# UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGEEL

**CLEITON OLIVEIRA DE SOUZA** 

# FINITE CONTROL SET APLICADO NO ACIONAMENTO E CONTROLE DE UM MOTOR BLDC

JOINVILLE 2022

## **CLEITON OLIVEIRA DE SOUZA**

# FINITE CONTROL SET APLICADO NO ACIONAMENTO E CONTROLE DE UM MOTOR BLDC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós– Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalca

Coorientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo

# JOINVILLE 2022

#### Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da

#### Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,

com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Souza, Cleiton Oliveira de Finite control set aplicado no acionamento e controle de um motor BLDC / Cleiton Oliveira de Souza. -- 2022. 92 p. Orientadora: Mariana Santos Matos Cavalca Coorientador: Tiago Jackson May Dezuo

Coorientador: Tiago Jackson May Dezuo Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, 2022.

1. Motor BLDC. 2. Controle chaveado. 3. Controle preditivo. 4. Finite control set. I. Cavalca, Mariana Santos Matos. II. Dezuo, Tiago Jackson May. III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Titulo.

#### **CLEITON OLIVEIRA DE SOUZA**

# FINITE CONTROL SET APLICADO NO ACIONAMENTO E CONTROLE DE UM MOTOR BLDC

Dissertação apresentada ao Programa de Pós– Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica. Orientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalca Coorientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo

## **BANCA EXAMINADORA**

Mariana Santos Matos Cavalca CCT/UDESC (Orientadora/Presidente)

Membros:

Dr. Seleme Isaac Seleme Júnior UFMG

> Dr. José de Oliveira CCT/UDESC

Joinville, 17 de novembro de 2022.

Àqueles que se fizeram presentes neste caminho.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço inicialmente a Universidade do Estado de Santa Catarina, ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica e ao Programa de Bolsas de Monitoria de Pós-Graduação por possibilitar e dar o suporte necessário para uma formação completa por meio de um ensino público, gratuito e de qualidade.

À minha família e amigos, que se fizeram presentes nos momentos importantes, pelo suporte nestes anos de imersão na vida acadêmica, possibilitando um crescimento como pesquisador, profissional e ser humano.

Aos meus orientadores, tutores e amigos, Mariana Santos Matos Cavalca e Tiago Jackson May Dezuo. Pela dedicação, resiliência, comprometimento e profissionalismo. Por, além de passarem os conhecimentos técnicos necessários para o trabalho e incentivarem o crescimento, apresentarem um ambiente acadêmico pautado no respeito mútuo e na construção coletiva.

Aos professores, colegas de universidade e de trabalho que contribuíram nos ensinamentos, compartilhamento de saberes e no debate de ideias.

Àqueles que acreditam e se dedicam pela valorização da educação e da ciência, que são bases transformadoras essenciais na sociedade.

"A única arma para melhorar o planeta é a Educação com ética." (Nelson Mandela)

#### **RESUMO**

Neste trabalho são propostas estruturas de controle para aplicação em um motor síncrono de ímãs permanentes sem escovas de corrente contínua (BLDC). Trata-se de um sistema chaveado devido ao acionamento via inversor trifásico e com não linearidades existentes devido à forma de onda trapezoidal da força contra-eletromotriz do motor BLDC. São apresentadas duas propostas diferentes, sendo que as duas possuem como base a característica física de modos de atuação limitados do sistema. Ambas as técnicas são compostas por duas malhas de controle. A malha externa, comum às duas propostas, é formada por um controlador proporcional integral com ganhos definidos empiricamente e utiliza a modulação six-step para gerar referências de corrente para a malha interna. A primeira proposta apresenta a malha interna composta por um controle com lei de chaveamento com a função do tipo 'max', definida a partir de desigualdades matriciais lineares calculadas de forma a respeitar os critérios Lyapunov de estabilidade. Já a segunda proposta, o foco principal do trabalho, consiste de um controle preditivo Finite Control Set, que utiliza um modelo de predição com base em uma representação em espaços de estados e calcula, entre os modos de operação possíveis, qual condição minimiza a função custo. Ambos desenvolvimentos foram aplicados por meio de simulação e apresentaram resultados válidos, com rápida resposta no segmento das referências e níveis baixos de ruído na velocidade. Como vantagem do controle preditivo foi possível trabalhar, além da definição de horizontes, a inserção de restrições na saída da planta, tanto na velocidade quanto na corrente, além de uma proposta de tratamento de restrições temporais de chaveamento do inversor, que apresenta redução da demanda computacional do controle online.

**Palavras-chave**: Motor BLDC; Controle chaveado; Controle preditivo; *Finite control set*; Res-trições.

### ABSTRACT

In this thesis are proposed control structures for application in a brushless direct current (BLDC) permanent magnet synchronous motor. The plant is a switched system due to the drive via a three-phase inverter and existing nonlinearities due to the trapezoidal waveform of the counterelectromotive force of the BLDC motor. Two different proposals are presented, both of which are based on the physical characteristic of limited modes of operation of the system. Both techniques are composed of two control loops. The external loop, common to both proposals, is formed by an integral proportional controller with empirically defined gains and uses six-step modulation to generate current references for the internal loop. The first proposal presents the internal loop composed of a max-type switching rule, defined from linear matrix inequalities calculated in order to respect the Lyapunov stability criteria. The second proposal, the main focus of the thesis, consists of a predictive Finite Control Set, which uses a prediction model based on a representation in state spaces and calculates, among the possible modes of operation, which condition minimizes the function cost. Both developments were applied through simulation and presented valid results, with fast response in the reference segment and low noise levels at speed. As an advantage of the predictive control, it was possible to work, besides the definition of horizons, the insertion of constraints in the output of the plant, both in speed and in the currents, and a proposal of treatment of switching temporal constraints of the inverter, which presents a reduction in computational demand in the online control.

Keywords: BLDC motor; Switching control; Predictive control; Finite control set; Constraints.

# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| Figura 2 – Circuito equivalente do par inversor-motor BLDC       26         Figura 3 – Estrutura de controle chaveado do tipo 'max' com <i>six-step</i> proposta       35         Figura 4 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com técnica chaveada       40         Figura 5 – Corrente na fase <i>a</i> com técnica chaveada       41         Figura 6 – Correntes em detalhe com técnica chaveada       41         Figura 7 – Tensões em detalhe com técnica chaveada       42 |
|--|
| Figura 3 – Estrutura de controle chaveado do tipo 'max' com six-step proposta35Figura 4 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com técnica chaveada40Figura 5 – Corrente na fase a com técnica chaveada41Figura 6 – Correntes em detalhe com técnica chaveada41Figura 7 – Tensões em detalhe com técnica chaveada42  |
| Figura 4 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com técnica chaveada   |
| Figura 5 – Corrente na fase a com técnica chaveada       41         Figura 6 – Correntes em detalhe com técnica chaveada       41         Figura 7 – Tensões em detalhe com técnica chaveada       42  |
| Figura 6 – Correntes em detalhe com técnica chaveada       41         Figura 7 – Tensões em detalhe com técnica chaveada       42  |
| Figura 7 – Tensões em detalhe com técnica chaveada   |
| 6  |
| Figura 8 – Chaveamento em detalhe com técnica chaveada   |
| Figura 9 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com técnica chaveada na planta não ideal 44  |
| Figura 10 – Corrente na fase <i>a</i> com técnica chaveada na planta não ideal   |
| Figura 11 – Detalhe da corrente na fase <i>a</i> com técnica chaveada na planta não ideal 45   |
| Figura 12 – Correntes em detalhe com técnica chaveada na planta não ideal  |
| Figura 13 – Chaveamento em detalhe com técnica chaveada na planta não ideal 47   |
| Figura 14 – Estrutura básica do MPC  |
| Figura 15 – Horizonte de predição e de controle       52   |
| Figura 16 – Estrutura de controle preditivo proposta   |
| Figura 17 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com FCS   |
| Figura 18 – Corrente na fase <i>a</i> com FCS  |
| Figura 19 – Correntes em detalhe com FCS   |
| Figura 20 – Tensões em detalhe com FCS   |
| Figura 21 – Chaveamento em detalhe com FCS   |
| Figura 22 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com FCS na planta não ideal   |
| Figura 23 – Corrente na fase <i>a</i> com FCS na planta não ideal  |
| Figura 24 – Detalhe da corrente na fase <i>a</i> com FCS na planta não ideal   |
| Figura 25 – Correntes em detalhe com FCS na planta não ideal   |
| Figura 26 – Chaveamento em detalhe com FCS na planta não ideal   |
| Figura 27 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com diferentes horizontes   |
| Figura 28 – Detalhe da velocidade com diferentes horizontes  |
| Figura 29 – Corrente na fase <i>a</i> com diferentes horizontes  |
| Figura 30 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com restrição na velocidade $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots $   |
| Figura 31 – Correntes em detalhe com restrição na velocidade   |
| Figura 32 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com restrição na corrente   |
| Figura 33 – Corrente na fase a com restrição na corrente    78   |
| Figura 34 – Detalhe da corrente na fase <i>a</i> com restrição na corrente   |
| Figura 35 – Princípio de funcionamento da restrição temporal de chaveamento 81   |
| Figura 36 – Resposta da velocidade $\omega_m(t)$ com restrição temporal  |
| Figura 37 – Corrente na fase a com restrição temporal       82   |

| Figura 38 – Detalhe das correntes na com restrição temporal  | 83 |
|--|----|
| Figura 39 – Detalhe do chaveamento na com restrição temporal | 84 |

# LISTA DE TABELAS

| Tabela 1 – Tensões aplicadas pelo inversor              | <br>27 |
|---|--------|
| Tabela 2 – Tensões aplicadas pelo inversor adaptadas    | <br>30 |
| Tabela 3 – Acionamento <i>six-step</i> em $120^{\circ}$ | <br>36 |
| Tabela 4 – Parâmetros do BLDC simulado                  | <br>39 |
| Tabela 5 – Características de simulação                 | <br>39 |

# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

| SVM  | Space Vector Modulation - Modulação Vetorial Espacial                  |
|------|--|
| LMI  | Linear Matrix Inequality - Desigualdade Matricial Linear               |
| FCS  | Finite Control Set - Controle de Estados Finitos                       |
| VSI  | Voltage Source Inverter - Inversor Fonte de Tensão                     |
| MPC  | Moldel Based Predictive Control - Controle Preditivo Baseado em Modelo |
| FCEM | Força Contra Eletromotriz  |
| FMM  | Força Magnetomotriz  |
| BLDC | Brushless Direct Current - Corrente Contínua Sem Escovas               |
| MSIP | Motor Síncrono de Ímãs Permanentes                                     |
| CC   | Corrente Contínua  |
| CA   | Corrente Alternada   |

# LISTA DE SÍMBOLOS

| Resistência de fase                                  |
|--|
| Indutância de fase                                   |
| Indutância mútua                                     |
| Constante de FCEM do motor                           |
| Constante de torque do motor                         |
| Coeficiente de atrito viscoso                        |
| Momento de inércia                                   |
| Torque eletromagnético                               |
| Torque de carga                                      |
| Torque do atrito viscoso                             |
| Ângulo elétrico                                      |
| Velocidade mecânica do motor                         |
| Velocidade de referência                             |
| Tensão de alimentação do inversor                    |
| Chaves do inversor                                   |
| Modo de operação do inversor                         |
| Tensão aplicada na fase a                            |
| Tensão aplicada na fase b                            |
| Tensão aplicada na fase c                            |
| Tensão induzida na fase a                            |
| Tensão induzida na fase b                            |
| Tensão induzida na fase c                            |
| Corrente na fase <i>a</i>                            |
| Corrente na fase b                                   |
| Corrente na fase c                                   |
| Corrente de referência                               |
| Coeficiente para correção da corrente de referência  |
| Ganhos do controlador PI                             |
| Matrizes de estrutura do sistema em espaço de estado |
| Horizonte de predição                                |
|  |

| М                  | Horizonte de controle   |
|--------------------|---|
| $T_s$              | Tempo de amostragem   |
| $ ho_u$            | Fator de penalização da ação de controle                                    |
| $ ho_y$            | Fator de penalização das variáveis da saída                                 |
| Sopt               | Modo de operação que minimiza a função custo                                |
| t <sub>onmin</sub> | Tempo da chave ligada   |
| $t_{off_{min}}$    | Tempo da chave desligada  |
| Lon                | Número de períodos de amostragem correspondente à restrição $t_{on_{min}}$  |
| $L_{off}$          | Número de períodos de amostragem correspondente à restrição $t_{off_{min}}$ |
|                    |   |

# SUMÁRIO

| 1     | INTRODUÇÃO  | 17 |
|-------|---|----|
| 1.1   | OBJETIVOS   | 19 |
| 1.2   | ESCOPO  | 19 |
| 1.3   | METODOLOGIA   | 19 |
| 1.4   | ESTRUTURA DO DOCUMENTO  | 22 |
| 2     | MOTORES ELÉTRICOS   | 23 |
| 2.1   | MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES                                    | 23 |
| 2.2   | ACIONAMENTO DO MSIP   | 26 |
| 2.3   | MODELAGEM DA PLANTA   | 27 |
| 2.3.1 | Equacionamento elétrico do motor BLDC                                 | 28 |
| 2.3.2 | Equacionamento mecânico do motor BLDC                                 | 29 |
| 2.4   | MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS   | 29 |
| 3     | CONTROLE CHAVEADO   | 31 |
| 3.1   | CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTROLE CHAVEADO                                 | 31 |
| 3.1.1 | Caracterização de Sistema Chaveado                                    | 32 |
| 3.1.2 | Critério de Estabilidade de Lyapunov                                  | 32 |
| 3.1.3 | Projeto de Lei de Chaveamento via Desigualdades Matriciais Lineares . | 34 |
| 3.2   | LEI DE CHAVEAMENTO COM FUNÇÃO DO TIPO MAX                             | 34 |
| 3.3   | APLICAÇÃO DO CONTROLE COM FUNÇÃO 'MAX'                                | 38 |
| 3.3.1 | Aplicação em modelo não ideal   | 43 |
| 3.3.2 | Considerações   | 47 |
| 4     | CONTROLE PREDITIVO  | 49 |
| 4.1   | CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO                                | 49 |
| 4.1.1 | Horizontes de predição e controle                                     | 51 |
| 4.1.2 | Função custo  | 52 |
| 4.1.3 | Modelo de predição  | 53 |
| 4.1.4 | Otimização - Finite Control Set                                       | 55 |
| 4.2   | TÉCNICA PREDITIVA PROPOSTA  | 56 |
| 5     | RESULTADOS E DISCUSSÕES   | 60 |
| 5.1   | APLICAÇÃO 1: VALIDAÇÃO DA PROPOSTA                                    | 60 |
| 5.2   | APLICAÇÃO 2: MODELO NÃO IDEAL   | 63 |
| 5.3   | APLICAÇÃO 3: ANÁLISE DOS HORIZONTES                                   | 67 |
| 5.4   | APLICAÇÃO 4: RESTRIÇÃO DE PROTEÇÃO                                    | 74 |
| 5.5   | APLICAÇÃO 5: RESTRIÇÃO TEMPORAL DE CHAVEAMENTO                        | 80 |
| 5.6   | DISCUSSÕES  | 84 |

| 6   | CONSIDERAÇÕES FINAIS | 86 |
|-----|----------------------|----|
| 6.1 | TRABALHOS FUTUROS    | 87 |
|     | REFERÊNCIAS          | 89 |

