

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**RAFAEL FELIPE JANSEN**

**ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DO COMPORTAMENTO**  
**TERMOMECÂNICO EM PILARES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE**  
**INCÊNDIO**

**JOINVILLE**

**2022**

**RAFAEL FELIPE JANSEN**

**ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DO COMPORTAMENTO  
TERMOMECÂNICO EM PILARES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE  
INCÊNDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC do Centro de Ciências Tecnológicas – CCT, da Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Itamar Ribeiro Gomes.

**JOINVILLE**

**2022**

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da  
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Jansen, Rafael Felipe  
Análise Numérica Não Linear do Comportamento  
Termomecânico em Pilares de Concreto Armado em Situação de  
Incêndio / Rafael Felipe Jansen. -- 2022.  
177 p.

Orientador: Itamar Ribeiro Gomes  
Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil, Joinville, 2022.

1. Análise termomecânica. 2. Incêndio. 3. Método dos  
elementos finitos. 4. Análise não linear estrutural. 5. Concreto  
armado. I. Gomes, Itamar Ribeiro. II. Universidade do Estado de  
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

**RAFAEL FELIPE JANSEN**

**ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR DO COMPORTAMENTO  
TERMOMECÂNICO EM PILARES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE  
INCÊNDIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – PPGEC do Centro de Ciências Tecnológicas – CCT, da Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

**BANCA EXAMINADORA**

Orientador:

---

Prof. Itamar Ribeiro Gomes, Dr.  
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)

Membros:

---

Prof<sup>a</sup>. Anelize Borges Monteiro, Dra.  
Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)

---

Prof. Kleyser Ribeiro, Dr.  
Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC)

Joinville, 30 de novembro de 2022.

## RESUMO

Estruturas em concreto armado sofrem alterações significativas em suas propriedades físicas, químicas e mecânicas, quando submetidas à ação do fogo. A temperatura interna dos elementos estruturais em situação de incêndio influencia diretamente a distribuição de tensão e atenua a amplitude do desempenho e tem sua resistência mecânica reduzida, principalmente devido à mudança de comportamento do material. A análise do desempenho de um elemento estrutural em temperatura elevada exige o conhecimento da evolução dos gradientes térmicos e do fluxo de calor no seu interior. Desta forma, foram levados em consideração os fatores que governam a resposta estrutural dos elementos em função da temperatura. O objetivo deste trabalho foi a realização de uma análise numérica do comportamento combinado termomecânico transiente considerando diversos fenômenos desprezados em análises simplificadas como a não linearidade geométrica, não linearidade das propriedades térmicas e mecânicas dos materiais e o efeito da dilatação térmica, apresentado em um modelo tridimensional não linear, para pilares curtos em concreto armado em situação de incêndio, através de modelagem estrutural em elementos finitos no programa computacional ABAQUS. Foi utilizado o modelo constitutivo de plasticidade com dano para o comportamento do concreto, conhecido como *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), as propriedades de resistência e deformação do aço em temperaturas elevadas foram obtidas a partir da relação tensão-deformação especificadas no Eurocode 2. O modelo numérico térmico e termomecânico em elementos finitos apresentou boa correlação com os resultados de ensaios experimentais e numéricos disponíveis na literatura. Para um fluxo unidirecional de calor, com cobrimento mínimo de 2,5 cm representou uma redução de temperatura de 63,63% para um incêndio de 30 minutos, 50,63% para 60 minutos, 43,76% para 90 minutos e 39,26% para 120 minutos. O diagrama de carga-deslocamento indica uma concordância significativa de 9,65% para carga final, entre o ensaio experimental e a simulação numérica para 300°C. A diferença na redução da capacidade de carga do pilar com 700°C de exposição ao fogo foi de 31,13% quando comparado com o mesmo pilar sem carga de fogo.

**Palavras-chave:** Análise termomecânica; Incêndio; Método dos elementos finitos; Análise não linear estrutural; Concreto armado.

## ABSTRACT

Reinforced concrete structures endure significant alterations in their physical, chemical, and mechanical properties when submitted to fire. The internal temperature of the structural elements during a fire occurrence directly influences the tension distribution and lessens the amplitude of the performance which decreases its mechanical resistance, largely due to the change in the material's behavior. The performance analysis of a structural element in high temperature requires a knowledge of the evolution of thermal gradients and the flow of the heat in its core. Thus, the factors that control the structural response of the elements according to temperature were considered. The objective of this study was to perform a numerical analysis of the combined transient thermomechanical behavior, considering several phenomena that are not contemplated in simplified analyses, including geometric nonlinearity, along with the nonlinearity of thermal and mechanical properties of the materials and the effect of thermal dilation, presented in a three-dimensional nonlinear model, for reinforced concrete short columns undergoing fire, through structural modeling in finite elements in the ABAQUS computer software. The damage-plasticity constitutive model was applied for the concrete's behavior, known as Concrete Damaged Plasticity (CDP), moreover, the resistance and deformation properties of steel in high temperatures were obtained from the stress-strain relation specified in Eurocode 2. The thermal and thermal mechanical numerical model in finite elements presented significant correlation with the results from the experimental and numerical trials available in literature. For a unidirectional heat flow with minimum coverage of 2.5 cm, it displayed a temperature decrease of 63.63% for a 30 minutes fire, 50.63% for 60 minutes, 43.76% for 90 minutes and 39.26% for 120 minutes. The load-displacement diagram indicates a significant agreement of 9.65% for the final load, between the experimental trial and the numerical simulation for 300°C. The difference in the decrease of the load capacity of the column with a 700°C of exposure to fire was 31.13% when compared with the same column with no fire load.

**Keywords:** Thermal mechanical analysis; Fire; Finite elements method; Nonlinear structural analysis; Reinforced concrete.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Incêndio no Edifício Wilton Paes de Almeida – São Paulo, 2019.....	29
Figura 2 – Colapso parcial devido incêndio do edifício Sede II da CESP – São Paulo, 1987. ....	29
Figura 3 – Colapso total edifício residencial e comercial Plasco Building – Tehran, 2017.....	29
Figura 4 – Incêndio no Catedral de Notre-Dame – Paris, 2019. ....	29
Figura 5 – Incêndio no Museu Nacional – Rio de Janeiro, 2018. ....	29
Figura 6 – Colapso Progressivo.....	30
Figura 7 – Colapsos localizados devido ao incêndio.....	30
Figura 8 – Tetraedro do fogo.....	32
Figura 9 – Curva típica do desenvolvimento de um incêndio. ....	33
Figura 10 – Curva nominal para materiais celulósicos ISO 834. ....	35
Figura 11 – Curva nominal ASTM E119 e ISO 834. ....	36
Figura 12 – Curva de incêndio externo em comparação com a curva ISO 834. ....	37
Figura 13 – Curva de incêndio de hidrocarbonetos. ....	38
Figura 14 – Fluxo de calor no pilar. ....	38
Figura 15 – Condução de calor no pilar. ....	40
Figura 16 – Convecção térmica no pilar.....	41
Figura 17 – Características da radiação térmica no pilar.....	42
Figura 18 – Fluxo de energia.....	43
Figura 19 – Fluxo de calor em um elemento de volume diferencial. ....	44
Figura 20 – Condições de contorno.....	48
Figura 21 – Problema do fluxo de calor e condições de contorno. ....	49
Figura 22 – Corpo sob a mudança de temperatura. ....	52
Figura 23 – Incompatibilidade térmica entre agregados e pasta de cimento hidratada. ....	54
Figura 24 – Processo físico-químico no aquecimento do concreto. ....	55
Figura 25 – Lascamento explosivo influenciado por poropressão e tensões térmicas. ....	56
Figura 26 – Variação da densidade do concreto.....	57
Figura 27 – Condutividade térmica do concreto. ....	60
Figura 28 – Calor específico do concreto.....	62
Figura 29 – Alongamento térmico do concreto em função da temperatura. ....	64
Figura 30 – Coeficiente de dilatação térmica do concreto. ....	65
Figura 31 – Condutividade térmica do aço.....	67

Figura 32 – Calor específico do aço. ....	68
Figura 33 – Alongamento térmico do aço em função da temperatura.....	69
Figura 34 – Dilatação térmica em função da temperatura do concreto e do aço.....	70
Figura 35 – Redução da resistência características do concreto em função da temperatura. ...	72
Figura 36 – Diagrama tensão-deformação do concreto em temperaturas elevadas. ....	73
Figura 37 – Variação da deformação $\varepsilon_{cl,\theta}$ em função da temperatura. ....	74
Figura 38 – Variação da deformação $\varepsilon_{cu,\theta}$ em função da temperatura. ....	75
Figura 39 – Redução da resistência características do concreto em função da temperatura. ...	75
Figura 40 – Diagrama tensão-deformação do concreto em função da temperatura. ....	76
Figura 41 – Exemplo de aquecimento e resfriamento do concreto. ....	77
Figura 42 – Relação tensão-deformação do concreto aquecido com $f_{ck}$ de 40 MPa. ....	78
Figura 43 – Redução da resistência à tração do concreto em temperaturas elevadas. ....	79
Figura 44 – Deformação térmica induzida por carregamento ( <i>LITS</i> ) em função da temperatura. ....	80
Figura 45 – Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço em temperaturas elevadas.....	84
Figura 46 – Fator de redução da resistência do aço em função da temperatura. ....	84
Figura 47 – Fator de redução do módulo de elasticidade do aço em função da temperatura...85	
Figura 48 – Modelo matemático do diagrama tensão-deformação do aço em função da temperatura. ....	87
Figura 49 – Redução da resistência ao escoamento do aço em função da temperatura. ....	88
Figura 50 – Diagrama tensão-deformação do aço CA-50 em função da temperatura. ....	89
Figura 51 – Comportamento elastoplástico. ....	90
Figura 52 – Isotermas para pilar de concreto 300x300mm. ....	92
Figura 53 – Isoterma de 500° para um pilar 30cm x 30cm. ....	94
Figura 54 – Redução da seção transversal de um pilar.....	95
Figura 55 – Fluxograma do processo de análise de elementos finitos. ....	96
Figura 56 – Fluxograma da análise numérica.....	97
Figura 57 – Declaração e solução do problema.....	98
Figura 58 – Domínio do problema e condições de contorno em três dimensões. ....	103
Figura 59 – Variação da temperatura no intervalo de tempo $\Delta t$ .....	105
Figura 60 – Processo de iteração. ....	107
Figura 61 – Iterações do Método Padrão de Newton-Raphson. ....	109
Figura 62 – Método do Comprimento de Arco. ....	110

Figura 63 – Itens de norma. ....	111
Figura 64 – Relação tensão-deformação. ....	113
Figura 65 – Comportamento uniaxial do concreto. ....	116
Figura 66 – Critério de escoamento Mohr-Coulomb e Drucker-Prager. ....	117
Figura 67 – Superfície de falha Drucker-Prager e von Mises. ....	118
Figura 68 – Estado de tensão em espaço de tensão principal. ....	121
Figura 69 – Critério de escoamento no plano meridional. ....	122
Figura 70 – Seção transversal desviatória da superfície de falha no CDP. ....	123
Figura 71 – Superfície hiperbólica de Drucker-Prager do potencial plástico no plano meridional $p-q$ . ....	124
Figura 72 – Superfície de escoamento em tensão plana. ....	125
Figura 73 – Representação da superfície de escoamento de von Mises. ....	127
Figura 74 – Critério de escoamento von Mises em função das tensões principais. ....	127
Figura 75 – Comportamentos pós-plástico dos materiais. ....	129
Figura 76 – Representação do comportamento perfeitamente plástico de um material. ....	130
Figura 77 – Representação do endurecimento isotrópico. ....	130
Figura 78 – Representação do endurecimento cinemático. ....	131
Figura 79 – Superfície de plastificação e direção do fluxo plástico no plano $p-t$ . ....	132
Figura 80 – Fluxograma das etapas no ABAQUS para simulação do elemento estrutural. ....	134
Figura 81 – Exemplos de elementos finitos usado na análise estrutural. ....	136
Figura 82 – Exemplos de elementos e convenção para nomenclatura do ABAQUS. ....	136
Figura 83 – Diagrama tensão-deformação em situação de incêndio: a) concreto, b) aço. ....	137
Figura 84 – Fluxograma para análise da resistência ao fogo de elementos estruturais. ....	138
Figura 85 – Modelo no ABAQUS: a) <i>Concrete Damaged Plasticity</i> , b) <i>Brittle Cracking</i> . ....	139
Figura 86 – Opção da não linearidade geométrica no ABAQUS/Standard. ....	140
Figura 87 – Geometria de um pilar em concreto armado: a) Seção homogênea sólida, b) Armaduras, c) Interação concreto-aço, d) Malha em EF, e) Condições de contorno. ....	144
Figura 88 – Detalhe seção transversal. ....	146
Figura 89 – Curva de aquecimento da seção transversal. ....	146
Figura 90 – Distribuição de temperatura da seção transversal para 120 minutos. ....	147
Figura 91 – Análise da temperatura para 30 minutos. ....	148
Figura 92 – Análise da temperatura para 60 minutos. ....	149
Figura 93 – Análise da temperatura para 90 minutos. ....	150

Figura 94 – Análise da temperatura para 120 minutos.....	151
Figura 95 – Isotermas na seção transversal 30 cm x 30 cm para: a) 30 minutos, b) 60 minutos, c) 90 minutos, d) 120 minutos. ....	152
Figura 96 – Isotermas na seção transversal 30 cm x 30 cm para 120 minutos: a) uma face exposta ao fogo, b) duas faces opostas expostas ao fogo, c) duas faces adjacentes expostas ao fogo, d) três faces expostas ao fogo.....	153
Figura 97 – Gradiente de temperatura unidirecional para 30, 60, 90 e 120 minutos. ....	154
Figura 98 – Pontos da análise numérica da temperatura na seção transversal do pilar. ....	154
Figura 99 – Gradiente de temperatura unidirecional para 30, 60, 90 e 120 minutos. ....	155
Figura 100 – Análise de deflexão de carga no pilar. ....	156
Figura 101 – Detalhe do pilar testado experimentalmente por Lie e Lin (1986). ....	158
Figura 102 – Modelagem do Pilar de Lie e Lin (1986) analisado no ABAQUS. ....	159
Figura 103 – Força axial no pilar devido à restrição à dilatação térmica. ....	159
Figura 104 – Localização dos pontos analisados na seção transversal.....	160
Figura 105 – Temperatura em várias profundidades do pilar.....	161
Figura 106 – Modelagem do pilar de Zhang (2017) no ABAQUS. ....	162
Figura 107 – Validação do pilar experimental e ABAQUS sob fogo. ....	162
Figura 108 – Detalhes dos pilares testados experimentalmente. ....	163
Figura 109 – Modelo no ABAQUS do Pilar testado experimentalmente. ....	164
Figura 110 – Carga-deslocamento.....	164
Figura 111 – Redução da capacidade de carga devido ao fogo.....	165
Figura 112 – Deslocamento vertical do pilar.....	165
Figura 113 – Comparação da relação carga-deslocamento em diferentes temperaturas.....	166

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Curva padrão ASTM E119. ....	36
Tabela 2 – Tipos de condições de contorno. ....	47
Tabela 3 – Condição de contorno da equação de difusão do calor na superfície ( $x = 0$ ). ....	50
Tabela 4 – Condutividade térmica dos constituintes do concreto. ....	58
Tabela 5 – Calor específico do concreto conforme o teor de umidade. ....	62
Tabela 6 – Fatores de redução da resistência do concreto. ....	71
Tabela 7 – Deformação específica do concreto em função da temperatura elevada. ....	74
Tabela 8 – Valores das relações para aços de armadura passiva. ....	83
Tabela 9 – Diferentes esquemas de integração no tempo. ....	106
Tabela 10 - Parâmetros de entrada do modelo CDP no ABAQUS. ....	126
Tabela 11 – Tipos de elementos selecionados no ABAQUS. ....	137
Tabela 12 – Análise da temperatura para 30 minutos. ....	148
Tabela 13 – Análise da temperatura para 60 minutos. ....	149
Tabela 14 – Análise da temperatura para 90 minutos. ....	150
Tabela 15 – Análise da temperatura para 120 minutos. ....	151
Tabela 16 – Temperatura nos pontos indicados [°C]. ....	155
Tabela 17 – Redução da temperatura conforme o cobrimento [%]. ....	156
Tabela 18 – Características dos pilares para validação termomecânica. ....	157

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
ASCE	<i>American Society of Civil Engineers</i>
ASTM	<i>American Society for Testing and Materials</i>
CAE	<i>Computer Aided Engineering</i>
CDP	<i>Concrete Damage Palsticity</i>
CEB	<i>Comité Euro-Internacional du Béton</i>
FIB	<i>Fédération Internationale du Béton</i>
LITS	<i>Load Induced Thermal Strain</i>
MDC	Mecânica do Dano contínuo
MEF	Método dos Elementos Finitos
MRP	Método dos Resíduos Ponderados
NBR	Normas Técnicas Brasileiras
NLF	Não Linearidade Física
NLG	Não Linearidade Geométrica
VER	Volume Elementar Representativo

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\theta$	Temperatura
$t$	Tempo
$q$	Fluxo de Calor
$\nabla T$	Gradiente de Temperatura
$k$	Condutividade Térmica
$K$	Kelvin
$\alpha$	Coefficiente de Transferência de Calor por Convecção
$T$	Temperatura da superfície do Corpo
$T_{\text{ext}}$	Temperatura Ambiente
$U$	Deslocamentos
$\varepsilon$	Emissividade do Elemento
$\sigma$	Constante de Stephan-Boltzmann
$A$	Área da Superfície Radiadora
$h$	Coefficiente de Transmissão de Calor por Convecção e Radiação
$\rho$	Densidade de Massa
$r$	Calor Gerado
$Q$	Energia Interna Gerada
$C_v$	Calor Específico
$\kappa$	Difusividade Térmica
$\lambda_c$	Condutividade Térmica do Concreto
$C_{v,\text{pico}}$	Calor Específico de Pico
$u$	Umidade
$\varepsilon$	Vetor deformação
$\varepsilon_c$	Deformação Linear Térmica do Concreto
$\Delta l$	Variação do Comprimento
$\lambda_{\text{aço}}$	Condutividade Térmica do Aço
$\varepsilon_{\text{aço}}$	Dilatação Térmica do Aço
$k_{c,\theta}$	Fator de Redução da Resistência à Compressão do Concreto
$f_{c,\theta}$	Resistência Característica à Compressão do Concreto na Temperatura $\theta$
$f_{ck}$	Resistência Característica do Concreto à Compressão
$\sigma_{c,\theta}$	Tensão de Compressão do Concreto à temperatura Elevada $\theta$

$\varepsilon_{c,\theta}$	Deformação Linear Específica Correspondente do Concreto à Temperatura Elevada $\theta$
$\varepsilon_{cl,\theta}$	Deformação Linear Específica Correspondente à Tensão de Resistência Máxima do Concreto à Temperatura Elevada $\theta$
$\varepsilon_{cu,\theta}$	Deformação Linear Última do Concreto à Temperatura Elevada $\theta$
$E_{c0,\theta}$	Módulo de Elasticidade do Concreto em Função da Temperatura $\theta$
$k_{c,t,(\theta)}$	Fator de Redução da Resistência à Tração do Concreto
$\varepsilon_{tot}$	Deformação Total do Concreto à Temperatura $\theta$
$\varepsilon_{th,\theta}$	Alongamento Térmico do Concreto à Temperatura $\theta$
$\varepsilon_{\sigma,\theta}$	Deformação Elástica Devido ao Carregamento $\theta$
$\varepsilon_{cr,\theta}$	Deformação por Fluência Básica à Temperatura $\theta$
$\varepsilon_{tr,\theta}$	Deformação Térmica Transiente à Temperatura $\theta$
$f_{yk,\theta}$	Resistência Característica do Aço na Temperatura $\theta$
$k_{s,\theta}$	Fator de Redução da Resistência do Aço na Temperatura $\theta$
$E_{s,\theta}$	Módulo de Elasticidade do Aço de Armadura Passiva à Temperatura $\theta$
$E_s$	Módulo de Elasticidade do Aço de Armadura Passiva à Temperatura Ambiente
$k_{Es,\theta}$	Fator de Redução do Módulo de Elasticidade do Aço na Temperatura $\theta$
$\sigma_{s,\theta}$	Tensão de Tração do Aço à Temperatura Elevada $\theta$
$\varepsilon_{s,\theta}$	Deformação Específica Correspondente do Aço à Temperatura Elevada $\theta$
$\varepsilon_{y,\theta}$	Deformação Específica do Aço à Temperatura Elevada $\theta$ , no Início do Patamar de Escoamento
$\varepsilon_{t,\theta}$	Deformação Específica do Aço à Temperatura Elevada $\theta$ , no Final do Patamar de Escoamento
$\varepsilon_{p,\theta}$	Deformação Específica do Aço à Temperatura Elevada $\theta$ , No Limite da Proporcionalidade do Material
$f_{pk,\theta}$	Resistência Correspondente ao Limite de Proporcionalidade do Aço à Temperatura Elevada $\theta$
$k_{p,\theta}$	Fator de Redução do Limite de Proporcionalidade
$\varepsilon$	Deformação Total
$\varepsilon^p$	Deformação Plástica
$\varepsilon^e$	Deformação Elástica
$\{\sigma\}$	Vetor do Tensor de Tensão
$\{\varepsilon\}$	Vetor do Tensor de Deformação

<b>[D]</b>	Matriz Constitutiva do Material
$\epsilon_{res}$	Emissividade Resultante do Elemento
<b>[C]</b>	Matriz de Capacidade Térmica
<b>[K]</b>	Matriz de Condutividade Térmica
<b>{f}</b>	Vetor de Fluxos de Calor Nodais
$E_0$	Módulo de Elasticidade do Material sem Dano
$d_c$	Dano em Compressão do Concreto
$d_t$	Dano em Tração do Concreto
$\sigma_c$	Tensão de Compressão
$\sigma_t$	Tensão de Compressão
$\epsilon_c^{el}$	Deformação por Esmagamento à Compressão Elástica
$\epsilon_c^{pl}$	Deformação por Esmagamento à Compressão Plástica
$\epsilon_t^{el}$	Deformação por Fissuração à Tração Elástica
$\epsilon_t^{pl}$	Deformação por Fissuração à Tração Plástica
$\xi$	Distância Diagonal ao Longo do Espaço
$I_1$	Primeiro Invariante do Tensor Tensão
$I_2$	Segundo Invariante do Tensor Tensão
$I_3$	Terceiro Invariante do Tensor Tensão
$\rho$	Coordenada Radial
$\theta$	Ângulo de Lode
$J_1$	Primeiro Invariante do Tensor Tensão Desviatório
$J_2$	Segundo Invariante do Tensor Tensão Desviatório
$J_3$	Terceiro Invariante do Tensor Tensão Desviatório
$\lambda$	Autovalores do Tensor Tensão
$p_{ij}$	Tensão Principal
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker
$s_{kk}$	Tensor Tensão Desviatório
$\hat{n}$	Vetor do Plano Octaédrico
$T_{oct}^n$	Vetor Tensão sobre o Plano Octaédrico
$\sigma_{oct}$	Vetor Tensão Normal do Plano Octaédrico
$\sigma_m$	Tensão Normal Média
$\alpha$	Ângulo, coeficiente de transmissão de calor
$\beta$	Parâmetro de deformação
$k$	Constante que Depende do Material

$\Phi$	Ângulo de Atrito Interno
$c$	Coesão do Material
$f_c$	Força de Compressão Uniaxial
$\sigma_{ij}$	Tensor Tensão
$\sigma_{eq}$	Tensão Equivalente
$G$	Potencial de Fluxo
$\psi$	Ângulo de Dilatação
$\epsilon$	Excentricidade
$K_c$	Proporção do Segundo Invariante de Tensão
$\mu$	Parâmetro de Viscosidade
$\Delta \mathbf{u}$	Deslocamento Incremental
$\Delta \theta$	Temperatura Incremental
$K_{ij}$	Submatrizes da Matriz Jacobiana
$\Delta c$	Cobrimento Nominal
$\Omega$	Domínio
$\Gamma$	Contorno
$\Delta \ell / \ell$	Alongamento/deformação
$\nu$	Coefficiente de Poisson

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	21
1.1	OBJETIVOS .....	22
1.1.1	<b>Objetivo geral</b> .....	22
1.1.2	<b>Objetivos específicos</b> .....	22
1.2	JUSTIFICATIVAS .....	23
1.3	METODOLOGIA.....	24
2	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	26
2.1	PESQUISAS NO CONTEXTO EXPERIMENTAL .....	26
2.2	PESQUISA NO CONTEXTO NUMÉRICO.....	27
2.3	COLAPSO ESTRUTURAL DEVIDO AO INCÊNDIO.....	28
2.4	CARACTERIZAÇÃO DO INCÊNDIO .....	31
2.5	CURVA PADRONIZADA TEMPERATURA-TEMPO .....	34
2.5.1	<b>Curva de incêndio-padrão ISO 834</b> .....	35
2.5.2	<b>Curva de incêndio externo</b> .....	37
2.5.3	<b>Curva de incêndio hidrocarbonetos</b> .....	37
2.6	TRANSFERÊNCIA DE CALOR.....	38
2.6.1	<b>Transferência de calor por condução</b> .....	39
2.6.2	<b>Transferência de calor por convecção</b> .....	41
2.6.3	<b>Transferência de calor por radiação</b> .....	42
2.6.4	<b>Equação do fluxo de calor</b> .....	43
2.6.5	<b>Casos particulares</b> .....	45
2.6.6	<b>Condições iniciais e de contorno</b> .....	46
3	<b>ANÁLISE TERMOMECÂNICA</b> .....	51
3.1	ANÁLISE ESTRUTURAL SOB TEMPERATURA ELEVADA .....	51
3.2	DEFORMAÇÃO TÉRMICA .....	52

3.3	PROPRIEDADES FÍSICO-QUÍMICAS DO CONCRETO .....	53
3.3.1	<b>Massa específica</b> .....	56
3.3.2	<b>Condutividade térmica</b> .....	58
3.3.3	<b>Calor específico</b> .....	60
3.3.4	<b>Dilatação térmica</b> .....	63
3.4	PROPRIEDADES FÍSICAS DO AÇO .....	65
3.4.1	<b>Massa específica</b> .....	66
3.4.2	<b>Condutividade térmica</b> .....	66
3.4.3	<b>Calor específico</b> .....	67
3.4.4	<b>Dilatação térmica</b> .....	68
3.5	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO .....	70
3.5.1	<b>Redução da resistência à compressão do concreto</b> .....	71
3.5.2	<b>Diagrama tensão-deformação do concreto</b> .....	72
3.5.3	<b>Resistência à tração do concreto</b> .....	78
3.5.4	<b>Componentes da deformação térmica do concreto</b> .....	79
3.6	PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO .....	81
3.6.1	<b>Redução da resistência ao escoamento do aço e módulo de elasticidade</b> .....	82
3.6.2	<b>Redução do módulo de elasticidade do aço</b> .....	84
3.6.3	<b>Diagrama tensão-deformação do aço de armadura passiva</b> .....	85
3.7	TEORIA DA PLASTICIDADE .....	89
3.7.1	<b>Relações constitutivas de elasticidade</b> .....	90
3.8	PILARES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO .....	91
3.9	MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA ANÁLISE TÉRMICA .....	92
3.9.1	<b>Método simplificado do EN 1992-1-2:2004</b> .....	93
4	ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR .....	96
4.1	MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS – MEF .....	98
4.1.1	<b>Formulação MEF Aplicado ao Problema de Condução de Calor</b> .....	99

4.1.2	<b>Método dos Resíduos Ponderados</b> .....	100
4.1.3	<b>Equação de Equilíbrio – MEF</b> .....	101
4.1.4	<b>Solução do Problema Transiente de Condução de Calor</b> .....	104
4.2	<b>SOLUÇÃO INCREMENTAL-ITERATIVA PARA SISTEMAS NÃO LINEARES</b> .....	106
4.2.1	<b>Método de Newton-Raphson</b> .....	108
4.2.2	<b>Método do Comprimento de Arco – Método de Riks</b> .....	109
4.2.3	<b>Critério de Convergência</b> .....	111
4.3	<b>EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS</b> .....	113
4.4	<b>MECÂNICA DO DANO</b> .....	113
4.5	<b>COMPORTAMENTO DO CONCRETO</b> .....	114
4.5.1	<b>Modelo Constitutivo de Dano Plástico do Concreto (CDP)</b> .....	115
4.5.2	<b>Fundamentos Do Modelo de Drucker-Prager</b> .....	119
4.5.3	<b>Modelo Constitutivo Do Concreto</b> .....	122
4.6	<b>COMPORTAMENTO DO AÇO</b> .....	126
4.6.1	<b>Armadura Longitudinal E Transversal</b> .....	128
4.7	<b>LEIS DE ENDURECIMENTO DO MATERIAL</b> .....	129
4.7.1	<b>Endurecimento isotrópico</b> .....	130
4.7.2	<b>Endurecimento cinemático</b> .....	131
4.7.3	<b>Endurecimento combinado</b> .....	131
4.7.4	<b>Regra do fluxo e potencial plástico</b> .....	131
4.8	<b>PROGRAMA COMPUTACIONAL ABAQUS</b> .....	133
4.9	<b>ANÁLISE GERAL</b> .....	138
4.10	<b>MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES</b> .....	138
4.11	<b>ANÁLISE TÉRMICA ACOPLADA</b> .....	141
4.11.1	<b>Implementação exata</b> .....	142
4.11.2	<b>Implementação aproximada</b> .....	143

5	<b>RESULTADOS DAS ANÁLISES .....</b>	144
5.1	ANÁLISE TÉRMICA - VALIDAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	146
5.2	ANÁLISE TERMOMECAÂNICA ACOPLADA - VALIDAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS .....	156
6	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	167
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	169
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	170

## 1 INTRODUÇÃO

Com o desenvolvimento da construção civil, houve a necessidade da criação de estruturas economicamente viáveis e ao mesmo tempo mais seguras. Devido a essa realidade, estudos apurados sobre o comportamento estrutural possibilitaram novos métodos e procedimentos de cálculos, que tornaram possível o surgimento de novas tecnologias.

Ao longo dos anos, e principalmente em decorrência de desastres causados por grandes incêndios em estruturas de concreto armado, diversas pesquisas têm sido desenvolvidas em relação ao desempenho de elementos estruturais expostos ao fogo. O concreto é conhecido por ser um material incombustível e ter bom desempenho em caso de incêndio. Devido às dimensões dos elementos estruturais, relativamente grandes, e baixa difusividade térmica, quando comparado com estruturas de aço e madeira, o concreto armado possui boa resistência natural ao fogo, e consequentemente, o calor penetra lentamente na seção transversal do elemento. Os requisitos de estruturas expostas ao fogo referem-se à capacidade do elemento estrutural manter sua integridade quando sujeito a altas temperaturas.

Os elementos estruturais submetidos ao fogo perdem parte da sua resistência mecânica como consequência da degradação das propriedades dos materiais durante o processo de aquecimento. A análise do desempenho de estruturas de concreto armado em situação de incêndio é um problema complexo, onde processos analíticos, de solução exata, poucas vezes são viáveis ou até mesmo possíveis. A modelagem computacional se apresenta como alternativa viável, para a análise de pilares de concreto armado em situação de incêndio, devido ao fato de ensaios em laboratório serem caros e complexos, sendo necessário utilizar métodos numéricos como, Método dos Elementos Finitos, para esta análise.

Os pilares são elementos estruturais verticais que recebem e transmitem as cargas de toda a edificação para as fundações. A elevação da temperatura decorrente de incêndio faz com que a capacidade resistente do pilar diminua e, em consequência, reduz o efeito das restrições às translações e rotações, implicando em grandes deslocamentos que pode levar ao colapso estrutural. Devido aos efeitos de 2ª. ordem concomitante com os grandes deslocamentos decorrentes de dilatações térmicas, resultantes das altas temperaturas, os pilares apresentam maior probabilidade de ruptura em comparação com vigas e lajes.

A resistência ao fogo de estruturas de concreto armado depende fortemente do cobrimento da armadura, pois a baixa condutividade térmica do concreto atua como isolamento mantendo o aço relativamente protegido das altas temperaturas. A resistência da

armadura pode ser significativamente reduzida, caso a eficácia do cobrimento seja comprometida.

Devido ao sistema estrutural e ao processo construtivo, a força de compressão que atua no pilar é excêntrica. Essa excentricidade de carga, assim como as imperfeições geométricas iniciais, contribui com o efeito da não linearidade geométrica (NLG). O concreto armado é um material que apresenta um comportamento não linear, e quando combinado com o aço, o seu comportamento é ainda mais complexo, devido à interação que ocorre entre ambos os materiais, ou seja, a não linearidade física (NLF), cuja lei constitutiva não obedece à lei de Hooke.

Recentemente, modelos numéricos e experimentais cada vez mais refinados permitem um melhor conhecimento e entendimento do comportamento da estrutura e dos materiais em elevadas temperaturas. Diante disso, os programas computacionais desenvolvidos a partir de pesquisas científicas, como é o caso do presente trabalho, se tornam importantes alternativas para a análise de elementos estruturais em situação de incêndio.

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral desse trabalho é a análise numérica do comportamento combinado termomecânico de pilares de concreto armado quando expostos ao fogo, através de modelagem estrutural em elementos finitos no programa computacional ABAQUS. O modelo numérico em elementos finitos foi ajustado a partir dos resultados de ensaios experimentais e numéricos realizados em outros estudos, para descrever o comportamento não linear do concreto e do aço, a partir da degradação de sua rigidez.

### 1.1.2 Objetivos específicos

- a) Realizar uma revisão dos parâmetros que influenciam o comportamento térmico de pilares de concreto armado de resistência normal, expostos ao fogo.
- b) Propor modelos numéricos, por meio do método dos elementos finitos, para representar as não linearidades geométricas e de material, de pilares em concreto armado submetida a temperaturas elevadas.

- c) Realizar a modelagem para análise numérica em elementos finitos utilizando o programa computacional ABAQUS, com o intuito de obter modelos capazes de simular resultados experimentais e avaliar as soluções mais adequadas para o desempenho de pilares de concreto armado em situação de incêndio, validando-se assim, os modelos térmico e termomecânico.
- d) Realizar estudo paramétrico das propriedades térmicas das resistências do concreto, analisando numericamente o comportamento estrutural do pilar e buscar parâmetros comportamentais para os diferentes tipos de pilares estudados.

## 1.2 JUSTIFICATIVAS

Com o aumento de acidentes envolvendo incêndio em edificações no Brasil, cresceu a necessidade de estudar o comportamento das estruturas submetidas a altas temperaturas.

Dentre os elementos de concreto, decidiu-se estudar os pilares pelo fato de possuírem importância principal, uma vez que são os elementos responsáveis por suportar e transmitir todas as cargas da edificação para as fundações. Destaca-se ainda a influência dos pilares em relação à estabilidade global da estrutura.

A utilização de modelos numéricos para análise das estruturas de concreto armado, sob a ação do fogo, frente aos ensaios em laboratórios, é vantajosa em termos de tempo, custo e complexidade do ensaio. Esta complexidade é definida pela diversidade de parâmetros que estabelecem as situações de risco e resistência ao fogo em relação aos elementos estruturais.

O objetivo da segurança contra incêndio não se resume a minimizar o risco à vida, paralelamente preocupa-se com a limitação dos danos físicos à construção. Preocupações contra o colapso estrutural, composta por ações protetoras visando controlar o risco de ruína total ou parcial da edificação comprometida pelo incêndio, comprovam a necessidade de elaborar projetos sustentáveis, levando em consideração a sua resistência ao fogo.

Catástrofes históricas e recentes, de estruturas submetidas ao fogo, intensificam a busca pelo conhecimento específico das características mecânicas do concreto armado. Em situação de incêndio, o concreto sofre alterações significativas em suas propriedades físicas, químicas e mecânicas, durante o processo de aquecimento.

Apesar da abundância de informações, ainda permanecem áreas que precisam ser mais estudadas e também esclarecidas, como o projeto de estruturas de concreto armado resistente ao fogo, além de estruturas mais econômicas para resistir a incêndios.

A presente dissertação é uma proposta de utilização de modelos computacionais para tais simulações, sendo possível estudar e compreender o comportamento das estruturas expostas a temperatura elevada, em relação à capacidade resistente e geometria – neste trabalho em específico, pilares – em situações de incêndio.

### 1.3 METODOLOGIA

A análise estrutural via Método de Elementos Finitos (MEF) é realizada através de discretização de um domínio em subdomínios. Permite encontrar soluções bastante próximas da exata para geometrias complexas, que não possuem solução analítica. Além disso, a utilização de um pacote comercial, o programa ABAQUS/CAE, elimina a necessidade de programação e validação do pacote numérico.

Neste trabalho foi elaborado um modelo numérico tridimensional utilizando o programa computacional ABAQUS para realizar análises termomecânicas transientes, ou seja, avaliações considerando a variabilidade dos parâmetros de acordo com o aumento da temperatura. Para isso foi necessário o acoplamento de duas áreas de análises de engenharia: térmica e mecânica.

A escolha pelo elemento estrutural de um pilar em concreto armado sob as ações térmicas decorrentes de incêndio está alinhada com o crescente dano causado nas estruturas de edificações. O material concreto e aço possuem boas propriedades mecânicas, mas o pilar analisado isoladamente em uma edificação pode comprometer toda a estrutura em caso de ruptura.

Foram realizadas análises numéricas com o programa computacional ABAQUS, baseado no MEF, muito difundido em simulações e análises numéricas de elementos estruturais com quaisquer propriedades e geometrias.

Inicialmente foi realizada uma pesquisa bibliográfica acerca do tema deste trabalho, com a finalidade de assimilar os aspectos mais importantes e os parâmetros que dominam os mecanismos de funcionamento dos pilares em concreto armado. Buscou-se ainda compreender a qualidade dos resultados a partir de análises numéricas, visto que os resultados dos modelos numéricos devem estar de acordo com o comportamento real dos elementos estudados. Na pesquisa bibliográfica ainda são discutidos alguns aspectos normativos para o cobrimento da armadura e resistência do concreto, assim como as curvas padrões de incêndios.

A partir das constatações provenientes da pesquisa bibliográfica, iniciou-se o processo de modelagem numérica. As modelagens numéricas serão suportadas pelos manuais do programa computacional ABAQUS e também por alguns parâmetros encontrados em literaturas reunidos na revisão bibliográfica. Nas análises numéricas serão consideradas as não linearidades dos materiais, geométricas, assim como a aderência perfeita entre concreto e aço.

Com os resultados desta análise paramétrica, foram avaliadas as modificações nos comportamentos destes modelos. Nestas avaliações comparativas, se levou em conta as curvas carga-deslocamento, as cargas de ruptura, as deformações e tensões nas armaduras, os fluxos de tensões e gradientes térmicos.

Finalmente, foram interpretados os resultados com a finalidade de concluir sobre a influência das modificações nos comportamentos dos pilares, principalmente no âmbito das cargas de ruptura, rigidez, distribuição de tensões e gradientes térmicos.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A revisão bibliográfica da presente dissertação aborda trabalhos com ênfase em análises experimentais e simulações numéricas.

Nos trabalhos com ênfase experimental, buscaram-se autores que realizaram ensaios experimentais em laboratórios com o intuito de analisar e descrever de forma sucinta o comportamento de pilares sob a ação de temperaturas elevadas. A importância desta análise se dá na compreensão dos mecanismos de funcionamento, como por exemplo, modos de ruptura, fluxos de tensões, rigidez e capacidade de carga.

Com a evolução computacional, a partir do final da década de 1970 e início da década de 1980, muitos métodos matemáticos tornaram-se populares e acessíveis em diversas áreas da pesquisa, visto que as resoluções de problemas, anteriormente, de soluções complexas, tornaram-se mais simples. Atualmente, é comum utilizar-se de ferramentas computacionais com a finalidade de simular o comportamento de estruturas e o comportamento de ensaios laboratoriais, visando diminuir os gastos com materiais. Esses métodos numéricos permitem obter o gradiente de temperatura e demais grandezas de interesse durante o aquecimento dos elementos estruturais em situação de incêndio.

Basicamente, quando se realizam análises e comparações numéricas baseadas em modelos experimentais, deve-se inicialmente verificar se existe compatibilidade entre os resultados encontrados, como por exemplo, modos de ruptura, carga de ruptura, rigidez do elemento e fluxos de tensões. Assim, é essencial validar os resultados, qualitativamente e quantitativamente, adequados para a estrutura em estudo.

### 2.1 PESQUISAS NO CONTEXTO EXPERIMENTAL

Neste item serão discutidos trabalhos e suas conclusões acerca do comportamento de pilares em situações de incêndio, com ênfase em estudos experimentais.

A construção em concreto armado é amplamente utilizada em edifícios devido a várias vantagens, incluindo alta resistência ao fogo. Essa maior resistência ao fogo é atribuída principalmente à menor condutividade térmica, maior capacidade térmica e menor resistência e degradação da rigidez do concreto, no entanto, são suscetíveis à degradação induzida pelo fogo na forma de lascamento, rachadura ou esmagamento de concreto. O concreto, especificamente em temperaturas elevadas, sofre grandes deformações que resultam de quatro

componentes diferentes da tensão: as deformações mecânicas, térmicas, transitórias e de fluência (KUDOR; ALOGLA, 2017).

Segundo Hamed e Lai (2016), os pilares de concreto armado quando submetidos a forças de compressão verticais excêntricas, têm sua ruína de forma repentina e drástica, que pode resultar da flambagem, ruptura do material ou uma combinação devido à interação entre as não linearidades físicas e geométricas.

Estruturas baseadas no método da rigidez direta para análise termomecânica não linear de concreto armado são derivadas da teoria de Euler-Bernoulli, e são expressos em termos de estabilidade dependente da temperatura e funções de curvatura (PRAKASH; SRIVASTAVA, 2018).

Strauss *et al.* (2018) desenvolveram uma modelagem com o uso de métodos não lineares para análise na confiabilidade global para casos em que pilares de concreto romperam devido a uma perda de estabilidade antes de atingir sua resistência de projeto, nas seções transversais críticas. Uma ruptura por flambagem é uma ruína frágil que ocorre sem aviso prévio e a probabilidade de sua ocorrência está relacionada com a esbeltez do pilar.

Tan e Nguyen (2013) realizaram uma pesquisa experimental sobre pilares de concreto armado em situação de incêndio, submetidos a forças excêntricas e a restrições axiais. O desenvolvimento de forças de restrição induzido pelo calor aumenta com a excentricidade, mas diminui com o nível de carga inicial.

Conforme Pul *et al.* (2021), a exposição a altas temperaturas pode afetar consideravelmente o desempenho estrutural e a capacidade de carga dos elementos estruturais de concreto armado, levando a um colapso parcial ou total. Os resultados indicam que a exposição ao fogo pode reduzir a capacidade de carga axial.

## 2.2 PESQUISA NO CONTEXTO NUMÉRICO

Neste item serão discutidos trabalhos e suas conclusões acerca do comportamento de pilares de concreto armado, com ênfase em análises numéricas. É importante observar que muitos dos trabalhos apresentados abaixo também possuem ênfase experimental, onde os autores realizaram comparações entre os comportamentos entre os modelos numéricos e experimentais.

Ni e Gernay (2020) implementaram modelos computacionais para avaliar o comportamento dos pilares sobre a ação do fogo, através de elementos finitos de casca. Os

resultados demonstraram que o fogo provoca consideráveis deformações, além de diminuição significativa da capacidade resistente de carga.

Para determinar com precisão a resistência ao fogo em pilares retangulares, as influências da flambagem local devem ser incluídas nos procedimentos de análise não linear e modelos matemáticos devem ser formulados para previsões de resistência ao fogo em pilares esbeltos, através de elementos finitos (KAMIL *et al.*, 2019).

Sosso *et al.* (2021) contribuíram com análises numéricas utilizando elementos finitos para modelar elementos de concreto armado submetidos a temperaturas elevadas. Os resultados computacionais foram comparados aos dados experimentais.

Assad *et al.* (2022) apresentaram um estudo comparativo dos resultados numéricos da análise de transferência de calor em elementos de concreto armado expostos ao incêndio-padrão. Um modelo tridimensional em elementos finitos foi construído para comparar os resultados da simulação de análise térmica e distribuição de temperaturas na seção transversal.

### 2.3 COLAPSO ESTRUTURAL DEVIDO AO INCÊNDIO

Recentes catástrofes reforçam a busca pela compreensão das alterações das propriedades físicas e químicas do concreto, resultando na redução das propriedades mecânicas, quando exposto à temperaturas elevadas.

A condição de verificação da segurança contra incêndio, que antes era feita somente sob o ponto de vista arquitetônico, hidráulico e elétrico deve ser estendida ao projeto estrutural, a fim de evitar o colapso estrutural (ruína prematura parcial ou total), permitindo a fuga dos ocupantes da edificação e as operações de combate ao incêndio.

Durante a ocorrência de um incêndio, o aumento da temperatura dos elementos estruturais em decorrência do fogo, causa redução da resistência, aumento das deformações, e o surgimento de esforços solicitantes adicionais decorrentes das restrições às deformações de origem térmica.

As Figuras 1 a 5, apresentam o colapso estrutural devido a ação do fogo nas estruturas de concreto armado, devido à exposição prolongada à altas temperaturas.

Figura 1 – Incêndio no Edifício Wilton Paes de Almeida – São Paulo, 2019.



Fonte: <https://jornalistaslivres.org/estrutura-do-predio-wilton-paes-propagou-o-fogo-e-causou-desabamento/> - (acesso em 19 de abril de 2021).

Figura 2 – Colapso parcial devido incêndio do edifício Sede II da CESP – São Paulo, 1987.



Fonte: BERTO, Antonio Fernando. Incêndios em estruturas de concreto—Estudos de alguns casos marcantes ocorridos em São Paulo. Revista ALCONPAT, (2020).

Figura 3 – Colapso total edifício residencial e comercial Plasco Building – Tehran, 2017.



Fonte: [https://en.wikipedia.org/wiki/Plasco\\_Building](https://en.wikipedia.org/wiki/Plasco_Building).

Figura 4 – Incêndio no Catedral de Notre-Dame – Paris, 2019.



Fonte: <https://g1.globo.com/mundo/noticia/2019/04/15/incendio-na-catedral-de-notre-dame-em-paris-fotos.ghml>.

Figura 5 – Incêndio no Museu Nacional – Rio de Janeiro, 2018.

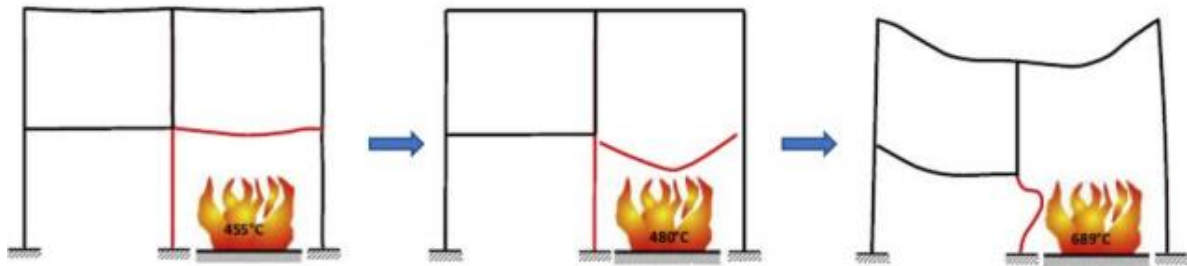


Fonte: <https://veja.abril.com.br/brasil/incendio-destrui-predio-do-museu-nacional-no-rio-de-janeiro/> - (acesso em 19 de abril de 2021).

Projetos de estruturas de concreto em situação de incêndio têm por finalidade a resistência ao fogo dos elementos estruturais, e têm como objetivo principal a prevenção ao colapso durante um incêndio. Neste sentido, o colapso é classificado como local ou global.

O colapso global (ou progressivo) é definido como a propagação de uma ruptura local de um elemento estrutural a outro, resultando eventualmente no colapso de toda ou, desproporcionalmente, de parte da estrutura, a partir de um dano inicial (ASCE, 2017), conforme apresentado na Figura 6.

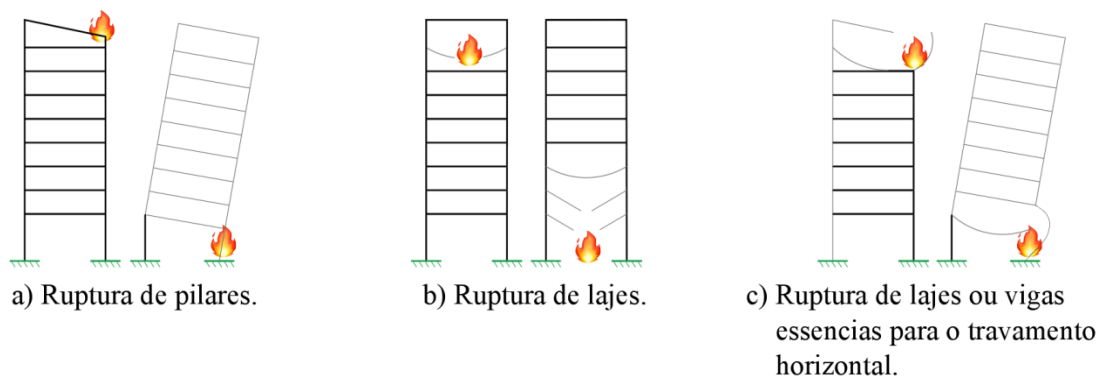
Figura 6 – Colapso Progressivo.



Fonte: Adaptado de SUN *et al.* (2015).

O colapso localizado (Figura 7) é definido como a ruptura de um único elemento estrutural, como por exemplo, de uma viga, laje ou pilar, sem comprometer estabilidade global da edificação. Este dano não provoca o desabamento de toda estrutura, dependendo de sua gravidade, mas pode comprometer o elemento em particular, e ser um indício de risco de colapso iminente.

Figura 7 – Colapsos localizados devido ao incêndio.



Fonte: Adaptado de Costa (2008).

O projeto em situação de incêndio envolve as variáveis da Termodinâmica e Transferência de Calor e Mecânica das Estruturas, além da iteração entre elas (termomecânica), em que as propriedades mecânicas e térmicas dependem da temperatura. (COSTA, 2008).

Em estruturas em situação de incêndio, não é apenas a temperatura máxima que é importante, mas também a taxa na qual a temperatura aumenta (taxa de aquecimento). A primeira determina as temperaturas máximas dentro do concreto e a última influencia a probabilidade de ocorrência de lascamentos explosivos (*explosive spalling*).

De acordo com Khoury (2000), a resistência à compressão, por exemplo, não varia apenas de concreto para concreto, depende de seus elementos constituintes (agregados), mas também de outros fatores, como carga externa, aquecimento e condições de umidade. Durante o aquecimento, o concreto também sofre deformação térmica e fluência que é irrecuperável acima de 100°C.

Segundo a NBR 15200 (ABNT, 2012), plastificações, ruínas e até colapsos locais são aceitos, porém, a estrutura só poderá ser reutilizada após sua capacidade remanescente tiver sido verificada. Dimensionar a estrutura para situação de incêndio não impede que haja deformações e fissuras exageradas (SILVA, 2012).

Em razão disto, a estrutura só pode ser reutilizada após um incêndio se for vistoriada, tiver sua capacidade remanescente verificada e sua recuperação for projetada e executada. Essa recuperação implica que a estrutura volte a ter as propriedades que apresentava antes do incêndio, com todas as capacidades últimas e de serviço exigidas recuperadas para condição de uso. Essa verificação pode eventualmente concluir que não existe necessidade de recuperação da estrutura, se o incêndio foi de pequena intensidade ou se a estrutura tinha proteção excessiva (ABNT NBR 15200, 2012).

Os pilares de concreto armado são elementos estruturais importantes quando se estuda uma estrutura em situação de incêndio. Quando exposto ao fogo, força axial adicional pode ser gerada em virtude da dilatação térmica devido ao alongamento restringido. O colapso desses pilares pode comprometer o equilíbrio e a estabilidade da estrutura.

O programa computacional ABAQUS é utilizado para analisar pilares de concreto armado em situação de incêndio, levando-se em conta as reduções das propriedades mecânicas devido ao aumento da temperatura, à fissuração do concreto, à plastificação do aço e aos efeitos das restrições térmicas.

## 2.4 CARACTERIZAÇÃO DO INCÊNDIO

O incêndio em uma edificação ocorre devido à combustão dos materiais que se encontram nele, tratando-se de um fenômeno físico-químico. O fenômeno do fogo é sustentado por quadro elementos fundamentais para sua existência: combustível, comburente

(oxigênio), calor e reação em cadeia. Esse quarto elemento, também denominado de transformação em cadeia, irá formar o tetraedro do fogo (Figura 8).

Figura 8 – Tetraedro do fogo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Os elementos combustível, comburente e calor, isoladamente, não produzem fogo, no entanto quando eles interagem simultaneamente entre si, formam uma reação em cadeia, que gera combustão e permite que esta se mantenha. Alguns autores apontam a reação em cadeia como um quarto elemento, porém, analisando a função dela na combustão, se verifica que ela nada mais é do que a interação do combustível, comburente e calor. Cada incêndio em particular tem um comportamento próprio, que depende das proporções desses três fatores.

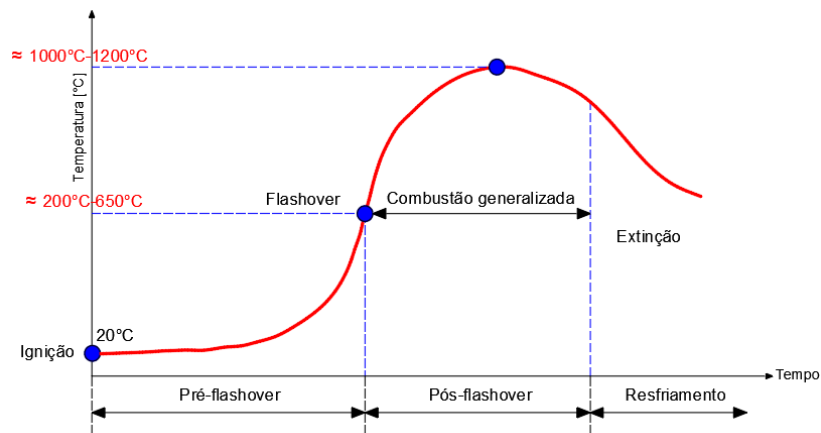
Incêndios reais variam de acordo com o ambiente onde ocorrem e possuem três estágios para o desenvolvimento do fogo. A fase inicial é o princípio de incêndio e a temperatura do fogo progride lentamente, aquecendo os materiais combustíveis até atingirem sua temperatura de ignição, e assim o incêndio começa a se propagar por todo o ambiente.

