



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

PARABOLÓGRAFO: UM ARTEFATO PARA DESENHAR PARÁBOLAS

Rogério de Aguiar¹

Elisandra Bar de Figueiredo²

Júlio Pedro Marques de Mattos³

Resumo

O uso de modelos e mecanismos para o ensino da matemática vem sendo utilizado há muito tempo, desde os tempos da antiga Grécia até os tempos atuais. Para a construção de modelos e mecanismos exige-se pesquisa, materiais diversos e profissionais habilitados para a sua confecção. Com a advento de recursos tecnológicos como as impressoras 3D, a construção de modelos e mecanismos ficou mais fácil. Mas, surge uma dificuldade adicional, a modelagem de objetos e a programação das máquinas. O objetivo do presente trabalho é apresentar uma pesquisa em andamento cuja intenção é verificar a possibilidade de construção de máquinas matemáticas, mecanismos e modelos com a impressora 3D e sua utilização no ensino de matemática. A pesquisa é do tipo qualitativa e de natureza exploratória, e envolve pesquisa bibliográfica, modelagem computacional de objetos e sua confecção usando a impressão 3D. A pesquisa está em fase inicial e como primeiro resultado é apresentada a descrição da construção de um parabológrafo cujas peças componentes foram modeladas no Blender e posteriormente impressas em 3D. Conclui-se inicialmente que é possível construir máquinas matemáticas com a impressora 3D e em um segundo momento pretende-se utilizar o artefato para o ensino de parábolas em sala de aula.

Palavras-chave: Material Concreto; Parabológrafo; Parábola; Impressão 3D; Modelagem 3D.

1 Universidade do Estado de Santa Catarina – rogerio.aguiar@udesc.br

2 Universidade do Estado de Santa Catarina – elisandra.figueiredo@udesc.br

3 Universidade do Estado de Santa Catarina – juliopedromattos@gmail.com



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

1. Introdução

Nas escolas brasileiras a abordagem de ensino nas aulas de matemática geralmente é a tradicional (SERAFFIM FILHO, 2016), sendo as aulas expositivas com resolução de exercícios em sala, muitas vezes sem conexão com a realidade. Embora os livros didáticos contenham problemas contextualizados ligados a vida real dos estudantes, a simples exposição desses problemas em sala de aula nem sempre é suficiente para que o aluno vivencie com os sentidos as experiências motivadoras de ensino. Percebe-se que é necessária uma mudança na prática pedagógica do professor para que sejam inseridos em sala de aula materiais concretos, mecanismos, experimentações e, se possível, um laboratório de matemática na escola para despertar nos alunos o interesse pela matemática. Porém, isso não é tarefa fácil, demanda tempo, estudo, disposição e pessoal técnico especializado.

Modelos e mecanismos para o ensino da matemática vem sendo utilizados dos tempos da antiga Grécia até os tempos atuais. A construção desses artefatos exige pesquisa, materiais diversos e profissionais habilitados para a sua confecção. Com o advento dos recursos tecnológicos cada vez mais sofisticados como fresadoras CNC e impressoras 3D a construção de modelos e mecanismos ficou mais rápida, mas surgiu uma dificuldade adicional, a modelagem de objetos e a programação das máquinas.

O trabalho aqui apresentado é parte de uma pesquisa em andamento intitulada “Construindo Máquinas Matemáticas com a impressora 3D”, a qual tem por objetivo investigar como criar e produzir material concreto com o uso da impressora 3D para o ensino de matemática. Neste texto detalha-se o processo de modelagem e impressão de um parabológrafo, instrumento para desenhar parábolas. Esse projeto foi idealizado e desenvolvido no Laboratório Fábrica Matemática - Fab3D da Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC) com intuito de criar um artefato que possa ser utilizado em sala de aula pelo professor e pelos alunos para o desenho da parábola, bem como explorar o conceito dessa cônica.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

O texto está estruturado da seguinte maneira: na segunda seção apresenta-se a fundamentação teórica que suporta este trabalho, na terceira descreve-se a concepção do parabológrafo, na quarta a modelagem parabológrafo, na quinta seção prova-se matematicamente que o instrumento de fato constrói uma parábola e na sexta trazemos as considerações finais sobre o texto.