## 1 INTRODUÇÃO

O controle de sistemas chaveados tem sido tema de diversos estudos e pesquisas realizadas nos últimos anos, com destaque aos métodos em que o projeto da lei de chaveamento considera o modelo instantâneo do sistema (MAZANTI, 2011; TROFINO et al., 2011; DEZUO; LUNARDI; TROFINO, 2017). O interesse nesse tipo de modelo é a descrição mais precisa de fenômenos físicos, graças a não necessidade de aproximações por modelos médios, de pequenos sinais e linearizações, facilitando ainda o tratamento de variações paramétricas conhecidas ou desconhecidas, que consistem em mudanças nos parâmetros dos sistemas causadas por efeitos ambientais e outras perturbações e distúrbios (SCHARLAU, 2013). Este desenvolvimento tecnológico está alinhado ao desejado por indústrias de todos os setores, que constantemente buscam elaborar e desenvolver técnicas que visem melhor utilização de recursos e atendam as limitações e restrições de equipamentos e processos (VAZQUEZ et al., 2017).

Existem diversos exemplos de aplicação de sistemas chaveados, como sistemas de controle de tráfego urbano e processos químicos. Ainda, dentre as aplicações, estão presentes os circuitos de eletrônica de potência empregados em conversores e inversores. Os conversores são amplamente utilizados na indústria automobilística, naval e aeronáutica, além de estarem presentes no controle e acionamento de motores elétricos (SCHARLAU, 2013).

Dentre as aplicações chaveadas de destaque estão as máquinas elétricas acionadas por inversores, devido a sua grande utilização no meio industrial mundialmente. O controle do acionamento das máquinas realizado adequadamente implica em melhor viabilidade econômica (maior eficiência e produtividade) e sustentabilidade. Um dos tipos de máquinas elétricas de utilização cada vez maior é o Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (MSIP) (AGNOLO, 2019).

Dentro deste grupo, os motores sem escova são cada vez mais populares em aplicações automotivas, de aquecimento e ventilação, eletrodomésticos e engenharia industrial, porque não precisam das escovas (utilizadas em motores de rotor bobinado), que tendem a se desgastar. Estas são substituídas por dispositivos eletrônicos que aumentam a confiabilidade e vida útil, reduzindo a demanda de manutenção (CRAVO, 2022).

Um motor CC sem escovas (BLDC)<sup>1</sup> é composto por um estator com enrolamentos de armadura polifásica e um rotor na forma de ímã permanente. A ausência de escovas o difere do motor CC convencional. Esta característica implica na comutação realizada de forma elétrica, sendo necessários sistemas de acionamento eletrônico para alimentação do motor (BUREAU, 2022).

Algumas características vantajosas do MSIP são (BARTSCH, 2016): alta densidade de torque e, consequentemente, de potência; alta eficiência; excelente capacidade dinâmica; baixa emissão de ruído; temperatura de operação reduzida; ausência de faiscamento; simplificação no processo de construção e de manutenção; operação em velocidade variável; custo reduzido em algumas aplicações; longa vida útil; baixo custo de manutenção.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Do inglês, Brushless Direct Current

Para além das aplicações de expressiva presença comercial e industrial citadas, um exemplo que indica o crescimento do uso de motores BLDC e a consequente necessidade de aprimoramento da tecnologia, desde os aspectos construtivos da máquina até as características variadas de utilização, é a aplicação em veículos elétricos e híbridos. Este segmento automotivo será responsável por cerca de 10% da frota de veículos em 2030, podendo chegar a mais de 25% da frota em 2045 (OPEC, 2022). Atualmente, os motores síncronos de ímãs permanentes são amplamente utilizados em elétricos, principalmente em híbridos (KARTHIK, 2022).

Devido a esta evolução de dispositivos eletrônicos e a crescente capacidade de processamento de microcontroladores, torna-se cada vez mais possível a expansão e o refinamento de aplicações de técnicas de controle em sistemas diversos (AGNOLO, 2019). Este fato, alinhado ao crescimento de aplicações de motores BLDC, decorrente da redução de custos de produção e das potenciais vantagens da sua utilização, incentivam pesquisas que visem a evolução das tecnologias não apenas no ambiente acadêmico, mas que possam ser escaladas e destinadas para uso industrial e comercial em diferentes setores (BUREAU, 2022).

Dentro deste contexto, estão inseridas as estratégias de controle. Com isso, torna-se interessante realizar estudos acerca de técnicas de controle existentes, que possam ser adaptadas e direcionadas para sistemas compostos por motores BLDC.

De maneira mais ampla, as técnicas de controle partem da análise do processo estudado visando encontrar um controlador que atue de forma a obter o comportamento desejado em malha fechada. Em alguns casos, isso pode ser alcançado pela aplicação de uma lei de controle de realimentação estática ou dinâmica contínua. Em outros casos, uma lei de realimentação contínua que resolve o problema pode não existir. Neste cenário, uma alternativa consiste em tomar decisões para comutação com base em um conjunto de controladores definido, sendo esta a base das técnicas de controle chaveado (LIBERZON, 2003).

O Controle Preditivo baseado em Modelo (MPC)<sup>2</sup> é uma técnica que permite tratar facilmente casos de sistemas multivariáveis, com restrições e não linearidades, mesmo apresentando carga computacional mais elevada (VAZQUEZ et al., 2017). De acordo com Camacho e Bordons (2007), o MPC calcula uma entrada para o sistema em malha fechada por meio da otimização de um índice de desempenho, dado um modelo de predição do comportamento da planta em um instante futuro. Mais especificamente no contexto dos sistemas chaveados, Rodriguez et al. (2007) apresenta a técnica denominada *Finite Control Set* (FCS) aplicada a sistemas eletrônicos, que considera a natureza discreta do número finito de modos de operação da planta. Essa técnica decide o modo de operação ótimo a cada instante avaliando uma função custo para cada modo possível. Visto que trata-se de uma ideia ainda pouco explorada e com perspectiva de bons resultados para a área de eletrônica de potência, torna-se também interessante avaliar o potencial de uso do FCS.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Do inglês, *Model-based Predictive Control*.

#### 1.1 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho foi desenvolver uma técnica de controle para aplicação em um sistema chaveado não linear composto por um motor síncrono de ímãs permanentes de corrente contínua sem escovas.

Os objetivos específicos são:

- 1. Definir estratégia de tratamento da não linearidade;
- 2. Estruturar técnica de controle com base em uma lei de chaveamento;
- 3. Estruturar técnica de controle com base em controle preditivo;
- 4. Analisar resultados da aplicação via simulação;
- 5. Estudar o tratamento de restrições.

#### 1.2 ESCOPO

Este trabalho pode ser segregado em duas propostas. A primeira tem como base conceitos de controle chaveado e uma lei com função do tipo 'max' e visa uma adaptação específica para a categoria do sistema. Já a segunda é composta por uma técnica de controle preditivo que utiliza a característica de modos de atuação finitos.

O sistema considerado é composto por um motor BLDC trapezoidal alimentado via inversor trifásico.

Este trabalho se limita no desenvolvimento de duas técnicas de controle voltadas para aplicação em motor BLDC. Ambas partem de conceitos base e utilizados na área de controle, mas propõem variações e adaptações destinadas a planta considerada.

A validação dos desenvolvimentos teóricos se dá por meio de análises quantitativas e qualitativas a partir dos resultados obtidos por simulação. O ambiente de simulação foi elaborado via programação escrita no MATLAB com base nas equações que regem o funcionamento do sistema escolhido.

#### 1.3 METODOLOGIA

De forma a definir uma metodologia do trabalho, é interessante classificar a pesquisa por meio de diferentes aspectos. Quanto à natureza do trabalho, Wazlawick (2010) aborda que esta pode ser definida como original, que busca apresentar algo novo com base em observações e teorias construídas, ou survey, que tem o objetivo de sistematizar conceitos e informações de determinada área. Neste caso, esta pesquisa é definida como original, uma vez que visa o desenvolvimento de um controlador para aplicação em motores elétricos, sendo consideradas restrições operacionais para o estudo do sistema. Quanto à classificação de ciência de acordo com Wazlawick (2010), esta pesquisa é considerada uma ciência empírica, uma vez que estuda fenômenos reais e faz observações

para fundamentação das descobertas. Além disso, é uma ciência exata e aplicada, uma vez que busca resultados exatos que possam ser aplicados em processos práticos. Como o processo de desenvolvimento e análise dos resultados seguem um rigor científico, sendo classificada então como ciência dura. Ainda, como estuda um fenômeno que se repete e pode levar a descobertas gerais, a pesquisa é nomotética.

Com base no objetivo geral, a pesquisa pode ser classificada como explicativa. Para Gil (2010), a pesquisa explicativa visa identificar fatores que interferem ou contribuem em determinado fenômeno, tendo uma relação de causa-efeito. Nesta forma, esta pesquisa objetiva entender e explicar a relação dos resultados obtidos em função dos métodos desenvolvidos na construção do controle. É importante ressaltar a importância do rigor científico durante o desenvolvimento, uma vez que os procedimentos devem ser seguidos de forma correta e aceita na área para que os resultados sejam válidos. Ainda, a pesquisa é elaborada com hipóteses, uma vez que visa entender a relação entre variáveis envolvidas, sendo uma relação de interferência entre estas.

Em relação ao nível de maturidade desta pesquisa, este estilo é definido como sendo a apresentação de algo reconhecidamente melhor, com base nos estudos apresentados em (WAZ-LAWICK, 2008). Sendo o nível de maior maturidade no escopo de pesquisas que apresentam dados empíricos a comprovação de resultados, os resultados deste estilo o trabalho têm como base metodologias de testes e análises padronizadas e aceitas internacionalmente (WAZLAWICK, 2008). No contexto da pesquisa, o desenvolvimento seguirá por metodologias já existentes, como a obtenção de modelos de máquinas em espaço de estados e a aplicação de conceitos definidos de controle preditivo e chaveado, e os resultados serão analisados com base em informações relevantes comumente analisadas na temática de controle de motores, como erro de regime, ruído, tempos de acomodação, entre outros.

Ainda, a pesquisa tem como raciocínio lógico o método dedutivo. De acordo com Marconi e Lakatos (2005), o argumento dedutivo enuncia ou reformula de maneira explícita informações já contidas nas premissas. Sendo assim, existe uma relação lógica entre o resultado obtido e as informações universais previamente disponíveis. Neste contexto, o raciocínio dedutivo se apresenta na pesquisa de forma que esta parte de princípios já definidos de controle preditivo e chaveado em aplicações em diversas áreas, incluindo em motores elétricos.

Quanto aos procedimentos técnicos, esta pesquisa é categorizada como direta de forma experimental, limitada ao ambiente de simulação. Conforme Wazlawick (2010), na pesquisa experimental o pesquisador manipula algum aspecto da realidade. Ainda, segundo Gil (2010), este tipo de pesquisa é caracterizado pela definição de um objeto de estudo, identificação das variáveis que podem ser controladas, definição das formas de controle e observação para analisar os efeitos que as variáveis causam no objeto de estudo. Assim, a estrutura desta pesquisa consiste na elaboração de um controlador, sendo necessário identificar as variáveis de controle, determinar

formas de medição de variáveis observadas e analisar a influência do controle no sistema.

As variáveis de uma pesquisa, de acordo com Marconi e Lakatos (2005), podem ser classificadas como independente, dependente e interveniente. Uma variável independente é aquela que apresenta fator determinante, que influencia no comportamento de variáveis dependentes, que por sua vez são fatores a serem observados ou descobertos. Já a variável interveniente não pode ser controlada e tem como função ampliar, diminuir ou anular, em uma sequência causal, a interferência da variável independente na dependente. Com base nestas definições, as variáveis independentes do sistema consistem nas informações desejadas para o funcionamento da planta a ser controlada, como as tensões aplicadas no motor, sendo essa escolha necessária para a definição de variáveis dependentes, sendo as correntes e velocidade. Por fim, é necessário direcionar estudos para definição de variáveis intervenientes, como atrito, torque e restrições, que decorrerão da definição do sistema a ser utilizado e das respectivas características e limitações.

Do ponto de vista da abordagem do problema, de acordo com Gil (2010), a abordagem quantitativa tem análise mais simplificada, uma vez que categoriza os dados previamente, enquanto a abordagem qualitativa o conjunto de categorias passa por diversas modificações de forma a obter dados significativos. Ou seja, uma pesquisa quantitativa possui as informações em números, implicando em construções estruturadas e objetivas e uma pesquisa qualitativa considera subjetividade nas informações, tendo como características a interpretação e justificativa dos fenômenos observados. No contexto desta pesquisa, tanto a abordagem quantitativa quanto a qualitativa são aplicadas. Isso ocorre porque os resultados numéricos são essenciais para a análise dos dados e da viabilidade do projeto, entretanto aspectos subjetivos precisam ser analisados qualitativamente para verificar a influência nos resultados.

