{A.2.19})$$

retornando à integral

$$xg(x, t) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN g(N, t_0) \exp\left\{ f(N_s) + \frac{1}{2!} f''(N_s) (N - N_s)^2 \right\}. \quad (\text{A.2.20})$$

Como $g(N, t_0)$ varia lentamente em comparação com o termo dominante na exponencial, podemos avaliá-lo no ponto de sela $g(N_s, t_0)$. Além disso, a exponencial de $f(N_s)$ não contém termos N e pode sair da integração, ou seja

$$xg(x, t) = \frac{g(N_s, t_0)}{2\pi i} \exp\{f(N_s)\} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} dN \exp\left\{ \frac{1}{2} f''(N_s) (N - N_s)^2 \right\}, \quad (\text{A.2.21})$$

fazendo $N - N_s = i\nu$ com $\nu \in (-\infty, +\infty)$, observe que $(N - N_s)^2 = -\nu^2$ de modo que o termo quadrático na expansão gera uma integral Gaussiana convergente, pois como vimos

$f''(N_s) \in \mathbb{R} > 0$, logo

$$\begin{aligned}
 xg(x, t) &= g(N_s, t_0) e^{f(N_s)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} d\nu \exp\left\{-\frac{1}{2} f''(N_s) \nu^2\right\} \\
 &= g(N_s, t_0) e^{f(N_s)} \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{f''(N_s)}} \\
 &= \frac{g(N_s, t_0)}{2\pi} \exp\left\{2\sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)}\right\} \sqrt{\frac{2\pi}{f''(N_s)}}.
 \end{aligned} \tag{A.2.22}$$

Assim, no limite em que $x \rightarrow 0$, o comportamento assintótico da distribuição de glúons é dominado pela exponencial

$$xg(x, t) \sim \exp\left\{2\sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \ln\left(\frac{1}{x}\right)}\right\}, \tag{A.2.23}$$

substituindo $t = \ln(Q^2/\mu^2)$, ficamos com

$$xg(x, t) \sim \exp\left\{2\sqrt{\frac{12}{b_0} \ln\left[\frac{\ln(Q^2/\mu^2)}{\ln(Q_0^2/\mu^2)}\right] \ln\left(\frac{1}{x}\right)}\right\}. \tag{A.2.24}$$

A condição $t > t_0$ reflete a evolução perturbativa da DGLAP de uma escala inicial Q_0 para escalas mais altas Q .

APÊNDICE **B**

Cálculos EPA

B.1 Elemento de Matriz $i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+)$

Para um fóton polarizado no estado de helicidade +, note que:

$$\epsilon_+^{*\mu} = \left(0, 1, i, -\frac{p_\perp}{zp}\right) = (0, \epsilon_+^{*i}) \quad (\text{B.1.1})$$

e portanto

$$\begin{aligned} i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+) &= \bar{u}_L(k)(-ie\gamma_\mu)u_L(p)\epsilon_+^{*\mu}(q) \\ &= \sqrt{2k^0} \left(0, \xi^\dagger(k)\right) \left[-ie \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ \bar{\sigma}_\mu & 0 \end{pmatrix}\right] \sqrt{2p^0} \begin{pmatrix} \xi(p) \\ 0 \end{pmatrix} \epsilon_+^{*\mu} \\ &= -ie\sqrt{2k^0}\sqrt{2p^0} \left[\left(0, \xi^\dagger(k)\right) \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{\sigma}_\mu \xi(p) \end{pmatrix} \right] \epsilon_+^{*\mu} \\ &= -ie \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \xi^\dagger(k) \bar{\sigma}_\mu \xi(p) \epsilon_+^{*\mu} \\ &= -ie \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) (\bar{\sigma}_\mu \epsilon_+^{*\mu}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ &= -ie \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (0)+ \right. \\ &\quad \left. + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} (1) + \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} (i) - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{p_\perp}{zp} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.1.2})$$

simplificando alguns termos, obtém-se diretamente

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_+) &= -ie \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \left[\begin{pmatrix} -\frac{p_\perp}{zp} & 2 \\ 0 & \frac{p_\perp}{zp} \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= -ie \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \begin{pmatrix} 2 \\ p_\perp/zp \end{pmatrix} \\
&= -ie \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{2p_\perp}{2(1-z)p} + \frac{p_\perp}{zp} \right) \\
&= -ie \sqrt{2(1-z)} \left[\frac{p_\perp}{z(1-z)} \right] \\
&= -iep_\perp \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z(1-z)}.
\end{aligned} \tag{B.1.3}$$

B.2 Elemento de Matriz $i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_-)$

Para um fóton polarizado no estado de helicidade $-$, o processo é similar bastando trocar o quadrivetor polarização do fóton para $\epsilon_-^{*\mu} = (0, \epsilon_-^{*i})$. Logo

$$\begin{aligned}
i\mathcal{M}(e_L \rightarrow e_L \gamma_-) &= \bar{u}_L(k) (-ie \gamma_\mu) u_L(p) \epsilon_-^{*\mu}(q) \\
&= \sqrt{2k^0} (0, \xi^\dagger(k)) \left[-ie \begin{pmatrix} 0 & \sigma_\mu \\ \bar{\sigma}_\mu & 0 \end{pmatrix} \right] \sqrt{2p^0} \begin{pmatrix} \xi(p) \\ 0 \end{pmatrix} \epsilon_-^{*\mu} \\
&= -ie \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) (\bar{\sigma}_\mu \epsilon_-^{*\mu}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= -ie \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} (0) + \right. \\
&\quad \left. + \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} (1) - \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} (i) - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{p_\perp}{zp} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= -ie \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \left[\begin{pmatrix} -p_\perp/zp & 0 \\ 2 & p_\perp/zp \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\
&= -ie \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2(1-z)p} \right] \left[\sqrt{2p} \right] \left(\frac{p_\perp}{2(1-z)p}, 1 \right) \begin{pmatrix} 0 \\ p_\perp/zp \end{pmatrix} \\
&= -iep_\perp \frac{\sqrt{2(1-z)}}{z}
\end{aligned} \tag{B.2.1}$$



JOINVILLE
CENTRO DE CIÊNCIAS
TECNOLÓGICAS

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
BIBLIOTECA UNIVERSITÁRIA
REPOSITÓRIO INSTITUCIONAL

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT

ATESTADO DE VERSÃO FINAL

Eu, Bruno Duarte da Silva Moreira, professor do curso de Mestrado Acadêmico em Física, declaro que esta é a versão final aprovada pela comissão julgadora da dissertação intitulada: **“Produção de Hádrons Pesados em Colisões de Altas Energias”** de autoria do acadêmico Rodrigo Ribamar Silva do Nascimento.

Joinville, 19 de Março de 2026.

Assinatura digital do orientador:



Documento assinado digitalmente
BRUNO DUARTE DA SILVA MOREIRA
Data: 19/03/2026 17:08:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Bruno Duarte da Silva Moreira