2. Fundamentação Teórica

O uso de materiais concretos no ensino de matemática é um fato que vem de longa data. Desde os primórdios do ensino de geometria com a contribuição significativa da geometria grega, materiais concretos vêm sendo utilizados para oferecer uma visão mais ampla dos conceitos estudados e para a formulação de conjecturas. Mais recentemente o pedagogo Jan Amos Komenský (em latim, Iohannes Amos Comenius) (1592-1670), criador da didática, defendeu em seu livro *Didactica Magna* (1657) o uso de todos os sentidos para a apropriação do conhecimento. Em relação a isto Comenius esclarece:

O conhecimento deve necessariamente principiar pelos sentidos (uma vez que nada se encontra na inteligência, que primeiro não tenha passado pelos sentidos). Por que é que então o ensino há de principiar por uma exposição verbal de coisas, e não por uma observação real dessas mesmas coisas? Somente depois que esta observação das coisas ter sido feita, virá a palavra para explicar melhor. (COMENIUS, 2001, p. 103).

Depois de Comenius muitos outros pesquisadores criaram formas de ensinar e novos objetos para serem utilizados no ensino. Nos séculos XVII e XVIII era comum o uso de materiais concretos e máquinas matemáticas, especialmente no ensino universitário. Porém, foi no século XIX que houve um avanço na utilização de materiais concretos de gesso, barbante e madeira no ensino de matemática e o principal defensor do uso de objetos dinâmicos foi o matemático alemão Felix Klein (1849-1925) que revolucionou o modo de se ensinar matemática culminando, no Brasil, com o advento da matemática moderna. Na França, o matemático Gaspard Monge (1746-1818) foi quem



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula liderou o movimento para a utilização de objetos dinâmicos no ensino de matemática.

“Uma das mais completas abordagens em matemática, para usar modelos concretos e instrumentos dinâmicos em educação e pesquisa, era a famosa coleção de modelos em Göttingen” (BUSSI; ISODA, 2010, p. 21, tradução nossa). Portanto, o uso de materiais concretos no ensino não é um fato novo e o uso de máquinas matemáticas também não é recente.

As máquinas matemáticas são instrumentos que simulam uma propriedade geométrica ou algébrica ou constroem algum objeto matemático, como por exemplo o elipsógrafo que desenha uma elipse, a pascalina que efetua cálculos, o pantógrafo é usado para ampliar desenhos, entre outros. Pode-se dizer que em termos gerais uma máquina matemática é um artefato dinâmico que obriga um determinado ponto a seguir uma trajetória específica ou mesmo evidenciar alguma propriedade que se deseja estudar.

Com o advento da impressora 3D a tarefa de construções de modelos e mecanismos se acelerou, porém surgiu outra dificuldade adicional: como projetar, modelar e programar a impressora 3D para que ela produza os artefatos que desejamos? Segundo Aguiar e Yonezawa (2014), para produzir artefatos na impressora 3D, para o ensino, são necessárias várias etapas. A primeira é a *seleção do conteúdo e conceitos* que se quer ensinar; na sequência a elaboração de um *plano de construção* para análise das características do objeto que se quer construir; depois vem a *elaboração de esboços* que irão identificar os detalhes dos objetos; em seguida vem a *modelagem 3D*, que é a criação virtual do objeto. Uma vez com o modelo digital 3D do objeto pronto vem a última etapa, a *impressão 3D*. Essa etapa inicia-se com o tratamento do arquivo digital para correção de pequenas imperfeições, posicionamento correto do objeto para impressão e fatiamento da imagem em camadas “uma vez que a impressão acontece em camada a camada” (AGUIAR; YONEZAWA, 2014, p. 9). Em seguida ocorre a impressão 3D, que pode demandar bastante tempo, dependendo do tamanho e da complexidade do objeto, e para finalizar deve ser feita uma avaliação do objeto impresso, analisando o resultado e avaliando a necessidade de melhorias no projeto.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019