Ainda em relação a abordagem do problema, Barbetta (2008) identifica as variáveis por sua forma. Nesse contexto, as variáveis qualitativas podem ser ordinais, quando há relação de ordem entre as variáveis, ou categóricas, quando não há relação de ordem. Já as variáveis quantitativas podem ser descritas como amostragem ou numérica. As do tipo numérica são intervalar, quando são trabalhadas em intervalos de valores, ou cardinais, quando são utilizados valores diretamente. E as do tipo amostragem podem ser contínuas, com infinitos valores possíveis em uma escala, ou discretas, que apresentam números definidos de possíveis valores. Com isso, as variáveis qualitativas desta pesquisa são predominantemente categóricas, uma vez que não existe uma ordem definida entre estas. Enquanto parte das variáveis quantitativas é numérica, uma vez que se aplica o controle na busca de informações diretas, e outra parte é discreta, com base na análise estatística de testes a serem realizados. Por fim, com base nestas variáveis, os dados a serem obtidos são objetivos, uma vez que são compostos tanto por informações numéricas que já explicam parte dos resultados quanto por dados qualitativos relacionados com fenômenos físicos conhecidos.

Por fim, dentro da análise feita por Wazlawick (2010), que define ciência como a busca por conhecimento e explicações dos fatos observados e tecnologia a aplicação dos conhecimentos em situações práticas, esta pesquisa tem o objetivo geral destinado ao conceito da tecnologia, uma vez que visa desenvolver um produto para aplicação em ambiente industrial ou acadêmico.

Com base na elaboração da metodologia por meio da classificação da pesquisa em diversos aspectos, é possível delimitar e projetar com maior riqueza de detalhes o desenvolvimento do trabalho. Dessa forma, esta seção contribui diretamente para a obtenção, organização e apresentação dos resultados obtidos.

### 1.4 ESTRUTURA DO DOCUMENTO

O texto foi estruturado com a divisão de 6 capítulos. O Capítulo 2 é composto por uma breve revisão dos princípios de funcionamento do motor acionado por inversor. O Capítulo 3 é destinado ao controle chaveado com a função do tipo 'max', partindo da definição e bases da técnica, adequação do modelo do motor, explicação e aplicação da técnica chaveada proposta e análise dos resultados. De forma análoga, o Capítulo 4 apresenta o mesmo conteúdo sobre a proposta de controle preditivo, adicionalmente são inseridas as restrições no sistema. O Capítulo 5 traz a análise dos resultados obtidos com o controle preditivo e faz uma discussão geral das propostas. Por fim, o Capítulo 6 expõe a conclusão do trabalho, destacando as principais contribuições, as dificuldades encontradas e os pontos que apresentam potenciais desenvolvimentos futuros.

## 2 MOTORES ELÉTRICOS

Neste capítulo é feita uma breve revisão teórica de conteúdos base para o desenvolvimento das técnicas de controle, com foco principal no motor BLDC.

Um exemplo de sistema chaveado fortemente presente no cotidiano e de extremo interesse na área da engenharia elétrica são as máquinas elétricas acionadas por dispositivos de eletrônica de potência, que podem ser entendidas como dispositivos que transformam um tipo de energia em outro, sendo que possuem como característica a presença intermediária de energia magnética no processo. Dentro desta área, usualmente são estudadas máquinas estacionárias e rotativas (UMANS, 2014). As máquinas rotativas são os objetos de maior interesse deste estudo.

De maneira simplificada, os geradores elétricos transformam energia mecânica em energia elétrica, enquanto os motores transformam energia elétrica em mecânica. Existem diversos tipos de máquinas elétricas, as quais ganham destaque tanto na aplicação industrial quanto em pesquisas por motivos como o desenvolvimento de tecnologias, viabilidade econômica e aspectos de sustentabilidade (UMANS, 2014).

Existem diferentes formas de máquinas elétricas rotativas, com diversas denominações, como: CC, síncronas, de ímã permanente, de indução, de relutância variável, de histerese, sem escovas, e assim por diante. Ainda que possuam características específicas, parte dos princípios físicos que regem o comportamento são iguais ou similares (UMANS, 2014). Com base no potencial de aplicação, bem como nas possibilidades de novas formas de controle, os motores síncronos de ímãs permanentes (MSIP) apresentam interesse no ambiente de pesquisa, sendo o foco deste trabalho.

## 2.1 MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES

As máquinas síncronas apresentam como características básicas a proporcionalidade entre a velocidade de rotação e a frequência de alimentação. Elas possuem alto potencial em aplicações que demandam velocidades variáveis (VIEIRO, 2013).

Quanto ao tipo de força contra-eletromotriz do motor (FCEM), existem duas classificações principais de MSIP (MIYAMASY; AKATSU, 2011). Quando a FCEM é senoidal, o motor é conhecido como *Brushless Alternating Current (BLAC)*. Quando a FCEM do motor é trapezoidal, o mesmo pode ser denominado *Brushless Direct Current (BLDC* ou *BLDCM*, caso a palavra motor seja incluída ao final da sigla, ou ainda *PMBLDC*, indicando a presença dos ímãs) (SINGH; SINGH, 2009).

Outra forma de classificação de MSIP é a disposição dos ímãs. Caso os ímãs estejam dispostos na superfície do rotor, os motores são conhecidos como motores síncronos de ímãs permanentes superficiais (MSIPS) e possuem polos lisos. Já os motores que possuem os ímãs no interior do rotor são conhecidos como motores síncronos de ímãs permanentes interiores (MSIPI), sendo esses motores de polos salientes (BARTSCH, 2016).

Como informado em Agnolo (2019), Bartsch (2016) e Vieiro (2013), algumas caracterís-

- ticas relevantes dos motores síncronos de ímãs permanentes são:
  - Alta densidade de torque e, consequentemente, de potência;
  - Alta eficiência;
  - Peso e volume reduzidos;
  - Excelente capacidade dinâmica;
  - Baixa emissão de ruído;
  - Temperatura de operação reduzida;
  - Ausência de faiscamento;
  - Simplificação no processo de construção e de manutenção;
  - Característica linear de torque por velocidade;
  - Operação em velocidade variável;
  - Largas faixas de velocidade;
  - Custo reduzido em algumas aplicações;
  - Longa vida útil;
  - Baixo custo e frequência de manutenção.

Em condições de regime permanente, em uma máquina síncrona "o rotor, juntamente com o campo magnético criado por uma corrente CC ou por ímãs, gira na mesma velocidade ou em sincronismo com o campo magnético girante produzido pelas correntes de armadura e tem como resultado um conjugado constante" (UMANS, 2014).

Os ímãs permanentes possuem diversos modelos, diferindo em forma e tamanho, de forma a obter o fluxo magnético adequado para a finalidade projetada. No motor, os ímãs permanentes são magnetizados em determinada direção ou orientação, que tem papel na distribuição de densidade magnética no entreferro, afetando de forma indireta a densidade de energia (BARATIERI, 2011).

O rotor é a parte girante do motor, composto por um eixo associado a bobinas, ligadas ao núcleo que gira no campo magnético criado (BARATIERI, 2011). Este pode ser classificado de acordo com a sua construção, implicando em diferenças na indutância entre o eixo de quadratura e o direto. O rotor com ímãs na superfície é mais adequado para menores velocidades e fornece alta densidade de fluxo magnético no entreferro, proporcionando uma redução na variação da relutância<sup>1</sup>. O rotor com ímãs inseridos de forma interna na superfície proporcionam

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Relutância é a razão entre a força magnetomotriz (FMM) e o fluxo magnético.

maior robustez mecânica, possibilitando operação em rotações mais altas e um aumento na relutância. Por fim, o rotor com ímãs internos geram maior robustez, aumento na relutância e maior complexidade em comparação com os outros rotores (VIEIRO, 2013).

O estator é a parte fixa na carcaça do motor, com a função de conduzir o fluxo magnético. No motor BLDC, o estator é formado pela sobreposição de bobinas alocadas em ranhuras axialmente cortadas ao longo da circunferência interna. O enrolamento estatórico é projetado para uma força magnetomotriz (FMM) retangular de forma a gerar uma força contra eletromotriz (FCEM) trapezoidal. A conexão em série das bobinas reduz a complexidade construtiva e consequentemente os custos relacionados (BARATIERI, 2011; VIEIRO, 2013).

O MSIP de corrente contínua é construído com os ímãs na superfície do rotor e é projetado para que gere uma FCEM trapezoidal e uma forma de corrente retangular, como apresentado na Figura 1. A comutação das fases é realizada por comutadores eletrônicos, tiristores ou transistores. A cada comutação a ser realizada, uma fase é conectada ao terminal positivo da fonte, a outra no terminal negativo e a terceira fase em aberto. A realimentação do sistema de comutação pode ser feita por sensores de efeito Hall (BARATIERI, 2011; SIGUIMOTO et al., 2008).



Figura 1 - Forma de onda da tensão induzida e da corrente em cada fase

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Esta característica trapezoidal da tensão induzida do motor BLDC adiciona uma não

linearidade que, dependendo da aplicação visada, não é interessante que seja tratada com técnicas de linearização.

O circuito elétrico equivalente é apresentado na Figura 2 indica o conjunto de um inversor ponte completa ligado ao circuito da armadura do motor. Há uma indutância mútua,  $L_m$ , entre fase e campo, L é a indutância de fase, R é a resistência de fase,  $e_a(t)$ ,  $e_b(t)$  e  $e_c(t)$  são as FCEM induzidas nas fases a, b e c, respectivamente,  $i_a(t), i_b(t)$  e  $i_c(t)$  são as correntes nas respectivas fases,  $V_{cc}$  é a tensão de alimentação do inversor e  $s_1, \ldots, s_6$  são as chaves do inversor.



Figura 2 - Circuito equivalente do par inversor-motor BLDC

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

## 2.2 ACIONAMENTO DO MSIP

De forma resumida, no MSIP, um conjunto de ímãs permanentes montados na superfície ou no interior do rotor é responsável pela geração de um campo magnético constante, cuja direção espacial é dada pela posição do rotor. Enquanto no estator trifásico, um campo girante é produzido através da alimentação com correntes independentes defasadas em 120° elétricos. A interação entre estes dois campos magnéticos provê o torque eletromagnético para o funcionamento do motor. Como não há bobinas no rotor, não existem perdas no cobre, apresentando maior eficiência e permitindo uma máquina mais compacta (GARCIA, 2015). De um modo geral, o controle do acionamento de motores é feito por meio de inversores de frequência (conversores CC/CA) para alimentação do enrolamento do estator. Dessa forma, tem-se um sistema chaveado com a quantidade de modos de operação definida pelas configurações possíveis de acionamento das chaves do inversor.

Tendo como base o sistema presente na Figura 2, considera-se que as chaves  $s_4$ ,  $s_5$  e  $s_6$  são logicamente complementares às chaves  $s_1$ ,  $s_2$  e  $s_3$ . Assim, para evitar curto-circuito da fonte de entrada  $V_{cc}$ , as chaves de um mesmo braço do inversor não são acionadas ao mesmo tempo.

A Tabela 1 resume as combinações possíveis de chaveamento do VSI. Somente estão considerados os interruptores superiores de cada braço do VSI, em função da complementaridade do acionamento.

| modo ( $\sigma$ ) | <i>s</i> <sub>1</sub> | <i>s</i> <sub>2</sub> | <i>s</i> <sub>3</sub> | $v_a(t)$             | $v_b(t)$             | $v_c(t)$             |
|-------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0                 | 0                     | 0                     | 0                     | 0                    | 0                    | 0                    |
| 1                 | 1                     | 0                     | 0                     | $\frac{2}{3}V_{cc}$  | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ |
| 2                 | 1                     | 1                     | 0                     | $\frac{1}{3}V_{cc}$  | $\frac{1}{3}V_{cc}$  | $\frac{-2}{3}V_{cc}$ |
| 3                 | 0                     | 1                     | 0                     | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ | $\frac{2}{3}V_{cc}$  | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ |
| 4                 | 0                     | 1                     | 1                     | $\frac{-2}{3}V_{cc}$ | $\frac{1}{3}V_{cc}$  | $\frac{1}{3}V_{cc}$  |
| 5                 | 0                     | 0                     | 1                     | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ | $\frac{-1}{3}V_{cc}$ | $\frac{2}{3}V_{cc}$  |
| 6                 | 1                     | 0                     | 1                     | $\frac{1}{3}V_{cc}$  | $\frac{-2}{3}V_{cc}$ | $\frac{1}{3}V_{cc}$  |
| 7                 | 1                     | 1                     | 1                     | 0                    | 0                    | 0                    |

Tabela 1 – Tensões aplicadas pelo inversor

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Essa característica de modos de atuação definidos e limitados possibilita o uso de diferentes técnicas de modulação no sistema. Entre as mais aplicadas está a modulação vetorial espacial (SVM)<sup>2</sup> (MATOS, 2017). Esta segue a lógica indicada na Tabela 1, definindo um vetor para cada modo de operação.

É importante notar que neste tipo de modulação sempre ocorrerá a mudança de um estado dos três interruptores que estão acionados, diminuindo assim as perdas se comparado com outros tipos de modulação como a seno-triângulo. É possível realizar uma combinações entre os vetores de atuação para aplicar combinações diferentes das definidas (MATOS, 2017).

#### 2.3 MODELAGEM DA PLANTA

Visando a obtenção do modelo em espaço de estado do motor BLDC, usou-se como base o desenvolvimento de Matos (2017) e de Vieiro (2013), que abrangem a análise dos modelos elétrico e mecânico.

A planta considerada neste estudo, apresentada na Figura 2, é composta por inversor trifásico de ponte completa com uma carga RL trifásica e uma fonte representando a FCEM induzida em cada fase do motor.

Para a obtenção do modelo as seguintes considerações foram feitas:

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Do inglês, Space Vector Modulation.

- Circuito equilibrado;
- Correntes de fuga desprezadas;
- Efeitos de saturação, histerese e correntes de Focault são desprezíveis ou inexistentes;
- Todos as chaves semicondutoras são ideais;
- Alinhamento do eixo do motor ideal;
- Os ímãs do rotor estão distribuídos de forma simétrica.