No segundo estágio, denominado de combustão generalizada, ocorre o efeito da convecção. Ao atingir o ponto máximo de temperatura os gases acabam inflamando-se instantaneamente, então ocorre o *flashover*, deixando toda a área envolvida pelas chamas, podendo a temperatura ultrapassar os 700°C.

Enfim, o estágio final conhecido como resfriamento é caracterizado pela redução gradual da temperatura, esgotando os focos de incêndio.

A forma comum de se modelar o incêndio é através de curvas que relacionam a elevação da temperatura dos gases em um ambiente em chamas com o tempo de duração do incêndio. A curva temperatura-tempo típica de incêndio compartimentado é representada na Figura 9.

Figura 9 – Curva típica do desenvolvimento de um incêndio.



Fonte: Adaptado de ISO/TR3814. Tests for measuring reaction-to-fire of building materials – Their development and application (1989, p. 4).

O estudo de estruturas em concreto amado em situação de incêndio é fundamental para conhecer o comportamento dos elementos estruturais em temperaturas elevadas quando decorrentes de ação térmica. Este efeito devido às altas temperaturas causa redução das resistências e do módulo de elasticidade, além do surgimento eventual de esforços solicitantes adicionais devido às restrições impostas na construção.

As estruturas quando projetadas e dimensionadas, estão sujeitas a esforços devido ao peso próprio, carga accidental, ação do vento, carga dinâmica e térmica, entre outras. A ação térmica é caracterizada segundo a frequência do evento considerado, podendo ser ação normal ou ação excepcional. Em uma situação de incêndio, a ação térmica é de caráter excepcional, descrita pelos fluxos de calor através de radiação e convecção na estrutura (SILVA, 2004). O efeito desta ação é o aumento da temperatura dos elementos estruturais, ou seja, a transferência de calor para a estrutura.

Na curva apresentada na Figura 9, observam-se três fases distintas de um incêndio: a fase de ignição (inicial), a fase de aquecimento (desenvolvimento) e a fase de resfriamento (extinção). As principais características dessas fases são apresentadas a seguir:

- A fase de ignição apresenta temperaturas variando entre 20°C a 70°C, com uma duração aproximada de 3 a 5 minutos. O volume de chamas é baixo, e a elevação da temperatura é lenta. O incêndio é considerado de pequenas proporções e não apresenta riscos à estrutura (GOUVEIA, 2017);
- A transição entre a fase de ignição e a de aquecimento ocorre o *flashover* ou instante de inflamação generalizada, durante o qual o fogo se propaga de maneira repentina. O incêndio entra na fase de aquecimento elevando a temperatura até

atingir seu valor máximo, sendo totalmente desenvolvido. Há riscos de colapso ou de perda de integridade dos elementos estruturais (PURKISS *et al.*, 2013);

- A fase de resfriamento caracteriza-se pela redução progressiva da temperatura, próximo de 80% da temperatura máxima, com uma duração média entre 2 e 3 horas, até atingir seus valores iniciais (GUO; SHI, 2011; VELARDE, 2018).

## 2.5 CURVA PADRONIZADA TEMPERATURA-TEMPO

A representação de incêndios reais e seus efeitos em estruturas são uma ação de considerável complexidade. A curva temperatura-tempo depende da geometria do compartimento onde ocorre o incêndio, das características térmicas de todos os materiais que realizam a vedação, da quantidade e localização dos materiais combustíveis e do nível de ventilação existente no local (MAXIMIANO, 2018).

As normas apresentam meios de realizar a modelagem da temperatura através de curvas de incêndio nominais e paramétricas. Parte-se do princípio de que o incêndio já atingiu o *flashover* (incêndio totalmente desenvolvido), de forma que a fase inicial de ignição é desprezada. As curvas nominais são termos genéricos para qualificação de incêndios padronizados. Elas podem ser definidas por meio de uma expressão ou tabelas, e não dependem da dimensão e tipo da edificação em incêndio.

A norma Eurocode 1 (EN 1991-1-2:2002) apresenta três equações de curva para incêndio, com temperatura ambiente inicial adotada em  $t = 0$ , de 20°C:

- **Curva para incêndio-padrão ISO 834-1 (1999):**

$$\theta_g = 20 + 345 \log_{10} (8 t + 1) \quad (1)$$

- **Curva para incêndio externo:**

$$\theta_g = 660 (1 - 0,687 e^{-0,32 t} - 0,313 e^{-3,8 t}) + 20 \quad (2)$$

- **Curva para incêndio de hidrocarbonetos:**

$$\theta_g = 1080 (1 - 0,325 e^{-0,167 t} - 0,675 e^{-2,5 t}) + 20 \quad (3)$$

onde:

$\theta_g$ : é a temperatura do gás no compartimento de incêndio;

t: é o tempo em minutos;

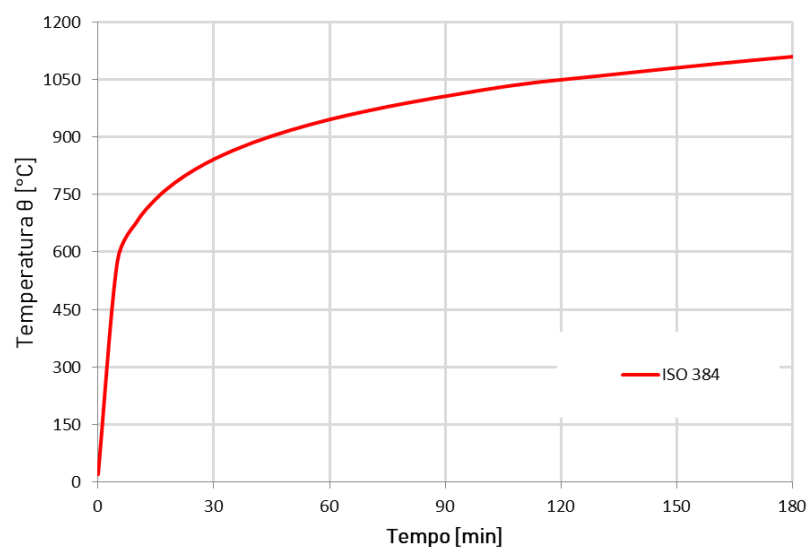
Nos próximos itens são detalhadas as características da curva de incêndio-padrão ISO 834, curva de incêndio externo e curva de incêndio hidrocarbonetos.

### 2.5.1 Curva de incêndio-padrão ISO 834

A curva de incêndio padrão da ISO 834 (1999) é, conforme apresentado por Costa (2008), a uniformização de duas outras curvas, a americana ASTM E119 (1918) e a britânica BS476 (1932), uma vez que era preciso padronizar internacionalmente, facilitando-se assim o intercâmbio entre os países da União Europeia (COSTA, 2008).

A norma ISO 834 “*Fire-Resistance Tests – Elements of Building Construction*” foi publicada em 1975, e apresenta a equação (1) para a curva de temperatura-tempo para materiais celulósicos. As Figuras 10 e 11 apresentam as curvas da ISO 834 e da ASTM E119, respectivamente, conforme Tabela 1. O Eurocode 1 (EN 1991-1-2:2002), assim como as normas brasileiras NBR 5628 (ABNT, 2001), NBR 14432 (ABNT, 2001) e NBR 15200 (ABNT, 2012), recomendam o uso da curva apresentada pela ISO 834 (1999).

Figura 10 – Curva nominal para materiais celulósicos ISO 834.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

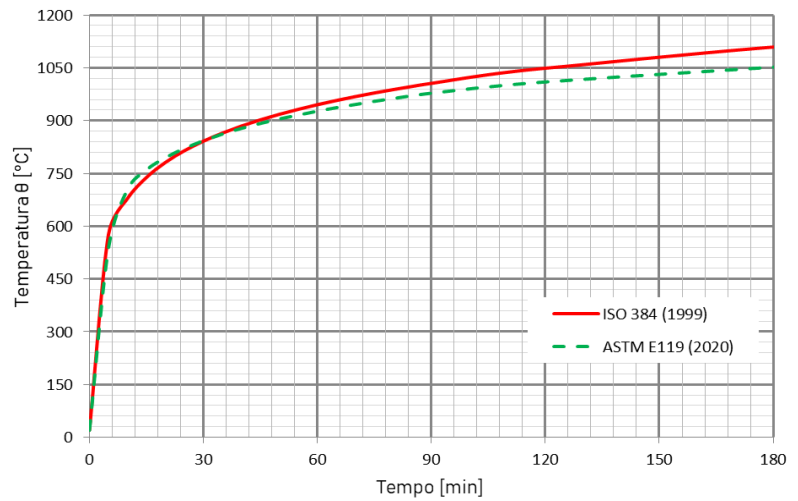
As curvas de incêndio ASTM E119 e ISO 834 são similares (Figura 11).

Tabela 1 – Curva padrão  
ASTM E119.

Tempo (min)	$\theta$ (°C)
0	20
5	538
10	704
15	760
20	795
25	821
30	843
35	862
40	878
45	892
50	905
55	916
60	927
65	937
70	946
75	955
80	963
85	971
90	978
120	1010
240	1093
480	1260

Fonte: ASTM E119 (2020).

Figura 11 – Curva nominal ASTM E119 e ISO 834.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A equação (4) representa a forma aproximada para determinar a curva de temperatura da ASTM E119:

$$\theta_g = 750[1 - e^{-3,79553\sqrt{t}}] + 170,41\sqrt{t} + 20 \quad (4)$$

sendo:

t: tempo em horas.

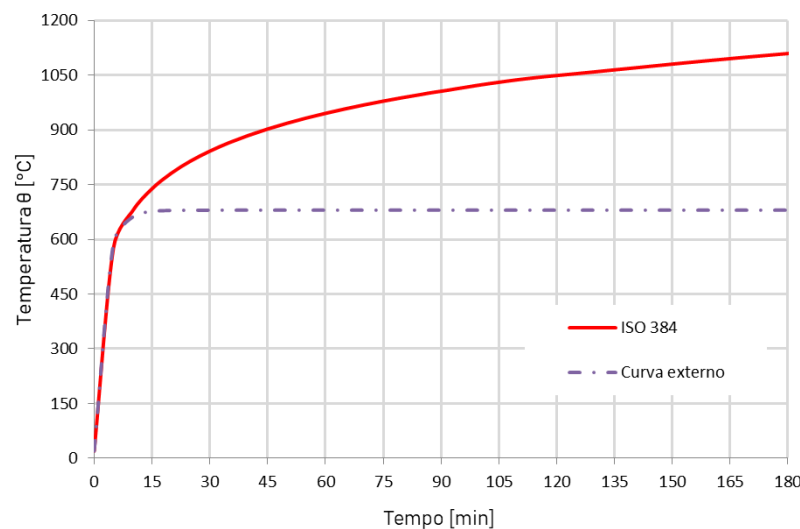
A determinação dos valores da Tabela 1 é baseada em ensaios experimentais para temperaturas máximas de incêndios reais.

Esta curva é utilizada em ensaios experimentais em fornos de modo a determinar a resistência de elementos estruturais a altas temperaturas. Embora tenha pouca realidade física, o objetivo de sua utilização é a unificação de ensaios em fornos, permitindo que os resultados em laboratórios diferentes sejam comparados (REAL, 2003).

### 2.5.2 Curva de incêndio externo

A curva de incêndio externo, apresentada pelo Eurocode 1 (EN 1991-1-2:2002) e ilustrada na Figura 12 representa um cenário onde a carga de incêndio do compartimento é composta por materiais de origem celulósica, e a temperatura interna do compartimento é superior à temperatura externa da estrutura (COSTA, 2008).

Figura 12 – Curva de incêndio externo em comparação com a curva ISO 834.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

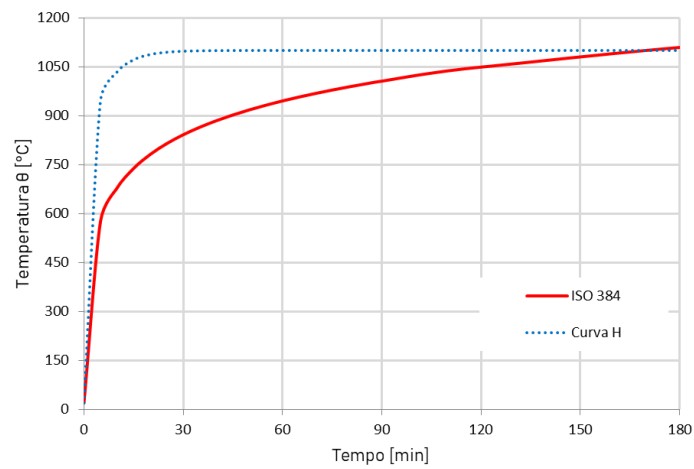
Esta curva é utilizada para elementos que estão na fachada dos edifícios e, portanto, estão sob a ação de temperaturas menos intensas do que os elementos que estão na área interna, onde estão as chamas. Os elementos externos são as paredes, marquises e parapeitos, atingidos pelo incêndio devido à presença de aberturas - portas e janelas.

### 2.5.3 Curva de incêndio hidrocarbonetos

A curva de incêndio de hidrocarbonetos (curva H), apresentada pelo Eurocode 1 (EN 1991-1:2002) e ilustrada na Figura 13, representa um cenário de pequenos incêndios onde a carga é composta por materiais derivados do petróleo (CANER *et al.*, 2005).

Atualmente, o uso da curva de hidrocarbonetos é voltado para o projeto de estruturas de túneis e vias de transporte onde os veículos possuem combustíveis inflamáveis (COSTA, 2008).

Figura 13 – Curva de incêndio de hidrocarbonetos.



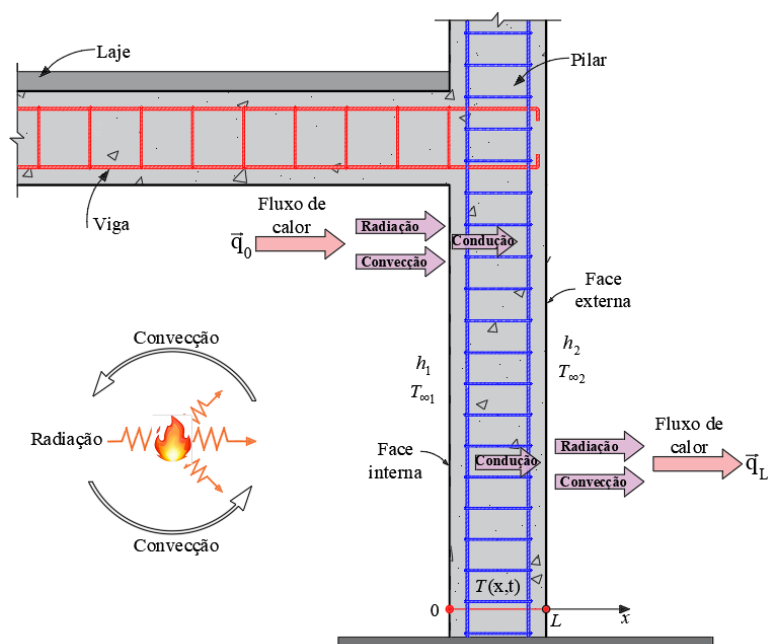
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Existem, ainda, as curvas naturais, as quais têm a influência de fatores característicos do cenário de incêndio.

## 2.6 TRANSFERÊNCIA DE CALOR

O fluxo de calor é uma forma de transferência de energia térmica em um meio contínuo que ocorre de três maneiras: condução, convecção e radiação (Figura 14).

Figura 14 – Fluxo de calor no pilar.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

### 2.6.1 Transferência de calor por condução

A condução térmica é a transferência de energia na forma de calor, causada pela colisão e vibração de moléculas e átomos (sem transporte de massa).

A temperatura ( $T_{(x,t)} > 0$ ) é a grandeza física que mede a energia cinética média de cada grau de liberdade de cada uma das partículas de um sistema em equilíbrio térmico. Em experimentos, foi comprovado que as partículas quentes tendem a dar calor às partículas mais frias. A unidade SI de temperatura absoluta é o Kelvin,  $[T] = K$ . Zero absoluto  $T = 0K \approx -273,15^\circ C$  é uma temperatura teórica quando os mesmos átomos e elétrons param de se mover.

Quando um meio contínuo sofre uma variação de temperatura não uniforme, o calor é transferido de uma região de temperatura mais alta para uma temperatura mais baixa. Quando este fenômeno ocorre sem transporte de massa, isso é conhecido como um problema de condução de calor. A lei fenomenológica (equação constitutiva do fluxo de calor) que governa o comportamento de condução de calor pode ser definida por meio da lei de condução de calor de Fourier, que afirma que o fluxo de calor é proporcional ao gradiente de temperatura, equação (5). A lei desenvolvida por Jean Baptiste Joseph Fourier (1822) para condução de calor expressa em  $J/m^2s$ :

$$q = -\mathbf{k} \cdot \frac{\partial T}{\partial \vec{x}} = -\mathbf{k} \cdot \nabla_{\vec{x}} T \quad (5)$$

onde:

$q$ : é o fluxo de calor por unidade de área por unidade de tempo, e sua unidade no SI é  $q =$

$$\frac{J}{m^2s} = \frac{W}{m^2};$$

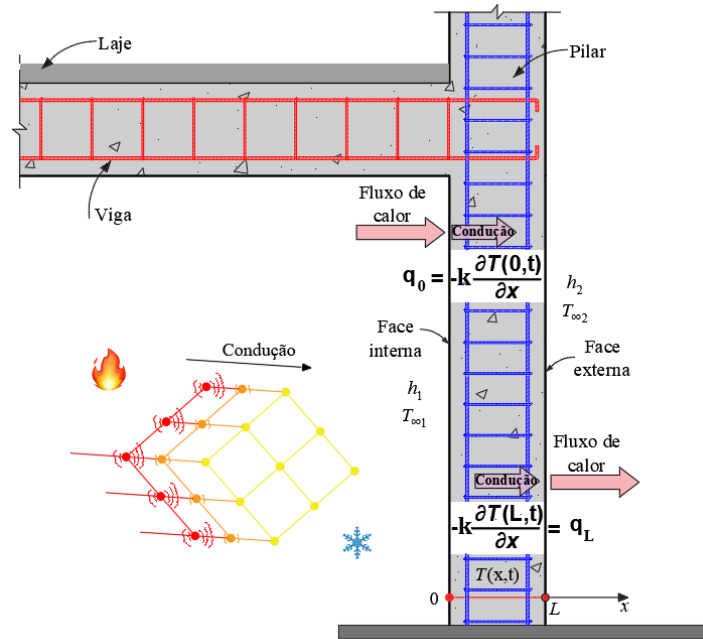
$\nabla_{\vec{x}} T$ : é o gradiente de temperatura onde sua unidade no SI é  $[\nabla_{\vec{x}} T] = \frac{K}{m}$ ;

$\mathbf{k}$ : é o tensor da condutividade térmica, cuja unidade no SI é  $[\mathbf{k}] = \frac{W}{mK}$ ;

$K$ : é a temperatura em Kelvin.

A lei de Fourier de condução de calor não é universal, pois existem materiais complexos cujo fluxo de calor é governado por leis mais complexas. O sinal negativo na lei é devido ao vetor de fluxo de calor ser sempre oposto ao gradiente de temperatura. O vetor de gradiente de temperatura  $\nabla_{\vec{x}} T$  aponta do ponto mais frio para a região mais quente, enquanto o vetor de fluxo de calor ( $q$ ) aponta da mais quente para a região mais fria (fato físico), conforme ilustra a Figura 15.

Figura 15 – Condução de calor no pilar.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

O tensor de condutividade térmica ( $\mathbf{k}$ ) contém as propriedades térmicas do material, que são obtidos em laboratório, e depende da porosidade, densidade de massa, composição, etc. Explicitamente, os valores de  $\mathbf{k}$  são:

$$(\mathbf{k})_{ij} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{material isotrópico}} (\mathbf{k})_{ij} = k \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Materiais isotrópicos são aqueles que têm a mesma propriedade em qualquer direção, com o tensor de condutividade representado por um tensor esférico. A condutividade e outras propriedades podem ser funções da temperatura, o que torna a análise térmica não linear.

### 2.6.2 Transferência de calor por convecção

A transferência de calor por convecção ocorre em um ambiente fluido onde há partículas em movimento entre regiões com diferentes temperaturas, ilustrada na Figura 16. Este fenômeno é regido pela Lei de resfriamento de Newton (1701):

$$q = \alpha(T - T_{ext}) \quad (6)$$

onde:

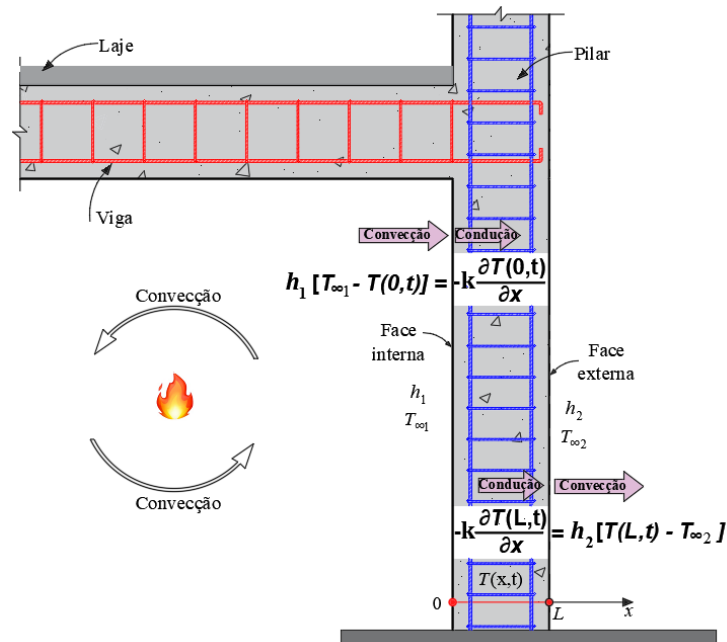
$q$ : é o fluxo de calor por convecção [ $\text{W}/\text{m}^2$ ];

$\alpha$ : é o coeficiente de transferência de calor por convecção por unidade de área [ $\text{W}/\text{m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ ];

$T$ : é a temperatura da superfície do corpo [ $^\circ\text{C}$ ];

$T_{ext}$ : é a temperatura ambiente [ $^\circ\text{C}$ ].

Figura 16 – Convecção térmica no pilar.



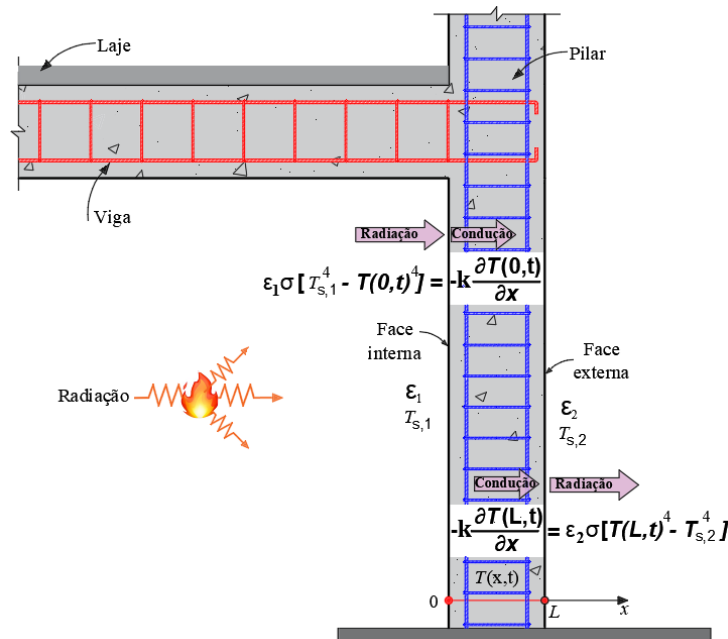
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Se for considerada uma sala em que existe um radiador, as partículas de ar em contato com a superfície do radiador aumentam sua temperatura e sua densidade diminui, de modo que as partículas ascendentes quentes deslocam as partículas mais frias movendo-se para baixo, e devido a este movimento, o calor será transferido para toda sala.

### 2.6.3 Transferência de calor por radiação

A radiação térmica é o processo pelo qual a energia térmica é transferida entre duas superfícies, obedecendo às leis de radiação eletromagnética (transporte de fótons). A radiação que incide diretamente sobre uma superfície não é totalmente absorvida devido às características do material e parte dessa radiação é refletida, conforme ilustra a Figura 17.

Figura 17 – Características da radiação térmica no pilar.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A lei fenomenológica que rege este fenômeno é a lei de Stefan-Boltzmann. A parcela do fluxo de calor absorvida pela superfície do material devido à radiação, é calculada pela equação (7), determinada experimentalmente por Josef Stefan (1879) e, analiticamente por Ludwig Boltzmann (1884).

$$q = \varepsilon \sigma A T^4 \quad (7)$$

onde:

q: fluxo de calor absorvido pela superfície por unidade de área [W/m²];

ε: emissividade do elemento;

σ: constante de Stephan-Boltzmann [5,67037 x 10<sup>-8</sup> W/m²K⁴];

A: área da superfície radiadora;

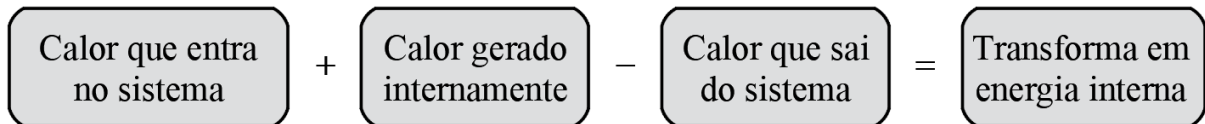
T: temperatura da superfície do elemento [K].

O fluxo de calor prescrito no instante  $t$ ,  $h$  é o coeficiente combinado de transmissão de calor por convecção e radiação ( $h = \alpha_c + \alpha_r$ ),  $T_s$  e  $T_\infty$  são as temperaturas na superfície do corpo sólido e dos gases, respectivamente. No caso de uma superfície perfeitamente isolada (ou adiabática), o fluxo de calor é tomado igual a zero.

#### 2.6.4 Equação do fluxo de calor

A equação diferencial parcial que governa o problema de transferência de calor pode ser obtida através do fluxo de energia, demonstrado na Figura 18:

Figura 18 – Fluxo de energia.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Se considerar um elemento de volume diferencial (Figura 19), no qual existem fluxos de calor de entrada e saída, e considerar a energia gerada internamente representada por  $Q = \rho r$  (por unidade de volume por unidade de tempo), a função escalar  $r$  descreve o calor gerado que pode ser causado por um fenômeno como um produto químico, ou reação nuclear. Como a temperatura do corpo aumenta, parte da energia térmica é armazenada no corpo. Para um elemento de volume diferencial ( $dx_1 dx_2 dx_3$ ) esta energia armazenada é governada pela expressão (8):

$$\rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} dx_1 dx_2 dx_3 \quad (8)$$

onde:

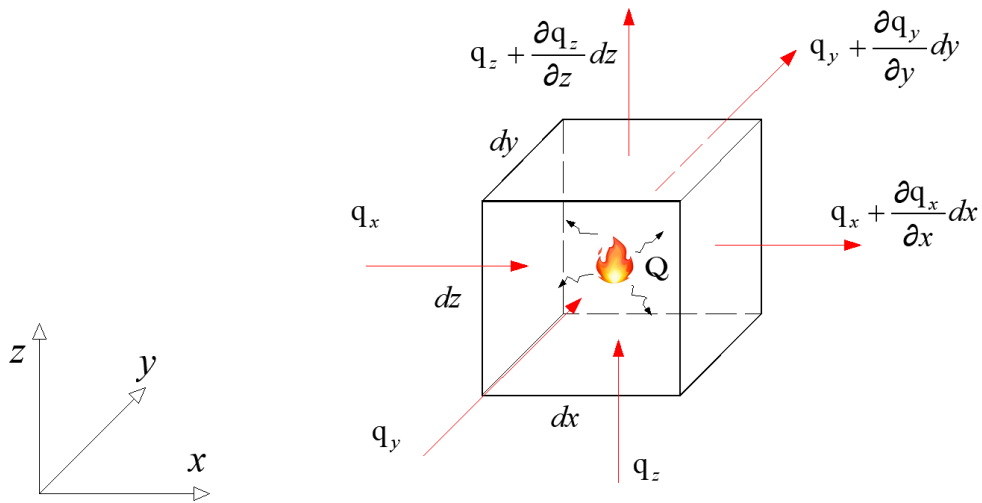
$\rho$ : é a massa específica [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ];

$r$ : calor gerado [ $\text{J}/\text{kg s}$ ];

$[Q]$ : é a energia interna gerada [ $\text{J}/\text{m}^3\text{s}$ ]

$C_v$ : é a capacidade de calor específico em um volume constante [ $\text{J}/\text{kg}^\circ\text{C}$ ].

Figura 19 – Fluxo de calor em um elemento de volume diferencial.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Considerando a mudança de nomenclatura, onde as coordenadas  $x_1 \equiv x$ ,  $x_2 \equiv y$ ,  $x_3 \equiv z$ ; as componentes do fluxo de calor  $q_1 \equiv q_x$ ,  $q_2 \equiv q_y$ ,  $q_3 \equiv q_z$ . Desta forma, empregando a notação de engenharia, ao aplicar a lei de conservação de energia em todo o elemento diferencial se obtém:

$$\begin{aligned}
 & q_x dydz + q_y dx dz + q_z dx dy + Q dx dy dz \\
 & - \left[ \left( q_x + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx \right) dy dz + \left( q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx dz \right. \\
 & \left. + \left( q_z + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz \right) dx dy \right] = C_v \frac{\partial T}{\partial t} \rho dx dy dz \quad (9) \\
 & \rightarrow Q - \left[ \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t}
 \end{aligned}$$

que resulta na equação (10) do fluxo de calor:

$$Q - [\nabla_{\vec{x}} \cdot \mathbf{q}] = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow Q + [\nabla_{\vec{x}} \cdot (\mathbf{k} \cdot \nabla_{\vec{x}} T)] = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (10)$$

onde  $\nabla$  é o operador de Laplace e aplicando a lei de Fourier da condução de calor  $q_i = -k_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j}$  e supondo as hipóteses de homogeneidade térmica e isotropia, a condutividade

térmica  $k$ , é constante em qualquer ponto do material e em qualquer direção, a equação de calor (10) torna-se a equação (11):

$$Q + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( k \frac{\partial T}{\partial z} \right) = \rho C_v \frac{\partial T}{\partial t} \quad (11)$$

$$\rightarrow \frac{Q}{k} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t}$$

onde  $\kappa$  é conhecido como *difusividade térmica*, cuja unidade no SI é  $[m^2/s]$ :

$$\kappa = \frac{k}{\rho C_v} \quad (12)$$

### 2.6.5 Casos particulares

A solução da equação da condução de calor em muitas situações é bastante complexa e, verdadeiramente, na maioria dos casos práticos não existe uma solução analítica, pois se refere a um problema que depende das condições inicial e de contorno. Nesse caso, tornam-se úteis os métodos numéricos. Por isso, ela é geralmente resolvida para diversos casos que dependem da geometria do problema, do tipo (regime permanente e transiente) e das condições iniciais e de contorno. Evidentemente, procura-se uma solução do tipo:  $T = T(x, y, z, t)$ .

- Regime permanente (ou estacionário) e  $k$  uniforme  $T = T(\vec{x})$ :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (13)$$

a equação (11) torna-se a equação (14) de Poisson:

$$\frac{Q}{k} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{Q}{k} + \nabla_{\vec{x}}^2 T = 0 \quad (14)$$

- Regime permanente sem geração interna de energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad ; \quad Q = 0 \quad (15)$$

neste cenário a equação (11) torna-se a equação (16) de Laplace:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla_{\vec{x}}^2 T = 0 \quad (16)$$

- Problema transiente,  $T = T(\vec{x}, t)$  dependente do tempo, sem geração interna de energia ( $Q = 0$ ) a equação (11) torna-se a equação (17) de Fourier:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad \rightarrow \quad \nabla_{\vec{x}}^2 T = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (17)$$

### 2.6.6 Condições iniciais e de contorno

Um problema de condições iniciais é uma equação diferencial que é acompanhada do valor da função objetivo em um determinado ponto, dependente do tempo. Para definição completa do problema da transmissão de calor, é necessário especificar as condições iniciais e de contorno. No entanto, essa solução depende das condições físicas existentes nos limites do meio e, se a situação depender do tempo, de condições existentes no meio em algum momento inicial. Relativamente às condições iniciais, deve ser definida a temperatura no instante inicial,  $t = t_0$ , no domínio  $\Omega$ .

As condições de contorno são restrições necessárias para a solução de um problema de valor de contorno, independente do tempo. Ambas as equações diferenciais ordinárias e parciais precisam de condições de contorno para ser resolvidas. Como a equação do calor é de segunda ordem nas coordenadas espaciais, duas condições de contorno devem ser fornecidas para cada coordenada espacial necessária para descrever o sistema.

Para um problema de concreto aplicado e uma solução matemática, é necessário definir como o sistema deve ser iniciado, a chamada condição inicial, normalmente formulada para um domínio unidimensional como:

$$\begin{array}{ll} T(x, t) = f(x) & \text{em} \quad \partial\Omega = \Gamma_u \cup \Gamma_q = \Gamma \\ T(0, t) = T_1 ; T(L, t) = T_2 & \text{para} \quad \Omega = [0, L] \quad 0 < x < L \end{array} \quad (18)$$

Se a área de interesse não for limitada, nenhuma condição de contorno será necessária, mas na maioria das situações na natureza, em experimentos de laboratórios ou simulações computacionais, o espaço é limitado. Para tais problemas, são necessárias condições de contorno realistas e adequadas, para garantir a unicidade da solução. A equação de calor com limites de temperatura diferentes de zero, para as condições de propriedade unidimensionais e constantes, é expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{Q}{k} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (19)$$

A Tabela 2 apresenta os tipos de condição de contorno comumente utilizadas na transferência de calor e suas respectivas expressões matemáticas para  $t > 0$ .

Tabela 2 – Tipos de condições de contorno.

Condições de contorno	Expressão
<i>Dirichlet</i>	$T(x, t) = \bar{T}(t) \text{ em } \Gamma_u \quad \forall x \in \partial\Omega$
<i>Neumann</i>	$k \frac{\partial T}{\partial n}(x, t) = k \nabla T \cdot \hat{n} = g(t) \text{ em } \Gamma_q \quad \forall x \in \partial\Omega$
<i>Robin</i>	$\alpha T(0, t) + \beta \frac{\partial T}{\partial n}(L, t) = f(t) \quad \forall x \in \partial\Omega$

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

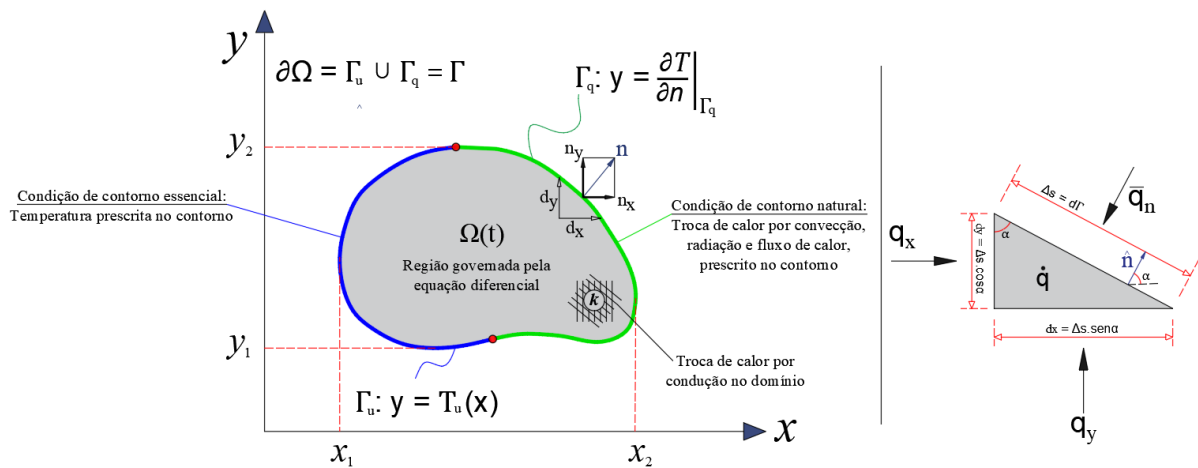
As condições de contorno podem ser categorizadas na seguinte forma:

- **Condição de contorno de Dirichlet (essenciais):** este tipo de condição de contorno especifica a temperatura sob uma porção no contorno  $\Gamma_u$  (condições de contorno de temperatura de superfície).

- **Condição de contorno de Neumann (naturais):** este tipo de condição de contorno especifica o fluxo de calor no contorno  $\Gamma_q$  (condições de contorno de fluxo de calor).
- **Condição de contorno de Robin:** este tipo de condição de contorno (combinação ponderada de Dirichlet e Neumann) especifica a relação entre a temperatura e suas derivadas normais no contorno (condições de contorno convectivas e radiação térmica).

Diferentes tipos de condições de contorno podem ser impostos ao limite do domínio, da região  $\Omega$ , conforme ilustra as Figuras 20 e 21. A escolha da condição de contorno é fundamental para a resolução do problema de computação. Uma má imposição de condição de contorno pode levar à divergência da solução ou convergência para uma solução errada.

Figura 20 – Condições de contorno.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

- Valor prescrito da temperatura (condição de contorno de *Dirichlet*):

$$T = T_{\Gamma}(x, y, z, t) \quad \text{para } t > 0 \quad \text{em } \Gamma_u \quad (20)$$

- Condição do fluxo de contorno (condição de contorno de *Neumann*):

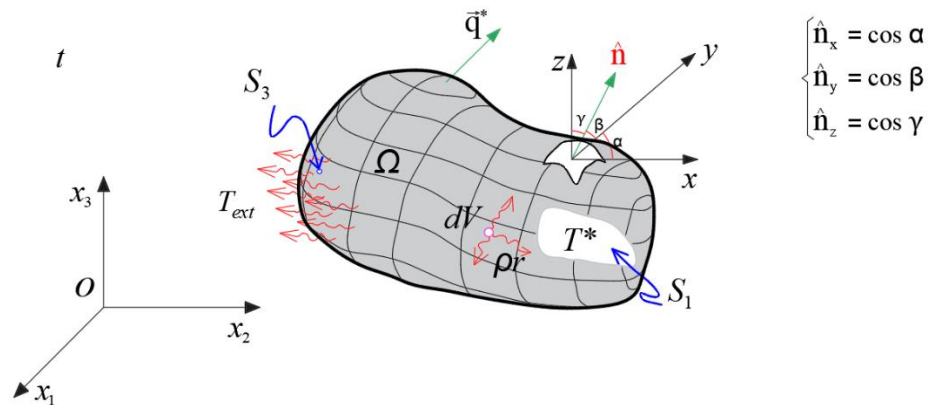
$$Q_{\Gamma} + k \frac{\partial T}{\partial x} \hat{n}_x + k \frac{\partial T}{\partial y} \hat{n}_y + k \frac{\partial T}{\partial z} \hat{n}_z = 0 \quad \text{para } t > 0 \quad \text{em } \Gamma_q \quad (21)$$

- Uma combinação entre as condições de contorno de Dirichlet e Neumann é conhecida como a condição de contorno de *Robin*:

$$Q_\Gamma + k \frac{\partial T}{\partial x} \hat{n}_x + k \frac{\partial T}{\partial y} \hat{n}_y + k \frac{\partial T}{\partial z} \hat{n}_z + \alpha(T - T_{ext}) = 0 \text{ para } t > 0 \text{ em } \Gamma_u \cup \Gamma_q \quad (22)$$

onde  $\hat{n}_x, \hat{n}_y, \hat{n}_z$  são os componentes do vetor normal da unidade externa na superfície. Condições iniciais  $T(x, y, z, t = 0) = \bar{T}_0(x, y, z)$  em  $\Omega$ .

Figura 21 – Problema do fluxo de calor e condições de contorno.



Fonte: Adaptado de Chaves (2013).

A Tabela 3 apresenta os três tipos de condições de contorno comumente encontradas na transferência de calor. As condições são especificadas na superfície  $x = 0$  para um sistema unidimensional. A transferência de calor está na direção  $x$  positivo com a distribuição da temperatura, que pode ser dependente do tempo, designada como  $T(x, t)$ .

A primeira condição corresponde a uma situação para qual a superfície é mantida a uma temperatura fixa  $T_s$ . É comumente denominada de condição de contorno de Dirichlet ou condição de primeiro tipo. É bastante aproximado, por exemplo, quando a superfície está em contato com uma fusão sólida ou um líquido fervente. Em ambos os casos, há transferência de calor na superfície, enquanto a superfície permanece na temperatura do processo de mudança de fase (estado físico da matéria).

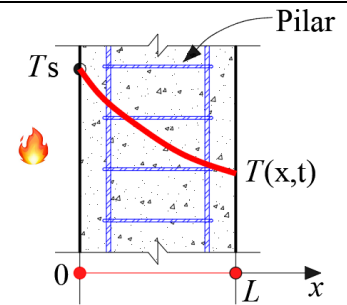
A segunda condição corresponde à existência de um fluxo de calor fixo ou constante  $q''_s$  na superfície. Este fluxo de calor está relacionado ao gradiente de temperatura na superfície pela lei de Fourier, é denominado de condição de contorno de Neumann, ou uma condição de segundo tipo.

Um caso especial da condição de contorno de Neumann corresponde à superfície perfeitamente isolada, ou adiabática, para qual  $\frac{\partial T}{\partial x}\big|_{x=0}$ . Esta condição é denominada de condição de contorno de Robin, ou de terceiro tipo, corresponde à existência de aquecimento por convecção (ou resfriamento) na superfície e é obtido a partir do balanço de energia superficial.

Tabela 3 – Condição de contorno da equação de difusão do calor na superfície ( $x = 0$ ).

1. Temperatura da superfície constante:

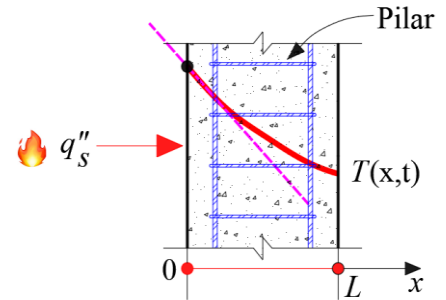
$$T(0, t) = T_s \quad (23)$$



2. Fluxo de calor constante na superfície:

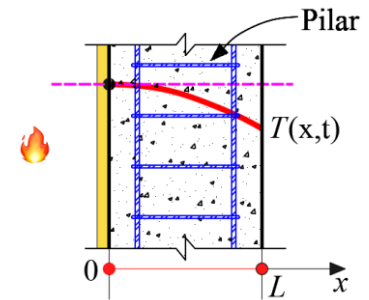
a) Fluxo de calor diferente de zero:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = q''_s \quad (24)$$



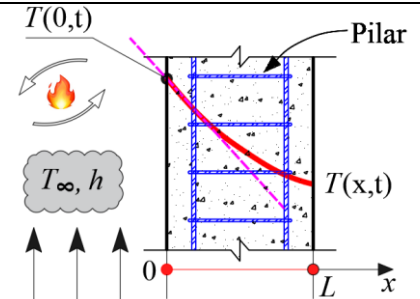
b) Superfície adiabática ou isolada:

$$\frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = 0 \quad (25)$$



3. Condições convectivas na superfície:

$$-k \frac{\partial T}{\partial x}\bigg|_{x=0} = h[T_\infty - T(0, t)] \quad (26)$$



Fonte: Adaptado de Bergaman; Lavine (2017).

### 3 ANÁLISE TERMOMECHANICA

Quando os materiais são submetidos a uma mudança de temperatura, suas propriedades mecânicas mudam, ou seja, elas são dependentes da temperatura. Existem dois cenários possíveis a serem observados quando da análise do efeito da temperatura. O primeiro é quando o efeito da temperatura não afeta significativamente as propriedades mecânicas do material. Neste caso, é possível desacoplar o problema, ou seja, os efeitos térmicos e mecânicos são tratados de forma independente. O segundo é quando a temperatura tem um efeito significativo nas propriedades mecânicas. Neste caso, as variáveis térmicas e mecânicas devem ser consideradas simultaneamente nas equações constitutivas.

A obtenção da elevação de temperatura nos elementos estruturais é fundamental para a análise e dimensionamento de estruturas sob a ação do fogo e envolve principalmente a modelagem da evolução do incêndio.

Numa análise acoplada, esta iteração distinta engloba fenômenos físicos distintos entre a análise estrutural e térmica (termoestrutural), o campo de temperatura introduz deformações térmicas no campo estrutural, mas as deformações estruturais geralmente não afetam a distribuição de temperatura. Desta forma, não há necessidade de um processo iterativo entre os dois campos de soluções. Porém, existem casos mais complexos que envolvem acoplamento iterativo.

Além disso, estão envolvidas as devidas considerações das variações no comportamento das propriedades físicas e mecânicas dos materiais, concreto e aço, em função da elevação de temperatura.

Com o campo de temperatura estabelecido na análise térmica, obtém-se a variação das propriedades mecânicas (resistência e rigidez) e térmicas (alongamento relativo) dos materiais em função da temperatura para serem consideradas na análise estrutural, estabelecendo-se assim, um acoplamento entre essas análises (térmica e estrutural), através do método dos elementos finitos.

#### 3.1 ANÁLISE ESTRUTURAL SOB TEMPERATURA ELEVADA

Uma análise estrutural em situação de incêndio consiste basicamente em verificar o comportamento de uma estrutura sob os efeitos da ação térmica provenientes dessa situação. A resposta estrutural se dá pela evolução dos deslocamentos, deformações e tensões na estrutura, em função da dilatação térmica e da degradação das propriedades mecânicas

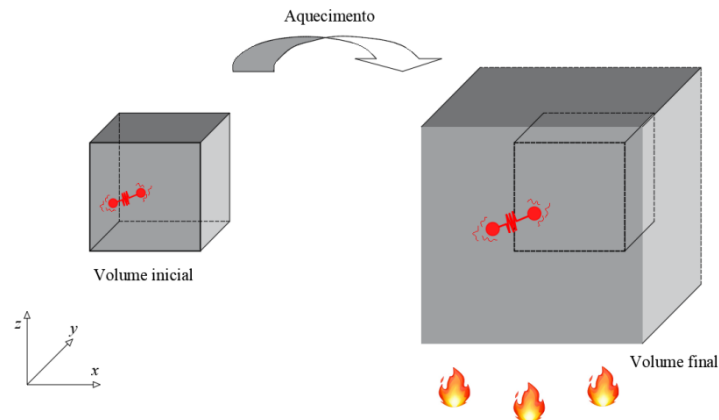
associadas à resistência e à rigidez dos materiais em decorrência da elevação de temperatura. Conhecer bem a resposta estrutural à temperaturas elevadas é fundamental para verificar/comprovar que a estrutura suporta o tempo mínimo estabelecido para o controle do incêndio sem danos à vida das pessoas envolvidas no local.

Alguns fenômenos físicos podem ser adicionados diretamente às equações constitutivas devido ao princípio da superposição. O efeito desses fenômenos pode ser representado por meio da tensão ou deformação.

### 3.2 DEFORMAÇÃO TÉRMICA

Quando a temperatura muda, há um aumento na energia interna, então, os átomos/moléculas vibram mais intensamente. Essa vibração faz com que os ligamentos entre as moléculas se alonguem, fazendo com que o volume corporal aumente, conforme ilustra a Figura 22. As propriedades dos materiais indispensáveis à análise de estruturas em situação de incêndio se dividem em propriedades térmicas e mecânicas.

Figura 22 – Corpo sob a mudança de temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Em geral, as propriedades do material mudam com a temperatura, ou seja, são dependentes da temperatura. As propriedades térmicas são necessárias para determinação do campo de temperaturas no interior da seção transversal, e as propriedades mecânicas são necessárias para determinar a capacidade resistente residual, do elemento estrutural exposto ao fogo.

### 3.3 PROPRIEDADES FÍSICO-QUÍMICAS DO CONCRETO

O concreto, apesar de ser considerado para efeitos de cálculo e dimensionamento um material homogêneo, é um material heterogêneo, e o seu comportamento quando exposto à temperaturas elevadas (acima de 60°C) é extremamente complexo.

Determinar as variações nas propriedades mecânicas do concreto em temperatura elevada é essencial para a modelagem computacional. Mais importantes são as relações tensão-deformação (em tração e compressão) do concreto e da armadura em diferentes temperaturas (BISBY; *et al.*, 2014).

As propriedades térmicas do concreto são altamente dependentes da temperatura e variam amplamente, dependendo da densidade do concreto, teor de umidade e tipo de agregado (BISBY *et al.*, 2014).

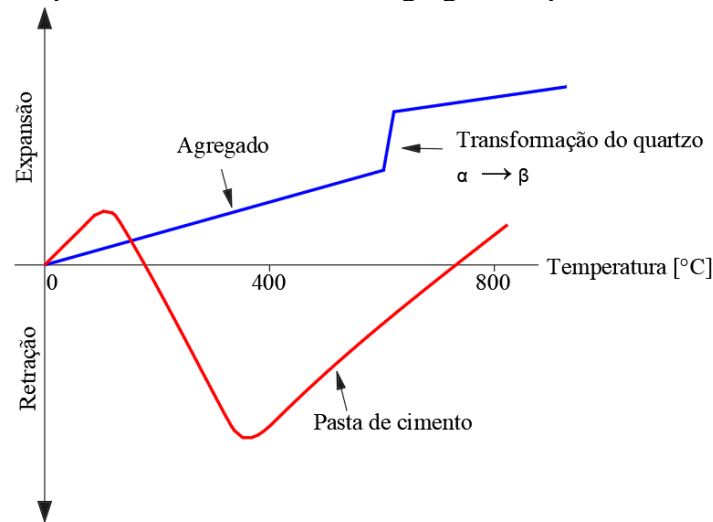
A norma Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) fornece modelos detalhados das propriedades térmicas variáveis para concreto que têm sido amplamente utilizados na análise computacional do fogo em concreto armado e elementos de estruturas compostas.

Para o concreto, vários estudos foram realizados para compreender as variações nas propriedades mecânicas em temperatura elevada (SCHNEIDER, 1986; FLETCHER *et al.*, 2007; KHOURY, 2000; YOUSSEF e MOFTAH, 2007; BAMONTE e GAMAROVA, 2014; BUCHANAN, 2017).

Em temperatura ambiente, o concreto possui em sua composição grande quantidade de água livre e capilar, além de água adsorvida. Durante o incêndio, a elevação da temperatura do concreto é adiada pela evaporação da água livre e capilar. Essa evaporação se inicia aos 100°C, e a evaporação total da água capilar ocorre entre 200°C e 300°C. A evaporação da água causa a elevação da porosidade do concreto (LIMA *et al.*, 2004; GUO; SHI, 2011).

Os tipos de agregados utilizados na pasta de cimento podem sofrer alterações físico-químicas significativas em sua microestrutura devido ao aquecimento. Agregados silicosos e areias possuem quartzo em sua composição (predominante no agregado fino, e presente nos agregados graúdos silicosos como granito, arenito, gnaisse, etc.) e em temperaturas próximas a 573°C sofrem significativas transformações cristalinas da forma  $\alpha$  para  $\beta$  (Figura 23).

Figura 23 – Incompatibilidade térmica entre agregados e pasta de cimento hidratada.



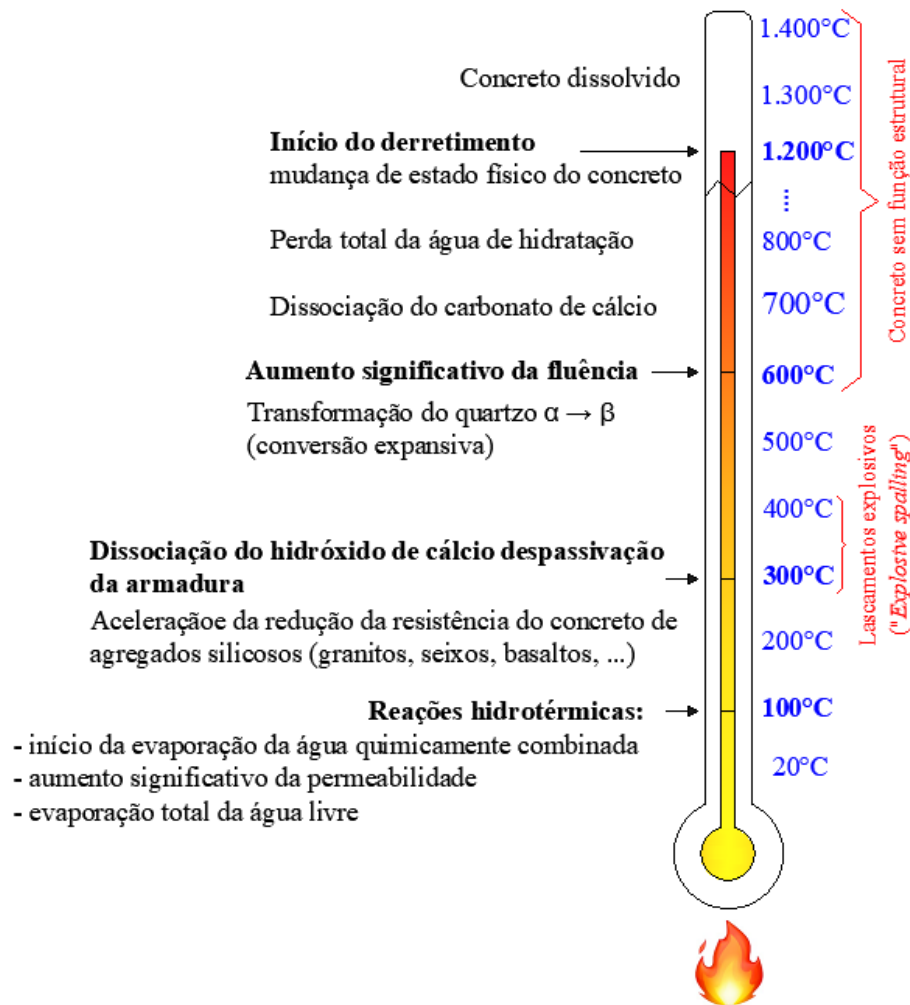
Fonte: Adaptado de Fédération Internationale du Béton – FIB, Bulletin 38 (2007).