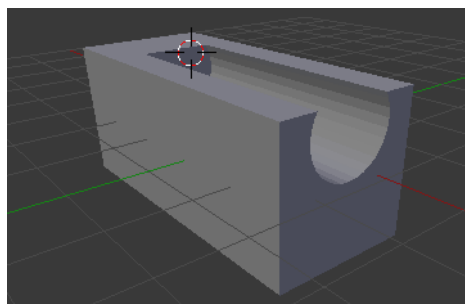
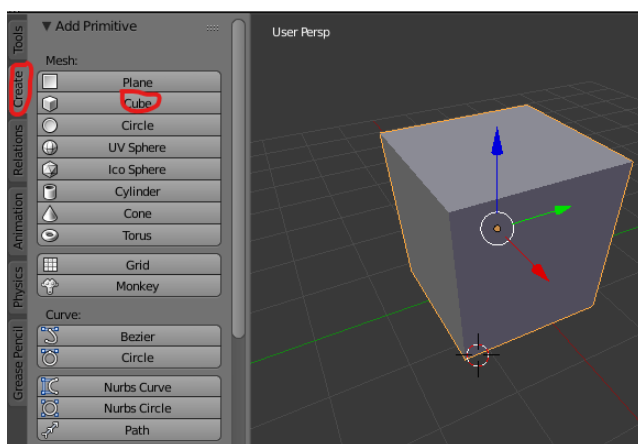


Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

Para a etapa da modelagem é preciso o uso de softwares de modelagem 3D ou a digitalização de objetos reais com o uso de scanners 3D. Porém, quando se trata da confecção de um artefato novo a única opção é a modelagem e para tal existem no mercado diversas opções, como por exemplo: Autodesk 3DS Max, Blender, OpenScad, SketchUp e SolidWorks. Destes, o Blender e o OpenScad são programas de código aberto (open source). Por esse motivo, pela familiaridade dos pesquisadores e pela geometria das peças foi escolhido o Blender para esse projeto.

O *Blender* é um *software* voltado para criações em 3D, gratuito e *open source* (de código aberto), desenvolvido pela companhia holandesa *Blender Foundation*. O *software* suporta toda uma gama de possibilidades envolvendo desenvolvimento 3D, como modelagem, animação, simulação, renderização, composição, rastreamento de movimento (de objetos reais, aplicando os dados obtidos ao projeto no *Blender*), edição de vídeos e até criação de jogos. (PEREIRA; LOURENÇO; BERGAMASCHI, 2018, p. 26, grifos do autor).

Na tela inicial do Blender aparecem as ferramentas básicas para modelagem, renderização e animação. Para a modelagem encontramos a aba *create* que traz oito geometrias fundamentais que podem ser modificadas e transformadas em diversas novas estruturas. Na Figura 1a temos um cubo criado no Blender diretamente pelo uso da ferramenta *create* e na Figura 1b temos uma modificação usando apenas as geometrias fundamentais e operações booleanas.





XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



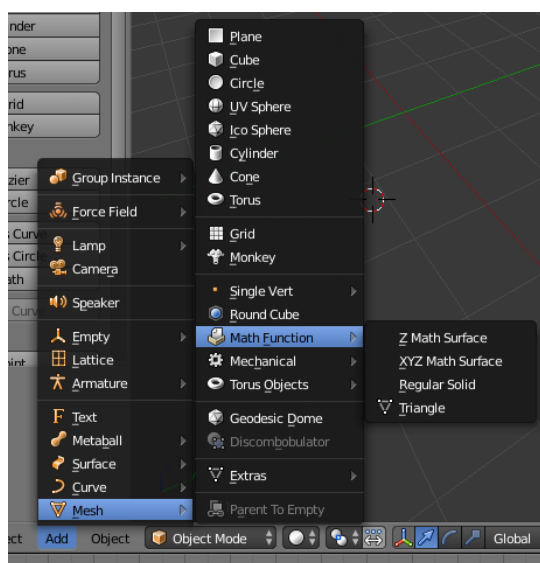
Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

a) Cubo criado no Blender

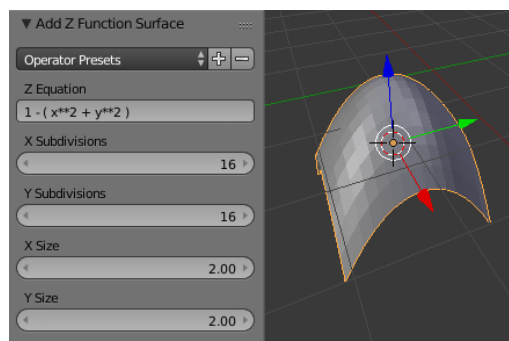
b) Modificação das geometrias fundamentais