#### 2.3.1 Equacionamento elétrico do motor BLDC

Partindo das leis de Kirchhoff, as tensões nas fases são dadas por:

$$v_a(t) = (L - L_m) \frac{di_a(t)}{dt} + Ri_a(t) + e_a(t),$$
(1)

$$v_b(t) = (L - L_m) \frac{di_b(t)}{dt} + Ri_b(t) + e_b(t),$$
(2)

$$v_c(t) = (L - L_m) \frac{di_c(t)}{dt} + Ri_c(t) + e_c(t).$$
(3)

Onde  $e_a(t)$ ,  $e_b(t) \in e_c(t)$  são as tensões induzidas nas fases, dadas por:

$$e_a(t) = k_e \omega_m(t) f(\theta_a(t)), \tag{4}$$

$$e_b(t) = k_e \omega_m(t) f(\theta_b(t)), \tag{5}$$

$$e_c(t) = k_e \omega_m(t) f(\theta_c(t)), \tag{6}$$

onde  $\omega_m(t)$  é a velocidade mecânica do motor,  $k_e$  é a constante de FCEM da máquina e pode-se definir

$$\theta_a(t) := \theta_e(t), \ \theta_b(t) := \theta_e(t) - 2\pi/3, \ \theta_c(t) := \theta_e(t) + 2\pi/3,$$
(7)

sendo  $\theta_e(t)$  o ângulo elétrico relacionado à  $\omega_m(t)$  por

$$\frac{P}{2}\omega_m(t) = \frac{d\theta_e(t)}{dt},\tag{8}$$

onde *P* é o número de polos da máquina e, no caso da MSIP do tipo BLDC,  $f(\theta)$  retorna um valor adimensional obtido a partir posição da onda trapezoidal e é dada por:

$$f(\theta) = \begin{cases} 6 \ \theta/\pi & \text{se } 0 < \theta \le \pi/3, \\ 1 & \text{se } \pi/3 < \theta \le \pi, \\ 7 - 6 \ \theta/\pi & \text{se } \pi < \theta \le 4\pi/3, \\ -1 & \text{se } 4\pi/3 < \theta \le 2\pi. \end{cases}$$
(9)

A determinação do torque eletromagnético  $T_e$ , dada pela relação entre os fluxos do estator e do rotor do motor BLDC, é

$$T_{e}(t) = k_{t} \left( i_{a}(t) f(\theta_{a}(t)) + i_{b}(t) f(\theta_{b}(t)) + i_{c}(t) f(\theta_{c}(t)) \right),$$
(10)

sendo  $k_t$  a constante de torque do motor.

#### 2.3.2 Equacionamento mecânico do motor BLDC

Considerando o torque resultante do atrito viscoso  $T_{atrito}$  e o torque da carga  $T_{carga}$ , dado o princípio da conservação de energia, é possível obter a equação que relaciona velocidade e torque

$$J\frac{d\omega_m(t)}{dt} = T_e(t) - T_{atrito}(t) - T_{carga}(t),$$
(11)

onde J é o momento de inércia do rotor do motor mais o momento de inércia da carga refletida ao eixo do motor e

$$T_{atrito}(t) = b_p \omega_m(t) \tag{12}$$

e  $b_p$  é coeficiente de atrito viscoso.

Partindo do modelo matemático obtido para o sistema deste estudo, serão desenvolvidos e adaptados modelos em espaço de estado para as técnicas de controle propostas, em suas respectivas seções.

#### 2.4 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Para a obtenção do modelo da planta em espaço de estados para esta proposta, também partiu-se do equacionamento apresentado na Seção 2.3.

Considerando que o sistema trifásico é equilibrado, é possível eliminar a dinâmica de uma das fases da representação, pois  $i_c(t) = -i_a(t) - i_b(t)$ . Dessa forma, as dinâmicas do motor BLDC podem ser representadas em espaço de estados na forma

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_i(t) + Dd(t), \quad i \in \mathcal{M} := \{1, \dots, m\}$$
  

$$y(t) = Cx(t).$$
(13)

onde m é o número de modos de operação possíveis do sinal de controle e

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_a(t) \\ i_b(t) \\ \boldsymbol{\omega}_m(t) \end{bmatrix}, \quad u_i(t) = \begin{bmatrix} v_a(t) - v_b(t) \\ v_b(t) - v_c(t) \end{bmatrix}_i, \quad d(t) = \begin{bmatrix} e_a(t) - e_b(t) \\ e_b(t) - e_c(t) \\ T_e(t) - T_{carga}(t) \end{bmatrix}, \quad (14)$$

e

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R}{L - L_m} & 0 & 0\\ 0 & \frac{-R}{L - L_m} & 0\\ 0 & 0 & \frac{-b}{J} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{2}{3(L - L_m)} & \frac{1}{3(L - L_m)}\\ \frac{-1}{3(L - L_m)} & \frac{1}{3(L - L_m)}\\ 0 & 0 \end{bmatrix} e D = \begin{bmatrix} \frac{-2}{3(L - L_m)} & \frac{-1}{3(L - L_m)} & 0\\ \frac{1}{3(L - L_m)} & \frac{-1}{3(L - L_m)} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{J} \end{bmatrix}$$
(15)

A matriz *C* depende das variáveis controladas de cada processo. Sendo assim, para este caso é presumido que são feitas as medições das correntes de duas fases e da velocidade. Isto é, considera-se que o sistema será controlado pelas tensões aplicadas pelo inversor  $(v_a(t), v_b(t)$ e  $v_c(t))$ , enquanto as FCEM e demais torques serão tratados como perturbações na dinâmica. Levando em conta apenas os modos de operação que aplicam tensões não nulas no motor, tem-se o vetor  $u_i(t)$  com m = 6 modos de operação diferentes possíveis. A Tabela 2 apresenta o comportamento dos elementos de  $u_i(t)$  para os 6 modos de operação considerados.

| σ | $s_1$ | <i>s</i> <sub>2</sub> | <i>s</i> <sub>3</sub> | $v_a(t) - v_b(t)$ | $v_b(t) - v_c(t)$ |
|---|-------|-----------------------|-----------------------|-------------------|-------------------|
| 1 | 1     | 0                     | 0                     | $V_{cc}$          | 0                 |
| 2 | 1     | 1                     | 0                     | 0                 | $V_{cc}$          |
| 3 | 0     | 1                     | 0                     | $-V_{cc}$         | $V_{cc}$          |
| 4 | 0     | 1                     | 1                     | $-V_{cc}$         | 0                 |
| 5 | 0     | 0                     | 1                     | 0                 | $-V_{cc}$         |
| 6 | 1     | 0                     | 1                     | $V_{cc}$          | $-V_{cc}$         |

Tabela 2 - Tensões aplicadas pelo inversor adaptadas

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Os modos 0 e 7 serão desconsiderados neste trabalho por simplificação. Isso porque, do ponto de vista do controle, em especial do objetivo de estabilização, estes modos são redundantes. A tensão nula pode ser construída alternando entre modos complementares, que aplicam tensões positivas e negativas. Entretanto, em trabalhos futuros pode ser de interesse a adição destes modos, de forma a ampliar as combinações de forma direta.

#### **3 CONTROLE CHAVEADO**

Sistemas chaveados, de maneira geral, representam modelos de processos físicos nos quais a dinâmica do sistema se alterna entre diferentes modos de operação. Mais especificamente sistemas chaveados são constituídos de dinâmicas contínuas que descrevem cada subsistema e por uma determinada lógica de chaveamento que determina a dinâmica ativa em um dado momento. O uso de técnicas que utilizam uma lei de chaveamento para o controle destes sistemas é amplo, tanto no ambiente de pesquisa quanto em aplicações práticas. Dessa forma, este capítulo é destinado ao desenvolvimento de uma técnica de controle chaveado, como forma de investigação do controle do sistema. Inicialmente é feita uma contextualização teórica do assunto, identificando os critérios principais para aplicação e validação. Após, o modelo do processo é adaptado para a estratégia chaveada, a qual é apresentada e aplicada em condições variadas para análise dos resultados.

## 3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTROLE CHAVEADO

Os sistemas híbridos indicam os sistemas onde dois tipos de dinâmicas que coexistem e interagem, sendo uma dinâmica de tempo contínuo (tipicamente modelada por equações diferenciais) e outra composta por eventos discretos (tipicamente modelada por autômatos de estados finitos ou infinitos) (DECARLO et al., 2000; LIBERZON, 2003).

Os sistemas chaveados, uma subclasse dos híbridos em que a dinâmica de interesse é contínua, apresentam variações de acordo com estados ou com o tempo, podendo ser controlados ou autônomos, bem como com memória ou instantâneos. As técnicas de controle mais usuais costumam ter o objetivo de gerar referências de formas de onda desejadas para a realização de modulação por largura de pulso com base no sistema possivelmente linearizado e modelo médio ou de pequenos sinais, que utilizam aproximação por um sistema não chaveado. Ainda, de acordo com Dezuo (2010), existe a atuação de controle em sistemas chaveados com o intuito de definir a operação das chaves seguindo uma lei de chaveamento instantânea, cujas vantagens estão na inclusão de garantias de robustez e performance, bem como evitar efeitos indesejados de simplificações por linearização.

No contexto de controladores chaveados, Scharlau (2013) apresenta que existem diversas pesquisas destinadas a estudar a estabilidade, controlabilidade e observabilidade, além do desenvolvimento de técnicas que garantam requisitos de desempenho ótimo.

Os controladores chaveados podem apresentar desempenho superior quando comparados aos sistemas com apenas um controlador convencional contínuo (MAZANTI, 2011). Ainda, são comuns não linearidades presentes em modelos matemáticos serem aproximadas por seu comportamento na vizinhança de pontos de operação específicos, isto é, seu modelo linearizado. Entretanto, para suprir demandas de diferentes aplicações, pode ser interessante projetar controladores com garantias para qualquer ponto de operação de uma planta não linear. E o próprio chaveamento é uma não linearidade significativa.

#### 3.1.1 Caracterização de Sistema Chaveado

Um sistema chaveado, como apresentado por Liberzon (2003), Scharlau (2013) pode ser representado na forma

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t)), \quad i \in \mathscr{M} := \{1, \dots, m\}.$$
(16)

em que *m* representa um conjunto finito de modos de operação do sistema chaveado.

Este sistema em malha fechada é operado por um sinal de chaveamento constante por partes  $\sigma(t) := [0, \infty) \rightarrow \mathcal{M}$ . Uma função constante por partes é interpretada como um sinal que apresenta descontinuidades finitas em um dado intervalo finito de tempo e é constante entre as descontinuidades (HESPANHA, 2004).

Dependendo das características dos subsistemas, é feita uma classificação como linear, afim ou não afim. Os sistemas lineares são compostos por todas as dinâmicas lineares, sendo representados como:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t), \quad i \in \mathscr{M}.$$
<sup>(17)</sup>

Analogamente, os afins são compostos por subsistemas com função afim, representados como na Equação (18).

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i, \quad i \in \mathcal{M}.$$
<sup>(18)</sup>

Esta diferenciação entre as funções é importante no entendimento da forma de tratamento e projeto de lei de chaveamento para o controle. Por possuir um termo constante no campo vetorial, os sistemas afins apresentam maior dificuldade na convergência para a origem. Além disso, a obtenção do equilíbrio estável na origem do sistema associado ao erro de seguimento é, em geral, feita por meio de um modo deslizante. Estes são exemplos dos desafios relacionados ao controle de sistemas afins (SCHARLAU, 2013).

Já os sistemas não lineares apresentam dificuldades adicionais, uma vez que a dinâmica dos subsistemas é não linear. Assim, a escolha da lei de chaveamento é importante para a implicação de uma estabilização em uma região limitada ou para todo o espaço de estados (SCHARLAU, 2013).

#### 3.1.2 Critério de Estabilidade de Lyapunov

A estabilidade é a propriedade que garante que a resposta de um dado processo convirja para um ponto ou região de operação desejado em regime permanente. Esta pode ser classificada pela forma de convergência dos estados para o equilíbrio, sendo assintoticamente ou exponencialmente convergente, além de indicar o seguimento de um ponto específico de de um ciclo limite de equilíbrio (KHALIL, 2002).

Existem algumas situações acerca da estabilidade em sistemas chaveados que possuem relevância para análise. Um exemplo é que, mesmo um sistema com todos os modos de operação

exponencialmente estáveis, é possível que haja divergências em função do impacto dos sinais de comutação. Ainda, é possível alternar entre subsistemas instáveis e, mesmo assim, obter estabilidade (SCHARLAU, 2013).

Por ser um desempenho mínimo de um sistema controlado, a propriedade de estabilidade é um critério inicial para o projeto de controladores. Dada esta relevância e no contexto de aplicações chaveadas, o critério de estabilidade de Lyapunov possui grande destaque.

Lyapunov constatou que as variáveis de estado que convergem exponencialmente para um determinado ponto de equilíbrio quando a energia total de um sistema decresce com o tempo, indicando uma dissipação de energia (LIBERZON, 2003; KHALIL, 2002).

A caracterização matemática feita com o conceito de resposta em estado nulo da estabilidade é realizada a seguir (SCHARLAU, 2013; KHALIL, 2002; LIBERZON, 2003).

Seja um sistema dinâmico não linear

$$\dot{x}(t) = f(t, x(t)), \quad x(0) = x_0,$$
(19)

onde  $x(t) \in \mathfrak{X} \subseteq \mathbb{R}^n$  é o vetor de estados,  $\mathfrak{X}$  é uma região de vizinhança da origem e  $f := [0,\infty) \times \mathfrak{X} \to \mathbb{R}^n$ . Seja  $x_e$  um equilíbrio de f, tal que  $f(t,x_e) = 0, \forall t \in [0,\infty)$ , então:

- 1. O equilíbrio é Lyapunov estável se, para todo  $\varepsilon > 0$ , existe um  $\delta > 0$  tal que, se  $||x(0) x_e|| < \delta$ , então para todo  $t \ge 0$  tem-se  $||x(t) x_e|| < \varepsilon$ ;
- 2. O equilíbrio é assintoticamente estável se é Lyapunov estável e existe  $\delta > 0$  tal que se  $||x(0) x_e|| < \delta$ , então  $\lim_{t\to\infty} ||x(t) x_e|| = 0$ ;
- 3. O equilíbrio é exponencialmente estável se é assintoticamente estável e existem  $\alpha > 0$ ,  $\beta > 0$ ,  $\delta > 0$  tais que se  $||x(0) - x_e|| < \delta$ , então  $||x(t) - x_e|| \le \alpha ||x(0) - x_e||e^{-\beta t}$ , para todo  $t \ge 0$ .