Como ocupam cerca de 60% a 80% do volume do concreto, os agregados podem influenciar significativamente as propriedades do material durante o aquecimento. Deve-se ressaltar que os diferentes tipos de agregados adicionados à mistura do concreto possuem coeficientes de dilatação térmica diferentes levando ao surgimento de fissuras na pasta de cimento, além de alterações na aderência entre eles (LIMA *et al.*, 2004; FIB, 2007; GUO; SHI, 2011).

A deterioração do concreto quando exposto a altas temperaturas é atribuída a três fatores: alterações físico-químicas na pasta de cimento, nos agregados e a incompatibilidade térmica entre ambos. Fatores ligados ao incêndio, como temperatura e taxa de aquecimento, e condições dos elementos estruturais, como a carga aplicada e a umidade, também influenciam na deterioração do material (KHOURY, 2000).

A preservação das propriedades dos materiais constitutivos é de fundamental importância para a garantia da integridade de uma estrutura quando ocorre o incêndio. A Figura 24 apresenta as alterações do processo físico-químico no concreto, devido ao aumento da temperatura.

Figura 24 – Processo físico-químico no aquecimento do concreto.



Fonte: Adaptado de Khoury (2000).

Os modelos para representação das propriedades em função da elevação da temperatura são elaborados através de curvas médias. Estas curvas são estabelecidas por resultados de experimentos ou de modelagens numéricas (COSTA, 2008).

Os elementos de concreto em altas temperaturas podem ter suas camadas fragmentadas (lascas) devido a uma explosão do material: o lascamento ou *spalling*, que pode afetar a capacidade estrutural, em função da redução da seção e a exposição do aço em temperaturas excessivas (Figura 25). Tal fenômeno depende do modo como a temperatura produz tensões e da pressão que a água presente nos poros exerce na estrutura (AMARAL, 2014).



$$\rho(\theta) = \rho(20^{\circ}\text{C}) \cdot \left[ 1 - 0,02 \cdot \left( \frac{\theta - 115}{85} \right) \right] \quad 115^{\circ}\text{C} \leq \theta < 200^{\circ}\text{C} \quad (28)$$

$$\rho(\theta) = \rho(20^{\circ}\text{C}) \cdot \left[ 0,98 - 0,03 \cdot \left( \frac{\theta - 200}{200} \right) \right] \quad 200^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 400^{\circ}\text{C} \quad (29)$$

$$\rho(\theta) = \rho(20^{\circ}\text{C}) \cdot \left[ 0,95 - 0,07 \cdot \left( \frac{\theta - 400}{800} \right) \right] \quad 400^{\circ}\text{C} < \theta \leq 1200^{\circ}\text{C} \quad (30)$$

onde:

$\theta$ : temperatura no concreto [ $^{\circ}\text{C}$ ];

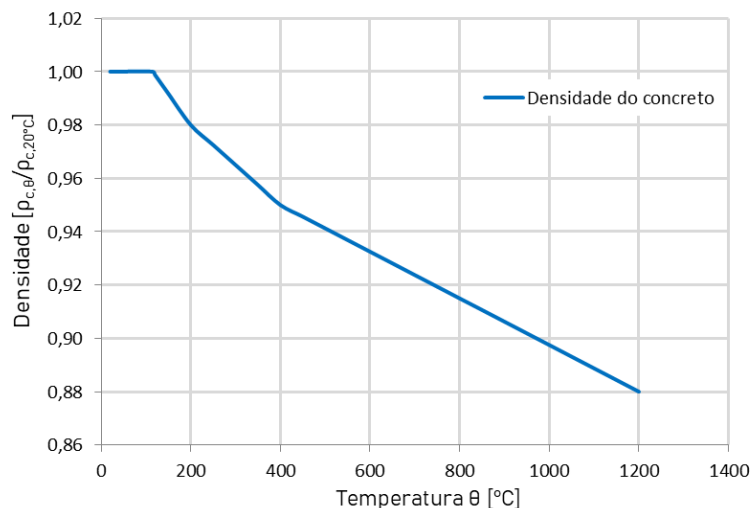
$\rho(\theta)$ : massa específica do concreto de densidade normal à temperatura ambiente [ $\text{kgf/m}^3$ ];

$\rho(20^{\circ}\text{C})$ : massa específica do concreto de densidade normal [ $\text{kgf/m}^3$ ].

A perda de massa é mínima para concretos com agregado calcário (carbonato: calcita e dolomita) e agregado silicioso até aproximadamente  $600^{\circ}\text{C}$ . No entanto, o tipo de agregado tem influência significativa na perda de massa em concretos com temperaturas superiores a  $600^{\circ}\text{C}$ . No caso do agregado silicioso, a perda de massa é insignificante mesmo acima de  $600^{\circ}\text{C}$ . Acima dos  $600^{\circ}\text{C}$ , o concreto com agregado calcário experimenta uma maior porcentagem de perda de massa em comparação ao concreto com agregado silicioso. Esta porcentagem mais alta é atribuída a dissociação da dolomita (carbonato de cálcio e magnésio)  $[\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2]$ , em óxido de cálcio e dióxido de carbono aproximadamente em  $600^{\circ}\text{C}$  (KODUR *et al.*, 2013).

A variação da densidade do concreto usual em função da temperatura pode ser observada na Figura 26.

Figura 26 – Variação da densidade do concreto.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Para análise térmica simplificada, pode-se considerar a massa específica do concreto de densidade normal independente da temperatura, com um valor constante que corresponde à massa específica do concreto simples (sem armadura) à temperatura ambiente (HOLICKY, 2005).

### 3.3.2 Condutividade térmica

No caso do concreto, a condutividade térmica é reduzida com a elevação da temperatura, e está relacionada com o agregado utilizado, além da porosidade da pasta de cimento (CALLISTER, 2002). O cimento Portland apresenta menor condutividade térmica se comparado à maioria dos agregados comuns; desta forma, quanto mais agregados, maior a condutividade. Através da desidratação do concreto, a tendência é que esta propriedade reduza com o aumento da temperatura (AMARAL, 2014).

A condutividade térmica do concreto depende de todos os seus constituintes, uma vez que os agregados normalmente constituem entre 60% a 80% do volume do concreto. A Tabela 4 apresenta os valores da condutividade térmica dos constituintes do concreto, em temperatura ambiente. Outra influência importante é o teor de umidade, uma vez que a condutividade térmica da água, embora baixa, é muito maior que a do ar (FIB, 2007).

Tabela 4 – Condutividade térmica dos constituintes do concreto.

Material	Condutividade térmica [W/m°C]
Agregados	0,7 – 4,2
Concretos saturados	1,0 – 3,6
Pasta de cimento endurecida e saturada	1,1 – 1,6
Água	0,515
Ar	0,0034

Fonte: Khoury (1983).

As proporções da mistura do concreto e o teor de cimento influenciam a condutividade térmica devido à disparidade entre os valores de condutividade da pasta de cimento e dos agregados. Um concreto com teor água/cimento maior, em concreto de densidade normal, irá constituir um concreto com maior porosidade, e por consequente, terá uma condutividade

térmica menor, tendo em vista que a condutividade térmica da água e do ar é menor do que a pasta de cimento (FIB, 2007).

As condutividades térmicas do concreto silicoso ou calcário, de acordo com o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), para **densidade normal** são:

Limite superior:

$$\lambda_{c,sup} = 2 - 0,2451 \frac{\theta}{100} + 0,0107 \left( \frac{\theta}{100} \right)^2 \quad 20^\circ C \leq \theta < 1200^\circ C \quad (31)$$

Limite inferior:

$$\lambda_{c,inf} = 1,36 - 0,136 \frac{\theta}{100} + 0,0057 \left( \frac{\theta}{100} \right)^2 \quad 20^\circ C \leq \theta < 1200^\circ C \quad (32)$$

A condutividade térmica do concreto silicoso ou calcário, de **baixa densidade**:

$$\lambda_c = 1,0 - \left( \frac{\theta}{1600} \right) \quad 20^\circ C \leq \theta < 800^\circ C \quad (33)$$

$$\lambda_c = 0,5 \quad \theta > 800^\circ C \quad (34)$$

onde:

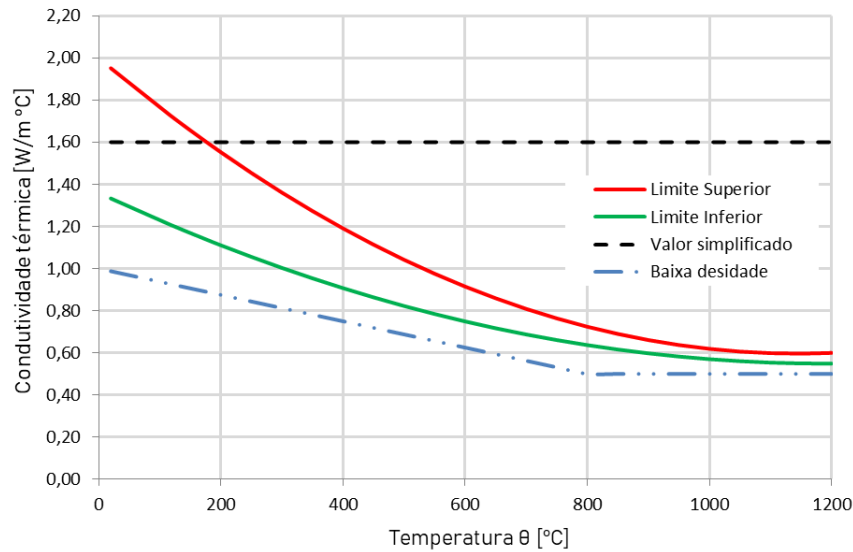
$\theta$ : temperatura no concreto [ $^\circ C$ ];

$\lambda_c$ : condutividade térmica do concreto [ $W/m^\circ C$ ].

A curva do limite superior teve sua dedução realizada através de ensaios com estruturas mistas, enquanto que a curva do limite inferior teve sua dedução feita por ensaios de diversas estruturas de concreto expostas a altas temperaturas (EN 1992-1-2:2004).

A variação da condutividade térmica do concreto com a temperatura está apresentada na Figura 27.

Figura 27 – Condutividade térmica do concreto.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Caso se empreguem métodos simplificados de cálculo, o valor da condutividade térmica pode ser considerado independente da temperatura do concreto e seu valor será constante a  $\lambda_c = 1,6 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ , no caso de concretos de densidade normal (EN 1994-1-2, 2005). Segundo a NBR 15200 (ABNT, 2012), Silva (2012) e Holicky (2005), recomendam a relação entre a condutividade térmica do concreto e a temperatura, constante igual a  $\lambda_c = 1,3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ .

### 3.3.3 Calor específico

O calor específico é uma propriedade definida como a quantidade de calor necessária para que a temperatura do material seja elevada de um grau em uma unidade de massa. A unidade do calor específico é Joule por quilograma e grau Celsius ( $\text{J/kg } ^\circ\text{C}$ ).

As curvas com o comportamento do calor específico em função da temperatura para o concreto estão apresentadas na Figura 28.

Existem três diferentes funções para determinação do calor específico do concreto, considerando-se que há um valor de pico constante para temperaturas entre  $100^\circ\text{C}$  e  $115^\circ\text{C}$ , de acordo com o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004). A existência deste pico está relacionada com a evaporação da água que está livre dentro do concreto. Se esta água não for completamente evaporada, a temperatura na microestrutura do concreto ficará limitada a um crescimento até os  $100^\circ\text{C}$ .

Para concretos de densidade normal e secos ( $u = 0\%$ ), o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) recomenda as seguintes equações:

$$C_p(\theta) = 900 \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 100^\circ\text{C} \quad (35)$$

$$C_p(\theta) = 900 + (\theta - 100) \quad 100^\circ\text{C} < \theta \leq 200^\circ\text{C} \quad (36)$$

$$C_p(\theta) = 1000 + \frac{\theta - 200}{2} \quad 200^\circ\text{C} < \theta \leq 400^\circ\text{C} \quad (37)$$

$$C_p(\theta) = 1000 \quad 400^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C} \quad (38)$$

nas equações:

$\theta$ : temperatura do concreto;

$C_p(\theta)$ : calor específico do concreto.

Quando a umidade não for considerada explicitamente no método de cálculo, a função do calor específico do concreto calcário ou silicoso pode ser modelado por um valor de pico constante situado entre  $100^\circ\text{C}$  e  $115^\circ\text{C}$  com decréscimo linear entre  $115^\circ\text{C}$  e  $200^\circ\text{C}$  em  $\text{J/kg}^\circ\text{C}$ , conforme a norma EN 1992-1-2 (2004):

$$c_{p,pico} = 900 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad \text{para teor de umidade de } u = 0,0\% \quad (39)$$

$$c_{p,pico} = 1470 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad \text{para teor de umidade de } u = 1,5\% \quad (40)$$

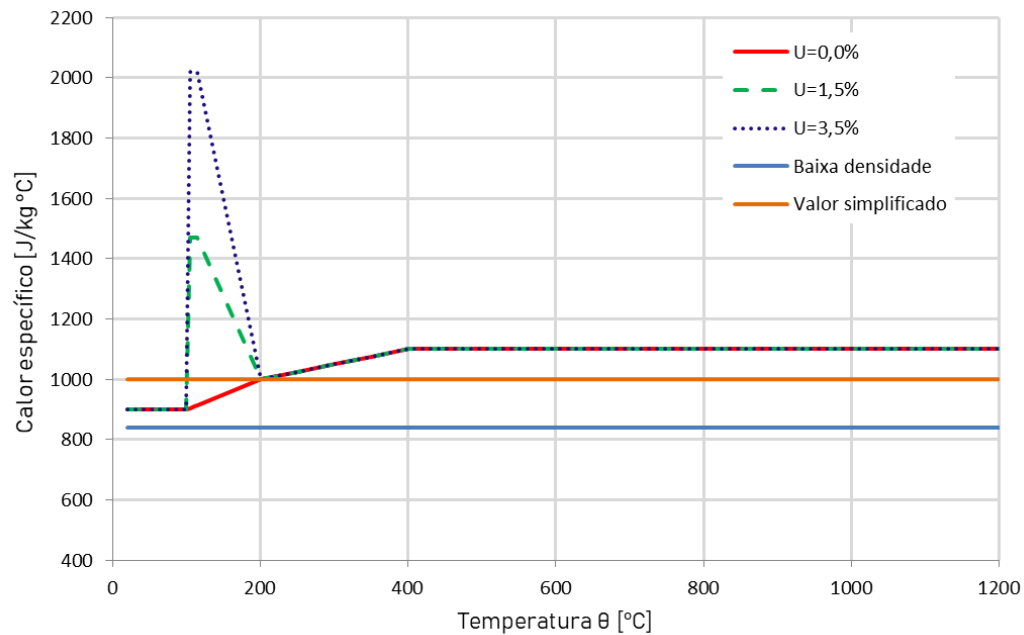
$$c_{p,pico} = 2020 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad \text{para teor de umidade de } u = 3,0\% \quad (41)$$

onde:

$u$ : teor de umidade da massa do concreto;

$C_{p,pico}$ : valor de pico constante do calor específico do concreto.

Figura 28 – Calor específico do concreto.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Quando os teores de umidade são diferentes dos apresentados acima, pode-se realizar a interpolação linear. Em concretos de baixa densidade, o calor específico não depende da temperatura, e seu valor é constante igual a 840 J/kg°C (EN 1994-1-2:2005). Os valores do calor específico do concreto em relação ao teor de umidade são apresentados na Tabela 5. Caso se empreguem métodos simplificados de cálculo, o valor do calor específico pode ser considerado independente da temperatura do aço e igual a 1000 J/kg°C de acordo com NBR 15200 (ABNT, 2012). Normalmente os elementos de concreto armado localizados em ambientes internos tendem a ter um teor de umidade de  $u \leq 1,5\%$ , e para os elementos externos,  $u \leq 3\%$  (COSTA, 2008).

Tabela 5 – Calor específico do concreto conforme o teor de umidade.

Teor de umidade [%]	Calor específico [J/kg°C]
0,0	900
1,5	1470
3,0	2020

Fonte: Adaptado de EN 1992-1-2 (2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012).

### 3.3.4 Dilatação térmica

Em função das restrições geradas pela dilatação térmica, a expansão térmica (ou alongamento) é indispensável para a análise dos efeitos de 2ª ordem, principalmente quando são modelados pórticos. No caso de elementos isolados, também pode ser conveniente em métodos de cálculo simplificados.

A expansão é determinada através da relação existente entre o alongamento que ocorre com a elevação da temperatura e o comprimento inicial do elemento – sendo este à temperatura de 20°C, sem restrição ao deslocamento axial (MAXIMIANO, 2018).

As equações das normas EN 1992-1-2 (2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012) apresentam a deformação linear específica térmica do concreto ( $\varepsilon = \Delta L/L$ ) em função da temperatura.

#### Concreto de densidade normal e agregados silicosos:

$$\varepsilon_c(\theta) = -1,8 \cdot 10^{-4} + 9 \cdot 10^{-6}\theta + 2,3 \cdot 10^{-11}\theta^3 \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta < 700^\circ\text{C} \quad (42)$$

$$\varepsilon_c(\theta) = 14 \cdot 10^{-3} \quad 700^\circ\text{C} \leq \theta < 1200^\circ\text{C} \quad (43)$$

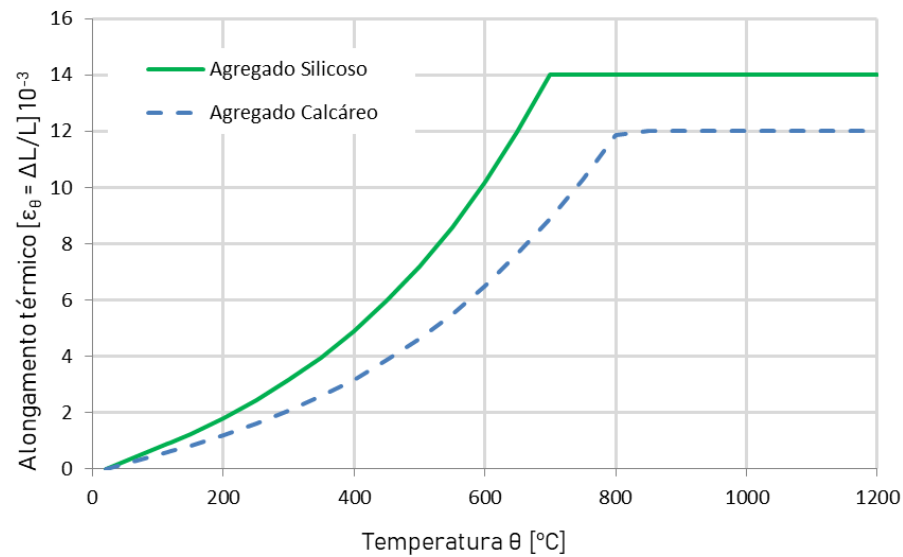
#### Concreto de densidade normal e agregados calcários:

$$\varepsilon_c(\theta) = -1,2 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-6}\theta + 1,4 \cdot 10^{-11}\theta^3 \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta < 805^\circ\text{C} \quad (44)$$

$$\varepsilon_c(\theta) = 12 \cdot 10^{-3} \quad 805^\circ\text{C} \leq \theta < 1200^\circ\text{C} \quad (45)$$

A Figura 29 apresenta as curvas correspondentes ao alongamento linear em função da temperatura em concreto com agregado silicoso e calcário.

Figura 29 – Alongamento térmico do concreto em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Observa-se que, com temperaturas muito elevada, o alongamento específico do concreto não aumenta com o crescimento de temperatura.

#### Concreto de baixa densidade:

$$\varepsilon_c(\theta) = 8 \cdot 10^{-6} (\theta - 20) \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C} \quad (46)$$

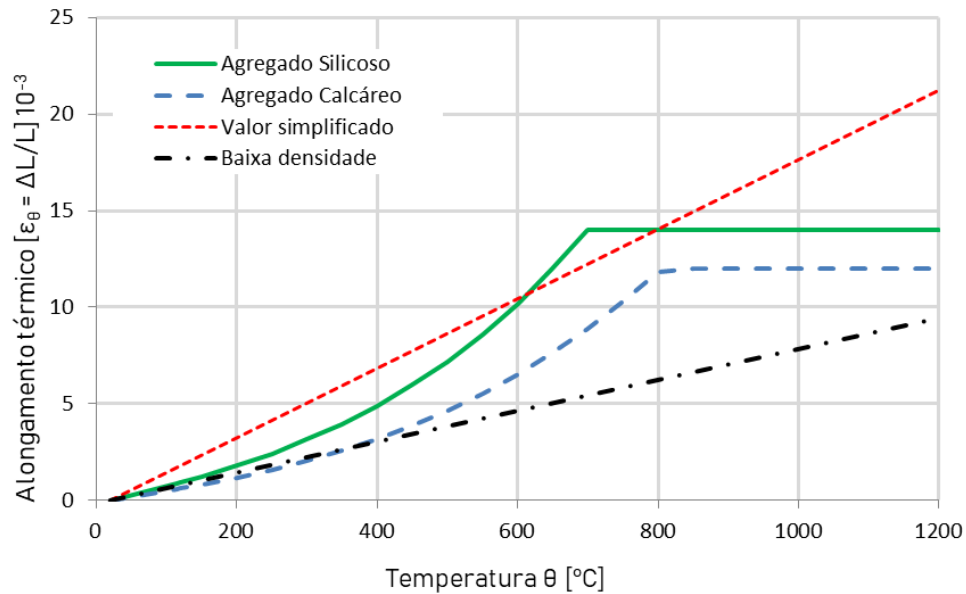
nas equações:

θ: temperatura no concreto;

ε<sub>c</sub>(θ): deformação linear específica correspondente do concreto à temperatura elevada (ΔL/L).

A Figura 30 ilustra a variação da dilatação térmica em função da temperatura para o concreto.

Figura 30 – Coeficiente de dilatação térmica do concreto.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Caso se empreguem métodos simplificados de cálculo, adota-se uma única função considerada linear entre deformação térmica e a temperatura do concreto. Neste caso o alongamento térmico do concreto deve ser considerado como (EN 1994-1-2:2005):

#### Concreto de densidade normal:

$$\varepsilon_c(\theta) = 18 \cdot 10^{-6} (\theta - 20) \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 1200^\circ\text{C} \quad (47)$$

### 3.4 PROPRIEDADES FÍSICAS DO AÇO

Elementos estruturais de aço, quando em ausência de proteção térmica, têm baixa resistência ao fogo se analisados isoladamente (VARGAS; SILVA, 2005). A evolução da temperatura no aço é dependente da intensidade do incêndio, da dimensão da área em exposição ao fogo e das medidas de proteção.

A norma Eurocode 3 (EN 1993-1-2:2005) fornece modelos de tensão-deformação para materiais de aço estruturais que são usados na maioria das ferramentas de modelagem numérica atuais. Segundo Gales *et al.* (2009) houve a necessidade de incluir explicitamente a deformação por fluência do aço em temperatura elevada em modelagem computacional de incêndio estrutural.

A comunidade de pesquisa, no entanto, parece dividida sobre esta questão, com a maioria dos pesquisadores aparecendo sentir que é suficiente incluir implicitamente as deformações de fluência, como nas relações fornecidas nos Eurocodes (EN 2003, 2004) ao modelar a resposta do aço à temperatura elevada (BISBY *et al.*, 2014).

De acordo com Costa e Silva (2002), o aço é um melhor condutor térmico em comparação com o concreto. Enquanto que no concreto a temperatura permanece mais baixa, o calor se propaga mais rápido ao longo das barras de aço. Desta forma, o concreto apresenta-se como importante barreira de isolamento e proteção das armaduras em situação de incêndio.

As temperaturas máximas alcançadas durante um incêndio em estruturas de concreto aproximam-se dos 1200°C. A NBR 15200 (ABNT, 2012) e o Eurocode 2 (1992-1-2:2004) assumem que a resistência do aço se extingue completamente aos 1200°C. A temperatura do ponto de fusão do aço é de aproximadamente 1500°C, porém os incêndios raramente atingem tal temperatura. Portanto, nas estruturas de concreto armado, não há risco das armaduras se fundirem em situação de incêndio. (FERREIRA, 1998).

O tipo de resfriamento a que a estrutura é submetida influencia na aderência do aço: concretos resfriados rapidamente com água sofrem maior perda de aderência que quando resfriados gradualmente à temperatura ambiente (COSTA; SILVA, 2002).

### 3.4.1 Massa específica

A microestrutura cristalina bem definida do aço permite que este se mantenha estável mesmo sob as temperaturas elevadas. Portanto, sua massa específica é constante, independente da temperatura e igual a 7850 kg/m<sup>3</sup> (COSTA, 2008).

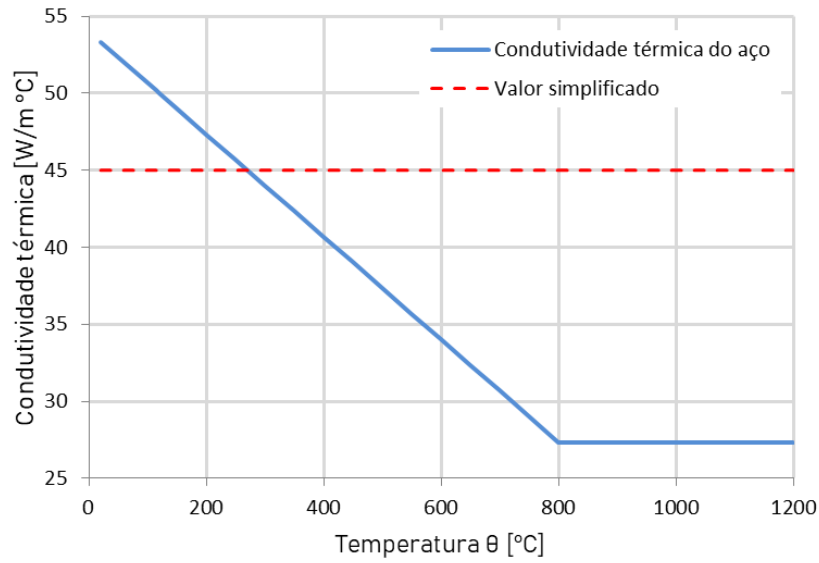
### 3.4.2 Condutividade térmica

A condutividade térmica do aço ( $\lambda_{aço}$ ) possui variação relacionada com a temperatura (Figura 31) e, é dada em Watt por metro e grau Celsius (W/m°C), conforme estabelecido no Eurocode 4 (EN 1994-1-2:2005):

$$\lambda_{aço} = 54 - 3,33 \cdot 10^{-2} \theta_{aço} \quad 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_{aço} < 800^{\circ}\text{C} \quad (48)$$

$$\lambda_{aço} = 27,3 \quad 800^{\circ}\text{C} \leq \theta_{aço} \leq 1200^{\circ}\text{C} \quad (49)$$

Figura 31 – Condutividade térmica do aço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1994-1-2 (2005).

Quando a análise térmica é realizada para modelos simplificados, pode-se considerar a condutividade térmica independente da temperatura do aço, e seu valor será constante e igual a 45 W/m°C (EN 1994-1-2:2005).

### 3.4.3 Calor específico

As equações na sequência apresentam a variação do calor específico do aço em função da temperatura de acordo com o Eurocode 3 (EN 1993-1-2:2005):

$$C_{aço} = 425 + 7,73 \cdot 10^{-1} \theta_{aço} - 1,69 \cdot 10^{-3} \theta_{aço}^2 + 2,22 \cdot 10^{-6} \theta_{aço}^3 \quad 20^\circ C \leq \theta_{aço} < 600^\circ C \quad (50)$$

$$C_{aço} = 666 + \frac{13002}{738 - \theta_{aço}} \quad 600^\circ C \leq \theta_{aço} \leq 735^\circ C \quad (51)$$

$$C_{aço} = 545 + \frac{17820}{\theta_{aço} - 731} \quad 735^\circ C \leq \theta_{aço} < 900^\circ C \quad (52)$$

$$\lambda_{aço} = 650 \quad 900^\circ C \leq \theta_{aço} \leq 1200^\circ C \quad (53)$$

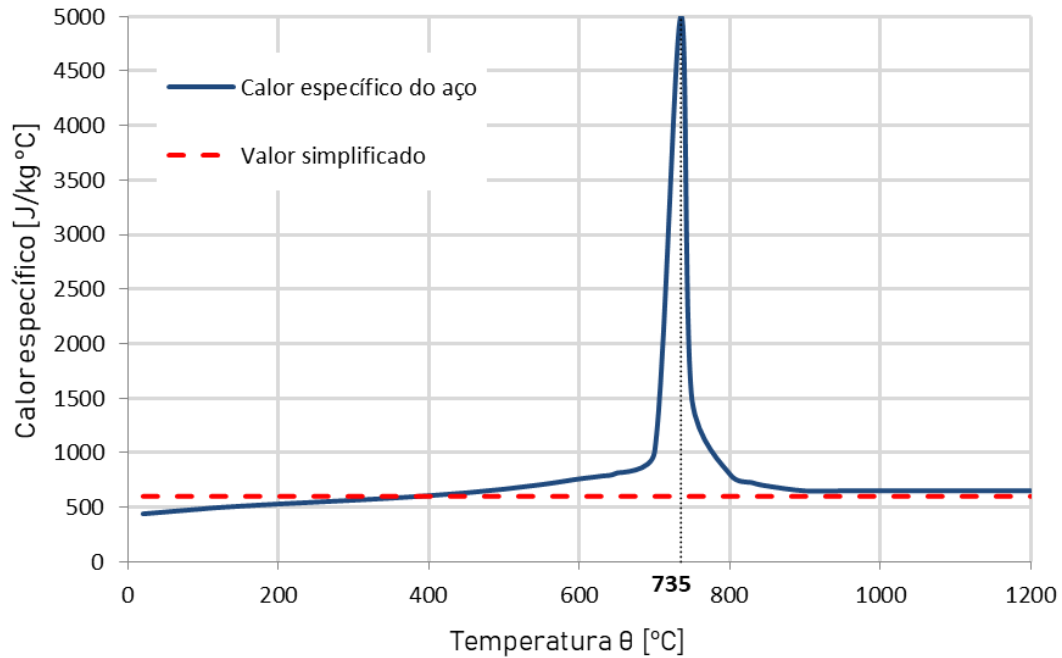
nas equações:

$\theta_{aço}$ : temperatura do aço;

$C_{aço}$ : calor específico do aço.

A Figura 32 apresenta a variação do calor específico do aço com a temperatura.

Figura 32 – Calor específico do aço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1993-1-2 (2005).

É permitida a utilização de modelo de cálculo simplificado, o calor específico pode ser considerado independente da temperatura do aço. Neste caso valor médio corresponde a 600 J/kg°C (EN 1994-1-2:2005).

### 3.4.4 Dilatação térmica

Para o cálculo do alongamento relativo dos aços estruturais das armaduras de concreto armado em função da temperatura ( $\varepsilon = \Delta L/L$ ), são utilizadas as equações descritas nas normas EN 1992-1-2 (2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012), conforme:

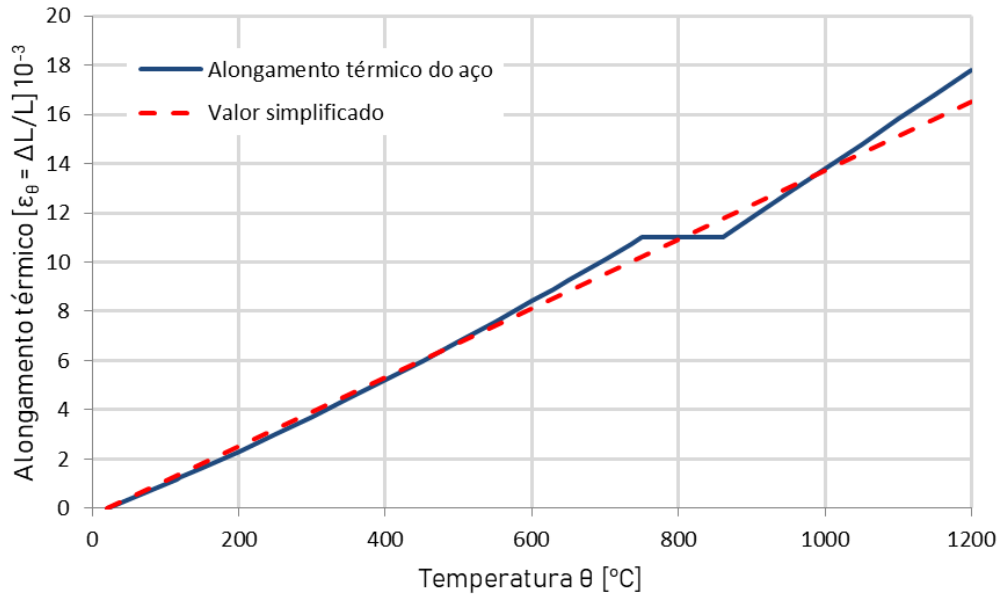
$$\varepsilon_{aço}(\theta) = 0,4 \cdot 10^{-8} \theta^2 + 1,2 \cdot 10^{-5} \theta - 2,416 \cdot 10^{-4} \quad 20^\circ\text{C} \leq \theta \leq 750^\circ\text{C} \quad (54)$$

$$\varepsilon_{aço}(\theta) = 1,1 \cdot 10^{-2} \quad 750^\circ\text{C} < \theta \leq 860^\circ\text{C} \quad (55)$$

$$\varepsilon_{aço}(\theta) = 2 \cdot 10^{-5} \theta - 6,2 \cdot 10^{-3} \quad 860^\circ\text{C} < \theta \leq 1200^\circ\text{C} \quad (56)$$

A Figura 33 mostra a deformação térmica em função da temperatura em armaduras de concreto armado.

Figura 33 – Alongamento térmico do aço em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

É possível perceber que as deformações lineares específicas térmicas do concreto e do aço das armaduras são muito próximas. Entende-se, desta maneira, que a aderência entre ambos os materiais não se perde facilmente com o aumento da temperatura.

Para modelos de cálculos simplificados, pode-se adotar uma relação linear entre a deformação térmica e a temperatura para o aço:

$$\varepsilon_{aço}(\theta) = 14 \cdot 10^{-6} (\theta - 20) \quad 20^{\circ}\text{C} \leq \theta \leq 1200^{\circ}\text{C} \quad (57)$$

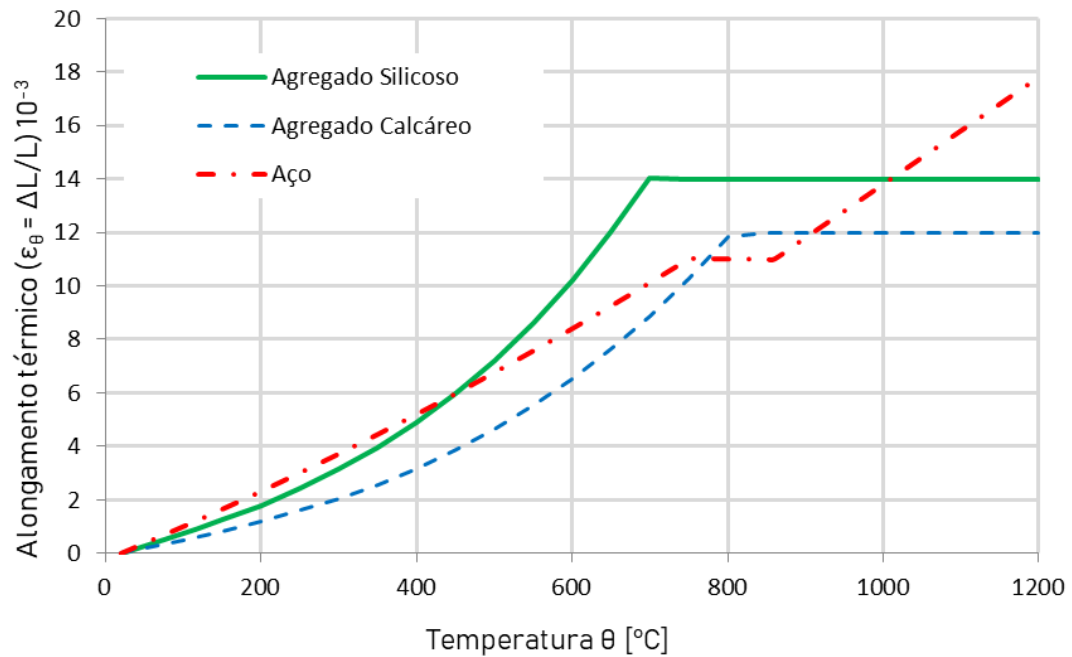
nas equações:

$\theta_{aço}$ : temperatura no aço [°C];

$\varepsilon_{aço}$ : variação da dilatação térmica do aço.

Na Figura 34 são mostradas as curvas de variação do alongamento térmico em função da temperatura do concreto e do aço.

Figura 34 – Dilatação térmica em função da temperatura do concreto e do aço.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

### 3.5 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO

Dentre os efeitos causados nas propriedades do material devido às altas temperaturas, os mais relevantes estão associados à modificação da resistência e rigidez. A resistência indica a qual tensão o concreto tem capacidade de resistir, enquanto que rigidez está relacionada ao módulo de elasticidade do material e às propriedades geométricas do elemento estrutural.

O concreto depois de aquecido devido a um incêndio, ao ser resfriado rapidamente, geralmente, não recupera sua resistência inicial, podendo perder até 10% dessa resistência, dependendo da severidade e da temperatura do fogo (GUO; SHI, 2011). O valor da resistência residual após o resfriamento tem influência na temperatura atingida durante o incêndio e da velocidade de resfriamento. Quanto mais rápido a estrutura for resfriada, mais prejudicial será para a resistência do concreto (SILVA, 2012).

### 3.5.1 Redução da resistência à compressão do concreto

A resistência característica do concreto é reduzida consideravelmente em consequência da elevação da temperatura. Os fatores de redução da resistência indicam a proporção de sua diminuição em função da temperatura (VELARDE, 2018).

As normas EN 1992-1-2 (2004) e ABNT NBR 15200 (ABNT, 2012) indicam o uso desses valores para calcular a redução da resistência característica do concreto com agregado silicoso e calcário. A Tabela 6 apresenta os valores de redução da resistência do concreto em função da temperatura, e as curvas correspondentes ao comportamento da resistência são apresentados na Figura 35.

Tabela 6 – Fatores de redução da resistência do concreto.

Temperatura do concreto $\theta$ (°C)	Agregado silicoso	Agregado calcário
	$k_{c,\theta} = \frac{f_{c,\theta}}{f_{ck}}$	$k_{c,\theta} = \frac{f_{c,\theta}}{f_{ck}}$
20	1,000	1,000
100	1,000	1,000
200	0,950	0,970
300	0,850	0,910
400	0,750	0,850
500	0,600	0,740
600	0,450	0,600
700	0,300	0,430
800	0,150	0,270
900	0,080	0,150
1000	0,040	0,060
1100	0,010	0,020
1200	0,000	0,000

Para valores intermediários da temperatura do concreto pode realizar interpolação linear.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na EN 1992-1-2 (2004).

A resistência característica à compressão do concreto em função da elevação da temperatura pode ser obtida pela equação (58), conforme apresentada no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004):

$$f_{c,\theta} = k_{c,\theta} \cdot f_{ck} \quad (58)$$

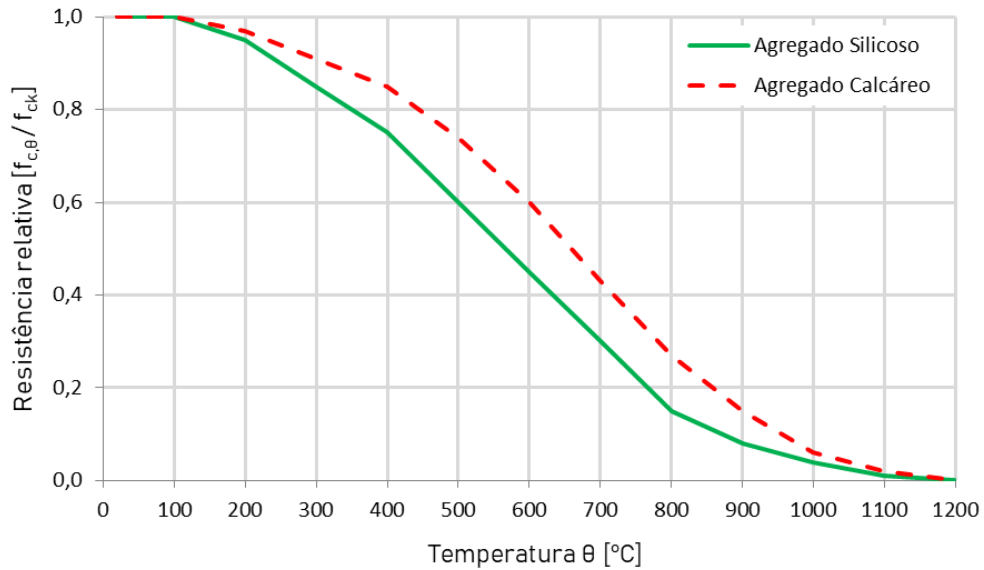
onde:

$f_{c,\theta}$ : resistência característica à compressão do concreto na temperatura  $\theta$  [MPa];

$f_{ck}$ : resistência característica à compressão do concreto na temperatura ambiente 20°C [MPa];

$k_{c,\theta}$ : fator de redução da resistência à compressão do concreto em função da temperatura  $\theta$ .

Figura 35 – Redução da resistência características do concreto em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

### 3.5.2 Diagrama tensão-deformação do concreto

Segundo a NBR 15200 (ABNT, 2012) e EN 1992-1-2 (2004) o ramo ascendente, ou seja,  $\varepsilon_{c,\theta} \leq \varepsilon_{c1,\theta}$ , da curva tensão-deformação do concreto comprimido (Figura 36), produzidos com agregados silicosos ou calcários, é descrito pela equação (59).

$$\sigma_{c,\theta} = f_{c,\theta} \cdot \frac{3 \cdot \left( \frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)}{2 + \left( \frac{\varepsilon_{c,\theta}}{\varepsilon_{c1,\theta}} \right)^3} \quad (59)$$

onde:

$\sigma_{c,\theta}$ : tensão à compressão do concreto à temperatura elevada  $\theta$  [MPa];

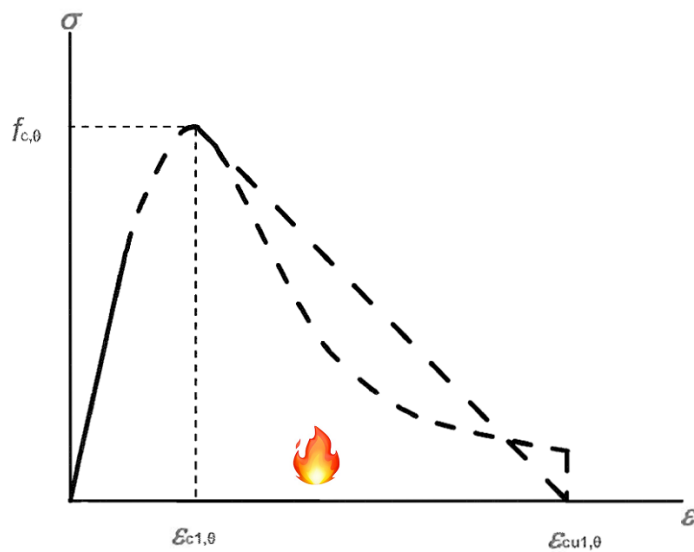
$f_{c,\theta}$ : resistência à compressão do concreto à temperatura elevada  $\theta$  [MPa];

$\varepsilon_{c,\theta}$ : deformação linear específica correspondente do concreto à temperatura elevada  $\theta$ ;

$\varepsilon_{c1,\theta}$ : deformação linear específica correspondente à tensão de resistência máxima do concreto à temperatura elevada  $\theta$ ;

$\varepsilon_{cu,\theta}$ : deformação linear última do concreto à temperatura elevada  $\theta$ .

Figura 36 – Diagrama tensão-deformação do concreto em temperaturas elevadas.



Fonte: EN 1992-1-2 (2004).

Observa-se, na Figura 36, o ramo ascendente no qual a deformação aumenta em função do incremento de tensão até atingir o valor máximo de resistência à compressão do concreto ( $f_{c,\theta}$ ), onde então se inicia o ramo descendente que evolui até a deformação linear específica última do concreto ( $\varepsilon_{cu1,\theta}$ ).

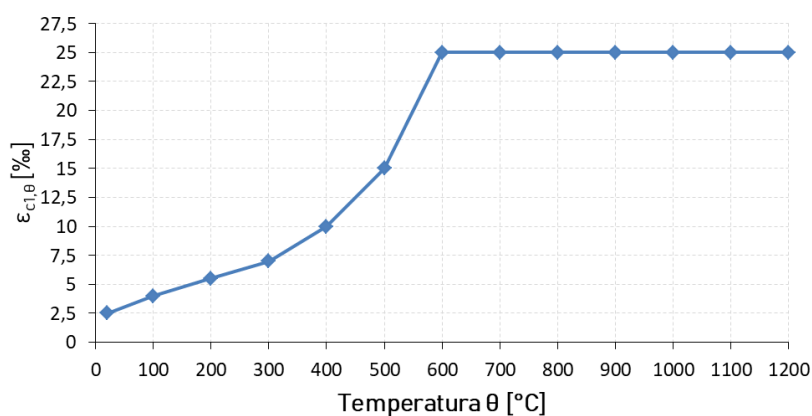
O EN 1992-1-2 (2004) não apresenta uma expressão matemática que defina o ramo descendente do diagrama permite somente adotar um modelo linear ou não linear para representar a plastificação do concreto. No entanto, a NBR 15200 (ABNT, 2012) meramente permite adotar uma linha reta entre  $\varepsilon_{c1,\theta}$  e  $\varepsilon_{cu1,\theta}$  para representar o ramo descendente.

A Tabela 7 apresenta os valores da variação de  $\varepsilon_{c1,\theta}$  e  $\varepsilon_{cu,\theta}$ , assim como apresentado graficamente nas Figuras 37 e 38.

Tabela 7 – Deformação específica do concreto em função da temperatura elevada.

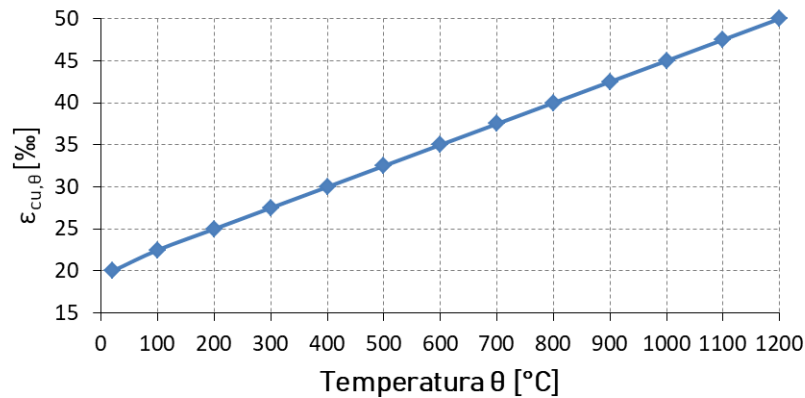
Temperatura do concreto  $\theta$ [°C]	NBR 15200  $\epsilon_{c1,\theta}$  [‰]	EN 1994-1-2  $\epsilon_{c1,\theta}$  [‰]	$\epsilon_{cu,\theta}$  [‰]
20	2,5	2,5	20,0
100	3,5	4,0	22,5
200	4,5	5,5	25,0
300	6,0	7,0	27,5
400	7,5	10,0	30,0
500	9,5	15,0	32,5
600	12,5	25,0	35,0
700	14,0	25,0	37,5
800	14,5	25,0	40,0
900	15,0	25,0	42,5
1000	15,0	25,0	45,0
1100	15,0	25,0	47,5
1200	15,0	—	—

Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na NBR 15200 (ABNT, 2012) e EN 1994-1-2 (2005).

Figura 37 – Variação da deformação  $\epsilon_{c1,\theta}$  em função da temperatura.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

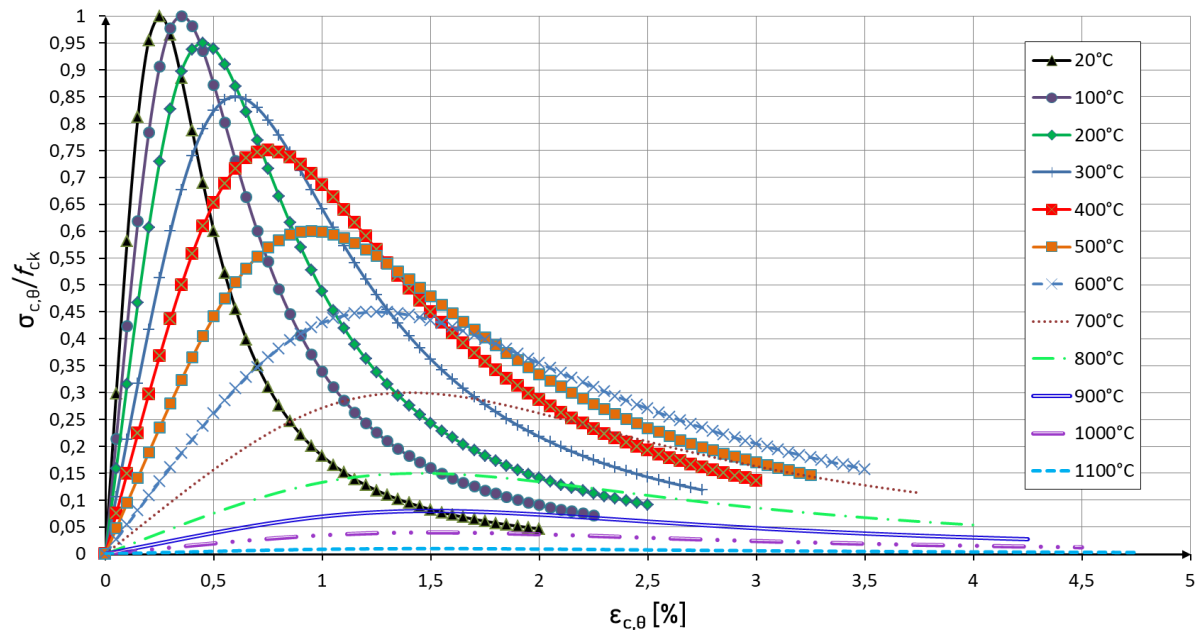
Figura 38 – Variação da deformação  $\varepsilon_{cu,\theta}$  em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

O modelo matemático apresenta como resultado a variação do diagrama tensão-deformação do concreto em função da temperatura, conforme apresentado na Figura 39.

Figura 39 – Redução da resistência características do concreto em função da temperatura.

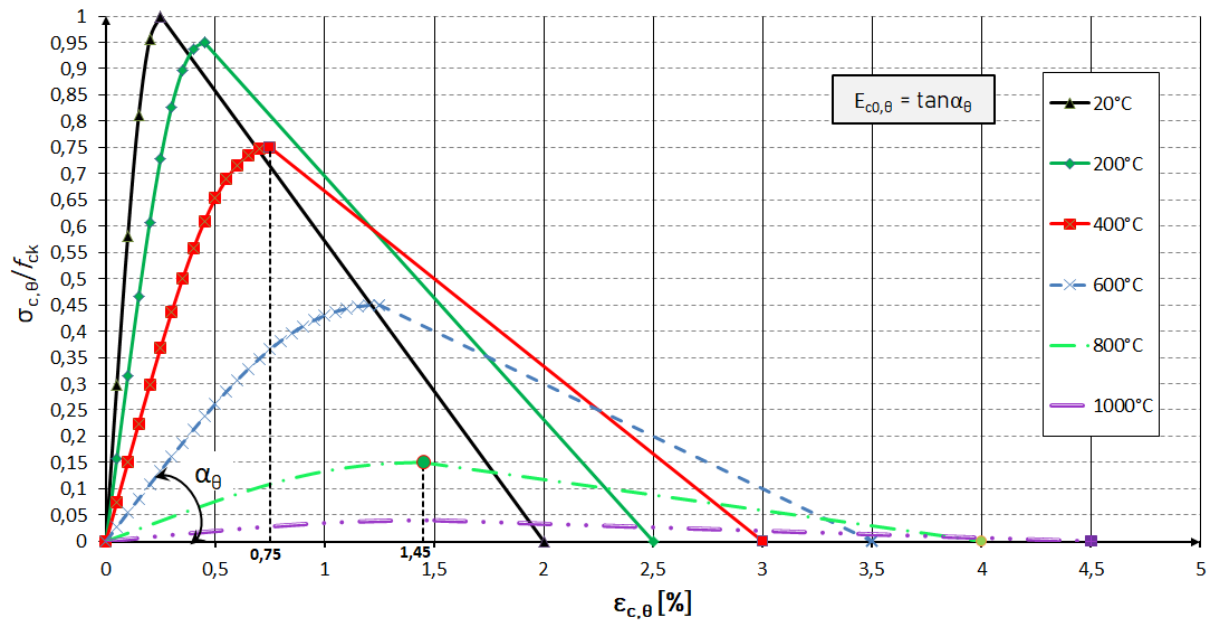


Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Alternativamente, para efeito da análise numérica, o ramo descendente do diagrama tensão-deformação do concreto a temperaturas elevadas, é permitido adotar um modelo numérico linear entre  $\varepsilon_{c1,\theta} < \varepsilon \leq \varepsilon_{cu,\theta}$ , conforme valores apresentados na Tabela 7. A Figura 40 apresenta o diagrama tensão-deformação em 6 temperaturas diferentes, conforme proposto no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004).

A deformação mais importante é aquela que corresponde à tensão de pico ( $\epsilon_{c1,\theta}$ ) adotada por base no cálculo da resistência do concreto ( $f_{ck,\theta}$ ). A deformação última ( $\epsilon_{cu,\theta}$ ) proporciona apenas para modelagens numéricas não lineares; por isso, não se deve dar crédito à precisão real da relação ao ramo descendente da relação tensão-deformação nesta parte do diagrama (FIB, 2008).