Figura 1 – Ferramenta *create* e exemplo de nova estrutura

O programa também aceita a entrada de equações matemáticas para gerar superfícies tridimensionais (Figuras 2a e 2b).



a) Aba Add



b) Superfície gerada por função

Figura 2 – Superfície gerada no Blender usando funções matemáticas

O Blender salva os arquivos em formato próprio, permitindo que o usuário volte ao projeto num outro momento para continuar ou reeditar o projeto. Uma vez concluído o processo de modelagem é preciso exportar o modelo 3D para o formato stl, sigla para StereoLithography, que é o padrão das impressoras 3D e o objeto estará pronto para a última etapa, a impressão 3D. Porém, antes de realizar a impressão propriamente dita, é necessário preparar as peças. Esse preparo inclui reparar alguns defeitos do modelo, posicionar a peça de maneira a tornar possível sua impressão camada a camada, “cortar o modelo 3D em fatias horizontais (camadas), gerar os caminhos que a impressora deve percorrer para preencher as camadas e calcular a quantidade de material a ser extrudada” (SLIC3R, 2019, tradução nossa). O preparo é feito em softwares específicos, como por exemplo o Repetier, o Slic3r e o Simplify3D, que salvam um arquivo num formato que



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula será lido pela impressora. Para o projeto do parabológrafo usamos o Slic3r que “é totalmente open source e é independente de qualquer empresa comercial ou fabricante de impressoras” (SLIC3R, 2019, tradução nossa). A Figura 3 ilustra uma esfera fatiada no Slic3r e pronta para a impressão.

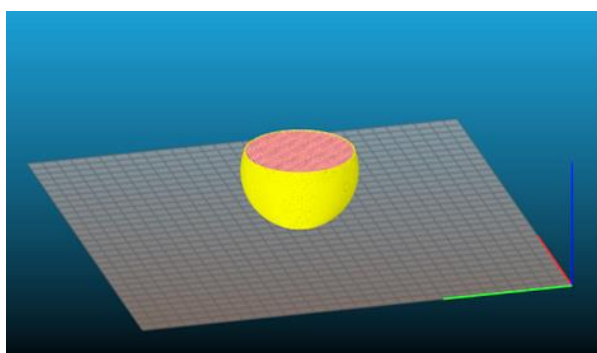


Figura 3 - Esfera fatiada no Slic3r

O último passo para confecção dos objetos é a manipulação da impressora 3D. No laboratório Fab3D temos uma impressora GTMAX3D CORE A3V2 e uma Cliever CL1, ambas de fabricação nacional, que imprimem com uma ampla gama de polímeros com a tecnologia Fabricação por Filamento Fundido (Fused Filament Fabrication⁴ – FFF). Por facilidade de manipulação temos utilizado o polímero PLA (poliácido láctico). A GTMAX funciona com cartão de memória, os arquivos de impressão são salvos nesse cartão e a impressora acessa o cartão para leitura e impressão. A Cliever funciona conectada ao computador e os softwares de fatiamento é que mandam os comandos de impressão diretamente para a impressora.

Para a confecção do parabológrafo foi necessário o conhecimento de cônicas, em particular da parábola. Os primeiros estudos sobre cônicas foram desenvolvidos por Apolônio, sendo que as cônicas podem ser obtidas conforme a variação da inclinação de um plano ao interceptar um cone circular (LOPES, 2011). A definição de parábola que foi usada como guia para a construção do parabológrafo é aquela encontrada em

4 Termo cunhado pelo grupo de código aberto RepRap Project.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

Steinbruch e Winterle (1987, p. 204): “Consideremos em um plano uma reta d e um ponto

F não pertencente a d . Parábola é o lugar geométrico dos pontos do plano que equidistantes de F e d .”.