A interpretação teórica para as representações anteriores é:

- 1. O equilíbrio Lyapunov estável indica que as soluções que iniciam próximas o suficiente (distância  $\delta$ ) do equilíbrio permanecem perto o suficiente ( $\varepsilon$ ) para sempre;
- Na estabilidade assintótica, além de permanecerem perto o suficiente, convergem eventualmente para o equilíbrio;
- 3. A estabilidade exponencial indica que esta convergência ocorre de forma mais rápida ou igual a uma taxa específica.

Assim, partindo deste entendimento, são desenvolvidos princípios e propriedades que auxiliam na análise e na elaboração de leis de controle.

#### 3.1.3 Projeto de Lei de Chaveamento via Desigualdades Matriciais Lineares

As Desigualdades Matriciais Lineares (LMIs)<sup>1</sup> têm como função relacionar as variáveis de decisão (a serem determinadas), seguindo uma estrutura linear ou afim. Uma vez que estas desigualdades expressam restrições convexas, podem ser aplicadas em problemas de otimização de funções convexas. Por apresentar grande adaptabilidade na formulação de diferentes problemas de controle, este método tem ganhado popularidade na área (BOYD et al., 1994).

A estabilidade de Lyapunov é um exemplo de problema que pode ser resolvido com o uso de LMIs (ALAMO et al., 2006). Neste caso, em 1890 foi apresentado que a estabilidade de um sistema linear equivale a existência de uma matriz *P* positiva definida que satisfaça uma relação adaptada de:

$$A'P + PA < 0, \tag{20}$$

Em uma aplicação prática, as LMIs são utilizadas para delimitar uma região possível para as soluções do problema modelado. Atualmente, existem diversas ferramentas de cálculo para resolução computacional, como *solvers* (SeDuMi, SDPT3 etc.) e *parsers* (Yalmip) para interface entre os *solvers* e as condições LMIs (ALAMO et al., 2006).

# 3.2 LEI DE CHAVEAMENTO COM FUNÇÃO DO TIPO MAX

Para o uso dos conceitos de controle chaveado, o modelo apresentado nas Equações (13) - (15) será particularizado. As matrizes  $A \in C$  são iguais e constantes. O termo Dd(t) é tratado como perturbação. O termo  $Bu_i(t)$  será definido como  $b_i$ , sendo o produto de B com as combinações de tensão de saída do inversor,  $u_i$ .

A técnica de controle chaveado em duas malhas proposta é apresentada na Figura 3.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Do inglês, *Linear Matrix Inequalities*.



Figura 3 – Estrutura de controle chaveado do tipo 'max' com six-step proposta

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

De forma resumida, a estrutura a divisão das malhas consiste em uma externa, composta por um controlador proporcional integrativo em conjunto com a técnica *six-step* que objetiva a geração de referências de corrente para a malha interna. Esta, por sua vez, é um controlador chaveado, cuja lei de chaveamento do tipo 'max' é feita com funções auxiliares calculadas previamente via LMIs. Para esta proposta, não estão incluídas restrições operacionais da planta e as não linearidades trapezoidais do motor BLDC são tratadas sem utilização de técnicas de linearização.

Dada a velocidade de referência  $\omega_{ref}$ , a geração das referências dos estados das correntes de fase do motor é divida em duas etapas. Na primeira etapa, obtém-se a amplitude das referências e na segunda, a forma de onda que compense as não linearidades trapezoidais da FCEM. A primeira etapa é realizada de forma a eliminar o erro de regime permanente do estado de velocidade, cuja dinâmica é muito mais lenta que a das correntes. Para isso, neste trabalho é utilizada uma malha externa com o controlador PI

$$i_{ref}(t) = i_{reg}(t) - k_p(\boldsymbol{\omega}_m(t) - \boldsymbol{\omega}_{ref}) - k_i \int_0^t (\boldsymbol{\omega}_m(t) - \boldsymbol{\omega}_{ref}) dt, \qquad (21)$$

que impõe desvios corretivos na corrente de regime permanente  $i_{reg}$ , obtida a partir da Equação (10) em regime permanente, como em Liberato et al. (2018), dada por

$$i_{reg} = \frac{b_p \omega_{ref}}{2k_t}.$$
(22)

Para a obtenção da forma de onda das referências, a Tabela 3, adaptada de Liberato et al. (2018), apresenta o valor das correntes de fase para cada passo de comutação.
| Posição do eixo                | Step | <i>i</i> <sub>a<sub>ref</sub></sub> | <i>i</i> <sub>b<sub>ref</sub></sub> | $i_{c_{ref}}$          |
|--------------------------------|------|-------------------------------------|-------------------------------------|------------------------|
| $0 < \theta_e \le \pi/3$       | 1    | 0                                   | $-i_{ref}$                          | <i>i<sub>ref</sub></i> |
| $\pi/3 < \theta_e \leq 2\pi/3$ | 2    | <i>i<sub>ref</sub></i>              | $-i_{ref}$                          | 0 <sup>°</sup>         |
| $2\pi/3 < 	heta_e \leq \pi$    | 3    | <i>i</i> <sub>ref</sub>             | 0                                   | $-i_{ref}$             |
| $\pi < 	heta_e \leq 4\pi/3$    | 4    | 0                                   | i <sub>ref</sub>                    | $-i_{ref}$             |
| $4\pi/3 < \theta_e \le 5\pi/3$ | 5    | $-i_{ref}$                          | i <sub>ref</sub>                    | 0                      |
| $5\pi/3 < \theta_e \leq 2\pi$  | 6    | $-i_{ref}$                          | 0                                   | <i>i<sub>ref</sub></i> |

Tabela 3 – Acionamento *six-step* em  $120^{\circ}$ 

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A construção da lei que rege a malha de controle chaveado é apresentada a seguir. O detalhamento matemático do desenvolvimento pode ser encontrado em Scharlau (2013), Bolzern e Spinelli (2004), Trofino et al. (2009), Xu, Zhai e He (2008) e Filippov (2013).

Sendo a planta a ser controlada um sistema afim na forma da Equação (18), o objetivo do controle é determinar um sinal de chaveamento  $\sigma$  de tal forma que os estados do sistema sejam conduzidos para uma dada referência

$$\lim_{t \to \infty} x(t) = \bar{x}.$$
(23)

Dado  $\bar{x}$ , o erro de seguimento é definido como

$$e(t) := x(t) - \bar{x}, \tag{24}$$

e a dinâmica (18) pode ser reescrita como

$$\dot{e}(t) = A_i e(t) + k_i, \quad k_i := b_i + A_i \bar{x}.$$
 (25)

No caso do motor, como expresso na Equação (15), as matrizes  $A_i$  são iguais para todos os modos de operação, o vetor  $[u_1 \ u_2 \ u_3]'_i$  representa a combinação de chaves possíveis e

$$k_{i} = B \cdot V_{cc} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{1} \\ u_{2} \\ u_{3} \end{bmatrix}_{i}$$
(26)

Sendo assim, é possível formular a lei de chaveamento a partir de e(t), para que o controle atue de forma a anular o erro de seguimento, ou seja  $\sigma(e(t))$ .

Generalizando para incluir a possibilidade de ocorrência de dinâmicas de modos deslizantes, a dinâmica do erro de seguimento, de acordo com Filippov (2013), pode ser tratada como uma combinação convexa entre os campos vetoriais de cada subsistema:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i \in \sigma(e(t))} \theta_i(e(t)) (A_i e(t) + k_i), \quad \theta(e(t)) \in \Theta.$$
(27)

onde  $\theta_i$  é um elemento de combinação convexa entre os modos de operação e

$$\Theta := \left\{ \begin{array}{c} \theta : \sum_{i=1}^{m} \theta_i = 1, \quad \theta_i \ge 0 \end{array} \right\}.$$
(28)

Neste trabalho será considerada a estratégia de chaveamento do tipo 'max' proposta em Trofino et al. (2011).

Esta metodologia de chaveamento considera funções auxiliares  $v_i(e(t)), i \in M$  associadas aos subsistemas para realizar a escolha do modo de operação a ativar através da lei de chaveamento

$$\sigma(e(t)) := \arg\max_{i \in M} \{v_i(e(t))\}.$$
(29)

A ideia é que  $\sigma(e(t))$  faça com que a dinâmica do erro seja assintoticamente estável, conduzindo os estados do sistema chaveado para a origem. Assim, com base na estabilidade de Lyapunov e na formulação do modelo por LMIs, são definidas as condições suficientes para o projeto.

As funções auxiliares possuem a estrutura particular

$$v_i(e(t)) = e(t)' P_i e(t) + 2e(t)' S_i,$$
(30)

onde  $P_i = P'_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$  e  $S_i \in \mathbb{R}^n$  são as matrizes a serem determinadas.

Dessa forma,

$$V(e(t)) = \max\{v_i(e(t))\}$$
(31)

é uma função de Lyapunov para o sistema em malha fechada e a origem de (27) é globalmente assintoticamente estável sob ação do chaveamento (29).

Para isso, as matrizes *S*, *P* e *L* resolvem o seguinte conjunto de LMIs (TROFINO et al., 2011):

$$P > 0, \quad \sum_{i=1}^{m} \theta_i S_i = 0, \quad Q'_a (\Psi + \phi + LC_b(\theta) + C_b(\theta)'L')Q_a < 0.$$
(32)

As quais utilizam como matrizes e vetores auxiliares:

$$A = [A_{1} \dots A_{m}], \qquad K = [k_{1} \dots k_{m}]$$

$$P = [P_{1} \dots P_{m}], \qquad S = [S_{1} \dots S_{m}]$$

$$\alpha = [\alpha_{1} \dots \alpha_{m}], \qquad \mathbf{1}_{m} = [1 \dots 1] \in \mathbb{R}^{1 \times m}$$

$$I_{a} = \mathbf{1}_{m} \otimes I_{n}, \qquad \bar{P} := \sum_{i=1}^{m} \bar{\theta}_{i}P_{i}$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} A'P + P'A & \star \\ K'P + S'A & K'S + S'K \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \alpha'(P - \bar{P}I_{a}) + (P' - I'_{a}\bar{P})\alpha + P'A & \star \\ 2S'\alpha & 0_{mxn} \end{bmatrix}$$

$$C_{a} = [0_{1 \times mn} \ \mathbf{1}_{m}], \qquad C_{b}(\theta) = [\mathbb{N}_{\theta} \otimes I_{n} \ 0_{rn \times m}]$$

$$(33)$$

em que  $\otimes$  representa o produto de Kronecker,  $\mathcal{N}_{\theta}$  é um anulador linear do vetor  $\theta_i := [\theta_1 \dots \theta_m]$ , como definido em Trofino et al. (2011), e  $\alpha_i$  são constantes definidas pelo projetista.

Partindo deste desenvolvimento, o Algoritmo 1 apresenta a proposta de controle em duas malhas com a técnica chaveada. Tem-se como ponto de partida  $\theta_e(0) = 0$ . A função SIX-STEP $(\theta_e(t), i_{ref})$  na Linha 5 do Algoritmo utiliza a Tabela 3 para a obtenção das referências das correntes.

# Algoritmo 1 ACIONAMENTO DO BLDC COM LEI DE CHAVEAMENTO COM FUNÇÃO 'MAX'

**Dados:**  $\omega_{ref}, \alpha_i$ **Entradas:** y(t)Saída:  $\sigma(t)$ 1: offline:  $S_i$ ,  $P_i$ 2: loop  $i_{ref} \leftarrow \text{Eq.}(21)$ 3:  $\theta_e(t) \leftarrow \text{Eq.}(8)$ 4:  $\begin{bmatrix} i_{a_{ref}} & i_{b_{ref}} \end{bmatrix}' \leftarrow \text{SIX-STEP}(\theta_e(t), i_{ref})$ 5:  $y_{ref} \leftarrow \begin{bmatrix} i_{a_{ref}} & i_{b_{ref}} & \boldsymbol{\omega}_{ref} \end{bmatrix}'$ 6:  $\sigma(t) \leftarrow$  LEI DE CHAVEAMENTO( $y(t), y_{ref}$ ) 7: retorna  $\sigma(t)$ 8:

Partindo do projeto, é feita a validação dos resultados. Os processos aplicados neste capítulos serão utilizados no seguinte, onde é desenvolvida a estratégia com controle preditivo.

# 3.3 APLICAÇÃO DO CONTROLE COM FUNÇÃO 'MAX'

A validação do controle é feita por meio de simulação, com código escrito no Matlab. Teve-se como base o desenvolvimento de uma plataforma de simulação, sem utilização de programação em blocos. Esta estrutura pode ser replicada e utilizada didaticamente em atividades futuras.

O motor BLDC considerado tem os parâmetros apresentados na Tabela 4. Estes parâmetros, bem como as principais características de operação da planta são referentes ao motor BLDC 45ZWN24-40, cujos dados de placa são: tensão de entrada de 24 V (RMS), torque nominal de 0,0924 N.m, rotação nominal de 4000 rpm e potência nominal de 40 W. O inversor adotado tem tensão de entrada  $V_{cc} = 24$  V. Supõe-se que  $i_a(t)$ ,  $i_b(t) \in \omega_m(t)$  estão disponíveis por medição e, portanto, *C* é uma matriz identidade de ordem 3.

| Parâmetro | Valor                | Unidade            |
|-----------|----------------------|--------------------|
| R         | 0,85                 | Ω                  |
| L         | $4,42	imes10^{-3}$   | Н                  |
| $L_m$     | $3,84 	imes 10^{-3}$ | Н                  |
| $k_e$     | 14,9                 | V.s/rad            |
| $k_t$     | 14,9                 | N.m/A              |
| J         | $16,82	imes10^{-6}$  | N.m.s <sup>2</sup> |
| $b_p$     | $3,7	imes10^{-6}$    | N.m.s              |
| P         | 4                    | -                  |

Tabela 4 - Parâmetros do BLDC simulado

Fonte: Elaborado a partir de Matos (2017).