Figura 40 – Diagrama tensão-deformação do concreto em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

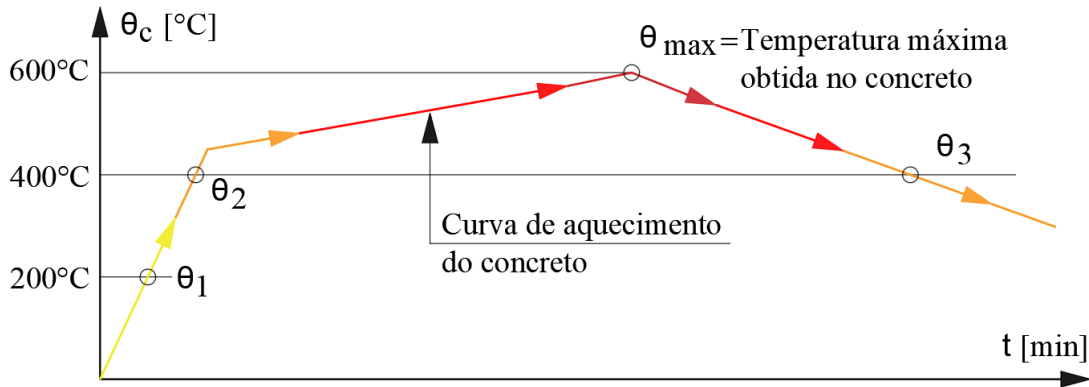
Como pode ser observado na Figura 40, o aumento da temperatura provoca no concreto:

- abatimento da inclinação da curva na fase elástica, até a tensão de pico  $\epsilon_{c1,\theta}$  (redução do módulo de elasticidade  $E_{c0,\theta}$ );
- redução da tensão máxima de compressão;
- diminuição na inclinação do ramo descendente (material menos frágil e mais dúctil);
- aumento da deformação da tensão máxima  $\epsilon_{c1,\theta}$  e da deformação última do concreto  $\epsilon_{cu,\theta}$ .

Após o aquecimento a uma temperatura máxima de  $\theta_{máx}$ , e subsequente resfriamento até a temperatura ambiente de 20°C, o concreto não recupera mais sua resistência à

compressão  $f_{ck}$ . Ao considerar o ramo descendente da curva do concreto, o valor de  $\varepsilon_{c1,\theta}$  e o valor da inclinação do ramo descendente da relação tensão-deformação podem ser ambos mantidos igual aos valores correspondentes para  $\theta_{m\acute{a}x}$  (Figura 41).

Figura 41 – Exemplo de aquecimento e resfriamento do concreto.



Fonte: Adaptado do EN 1994-1-2 (2005).

A relação tensão-deformação do concreto adaptada para incêndios naturais para resistência à compressão residual do concreto aquecido a uma temperatura máxima  $\theta_{m\acute{a}x}$  e subsequente resfriado até a temperatura ambiente de 20°C, é apresentada na EN 1994-1-2 (2005):

$$f_{ck,\theta,20^\circ C} = \varphi f_{ck} \quad (60)$$

onde:

$$\varphi = k_{c,\theta_{max}} \quad \text{para } 20^\circ C \leq \theta_{max} < 100^\circ C \quad (61)$$

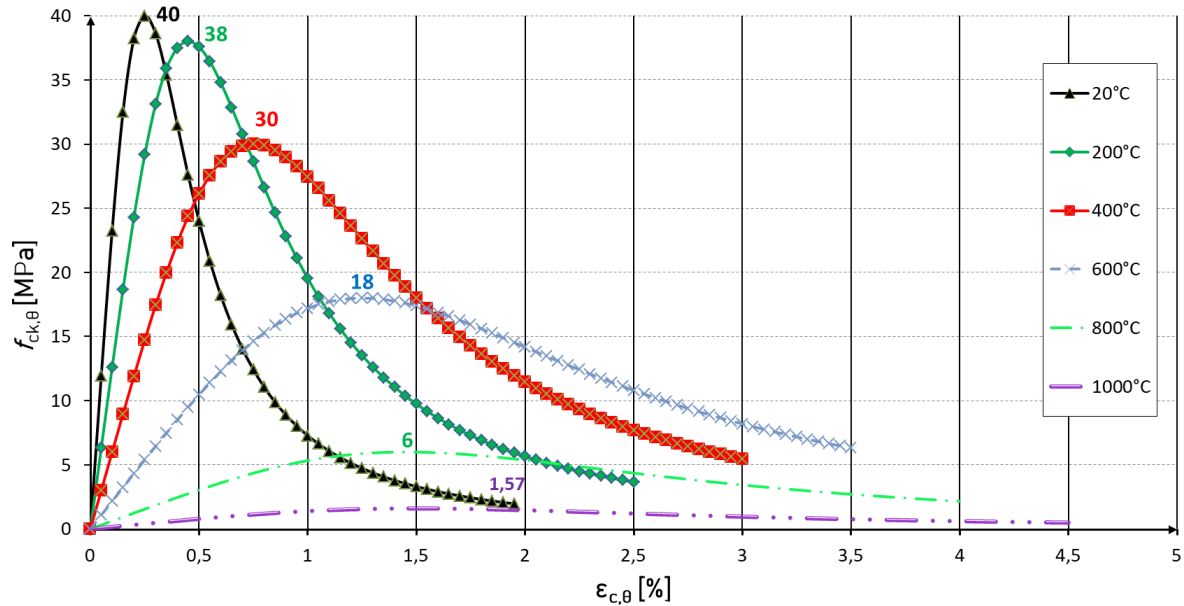
$$\varphi = 1,0 - [0,235(\theta_{max} - 100)/200] \quad \text{para } 100^\circ C \leq \theta_{max} < 300^\circ C \quad (62)$$

$$\varphi = 0,9 k_{c,\theta_{max}} \quad \text{para } \theta_{max} \geq 300^\circ C \quad (63)$$

Durante o resfriamento do concreto com  $20^\circ C \leq \theta \leq \theta_{m\acute{a}x}$ , a força de compressão correspondente  $f_{ck,\theta}$  do corpo de prova cilíndrico pode ser interpolado de forma linear entre  $f_{ck,\theta,m\acute{a}x}$  e  $f_{ck,\theta,20^\circ C}$ .

Como exemplo, observa-se na Figura 42, a variação do diagrama tensão-deformação do concreto com resistência de  $f_{ck} = 40$  MPa.

Figura 42 – Relação tensão-deformação do concreto aquecido com  $f_{ck}$  de 40 MPa.



Fonte: Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na EN 1994-1-2 (2005).

Segundo a NBR 15200 (ABNT, 2012), o coeficiente  $\alpha$  que leva em consideração o ganho de resistência com a idade do concreto, e a perda de resistência devido ao efeito *Rush*, submetido a cargas de longa duração e que tem valor 0,85.

O EN 1992-1-2 (2004) dá a liberdade ao projetista considerá-lo ou não, já a NBR 15200 (ABNT, 2012) recomenda que estruturas em situação de incêndio o valor de  $f_{cd,\theta}$  não precisa ser afetado por este coeficiente  $\alpha = 0,85$  quando em temperatura ambiente. (VELARDE, 2018).

### 3.5.3 Resistência à tração do concreto

A resistência à tração do concreto normalmente deve ser ignorada (conservador). Se for necessário levar em consideração a resistência à tração, ao empregar o método de cálculo simplificado ou avançado, esta consideração pode ser usada.

A redução da resistência à tração característica do concreto é permitida através do coeficiente  $k_{c,t(\theta)}$ , é descrita pela equação (64), segundo o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004):

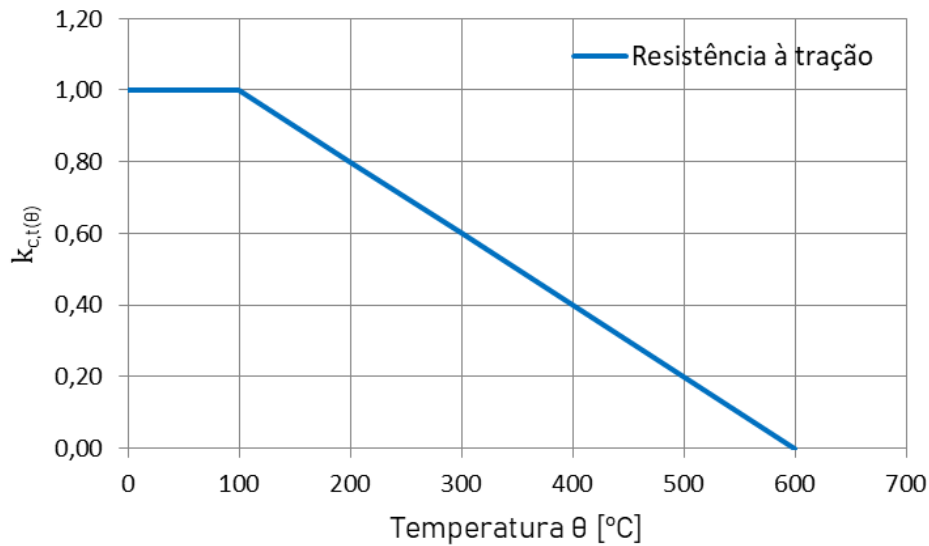
$$f_{ck,t(\theta)} = k_{c,t(\theta)} f_{ck,t} \quad (64)$$

Na ausência de informações mais precisas, os seguintes valores de  $k_{c,t(\theta)}$  (Figura 43), devem ser obtidos através das equações (65) e (66):

$$k_{c,t(\theta)} = 1,0 \quad \text{para } 20^\circ \leq \theta \leq 100^\circ\text{C} \quad (65)$$

$$k_{c,t(\theta)} = 1,0 - (\theta - 100)/500 \quad \text{para } 100^\circ < \theta \leq 600^\circ\text{C} \quad (66)$$

Figura 43 – Redução da resistência à tração do concreto em temperaturas elevadas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na EN 1992-1-2 (2004).

A resistência à tração do concreto em temperaturas elevadas foi considerada nula.

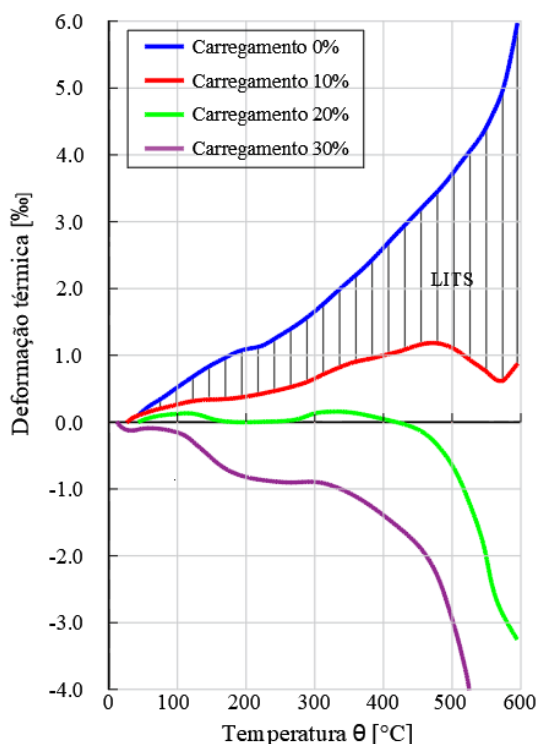
### 3.5.4 Componentes da deformação térmica do concreto

Algumas pesquisas mostram que a deformação térmica do concreto é significativamente reduzida quando uma carga de compressão constante é aplicada durante o aquecimento. Quando aquecido, o concreto é geralmente submetido a uma expansão volumétrica (TORELLI *et al.*, 2016).

A diferença entre a expansão térmica livre e a deformação sob carregamento simultâneo e aquecimento (Figura 44, área sombreada de 10% de tensão) é conhecido como deformação térmica induzida por carregamento (*LITS*)<sup>1</sup> (KHOURY *et al.*, 2002).

<sup>1</sup> Do inglês, Load-Induced Thermal Strain (LITS).

Figura 44 – Deformação térmica induzida por carregamento (*LITS*) em função da temperatura.



Fonte: Adaptado de Khoury (2006).

No Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), algumas modificações foram realizadas no comportamento do material, com a intenção de incluir a componente de deformação adicional (*LITS*) implicitamente. Isso significa que os parâmetros de deformação necessários para definir a curva tensão-deformação em temperaturas elevadas são artificialmente incrementados com o aumento da temperatura além de seus valores reais. (AL-HAMD *et al.*, 2020; LANGE; JANSSON, 2014).

A *LITS* é uma componente de deformação que se desenvolve quando o concreto é aquecido enquanto está sujeito a estados de tensão de compressão. Quando aquecido na ausência de carga mecânica, o concreto exibe uma deformação térmica volumétrica chamada de Deformação Térmica Livre (*FTS*)<sup>2</sup>, devido a perda de umidade, esse processo inclui a retração por secagem e deformações expansivas. A *LITS* é composta da fluência transiente, fluência básica e deformação elástica que ocorre durante o processo de aquecimento. (TORELLI, 2016; KASPAR *et al.*, 2009).

A *LITS* é a deformação que não pode ser contabilizada de outra forma devido a decomposição da pasta de cimento. Isto ocorre sob a tensão compressiva conforme a temperatura aumenta. Ocorre apenas sob o aquecimento inicial e é essencialmente permanente

<sup>2</sup> Do inglês, Free Thermal Strain (FTS).

e irreversível (plástico). A *LITS* é dependente da temperatura e independente do tempo, e tem impacto significativo no comportamento estrutural do concreto armado em situação de incêndio (LIAO; HUANG, 2018).

Qualquer análise estrutural de concreto aquecido que ignora a *LITS* será totalmente inadequada e produzirá resultados errôneos, particularmente para pilares expostos ao fogo, pois amplifica o efeito da não linearidade geométrica sobre a estabilidade de pilares (KHOURY, 2000).

A *LITS* é única para concreto estrutural. Acima de 100°C é essencialmente em função da temperatura e não do tempo, e relativamente fácil de modelar matematicamente em um cenário de aquecimento de curto prazo, como o fogo. A descrição de Anderberg e Thelandersson (1976) apresenta uma equação para o estudo teórico e experimental para a modelagem matemática da *LITS*:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{th}(\theta) + \varepsilon_{\sigma}(\sigma, \theta) + \varepsilon_{cr}(\sigma, \theta, t) + \varepsilon_{tr}(\sigma, \theta) \quad (67)$$

onde:

$\varepsilon_{tot}$ : deformação total do concreto à temperatura  $\theta$ ;

$\varepsilon_{th,\theta} = \frac{\Delta \ell}{\ell}$ : alongamento térmico do concreto à temperatura  $\theta$ ;

$\varepsilon_{\sigma,\theta}$ : deformação elástica devido ao carregamento  $\theta$ ;

$\varepsilon_{cr,\theta}$ : deformação por fluência básica à temperatura  $\theta$ ;

$\varepsilon_{tr,\theta}$ : deformação térmica transiente à temperatura  $\theta$ .

A *LITS* pode ser entendida como uma deformação plástica adicional que se desenvolve sob a combinação de temperatura e tensão. Em condições adequadas, pode resultar em uma aparente retração térmica no primeiro aquecimento do concreto, comportamento contrário ao da maioria dos materiais (AL-HAMD *et al.*, 2017).

### 3.6 PROPRIEDADES MECÂNICAS DO AÇO

O aço, por ser um material homogêneo e ter um patamar de escoamento definido em comparação com o concreto no diagrama tensão-deformação, tem suas propriedades mecânicas como a resistência ao escoamento, tensão limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade decrescente de maneira considerável quando o material é submetido a

temperaturas elevadas. As normas EN 1992-1-2 (2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012) sugerem a utilização de valores para calcular a redução dessas propriedades no aço das armaduras do concreto armado em função da temperatura.

A elevação de temperatura no aço provoca transformações em sua cristalografia. O ponto eutético é aquele em que a austenita começa a se transformar em perlita. Até o aço atingir a temperatura correspondente ao ponto eutético (cerca de 720°C), pode-se considerar que ele recupera totalmente a resistência inicial ao ser resfriado. Além dessa temperatura, o aço perde alguma resistência (SILVA, 2012).

### 3.6.1 Redução da resistência ao escoamento do aço e módulo de elasticidade

Com o aumento da temperatura, a resistência ao escoamento, a tensão limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade do aço de armadura passiva diminuem. As normas EN 1992-1-2 (2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012) recomendam a utilização dos valores apresentados na Tabela 8, para calcular a redução dessas propriedades no aço das armaduras do concreto armado em função da temperatura, é utilizada a equação (68):

$$f_{yk,\theta} = k_{s,\theta} f_{yk} \quad (68)$$

onde:

$f_{yk,\theta}$ : resistência característica do aço de armadura passiva na temperatura  $\theta$  [MPa];

$f_{yk}$ : resistência característica do aço de armadura passiva em temperatura ambiente 20°C;

$k_{s,\theta}$ : fator de redução da resistência do aço na temperatura  $\theta$ , conforme Figura 45, onde:

- curva cheia:  $k_{s,\theta}$  aplicável quando  $\varepsilon_{yi} \geq 2\%$ , usualmente armaduras tracionadas de vigas, lajes ou tirantes;
- curva tracejada:  $k_{s,\theta}$  aplicável quando  $\varepsilon_{yi} < 2\%$ , usualmente armaduras comprimidas de pilares, vigas ou lajes.

Os valores dos fatores para redução da resistência à tração e à compressão do aço de armadura passiva em função da temperatura recomendados pela norma NBR 15200 (ABNT, 2012) que correspondem a classe N da norma EN 1992-1-2 (2004) estão representados na Tabela 8.

Tabela 8 – Valores das relações para aços de armadura passiva.

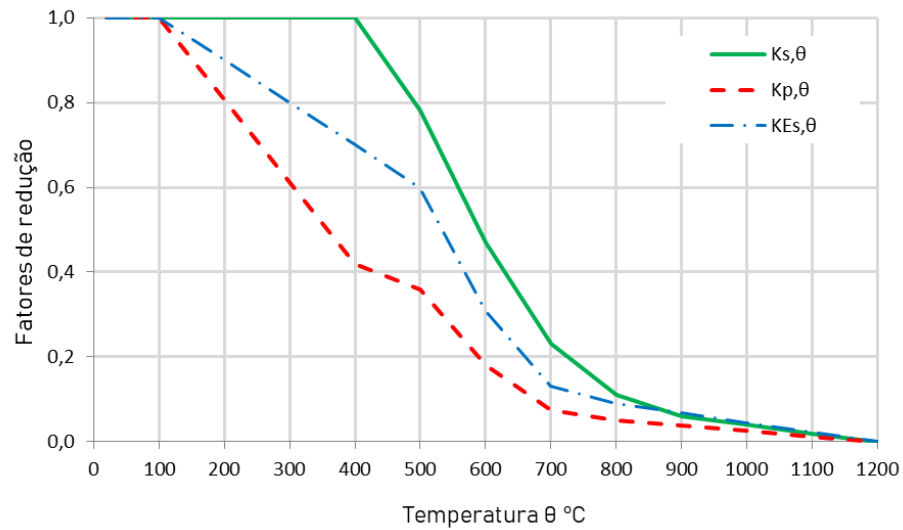
<i>Temperatura do aço [°C]</i>	$K_{s,\theta} = f_{yk,\theta}/f_{yk}$			$K_{p,\theta} = f_{pk,\theta}/f_{yk}$		$k_{Es,\theta} = E_{s,\theta}/E_s$	
	<i>Tração</i>		<i>Compressão</i>  CA-50 ou CA-60	CA-50	CA-60	CA-50	CA-60
	CA-50	CA-60					
<b>20</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
<b>100</b>	1,00	1,00	1,00	1,00	0,96	1,00	1,00
<b>200</b>	1,00	1,00	0,89	0,81	0,92	0,90	0,87
<b>300</b>	1,00	1,00	0,78	0,61	0,81	0,80	0,72
<b>400</b>	1,00	0,94	0,67	0,42	0,63	0,70	0,56
<b>500</b>	0,78	0,67	0,56	0,36	0,44	0,60	0,40
<b>600</b>	0,47	0,40	0,33	0,18	0,26	0,31	0,24
<b>700</b>	0,23	0,12	0,10	0,07	0,08	0,13	0,08
<b>800</b>	0,11	0,11	0,08	0,05	0,06	0,09	0,06
<b>900</b>	0,06	0,08	0,06	0,04	0,05	0,07	0,05
<b>1000</b>	0,04	0,05	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03
<b>1100</b>	0,02	0,03	0,02	0,01	0,02	0,02	0,02
<b>1200</b>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00

Para valores intermediários da temperatura do concreto pode realizar interpolação linear.

Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

A Figura 45 apresenta graficamente as variações dos fatores de redução das propriedades do aço de armadura passiva, em função da temperatura.

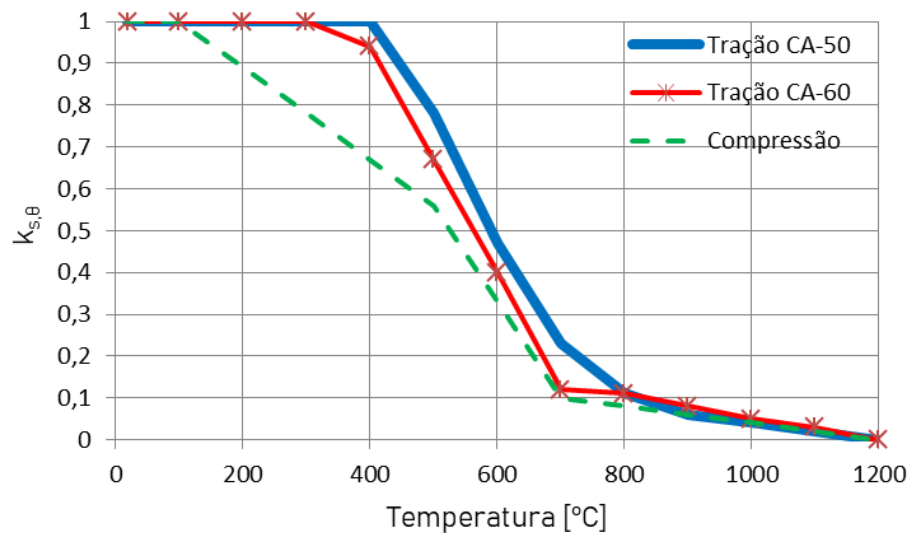
Figura 45 – Fatores de redução das propriedades mecânicas do aço em temperaturas elevadas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na EN 1994-1-2 (2005).

A Figura 46 apresenta a redução da resistência do aço CA-50 e CA60, em temperaturas elevadas, tanto para tração como compressão.

Figura 46 – Fator de redução da resistência do aço em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

### 3.6.2 Redução do módulo de elasticidade do aço

O módulo de elasticidade do aço da armadura passiva decresce com o aumento da temperatura (Figura 47), obtido pela equação (69), segundo o Eurocode 2 (2004):

$$E_{s,\theta} = k_{Es,\theta} E_s \quad (69)$$

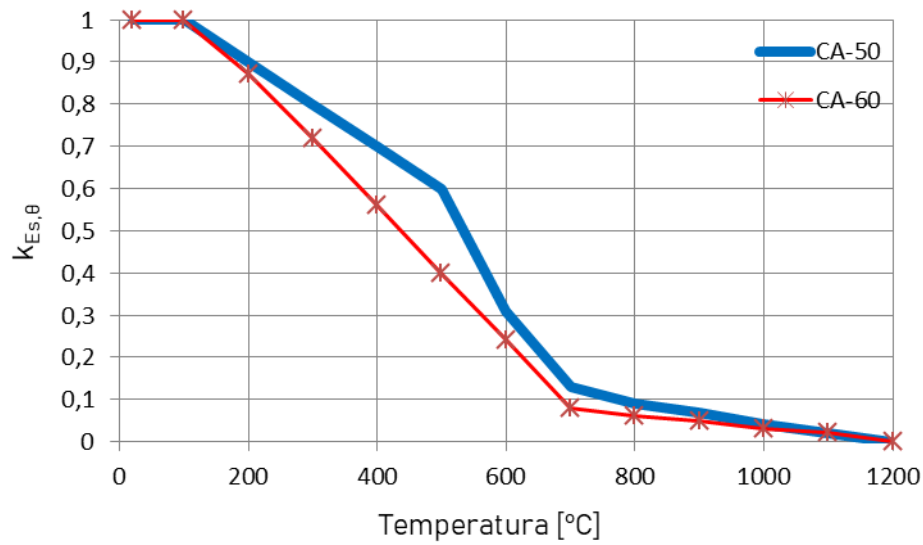
onde:

$E_{s,\theta}$ : módulo de elasticidade do aço de armadura passiva à temperatura  $\theta$  [GPa];

$E_s$ : módulo de elasticidade do aço de armadura passiva à temperatura ambiente 20°C [GPa];

$k_{Es,\theta}$ : fator de redução do módulo de elasticidade do aço na temperatura  $\theta$ .

Figura 47 – Fator de redução do módulo de elasticidade do aço em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

### 3.6.3 Diagrama tensão-deformação do aço de armadura passiva

Os diagramas tensão-deformação dos aços da armadura passiva em temperaturas elevadas podem ser elaborados a partir das equações apresentadas na NBR 15200 (ABNT, 2012) e EN 1992-1-2 (2004):

$$\sigma_{s,\theta} = \varepsilon_{s,\theta} E_{s,\theta} \quad \text{para } 0 \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{p,\theta} \quad (70)$$

$$\sigma_{s,\theta} = f_{pk,\theta} - c + \frac{b}{a} \cdot \sqrt{a^2 - (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{s,\theta})^2} \quad \text{para } \varepsilon_{p,\theta} \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{y,\theta} \quad (71)$$

$$\sigma_{s,\theta} = f_{yk,\theta} \quad \text{para } \varepsilon_{y,\theta} \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{t,\theta} \quad (72)$$

$$\sigma_{s,\theta} = f_{yk,\theta} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon_{s,\theta} - \varepsilon_{t,\theta}}{\varepsilon_{u,\theta} - \varepsilon_{t,\theta}} \right) \right] \quad \text{para } \varepsilon_{t,\theta} \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{u,\theta} \quad (73)$$

$$\sigma_{s,\theta} = 0 \quad \text{para } \varepsilon_{s,\theta} \geq \varepsilon_{u,\theta} \quad (74)$$

$$a^2 = (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) \cdot \left( \varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta} + \frac{c}{E_{s,\theta}} \right) \quad (75)$$

$$b^2 = c \cdot (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) \cdot E_{s,\theta} + c^2 \quad (76)$$

$$c = \frac{(f_{yk,\theta} - f_{pk,\theta})^2}{(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta}) \cdot E_{s,\theta} - 2 \cdot (f_{yk,\theta} - f_{pk,\theta})} \quad (77)$$

$$\varepsilon_{p,\theta} = \frac{f_{pk,\theta}}{E_{s,\theta}} \quad (78)$$

$$f_{pk,\theta} = k_{p,\theta} f_{yk} \quad (79)$$

onde:

$\sigma_{s,\theta}$ : tensão de tração do aço à temperatura elevada  $\theta$  [MPa];

$\varepsilon_{s,\theta}$ : deformação específica correspondente do aço à temperatura elevada  $\theta$ ;

$\varepsilon_{y,\theta}$ : deformação específica do aço à temperatura elevada  $\theta$ , no início do patamar de escoamento ( $\varepsilon_{y,\theta} = 0,02$ );

$\varepsilon_{u,\theta}$ : deformação específica última do aço à temperatura elevada  $\theta$ , para aço CA-50,  $\varepsilon_{u,\theta} = 0,2$ ;

$\varepsilon_{t,\theta}$ : deformação específica do aço à temperatura elevada  $\theta$ , no final do patamar de escoamento, para aço CA-50,  $\varepsilon_{t,\theta} = 0,15$ ;

$\varepsilon_{p,\theta}$ : deformação específica do aço à temperatura elevada  $\theta$ , no limite da proporcionalidade do material;

$f_{pk,\theta}$ : resistência correspondente ao limite de proporcionalidade do aço à temperatura elevada  $\theta$  [MPa];

$k_{p,\theta}$ : fator de redução do limite de proporcionalidade, conforme Tabela 8.

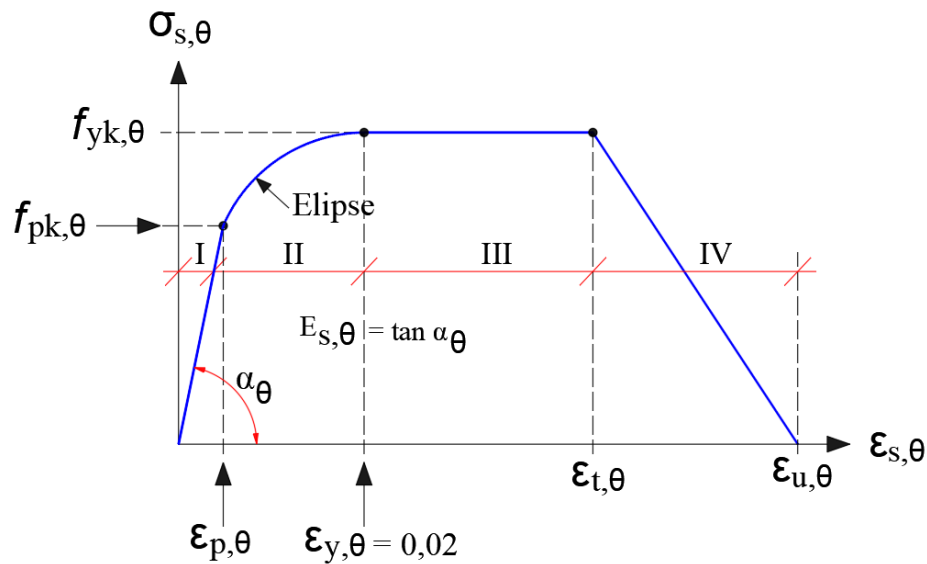
As propriedades de resistência e deformação do aço estrutural em temperaturas elevadas devem ser obtidas a partir da relação tensão-deformação conforme apresentado na

Figura 48. Presume-se que as taxas de aquecimento normalmente decrescem dentro dos limites especificados.

O diagrama tensão-deformação do aço é definido pelos seguintes parâmetros:

- a inclinação da faixa elástica linear  $E_{s,\theta}$ ;
- o limite de proporcionalidade  $f_{pk,\theta}$ ;
- o nível de tensão máxima ou resistência ao escoamento efetiva  $f_{yk,\theta}$ .

Figura 48 – Modelo matemático do diagrama tensão-deformação do aço em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base na EN 1994-1-2 (2005).

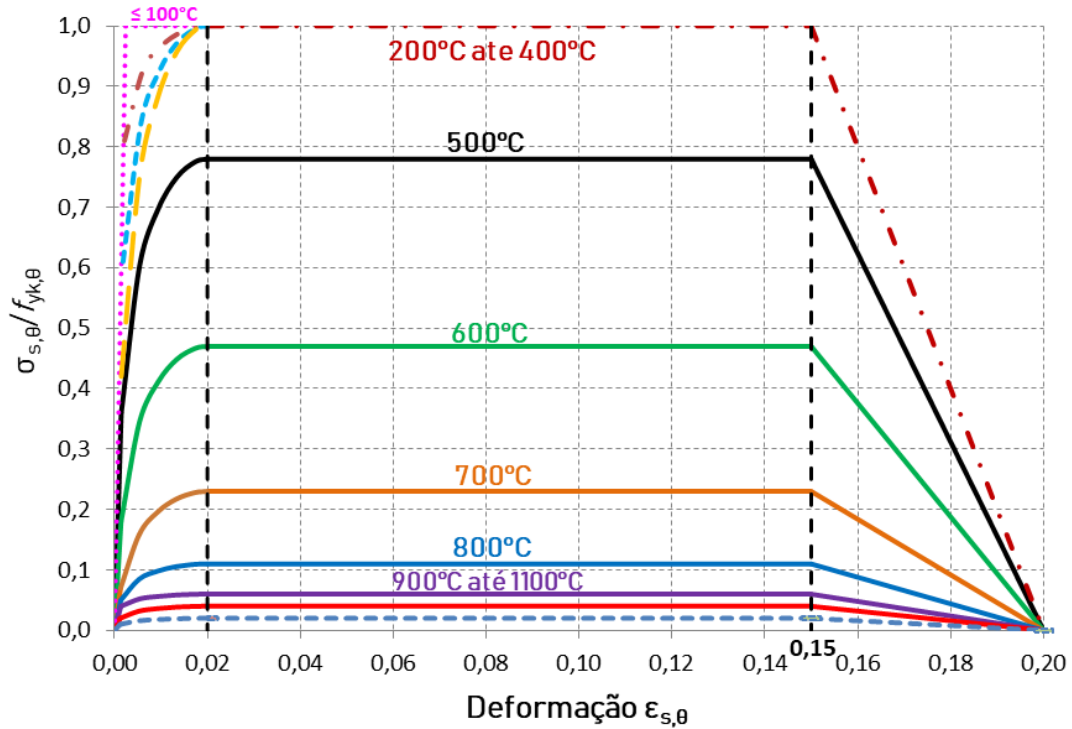
A fase da faixa de deformação do aço é definida como:

- fase I – elástica  $\varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{p,\theta}$ ;
- fase II – elastoplástica (transiente)  $\varepsilon_{p,\theta} \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{y,\theta}$ ;
- fase III – plástica  $\varepsilon_{y,\theta} \leq \varepsilon_{s,\theta} \leq \varepsilon_{u,\theta}$ .

Consequentemente, à medida que a deformação pós-pico é localizada, a deformação descendente ramo da curva tensão-deformação (fase IV) não pode ser considerado uma propriedade do material. Em vez disso, deve ser referido como uma propriedade estrutural.

O modelo matemático apresenta como resultado a variação do diagrama tensão-deformação do aço em função da temperatura, está apresentado na Figura 49.

Figura 49 – Redução da resistência ao escoamento do aço em função da temperatura.



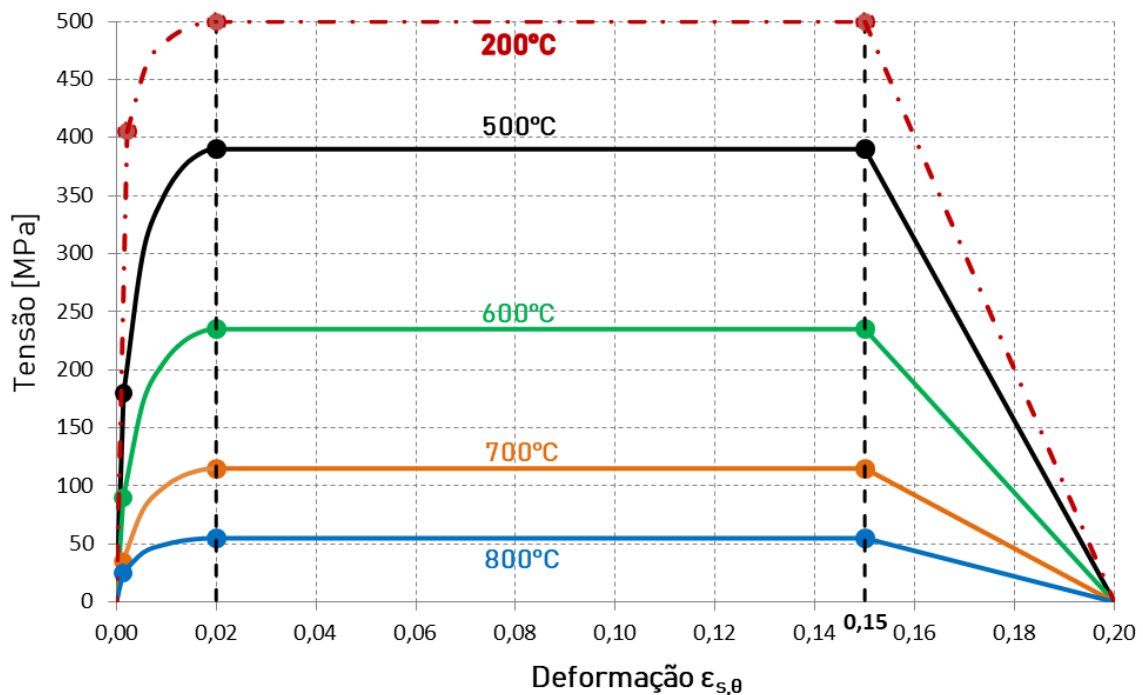
Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

Como pode ser observado na Figura 49, verifica-se que o aumento da temperatura no aço provoca:

- redução da inclinação da reta na fase elástica (diminuição do módulo de elasticidade);
- diminuição na tensão máxima (diminuição da resistência ao escoamento);
- aumento da fase de comportamento elastoplástico (trecho elíptico não linear).

Como exemplo, observa-se na Figura 50, a variação do diagrama tensão-deformação do aço CA-50 com resistência de  $f_{yk} = 500$  MPa, para as temperaturas de 200°C, 500°C, 600°C, 700°C e 800°C.

Figura 50 – Diagrama tensão-deformação do aço CA-50 em função da temperatura.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022), com base no EN 1992-1-2 (2004).

### 3.7 TEORIA DA PLASTICIDADE

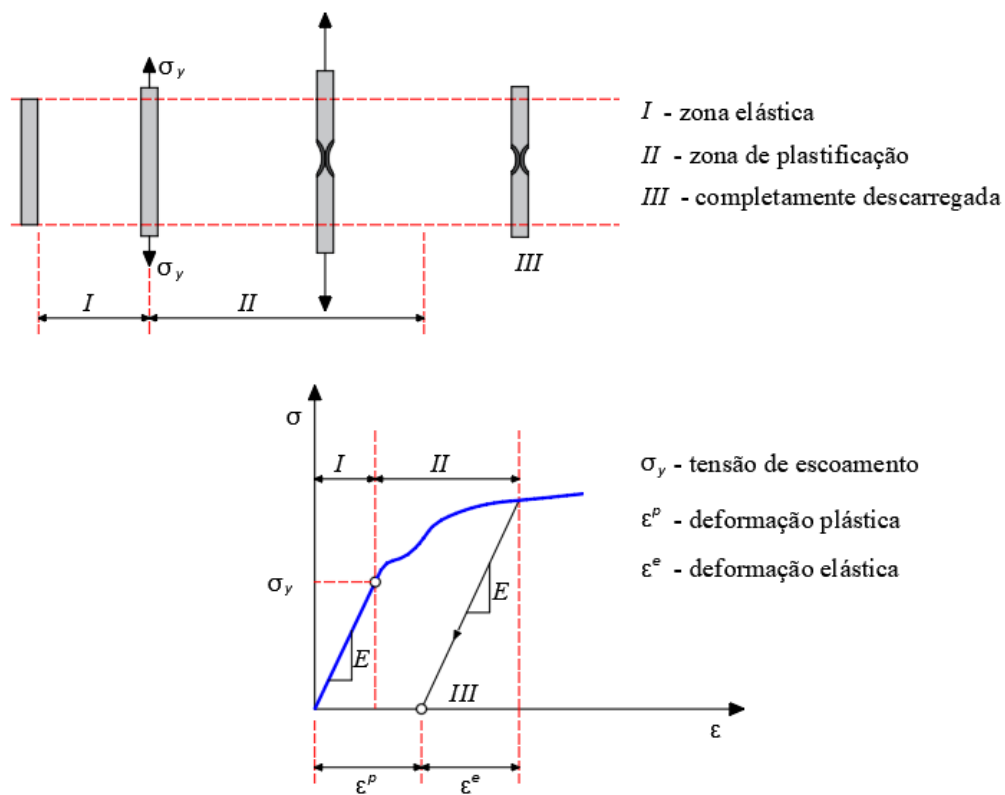
Com o carregamento elástico, as estruturas atômicas não são afetadas, o que é típico de processos em que não há dissipação de energia interna. Então uma vez que a carga for removida, o sólido retorna ao seu estado inicial. Em certos tipos de materiais, se a estrutura continuar a ser carregada atingirá um estado em que os átomos começam a se reestruturar (deslocamento em nível atômico), então, tem-se a dissipação interna de energia (processo irreversível).

A maioria da energia dissipada será usada para aumentar a temperatura (liberação de calor) e, como resultado, há um aumento na desordem do sistema, ou seja, um aumento na entropia. Um aumento na temperatura também envolve o fenômeno de dilatação. Em nível macroscópico, em materiais dúcteis, esta reestruturação atômica é caracterizada pela deformação permanente (deformação plástica). Ou seja, se o material que foi reestruturado internamente é completamente descarregado, pode ser observado que a deformação total não é recuperada. Esta parte recuperável é caracterizada pela deformação elástica e a deformação permanente pela deformação plástica, conforme apresentado na Figura 51, e os modelos

constitutivos elaborados para representar este fenômeno são chamados de “modelos de plasticidade” ou “modelos elastoplásticos”.

Quando a carga esta atuante, a deformação total ( $\epsilon$ ) é sempre composta por uma deformação elástica ( $\epsilon^e$ ) adicionada a uma deformação plástica ( $\epsilon^p$ ). Segundo Gomes (2020), a teoria da plasticidade é uma extensão da teoria da elasticidade e tem como objetivo a análise de tensões e deformações nos regimes elástico e elastoplástico, fornecendo uma resposta estrutural mais realista.

Figura 51 – Comportamento elastoplástico.



Fonte: Adaptado de Chaves (2013).

### 3.7.1 Relações constitutivas de elasticidade

Na análise estática de um problema tridimensional são utilizadas as relações entre as componentes de tensão e de deformação específica. Estas relações dependem, em geral, das condições de carga (estática ou dinâmica), do tempo, da temperatura e das condições ambientais. Em materiais elásticos, as deformações específicas decorrentes das tensões desaparecem quando estas são eliminadas através de um processo de descarga.

Na elasticidade linear existe uma relação única entre componentes de tensão e deformação, definida pela lei de Hooke generalizada, que é independente do tempo e da história da carga. Além disso, considera-se que as variações nas deformações causadas pelas variações nas tensões são instantâneas e o sistema é completamente reversível, sendo que toda a energia de deformação acumulada no processo de carga é recuperada no processo de descarga.

A relação linear entre tensão total e a deformação elástica, sem perda por generalidade, pode ser expressa pela lei de Hooke:

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (80)$$

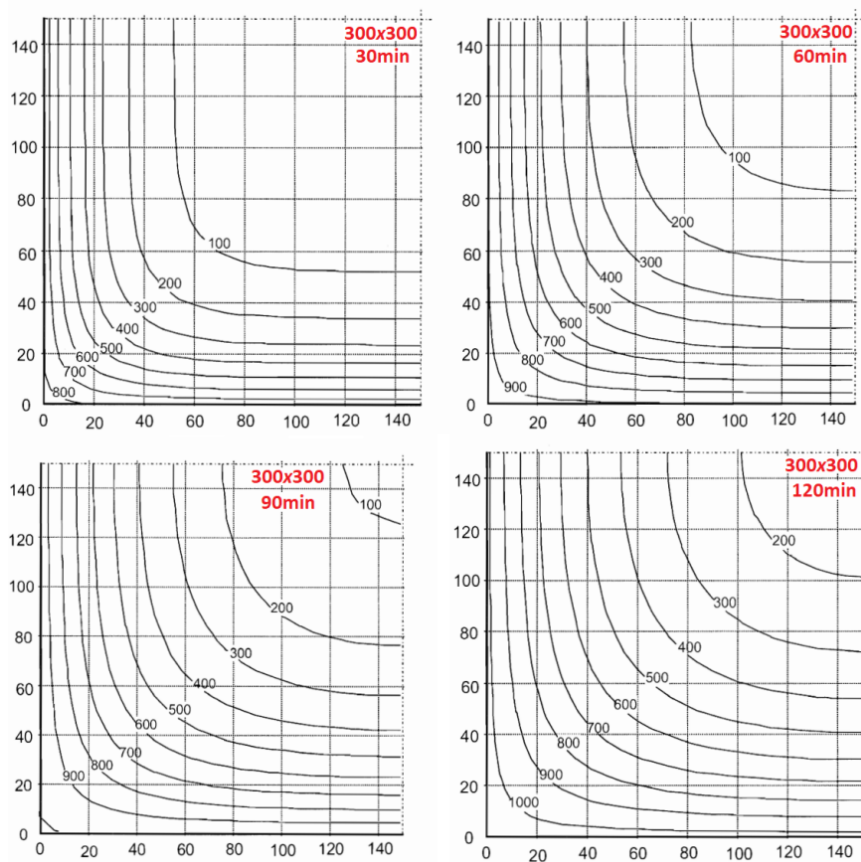
em que  $\{\sigma\}$  e  $\{\varepsilon\}$  são vetores do tensor de tensão e de deformação específica, respectivamente, e  $[D]$  é a matriz constitutiva do material.

### 3.8 PILARES DE CONCRETO ARMADO EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Pilar em concreto armado é o elemento estrutural onde a carga predominante é vertical. Os coeficientes de segurança utilizados para o cálculo e dimensionamento, quando em situação de incêndio, são cruciais para a manutenção de sua integridade estrutural.

O aquecimento em elementos estruturais de concreto para fins de modelo de cálculo simplificado é geralmente apresentado através de gráficos de isotermas. O anexo A da norma EN 1992-1-2 (2004) fornece perfis de temperatura calculados para lajes, vigas e pilares de concreto armado expostos ao incêndio. A Figura 52 apresenta as isotermas obtidas para um pilar de concreto com seção transversal quadrada de dimensões 30 cm x 30 cm exposto ao incêndio por todos os lados, para tempo de exposição ao fogo de 30, 60, 90 e 120 minutos. Devido à simetria, é apresentada apenas a quarta parte da seção transversal de cada elemento estrutural, em mm. As isotermas, em °C foram obtidas para um concreto com umidade relativa de 1,5% e considerando a curva do limite inferior para a condutividade térmica (conforme a equação 32). Com relação às condições de contorno, considerou-se um coeficiente de transferência de calor por convecção,  $\alpha_c$  igual a 25 W/m<sup>2</sup>°C e uma emissividade resultante do material,  $\varepsilon_{res}$  igual a 0,7.

Figura 52 – Isotermas para pilar de concreto 300x300mm.



Fonte: EN 1992-1-2 (2004).

### 3.9 MÉTODOS SIMPLIFICADOS PARA ANÁLISE TÉRMICA

Para a análise de estruturas em situação de incêndio, as tensões no concreto passam a ser variáveis em cada ponto no interior da seção transversal. Para determinação do gradiente térmico, pode-se recorrer a ábacos, isotermas, empregar métodos simplificados publicados na literatura técnica e métodos de cálculos avançados.

Para pilares curtos de concreto armado em situação de incêndio, as análises numéricas termoestruturais normalmente são realizadas em duas etapas. A primeira é a análise térmica para calcular os campos de temperatura em função do tempo, e a segunda etapa é a análise estrutural, que se faz com base nos campos de temperatura calculados previamente (VELARDE, 2018).

Os métodos simplificados para determinação da temperatura em elementos estruturais isolados são ferramentas úteis para verificações em projetos de estruturas. Com o avanço da tecnologia, a utilização de métodos numéricos para solução do problema de transferência de calor, é o mais empregado para análises térmicas em estruturas (PURKISS *et al.*, 2013).

O Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) recomenda o Método da Isoterma de 500°C, proposto por Anderberg (1982), e o Método das Faixas proposto por Hertz (1978). Autores como Wickström (2016) e Kodur *et al.* (2013) também apresentaram métodos simplificados para determinação da temperatura em elementos estruturais.

### 3.9.1 Método simplificado do EN 1992-1-2:2004

Os dois métodos apresentado no Eurocode 2 têm como princípio estabelecer uma seção transversal reduzida em relação a uma zona danificada pelo calor na superfície do concreto, permanecendo a mesma resistência à compressão média ou módulo de elasticidade, com o objetivo de definir uma seção transversal equivalente.

A diferença entre os métodos está na forma de reduzir a seção transversal e o restante da solução é análogo ao cálculo em temperatura ambiente. O efeito da temperatura no aço é considerado pela redução da resistência, enquanto que no concreto é considerado através da redução da seção transversal (COSTA; SILVA, 2002).

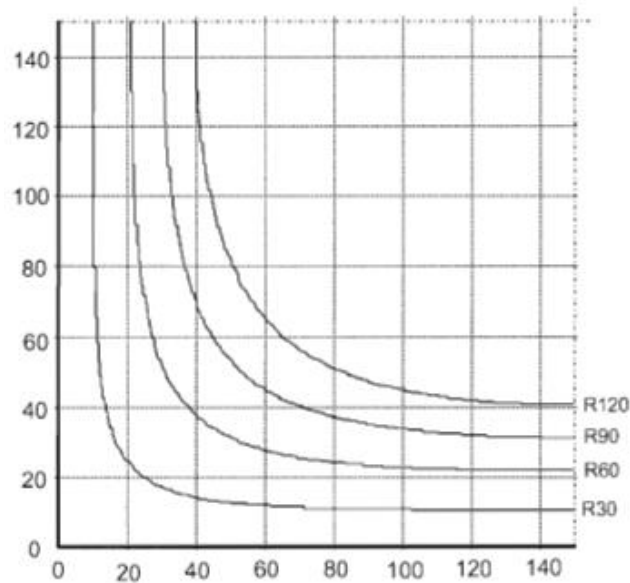
Admite-se que a deformação última do concreto à compressão ocorra para  $\varepsilon_{cu} = 3,5\%$ , o limite de escoamento do aço é desprezado e assume-se que o mesmo se encontre solicitado para sua máxima tensão resistente.

#### 3.9.1.1 Método da Isoterma de 500°C

Este método simplificado foi proposto pelo pesquisador sueco Dr. Yngve Anderberg e está prescrito no item B.1 do Anexo B do Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004). O método da isoterma de 500°C pode ser aplicado a seções expostas tanto ao incêndio padrão quanto a qualquer outro regime de incêndio, com a condição de que o regime considerado permaneça inalterado pelo calor e provoque o surgimento de isotermas (linhas de mesma temperatura) sobre a seção do elemento, conforme apresentado na Figura 53 (PURKISS *et al.*, 2013).

O método consiste em determinar as linhas de mesma temperatura dentro da seção analisada (isotermas) e desconsiderar a parte da seção que estiver acima de 500°C, pois o concreto a partir dessa temperatura já não possui capacidade resistente (EN 1992-1-2:2004).

Figura 53 – Isoterma de 500° para um pilar 30cm x 30cm.



Fonte: EN 1992-1-2 (2004).

Contudo, este método desconsidera a redução do  $f_{ck}$  do concreto em situação de incêndio, ou seja, não é utilizado o fator de redução  $k_{c,\theta}$ . Isso se deve ao fato do método considerar que o concreto dentro da isoterma de 500°C, possui a mesma resistência característica à compressão em situação de incêndio quanto à temperatura ambiente. Embora esta hipótese não corresponda à realidade, experimentos empíricos demonstram que essa hipótese conduz a resultados satisfatórios (ALBUQUERQUE, 2012).

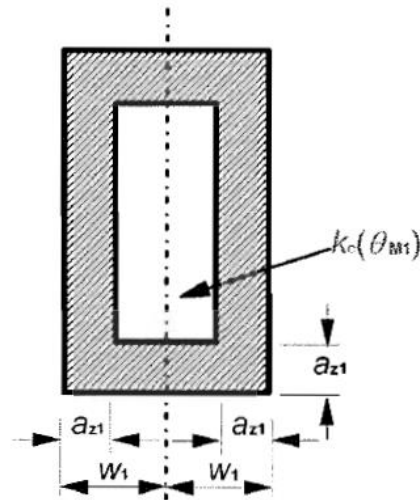
### 3.9.1.2 Método das Faixas

O Método das Faixas (também conhecido como Método das Zonas) foi desenvolvido com base em estudos experimentais submetidos à flexão. Este método está descrito no item B.2 do Anexo B do Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004).

Embora possua uma metodologia semelhante ao Método da Isoterma 500°C, fornece resultados menos conservadores, sobretudo quando aplicado a elementos que sofrem flexocompressão, especialmente para pilares. O Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) impõe uma restrição ao Método das Faixas que só pode ser utilizado para exposição à curva de incêndio-padrão.

O método consiste na redução da seção transversal ignorando a espessura “ $a_z$ ”, determinada com base na divisão da seção em faixas, nas quais a resistência do concreto será reduzida conforme ilustrado na Figura 54 (HERTZ, 2000; PURKISS *et al.*, 2013).

Figura 54 – Redução da seção transversal de um pilar.



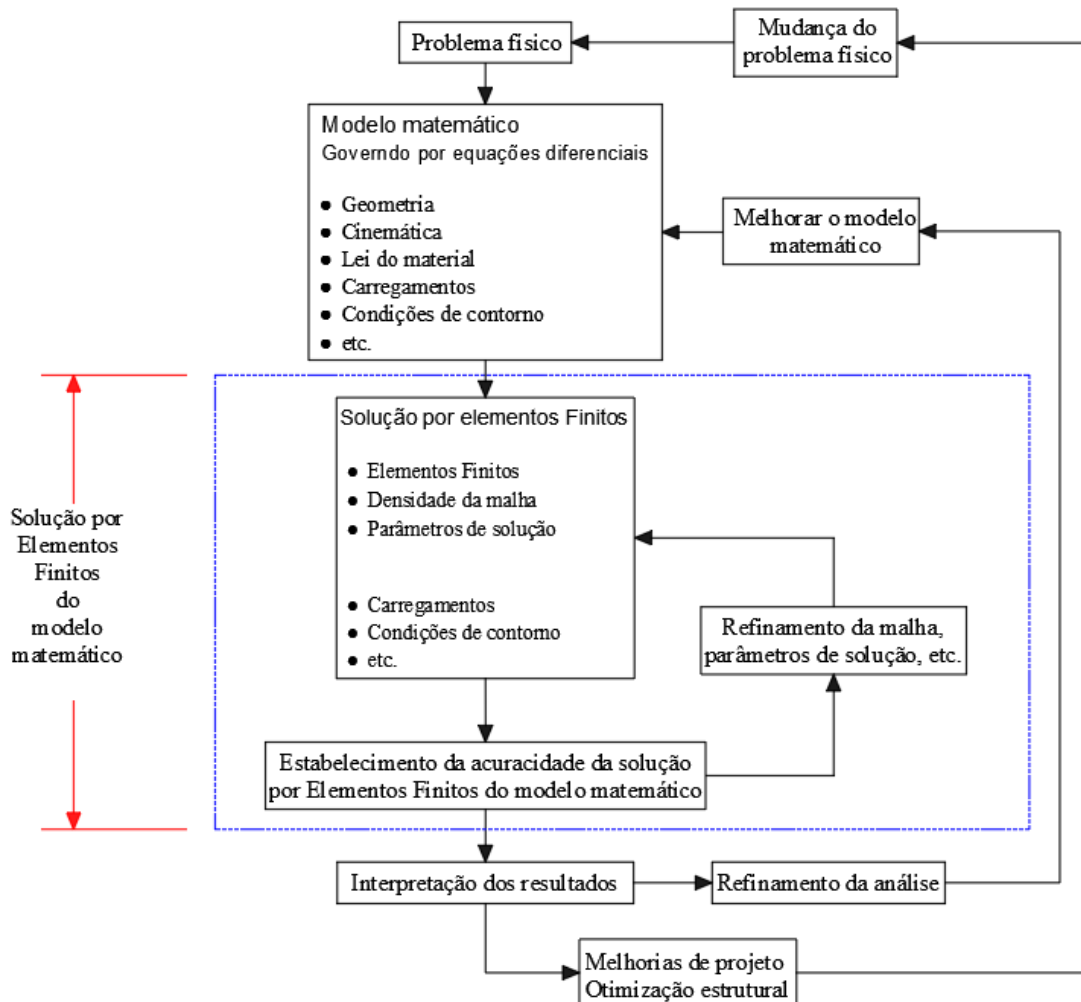
Fonte: EN 1992-1-2 (2004).