3. A concepção do parabológrafo

O laboratório Fab3D tem como objetivo a pesquisa e confecção de artefatos para o ensino de matemática. Ele é um espaço físico no qual temos computadores nos quais os alunos podem trabalhar na modelagem de objetos para a impressão 3D usando os softwares Blender, OpenSCAD ou SketchUp e preparar esses objetos para a impressão usando os softwares Slic3r, Repetier ou Simplify3D. Para a impressão dos objetos temos duas impressoras 3D: uma Cliever CL1 e uma GTMAX3D CORE A3V2 com as quais são produzidos diversos artefatos para o ensino de matemática, tanto do nível superior como do Ensino Básico.

A primeira máquina matemática que foi construída dentro do projeto “Construindo máquinas matemáticas com a impressora 3D” foi um elipsógrafo (artefato que desenha elipses) cujo modelo está disponível para download na comunidade de design Thingiverse da MakerBot⁵ e seu funcionamento já foi descrito no por Nicolletti (2017). Após a confecção do elipsógrafo, optou-se por construir uma máquina matemática que desenha parábolas, o parabológrafo. Num primeiro momento foram efetuadas pesquisas em sites que compartilham modelos 3D para impressão com o intuito de buscar um modelo pronto, como não encontramos nenhum modelo disponível, iniciamos a pesquisa sobre artefatos que são usados para desenhar parábolas, com a ideia de adaptar o projeto para a impressão 3D. Nessas pesquisas encontramos o site Mostra Matemática do Instituto Técnico Industrial da escola secundária científica “Galileo Galilei” que apresentava um artefato para desenhar parábolas que está representado na Figura 4.

5 Comunidade de design para descobrir, fazer e compartilhar coisas imprimíveis em 3D.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

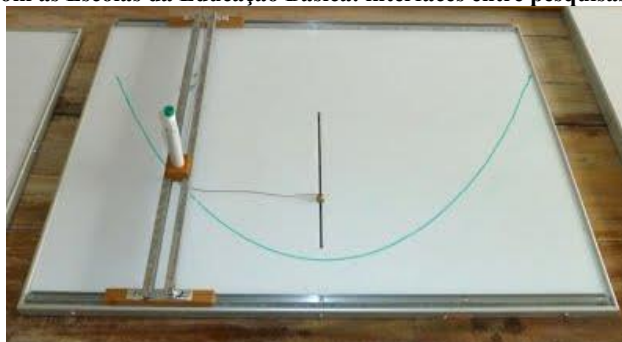


Figura 4: exemplo de Parabológrafo

Fonte: ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE LICEO SCIENTIFICO “GALILEO GALILEI”

Para produzir esse artefato na impressora 3D foi necessário primeiramente entender o seu funcionamento, fazer alguns esboços para na sequência modelar as partes que o compõe. Para a modelagem utilizamos Blender. Na sequência descrevemos os elementos que compõe o parabológrafo e suas finalidades. O artefato produzido está ilustrado na Figura 5 sendo composto por dois trilhos A e B no qual se movimentam horizontalmente os cursores C e D. Por sua vez nos cursores C e D são encaixados dois trilhos E e G. Os trilhos E e G sustentam o cursor L. Note que todo o conjunto formado pelos trilhos E e G e cursores C e D se desloca horizontalmente sobre os trilhos A e B, sendo que o cursor L se desloca verticalmente nos trilhos E e G. Os dois movimentos combinados dos cursores C e D e do cursor L servirão como guias para obter o desenho da parábola. Sendo que o cursor L possui uma estrutura modelada para encaixar um lápis ou caneta para efetuar o traçado da parábola.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