Os parâmetros considerados na simulação são apresentados na Tabela 5.

| Característica      | Valor  |  |  |
|---------------------|--|--|--|
| Passo de simulação  | 1 μs   |  |  |
| Tempo de amostragem | 1 µs   |  |  |
| Tempo de simulação  | 5 s  |  |  |
| $\omega_{ref}(t)$   | $\begin{cases} 3000 \text{ rpm} & \text{para } t < t_{max}/3 \\ 4000 \text{ rpm} & \text{para } t \ge t_{max}/3 \end{cases}$ |  |  |
| $T_{carga}(t)$      | $\begin{cases} 0 \text{ N.m} & \text{para } t < 2t_{max}/3 \\ 0, 1 \text{ N.m} & \text{para } t \ge 2t_{max}/3 \end{cases}$  |  |  |

Tabela 5 - Características de simulação

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Os parâmetros do PI gerador de referências foram estipulados empiricamente como sendo  $k_p = 0,03$  e  $k_i = 0,008$ . Esses ganhos afetam a amplitude das referências de corrente, o que, por sua vez, implica no torque a ser aplicado no BLDC e consequentemente na dinâmica da velocidade. Como o foco do trabalho não é o controlador PI, aliado ao fato de ser uma técnica difundida no controle, as análises para escolha dos ganhos foram realizadas previamente e não estão incluídas neste documento.

Assim, a seguir são explorados os resultados obtidos com a aplicação da técnica chaveada proposta. A Figura 4 apresenta a velocidade obtida no motor.



Figura 4 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com técnica chaveada

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Na partida do motor, o tempo de assentamento na referência inicial de 3000 rpm foi de aproximadamente 0,65 s com um sobressinal de 13,3%. Após a mudança de referência para 4000 rpm, onde há menor liberdade de excursão do sobressinal, o sobressinal obtido foi de 3,4%. Com a inserção de uma carga, o tempo de assentamento foi de 0,52 s, indicando boa resposta à perturbação.

A Figura 5 apresenta a forma da corrente na fase a e da referência gerada pela malha externa. Na Figura 6 é possível ver o detalhe das correntes das fases a, b e c em um trecho já estabilizado.



Figura 5 – Corrente na fase a com técnica chaveada





Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

De maneira geral, as referências de corrente geradas pela malha com PI e *six-step* foram respeitadas e foi notada uma variação no tempo de adaptação entre as correntes na troca de posição do eixo ( $\theta_e(t)$ ).

A corrente apresentou rápida resposta nos instantes de mudança de velocidade e inserção de carga, indicando um quase desacoplamento das dinâmicas mecânica (lenta) e elétrica (rápida), justificando a estrutura em cascata do PI e do controle chaveado. Os ruídos de cerca de 0,05 A (cerca de 5% da referência com a carga) estão associados à rápida dinâmica dessas variáveis e ao passo de simulação e amostragem escolhidos, o que influencia no tempo entre chaveamentos.

No gráfico das correntes são vistas as respostas das três fases, onde a forma de onda da referência é deslocada de 120° elétricos. Nota-se que a cada degrau de referência em duas fases, a terceira é momentaneamente perturbada devido à conexão interna da máquina em estrela. Assim, sempre que há troca de posição, ocorre uma perturbação na corrente que não sofre alteração na referência no instante. Como exemplo, quando as referência  $i_{b_{ref}}(t)$  e  $i_{c_{ref}}(t)$  se alternam, a corrente  $i_a$  passa por uma variação, mesmo mantendo a mesma referência. Entretanto, foi notado que a perturbação na fase a foi maior que nas demais e isso se dá por tempo de assentamento levemente superior na fase c, que é consequência das demais correntes.

Já a Figura 7 apresenta o comportamento das tensões aplicadas nas três fases pelo inversor, regidas pelo chaveamento, indicado na Figura 8.



Figura 7 - Tensões em detalhe com técnica chaveada





Figura 8 – Chaveamento em detalhe com técnica chaveada

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

O comportamento das tensões está diretamente ligado ao sinal de chaveamento. Entretanto, para melhor visualização, a quantidade de pontos selecionadas no gráfico é diferente. Nota-se predominância de sequências de chaveamento entre pares específicos de modos. Isso indica que a lei de chaveamento impõe uma modulação que se assemelha com técnicas tradicionais tipicamente empregadas no acionamento de motores.

Entretanto, nota-se que os chaveamentos realizados com a técnica proposta neste artigo não se restringem a uma modulação entre dois ou três modos específicos, tendo liberdade de ajustar o chaveamento para o que for necessário em um dado instante. O tempo entre chaveamentos consecutivos é de no mínimo o tempo de amostragem. A frequência de chaveamento poderia ser limitada empiricamente ao custo de um maior *ripple* nas correntes, como nas técnicas tradicionais.

#### 3.3.1 Aplicação em modelo não ideal

De forma adicional às simulações realizadas com o modelo da planta proposta, são inseridas características não ideais para verificar o comportamento do controle. Assim, considerase ruído de medição aleatório nas correntes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$  com uma amplitude de até 5% do valor lido. Ainda, é incluído um descasamento de modelo que implica em uma redução de 10% na tensão aplicada pelo inversor no motor. Ou seja, um descasamento de 10% nos elementos das matrizes  $b_i$ , que definem a ação de controle.

A seguir são indicados os resultados obtidos com a inserção destas características não ideais. A Figura 9 apresenta a velocidade.

Figura 9 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com técnica chaveada na planta não ideal



Os aspectos de respostas obtidos foram semelhantes. Na partida do motor, o tempo de assentamento na referência inicial de 3000 rpm foi de aproximadamente 0,75 s com um sobressinal de 13,5%. Nos demais pontos de alteração das condições de simulação, os resultados foram semelhantes aos obtidos com a aplicação sem ruído e descasamento. No geral, foi notado um pequeno aumento no tempo de assentamento resposta da velocidade.

As Figuras 10, 11 e 12 apresentam, respectivamente, a corrente na fase a, o detalhe da corrente na fase a e o detalhe das correntes nas três fases.



Figura 10 – Corrente na fase *a* com técnica chaveada na planta não ideal

Figura 11 – Detalhe da corrente na fase *a* com técnica chaveada na planta não ideal



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Figura 12 – Correntes em detalhe com técnica chaveada na planta não ideal

Nas saídas das correntes é possível verificar o efeito dos ruídos de medição inserido na simulação. Também foi percebido um tempo maior para a corrente seguir a referência e uma variação de maior amplitude no instante de troca entre de posição do eixo das correntes das outras duas fases. Ainda, há um comportamento oscilatório entre os ruídos das correntes, mas explicado pela inserção do valor aleatório e diferente para cada fase.

A Figura 13 apresenta o comportamento do chaveamento entre os modos de operação.



Figura 13 - Chaveamento em detalhe com técnica chaveada na planta não ideal

No chaveamento é possível verificar comportamento semelhante ao controle na planta sem os efeitos do descasamento e do ruído, com a característica sequencial entre os modos de operação. A tensão definida pelo comportamento do chaveamento se apresenta limitada, com um valor em 90% do que é considerado para o projeto do controle.

### 3.3.2 Considerações

Como constatado, a técnica estudada cumpre com os objetivos e apresenta bons resultados no controle da planta. A inserção das características não ideais reforçou o potencial de eficácia da técnica, mesmo em casos que não se consideram ruídos e descasamentos de modelo no projeto de controle.

Vale destacar que o projeto da lei de chaveamento foi realizado visando apenas o objetivo de estabilização. Outros aspectos podem ser incluídos, como performance, custo garantido e  $H\infty$ , como em Trofino et al. (2011) e Senger e Trofino (2016).

Foi identificada uma dificuldade relevante na resolução do problema considerando uma proposta com apenas uma malha, que tornaria o controle independente da malha de PI. Este desafio está na determinação de uma estrutura melhorada para as funções auxiliares  $v_i(e(t))$  que resulte em condições de estabilidade de Lyapunov com solução através de problemas LMI para este caso devido às não linearidades que surgem no acoplamento das malhas. Entretanto, existe

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

uma perspectiva, uma vez que algumas estruturas testadas resultaram em funcionamento pleno nas simulação, apresentando, contudo, grande desafio na formalização matemática da dedução.

### **4 CONTROLE PREDITIVO**

Este capítulo é destinado ao desenvolvimento da técnica de controle preditivo. Inicialmente é feita uma contextualização do tema, apresentando a base teórica de conceitos relevantes e necessários para o projeto do controle. Após, é definido o modelo da planta a ser utilizado. Por fim, é explicada a técnica proposta, juntamente com a aplicação de diferentes condições e a análise isolada dos resultados.

## 4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DE CONTROLE PREDITIVO

De acordo com Camacho e Bordons (2007), o MPC calcula uma entrada para o modelo controlado por meio da otimização de uma função custo, dado um modelo de predição do comportamento da planta em um instante futuro. O modelo de predição tem como base um horizonte retrocedente de predição *N* predefinido. O MPC permite o tratamento de restrições e de classes diversas de modelos, inclusive de sistemas de múltiplas entradas e saídas e de não linearidades conhecidas. De acordo com Camacho e Bordons (2007), as ideias do controle preditivo podem ser resumidas em:

- 1. Utilização de um modelo do sistema para cálculo de instantes futuros das saídas;
- 2. Uso de horizontes de predição, de controle e retrocedente;
- 3. Definição de uma função custo a ser minimizada com o cálculo da sequência de controle;
- 4. Aplicação do primeiro valor da sequência de controle ótima calculada;
- 5. Recálculo da sequência para o período de amostragem seguinte.

O MPC foi inicialmente elaborado na década de 70, ganhando força nos anos 90 ao utilizar a representação de espaço de estados. Seu início foi direcionado para aplicações da área petroquímica, que comumente tratam processos com dinâmicas mais lentas. Entretanto, os desenvolvimentos mais recentes proporcionam mais confiabilidade para o controle em outros setores tanto no meio acadêmico, quanto industrial (SOUZA, 2015; AGNOLO, 2019).

Dentre as características que potencializam o uso do MPC estão: o tratamento de restrições, que permite a operação da planta em regiões viáveis; a variabilidade de modelos que podem ser controlados; potencial para controle de sistemas não lineares; e a aplicabilidade em sistemas com múltiplas entradas e saídas (MIMO)<sup>1</sup> (AGNOLO, 2019).

Além disso, Camacho e Bordons (2007) explica que outras vantagens do controle preditivo são: é intuitivo, com ajuste relativamente simples; pode ser facilmente adaptado para variados processos, desde os que apresentam dinâmicas mais simples até as mais complexas, incluindo sistemas com longo tempo de atraso, de fase mínima ou instáveis; possui compensação para tempo morto; e o controlador resultante é fácil de implementar em lei de controle linear.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Do inglês, *Multiple Input Multiple Output*.

Como desvantagens e desafios a serem superados estão: maior complexidade em relação a controladores tradicionais, como Proporcional Integral Derivativo (PID); o custo computacional aumentado no tratamento de restrições; e forte dependência de um modelo representativo da planta (CAMACHO; BORDONS, 2007).

O MPC possui ampla gama de aplicações, mas parte de um mesmo conceito operacional para a construção dos conjuntos de métodos de controle. As características básicas, de acordo com Santos et al. (2007), podem se resumir em:

- 1. Horizontes de predição, de controle e retrocedente;
- 2. Função custo;
- 3. Modelo de predição;
- 4. Otimização.

A Figura 14 apresenta a estrutura básica de controladores preditivos.



Figura 14 – Estrutura básica do MPC

Fonte: Produção do autor (2022).

De acordo com Vazquez et al. (2017), o crescimento de pesquisas e estudos sobre o MPC para conversores e acionamento se dá, principalmente, pelo fato de que o MPC pode lidar facilmente com sistemas multivariáveis com restrições e não linearidades, mesmo apresentando alta carga computacional.

Com bases nas pesquisas iniciais dos conceitos básicos envolvidos no acionamento de máquinas elétricas e de uma análise do desenvolvimento da aplicação de controladores preditivos chaveados nesses sistemas, foi definida a ideia de criar um controlador preditivo com o intuito de aplicar no controle de motores elétricos, especificamente no BLDC.

### 4.1.1 Horizontes de predição e controle

Os horizontes são parâmetros do MPC definidos como entrada pelo projetista. A medida de quantos passos a frente deseja-se predizer o comportamento da planta é chamada de horizonte de predição (*N*). Ou seja, o horizonte de predição consiste na quantidade de intervalos futuros que serão avaliados a cada amostra pelo controlador preditivo de acordo com o intervalo de controle definido, de forma a otimizar o conjunto das variáveis de controle (CAMACHO; BORDONS, 2007; GALVAO, 2009).

Este intervalo de períodos de amostragem futuros que define onde a ação de controle será considerada é indicado pelo horizonte de controle (*M*). Sendo assim, o horizonte de controle pode ser definido como o número de movimentos das variáveis manipuladas dentro do intervalo de controle (CAMACHO; BORDONS, 2007; GALVAO, 2009).

Para a escolha dos horizontes, existem sugestões na literatura. Como apresentado por MathWorks (2022), alguns critérios a serem considerados para a definição do horizonte de predição são:

- Seja o tempo de resposta da planta T, definir N para que T seja pelo menos N vezes o tempo de amostragem T<sub>s</sub>;
- Partir de um *N* e aumentar gradativamente até que o impacto do aumento seja pequeno, considerando a aplicabilidade prática e o tempo de excursão do sinal de controle;
- Quando definido o horizonte e mantê-lo constante, variando apenas os demais parâmetros do controlador. Ou seja, não utilizar este horizonte para ajuste do controle;
- Validar se os atrasos da planta não limitam a resposta do sistema dentro do horizonte definido.