A seção transversal é dividida em número maior ou igual a três de faixas paralelas de igual espessura (elementos retangulares) onde a temperatura média, a resistência média à compressão e o módulo de elasticidade (quando aplicável) podem ser avaliados.

#### 4 ANÁLISE NUMÉRICA NÃO LINEAR

A utilização de procedimentos em elementos finitos é frequente em projetos de engenharia, sendo amplamente utilizado em todos os seus campos. O processo de análise é apresentado na Figura 55. Tais procedimentos são utilizados extensivamente para análise de sólidos, estruturas, transferência de calor e fluidos. A determinação de um modelo matemático para análise numérica exige conhecimento específico do problema e do método de solução, principalmente para o caso de análise não linear, devido às formulações a serem utilizadas (BATHE, 2014).

Figura 55 – Fluxograma do processo de análise de elementos finitos.



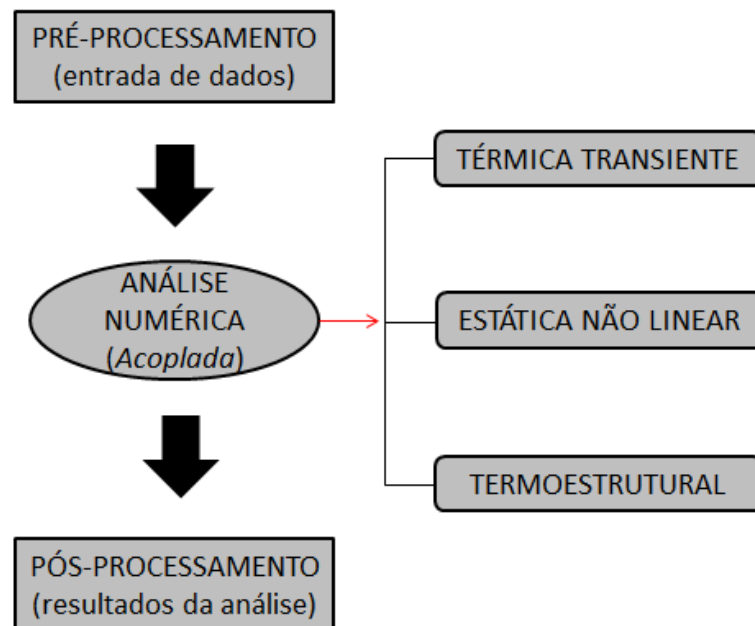
Fonte: Adaptado de Bathe (2014).

Para a análise numérica do comportamento do pilar neste trabalho, foram realizadas simulações através do Método dos Elementos Finitos, considerando a não linearidade física e

geométrica dos materiais. A validação dos modelos numéricos é comparada com resultados simplificados e experimentais disponíveis na literatura.

O programa de elementos finitos deverá ser capaz de realizar, além da análise estrutural (estática e dinâmica), a análise térmica de seções transversais e a análise termoestrutural de estruturas de concreto armado, conforme ilustrado na Figura 56. De uma forma geral, o processo de simulação numérica em mecânica computacional é dividido em três etapas: pré-processamento, análise numérica e pós-processamento, sendo normalmente tratadas de forma independente. Tradicionalmente, a etapa da análise computacional se inicia após a leitura de um arquivo de dados, os quais são processados para determinação das soluções e, finalmente, essas soluções são impressas em arquivos para pós-processamento.

Figura 56 – Fluxograma da análise numérica.



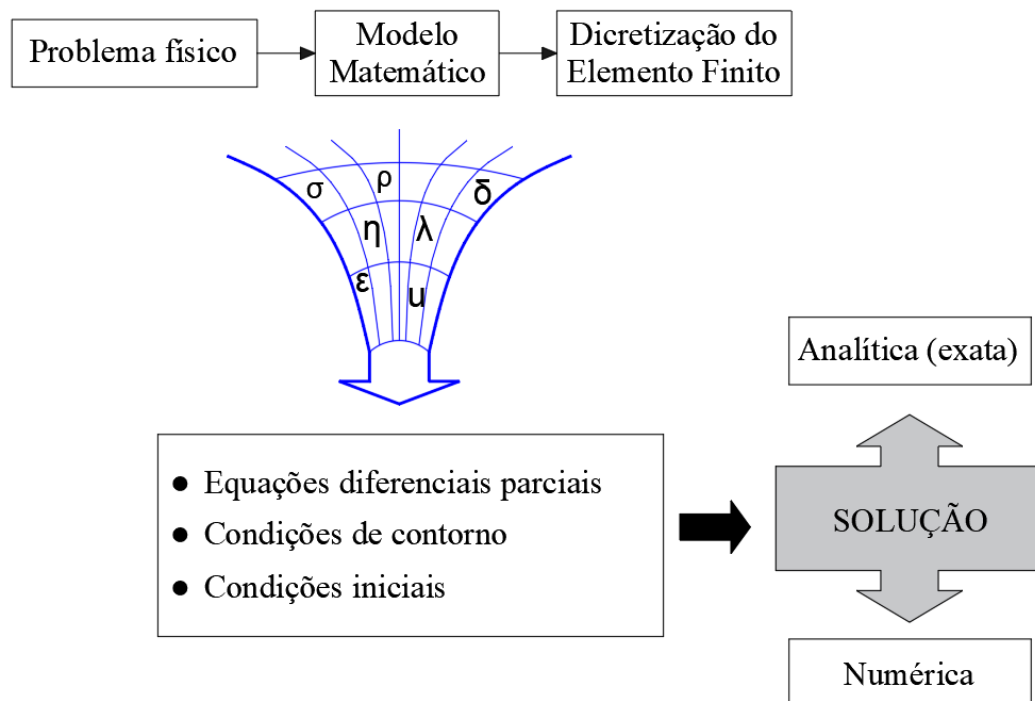
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Os modelos elaborados foram estudados em três etapas. A primeira etapa foi a análise térmica transiente que forneceu a distribuição de temperatura na seção transversal do pilar e ao longo do comprimento. A segunda etapa se refere à análise estática não linear, à temperatura ambiente, que considera as restrições axial e rotacional. A terceira e última etapa aborda da análise termoestrutural na qual o comportamento não linear do pilar foi analisado com o acoplamento dos resultados obtidos na análise térmica.

#### 4.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS – MEF

Muitos fenômenos que ocorrem na engenharia como tensões, transferência de calor, escoamento de fluido, eletromagnetismo, propagação de ondas, entre outros, tem comportamento complexo e sua descrição só é possível por meio de equações diferenciais parciais. Em geral, é impossível solucionar essas equações manualmente com auxílio de métodos analíticos. Assim, é necessário lançar mão de métodos numéricos para obter soluções aproximadas, conforme ilustra a Figura 57.

Figura 57 – Declaração e solução do problema.



Fonte: Adaptado de Chaves (2013).

Neste sentido, o Método dos Elementos Finitos (MEF) se mostra uma das ferramentas mais indicadas para solução e análises de tais problemas. De acordo com Fish e Belytschko (2007), o esquema de solução de problemas que utilizam o Método dos Elementos Finitos é dividido em cinco etapas:

- Pré-processamento: subdivisão do problema em elementos finitos.
- Formulação dos elementos: desenvolvimento das equações para os elementos.

- Montagem: obtenção do sistema global de equações a partir das equações individuais dos elementos.
- Resolução das equações.
- Pós-processamento: determinação dos parâmetros de interesse como tensões, deformações e a visualização das configurações deformadas.

Para a análise em elementos finitos, é necessário realizar a divisão da estrutura em elementos e definir seu tamanho, formato e modelo. Devem ser considerados:

- dimensão do elemento: linear, bidimensional ou tridimensional;
- formato do elemento: retangular, triangular, circular, poligonal;
- esforços atuantes no elemento: esforço normal, flexão, cisalhamento ou torção;
- definição entre Estado Plano de Tensão e Estado Plano de Deformação.

O MEF é uma abordagem numérica bastante empregada nas análises de estruturas e meios contínuos e baseia-se no conceito de discretização da estrutura ou meio contínuo e, a partir daí, na obtenção de soluções numéricas aproximadas. Desse modo, procura-se dividir o sistema em subdomínios (modelo discreto), referidos como elementos, que são interligados através dos pontos nodais onde são definidos os graus de liberdade a serem determinados. A ideia básica consiste em transformar um problema complexo na soma de diversos problemas simples, o que possibilita ao computador realizar com eficiência estas tarefas (NASCIMENTO, 2018).

#### **4.1.1 Formulação MEF Aplicado ao Problema de Condução de Calor**

Atualmente, o MEF é um dos métodos de aproximação mais difundidos, tanto no meio acadêmico como entre os engenheiros e projetistas na modelagem computacional de uma forma geral. Isso se deve à grande aplicabilidade e simplicidade do mesmo, podendo servir às mais diversas análises, como: corpos sólidos, fluidos, meios porosos, meios elásticos ou hiperelásticos, plásticos, em análise linear e não linear, análise estática e dinâmica, condução de calor, entre outras. A ideia básica do método é a de que os corpos podem ser estudados como sendo constituídos por elementos de dimensões finitas que se relacionam uns com os outros por meio de seus nós, ou seja, o meio contínuo é discretizado (dividido) em

subdomínios, referidos como elementos, que são interligados através de seus pontos nodais onde são definidos os graus de liberdade a serem determinados.

Uma rede de pontos (elementos) define a malha de elementos finitos, e o refinamento dessa malha pode proporcionar melhores respostas do problema estudado. Porém, esse refinamento aumenta o número de incógnitas e, conseqüentemente, o custo computacional. Entretanto, deve-se adotar um número de elementos que leve a uma solução satisfatória dentro da precisão desejada e do tempo de processamento esperado.

O problema de condução de calor, conforme apresentado na seção anterior, consiste em resolver uma equação diferencial parcial, considerando as características térmicas do material (Lei de Fourier) e satisfazendo as condições iniciais, bem como as de contorno.

#### 4.1.2 Método dos Resíduos Ponderados

O Método dos Resíduos Ponderados (MRP) é uma técnica aproximada para resolver problemas de valor de contorno que utiliza funções de aproximação que satisfaçam as condições de contorno prescritas e uma integral sobre o domínio do problema para minimizar o erro (HUTTON, 2003).

Muitos problemas de Engenharia são governados por equações diferenciais, no entanto, apenas para alguns casos mais simples são conhecidas as soluções analíticas para essas equações. Soluções aproximadas para equações diferenciais podem ser obtidas através do Método dos Resíduos Ponderados (BATHE, 2014). O Método dos Resíduos Ponderados pode ser aplicado a uma grande variedade de problemas e, para isso, é desnecessária uma formulação variacional para aplicação do MEF nesses problemas.

Uma solução aproximada da equação (81), com condições de contorno apropriadas, pode ser reformulada com o emprego de um somatório, conforme descrito na equação (82), (LEWIS *et al.*, 2004):

$$L(T) = 0 \quad \text{em } \Omega \quad (81)$$

então

$$T \cong \bar{T} = \sum_{i=1}^n N_i a_i(x) \quad (82)$$

onde  $a_i$  são parâmetros ainda desconhecidos, e  $N_i$  são denominadas funções de interpolação (ou de forma ou de base). A solução aproximada  $\bar{T}$  deve, necessariamente, satisfazer as condições de contorno essenciais do problema e é considerada uma boa aproximação se o resíduo:

$$\begin{aligned} L(\bar{T}) &\neq 0 \\ &= R \text{ (resíduo)} \end{aligned} \quad (83)$$

O MRP requer que os parâmetros  $a_1, a_2, \dots, a_n$  sejam determinados de modo a tornar nulo, não o valor do resíduo  $R_\Omega$ , mas sim certas médias ponderadas:

$$\int_{\Omega} \omega_i R \, d\Omega = 0 \quad \text{com } i = 1, 2, \dots, n \quad (84)$$

sendo:

$\omega_i$ : funções de ponderação arbitrária;

$R_\Omega$ : resíduo no domínio  $\Omega$ ;

$\Omega$ : domínio do problema.

É importante destacar que existe uma variedade de métodos para a escolha das funções de peso aplicáveis ao problema como, por exemplo: método da colocação, método da subdomínio, método dos mínimos quadrados e método de Galerkin.

- Método da Colocação:  $\omega_i = \delta(x - x_i)$ ;
- Método do Subdomínio:  $\omega_i = 1$ ;
- Método dos Mínimos Quadrados:  $\omega_i = \partial R / \partial a_i$ ;
- Método de Galerkin:  $\omega_i(x) = N_i(x)$ .

#### 4.1.3 Equação de Equilíbrio – MEF

No método de Galerkin a função de peso (domínio e contorno) é admitida igual às funções interpoladoras  $N_i$ , que são organizadas na forma matricial como  $\mathbf{N}$ , a expressão do resíduo para a equação (85) é descrita por:

$$T(x, y, z, t) = \sum_{i=1}^n N_i(x, y, z, t) T_i(t) \quad (85)$$

Através da discretização do domínio em elementos finitos, as temperaturas são interpoladas no interior de cada elemento. O domínio dado é dividido em ‘n’ números de elementos finitos com cada elemento tendo ‘r’ nós. A temperatura é expressa em cada elemento por:

$$T^e = \sum_{i=1}^r N_i T_i = [\mathbf{N}]\{\mathbf{T}\} \quad (86)$$

sendo  $\mathbf{N}$ , a matriz das funções interpoladoras definida para cada elemento, enquanto  $\mathbf{T}$  é o vetor que contém o valor das temperaturas nodais no elemento, no domínio tridimensional:

$$\mathbf{B} = \left[ \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial x} \quad \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial y} \quad \frac{\partial \mathbf{N}}{\partial z} \right]^T \quad (87)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} k_x & 0 & 0 \\ 0 & k_y & 0 \\ 0 & 0 & k_z \end{bmatrix} \quad (88)$$

Considerando a contribuição de todos os elementos do sistema estrutural, equação de equilíbrio global do problema transiente de condução de calor, onde  $i$  e  $j$  representam os nós, para um elemento finito, pode ser escrita de uma forma mais conveniente:

$$[\mathbf{C}] \left\{ \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial t} \right\} + [\mathbf{K}]\{\mathbf{T}\} = \{\mathbf{f}\} \quad (89)$$

com:

$$[\mathbf{C}] = \int_{\Omega} \rho c [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Omega \quad \text{matriz de capacidade térmica;}$$

$$[\mathbf{K}] = \int_{\Omega} [\mathbf{B}]^T [\mathbf{D}] [\mathbf{B}] d\Omega + h \int_{\Gamma} [\mathbf{N}]^T [\mathbf{N}] d\Gamma \quad \text{matriz de condutividade térmica; e}$$

$$\{f\} = Q \int_{\Omega} [N]^T d\Omega - q \int_{\Gamma} [N]^T d\Gamma + h T_a \int_{\Gamma} [N]^T d\Gamma \quad \text{vetor de fluxos de calor nodais.}$$

onde:

$Q$ : é a fonte de calor por unidade de volume;

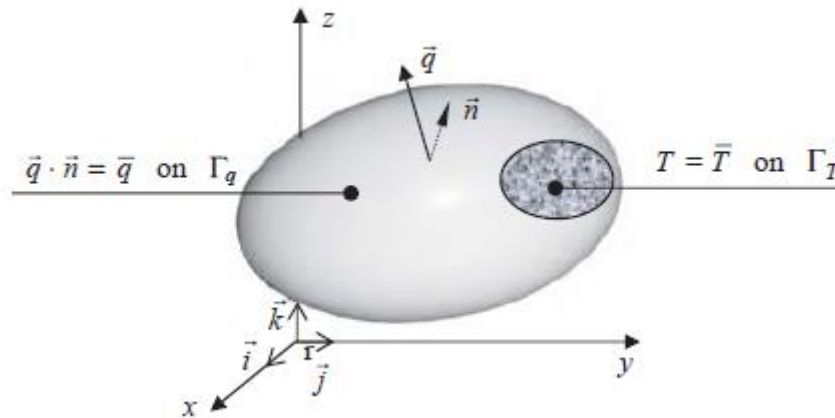
$q$ : é o fluxo de calor;

$h$ : é o coeficiente de transferência de calor; e

$T$ : é a temperatura nodal da estrutura que se deseja determinar.

Em três dimensões, o domínio do problema é um volume (conforme apresentado na Figura 58) e seu limite é uma superfície.

Figura 58 – Domínio do problema e condições de contorno em três dimensões.



Fonte: Belytschko e Fish (2007).

Os efeitos de ações térmicas podem ser analisados considerando os problemas térmicos em regime permanente, ou seja, as ações térmicas no contorno não variam com o tempo e, portanto, o campo de temperaturas resultante é constante. Assim, a equação de equilíbrio do problema estacionário de condução de calor é dada fazendo-se o termo  $\partial T / \partial t$  na equação (90) igual à zero, portanto:

$$[K] \{T\} = \{f\} \quad (90)$$

Uma estrutura em situação de incêndio está sujeita em termos de acréscimos variados de temperaturas do ambiente em chamas. Sendo assim, o emprego de uma análise térmica em

regime transiente é mais adequado para a obtenção do campo de temperaturas nos elementos estruturais nessas condições.

#### 4.1.4 Solução do Problema Transiente de Condução de Calor

Para determinar os valores aproximados das temperaturas da equação (90), em qualquer malha de elementos finitos, é necessário discretizar o operador diferencial, adotando um modelo numérico de integração no tempo baseado no Método das Diferenças Finitas (solução de Newmark), conforme apresentado em Lewis *et al.* (2004), Rigobello (2011) e Lange *et al.* (2014). Na Figura 59 apresenta a variação de temperatura no domínio de tempo  $\Delta t$  onde, através da série de Taylor, demonstrado em Press *et al.* (1986) e Heath (1997), pode-se descrever a variação da temperatura em  $t_{n+\theta}$  como:

$$T_{n+1} = T_n + \Delta t \frac{\partial T_n}{\partial t} + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 T_n}{\partial t^2} + \dots \quad (91)$$

Se os termos de segunda ordem e de ordem superior na equação (91) forem negligenciados, a aproximação para um dado intervalo de tempo  $\Delta t$ , tem-se:

$$\frac{\partial T_n}{\partial t} \approx \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (92)$$

que é a precisão de primeira ordem no tempo. Introduzindo um parâmetro  $\theta$  tal que:

$$T_{n+\theta} = \theta T_{n+1} + (1 - \theta) T_n \quad (93)$$

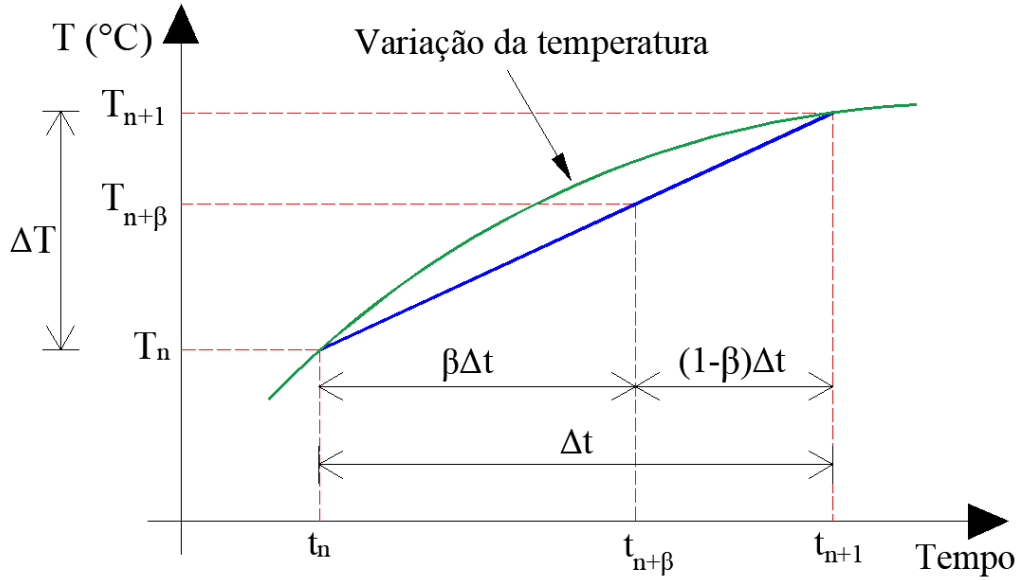
A equação (81) de equilíbrio do problema transiente de condução de calor, junto com a equação (90), pode ser reescrita na seguinte forma:

$$[C] \left\{ \frac{\partial T}{\partial t} \right\} + [K]_{n+\theta} \{T\}_{n+\theta} = \{f\}_{n+\theta} \quad (94)$$

Substituindo então as equações (92) e (93) na equação (94), vem:

$$[C] = \left\{ \frac{T_{n+1} - T_n}{\Delta t} \right\} + [K] \{ \theta T_{n+1} + (1 - \theta) T_n \} = \theta \mathbf{f}_{n+1} + (1 - \theta) \{ \mathbf{f} \}_n \quad (95)$$

Figura 59 – Variação da temperatura no intervalo de tempo  $\Delta t$ .



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A equação (95) pode ser rearranjada da seguinte forma:

$$\{T_{n+1}\} = (C_{n+\theta} + \theta\Delta t K_{n+\theta})^{-1} [C_{n+\theta} - (1 - \theta)\Delta t K_{n+\theta}] T_n + \mathbf{f}_{n+\theta} \quad (96)$$

ou ainda, de forma compacta, como:

$$\hat{K}_{n+\theta} \{T\}_{n+1} = \hat{\mathbf{f}}_{n+\theta} \quad (97)$$

com:

$$\hat{K}_{n+\theta} = C_{n+\theta} + \theta\Delta t \mathbf{f}_{n+\theta} \quad (98)$$

$$\hat{\mathbf{f}}_{n+\theta} = [C_{n+\theta} - (1 - \theta)\Delta t K_{n+\theta}] T_n + \mathbf{f}_{n+\theta} \quad (99)$$

Na equação (97),  $n$  é o número total de intervalos de tempo, enquanto  $\theta$  é um parâmetro que define, dentro de cada intervalo de tempo, o instante em que a equação (98) será satisfeita. Dependendo do valor assumido para o parâmetro  $\theta$ , diferentes esquemas de integração no tempo podem ser obtidos, como apresentado na Tabela 9.

Tabela 9 – Diferentes esquemas de integração no tempo

$\theta$	<i>Esquema de Integração</i>	<i>Método</i>
0	Explícito	Forward-Euler
1/2	Semi-implícito	Crank-Nicolson
2/3	Semi-implícito	Galerkin
1	Implícito	Backward-Euler

Fonte: Adaptado de Hughes; Belytschko (1986).

Devido à dependência estabelecida entre as propriedades do material e a temperatura, a equação (103) é fortemente não linear. Vale destacar que não há uma solução única para resolver o sistema de equações não linear, porém, existem diversos métodos numéricos baseados essencialmente na integração linear no tempo que utilizam processos iterativos (MAXIMIANO, 2018).

Segundo Hogge (1981) para  $\theta < 1/2$  os esquemas de integração são condicionalmente estáveis enquanto que para  $1/2 \leq \theta \leq 1$  são designados de incondicionalmente estáveis, mesmo que tal convergência procede com oscilações.

A utilização do esquema de Galerkin, demonstra que esta solução numérica se aproxima rapidamente para a solução exata (REAL, 2003).

#### 4.2 SOLUÇÃO INCREMENTAL-ITERATIVA PARA SISTEMAS NÃO LINEARES

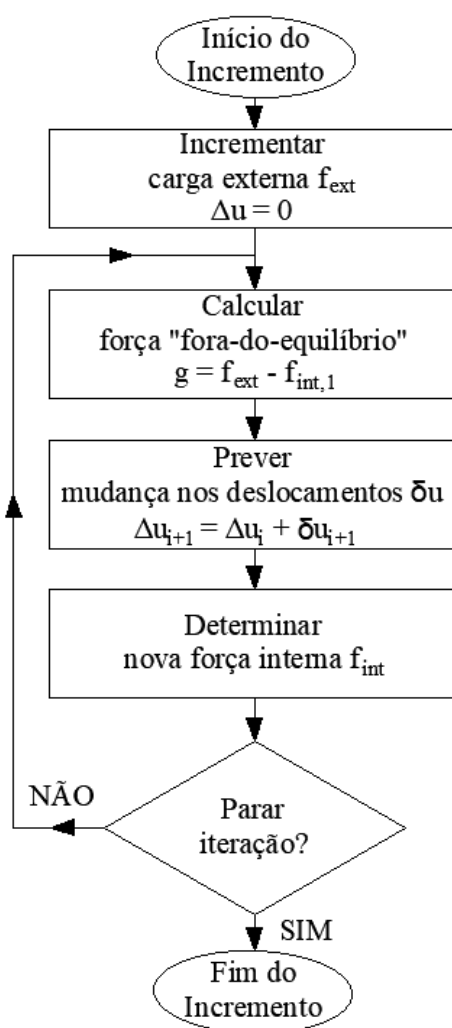
Na análise de elementos finitos não linear de um problema estrutural, a relação entre um vetor de força e um vetor de deslocamento não é mais linear e a solução é geralmente obtida por meio de um procedimento incremental e iterativo. Por várias razões, a relação se torna não linear e os deslocamentos geralmente dependem dos deslocamentos em estágios anteriores, por exemplo, no caso do comportamento do material plástico. Assim como na análise linear, procura-se calcular um vetor de deslocamento que equilibre as forças internas e externas. No caso linear, o vetor solução poderia ser calculado imediatamente, mas no caso não linear não. Para determinar o estado de equilíbrio, não apenas os problemas tornam-se discretos no espaço (com elementos finitos), mas também no tempo (com incrementos). Para atingir o equilíbrio no final do incremento, é possível usar um algoritmo de solução iterativa. A combinação de ambos é chamada de procedimento de solução iterativa incremental.

Um vetor de incrementos de deslocamento deve produzir um equilíbrio entre as forças internas e externas e uma matriz de rigidez relacionando as forças internas com os

deslocamentos incrementais. Na realidade, o significado físico dos itens no vetor de "deslocamento" também pode ser, por exemplo, uma velocidade ou um multiplicador de Lagrange. Na maioria das vezes, representa um sistema contínuo que é aproximado usando o Princípio do Trabalho Virtual, discretização de Galerkin ou outro método.

Um método puramente incremental geralmente leva a soluções imprecisas na análise não linear, a menos que tamanhos de etapa muito pequenos sejam usados. Em um processo iterativo, os erros que ocorrem podem ser reduzidos sucessivamente. Isso na verdade realiza um procedimento implícito. O tamanho de etapa permitido é geralmente maior do que no caso de um processo sem iterações (por exemplo, um processo explícito). O procedimento geral é o mesmo para todos os processos de iteração, conforme apresentado na Figura 60.

Figura 60 – Processo de iteração.



Fonte: Adaptado de DIANA FEA User's Manual (2017).

Em todos os procedimentos, o incremento de deslocamento total ( $\Delta u$ ) é adaptado iterativamente por incrementos iterativos ( $\delta u$ ) até que o equilíbrio seja alcançado, até uma tolerância prescrita. Indicando o número da iteração com um subscrito à direita, os deslocamentos incrementais na iteração ( $i + 1$ ) são calculados a partir da equação (100).

$$\Delta u_{i+1} = \Delta u_i + \delta u_{i+1} \quad (100)$$

A diferença entre vários procedimentos é a forma como  $\delta u$  é determinado. Os incrementos iterativos são calculados pelo uso de uma "matriz de rigidez" ( $K$ ) que representa algum tipo de forma linearizada da relação entre o vetor de força e o vetor de deslocamento.

#### 4.2.1 Método de Newton-Raphson

Dentro da classe de métodos de Newton-Raphson, geralmente duas subclasses são distinguidas: o método Padrão de Newton-Raphson e o método de Newton-Raphson Modificado. Ambos os métodos utilizam a equação (101) para determinar o incremento iterativo do vetor de deslocamento.

$$k_{t0} \Delta u = \Delta P_i \quad \Delta u = k_{t0}^{-1} \Delta P_i = \delta u_i = K_i^{-1} g_i \quad u_A = 0 + \Delta u \quad (101)$$

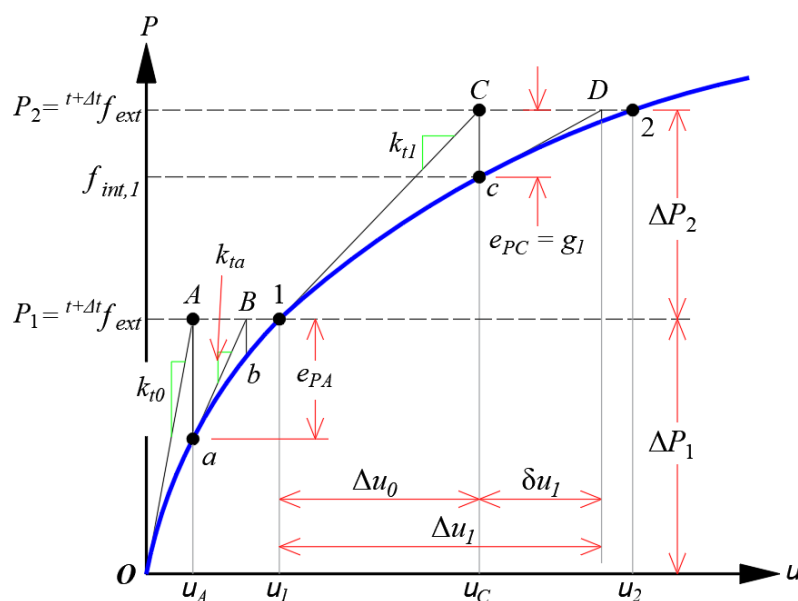
No método Newton-Raphson, a matriz de rigidez ( $K_i$ ) representa a rigidez tangencial da estrutura:

$$K_i = \frac{\partial g}{\partial \Delta u} \quad (102)$$

A diferença entre o método Padrão e o método de Newton-Raphson Modificado é o ponto em que a matriz de rigidez é avaliada.

Na iteração Padrão Newton-Raphson, a relação de rigidez equação (102) é avaliada a cada iteração (Figura 61). Isso significa que a previsão da equação (101) é baseada na última situação conhecida ou prevista, mesmo que não seja um estado de equilíbrio.

Figura 61 – Iterações do Método Padrão de Newton-Raphson.



Fonte: Adaptado de Cook (2001).

O método de Newton-Raphson é um dos procedimentos incrementais e iterativos mais atrativos para resolução de problemas não lineares devido a sua convergência assintótica quadrática, o que significa que o método converge para a solução final com apenas algumas iterações.

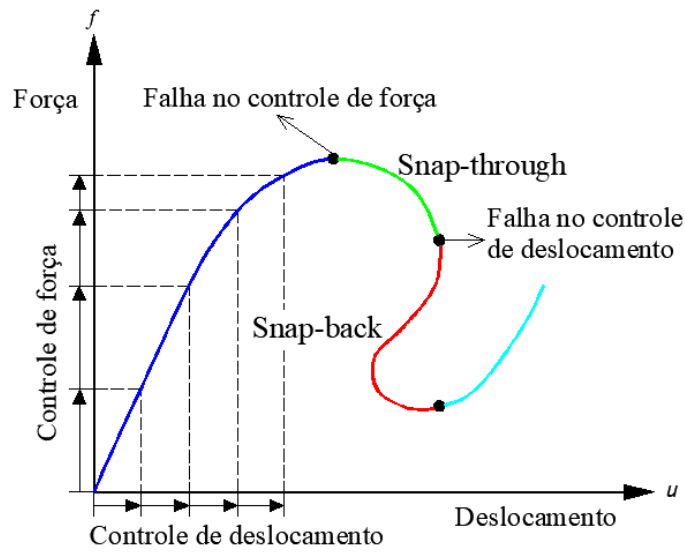
Uma desvantagem do método é que a matriz de rigidez deve ser configurada a cada iteração e, se um solucionador direto for usado para resolver o conjunto linear de equações, a decomposição demorada da matriz também deve ser realizada a cada iteração. Além disso, a convergência quadrática só é garantida se uma matriz de rigidez correta for usada e se a previsão já estiver próxima da solução final. Se a previsão inicial estiver longe da solução final, o método falha facilmente devido à divergência.

#### 4.2.2 Método do Comprimento de Arco – Método de Riks

O método de Riks usa a magnitude da carga como uma incógnita adicional, governada por um único parâmetro escalar, isto é, o carregamento é proporcional, permitindo obter soluções para problemas complexos. Portanto, outra quantidade deve ser usada para medir o progresso da solução. O ABAQUS/Standard usa o “comprimento do arco”  $\Delta l$ , ao longo do caminho de equilíbrio estático no espaço de deslocamento de carga.

O método consiste em resolver o problema convergência controlando, simultaneamente, a carga e o deslocamento; impedindo assim, os “saltos” por controle de carga (*snap-through*) e os “saltos” por controle de deslocamento (*snap-back*), conforme apresentado na Figura 62. Para isso, Riks (1979) impôs uma equação de restrição circular, encontrada em Crisfield (1981), baseada na equação reduzida da circunferência, que tem por objetivo encontrar um parâmetro de carga (ou fator de carga), que limita os resultados dentro de um arco.

Figura 62 – Método do Comprimento de Arco.



Fonte: Adaptado de Crisfield (1991).

O método do comprimento do arco restringe a norma dos deslocamentos incrementais a um valor prescrito. Isso é feito adaptando simultaneamente o tamanho do incremento. Observe que o tamanho é adaptado dentro do processo de iteração e não é fixo no momento em que o incremento começa. Para tanto, o vetor força externa no início

do incremento como  ${}^t f_{\text{ext}}$  e o incremento do vetor de força externa como  $\Delta\lambda_i \hat{f}$ . O fator de carga  $\Delta\lambda_i$  multiplica uma carga unitária  $\hat{f}$  e pode alterar a cada iteração.

$$\delta u_i = K_i^{-1}(\Delta\lambda_i \hat{f} + {}^t f_{\text{int}} - f_{\text{int},i}) \quad (103)$$

A solução de  $\delta u_i$  está agora dividida em duas partes:

$$\delta u_i^I = K_i^{-1}({}^t f_{\text{int}} - f_{\text{int},i}) \quad e \quad \delta u_i^{II} = K_i^{-1} \hat{f} \quad (104)$$

O incremento iterativo total é então derivado de:

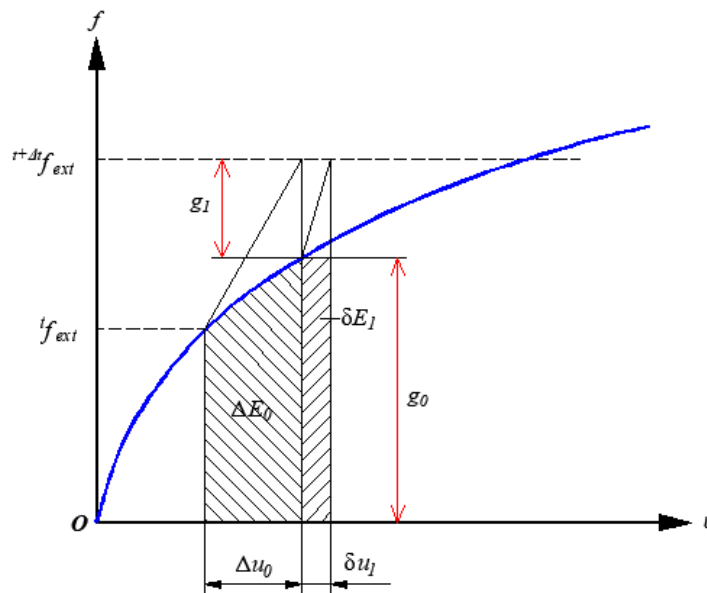
$$\delta u_i = \delta u_i^I + \Delta \lambda_i \delta u_i^{II} \quad (105)$$

O fator de carga  $\Delta \lambda_i$  ainda é indefinido e agora pode ser usado para restringir o vetor de deslocamento incremental.

### 4.2.3 Critério de Convergência

O processo de iteração deve ser interrompido se os resultados forem satisfatórios. Além de interromper a iteração em caso de convergência, o processo de iteração também é interrompido se um número máximo especificado de iterações for atingido ou se a iteração obviamente levar à divergência. A detecção de divergência é baseada nas mesmas normas da detecção de convergência. A Figura 63 especifica os itens usados para definir as várias normas.

Figura 63 – Itens de norma.



Fonte: Adaptado User's Manual Diana FEA (2017).

Conforme Gomes (2001), os critérios de convergência são baseados em diferentes normas Euclidianas e podem ser incluídas em uma das três categorias seguintes:

▪ **Critérios de convergência formulados em termos de força:**

A razão das forças de desequilíbrio entre os graus de liberdade não restritos da iteração anterior e a primeira predição dessa etapa é usada. É o critério de norma mais exigente.

▪ **Critérios de convergência formulados em termos de deslocamentos:**

A razão dos incrementos de deslocamento iterativo da iteração anterior e a primeira predição dessa etapa é usada.

▪ **Critérios de convergência formulados em termos energéticos:**

A razão do trabalho das forças internas e deslocamentos relativos da iteração anterior e a primeira predição dessa etapa é usada.

O procedimento de convergência iterativa é interrompido quando a diferença, medida por alguma norma, é menor que um valor pré-estabelecido, normalmente denominado de “tolerância” ( $\varepsilon$ ), comumente medido por um critério absoluto ou relativo.

$$\|\phi_i^{n+1} - \phi_i^n\| \leq \varepsilon \quad (106)$$

$$\frac{\|\phi_i^{[n+1]} - \phi_i^{[n]}\|}{\|\phi_i^{[n]}\|} \leq \varepsilon \quad (107)$$

A precisão da solução em uma análise não linear, ou seja, quão próxima está a solução do caminho de equilíbrio, é medida por convergência. Assim, a escolha da norma adequada e seu critério de convergência dependem do tipo de análise.

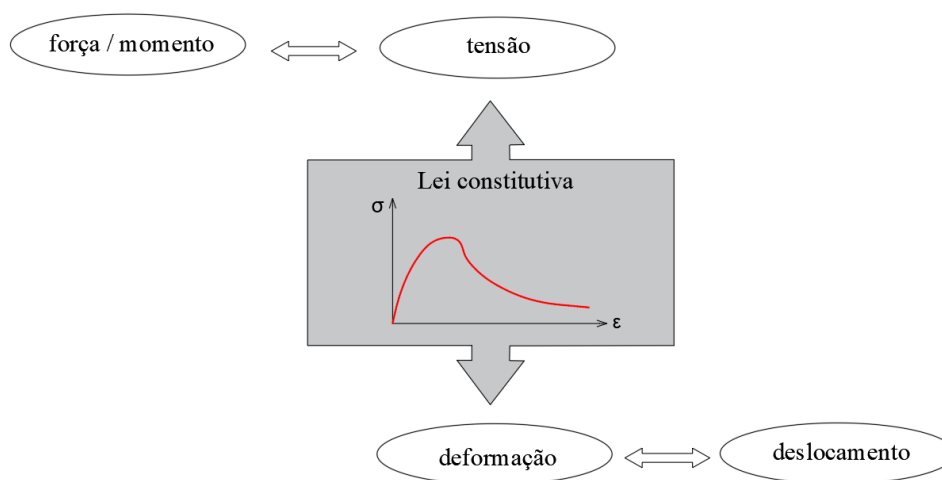
#### 4.2.3.1 Método Line-Search

Todos os métodos de iteração descritos são baseados em uma previsão razoável, de forma que o processo de iteração converge para a solução numérica “exata”. Se a previsão estiver muito longe do equilíbrio, o processo de iteração não convergirá. Isso ocorre facilmente em estruturas com fortes não linearidades, por exemplo, fissuras. Os algoritmos de *Line-Search* podem aumentar a taxa de convergência e são especialmente úteis se o processo de iteração comum falhar.

### 4.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Matematicamente, o objetivo das equações constitutivas é estabelecer conexões entre variáveis cinemáticas, térmicas e mecânicas, a Figura 64 mostra a relação tensão-deformação para um problema mecânico que representa a equação constitutiva para tensão.

Figura 64 – Relação tensão-deformação.



Fonte: Adaptado de Chaves (2013).

Neste caso, as equações constitutivas devem ser entendidas como sendo bijetivas relações entre tensão e deformação. Fisicamente raciocinando, equações constitutivas representam diferentes formas de idealizar a resposta de um material.

### 4.4 MECÂNICA DO DANO

Os modelos de Mecânica do Dano representam numericamente o estado de degradação da microestrutura do material, causados por efeitos térmicos e/ou de natureza mecânica. Essa degradação progressiva contribui para a resposta não linear da estrutura. Efeitos não lineares como a plasticidade, dano e fratura, alteram significativamente as propriedades e resistência do material.

Esses modelos são baseados na hipótese onde o dano interno tenha origem a partir de microfissuras e pode ser representado por uma ou mais variáveis internas associadas, que podem ser grandezas de natureza escalar, vetorial ou tensorial. Essas variáveis, chamadas de variáveis de dano, podem ser definidas como uma medida de defeitos dentro de um volume

elementar representativo (VER). A modelagem matemática desses problemas leva a sistemas de equações não lineares que são resolvidos numericamente com procedimentos incrementais e iterativos. A evolução do dano deve ser definida através das relações termodinâmicas constitutivas, normalmente governadas por um sistema de equações diferenciais.

#### 4.5 COMPORTAMENTO DO CONCRETO

O dano do concreto pode geralmente ser dividido em dois tipos. O primeiro, em relação à perda de resistência à tração na direção normal à formação das fissuras. E o segundo, em relação a perda de resistência à compressão, provocando o esmagamento do material e gerando a formação de várias fissuras de pequenos tamanhos, paralelas ao esforço de compressão.

O concreto quando submetido a temperaturas elevadas pode acelerar sua degradação, portanto, além da perda de resistência devido à tração ou compressão, o aumento da temperatura nos elementos de concreto provoca redução do módulo de elasticidade e da resistência características de seus materiais constituintes, havendo danos na rigidez do elemento (MOHAMMED; SAID, 2022).

Segundo Kimiecik e Kaminski (2011), os dois principais mecanismos de dano identificados para o concreto são: a fissuração quando tracionado e o esmagamento quando comprimido. No entanto, a resistência do concreto determinada em estados simples de tensão (ensaio uniaxial à compressão ou à tração) não representa o comportamento do concreto submetido a um complexo estado de tensões. Por exemplo, o mesmo concreto quando submetido a um estado biaxial de tensões atinge resistências maiores quando comparado com um estado de tensões uniaxiais e, em um estado de tensão hidrostático (compressão triaxial uniforme), quando teoricamente, alcançaria resistências ilimitadas.

A formulação de modelos matemáticos que representem o comportamento não linear do concreto é bastante complexa e, diferente quando submetido à compressão ou à tração. Para se chegar à distribuição dos esforços internos, das deformações e deslocamentos, exige a definição de algumas propriedades como, por exemplo, os invariantes do tensor de tensão.

Segundo Lubliner *et al.* (1989) resultados experimentais confirmam que o comportamento não linear do concreto se deve a um fenômeno de micro fissuração a baixos níveis de tensão, que leva a perda de coesão entre partículas, no qual somente é possível recuperar uma parcela da deformação total desenvolvida. Dessa forma, é possível dividir a deformação total em uma parcela recuperável e outra não recuperável.

#### 4.5.1 Modelo Constitutivo de Dano Plástico do Concreto (CDP)

O termo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) pode ser traduzido como “plasticidade do concreto danificado”. Como o nome sugere, o modelo foi formulado a partir da teoria da plasticidade e utiliza uma variável escalar, chamada variável de dano, para representar a perda de rigidez do concreto quando solicitado.

A fundamentação do modelo de dano com plasticidade do concreto contém três partes principais:

- Evolução do dano.
- Critério de escoamento.
- Regra do fluxo plástico.

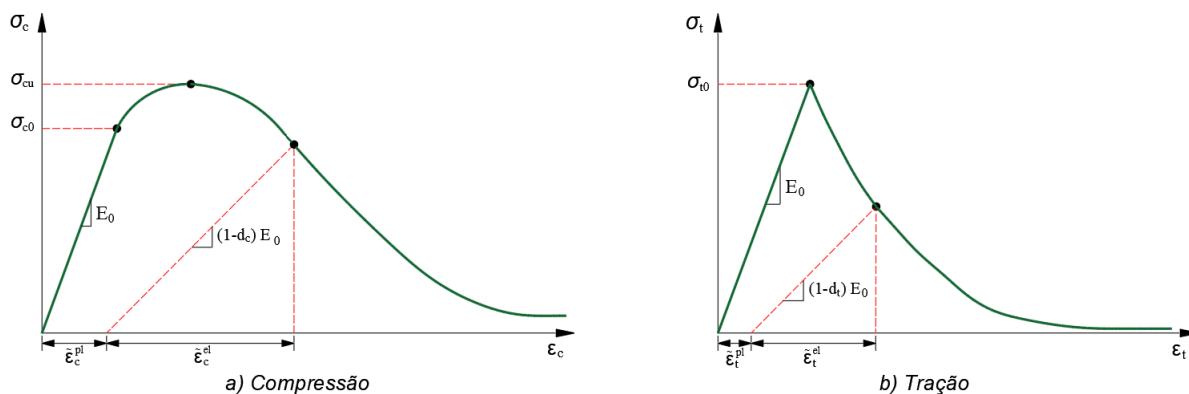
Segundo Kmiecik e Kaminski (2011), o CDP é uma adaptação do modelo de Drucker-Prager, que também é utilizado para representar o comportamento mecânico de materiais frágeis. Esses parâmetros possuem a função de expandir as equações de comportamento no estado uniaxial para o estado multiaxial.

O *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) é um modelo idealizado por Lubliner *et al.* (1989), e posteriormente modificado por Lee e Fenves (1998), baseado na plasticidade e na mecânica do dano para computar a perda de rigidez do material. Como o próprio nome remete, este modelo foi desenvolvido para concreto embora, segundo o manual de análise do ABAQUS (2012), também seja válido para outros materiais de comportamento quase frágeis.

Dano, em engenharia de estruturas, pode ser entendido como a perda de rigidez em função do aparecimento de fissuras no concreto quando submetido aos carregamentos. Em resumo, a propagação de fissuras, ou seja, o dano causa redução da rigidez e consequente perda de capacidade resistente. No modelo *Concrete Damaged Plasticity* (CDP) o dano é avaliado por variáveis escalares denominadas variáveis de dano (*Damaged Parameter*), sendo o parâmetro  $d_c$  para compressão e  $d_t$  para tração, que evoluem independentes uma da outra.

Os conceitos da Mecânica do Dano devem ser considerados pra entender o comportamento à compressão e à tração do modelo CDP. As curvas tensão-deformação estão ilustradas da Figura 65.

Figura 65 – Comportamento uniaxial do concreto.



Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

sendo:

$E_0$ : módulo de elasticidade do material sem dano;

$d_c$ : dano em compressão do concreto;

$d_t$ : dano em tração do concreto;

$\sigma_c$  e  $\sigma_t$ : tensão de compressão e de tração;

$\varepsilon_c^{el}$  e  $\varepsilon_c^{pl}$ : deformação por esmagamento à compressão elástica e plástica;

$\varepsilon_t^{el}$  e  $\varepsilon_t^{pl}$ : deformação por fissuração à tração elástica e plástica.

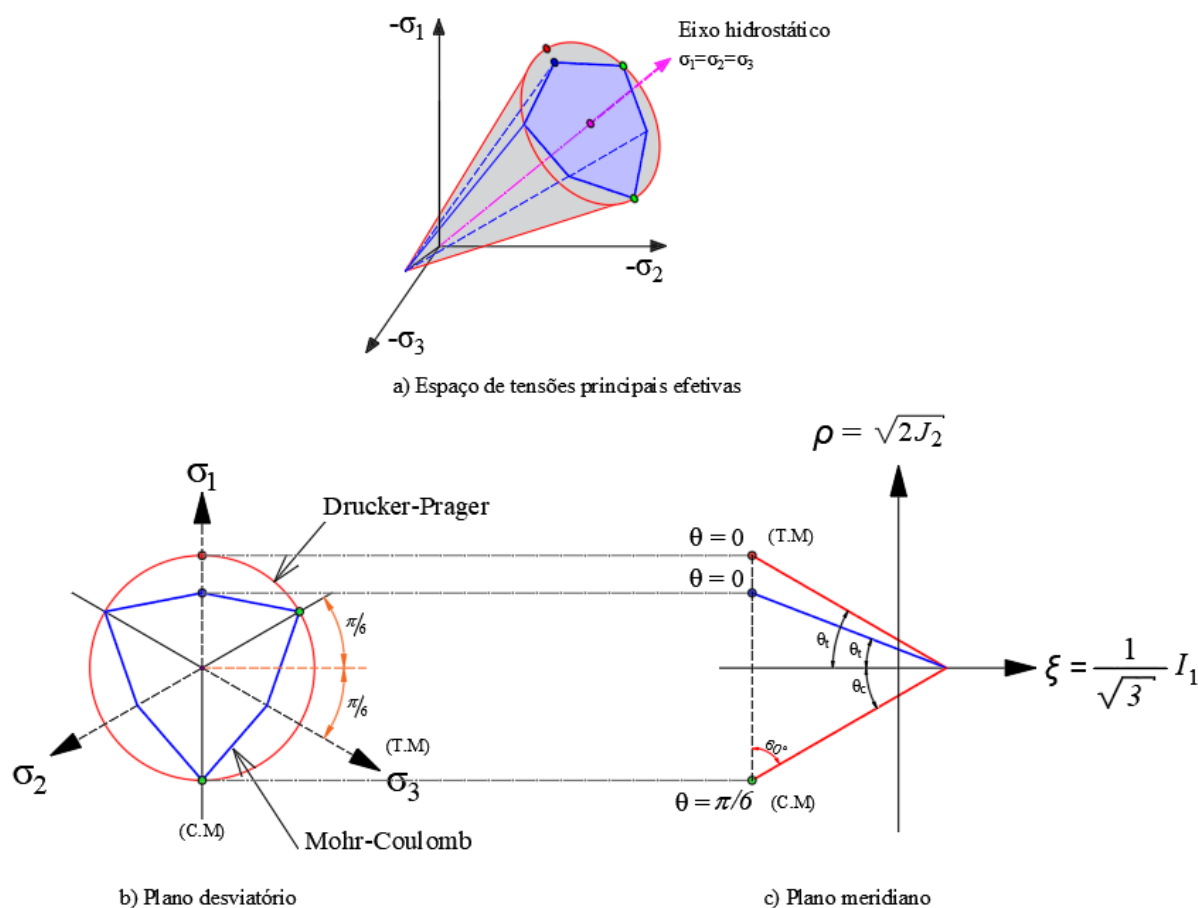
Na Figura 65, podemos identificar as variáveis de dano  $d_c$  e  $d_t$  em função das deformadas plásticas ( $\varepsilon_c^{pl}$  e  $\varepsilon_t^{pl}$ ) e perceber que é assumido um comportamento linear apenas para os primeiros trechos dos gráficos, correspondentes a deformações elásticas ( $\varepsilon_c^{el}$  e  $\varepsilon_t^{el}$ ). No caso da tração é admitido comportamento elástico até a tensão limite de resistência  $\sigma_{t0}$  e na compressão até a tensão  $\sigma_{c0}$ . Depois de atingido esse valor surge fissuras, causando o trecho descendente da curva, fenômeno denominado de amolecimento.

Como as deformações plásticas são permanentes, esta não linearidade significa que o material permanece deformado mesmo após a descarga, ficando assim um efeito residual. Lubliner *et al.* (1989) idealizou um modelo baseado na Teoria da Plasticidade e na Mecânica do Dano Contínuo, incorporando os conceitos do Dano em um Modelo Plástico, visando representar a perda de rigidez. Nesse tipo de modelo, os materiais são tratados como coesivos e com atrito, sendo que uma eventual perda de rigidez pode ser relacionada a uma perda de coesão interna.

Posteriormente, o modelo inicialmente proposto por Lubliner *et al.* (1989) incorporou as modificações definidas por Lee e Fenves (1998) para expressar as cargas cíclicas.

O CDP tem como base as teorias de Mohr-Coulomb e Drucker-Prager (Figura 66) e conceitos mencionados nos modelos acima citados e, para sua aplicação, é necessário definir as curvas de comportamento do concreto à compressão e a tração, obtidas a partir de ensaios uniaxiais, além de parâmetros específicos que devem ser definidos teoricamente e calibrados experimentalmente.

Figura 66 – Critério de escoamento Mohr-Coulomb e Drucker-Prager.



Fonte: Adaptado de Chen; Han (2007).