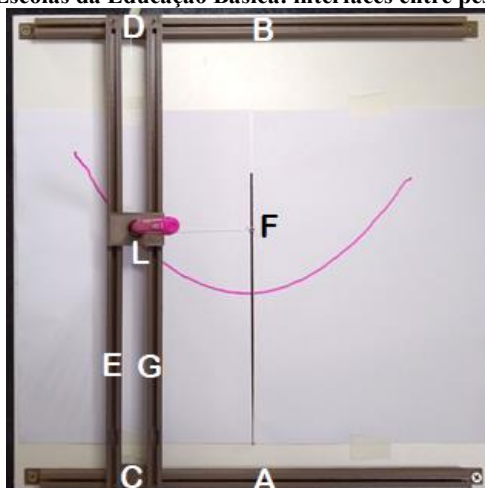


Figura 5: Parabológrafo

O artefato ilustrado na Figura 5, denominado parabológrafo, é o resultado final após serem impressas todas as partes que o compõe e montadas sobre uma plataforma de compensado branco. Antes disso, foram elaborados alguns protótipos para acertar as medidas que deram consistência ao modelo 3D final. Um exemplo disso foram os pinos (ponto H, na Figura 6), que engatam os cursores C e D para se movimentarem horizontalmente nos trilhos A e B. Na Figura 6a é possível identificar que um dos pinos foi quebrado durante o manuseio da peça. Para resolver esse problema, trocamos os pinos (H) por finos cilindros de metal, que foram aquecidos e conectados ao material impresso (Figura 6b), pois dessa forma a estrutura ficaria mais resistente e com menos chance de quebrar durante o uso nos trilhos.

Os cursores C e D são basicamente cilindros aos quais adaptamos pinos de metal (Figura 6). Os trilhos A e B foram parafusados a uma placa de madeira para ficarem fixos, neles foram encaixados os cursores C e D, que prendem os trilhos E e G, e por último encaixado o cursor L. Feito isso, é necessário marcar um ponto que será o foco da parábola (ponto F na Figura 5), para isso encaixamos um parafuso numa linha pré-marcada na base de madeira (apenas para deixar o desenho simétrico), e prendemos um fio (foi utilizado um fio de nylon) nos pontos F e D, com comprimento maior do que a distância de F até D e menor do que a distância de C até D mais a distância de C até F quando o centro dos



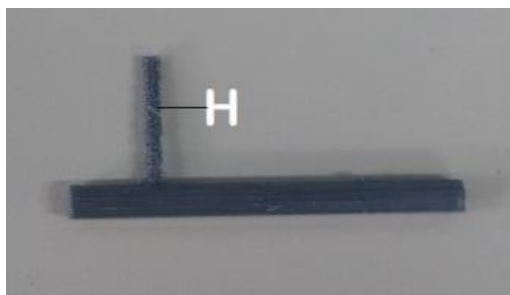
XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

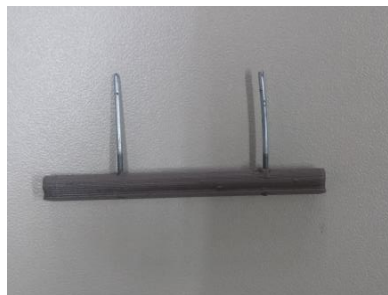
Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula
trilhos E e G estiver alinhado com F. Para obter o desenho da parábola o conjunto deve ser movimentado com uma caneta posicionada em L com o fio sempre esticado.



a) Pino danificado



b) Pino adaptado

Figura 6: Adaptação dos pinos para os cursores C e D

4. Modelagem do Parabológrafo

Para a modelagem do parabológrafo no software Blender foram utilizados algumas das geometrias fundamentais e operações booleanas que são ferramentas já prontas no Blender. Os trilhos A e B (idênticos) foram modelados subtraindo um cilindro de um paralelepípedo, obtido do cubo com a simples alteração das dimensões, e depois acoplado um suporte para parafusar os trilhos na madeira. Essa parte acoplada novamente é um paralelepípedo com um furo no meio (Figura 7a). Os trilhos E e G são uma única peça obtida trabalhando com as geometrias fundamentais do cubo e do cilindro, alterando as dimensões destes e fazendo operações booleanas de união e subtração (Figura 7b).