Já para a escolha do horizonte de controle, MathWorks (2022) elenca as seguintes sugestões:

• O horizonte de controle deve estar entre 1 e o horizonte de predição (*N*);

- Quanto menor o horizonte de controle, menor será o custo de computação para cálculo da solução;
- Pode ser interessante definir  $M \ll N$ , dependendo das características da planta, visto que geralmente as plantas são não causais, em que u(k+M) não influencia em y(k+M);
- Caso a planta tenha atrasos, *M* não deve ser igual a *N*.

As estratégias e premissas utilizadas para a escolha dos horizontes variam de acordo com o modelo a ser controlado. De acordo com Galvao (2009), com a adoção de M < N é possível avaliar melhor o efeito das ações de controle na saída da planta, além de reduzir o custo das variáveis do problema de otimização.

Figura 15 – Horizonte de predição e de controle



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

### 4.1.2 Função custo

A atuação do controle preditivo baseado em modelo parte do objetivo de minimizar a função custo com base na lei de controle projetada (LÖFBERG, 2003). De acordo com Camacho e Bordons (2007), o MPC consiste em uma classe de controladores que, a partir de um modelo do sistema, atua na predição das ações futuras de forma que a função custo seja minimizada.

A função custo é uma equação, geralmente escrita na forma quadrática no sinal de controle e nos estados da planta, cuja minimização faz com que a trajetória do sistema siga para a

origem (SOUZA, 2015). Adicionalmente, Goncalves (2012) apresenta que a função custo é uma característica definida pelo projetista que consiste em um índice de desempenho do controlador, sendo responsável pela otimização deste. No caso do MPC, a ação do controlador preditivo é a responsável pela otimização.

Como existem diferentes abordagens preditivas, também existem variações nas funções custo. Entretanto, Gesser (2016) apresenta que, geralmente, as funções custo possuem como característica a análise do rastreamento, tendo como base o seguimento de uma referência  $y_{ref}(k+1)$  para saídas preditas  $\hat{y}(k+i | k)$  e o esforço do sinal de controle aplicado para este seguimento  $\hat{u}(k+i-1 | k)$ .

Para sistema de uma entrada e uma saída, SISO (*Single Input Single Output*), a estrutura padrão de uma função custo pode ser:

$$J(\hat{y}(k+1|k),\ldots,\hat{y}(k+N|k),\hat{u}(k+i-1|k),\ldots,\hat{u}(k+M-1|k)) = \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}(k+i)]^2 + \rho_u \sum_{i=1}^{M} [\hat{u}(k+i-1|k)]^2,$$
(34)

em que  $\rho_u$  é o fator de penalização da ação de controle e o custo do esforço de controle.

#### 4.1.3 Modelo de predição

Um modelo de predição consiste em uma função que representa o comportamento do processo a ser controlado. Este modelo precisa ser capaz de, com base na dinâmica da planta, predizer com boa precisão as estimativas de saídas futuras, ao mesmo tempo que mantém um equilíbrio entre esta função e a complexidade de operação, de forma a reduzir a carga computacional do controle (CAMACHO; BORDONS, 2007; BORDONS; MONTERO, 2015).

De acordo com Agnolo (2019), existem diferentes métodos de obtenção do modelo de predição no controle preditivo, entre elas podem ser citadas: espaço de estados, convolução e função de transferência.

A representação em espaço de estados é um modelo matemático de um conjunto de variáveis de estado, entrada e saída relacionados por equações diferenciais de primeira ordem. Os modelos em espaço de estado são uma classe particular de modelos de variáveis ocultas. A estrutura apresenta flexibilidade suficiente para descrever uma ampla variedade de padrões, além de maior facilidade de utilização. Por fim, modelos de espaço de estados são utilizados para construir modelos a partir de muitos componentes probabilísticos e determinísticos, que não se limitam a sistemas lineares e com condições iniciais nulas (HOLMES; SCHEUERELL; WARD, 2020).

Assim, com base nas vantagens do modelo em espaço de estados, este método é aplicado nesse trabalho. Para melhor compreensão do modelo a ser obtido, o desenvolvimento parte de um sistema SISO, sem restrições, linear, invariante no tempo, descrito a seguir (CAMACHO; BORDONS, 2007; AGNOLO, 2019). A obtenção para o modelo MIMO é feita de forma análoga.

Considerando uma planta de tempo contínuo descrita em espaço de estados por:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_c x(t) + B_c u(t) \\ y(t) = C_c x(t). \end{cases}$$
(35)

É possível discretizar a Equação (35) utilizando o método de discretização exata, de forma que:

$$x(t) = e^{A_c(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_c(t-\tau)}B_c u(\tau)d\tau.$$
(36)

Sendo os limitantes da integral  $t_0 = kT_s$  e  $t = (k+1)T_s$ , tem-se

$$x((k+1)T_s) = e^{A_c T_s} x(kT_s) + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A_c[(K+1)T_s - \tau]} B_c u(\tau) d\tau.$$
(37)

Sendo o sinal de entrada u(t) convertido em um sinal constante durante o período de amostragem  $T_s$  por um segurador de ordem zero (LAGES, 2009),

$$u(\tau) = u(kT_s), \forall \tau \in [kT_s, (k+1)T_s].$$
(38)

Assim, obtém-se

$$x((k+1)T_s) = e^{A_c T_s} x(kT_s) + \left[ \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A_c[(K+1)T_s - \tau]} B_c d\tau \right] u(kT_s).$$
(39)

Ao fazer,  $(K+1)T_s - \tau = \xi$  e substituir na Equação (39), chega-se a

$$x((k+1)T_s) = e^{A_c T_s} x(kT_s) + \left[ \int_0^{T_s} e^{A_c[\xi]} B_c d\xi \right] u(kT_s).$$
(40)

Denotando-se  $u(kT_s)$  e  $x(kT_s)$  por u(k) e x(k) na Equação (40), é possível obter o modelo da planta discretizado representado por:

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k), \\ y(k) &= Cx(k), \end{aligned} \tag{41}$$

com

$$x(k) \in \mathbb{R}^n, \ u(k) \in \mathbb{R}, \ y(k) \in \mathbb{R}, \ A \in \mathbb{R}^{n \times n}, \ B \in \mathbb{R}^{n \times 1}, \ C \in \mathbb{R}^{1 \times n}.$$

Onde,

$$A = e^{A_c T_s}$$
  

$$B = \int_0^{T_s} e^{A_c \xi} B_c d\xi.$$
(42)

Para simplificar a resolução de integrais complexas, que podem demandar elevado custo computacional, algumas aproximações são possíveis de serem realizadas (HOLMES; SCHEUERELL; WARD, 2020):

$$A = e^{A_c T_s} \approx I + A_c T_s,$$
  

$$B \approx B_c T_s.$$
(43)

Com o modelo em espaço de estado discretizado na forma da Equação (41), é possível realizar a predição, obtendo o equacionamento para *N* passos futuros.

Supondo x(k) conhecido na Equação (41), ao expandir para um dado horizonte de predição N, obtém-se para o estado:

$$\begin{split} \hat{x}(k+1 \mid k) &= Ax(k) + B\hat{u}(k \mid k), \\ \hat{x}(k+2 \mid k) &= A\hat{x}(k+1 \mid k) + B\hat{u}(k+1 \mid k) = A^2x(k) + AB\hat{u}(k \mid k) + B\hat{u}(k+1 \mid k), \\ \hat{x}(k+3 \mid k) &= A\hat{x}(k+2 \mid k) + B\hat{u}(k+2 \mid k) = A^3x(k) + A^2B\hat{u}(k \mid k) + AB\hat{u}(k+1 \mid k) + B\hat{u}(k+2 \mid k), \\ \vdots \\ \hat{x}(k+N \mid k) &= A^Nx(k) + A^{N-1}B\hat{u}(k \mid k) + A^{N-2}B\hat{u}(k+1 \mid k) + \dots \end{split}$$

E para a saída:

$$\begin{split} \hat{y}(k+1 \mid k) &= CAx(k) + CB\hat{u}(k \mid k), \\ \hat{y}(k+2 \mid k) &= CA^2x(k) + CAB\hat{u}(k \mid k) + CB\hat{u}(k+1 \mid k), \\ \hat{y}(k+3 \mid k) &= CA^3x(k) + CA^2B\hat{u}(k \mid k) + CAB\hat{u}(k+1 \mid k) + CB\hat{u}(k+2 \mid k), \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N \mid k) &= CA^Nx(k) + CA^{N-1}B\hat{u}(k \mid k) + CA^{N-2}B\hat{u}(k+1 \mid k) + \dots \\ &+ CAB\hat{u}(k+N-2 \mid k) + CB\hat{u}(k+N-1 \mid k). \end{split}$$

 $+AB\hat{u}(k+N-2 \mid k) + B\hat{u}(k+N-1 \mid k).$ 

Por fim, ao escrever a saída predita na forma matricial, pode-se obter a equação de predição, para N = M:

$$\begin{bmatrix} \hat{y}(k+1 \mid k) \\ \hat{y}(k+2 \mid k) \\ \vdots \\ \hat{y}(k+N \mid k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{u}(k \mid k) \\ \hat{u}(k+1 \mid k) \\ \vdots \\ \hat{u}(k+N-1 \mid k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^N \end{bmatrix} x(k)$$

Em forma vetorial, pode ser representado por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{f}_{\mathbf{u}}.\tag{44}$$

Tal que,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0\\ CAB & CB & \dots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CB \end{bmatrix}_{N \times N} \mathbf{f}_{\mathbf{u}} = \Phi_{u}x(k) \quad \Phi_{u} = \begin{bmatrix} CA\\ CA^{2}\\ \vdots\\ CA^{N} \end{bmatrix}_{N \times n} \mathbf{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}(k \mid k) \\ \hat{u}(k+1 \mid k) \\ \vdots\\ \hat{u}(k+N-1 \mid k) \end{bmatrix}_{N \times 1}$$

## 4.1.4 Otimização - Finite Control Set

Dentre as diversas estratégias existentes que utilizam o MPC, está o algoritmo conhecido como *Finite Control Set* (FCS), que é utilizado em casos de um número finito de ações de controle. Assim, a estratégia parte da ideia de verificar qual ação de controle minimiza a função

custo, uma vez que o problema de otimização para o sistema comutado pode ser reduzido à previsão do comportamento dos possíveis estados de comutação (VAZQUEZ et al., 2014). De acordo com Castro (2017), o FCS leva em consideração a natureza discreta dos sistemas, possibilitando simplificação no processo de minimização da função custo e da implementação online.

O mapeamento apresentado em (GONÇALVES; CRUZ; MENDES, 2019) realiza esta análise do contexto de utilização do FCS, técnica abordada em função do comportamento dinâmico e flexibilidade na definição dos objetivos de controle, sendo promissora como estratégia de alta performance.

Assim, com base no potencial observado da técnica literatura e como o processo analisado neste trabalho, trata-se de um sistema com conjunto finito de ações de controle e utiliza-se o algoritmo MPC-FCS. A estratégia do FCS parte da ideia de verificar qual das *m* ações de controle minimiza a função custo, uma vez que o problema de otimização pode ser reduzido à previsão do comportamento de cada modo de operação (VAZQUEZ et al., 2014).

A resolução do problema de otimização consiste basicamente na implementação de um algoritmo, como apresentado por Algoritmo 2, onde  $S_{opt}$  é o modo de operação que minimiza a função custo.

#### Algoritmo 2 ALGORITMO MPC-FCS

- 1: Amostragem de x(k)
- 2: Aplicar  $S_{opt}(k+1)$
- 3: Predição de  $\hat{y}_1, \hat{y}_2 \dots \hat{y}_S$
- 4: Avaliar  $J(\hat{y}_1), J(\hat{y}_2) \dots J(\hat{y}_S)$
- 5: Otimizar a função custo J
- 6: Armazenar  $S_{opt}(k+1)$

De acordo com Vazquez et al. (2014), o algoritmo MPC-FCS segue os passos base:

- 1) Medição ou estimação das variáveis de controle x(k);
- 2) Aplicação do estado de comutação ótimo, Sopt, calculado;
- Utilização do modelo de predição, para cada estado de atuação, para predizer o comportamento da variável de estado para o próximo período de amostragem;
- 4) Avaliação da função custo J;
- 5) Seleção do estado de comutação que minimiza a função custo e o armazenamento desta para aplicação no período de amostragem posterior.

## 4.2 TÉCNICA PREDITIVA PROPOSTA

A técnica preditiva proposta consiste na utilização do método, partindo dos conceitos de espaço de estado, modelo de predição, função custo e horizontes previamente apresentados.

56

A partir do modelo das Equações (13)-(15), é possível a utilização de MPC para o acionamento do motor como é apresentado na seção seguinte. Associando o MPC ao FCS, pode se considerar o conjunto finito de modos de operação do conjunto inversor-motor da Tabela 2, evitando assim aproximações por modelo médio, linearizações, saturação do sinal de controle e projeto de técnicas complexas de modulação.

A Figura 16 representa o fluxograma da técnica proposta.





Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Em resumo, a técnica proposta consiste na aplicação de duas malhas para o controle de um MSIP do tipo BLDC acionado por um inversor ponte completa, como apresentado na Figura 2. Na malha externa é utilizado um controlador PI juntamente com a técnica *six-step*, que recebe uma referência de velocidade e gera as referências de corrente, seguindo a mesma estrutura do apresentado na Seção 3.2. Na malha interna o controlador preditivo MPC-FCS é responsável pela determinação das tensões de saída, considerando as restrições impostas e os modos finitos de atuação do inversor, escolhendo a condição de operação que apresenta menor custo. Nesta proposta, as não linearidades trapezoidais do motor BLDC são tratadas sem utilização de técnicas de linearização.