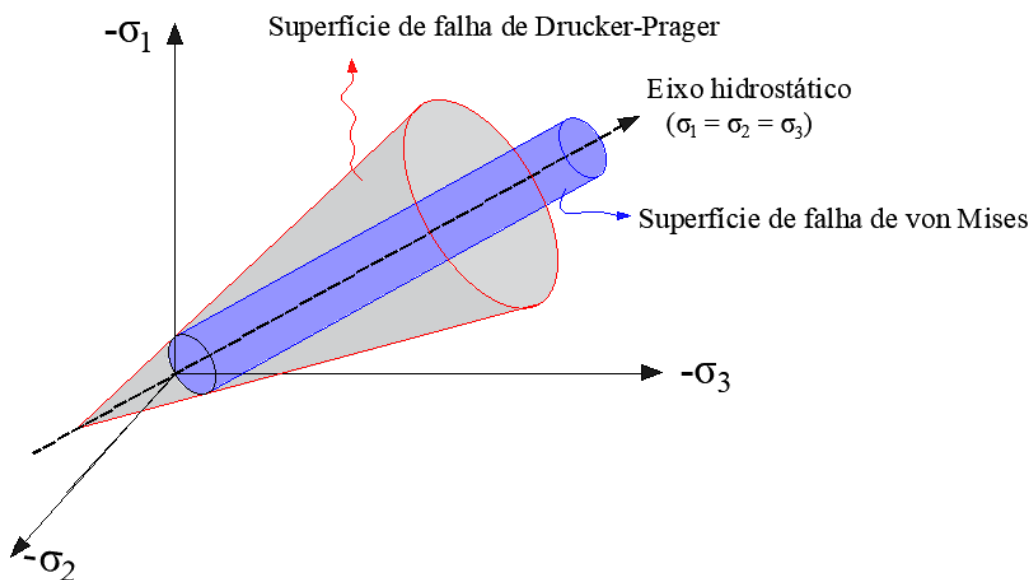
O modelo considera a lei do dano isotrópico com base no comportamento elastoplástico do concreto que, por sua vez, leva em conta o dano com a redução do módulo de elasticidade inicial do material, através de um parâmetro de dano em compressão ( $d_c$ ) e em tração ( $d_t$ ).

A representação do concreto por um modelo matemático é realizada em duas fases, uma primeira elástica, onde o material é caracterizado por um coeficiente de Poisson e por um módulo de elasticidade (módulo de Young) entre a tensão e a deformação e a segunda fase, não linear, que requer o conhecimento das propriedades não elásticas, caracterizada pelas curvas que representam o comportamento do concreto. Tais propriedades podem também considerar o efeito do confinamento.

O CDP consiste em um modelo de dano contínuo, o qual pretende simular as características plásticas não lineares do concreto e de outros materiais frágeis. A fissuração sob a tração e o esmagamento por compressão são os dois mecanismos de falha admitidos.

Resumidamente, pode-se dizer que o CDP segue o modelo de Drucker-Prager (1952) estendido pelo critério de escoamento de von Mises para incluir o efeito da tensão hidrostática na resistência ao cisalhamento do material, conforme apresentado na Figura 67.

Figura 67 – Superfície de falha Drucker-Prager e von Mises.



Fonte: Adaptado de Chen (1982).

O modelo utiliza uma superfície de escoamento formulada em função da tensão hidrostática efetiva e das tensões equivalentes de von Mises, com comportamento distinto na tração e na compressão. Também considera um fluxo plástico não associativo para descrever os incrementos de extensão plástica, que segue a função hiperbólica de Drucker-Prager.

#### 4.5.2 Fundamentos Do Modelo de Drucker-Prager

Para análise não linear em elementos finitos, muitos critérios de falha estão disponíveis para determinação da superfície de escoamento ou a função de escoamento dos materiais.

O critério de Drucker-Prager é amplamente utilizado para materiais frágeis como solos, alvenaria, rocha e concreto. Drucker e Prager (1952) obtiveram uma função de escoamento para determinar o comportamento elastoplástico do concreto, conhecido como o critério de suavização de Mohr-Coulomb. Este critério é definido na equação (108), em função dos invariantes ou através da equação (109), em função das tensões principais.

$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{|J_2|} - k = 0 \quad (108)$$

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6} \alpha \xi + \rho - \sqrt{2} k = 0 \quad (109)$$

onde:

$\alpha$  e  $k$ : são constantes que dependem do material;

Para  $\alpha = 0$ , o critério de Drucker-Prager se reduz ao critério de von Mises.

As constantes que dependem do material são expressas por:

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3} (3 \pm \sin \phi)} \quad (110)$$

$$k = \frac{6c \cos \phi}{\sqrt{3} (3 \pm \sin \phi)} \quad (111)$$

sendo:

$$c = f_c \frac{1 - \sin \phi}{2 \cos \phi} \quad (112)$$

onde:

$\Phi$ : ângulo de atrito interno;

$c$ : coesão do material;

$f_c$ : força de compressão uniaxial.

No modelo de plasticidade de dano de concreto (CDP), o critério de escoamento foi assumido de acordo com Lubliner *et al.* (2011) e posteriormente modificado por Lee e Fenves (1998). Em termos de tensões efetivas, assume a seguinte forma:

$$\sigma_m = \frac{I_1}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{\sigma_{ii}}{3} \quad (113)$$

A superfície de plastificação para o concreto, definida no espaço das tensões principais normalmente é escrita em função dos invariantes  $I_1$ ,  $J_2$  e  $J_3$ , conforme as equações:

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (114)$$

$$J_2 = \frac{1}{6} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (115)$$

$$J_3 = (\sigma_1 - \sigma_2)(\sigma_2 - \sigma_3)(\sigma_3 - \sigma_1) \quad (116)$$

sendo:

$\sigma_{ij}$ : tensor tensão;

$s_{ij}$ : tensor tensão desviatório;

$I_1$ : primeiro invariante do tensor tensão;

$J_1$ : segundo invariante do tensor desviatório de tensão;

$J_3$ : terceiro invariante do tensor desviatório de tensão;

$\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$ : tensões principais nos respectivos eixos.

A superfície das tensões de escoamento utiliza dois invariantes, sendo uma combinação dos invariantes apresentados anteriormente e são definidos como uma tensão média, conforme segue:

$$\sigma_m = p = \frac{1}{3} tr(\sigma_{ij}) = \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{1}{3} I_1 \quad (117)$$

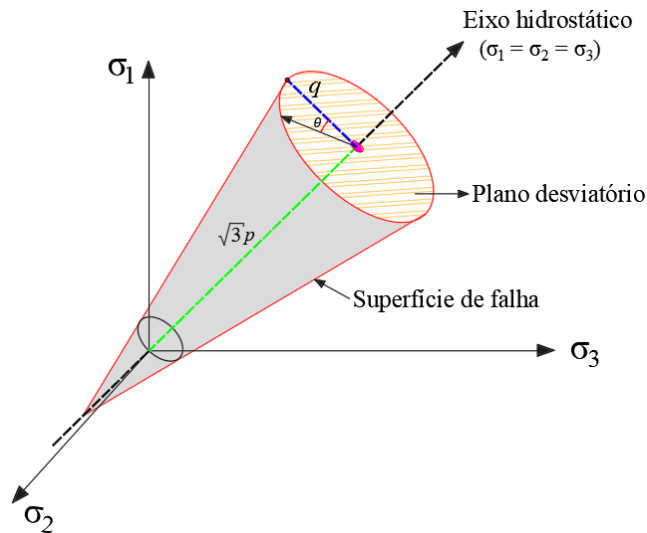
Uma quantidade chamada de tensão equivalente ou tensão de von Mises é comumente utilizada em mecânica dos sólidos. O invariante do tensor tensão desviatório  $J_2$  é utilizado para definir o critério de von Mises, a tensão equivalente é definida como:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} = q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}s_{ij}} \quad (118)$$

A tensão equivalente de von Mises  $q$  é definida como um valor de tensão equivalente uniaxial ou efetiva e representa o vetor-raio da curva que define o domínio no plano octaédrico.

Os parâmetros expressos em tensões principais no espaço, sendo  $p$  juntamente com  $q$  e  $\theta$ , permitem localizar um determinado estado de tensões no plano octaédrico, conforme representado na Figura 68.

Figura 68 – Estado de tensão em espaço de tensão principal.



Fonte: Adaptado de Wu *et al.* (2017).

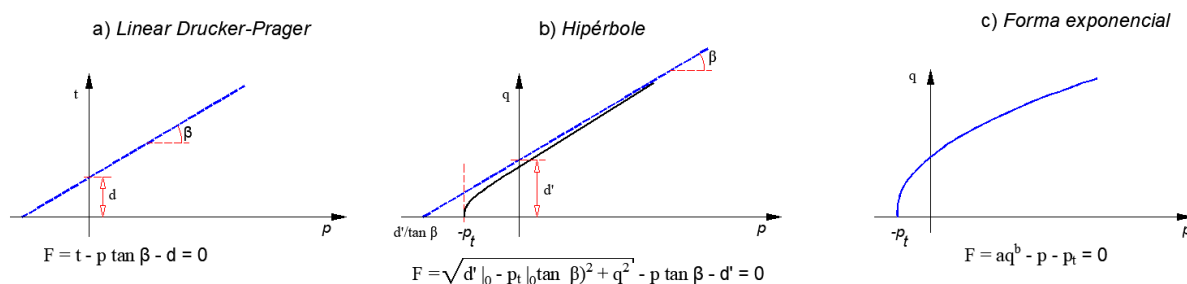
Para critérios de plasticidade que dependem do terceiro invariante de tensão desviatória  $J_3$ , costuma-se utilizar o ângulo de Lode  $\theta$ , definido pela equação (119):

$$\cos(3\theta) = \left( \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right) \quad (119)$$

O primeiro invariante do tensor tensão define a posição do plano octaédrico, o segundo invariante do tensor tensão desviatório fixa os limites do plano e o terceiro invariante de tensão desviatório define o último componente do sistema de coordenadas cilíndricas de Haigh-Westergaard (espaço de tensões).

O critério de escoamento do modelo clássico de Drucker-Prager é baseado na forma da superfície de escoamento no plano meridional. A superfície de escoamento pode ter uma forma linear, uma forma hiperbólica ou uma forma geral exponencial, conforme ilustra a Figura 69.

Figura 69 – Critério de escoamento no plano meridional.



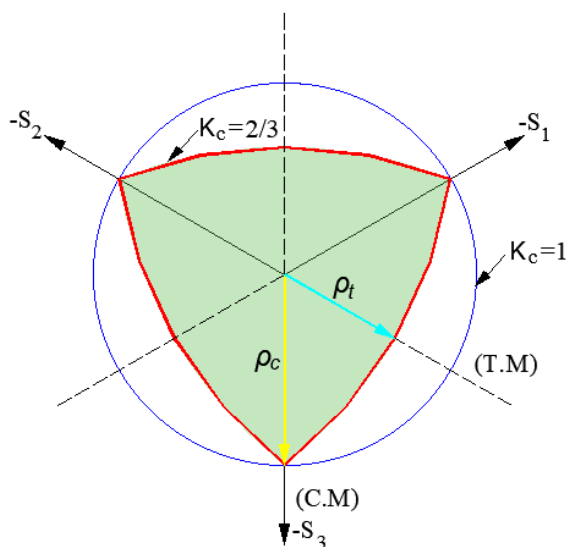
Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

#### 4.5.3 Modelo Constitutivo Do Concreto

O modelo CDP utilizado pelo ABAQUS é, portanto, uma modificação das hipóteses de resistência de Drucker-Prager. Conforme essas modificações, a superfície de falha na seção transversal desviatória não precisa ser um círculo e é governada pelo parâmetro  $K_c$ .

Na Figura 70, o valor de  $K_c$  representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviador. O valor  $K_c = 2/3$  corresponde a forma gráfica da combinação de três elipses tangentes. Quando  $K_c$  tiver o valor de 1, a superfície de falha se torna um círculo, sendo  $-S_1$ ,  $-S_2$  e  $-S_3$  eixos meridionais, C. M. meridiano de compressão e T. M. meridiano de tração.

Figura 70 – Seção transversal desviatória da superfície de falha no CDP.



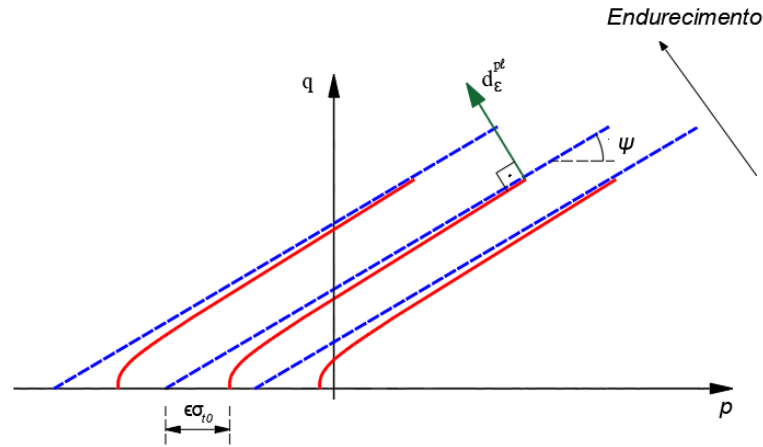
Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

Fisicamente o parâmetro  $K_c$  representa a razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviatório. Esse coeficiente está compreendido entre  $0,5 < K_c \leq 1$  e, quando assume o valor de 1, a seção transversal da superfície de falha no plano anti-esférico e se torna um círculo, como no critério clássico de Drucker-Prager.

Conforme Kimiecik e Kaminski (2011) recomenda-se para o modelo CDP o valor de  $K = 2/3$ , definido através de um critério teórico-experimental, baseado em ensaios de compressão triaxial. A forma gráfica para o valor de  $K$ , no plano desviatório, corresponde à combinação de três elipses tangentes (Figura 70).

No modelo CDP, a forma da função potencial plástica no plano meridional é hiperbólica e essa forma é ajustada por um parâmetro conhecido como excentricidade ( $\epsilon\sigma_{t0}$ ). A excentricidade é um valor pequeno e expressa a taxa de aproximação da hipérbole (linha contínua da Figura 71) da sua assíntota (linha pontilhada da Figura 71), ou seja, é o comprimento medido ao longo do eixo hidrostático  $p$  do seguimento entre o vértice da hipérbole e a interseção da assíntota com o eixo hidrostático. A excentricidade também pode ser determinada considerando a razão da tensão última de tração pela de compressão, no caso uniaxial. Com o aumento da excentricidade ( $\epsilon$ ), a curvatura para a função potencial aumenta, implicando que o ângulo de dilatação aumente mais rapidamente à medida que a pressão confinante diminui. Para o modelo CDP é recomendado assumir  $\epsilon = 0.1$  e quando  $\epsilon = 0$ , a superfície no plano meridional se torna uma linha reta, conforme a teoria clássica de Drucker-Prager.

Figura 71 – Superfície hiperbólica de Drucker-Prager do potencial plástico no plano meridional p–q.



Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

Outro parâmetro descrito para caracterizar o estado do material é o ponto no qual o material sofre o dano, quando submetido à compressão biaxial. Esse ponto é definido como a taxa de resistência no estado biaxial de compressão com relação à resistência uniaxial,  $\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$  ( $f_{b0}/f_{c0}$ ). Resultados de pesquisas realizadas por Kupfer *et al.* (1969) recomendam a taxa de 1.16248, o ABAQUS especifica em seu manual o valor de 1.16.

O modelo também se utiliza do parâmetro de viscosidade  $\mu$ , o qual permite que se exceda a superfície potencial plástica em um valor suficientemente pequeno com o objetivo de regularizar as equações constitutivas, o valor do parâmetro de viscosidade pode ser escolhido de tal forma que  $\mu \geq 0$  em valores suficientemente pequenos, sendo recomendado o valor de  $\mu = 0$ .

O último parâmetro utilizado pelo CDP é o ângulo de dilatação que pode ser visualizado no plano meridional p-q, que corresponde ao ângulo de inclinação entre a direção do incremento de deformação plástica e a vertical.

Fisicamente esse ângulo  $\psi$  é interpretado como o ângulo interno de cisalhamento do material. Normalmente o ângulo de dilatação para o concreto é assumido nas simulações com o valor entre  $35^\circ$  e  $40^\circ$ .

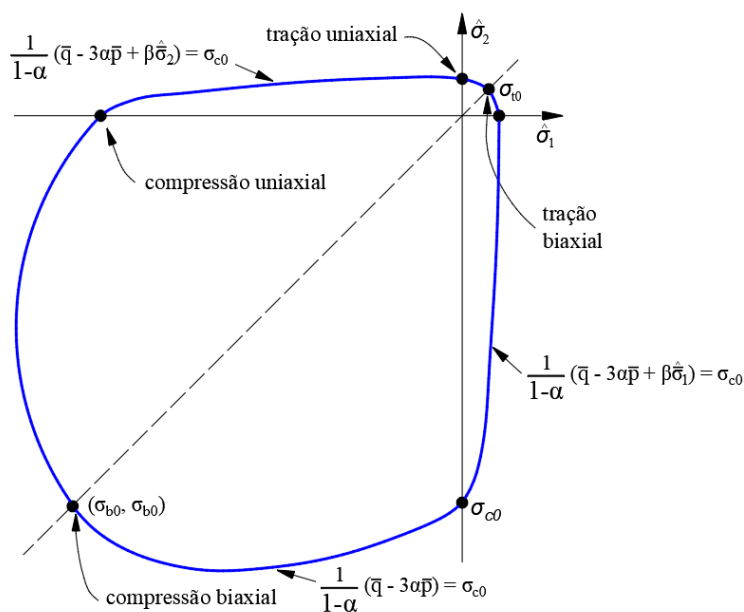
O modelo de CDP assume o fluxo de potencial plástico não associativo. O potencial de fluxo  $G$  usado para este modelo é a função hiperbólica Drucker-Prager, determinada pela equação (120):

$$G = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + \bar{q}^2} - \bar{p} \tan \psi \quad (120)$$

Como a forma da função potencial plástica no plano meridional é hiperbólica é necessário ajustar essa forma através da excentricidade. Esta excentricidade é um valor pequeno que expressa a taxa de aproximação da hipérbole da sua assíntota. A excentricidade pode ser calculada também como a razão da tensão última de tração pela de compressão no caso uniaxial. Com o aumento do valor da excentricidade, a curvatura para a função potencial aumenta, implicando que o ângulo de dilatação aumente mais rapidamente à medida que a tensão confinante diminui. Quando a excentricidade tiver o valor zero, a superfície no plano meridional se torna uma linha reta, ou seja, o critério clássico de Drucker-Prager.

Por fim, tem-se o ponto em que o concreto rompe sob compressão biaxial.  $f_{b0}/f_{c0}$  é a relação entre a resistência no estado biaxial e a resistência no estado uniaxial. O manual do programa ABAQUS especifica um default de 1.16 para esta relação. Os estados de tensões uniaxial e biaxial podem ser observados na Figura 72.

Figura 72 – Superfície de escoamento em tensão plana.



Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

Para aplicação do comportamento plástico do concreto foi adotado o modelo constitutivo *Concrete Damage Plasticity* (CDP). Este modelo depende essencialmente de quatro parâmetros de plasticidade:  $K_c$ ,  $\psi$ ,  $f_{co}/f_{cb}$  e  $\epsilon$ , além das curvas tensão-deformação.

Assim, na Tabela 10 podem-se observar os valores de entrada de todos os parâmetros para o uso do modelo constitutivo CDP.

Tabela 10 - Parâmetros de entrada do modelo CDP no ABAQUS.

Parâmetro	Valor	Descrição
$\psi$	36°	Ângulo de dilatação
$\epsilon$	0.1	Excentricidade
$\sigma_{b0}/\sigma_{c0}$	1.16	Proporção da resistência à compressão equibiaxial inicial à resistência à compressão uniaxial inicial
$K_c$	0.667	Proporção do segundo invariante de tensão para a tração meridional (T.M)
$\mu$	0.001	Parâmetro de viscosidade

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Portanto, para definir o modelo CDP para o concreto, necessita-se das curvas tensão-deformação à compressão e à tração uniaxial, além dos parâmetros para representar os efeitos multiaxiais de tensões.

sendo:

- $\psi$ : ângulo de dilatação medido no plano meridional p–q em pressões confinantes elevadas (valores típicos para o concreto variam entre 35° a 40°);
- $\sigma_{bo}/\sigma_{co}$ : razão entre a tensão de escoamento à compressão biaxial e uniaxial (valores típicos em torno de 1.16);
- $\epsilon$ : excentricidade, valor que expressa a taxa de aproximação da hipérbole da sua assíntota no plano p–q (valores típicos entre  $0 \leq \epsilon \leq 1$ );
- $K_c$ : razão entre a distância do eixo hidrostático ao meridiano de tração e de compressão no plano desviatório (valores entre  $0.5 \leq K_c \leq 1$ , mais utilizado  $K_c = 2/3$ );
- $\mu$ : parâmetro de viscosidade, parâmetro de ajuste da superfície de escoamento plástico (valores usuais 0 ou valores pequenos).

4.6 COMPORTAMENTO DO AÇO

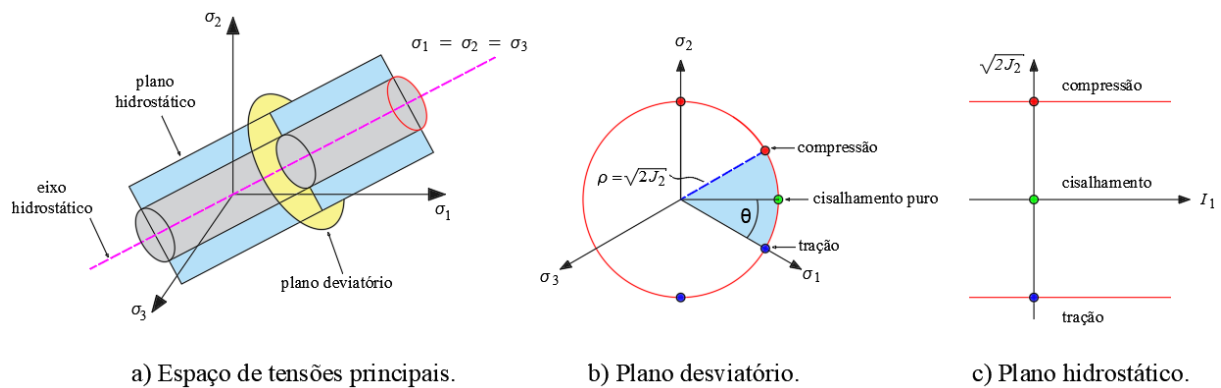
O modelo para representar o comportamento do aço, considerando o material isotrópico e elastoplástico, utiliza-se do critério de escoamento de von Mises, o qual não depende da tensão hidrostática.

O modelo é definido através de uma curva tensão-deformação uniaxial obtida por ensaio de resistência à tração.

A superfície de escoamento de von Mises no espaço tridimensional das tensões principais é uma superfície circular cilíndrica de comprimento infinito com seu eixo axial inclinado de tal forma que o ângulo do eixo do cilindro, em relação aos três eixos das tensões principais, seja igual.

O critério de escoamento de Von Mises sugere que o escoamento dos materiais começa quando o segundo invariante desviatório de tensões  $J_2$  atinge o valor crítico, conforme apresentado na Figura 73.

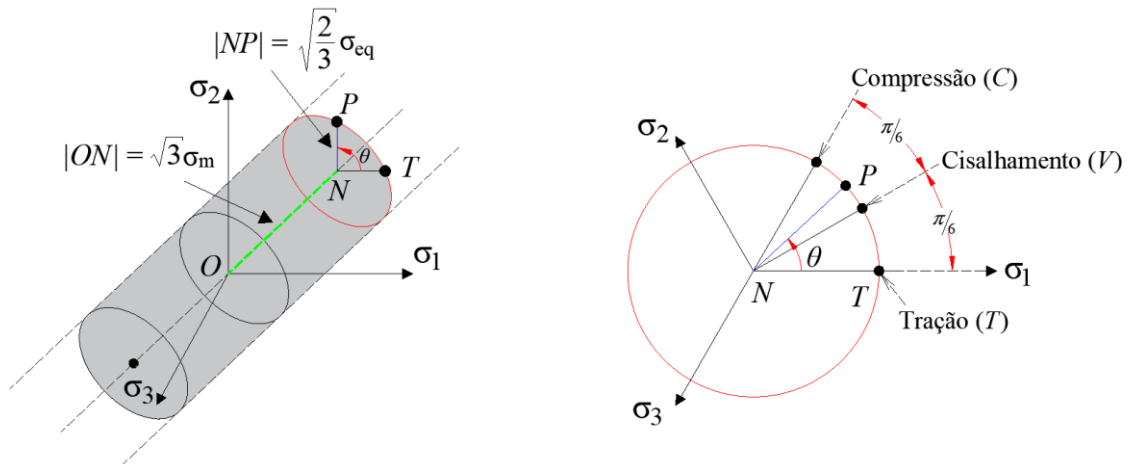
Figura 73 – Representação da superfície de escoamento de von Mises.



Fonte: Adaptado de Jung; Diebels (2018).

O critério também pode ser formulado em termos de tensões equivalentes de von Mises ( $\sigma_{eq}$ ), tratando-se de um valor escalar que pode ser calculado a partir do tensor de tensões, conforme apresentado na Figura 74.

Figura 74 – Critério de escoamento von Mises em função das tensões principais.



Fonte: Adaptado de Basaran *et al.* (2010).

Um material é definido como no início do seu escoamento quando a tensão equivalente de Mises, definida pela equação (121), alcança a tensão de escoamento  $f_y$ .

$$\sigma_{eq} = \sqrt{3J_2} = q = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij}s_{ij}} \quad (121)$$

O modelo usa uma regra de fluxo plástico associada, considerando que não ocorram deformações plásticas volumétricas, ou seja, a deformação plástica, uma vez que as tensões alcancem o critério de escoamento, tem a direção normal da superfície de escoamento, sendo esta hipótese válida para a maioria dos metais.

#### 4.6.1 Armadura Longitudinal E Transversal

As barras de aço de reforço podem ser inseridas no modelo com elementos de barra (*truss*) ou elementos sólidos. Pode ser criado um contato térmico perfeito entre as barras e o concreto considerando o contato do tipo "*tie*", que também considera o contato mecânico que não permite o escorregamento e a penetração entre as superfícies. Uma alternativa é definir o contato como "*embedded region*", esse critério considera as barras de aço perfeitamente aderidas ao concreto, tanto do ponto de vista da análise mecânica, quanto da análise térmica, contudo, nessa alternativa pode-se definir o tipo de contato térmico entre as superfícies.

Também há a possibilidade de se definir um contato térmico específico entre as barras de reforço e o concreto, considerado os três mecanismos de transferência de calor: condução, convecção e radiação. O contato mecânico pode ser definido considerando o critério de Coulomb.

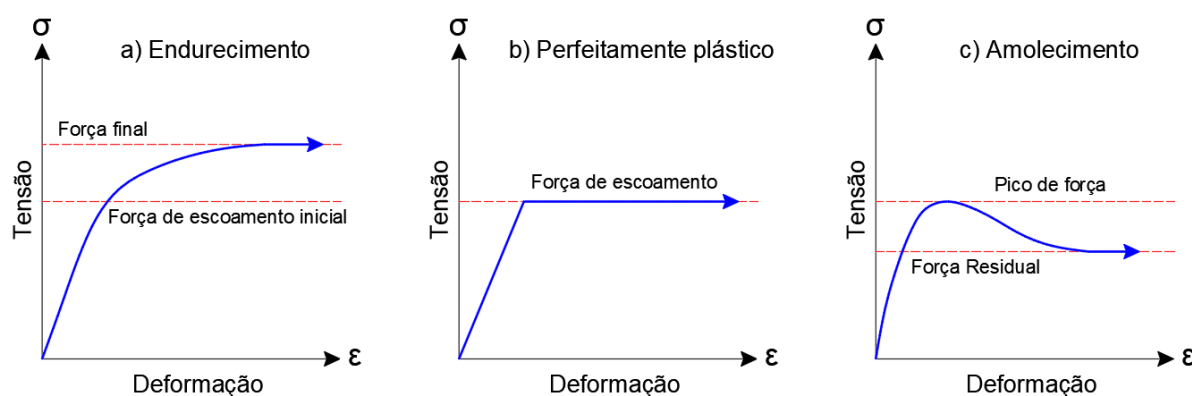
O contato pode ser definido usando uma discretização do tipo "*surface-to-surface*" ou "*node-to-surface*". Nos modelos foi utilizada a primeira opção, cujo contato se dá através da ponderação média dos pontos junto aos nós dos elementos finitos, resultando em pressões de contato mais uniformes.

#### 4.7 LEIS DE ENDURECIMENTO DO MATERIAL

A lei de endurecimento estabelece as condições materiais das mudanças em uma superfície de escoamento à medida que as deformações plásticas ocorram, após ter atingido o regime plástico, de modo a se definir como ocorrem os escoamentos subsequentes.

O comportamento à compressão apresenta basicamente três etapas, uma com comportamento elástico sem dano, posteriormente pela etapa caracterizada pelo comportamento elastoplástico com endurecimento e dano, fase em que inicia a micro fissuração e, em seguida, a fase de propagação das fissuras, conforme ilustra a Figura 75. O comportamento à tração apresenta duas fases, a primeira caracterizada pelo comportamento elástico sem dano e a segunda caracterizada pelo comportamento elastoplástico com amolecimento e dano com propagação das fissuras.

Figura 75 – Comportamentos pós-plástico dos materiais.



Fonte: Adaptado de Nam-Ho Kim (2014).

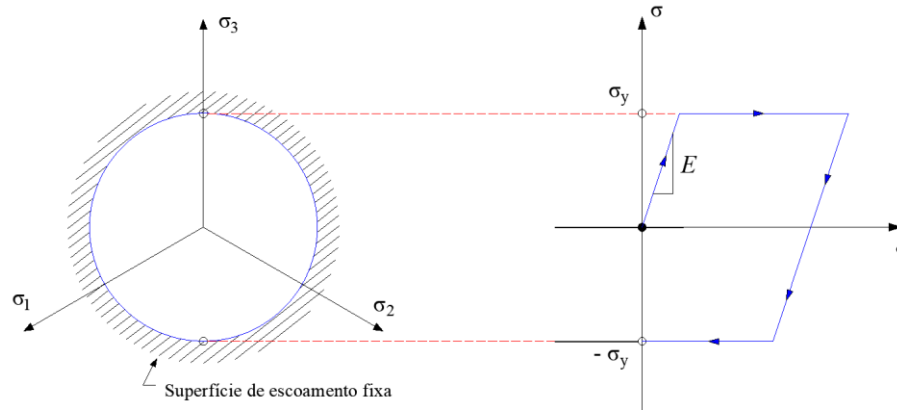
As características geométricas da seção transversal e a compatibilidade de deformações são afetadas pelo dano. As seções sem fissuras, intermediárias às seções fissuradas, mantém sua compatibilidade de deformações, devendo ser considerada sua contribuição à tração, aumentando a rigidez do elemento estrutural.

A regra de encruamento prescreve o endurecimento por deformação do material, pode ser modelada de acordo com a definição dos parâmetros de endurecimento. Em geral, modela-se tal fenômeno como: perfeitamente plástico, com endurecimento isotrópico, com endurecimento cinemático e com endurecimento misto (isotrópico e cinemático).

Um modelo de material perfeitamente plástico é quando se estabelece que não haja endurecimento à medida que a deformação plástica evolui, ou seja, o parâmetro de

endurecimento do material é igual a zero ( $k = 0$ ). Nesta condição, o limite de escoamento do material assim como sua superfície de escoamento fica inalterado (Figura 76).

Figura 76 – Representação do comportamento perfeitamente plástico de um material.

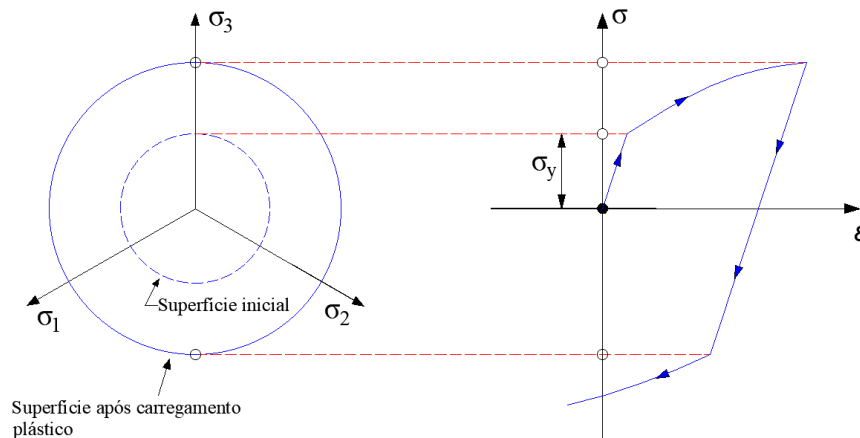


Fonte: Adaptado de Souza Neto *et al.* (2008).

#### 4.7.1 Endurecimento isotrópico

Materiais elastoplásticos podem apresentar um aumento do seu limite de escoamento após serem submetidos a um histórico de deformação plástica. A regra de endurecimento isotrópico considera que, com as deformações plásticas, a superfície de escoamento se expande uniformemente sem qualquer distorção ou translação (Figura 77).

Figura 77 – Representação do endurecimento isotrópico.



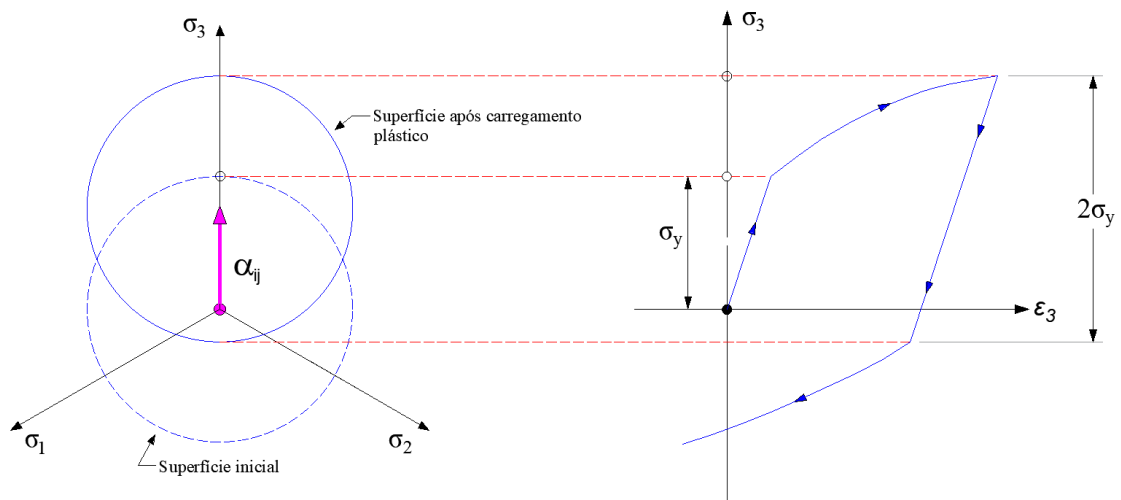
Fonte: Adaptado de Voyiadjis; Yaghoobi (2019).

O endurecimento isotrópico causa incremento gradual na amplitude de sua tensão até sua estabilização, enquanto o amolecimento isotrópico causa sua diminuição.

#### 4.7.2 Endurecimento cinemático

A regra de endurecimento cinemático admite que a superfície de escoamento seja rígida. Desta forma, com as deformações plásticas, a superfície sofre translação em relação à superfície de escoamento inicial, conforme apresentado na Figura 78.

Figura 78 – Representação do endurecimento cinemático.



Fonte: Adaptado de Voyiadjis; Yaghoobi (2019).

#### 4.7.3 Endurecimento combinado

A combinação entre as regras de endurecimento isotrópico e cinemático fornece a regra de endurecimento combinado onde admite translação, rotação, expansão e ainda permite que a superfície de escoamento seja distorcida.

#### 4.7.4 Regra do fluxo e potencial plástico

A regra do fluxo plástico é utilizada para se obter as deformações plásticas que ocorrem quando o estado de tensão atinge a superfície de escoamento. A evolução da deformada plástica  $\varepsilon^p$  é definida por uma lei de fluxo plástico. É comum em modelos multidimensionais definir a lei de fluxo plástico a partir de um potencial plástico ( $G$ ) conforme a equação (122).

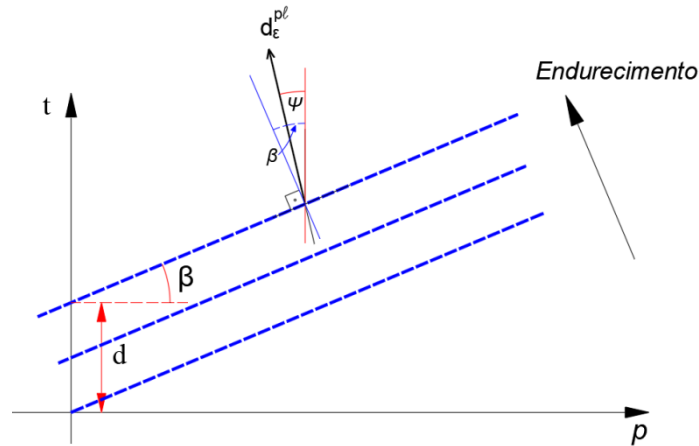
$$G = G(\sigma) \quad (122)$$

A direção do incremento de deformação é definida pela lei de fluxo que relaciona incrementos de deformação com os gradientes de função potencial plástico. No caso unidimensional, a direção do incremento de deformação é a mesma do componente de tensão.

$$d\epsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad (123)$$

Quando a função potencial plástico é a mesma função de plastificação se diz que o modelo constitutivo utiliza lei de fluxo associada e que a condição de normalidade é satisfeita. Caso o fluxo seja não associativo, implica em  $\psi \neq \beta$  e, conseqüentemente, o fluxo não é normal à superfície de plastificação (Figura 79).

Figura 79 – Superfície de plastificação e direção do fluxo plástico no plano p-t.



Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2017).

Para o modelo linear de Drucker-Prager o potencial plástico é definido pelo ângulo de dilatação  $\psi$  no plano p-t, conforme descrito pela equação (124).

$$G = t - p \tan \psi \quad (124)$$

Para muitos materiais de comportamento quase frágeis, como o concreto, consideram-se modelos não associativos para descrever melhor a capacidade de deformação e expansão volumétrica, devido à falta de dados experimentais para a função de potencial plástico.

## 4.8 PROGRAMA COMPUTACIONAL ABAQUS

Os modelos numéricos para as análises dos pilares em situação de incêndio foram desenvolvidos através do programa computacional de uso comercial, ABAQUS/CAE. O programa computacional é utilizado para o processamento e pós-processamento, etapas estas relacionadas à determinação da solução numérica de sistemas lineares e não linear e a análise dos resultados finais da simulação e o comportamento do elemento modelado.

Tal programa tem como recursos um ambiente de modelagem e montagem de componentes mecânicos em geral, definição de propriedades dos materiais empregados, geração de malha de elementos finitos, e permite a visualização da análise realizada e dos dados de saída.

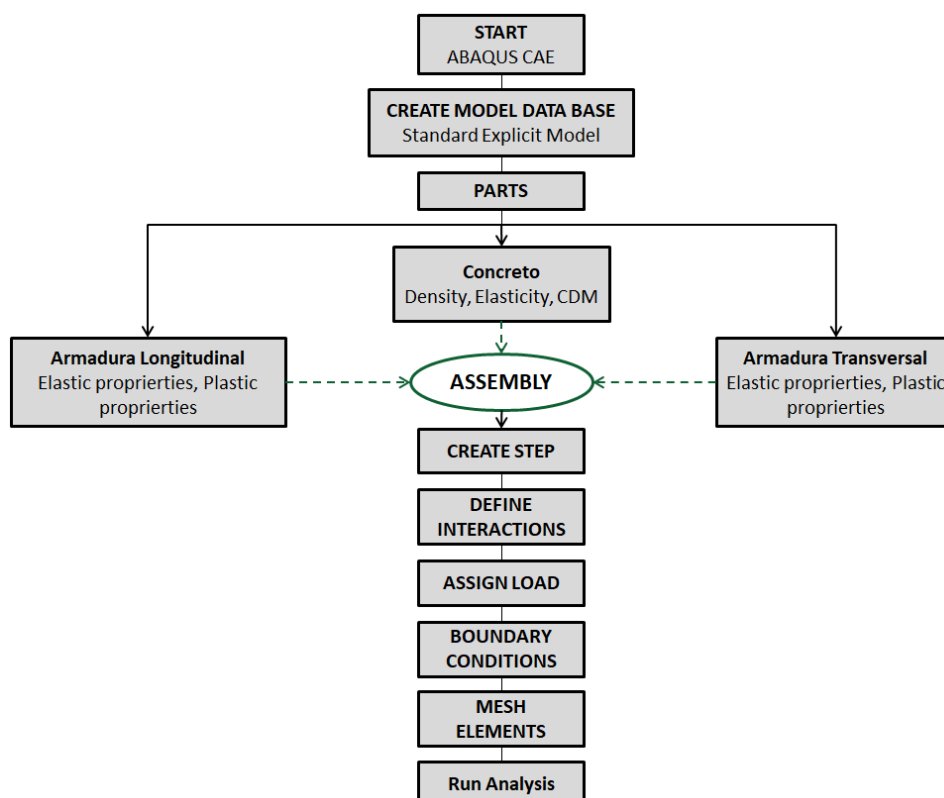
O ABAQUS/CAE – *Computer Aided Engineering* ou Engenharia Assistida por Computador - é um pré-processador com interface gráfica, que possibilita definir a geometria do problema e a estrutura espacial, gerar a malha de elementos finitos, atribuir propriedades aos materiais, entre outras funções. A Figura 80 o fluxograma das etapas para simulação.

A construção do modelo é realizada por etapas, conforme os itens a seguir:

- *Part* – Desenho das partições ou definição da geometria das partes que irão compor o modelo.
- *Property* – Definição das propriedades mecânicas dos materiais que serão utilizados e atribuição desses materiais a cada parte do modelo.
- *Assembly* – Agrupamento das partições.
- *Step* – Definição da sequência de passos da análise e de sua linearidade ou não.
- *Interaction* – Determinação das interações que ocorrerão entre as partições.
- *Load* – Definição das condições de contorno e dos carregamentos.
- *Mesh* – Geração da malha de elementos finitos.
- *Job* – Obtenção do arquivo de entrada de dados.

A simulação numérica foi desenvolvida para análise não linear elasto-plástica para estruturas em situação de incêndio. A análise térmica foi realizada por meio de um procedimento não linear com base no MEF. O comportamento estrutural é simulado utilizando modelos de plasticidade.

Figura 80 – Fluxograma das etapas no ABAQUS para simulação do elemento estrutural.



Fonte: Adaptado de Hussain *et al.* (2019).

O arquivo de entrada de dados pode ser dividido em dois grandes grupos:

- Dados da geometria do modelo - engloba a descrição dos nós, os tipos de elementos e suas conectividades, as propriedades dos materiais, as condições de contorno e o tipo de análise, podendo ser estática ou dinâmica.
- Dados do histórico de carregamentos - composto por informações sobre a sequência de cargas aplicadas, que podem ser caracterizadas como forças pontuais, de superfície, de corpo, geradas por variação de temperatura, pressões de fluido e outras.

O ABAQUS modela numericamente problemas complexos de engenharia, podendo envolver geometrias complicadas, relações constitutivas não lineares, grandes deformações, carregamentos transientes e interação entre materiais. Entretanto, construir um modelo específico nem sempre é fácil, pois é necessário selecionar dentro de uma grande quantidade de parâmetros e opções, os mais adequados para representar de forma realista, um tipo específico de problema.

Segundo Randi (2017), a formulação completa não linear não necessariamente é utilizada em toda a estrutura. Em algumas situações, o problema pode ser resolvido por formulação simplificada ou linear. A formulação linear baseia-se em equações constitutivas lineares, na Lei de Hooke generalizada e em equações geométricas lineares, negligenciando-se os termos quadráticos.

Em certos casos, é necessário considerar o comportamento não linear dos materiais. Neles, as equações são mais complexas e exigem soluções iterativas não lineares.

Como o ABAQUS é um programa aberto para a análise de qualquer tipo de estrutura, o desenvolvimento de um modelo apropriado a cada aplicação é essencial para simular o

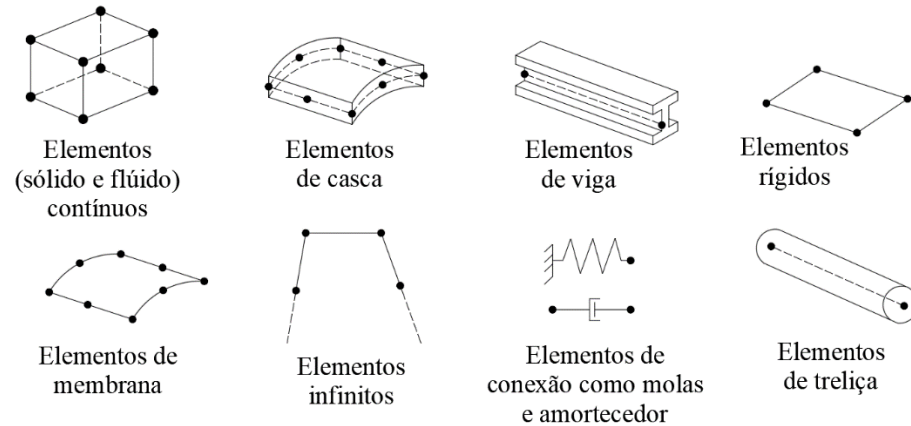
comportamento de pilares de concreto armado de forma realista. Antes de dar início à utilização do programa, são necessários estudos preliminares, para determinar os aspectos do modelo que deverão ser considerados, como, por exemplo, as condições de contorno, o tipo do elemento, a dimensão da malha, entre outros. A acurácia da análise feita por elementos finitos depende do refinamento da malha. Para apresentar melhores resultados, a malha precisa ser suficientemente refinada, principalmente em torno do carregamento. Entretanto, quanto menores os elementos que compõem a malha, maior o tempo de processamento computacional.

O ABAQUS oferece uma ampla gama de elementos para diferentes geometrias e tipos de análises (Figura 81). Um elemento é caracterizado pelo seguinte:

- Família: contínua, casca, membrana, rígida, viga, treliça, etc;
- Número de Nós: depende da forma do elemento e sua ordem de interpolação;
- Graus de Liberdade por Nó: depende do campo da solução da análise (deslocamento, rotação, temperatura, etc.) e a ordem do espaço de modelagem (1D, 2D e 3D);
- Formulação: aplicável a algumas das famílias de elementos (por exemplo, cascas de deformação pequena e finita) caso contrário, a maioria dos elementos fornece ambos automaticamente;
- Integração: integração reduzida e total.

A escolha dos elementos finitos que compõem um modelo numérico é uma etapa de suma importância. Isto porque o elemento finito utilizado para representar cada componente deve ter suas características o mais próximas possível do elemento real.

Figura 81 – Exemplos de elementos finitos usado na análise estrutural.

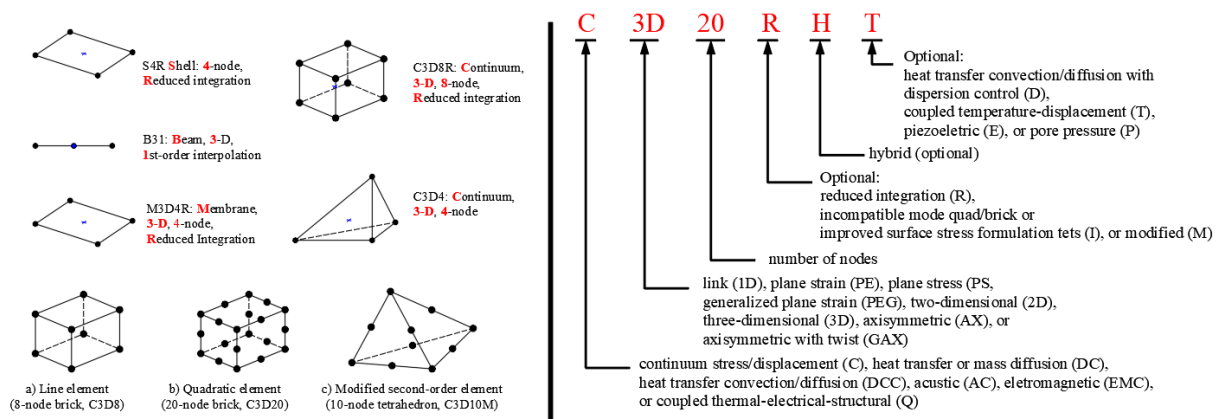


Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2011).

Assim, para simular os pilares de concreto armado, foram utilizados elementos sólidos lineares do tipo C3D8R. Este elemento possui oito nós, com três graus de liberdade por nó, referentes às translações segundo os eixos X, Y e Z e formulação com integração reduzida. A escolha deste elemento se deu pela capacidade de fornecer bons resultados, apresentar menor custo computacional e evitar o aumento da capacidade resistente.

Cada elemento vem com um nome único no ABAQUS que identifica as características principais do elemento como S4R que significa Shell (Elemento de Casca), 4 nós, elementos de integração Reduzido e C3D4 que significa: **C** *Continuum* (contínuo), **3D** (tridimensional), **4** elemento de 4 nós. Uma lista de tipos de elementos está disponível no manual do ABAQUS e a Figura 82 exemplifica alguns deles e a convenção para a nomenclatura.

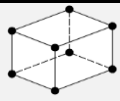
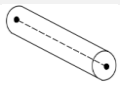
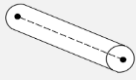
Figura 82 – Exemplos de elementos e convenção para nomenclatura do ABAQUS.



Fonte: Adaptado de ABAQUS Analysis user's manual (2011).

A forma, tipo e geometria dos possíveis elementos para a análise estrutural e térmica estão apresentados na Tabela 11.

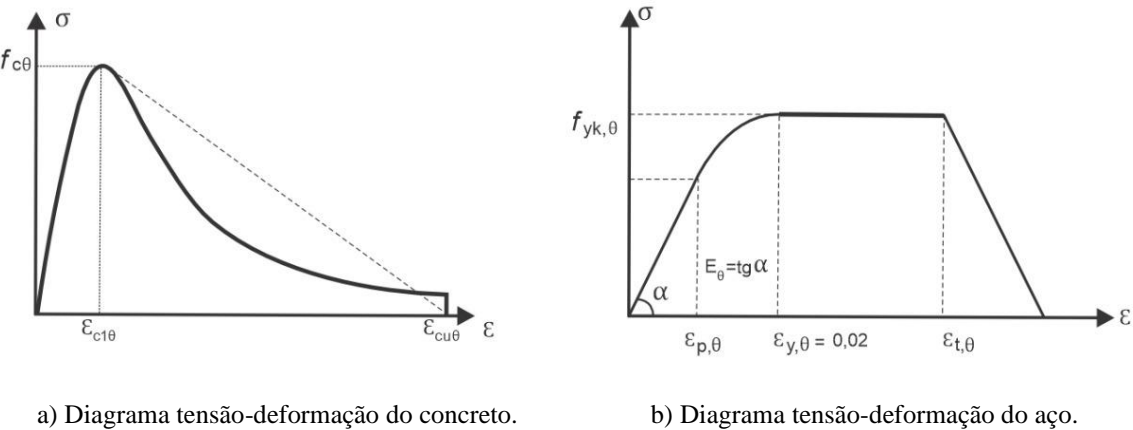
Tabela 11 – Tipos de elementos selecionados no ABAQUS.

Partes	Tipo de elemento	Forma	Ilustração
Pilar de Concreto	C3D8R/DC3D8/ <b>C3D8RT</b>	Hexahedron – Solid	
Armadura Longitudinal	T3D2/DC1D2/ <b>T3D2T</b>	Wire – Truss	
Armadura Transversal	T3D2/DC1D2/ <b>T3D2T</b>	Wire – Truss	

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para a modelagem numérica, as propriedades de resistência e deformação do material aço e concreto em temperaturas elevadas, devem ser obtidos a partir das relações tensão-deformação especificadas pela norma europeia EN 1992-1-2 (2004), proposto também pela NBR 15200 (ABNT, 2012) atribuído a variação da temperatura, conforme apresentado na Figura 83.

Figura 83 – Diagrama tensão-deformação em situação de incêndio: a) concreto, b) aço.



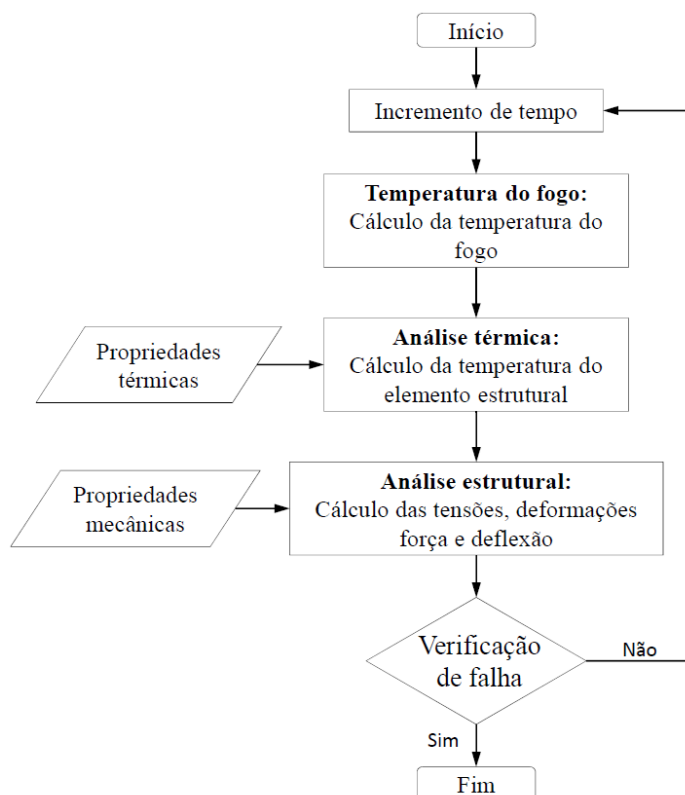
Fonte: Adaptado de EN 1992-1-2 (2004).

Segundo a NBR 8953 (ABNT, 2015) os concretos a serem utilizados estruturalmente estão divididos em dois grupos, classificados de acordo com sua resistência característica à compressão. Neste trabalho foi utilizado a faixa de resistência do grupo I.

#### 4.9 ANÁLISE COMPUTACIONAL DA RESISTÊNCIA AO FOGO

A biblioteca do ABAQUS contém vários modelos constitutivos e possui uma capacidade completa de modelagem geométrica. A análise segue várias etapas, cada uma das quais apresenta a simulação de resposta, apresentada anteriormente na Figura 80. Este sistema também inclui técnicas de pré-processamento e pós-processamento e o código em elementos finitos pode lidar com a análise acoplada, o que significa que a temperatura e os deslocamentos são integrados simultaneamente. A Figura 84 apresenta o fluxograma do procedimento de cálculo numérico, para simulação computacional.