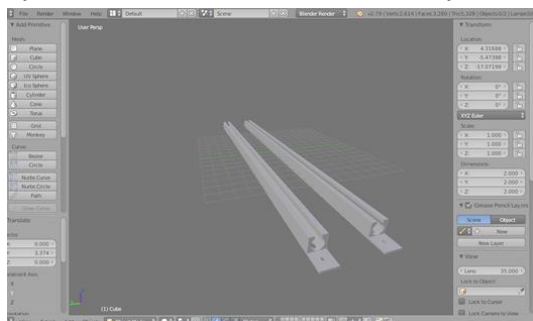
XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula



a) Trilhos A e B



b) Trilhos E e G

Figura 7: Trilhos

Para criar o cursor L (Figura 8) foram utilizadas as geometrias fundamentais cilindros, cones e cubo, e operações booleanas de subtração e união. Depois que os modelos digitais 3D estavam prontos no Blender, eles foram exportados em formato STL que é compatível com Slic3r que faz a conversão do modelo digital para fatias. Terminado o processo de construção do parabológrafo surge o questionamento: o desenho produzido pelo parabológrafo é realmente uma parábola? Na próxima seção discutiremos esse ponto.

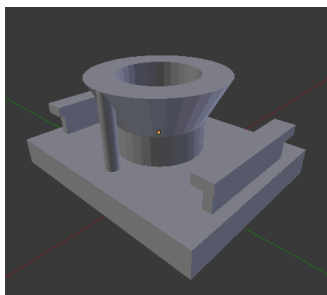


Figura 8: Cursor L

5. O parabológrafo desenha de fato parábolas?

Com as peças prontas, testamos a máquina e o resultado do desenho parecia ser uma parábola, mas era necessário justificar isso usando a definição de parábola, principalmente por não termos uma reta diretriz compondo as partes do parabológrafo.



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019

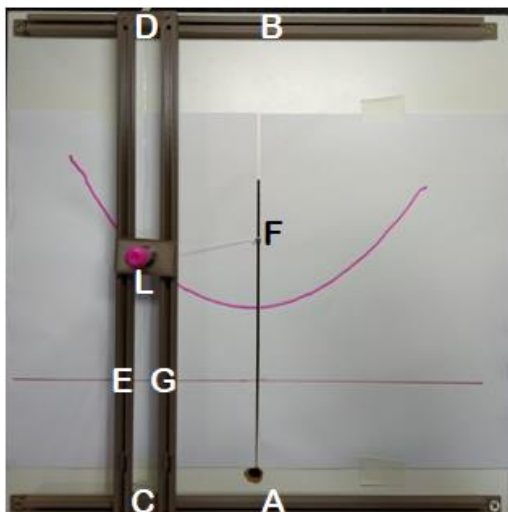


Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

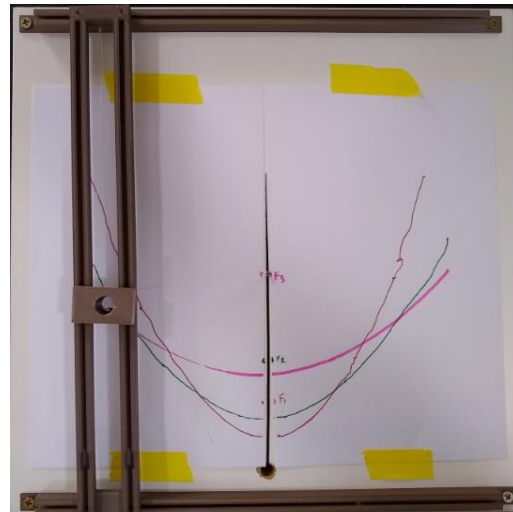
Note que o fio, que está ligado ao foco F e ao ponto D do parabológrafo deve-se manter esticado durante a movimentação dos cursores enquanto é construída a curva. Para provar que esta curva é uma parábola vamos recorrer a sua definição como lugar geométrico dos pontos que são equidistantes do foco e da reta diretriz. Inicialmente devemos estabelecer o foco e a diretriz. O foco é o ponto F em que foi fixado o parafuso. Considerando d o comprimento do fio, então a reta diretriz r é paralela aos trilhos A e B e equidista d do trilho B , ou seja, equidista d do cursor D . Assim, de acordo com a Figura 9a, temos que

$$\text{dist}(D, L) + \text{dist}(L, F) = d = \text{dist}(D, r) = \text{dist}(D, L) + \text{dist}(L, r)$$

sendo $\text{dist}(D, L)$ a distância do ponto D ao ponto L . Portanto, $\text{dist}(L, F) = \text{dist}(L, r)$. Ou seja, para qualquer ponto L da curva construída a distância de L até F é sempre a mesma que de L até a reta r , ou seja, os pontos da curva de fato formam uma parábola com foco em F e reta diretriz em r . Note que alterando o ponto do foco e/ou o comprimento do fio obtém-se uma nova configuração de parábola, ou seja, o desenho da parábola depende do foco e do comprimento do fio (Figura 9b).