Figura 84 – Fluxograma para análise da resistência ao fogo de elementos estruturais.

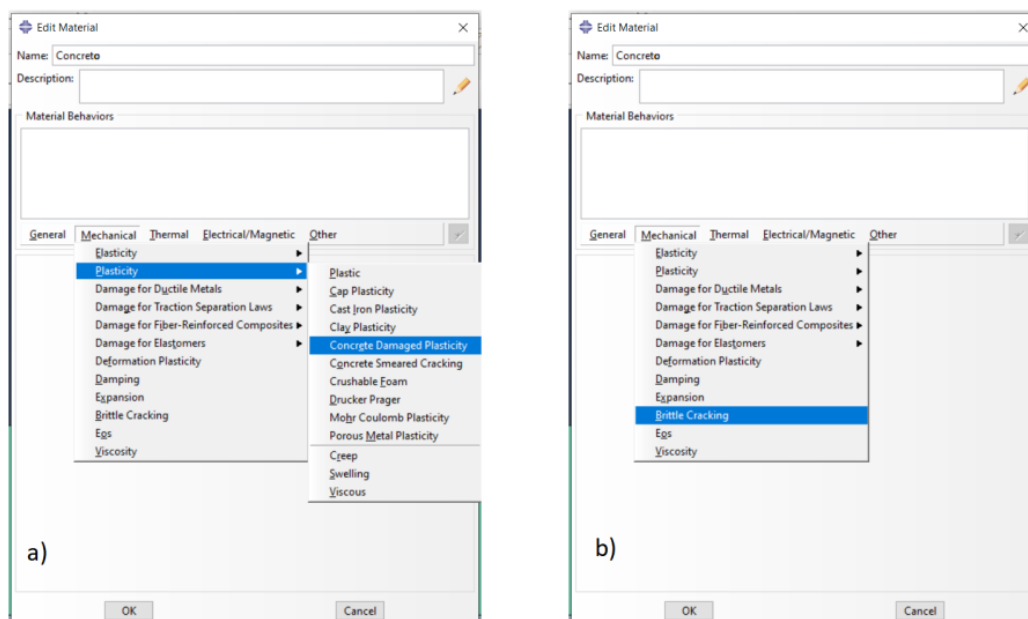


Fonte: Adaptado de Naser (2016).

#### 4.10 MÉTODO DE SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES

O ABAQUS é um programa de análise explícita ou implícita com modelo constitutivo. Dois modelos principais utilizados para modelar o concreto no ABAQUS são: Modelo do dano plástico (*Concrete Damaged Plasticity – CDP*) e Modelo de fissuração frágil (*Brittle Cracking*), conforme apresentado na Figura 85.

Figura 85 – Modelo no ABAQUS: a) *Concrete Damaged Plasticity*, b) *Brittle Cracking*.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

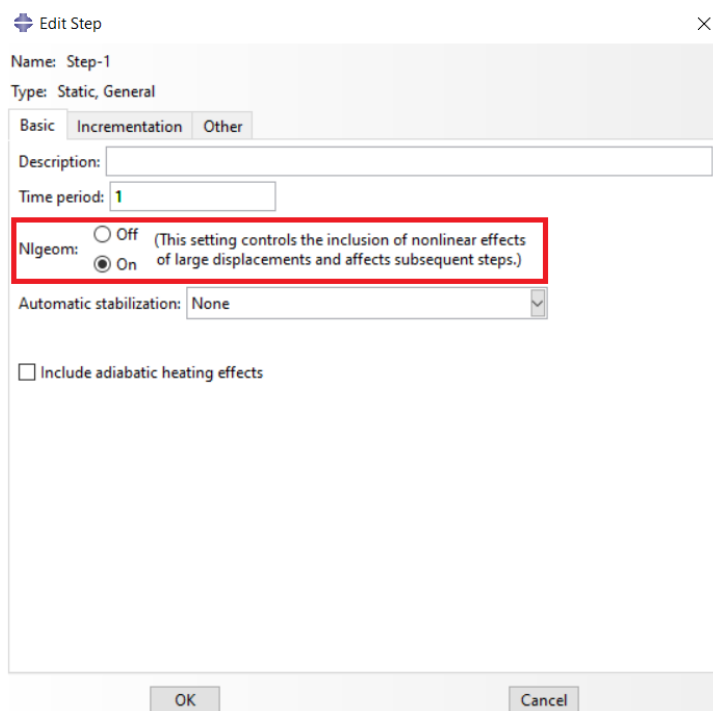
Utilizou-se o modelo do Dano Plástico (*Concrete Damaged Plasticity* – CDP) por possuir maior aceitação no meio científico com base nas superposições de dano isotrópico e considera a fissuração e a degradação da rigidez elástica do material induzida pela deformação plástica, devido ao aumento do carregamento.

A integração no tempo no método dos elementos finitos é realizada por passos de tempo (*time-step*), e a solução é obtida através de uma integração temporal explícita ou implícita. O método explícito é muito utilizado pela facilidade de implementação, pois não é necessária a solução de um sistema de equações lineares em um período de tempo e, utilizam apenas informações previamente conhecidas para calcular o passo de tempo seguinte.

Em geral, os métodos explícitos requerem menos custo computacional comparados com métodos implícitos, porém, os métodos implícitos podem levar a um problema incondicionalmente estável, pois pode resultar em sistemas de equações não lineares cuja solução é complexa. Desta forma, requer avaliar o intervalo de tempo máximo para ser numericamente estável.

A não linearidade geométrica no ABAQUS/Explicit vem configurada por padrão, sem a necessidade de configurar, no entanto, uma simulação empregando o ABAQUS/Standard (formulação implícita) necessita da introdução da opção *Nlgeom*, conforme apresentado na Figura 86.

Figura 86 – Opção da não linearidade geométrica no ABAQUS/Standard.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para diversas análises, tanto o ABAQUS/Standard ou ABAQUS/Explicit pode ser utilizado. Por exemplo, a não linearidade, o ABAQUS/Standard é mais eficiente para resolver problemas não lineares suaves, por outro lado, ABAQUS/Explicit é a escolha certa para uma análise de propagação de onda. Existem, no entanto, certos problemas estáticos ou quase estáticos que podem ser bem simulados com qualquer um dos programas. Normalmente, esses são problemas que usualmente seriam resolvidos com o ABAQUS/Standard, mas podem ter dificuldade de convergir devido à complexidade do contato ou do material, resultando em um grande número de iterações. Essas análises são caras do ponto de vista computacional no ABAQUS/Standard, porque cada iteração requer um grande conjunto de equações lineares para ser resolvido.

Enquanto o ABAQUS/Standard deve iterar para determinar a solução para um problema não linear, o ABAQUS/Explicit determina a solução sem iterar, avançando explicitamente o estado cinemático a partir do final do incremento anterior. Mesmo que uma determinada análise possa exigir um grande número de incrementos de tempo usando o método explícito, a análise pode ser mais eficiente no ABAQUS/Explicit se a mesma análise no ABAQUS/Standard exigir muitas iterações.

Outra vantagem do ABAQUS/Explicit é que ele requer muito menos espaço em disco e memória do que o ABAQUS/Standard para a mesma simulação. Para problemas nos quais o

custo computacional dos dois programas pode ser comparável, o espaço em disco substancial e a economia de memória do ABAQUS/Explicit o tornam atraente.

Ao utilizar o método explícito, o custo computacional é proporcional ao número de elementos e aproximadamente inversamente proporcional à menor dimensão do elemento. O refinamento da malha, portanto, aumenta o custo computacional, aumentando o número de elementos e reduzindo a menor dimensão do elemento.

O método explícito mostra grande economia de custos em relação ao método implícito à medida que o tamanho do modelo aumenta, desde que a malha seja relativamente uniforme.

A análise em elementos finitos implícito ou explícito trata-se de um algoritmo utilizado para incrementação de tempo. Em ambos os casos, o estado do modelo é calculado em vários pontos no tempo e o novo estado é calculado com base no estado antigo.

Com um algoritmo explícito, o novo estado pode ser calculado diretamente a partir dos dados disponíveis no estado atual. É basicamente uma extrapolação.

Com um algoritmo implícito, o novo estado não pode ser calculado diretamente do estado antigo; um sistema acoplado de equações deve ser resolvido. Isso requer algoritmos de solução não linear, normalmente o método de Newton-Raphson.

#### 4.11 ANÁLISE TÉRMICA ACOPLADA

Conforme manual do ABAQUS (2016), o procedimento da análise de tensão térmica totalmente acoplada é necessário quando a análise de tensão é dependente da distribuição da temperatura e a distribuição de temperatura depende da solução de tensão. Por exemplo, problemas de metalurgia podem incluir aquecimento significativo devido à deformação inelástica do material que, por sua vez, altera as propriedades do material. Além disso, existem condições de contato em alguns problemas onde o calor conduzido entre as superfícies pode depender fortemente da separação das superfícies ou da pressão transmitida através da superfície. Para esses casos, as soluções térmicas e mecânicas devem ser obtidas simultaneamente e não sequencialmente, para situações onde:

- é realizado quando as soluções mecânicas e térmicas se afetam fortemente e, portanto, devem ser obtidos simultaneamente;
- requer a existência de elementos com graus de liberdade de temperatura e deslocamento no modelo;
- pode ser usado para analisar o material dependente do tempo;

- não pode incluir efeitos de radiação de cavidade, mas pode incluir condições de radiação de temperatura média;
- leva em consideração a dependência da temperatura das propriedades do material apenas para as propriedades que são atribuídos a elementos com graus de liberdade de temperatura.

Tanto o Abaqus/Standard quanto o Abaqus/Explicit fornecem procedimentos acoplados de análise de deslocamento-temperatura, mas os algoritmos usados para cada programa diferem consideravelmente.

No Abaqus/Standard as temperaturas são integradas usando o método de Euler implícito (diferenças finitas regressivas – *backward-difference*), e o sistema acoplado é resolvido usando o método de Newton. Neste modelo de análise os efeitos da inércia são negligenciados, e podem ser de regime estacionário ou transitório e lineares ou não lineares. Para o Abaqus/Explicit as equações de transferência de calor são integradas usando o método explícito de integração no tempo (*forward-difference*), e a resposta da solução mecânica é obtida usando o método das diferenças finitas centradas. A análise de tensão térmica totalmente acoplada, o Abaqus/Explicit inclui os efeitos de inércia e é sempre transitória.

O Abaqus/Standard oferece uma implementação exata e aproximada do método de Newton para análise totalmente acoplada de deslocamento-temperatura, conforme apresentado a seguir.

#### 4.11.1 Implementação exata

Uma implementação exata do método de Newton envolve uma matriz Jacobiana não simétrica como é ilustrado na seguinte representação matricial das equações acopladas:

$$\begin{bmatrix} K_{uu} & K_{u\theta} \\ K_{\theta u} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} R_u \\ R_\theta \end{Bmatrix} \quad (125)$$

Onde  $\Delta u$  e  $\Delta \theta$  são as respectivas correções para o deslocamento incremental e temperatura,  $K_{ij}$  são submatrizes da matriz Jacobiana totalmente acoplada e são os componentes mecânico e térmico vetores residuais, respectivamente.

Resolver este sistema de equações requer o uso do armazenamento de matriz assimétrica e solução do esquema de integração. Além disso, as equações mecânicas e térmicas devem ser

resolvidas simultaneamente. O método fornece convergência quadrática quando a estimativa da solução está dentro do raio de convergência do algoritmo. A implementação exata é usada por padrão.

#### 4.11.2 Implementação aproximada

Alguns problemas requerem uma análise totalmente acoplada no sentido de que as soluções mecânicas e térmicas evoluem simultaneamente, mas com um acoplamento fraco entre as duas soluções. Em outras palavras, os componentes fora da diagonal nas submatrizes,  $\mathbf{K}_{u\theta}$ ,  $\mathbf{K}_{\theta u}$  são pequenos em comparação com os componentes diagonais nas submatrizes  $\mathbf{K}_{uu}$ ,  $\mathbf{K}_{\theta\theta}$ . Para esses problemas uma solução menos dispendiosa pode ser obtida definindo as submatrizes fora da diagonal para zero para obtermos um conjunto aproximado de equações:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \theta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_u \\ \mathbf{R}_\theta \end{Bmatrix} \quad (126)$$

Como resultado desta aproximação as equações térmicas e mecânicas podem ser resolvidas separadamente, com menos equações a serem consideradas em cada subproblema. O método aproximado é computacionalmente mais barato comparado com a análise exata e requer menos memória.

Esta forma modificada do método de Newton não afeta a precisão da solução, uma vez que o método totalmente acoplado o efeito é considerado através do vetor residual  $\mathbf{R}_j$  a cada incremento no tempo. No entanto, a taxa de convergência não é mais quadrática e depende fortemente da magnitude do efeito de acoplamento, então mais iterações são geralmente necessárias para atingir o equilíbrio comparado com a implementação exata do método de Newton.

## 5 RESULTADOS DAS ANÁLISES

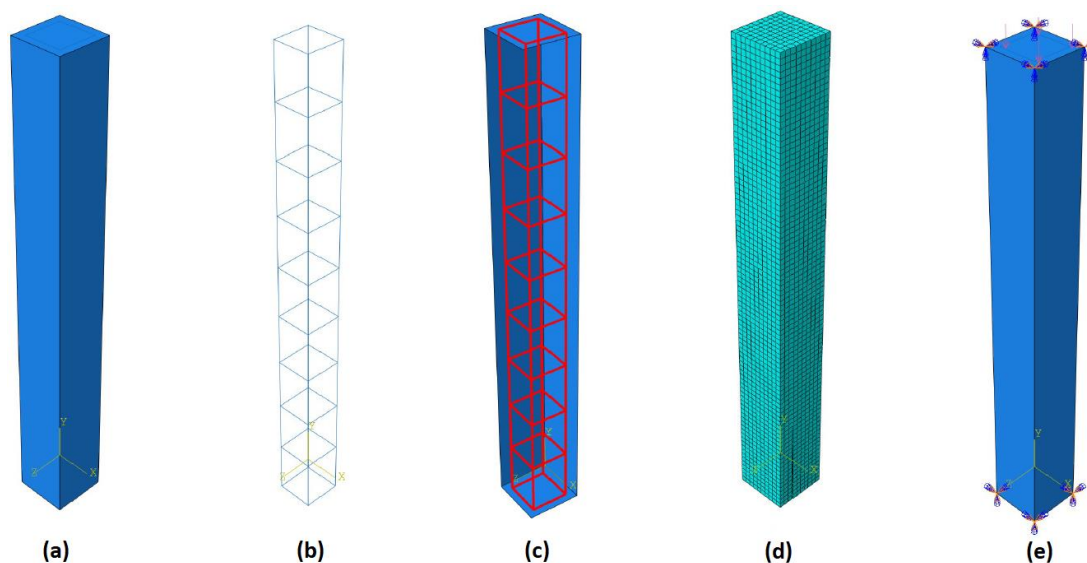
As análises numéricas foram auxiliadas pelo programa computacional ABAQUS, baseado no Método dos Elementos Finitos e análise não linear. A fundamentação teórica dos modelos implementados pelo programa é descrita no Manual Teórico, elaborado pela própria empresa (DASSAULT SYSTÈMES, 2016).

Estudos de estruturas de concreto armado em situação de incêndio, para uma abordagem sustentável, é importante o conhecimento do comportamento dos elementos estruturais para uma perspectiva de custos de reabilitação e/ou reforço estrutural, quanto para conservação de recursos materiais.

A necessidade de projetar estruturas de concreto duráveis, leva à necessidade de modelagem sofisticada do fenômeno da deterioração. Para avaliar adequadamente a durabilidade das estruturas de concreto armado, as propriedades dos materiais devem ser determinadas após a exposição a temperaturas elevadas, uma vez que ocorre mudança nas propriedades físicas e mecânicas do concreto e do aço.

Os modelos de elementos finitos para pilares de seção transversal retangular evoluíram com o auxílio do programa computacional, conforme apresentado na Figura 87, é possível verificar o processo de modelagem do pilar em concreto armado no ABAQUS, desde a geometria e materiais até sua vinculação.

Figura 87 – Geometria de um pilar em concreto armado: a) Seção homogênea sólida, b) Armaduras, c) Interação concreto-aço, d) Malha em EF, e) Condições de contorno.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

No modelo estrutural para análise mecânica, o concreto pode ser definido com o elemento tipo C3D8R, que significa elemento de *Brick* com 8 pontos de integração reduzida, com o efeito *hourglass control*. As tensões e deformações são mais precisas nos pontos de integração. A integração do elemento C3D8R está localizada no centro do elemento. A armadura longitudinal e transversal deve ser considerada embutida no concreto (*embedded elements*), para simular a interação entre a armadura e o concreto, e definida como T3D2, elemento de *Truss* 3D de 2 nós.

No caso do modelo térmico para transferência de calor, o concreto e a armadura devem ser discretizados respectivamente como elemento DC3D8 e DC1D2, tendo a temperatura nodal (NT11) como único grau de liberdade ativo. As armaduras devem ser conectadas ao concreto com a restrição do tipo *Tie Constraint* (restrição de nó), que liga os nós dos elementos em contato, impondo que os graus de liberdade comuns, para aquele tipo de análise sejam os mesmos. Essa restrição impõe que as temperaturas do concreto e da armadura em contato sejam calculadas em conjunto, considerando, portanto, a interação completa entre os materiais.

Para o modelo numérico, o concreto foi modelado como um elemento finito sólido 3D utilizado o tipo de elemento hexaedro (*Brick*) termomecânico acoplado de 8 nós (C3D8RT), com deslocamento e temperatura trilinear, enquanto as armaduras longitudinal e transversal foram modeladas utilizando o elemento finito de treliça (*Truss*) de 2 nós (T3D2T), com deslocamento e temperatura linear. Estes elementos possuem dois graus de liberdade sendo a temperatura e o deslocamento acoplados, no qual permite a análise de transferência de calor e análise estrutural simultaneamente.

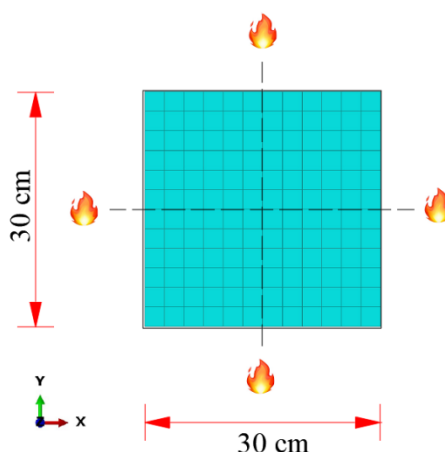
Para definir o material concreto, o critério de falha utilizado no ABAQUS foi o *Concrete Damage Plasticity*. O limite elástico inicial foi assumido como 0,4 do valor da resistência à compressão ( $\sigma_{c0} = 0,4\sigma_{cu}$ ), conforme sugerido pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004). O coeficiente de Poisson ( $\nu_c$ ) do concreto submetido à compressão uniaxial foi assumido como  $\nu_c = 0,20$ . A resistência última à compressão e tração do concreto, assim como o Módulo de Young ( $E_c$ ), foram definidas de acordo com o Eurocode 2.

Para definir o material aço, foi adotado o modelo elastoplástico no ABAQUS, com base nas propriedades do material em diferentes níveis de temperatura. Os parâmetros característicos foram calculados de acordo com os fatores de redução proposto pelo Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004) e NBR 15200 (ABNT, 2012) em temperaturas elevadas.

## 5.1 ANÁLISE TÉRMICA - VALIDAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A primeira calibração foi realizada as análises térmicas bidimensionais no ABAQUS, para uma seção transversal quadrada em concreto de 30 cm x 30 cm, sem armadura, conforme indicado na Figura 88. As propriedades térmicas do material estão de acordo com o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004).

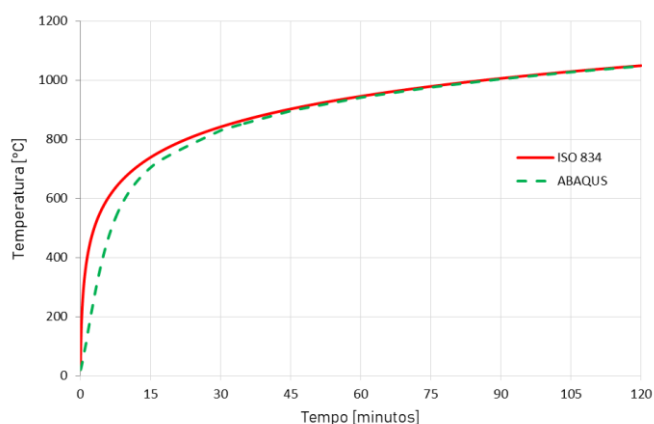
Figura 88 – Detalhe seção transversal.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Os quatro lados da seção transversal foram considerados expostos ao fogo conforme a curva temperatura-tempo ISO 834, sujeitos às condições de radiação e convecção. A Figura 89 apresenta a curva de aquecimento da seção transversal obtida no ABAQUS e, a Figura 90 apresenta a distribuição de temperatura na seção transversal para 120 minutos de exposição ao fogo, em todos os lados.

Figura 89 – Curva de aquecimento da seção transversal.

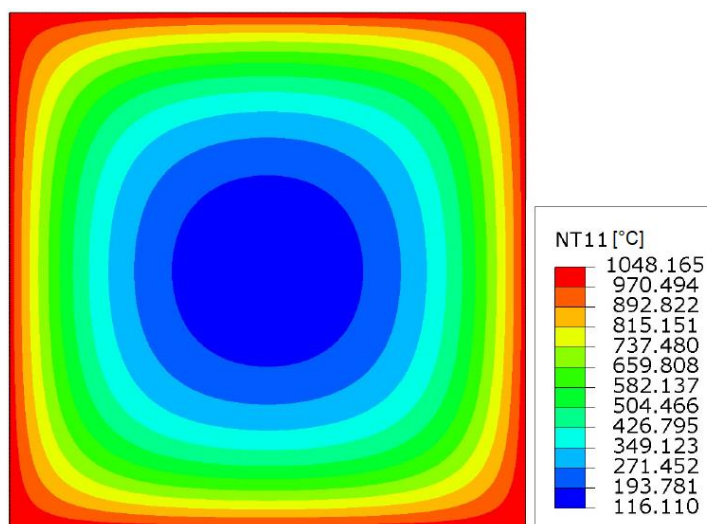


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

As propriedades do modelo numérico para proceder a análise são os mesmos considerados no Eurocode 2.

- Calor específico adotado para concreto com teor de umidade de 1,5%;
- Condutividade térmica assumida a curva do limite inferior;
- Coeficiente de transferência de calor por convecção: 25 W/m<sup>2</sup>K;
- Emissividade resultante: 0,7;
- Constante de Stefan-Boltzmann:  $5,67037 \times 10^{-8}$  W/m<sup>2</sup>K<sup>4</sup>.

Figura 90 – Distribuição de temperatura da seção transversal para 120 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para fins de validação da análise térmica, adotaram-se as seções transversais dos pilares apresentados no Anexo A da EN 1992-1-2 (2004), e comparados com os resultados obtidos na simulação numérica, apresentadas conforme Tabelas 12, 13, 14 e 15 e nas Figuras 91, 92, 93 e 94, para 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição ao fogo respectivamente.

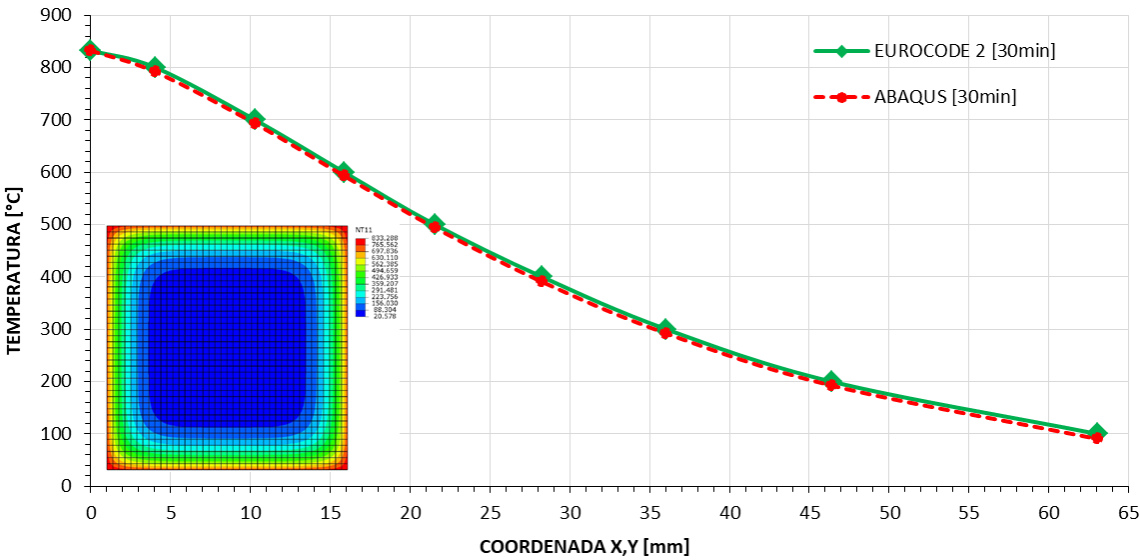
Nesta análise 2D, foi utilizado o tipo de elemento quadrático de malha DC2D8 para a análise de transferência de calor na seção transversal 30 cm x 30cm, com malha quadrada de 1mm de lado, totalizando 90.000 elementos, com as medidas das coordenadas X e Y retiradas na diagonal dos vértices.

Tabela 12 – Análise da temperatura para 30 minutos.

EN 1992-1-2 [°C]	ABAQUS [°C]	Erro [%]	Diferença [°C]
832,65	832,65	0,00	0,00
800	791,40	1,09	8,60
700	692,96	1,02	7,04
600	592,90	1,20	7,10
500	494,00	1,21	6,00
400	390,39	2,46	9,61
300	291,88	2,78	8,12
200	192,41	3,94	7,59
100	90,28	10,77	9,72

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 91 – Análise da temperatura para 30 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

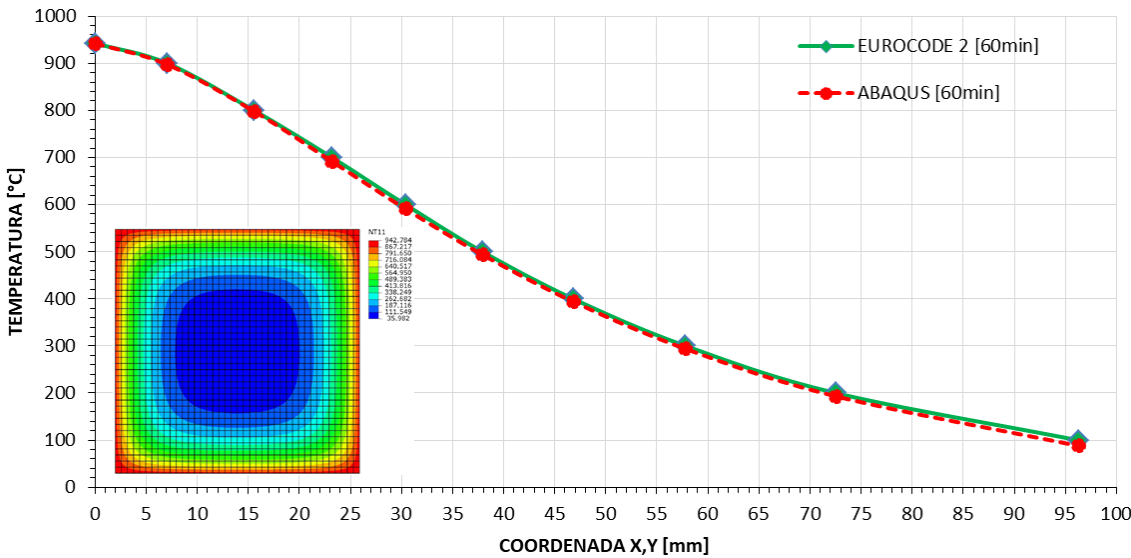
Para a análise térmica transiente exposta ao incêndio padrão por 30 minutos, observa-se na Tabela 12 que a maior diferença ultrapassa 10%, onde corresponde aproximadamente 10°C para a isoterma de 100°C.

Tabela 13 – Análise da temperatura para 60 minutos.

EN 1992-1-2 [°C]	ABAQUS [°C]	Erro [%]	Diferença [°C]
942,49	942,49	0,00	0,00
900	897,30	0,30	2,70
800	798,08	0,24	1,92
700	691,59	1,22	8,41
600	590,93	1,53	9,07
500	493,68	1,28	6,32
400	394,08	1,50	5,92
300	293,72	2,14	6,28
200	193,22	3,51	6,78
100	88,04	13,59	11,96

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 92 – Análise da temperatura para 60 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

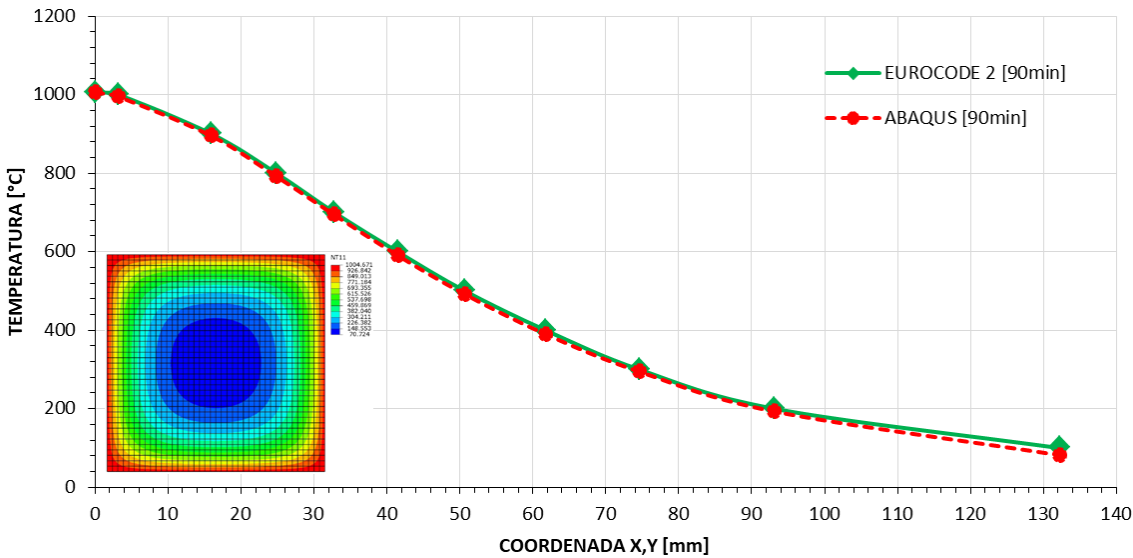
Para a análise térmica transiente exposta ao incêndio padrão por 60 minutos, verifica-se na Tabela 13 que a maior diferença ultrapassa 13%, onde corresponde praticamente a 12°C para a isoterma de 100°C. No restante das situações analisadas, as aproximações são muito satisfatórias.

Tabela 14 – Análise da temperatura para 90 minutos.

EN 1992-1-2 [°C]	ABAQUS [°C]	Erro [%]	Diferença [°C]
1004,48	1004,48	0,00	0,00
1000	995,05	0,50	4,95
900	894,66	0,60	5,34
800	791,77	1,04	8,23
700	694,08	0,85	5,92
600	590,80	1,56	9,20
500	491,50	1,73	8,50
400	389,78	2,62	10,22
300	294,62	1,83	5,38
200	193,03	3,61	6,97
100	81,89	22,12	18,11

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 93 – Análise da temperatura para 90 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

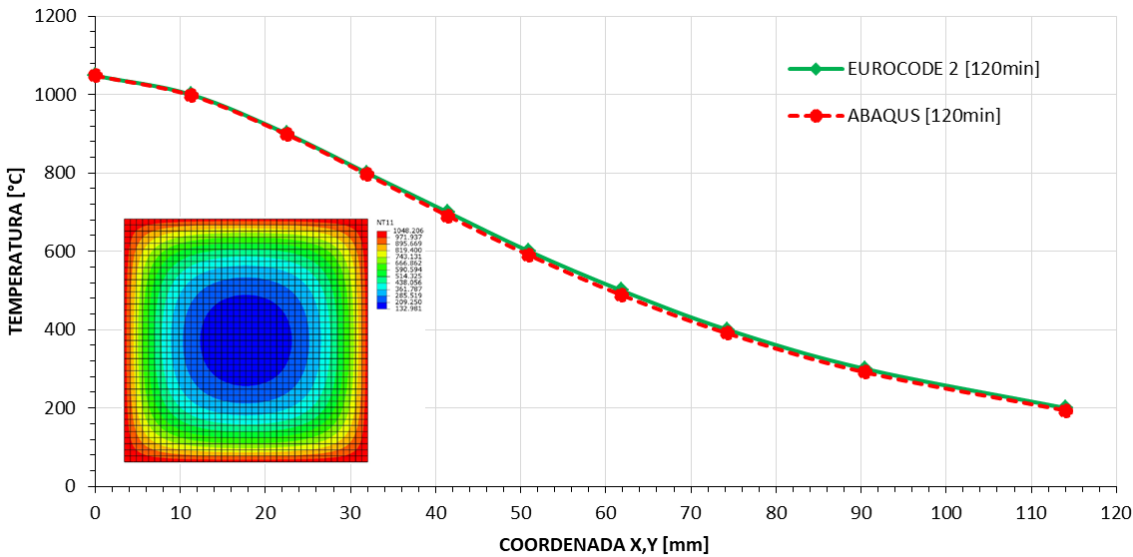
Para a análise térmica transiente exposta ao incêndio padrão por 90 minutos, nota-se que na Tabela 14 a maior diferença ultrapassa 22%, onde corresponde em torno de 18°C para a isoterma de 100°C.

Tabela 15 – Análise da temperatura para 120 minutos.

EN 1992-1-2 [°C]	ABAQUS [°C]	Erro [%]	Diferença [°C]
1048,07	1048,07	0,00	0,00
1000	997,91	0,21	2,09
900	897,66	0,26	2,34
800	796,00	0,50	4,00
700	690,52	1,37	9,48
600	590,02	1,69	9,98
500	488,39	2,38	11,61
400	390,58	2,41	9,42
300	291,22	3,01	8,78
200	193,79	3,21	6,21

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Figura 94 – Análise da temperatura para 120 minutos.



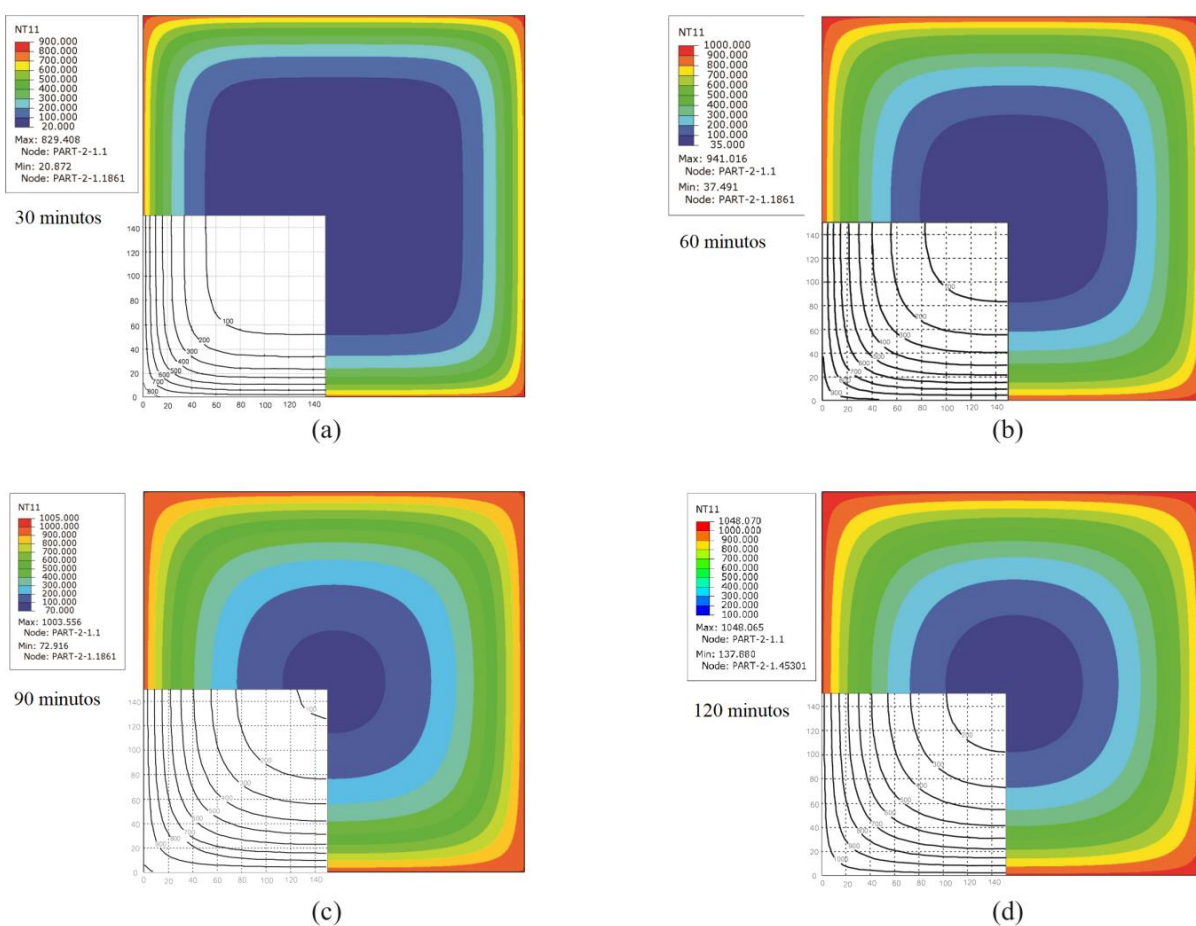
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para a análise térmica transiente exposta ao incêndio padrão por 120 minutos, percebe-se que na Tabela 15 a maior diferença ultrapassa 3%, onde corresponde a 6,21°C para a isoterma de 200°C.

Percebe-se que os valores obtidos numericamente, de forma geral, apresentam uma boa correlação com os resultados normalizados, para todos os incrementos de tempo.

Os resultados da simulação numérica foram comparados com as isotermas apresentadas no Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004). A Figura 95 corresponde a uma seção transversal de um pilar com 30 cm x 30 cm exposto ao fogo nas quatro faces, para tempo de exposição de 30, 60, 90 e 120 minutos. A seção transversal do pilar analisada pelo ABAQUS apresenta resultados muito semelhante aos obtidos nas isotermas do Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004).

Figura 95 – Isotermas na seção transversal 30 cm x 30 cm para: a) 30 minutos, b) 60 minutos, c) 90 minutos, d) 120 minutos.

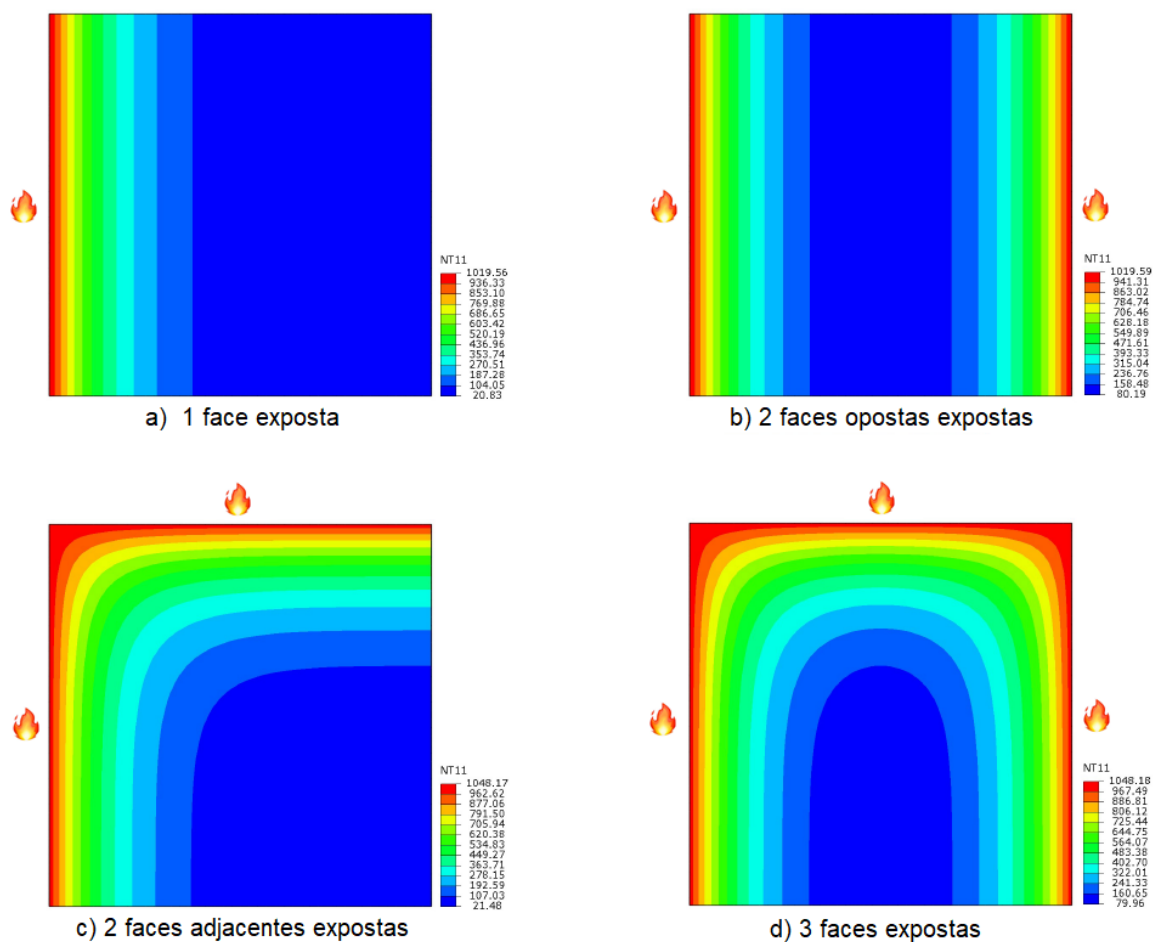


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Estas análises térmicas iniciais são utilizadas como parâmetros para estabelecer um modelo computacional consistente. Devido ao número reduzido de variáveis, em comparação ao modelo termomecânico acoplado, a verificação do comportamento adequado para a análise térmica com as características adotadas, se torna simplificada.

A Figura 96 apresenta as isotermas para a mesma seção transversal 30 cm x 30 cm em concreto, para um incêndio de 120 minutos, exposto ao fogo em diferentes lados.

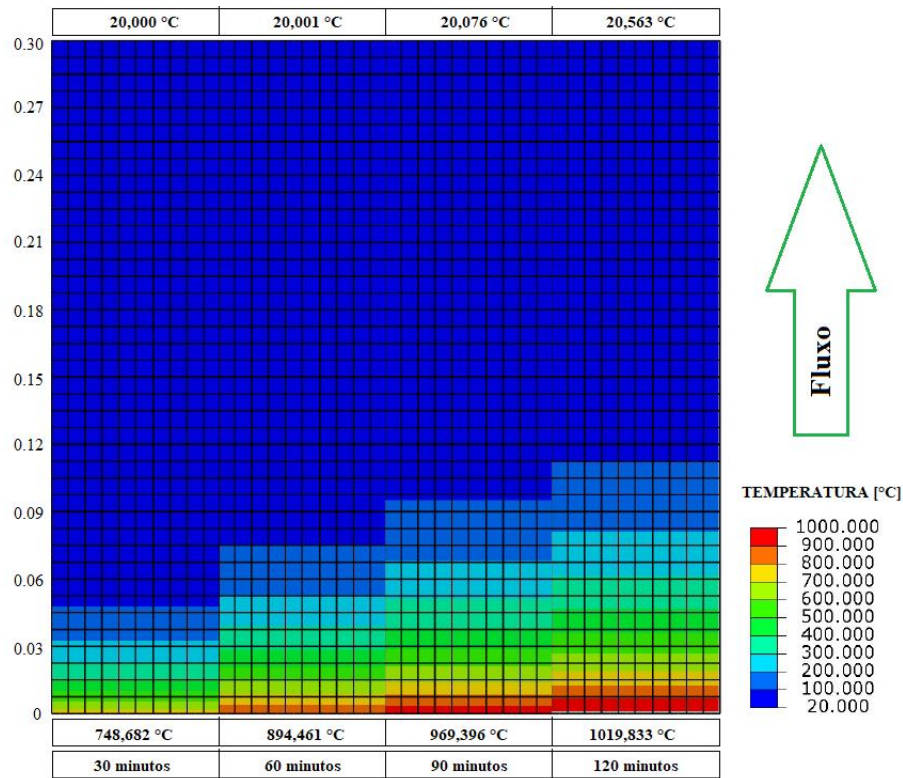
Figura 96 – Isotermas na seção transversal 30 cm x 30 cm para 120 minutos: a) uma face exposta ao fogo, b) duas faces opostas expostas ao fogo, c) duas faces adjacentes expostas ao fogo, d) três faces expostas ao fogo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Para as análises da temperatura no pilar de seção transversal 30 cm x 30 cm exposto à curva de incêndio-padrão (ISO 834) com fluxo de calor unidirecional, a Figura 97 apresenta lado a lado a evolução da temperatura, para os tempos de 30, 60, 90 e 120 minutos, respectivamente, com malha quadrada de 0,75mm de lado.

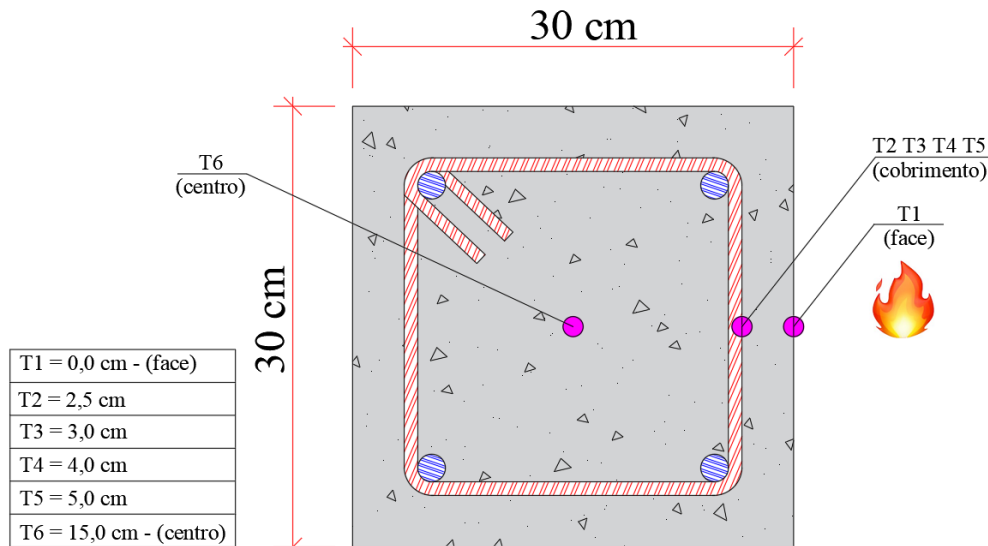
Figura 97 – Gradiente de temperatura unidirecional para 30, 60, 90 e 120 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A Figura 98 apresenta os pontos de análise para verificação da temperatura, para os tempos de 30, 60, 90 e 120 minutos de exposição ao fogo em um lado da seção transversal, de acordo com a variação do cobrimento da armadura exigidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), para garantia da durabilidade.

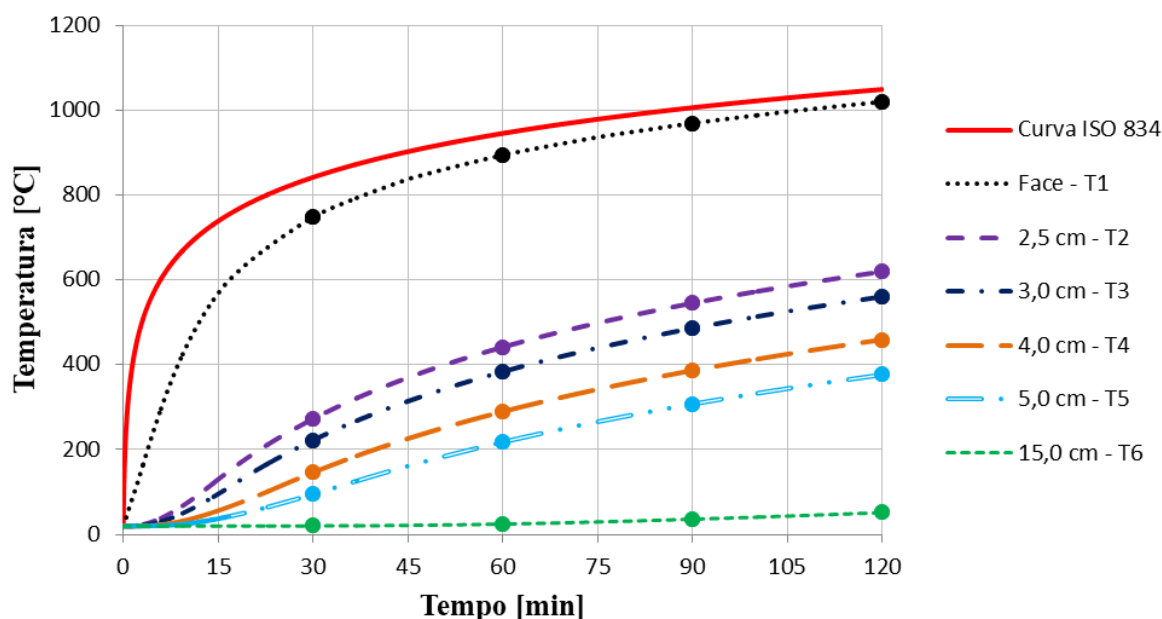
Figura 98 – Pontos da análise numérica da temperatura na seção transversal do pilar.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Verifica-se na Figura 99 a importância da espessura do cobrimento da armadura, assim como a evolução da temperatura da face exposta ao fogo, em direção ao eixo da seção transversal, em relação à durabilidade, capacidade resistente e deformação.

Figura 99 – Gradiente de temperatura unidirecional para 30, 60, 90 e 120 minutos.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A Tabela 16 apresenta as temperaturas para cada passo de tempo nos pontos indicados para a análise.

Tabela 16 – Temperatura nos pontos indicados [°C].

Tempo [min]	T1 [0,0 cm]	T2 [2,5 cm]	T3 [3,0 cm]	T4 [4,0 cm]	T5 [5,0 cm]	T6 [15,0 cm]
30	748,68	272,28	222,13	146,13	94,71	20,15
60	894,46	441,57	383,72	289,59	217,72	24,53
90	969,39	545,18	485,98	386,48	307,34	35,85
120	1019,83	619,48	560,44	459,15	376,50	51,55

Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A Tabela 17 apresenta a redução relativa de temperatura em relação à face exposta ao fogo, para os mesmos pontos analisados.

Tabela 17 – Redução da temperatura conforme o cobrimento [%].

Tempo [min]	T1 [0,0 cm]	T2 [2,5 cm]	T3 [3,0 cm]	T4 [4,0 cm]	T5 [5,0 cm]	T6 [15,0 cm]
30	-	63,63%	70,33%	80,48%	87,35%	97,31%
60	-	50,63%	57,10%	67,62%	75,66%	97,26%
90	-	43,76%	49,87%	60,13%	68,30%	96,30%
120	-	39,26%	45,05%	54,98%	63,08%	94,95%

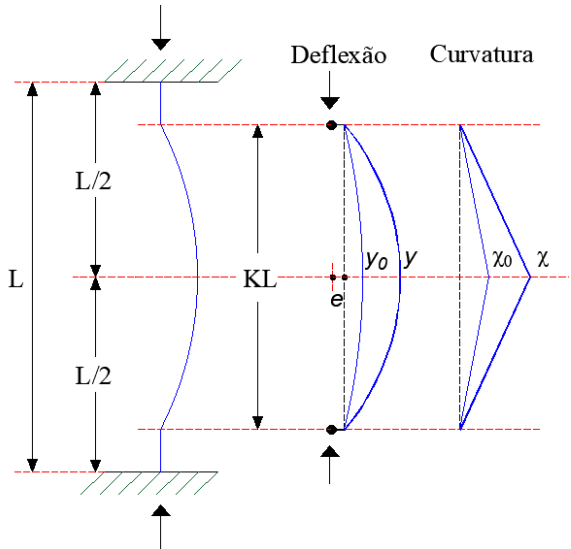
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

5.2 ANÁLISE TERMOMECAÂNICA ACOPLADA - VALIDAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para validar o modelo numérico elaborado no ABAQUS foram comparados os resultados obtidos de pilares de concreto armado testados experimentalmente por Lie e Lin (1986) e Wu e Lie (1992). Estudos experimentais e analíticos foram realizados por Zhu e Lie (1992) para prever a resistência ao fogo.

Os pilares dispõem das mesmas características geométricas e foram expostas por todos os lados ao calor de um incêndio cuja distribuição de temperatura segue o incêndio-padrão descrito na ISO 834. Os pilares foram ensaiados em condições de carregamento concêntrico. Para representar as imperfeições geométricas nos pilares, foi assumida uma excentricidade inicial para o carregamento (Figura 100).

Figura 100 – Análise de deflexão de carga no pilar.



Fonte: Adaptado de Zhu e Lie (1993).

Os pilares possuem seção transversal quadrada de 305 mm x 305 mm, com altura de 3810 mm, com cobrimento da armadura de 48 mm, composto por agregado silicoso. A Tabela 18 apresenta as propriedades e características utilizadas para os pilares analisados.

Tabela 18 – Características dos pilares para validação termomecânica.

Propriedades	Pilar A (Lie e Lin. 1986)	Pilar B (Lie e Lin. 1986)	Pilar 1 (Zhu e Lie. 1993)
Armadura longitudinal [mm]	4 Φ 25	4 Φ 25	4 Φ 22
Armadura transversal [mm]	Φ 10 c/305	Φ 10 c/305	Φ 8 c/305
Resistência do concreto [MPa]	42,6	36,7	30,2
Escoamento do aço [MPa]	444	444	340
Carga concêntrica [kN]	1044	916	1180
Excentricidade inicial [mm]	2,5	2,5	0,2

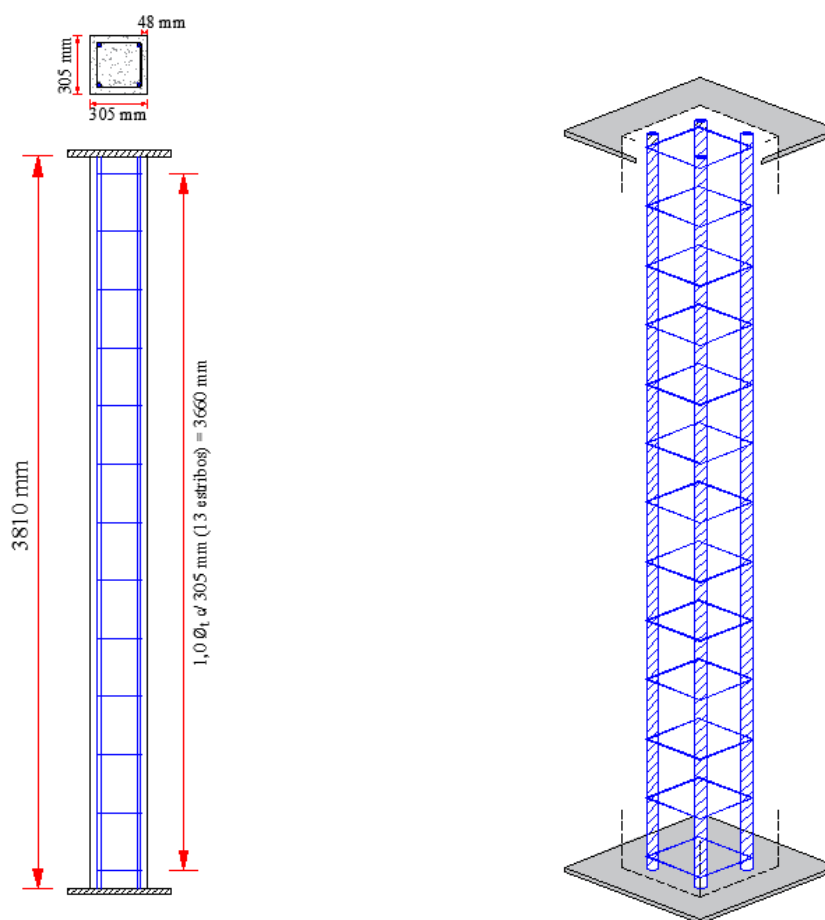
Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

O procedimento do método analítico descrito por Zhu e Lie (1993) é desenvolvido em várias etapas que envolvem o cálculo da temperatura nos pilares, deformações e resistência durante a exposição do pilar ao fogo.

As análises experimentais foram realizadas em um forno especialmente projetado para avaliar os pilares pré-carregados expostos ao fogo e produzir as condições às quais um elemento pode ser submetido durante um incêndio. Os pilares foram fixados no topo e na base nos quais a expansão axial foi totalmente contida (Figura 101). Com auxílio de uma prensa hidráulica, a carga concêntrica foi aplicada ao longo do eixo do pilar até que não houvesse nenhum aumento na deformação axial, assim, o elemento estrutural foi exposto a um aquecimento controlado para produzir as condições às quais um elemento pode ser submetido durante um incêndio, respeitando a curva padrão ISO 834.

A ruptura de um pilar em condições de incêndio pode ocorrer de diferentes modos. Assim, a avaliação de ruínas realistas requer a aplicação de todos os critérios de falha limitantes possíveis. Dentro desta análise, diferentes estados limites, incluindo o térmico (temperatura limite), flexão, cisalhamento, flambagem local e deflexão, são considerados na avaliação do dano no elemento estrutural em cada passo de tempo. Portanto, a ruptura ocorre quando qualquer um desses estados limites for excedido.

Figura 101 – Detalhe do pilar testado experimentalmente por Lie e Lin (1986).

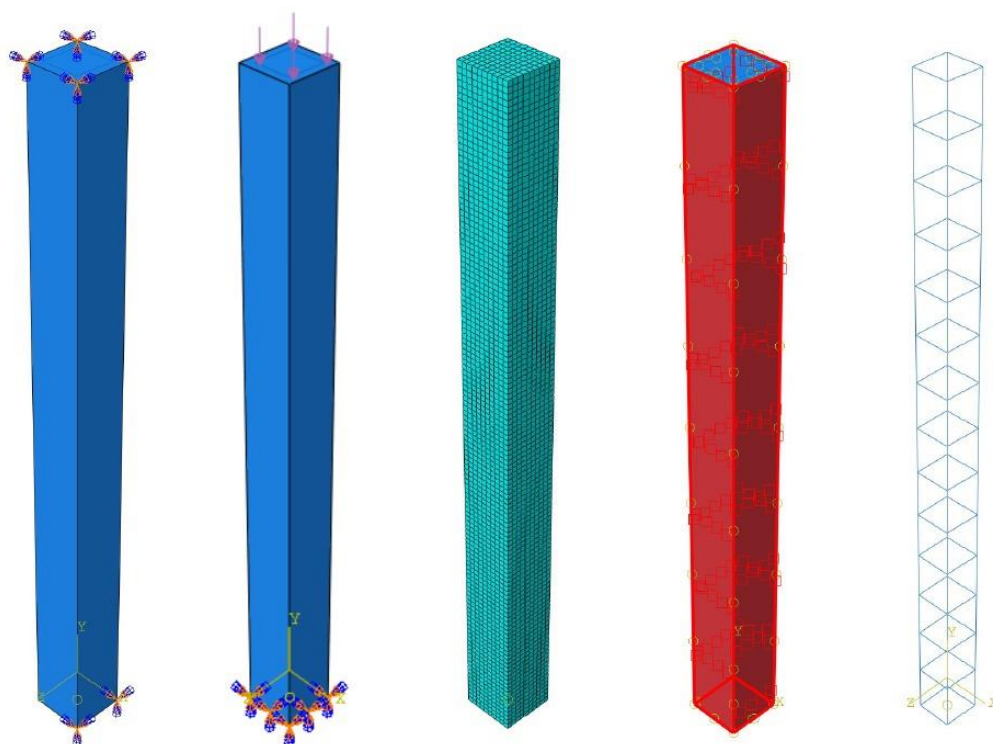


Fonte: Adaptado de Lie e Lin (1986).

Na modelagem numérica desenvolvida no ABAQUS foram adotados os mesmos parâmetros e variáveis envolvidos no ensaio experimental (Figura 102), considerando as propriedades e característica conforme apresentado na Tabela 20.

O pilar é considerado biengastado com rigidez infinita no topo e na base, submetido a um incêndio de acordo com a curva temperatura-tempo ISO 834 e aplicado um carregamento concêntrico.

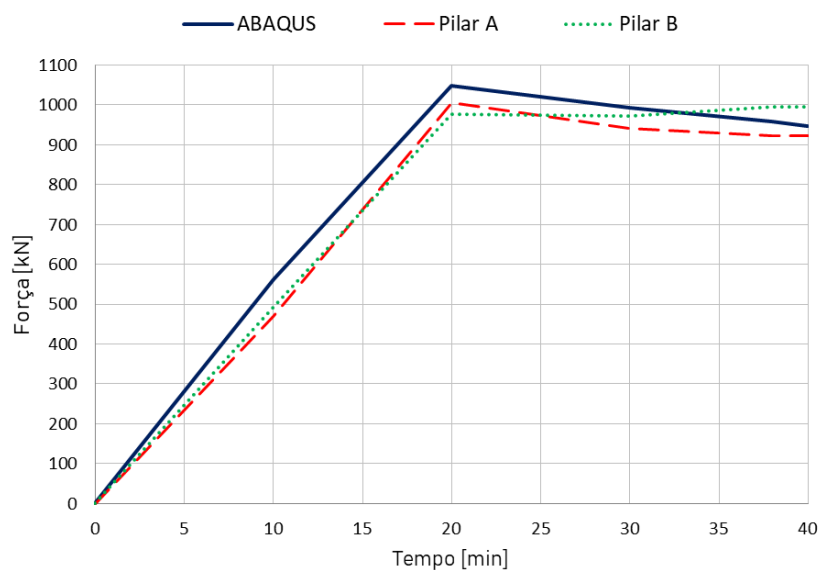
Figura 102 – Modelagem do Pilar de Lie e Lin (1986) analisado no ABAQUS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Os valores das forças internas no pilar, geradas devido à restrição da dilatação térmica, simulado no ABAQUS são apresentados e comparados na Figura 103, e são comparados com os pilares A e B de Lie e Lin (1986).

Figura 103 – Força axial no pilar devido à restrição à dilatação térmica.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

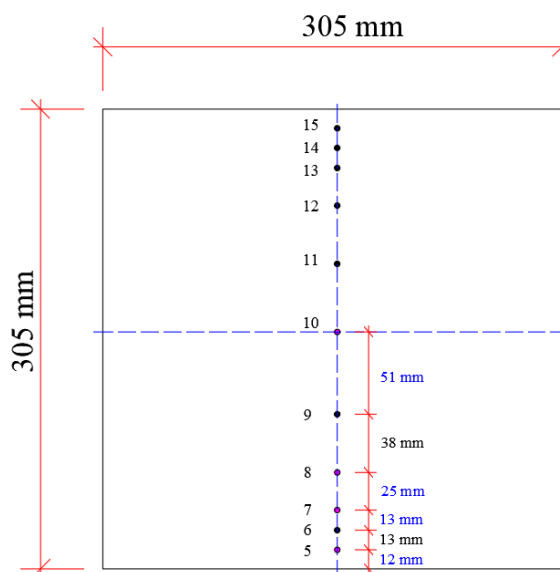
As análises térmicas realizadas com o programa computacional ABAQUS apresentam um razoável acordo com as temperaturas medidas nos ensaios experimentais de Lie e Lin (1986). As pequenas divergências devem ser devidas aos parâmetros do modelo numérico em relação às propriedades térmicas e mecânicas obtidas de forma experimental e, a não consideração do efeito *spalling*.

Os resultados das análises da Figura 103 demonstram que devido à restrição da dilatação térmica, a força axial inicial aumenta rapidamente. No entanto, após a estabilização da temperatura, a força axial diminui levemente, uma vez que os módulos de elasticidade dos materiais reduzem com a elevação da temperatura.

A Figura 104 ilustra os pontos onde as temperaturas foram aferidas experimentalmente por Wu e Lie (1992) a partir da face do pilar sendo 12 mm, 38 mm, 63 mm e 152 mm. Os resultados obtidos na validação do mesmo modelo termomecânico testado experimentalmente e analiticamente por Zhu e Lie (1993) estão demonstrados na Figura 105 e fornecem resultados superiores na elevação da temperatura no concreto nos pontos analisados, quando comparados com a análise numérica para o mesmo período de exposição ao fogo de 100 minutos, sendo respectivamente, 13,70%, 18,35%, 16,96% e 43,36%.

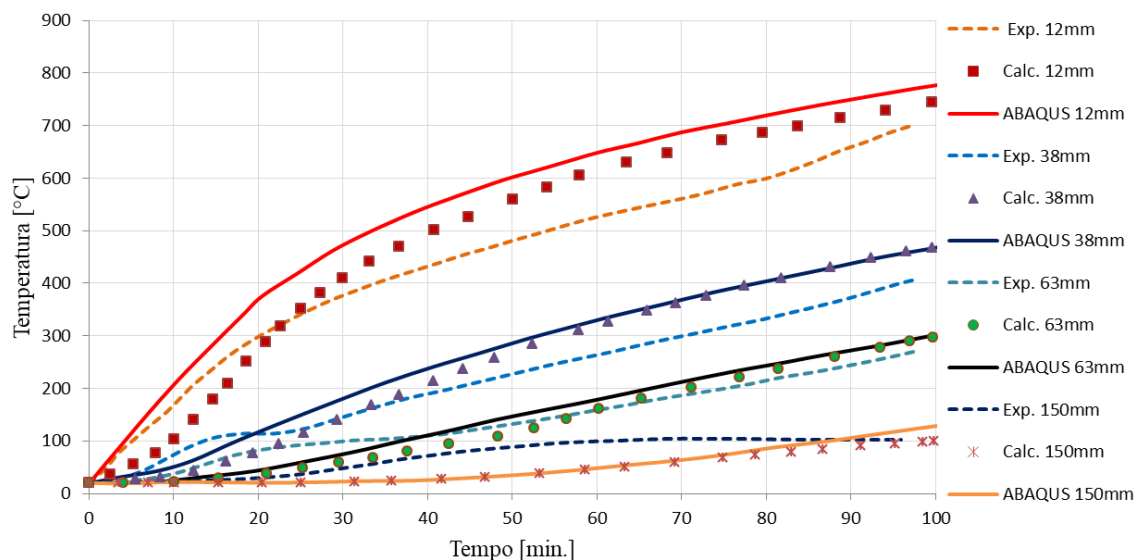
Os altos valores dos deslocamentos dos pilares observados ao final das análises para o tempo máximo de exposição ao fogo estão atribuídos ao aumento da capacidade de deformação do concreto a altas temperaturas, conforme já apresentado na Tabela 7 (deformações específicas para o concreto).

Figura 104 – Localização dos pontos analisados na seção transversal.



Fonte: Adaptado de Wu e Lie (1992).

Figura 105 – Temperatura em várias profundidades do pilar.

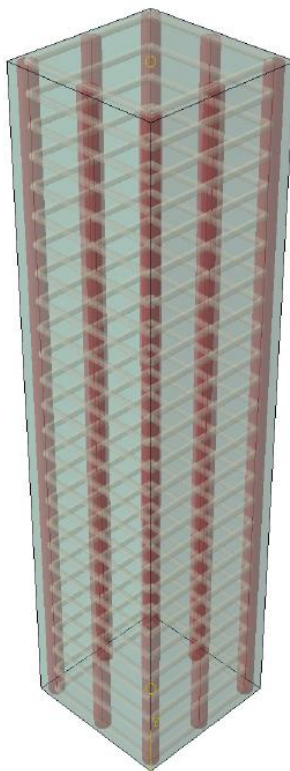


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Outra validação do modelo numérico realizado no ABAQUS foi comparada com os resultados obtido do pilar de concreto armado testado experimentalmente por Zhang *et al.* (2017).

A seção transversal do pilar dispõe de 350 mm x 350 mm com cobrimento de 25 mm e altura total de 1,5 m, e foram expostas por todos os lados ao calor de um incêndio cuja distribuição de temperatura segue o incêndio-padrão descrito na ISO 834. Foram utilizadas oito barras longitudinais de 20 mm e 10 mm sendo o diâmetro das armaduras transversais espaçadas a cada 60 mm. A temperatura máxima do fogo foi sujeita para atingir até 900°C. Os critérios de modelagem foram elaborados como as mesmas características geométricas, parâmetros e propriedades mecânicas do teste experimental. Na modelagem numérica foi utilizado o tipo de análise de Deslocamento-Temperatura Acoplada (Transiente), o modelo do pilar de concreto armado é mostrado na Figura 106.

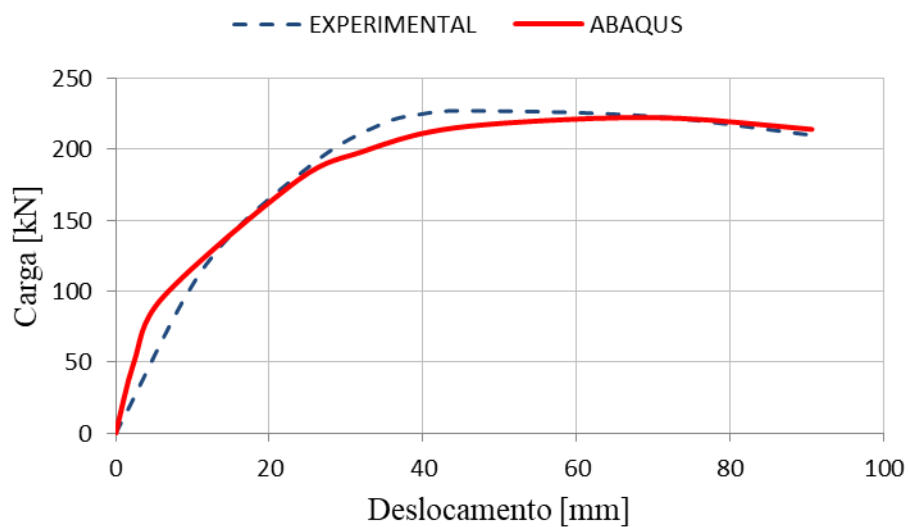
Figura 106 – Modelagem do pilar de Zhang (2017) no ABAQUS.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Na Figura 107, o diagrama de carga-deslocamento indica a concordância significativa, aproximadamente de 2% da modelagem de incêndio por MEF com carga final de 214 kN e 210 kN para experimental.

Figura 107 – Validação do pilar experimental e ABAQUS sob fogo.

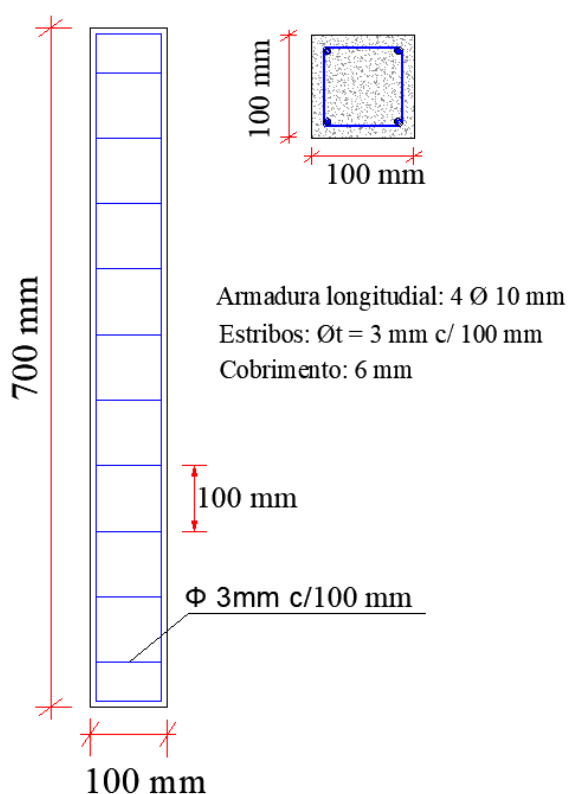


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Existem muitas pesquisas experimentais sobre o efeito do fogo em pilares de concreto armado, porém, poucos estudos foram realizados para discutir o efeito do fogo com modelagem numérica.

Para concluir a análise dos resultados termomecânicos acoplados, foi elaborado um modelo numérico no ABAQUS para simular os pilares curtos testados experimentalmente por Izzat (2012) sob carga de fogo. Nesse experimento foram construídos 12 pilares de concreto armado com seção transversal de 10 cm x 10 cm com altura de 70 cm. O diâmetro das barras longitudinais eram de 10 mm e os estribos foram distribuídos a cada 10 cm com diâmetro de 3 mm, conforme apresentado na Figura 108.

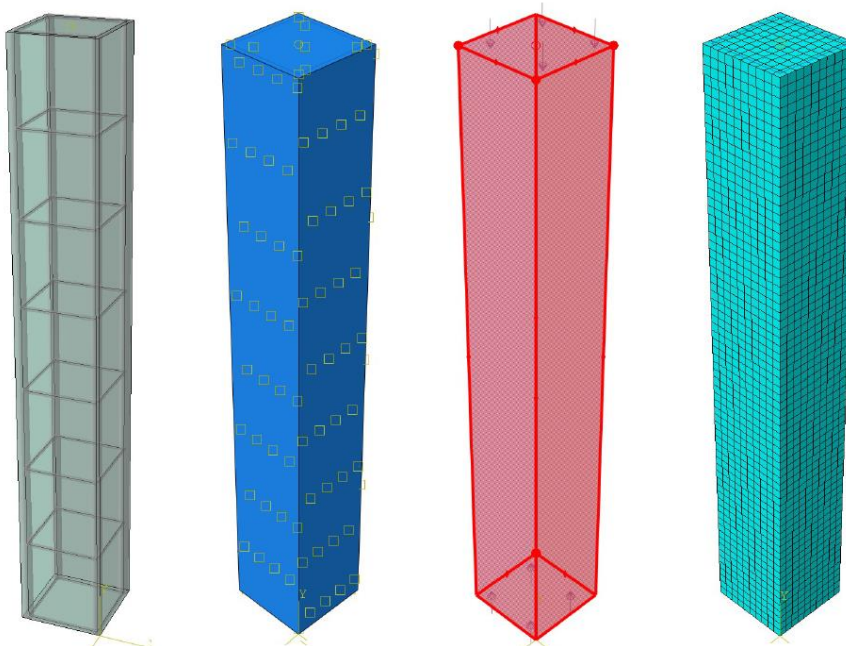
Figura 108 – Detalhes dos pilares testados experimentalmente.



Fonte: Adaptado de Izzat (2012).

Foi utilizada a curva ISO 834 para os critérios de incêndio. Os testes experimentais consideraram carga de compressão e temperatura, para a análise no ABAQUS, foi utilizado o modelo acoplado de temperatura e deslocamento (transiente). Para simular a aderência entre a armadura e o concreto, a região embutida (*Embedded*) foi aplicada para simular a interação entre os materiais. A modelagem no ABAQUS é apresentada na Figura 109.

Figura 109 – Modelo no ABAQUS do Pilar testado experimentalmente.

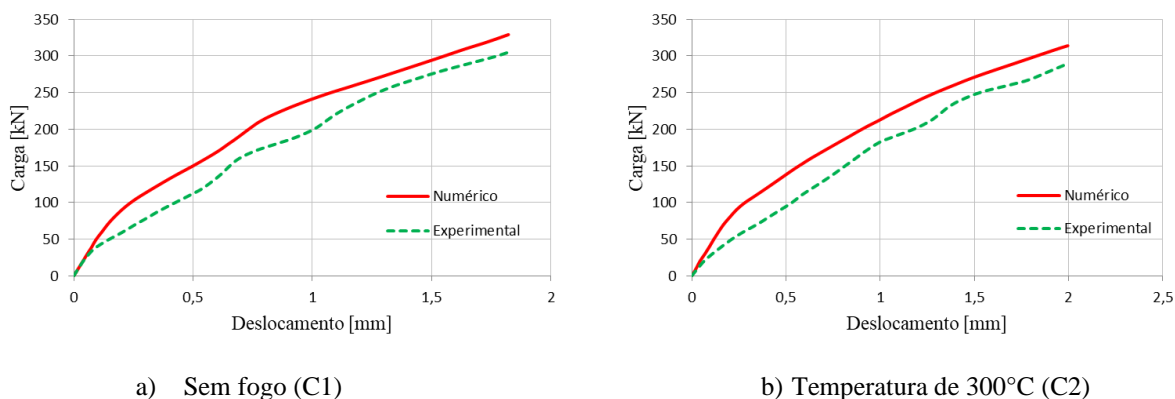


Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

De acordo com os estudos de Izzat (2012), foram testados 4 pilares com temperaturas variáveis sendo: C1 para temperatura ambiente; C2 para 300°C; C3 para 500°C e C5 para 700°C, com resistência característica do concreto de 28,80 MPa com resfriamento gradual.

As validações das cargas-deslocamentos são apresentadas na Figura 110. A diferença na capacidade máxima de carga para o pilar sem fogo (C1) para o pilar exposto a 300°C (C2) é aproximadamente de 8,43% e 9,65% respectivamente, no qual demonstra que o modelo proposto é consistente e pode ser utilizado com confiança.

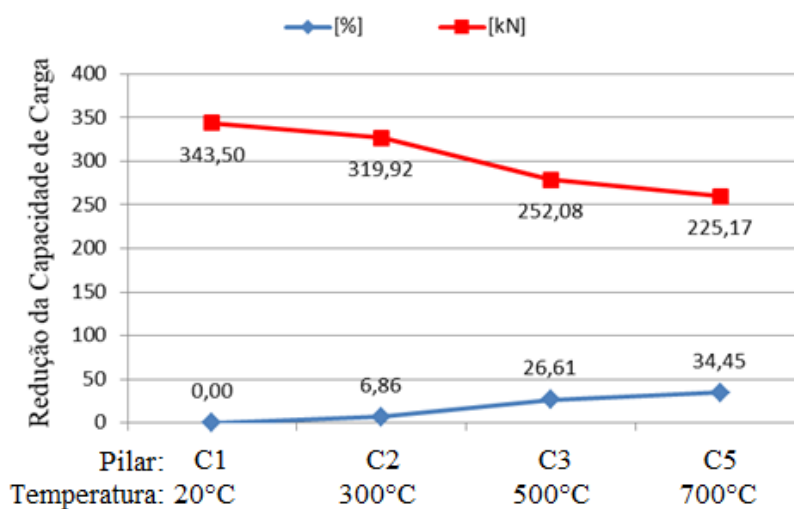
Figura 110 – Carga-deslocamento.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A redução na capacidade de carga obtida pela análise de elementos finitos é apresentada na Figura 111. Os modelos com carga de fogo são comparados com modelo sem fogo (Figura 109a). Conforme ilustrado, quanto mais elevada a temperatura, maior é a redução na capacidade de carga. Para uma temperatura de 700°C, observa-se aproximadamente 34,45% de redução na capacidade de carga do pilar.

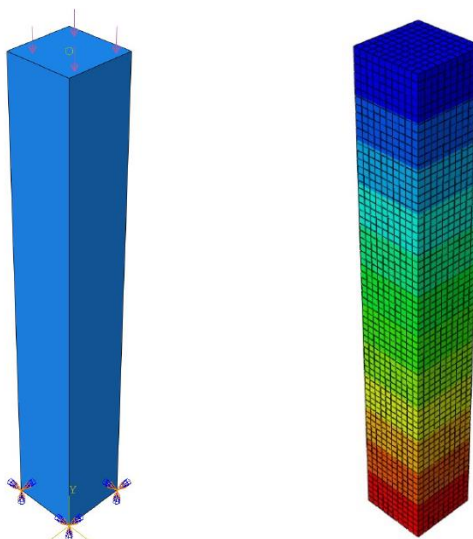
Figura 111 – Redução da capacidade de carga devido ao fogo.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

O diagrama de deslocamento vertical do pilar de concreto armado é apresentado na Figura 112 para a temperatura de 500°C e sob a ação de uma carga de compressão axial.

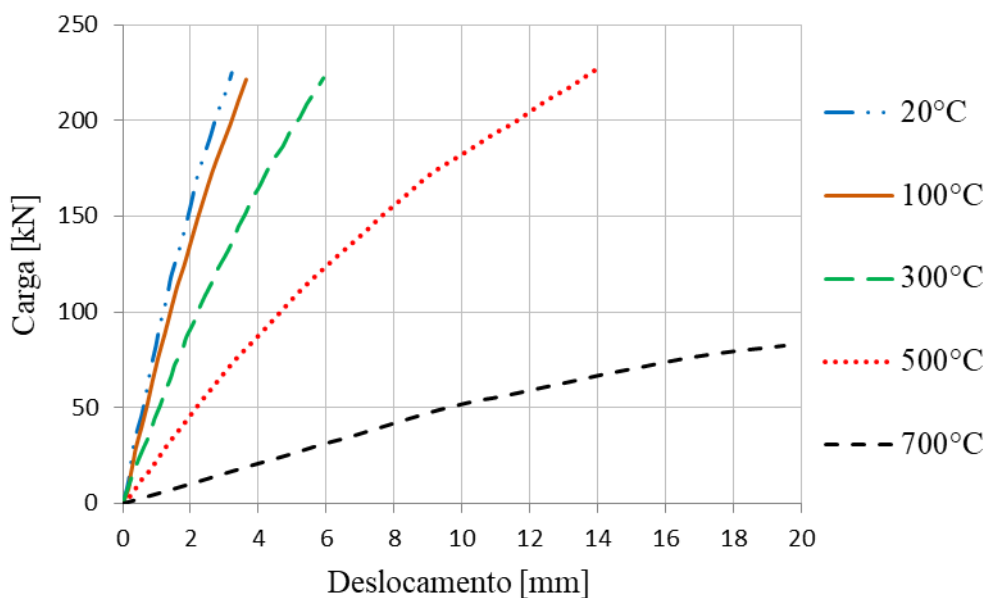
Figura 112 – Deslocamento vertical do pilar.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

A comparação da relação carga–deslocamento do pilar simulado em diferentes temperaturas é apresentada na Figura 113.

Figura 113 – Comparação da relação carga-deslocamento em diferentes temperaturas.



Fonte: Elaborado pelo autor (2022).

Observa-se que sob a ação de carga com a mesma intensidade, a deformação vertical do pilar aumenta com o acréscimo da temperatura, especialmente quando a temperatura for superior a 300°C.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Na presente dissertação foram desenvolvidos estudos para avaliar numericamente o desempenho térmico e estrutural simultaneamente para pilares de concreto armado em situação de incêndio. A análise termomecânica acoplada foi utilizada o método dos elementos finitos com modelagem tridimensional para transferência de calor transiente assim como para a análise estrutural de acordo com a curva temperatura-tempo padronizada ISO 834. A variação das propriedades físicas dos materiais com a temperatura, foi considerado o modelo não linear dos materiais constituintes do concreto armado, a não linearidade geométrica dos pilares, com a utilização do programa computacional ABAQUS.

Nas estruturas de concreto armado em situação de incêndio, além de verificar a perda da capacidade resistente, ocorrem outros fenômenos como a dilatação, a variação do diagrama tensão-deformação, a diminuição do módulo de elasticidade e a fissuração, que representam a perda de rigidez do elemento estrutural em análise.

Os elementos tridimensionais de estruturas de concreto armado foram modelados com a finalidade de simular o comportamento termomecânico de pilares, quando submetidos à situação de incêndio. A resposta termomecânica foi obtida por meio do comando *Step Coupled-Temp Displacement* (Transiente), processo conhecido como *temperature approach*. Esta opção é utilizada para analisar problemas onde é necessária a solução simultânea dos campos de temperatura e tensão-deslocamento. O modelo numérico desenvolvido permitiu a avaliação térmica e termomecânica, em qualquer ponto do pilar para qualquer incremento de tempo.

A validação do modelo desenvolvido através do Método dos Elementos Finitos possibilita verificar a convergência entre os resultados numéricos, analíticos e experimentais, de acordo com o Eurocode 2 (EN 1992-1-2:2004), e de autores com experiência reconhecida no meio acadêmico. A determinação exata do comportamento das estruturas de concreto armado sob altas temperaturas é muito complexa. Nessas análises, é possível avaliar o comportamento e determinar a capacidade resistente de pilares de concreto armado em situação de incêndio, com um método computacional que demonstra sua eficiência e possibilidade de utilização, evitando maiores custos com ensaios experimentais.

A distribuição das tensões em uma seção transversal em situação de incêndio é também muito complexa. Para um fluxo unidirecional de calor (Figura 97), a redução da temperatura em função do cobrimento conforme apresentado na Tabela 17, para um cobrimento mínimo de 2,5 cm representou uma redução de temperatura de 63,63% para um

incêndio de 30 minutos, 50,63% para 60 minutos, 43,76% para 90 minutos e 39,26% para 120 minutos de exposição ao fogo em relação à face exposta. O aumento da espessura de cobrimento da armadura de 2,5 cm para 3,0 cm considerando 120 minutos de exposição representa uma redução de 9,53% da temperatura. Para um aumento da camada de cobrimento de 3,5 cm para 4,0 cm para 120 minutos de exposição ao fogo, houve uma redução de 18,07% da temperatura. O cobrimento de 4,0 cm para 5,0 cm apresentou uma redução na temperatura de 18% para 120 minutos. Portanto, pode-se afirmar que neste estudo o cobrimento teve influência significativa na proteção das armaduras, em relação à proteção térmica.

No centro da seção transversal, a temperatura se manteve praticamente constante com 60 minutos de exposição ao fogo, apresentando um aumento de apenas 4,53°C em relação à temperatura ambiente. A partir de 60 minutos de exposição, houve um aumento de 15,85°C para 90 minutos, e 31,55°C após o limite máximo do incêndio padrão (Figura 99).

Para um mesmo pilar com as quatro faces expostas ao fogo (Figura 113), com o aumento da temperatura, houve um acréscimo nos deslocamentos verticais dos pilares para a mesma carga de compressão axial. Com 100°C o deslocamento vertical corresponde a 3,64 mm, enquanto para 700°C o deslocamento foi de 19,49 mm. . Isso caracteriza a degradação do concreto devido à elevação da temperatura, em função do desempenho mecânico.

O modelo constitutivo de acoplamento termomecânico do concreto é um assunto complexo para a análise teórica e simulação numérica. Os resultados das simulações indicam que o modelo proposto é consistente com as características essenciais ao comportamento de pilares de concreto armado em elevadas temperaturas.

Os parâmetros adotados no modelo CDP devem ser cuidadosamente utilizados, para que a análise do comportamento do concreto esteja ajustada para que o programa forneça resultados semelhantes aos testados experimentalmente.

Os testes de compressão uniaxial de concreto em diferentes temperaturas foram simulados numericamente, e comparados com os resultados dos testes experimentais para validar o modelo constitutivo proposto. A simulação numérica está de acordo com os resultados dos testes experimentais em diferentes níveis temperaturas. Isso indica que após a calibração, o modelo numérico desenvolvido no ABAQUS é capaz de oferecer resultados semelhantes aos obtidos nos experimentais e pode caracterizar o comportamento mecânico do concreto com precisão considerável, tanto para o modelo constitutivo de domínio elástico quanto para o domínio plástico, pois demonstram boa concordância no comportamento geral do pilar quando expostos ao fogo.

## 6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Durante o desenvolvimento deste trabalho, foram observados alguns fenômenos e comportamentos estruturais que merecem estudos complementares e podem ser abordados em pesquisas posteriores. Assim, são sugeridos os seguintes temas:

- Análise de outros parâmetros térmicos, como o tipo de agregado pode influenciar no comportamento do concreto armado exposto à temperatura elevada;
- Variação das propriedades dos materiais, geometria, cobrimento e disposição da armadura longitudinal, quanto à análise termoestrutural de pilares;
- Desenvolver análises conjuntas do pórtico sujeito ao incêndio, considerando todos os elementos estruturais e vinculações;
- Incorporar o efeito de *spalling* na análise termoestrutural;
- Estudo dos efeitos térmicos originados durante a fase de resfriamento do sistema termoestrutural;
- Estudo das ligações interfaces viga/pilar em situação de incêndio;
- Abordar os efeitos da umidade com análise termo-hidro-mecânica acoplada;
- Estudar a influência da carga axial na resistência ao fogo.

## REFERÊNCIAS

- ABAQUS Analysis user's manual 6.11, Dassault Systèmes Simulia Corporation, Providence, RI, USA, 2012.
- ALBUQUERQUE, G. B. de M. L. de. **Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado em Situação de Incêndio**. 2012. 245 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.
- AL-HAMD, Rwayda Al; GILLIE, Martin; WANG, Yong. **Numerical modelling of slab-column concrete connections at elevated temperatures**. In: IABSE Symposium Report. International Association for Bridge and Structural Engineering, 2017. p. 3365-3369.
- AL-HAMD, Rwayda Kh S. *et al.* **Influence of loading ratio on flat slab connections at elevated temperature: A numerical study**. Frontiers of Structural and Civil Engineering, v. 14, p. 664-674, 2020.
- AMARAL, R. d. O. **Análise Computacional Termo-Mecânica de Estruturas de Concreto Sujeitas a Temperaturas Elevadas**. 97 p. Dissertação (mestrado) – UFJF, 2014.
- AMERICAN SOCIETY OF CIVIL ENGINEERS (ASCE/SEI 7). **Minimum design loads and associated criteria for buildings and other structures**, 2017.
- AMERICAN SOCIETY OF TEST MATERIALS. **ASTM E119: standard methods of fire test of building construction and materials: fire and flammability standards, test method**. West Conshohocken, PA, 2000.
- ANDERBERG, Yngve; NILS Erik Forsén. **Fire Resistance of Concrete Structures**. Lund Institute of Technology, Division of Building Fire Safety and Technology, 1982.
- ANDERBERG, Yngve; THELANDERSSON, Sven. **Stress and deformation characteristics of concrete at high temperatures**. 2. Experimental investigation and material behaviour model. 1976.
- ASSAD, M., HAWILEH, R.A., ABDALLA, J.A.; ABED, F. **Heat Transfer Analysis of Reinforced Concrete Walls in ANSYS and ABAQUS: A Comparative Study**. Advances in Science and Engineering Technology International Conferences (ASET) (pp. 1-5). IEEE, February, 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 14432-Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos de edificações – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2001.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 15200-Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio**. Rio de Janeiro, 2012.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5628-Componentes construtivos estruturais: determinação da resistência ao fogo**. Rio de Janeiro, 2001.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Concreto para fins estruturais** – Especificações. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8953: Projeto de Estruturas de Concreto** – Procedimento. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.

ASTM E119. **Standard Test Methods for Fire Tests of Building Construction and Materials**. ASTM - American Society for Testing and Materials. Philadelphia, 2020.

BAMONTE, P.; GAMBAROVA, P. **Properties of Concrete Subjected to Extreme Thermal Conditions**. Journal of Structural Fire Engineering 5(1): 47-62, 2014.

BASARAN, M., WÖLKERLING, S.D., FEUCHT, M., NEUKAMM, F., WEICHERT, D. and DAIMLER AG, S., 2010. **An extension of the GISSMO damage model based on lode angle dependence**. LS-DYNA Anwenderforum, 15, p.15.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Watertown, MA: Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2<sup>a</sup> ed 2014. 1065 p.

BERGMAN, T. L., LAVINE, A. S. **Fundamentals of heat and mass transfer**. John Wiley & Sons, 8<sup>a</sup> ed, 2017. 1046 p.

BISBY, L.; MOSTAFAEI, H.; PIMIENTA, P. **State-of-the-art on fire resistance of concrete structure Structure-Fire Model Validation**. NIST-Special Publications: International R&D Road Map for Fire Resistance of Structures, 2014.

BS 476-1932. **British Standard Definitions for Fire-Resistance, Incombustibility and Non-Inflammability of Building Materials and Structures (including methods of test)**. British Standards Institution. London, 1932.

BUCHANAN, A. H.; ABU, A. K. **Structural design for fire safety**. John Wiley & Sons, 2017.

CALLISTER, W. D. **Ciência e engenharia de materiais: uma introdução**. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2002. v. 1. 589 p.

CANER, A.; ZLATANIC, S.; MUNFAH, N. **Structural Fire Performance of Concrete and Shotcrete Tunnel Liners**. Journal of Structural Engineering, New York, v. 131, p. 1920–1925, 2005.

CEB (1990). CEB – FIP – Model Code 1990 – Final Draft. Bulletin d’Information n.203, Comité Euro-Internacional Du Beton, Paris.

CHAVES, E. W. V. **Notes on continuum mechanics**. Springer Science & Business Media, 2013. 695 p. Computing an Introductory Survey, Chapter 5.

CHEN, Wai-Fah. **Plasticity in Reinforced Concrete**. New York: McGraw-Hill, 1982.

CHEN, W. F.; HAN, D. J. **Plasticity for structural engineers**. J. Ross Publishing, 2007.

COOK, Robert D. **Concepts and applications of finite elements analysis**. John Wiley & Sons. University of Wisconsin – Madison, 2001.

COSTA, C. N. **Dimensionamento de elementos de concreto armado em situação de incêndio**. 401 p. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2008.

COSTA, Carla Neves; SILVA, Valdir Pignatta. **Estruturas de concreto em situação de incêndio**. In: **Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural**. Brasília, Distrito Federal. 2002. 20 p.

CRISFIELD, M. A. **A fast Incremental/Iterative Solution Procedure That Handles “Snap-Through”**. Computers and Structures, vol. 13, p. 55-62: Pergamon Preas Ltd, 1981.

CRISFIELD, Michael A. "Nonlinear finite element analysis of solids and structures. Volume 1: Essentials." (1991).

DE SOUZA NETO, Eduardo A.; PERIC, Djordje; OWEN, David RJ. **Computational methods for plasticity: theory and applications**. John Wiley & Sons, 2011.

DIANA F. User's **Manual Release 10.2**. The Netherlands. 2017.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1991-1-2: Eurocode 1: Actions on Structures - Part 1.2: General Actions – Actions on Structures Exposed to Fire**. Bruxelas, 2002. 59 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1992-1-2: Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1.2: General Rules - Structural Fire Design**. Bruxelas, 2004. 97 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1993-1-2 Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-2: General rules – Structural Fire Design**. Bruxelas, 2005, 84 p.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1994-1-2 Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures – Part 1-2: General rules - Structural fire design**. Bruxelas, 2005, 111 p.

FÉDÉRATION INTERNACIONALE [du] BÉTON (FIB). **Fire design of concrete structures: materials, structures and modelling**. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2007. 106p. (Bulletin. FIB; 38).

FÉDÉRATION INTERNACIONALE [du] BÉTON (FIB). **Fire design of concrete structures: structural behavior and assessment**. Lausanne: International Federation for Structural Concrete, 2008. 216p. (Bulletin. FIB; 46).

FERREIRA, Sérgio Gonçalves. **Ação do incêndio nas estruturas de aço – consequências e recuperação**. In: **Simpósio Nacional de Arquitetura e Proteção Contra Incêndios**. Anais. EPUSP. São Paulo, 1998.

FISH, J.; BELYTSCHKO, T. **A first course in finite elements**. Wiley, 2007. 344 p.

FLETCHER, I. A.; WELCH, S.; TORERO J. L.; CARVEL, R. O.; USMANI, A. **Behaviour of Concrete Structures in Fires**. Thermal Science 11(2): 37-52, 2007.

GALES J.; BISBY L. A.; MACDOUGALL C.; MACLEAN K. **Transient High-Temperature Stress Relaxation of Prestressing Tendons in Unbonded Construction**. Fire Safety Journal 44: 570–579, 2009.

GOMES, Itamar Ribeiro. **Notas de aula de análise não linear de sólidos por elementos finitos**. Universidade Estadual de Santa Catarina: Joinville, 2020.

GOMES, Itamar Ribeiro. **Simulação numérica do ensaio de compressão de prismas de alvenaria pelo método dos elementos finitos com comportamento de interface**. Tese Doutorado – Universidade Federal de Santa Catarina, 2001.

GOUVEIA, A. M. C. d. **Introdução à Engenharia de Incêndio–para Estudantes, Arquitetos, Engenheiros, Administradores e Bombeiros**. Belo Horizonte: Editora 3i Ltda, v. 1, p. 230, 2017.

GUO, Z.; SHI, X. **Experiment and calculation of reinforced concrete at elevated temperatures**. 1ed. Oxford: Elsevier Ltd, 2011. 336 p.

HAMED, E.; LAI, C. **Geometrically and materially nonlinear creep behaviour of reinforced concrete columns**. In: **Structures**. Elsevier, 2016. p. 1-12.

HEATH, M.T., 1997. **Nonlinear Equations** – Lecture Notes to Accompany, Scientific

HERTZ, K. D. **A Survey of A System Of Methods For Fire Safety Design of Traditional Concrete Constructions**. In: **STUCTTURES IN FIRE**, 1., 2000, Liège. Proceeding of the international workshop. Liège: SIF, 2000, p. 283-292.

HOGGE, M. A. **Comparison of Two-Level and Tree-Level Integration Schemes for Non-Linear Heat Conduction**, in ZIENKIEWICZ, O. C., LEWIS, R. W. and MORGAN, K. **Numerical Methods in Heat Transfer** – Chapter 4. P. 75-90. John Wiley & Sons LTD. Great Britain, Bristol, 1981.

HOLICKY, M. *et al.* **Implementation of eurocodes, handbook 5, design of buildings for the fire situation**. Leonardo da Vinci Pilot Project: Luxemboug, 2005.

HUGHES, T. J. R.; BELYTSCHKO T. **Computational Methods for Transient Analysis**. (1986).

HUSSAIN, I., YAQUB, M., EHSAN, A.; REHMAN, S. U. **Effect of viscosity parameter on numerical simulation of fire damaged concrete columns**. Civil Engineering Journal, v. 5, n. 8, p. 1841-1849, 2019.

HUTTON, D. V. **Fundamentals of Finite Element Analysis**. 1st edition. McGraw-Hill Science, 2003.

ISO 834-1. **Fire Resistance Tests - Elements of building construction - Part 1: General Requirements**. International Organization for Standardization ISO 834, Geneva, Switzerland, 1999. 25 p.

ISO/TR3814. **Tests for measuring reaction-to-fire of building materials – Their development and application.** ISO - International Organization for Standardization. Geneva, 1989. 11 p.

IZZAT, F. A. **Effect of fire flame (high temperature) on the behavior of axially loaded reinforced SCC short columns.** Journal of Engineering, v. 18, n. 8, p. 889-904, 2012.

JUNG, A. and DIEBELS, S., 2018. **Yield surfaces for solid foams: A review on experimental characterization and modeling.** GAMM-Mitteilungen, 41(2), p.e201800002.

KAMIL, G. M.; LIANG, Q. Q.; HADI, M. N. **Numerical analysis of axially loaded rectangular concrete-filled steel tubular short columns at elevated temperatures.** Engineering Structures, v. 180, p. 89-102, 2019.

KASPAR, W. *et al.* **Thermal response of reinforced concrete structures in nuclear power plants.** University of Colorado at Boulder: Department of Civil, Environmental, and Architectural Engineering, 2009.

KHOURY, G. A. **Effect of fire on concrete and concrete structures.** Progress in structural engineering and materials, v. 2(4), p. 429-447, 2000.

KHOURY, G. A.; MAJORANA, C. E., PESAVENTO, F., SCHREFLER, B.A. **Modelling of heated concrete.** Magazine of concrete research, v. 54, n. 2, p. 77-101, 2002.

KHOURY, G. A. **Strain of heated concrete during two thermal cycles. Part 1: strain over two cycles, during first heating and at subsequent constant temperature.** Magazine of Concrete Research, v. 58, n. 6, p. 367-385, 2006.

KHOURY, Gabriel Alexander. **Transient thermal creep of nuclear reactor pressure vessel type concretes.** Tese de Doutorado, Imperial College – University of London, 1983.

KIM, Nam-Ho. **Introduction to nonlinear finite element analysis.** Springer Science & Business Media, 2014.

KMIECIK, P.; KAMIŃSKI, M. **Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration.** Archives of civil and mechanical engineering, v. 11, n. 3, p. 623-636, 2011.

KODUR, V. K. R., BAOLIN Yu; M. M. S. DWAIKAT. **A Simplified Approach For Predicting Temperature In Reinforced Concrete Members Exposed To Standard Fire.** Fire Safety Journal 56, p.39-51, fev. 2013.

KUPFER, Helmut, Hubert K. Hilsdorf, and Hubert Rusch. **"Behavior of concrete under biaxial stresses."** In Journal proceedings, vol. 66, no. 8, pp. 656-666. 1969.

LANGE, D.; DEVANEY, S.; USMANI, A. **An Application of the PEER PBEE Framework to Structures in Fire.** Engineering Structures 66:100–115, 2014.

LANGE, David; JANSSON, Robert. **A comparison of an explicit and an implicit transient strain formulation for concrete in fire.** Fire Safety Science, v. 11, p. 572-583, 2014.

LEE, Jeeho; FENVES, Gregory L. **Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures**. Journal of engineering mechanics, v. 124, n. 8, p. 892-900, 1998.

LEMAITRE, Jean. **A course on damage mechanics**. Springer Science & Business Media, 1996.

LEWIS, R.W., Nithiarasu, P., Seetharamu, K.N., 2004. **Fundamentals of the Finite Element Method for Heat and Fluid Flow**, John Wiley & Sons, Chichester.

LIAO, Feiyu; HUANG, Zhaohui. **Modeling cracks of reinforced concrete slabs under fire conditions**. Journal of Structural Engineering, v. 144, n. 5, p. 04018030, 2018.

LIE, T. T.; LIN, T. D. **Influence of restraint on fire performance of reinforced concrete columns**. Fire Safety Science, v. 1, p. 291-300, 1986.

LIMA, R. C. A., KIRCHHOF, L. D.; CASONATO, C. A.; SILVA FILHO, L. C. P. **Efeito de altas temperaturas no concreto**. Seminário De Patologias Das Edificações: Novos materiais e tecnologias emergentes, 2, 2004, Porto Alegre. 15 p.

LUBLINER, J., OLIVER, J., OLLER, S., & OÑATE, E. **A plastic-damage model for concrete**. International Journal of solids and structures, v. 25, n. 3, p. 299-326, 1989.

MAXIMIANO, D. P. **Análise numérica avançada de estruturas de aço e de concreto armado em situação de incêndio**. 218 p. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Ouro Preto. Escola de Minas Gerais, departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2018.

MOHAMMED, Hadeer Riyadh; SAID, AbdulMuttalib I. **Residual strength and strengthening capacity of reinforced concrete columns subjected to fire exposure by numerical analysis**. Journal of the Mechanical Behavior of Materials, v. 31, n. 1, p. 212-224, 2022.

MUÑOZ, L. F. P.; ROEHL, D. A Continuation method with combined restrictions for nonlinear structure analysis. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 130, p. 53-64, 2017.

NASCIMENTO, do Carlos Augusto Costa, *et al.* "Aplicações Do Cálculo Numérico Na Engenharia Civil–Método Dos Elementos Finitos Na Análise Estrutural." Revista Campo do Saber 4.3 (2018).

NASER, Mohannad Zeyad. **Response of steel and composite beams subjected to combined shear and fire loading**. Michigan State University, 2016.

NI, S.; GERNAY, T. **Predicting residual deformations in a reinforced concrete building structure after a fire event**. Engineering Structures, v. 202, p. 109853, 2020.

PRAKASH, P. R.; SRIVASTAVA, G. **Nonlinear analysis of reinforced concrete plane frames exposed to fire using direct stiffness method**. Advances in Structural Engineering, v. 21, n. 7, p. 1036-1050, 2018.

PRESS, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T., e Flannery, B.P., 1986. **Numerical Recipes in Fortran 77 – The Art of Scientific Computing**, v. 1, 2nd edition.

PUL, S.; ATASOY, A.; SENTURK, M; HAJIRASOULIHA, I. **Structural performance of reinforced concrete columns subjected to high-temperature and axial loading under different heating-cooling scenarios**. Journal of Building Engineering, 42, p.102477, 2021.

PURKISS, John A.; LI, Long-Yuan. **Fire safety engineering design of structures**. CRC press, 2013.

RANDI, R. d. P. **Influência do comprimento de ancoragem das armaduras do pilar em blocos sobre duas estacas**. 142 p. Dissertação (Dissertação mestrado) — Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, 2017.

REAL, P. M. M. V. **Incêndio em Estruturas Metálicas – Cálculo Estrutural**. Lisboa: Edições Orion, 2003. v. 1. 356 p.

RIGOBELLO, R., 2011. **Desenvolvimento e Aplicação de Código Computacional para Análise de Estruturas de Aço Aporticadas em Situação de Incêndio**. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, SP, Brasil.

RIKS, E. **An incremental approach to the solution of snapping and buckling problems**. Int. J. Solids Structures, nº 15, p. 524-551, 1979.

SCHNEIDER, U. **Properties of Materials at High Temperatures – Concrete**, Second Edition, RILEM Report, Germany, 1986.

SILVA, V. P. **Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio: conforme ABNT NBR 15200:2012**. Ed. Blucher, 2012.

SILVA, V. P. **Estruturas de aço em situação de incêndio**. 1/r. ed. São Paulo: Zigurate, 2004. 249 p.

SOSSO, B.; PAZ Gutierrez, F.M.; BERKE, P.Z. **Computational Analysis Of Reinforced Concrete Structures Subjected To Fire Using A Multilayered Finite Element Formulation**. Advances in Structural Engineering, 24(15), pp.3488-3506, 2021.

STRAUSS, A.; ZIMMERMANN, T.; SPYRIDIS, P.; TAUBLING, B. **Bearing Capacity of Slender Concrete Columns**. Slovak Journal of Civil Engineering, v. 26, n. 4, p. 39-49, 2018.

SUN. R. R.; BURGESS, I.W.; HUANG Z. H.; DONG G. **Progressive failure modelling and ductility demand of steel beam-to-column connections in fire**. Engineering structures. 2015 Apr 15;89:66-78.

TAN, K.H. and NGUYEN, T.T. **Structural responses of reinforced concrete columns subjected to uniaxial bending and restraint at elevated temperatures**. Fire safety journal, 60, pp.1-13, 2013.

TORELLI, Giacomo *et al.* **Concrete strains under transient thermal conditions: A state-of-the-art review.** Engineering Structures, v. 127, p. 172-188, 2016.

VARGAS, M. R.; SILVA, V. P. **Resistência ao fogo de estruturas de aço.** Rio de Janeiro: Instituto Brasileiro de Siderurgia - CBCA Centro Brasileiro da Construção em Aço, 2005. v. 1. 79 p.

VELARDE, J. S. S. **Análise dos efeitos das interações entre pilares e vigas de estruturas de concreto armado em situação de incêndio.** 404 p. (Tese) Doutorado. Universidade de São Paulo, 2018.

VOYIADJIS, George Z.; YAGHOUBI, Mohammadreza. **Size effects in plasticity: from macro to nano.** Academic Press, 2019.

WICKSTRÖM, U. **Temperature Calculation in Fire Safety Engineering.** Luleå, Spring, 2016.

WU, H. J.; LIE, T. T. **Fire resistance of reinforced concrete columns: experimental studies.** Fire Safety Science, v. 1, p. 59, 1992.

WU, S.C., ZHANG, S.H., GUO, C., XIONG, L.F., 2017. **A generalized nonlinear failure criterion for frictional materials.** Acta Geotech. 12, 1353-1371.

YAW, L. L. **Nonlinear Static - 1D Plasticity - Isotropic and Kinematic Hardening.** Walla Walla University, 2017.

YOUSSEF, M. A.; MOFTAH, M. **General stress-strain relationship for concrete at elevated temperatures.** Engineering Structures 29(10): 2618-2634, 2007.

ZHANG, Xing; KUNNATH, Sashi; XIAO, Yan. **Experimental study of reinforced concrete columns damaged by fire following an earthquake.** In: Congress on Advances in Structural Engineering and Mechanics (ASEM17). 2017.