a) Parabológrafo com a reta diretriz



b) Outras parábolas apenas alterando o foco

Figura 9: Construção da parábola



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula

6. Considerações Finais

Os artefatos e mecanismos relacionados a matemática sempre despertaram interesse de pesquisadores e artistas seja pela sua utilização tecnológica bem como sua utilização no ensino, embora a criação e produção de máquinas matemáticas tenham caído em desuso não deixaram de ser úteis e ainda hoje podem ser utilizados para o ensino de matemática. Com o surgimento dos softwares de geometria dinâmica e das impressoras 3D esses artefatos e mecanismos tomaram outros contornos e são úteis para mostrar propriedades matemáticas, mostrar a relação da teoria matemática com a realidade, fazer conjecturas e despertar o interesse pela matemática. A construção de um parabológrafo utilizando a impressora 3D demandou pesquisa sobre cônicas, modelagem de objetos tridimensionais no computador e impressão das peças que compõe o artefato. Porém, somente a construção do artefato não é suficiente é necessário que ele seja utilizado para o ensino e como pesquisa futura pretende-se elaborar atividades de ensino que utilizem o parabológrafo para o ensino do conceito de parábola.

7. Agradecimentos

Os autores agradecem à Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina (FAPESC) pelo fomento e incentivo ao grupo de Pesquisa em Educação Matemática e Sistemas Aplicados ao Ensino - PEMSA e ao Núcleo de Estudo e Pesquisa em Tecnologia Educacional e Educação Matemática - NEPesTEEM.

8. Referências

AGUIAR, L. C. D.; YONEZAWA, W. M. Construção de Instrumentos Didáticos com Impressoras 3D. In: **IV Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia**. Ponta Grossa. Anais SINECT, p.1-12, 2014.

BUSSI, M. G. B.; ISODA, D. T. M. Concrete models and dynamic instruments as early technology tools in classrooms at the dawn of ICMI: from Felix Klein to present



XIII ENEM

Encontro Nacional de Educação Matemática

Cuiabá/MT - 14 a 17 de Julho de 2019



Educação Matemática com as Escolas da Educação Básica: interfaces entre pesquisas e salas de aula
applications in mathematics classrooms in different parts of the world. In: **ZDM
Mathematics Education**, p.19–31, 2010.

COMENIUS, I. A. **Didactica Magna**. eBooksBrasil.com. Fundação Calouste Gulbenkian, 2001. Disponível em
<<http://www.ebooksbrasil.org/eLibris/didaticamagna.html>>. Acesso em: 11 fev. 2019.

ISTITUTO TECNICO INDUSTRIALE LICEO SCIENTIFICO “GALILEO GALILEI”. Disponível em:

<<http://mostramatematica.galileiviareggio.net/home/abstract>>. Acesso em: 28 mar. 2019.

LOPES, J. F. **Cônicas e aplicações**. 2011. 170 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Mestrado Profissional em Matemática, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, SP, 2011.

NICOLLETTI, L. P. **Cone de Apolônio**: História, Matemática e Material Concreto. 2017. TCC (Graduação)-Universidade do Estado de Santa Catarina, Curso de Licenciatura de Matemática, Joinville, 2017.

PEREIRA, P. F.; LOURENÇO, P. G.; BERGAMASCHI, M. P. Conceitos Iniciais sobre a Ferramenta Computacional Blender. **Unisanta Science And Technology**, Cubatão, v. 7, n. 1, p.26-32, 3 jul. 2018.

SERAFIM FILHO, Á. F. **A aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral no curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia**: Um estudo de caso com uma turma do primeiro ano. (Tese de Doutorado em Ciência da Educação), Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2016. Disponível em: <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/48708> .

SLIC3R, **Open source 3D printing toolbox**. Disponível em: <<https://slic3r.org/>>. Acesso em: 28 de mar. de 2019.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Geometria Analítica**. São Paulo: Mcgraw-hill, 1987.