Para a malha preditiva na técnica proposta, é considerado que a entrada de controle  $\hat{u}(k \mid k)$  só poderá variar até o horizonte *M*, ou seja, *M* < *N*. Assim, sendo *q* e *p* o número de variáveis manipuladas e controladas, respectivamente, o modelo de predição utilizado é dado

por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\mathbf{u} + \mathbf{f}_{\mathbf{u}}.\tag{45}$$

Onde,

$$G = \begin{bmatrix} CB & 0 & \dots & 0 \\ CAB & CB & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{M}B & CA^{M-1}B & \dots & CB \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & \dots & CA^{N-M-1}B \end{bmatrix}_{qN \times pM}$$
(46)  
$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \hat{u}(k \mid k) \\ \hat{u}(k+1 \mid k) \\ \vdots \\ \hat{u}(k+N-1 \mid k) \end{bmatrix}_{pM \times 1} \mathbf{f}_{\mathbf{u}} = \Phi_{u}x(k), \quad \Phi_{u} = \begin{bmatrix} CA \\ CA^{2} \\ \vdots \\ CA^{N} \end{bmatrix}_{qN \times n}$$
.

No contexto do FCS aplicado em um motor acionado por um inversor, a penalização do controle não é necessária, uma vez que o sinal de controle impõe uma alteração de abertura e fechamento das chaves do inversor, da posição 0 (aberta) para 1 (fechada) e vice-versa. Esta ação, para todos os modos de operação teria o mesmo peso na função custo, podendo ser desconsiderada. Sendo assim, a função custo é dada por

$$J(\hat{y}(k+1|k),\dots,\hat{y}(k+N|k)) = \rho_y \sum_{i=1}^{N} [\hat{y}(k+i|k) - y_{ref}(k+i)]^2$$
(47)

na qual é  $\rho_y$  é o fator de ponderação para priorização das variáveis de saída a serem analisadas para a tomada de ação do controlador.

Já a escolha dos horizontes de predição e de controle partem das premissas de permitirem a realização pela do controle de forma a reduzir o custo computacional agregado. Estes valores são apresentados e discutidos junto à aplicação da técnica.

Com isso, o Algoritmo 3 descreve a lógica de comutação proposta para o inversor que aciona o motor BLDC. Assume-se, sem perda de generalidade, que inicialmente o rotor encontrase na posição  $\theta_e(0) = 0$ . A função SIX-STEP( $\theta_e(t)$ ,  $i_{ref}$ ) na Linha 4 do Algoritmo 3 utiliza a Tabela 3 para a obtenção das referências das correntes de cada fase.

Algoritmo 3 ACIONAMENTO DO BLDC COM MPC-FCS

Dados:  $\omega_{ref}$ , N, M,  $\rho_y$ Entradas: y(k)Saída:  $\sigma(k+1)$ 1: loop 2:  $i_{ref} \leftarrow$  atualização PI - Eq. (21) 3:  $\theta_e(k) \leftarrow$  atualização velocidade - Eq. (8) 4:  $\begin{bmatrix} i_{a_{ref}} & i_{b_{ref}} \end{bmatrix}' \leftarrow \text{SIX-STEP}(\theta_e(t), i_{ref})$ 5:  $y_{ref} \leftarrow \begin{bmatrix} i_{a_{ref}} & i_{b_{ref}} & \omega_{ref} \end{bmatrix}'$ 6:  $\sigma(k+1) \leftarrow \text{MPC-FCS}(y(k), y_{ref})$ 7: retorna  $\sigma(k+1)$ 

Para a aplicação desta proposta são colocadas diferentes condições, de forma que seja possível analisar os impactos dos parâmetros definidos no projeto do controle, bem como a adaptação às condições práticas de operação da planta.

### **5 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

A validação desta técnica segue a mesma metodologia e mesma planta exemplo considerada na Seção 3.3, sendo a simulação feita via Matlab na estrutura desenvolvida para simular o funcionamento de motores BLDC.

## 5.1 APLICAÇÃO 1: VALIDAÇÃO DA PROPOSTA

Esta Seção traz a aplicação da técnica já com a escolha dos horizontes de predição e controle, sendo N = 5 e M = 2. Não são consideradas restrições e a malha de PI com *six-step* possui os mesmos parâmetros definidos na Seção 3.3,  $k_p = 0,03$  e  $k_i = 0,008$ . A Figura 17 apresenta a velocidade obtida no motor.



Figura 17 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com FCS

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Na partida do motor, o tempo de assentamento na referência inicial de 3000 rpm foi de aproximadamente 0,53 s com um sobressinal de 13,4%. Com o aumento da velocidade para 4000 rpm, o sobressinal foi de 3,3%. Com a inserção da carga o tempo de assentamento foi de 0,5 s.

As Figuras 18 e 19 apresentam, respectivamente a forma da corrente na fase a, com a referência, e o detalhe das correntes das fases a, b e c em um trecho já estabilizado.











O comportamento das correntes também mostrou grande semelhança quando comparado aos resultados obtidos na Seção 3.3, onde também foi percebida maior perturbação na corrente *a* no instante de troca de referência nas outras fases.

A resposta aos degraus de referência de velocidade foram rápidas, bem como na inserção da carga no sistema. Notou-se uma pequena divergência na resposta entre as correntes  $i_a$  e  $i_b$  com relação à corrente  $i_c$ . Os ruídos nas fases a e b foram de aproximadamente 0,03 A (cerca de 3% da referência com a carga), enquanto na fase c o ruído chega em 0,06 A, o que pode estar associado à estrutura do modelo da planta.

As Figuras 20 e 21 apresentam o comportamento das tensões aplicadas nas três fases pelo inversor, e o chaveamento que gera esta configuração.



Figura 20 - Tensões em detalhe com FCS

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Figura 21 – Chaveamento em detalhe com FCS

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Ainda que a saída obtida tenha apresentado semelhanças com a técnica preditiva e com a técnica chaveada, é possível identificar que, para uma mesma configuração de simulação, o comportamento do chaveamento apresenta características diferentes. Ainda que a modulação sequencial tenha sido imposta, de forma geral esta se concentra mais na alternância entre os modos 2 e 4 ou 3 e 5. Este pode ser um aspecto de interesse em sistemas com limitações no chaveamento.

De maneira geral, notou-se que com valores pequenos nos horizontes de controle e de predição, as respostas obtidas para velocidade e corrente foram semelhantes aos resultados na lei de chaveamento proposta no Capítulo 3.

## 5.2 APLICAÇÃO 2: MODELO NÃO IDEAL

De forma análoga ao apresentado na Seção 3.3.1, forma feitas simulações com a inclusão de ruídos de medição de até 5% em nas correntes de todas as fases, com valores aleatórios e 10% de descasamento na ação de controle. Assim, são indicados os resultados obtidos com a inserção destas características não ideais. A Figura 22 apresenta a velocidade.



Figura 22 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com FCS na planta não ideal

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Os aspectos de respostas obtidos foram semelhantes. Como esperado, houve um aumento no tempo de assentamento na partida do motor, atingindo, na referência inicial de 3000 rpm, aproximadamente 0,65 s. Notou-se uma redução no sobressinal inicial para 7%. Na alteração de velocidade e na inserção da carga, manteve-se comportamento semelhante, com leve redução no tempo de assentamento e na amplitude dos sobressinais.

As Figuras 23, 24 e 25 apresentam a corrente na fase a, o detalhe da corrente na fase a e o detalhe das correntes nas três fases, respectivamente.



Figura 23 – Corrente na fase a com FCS na planta não ideal

Figura 24 – Detalhe da corrente na fase a com FCS na planta não ideal



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Figura 25 – Correntes em detalhe com FCS na planta não ideal

Ao analisar a resposta das correntes, é possível verificar que o controle atua com sucesso. Com as características não consideradas no projeto, há um aumento nos níveis de ruído e no tempo de assentamento, gerados pela inserção do ruído de medição e do descasamento de modelo. Entretanto, sem impacto relevante na velocidade.

A Figura 26 apresenta o comportamento do chaveamento, que define as tensões aplicadas nas três fases pelo inversor.



Figura 26 – Chaveamento em detalhe com FCS na planta não ideal

Novamente, o comportamento do chaveamento possui a característica sequencial entre as combinações de chaves do inversor. As tensões seguem se alterando de acordo com estes modos de operação e apresentaram valores absolutos menores que os considerados na planta para o controle, de acordo com o descasamento simulado.

Em resumo, a técnica se mostrou eficaz para as considerações de não idealidades da planta que não foram consideradas no projeto.

As técnicas de controle preditivo possibilitam alterações de parâmetros de fácil realização, uma vez que já são considerados no modelo de predição. A seguir é apresentada uma análise do impacto da escolha dos horizontes na resposta.

# 5.3 APLICAÇÃO 3: ANÁLISE DOS HORIZONTES

A definição dos horizontes de predição e controle é de responsabilidade do projetista e, ainda que existam sugestões de escolha com base nas informações da planta, não há regras rígidas a serem seguidas. Nesse contexto, é interesse verificar o impacto dos valores atribuídos a estas variáveis na resposta do sistema, bem como na operacionalização do controle. Para melhor visualização do impacto dos horizontes, foram mantidos os ruídos de medição e o descasamento de modelo.

68

Na Figura 27 são apresentadas diferentes combinações de *N* e *M* e quais as implicações percebidas.



Figura 27 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com diferentes horizontes



(d) N = 100, M = 40



(e) N = 100, M = 96 Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Sabe-se, ainda, que existem outras influências na resposta obtida, como a escolha da taxa de amostragem e os ganhos de PI, mas que não serão variados de forma que não interfiram na finalidade de comparação.

Assim, as implicações na velocidade são pouco perceptivas no contexto desta aplicação. Para verificar em detalhes as diferenças, a Figura 28 apresenta as combinações mais relevantes para análise desta variação.



Figura 28 – Detalhe da velocidade com diferentes horizontes

(a) N = 5, M = 2



(b) N = 100, M = 2



(c) N = 50, M = 40



(d) N = 100, M = 96

Assim, é possível verificar que para valores mais baixos do horizonte de controle, a velocidade apresenta uma resposta mais lenta, porém com menos oscilações. Já na consideração de um horizonte de controle baixo, para valores maiores de horizonte de predição, a resposta se mostrou mais rápida, mas sem implicações em maiores oscilações.

Já a Figura 29 apresenta o comportamento da corrente com as diferentes configurações de horizontes, sendo neste caso já serem perceptíveis as implicações sem necessidade verificação do detalhe.


Figura 29 – Corrente na fase a com diferentes horizontes

(a) N = 100, M = 2



(b) N = 500, M = 2



(c) N = 50, M = 40



(d) N = 100, M = 40



(e) N = 100, M = 96 Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Para os horizontes de controle elevados, notou-se que a corrente apresentou atrasos e maior intensidade na atualização para o segmento da referência, o que gerou um erro de regime, que não impactou no segmento da velocidade.

De maneira geral é visto que é interessante manter o horizonte de controle menor que o horizonte de predição, de forma a avaliar melhor os efeitos das ações de controle na saída da planta. Além disso, valores elevados de *N* indicaram a demanda de maior estrutura de processamento, aumentando o custo computacional, não sendo interessante para aplicações *online* ou demandando *hardwares* com maior capacidade de processamento. Em casos que seja necessário valores maiores de *N*, também se torna interessante manter o horizonte de controle baixo, uma vez que o aumento deste também eleva o tempo de computação.

Nesta análise da influência dos horizontes no comportamento da planta, foi possível verificar que existem combinações que forçam um funcionamento das correntes que pode não ser o ideal e gerar desequilíbrio, mesmo que a velocidade seja atingida seguindo a referência.

# 5.4 APLICAÇÃO 4: RESTRIÇÃO DE PROTEÇÃO

Com o funcionamento adequado da técnica de controle preditivo proposta, o novo objetivo passa a ser a inclusão de restrições operacionais, de segurança e temporal. Esta consideração pode contribuir no bom desempenho da máquina de forma equilibrada, na segurança do uso dos equipamentos, bem como em estratégias operacionais da máquina. A inclusão de restrições aumenta a complexidade de encontrar soluções para o problema de otimização, uma vez que diminuem as possibilidades. Assim, uma solução explícita pode não ser obtida como no caso do problema sem restrições.

Para o tratamento de restrições, é considerada uma nova etapa no Algoritmo 3 apresentado anteriormente. Sendo assim, a nova estrutura adiciona raciocínio apresentado no Algoritmo 4.

#### Algoritmo 4 MPC-FCS COM RESTRIÇÕES

| <b>Dados:</b> N, $y_{min}$ , $y_{max}$ , $\Delta y_{min}$ , $\Delta y_{max}$ |  |
|--|--|
| 1:   | <b>função</b> MPC-FCS( $y(k), y_{ref}$ )                         |
| 2:   | for $i \leftarrow 1$ até $m$ faça                                |
| 3:   | for $j \leftarrow 1$ até N faça                                  |
| 4:   | $\hat{y}(k+j k) \leftarrow \text{Eq.}(45)$                       |
| 5:   | $\Delta \hat{y}(k+j k) \leftarrow \text{Eq.}(50)$                |
| 6:   | se (48) and (49) então   |
| 7:   | $J_i(k) \leftarrow \text{Eq.}(47)$                               |
| 8:   | senão  |
| 9:   | $J_i(k) \leftarrow \infty$                                       |
| 10:  | $\sigma(k+1) \leftarrow \arg\min_{i \in \mathcal{M}} \{J_i(k)\}$ |
| 11:  | retorna $\sigma(k+1)$  |

Neste trabalho as restrições de proteção e segurança consideradas foram nas saídas futuras e em suas variações dadas por

$$y_{min} \le \hat{y}(k+j|k) \le y_{max},\tag{48}$$

$$\Delta y_{min} \le \Delta \hat{y}(k+j|k) \le \Delta y_{max},\tag{49}$$

onde

$$\Delta \hat{y}(k+j|k) := \hat{y}(k+j|k) - \hat{y}(k+j-1|k).$$
(50)

Sendo assim, foram realizados testes com 3 diferentes configurações de restrições nas saídas.

Para melhor análise das restrições, optou-se por reduzir o tempo de resposta do controle, sendo alterados os ganhos do PI para  $k_p = 0,02$  e  $k_i = 0,01$ , utilizados em todos os testes a partir deste ponto.

As Figuras 30 e 31 apresentam o comportamento obtido com uma restrição imposta apenas sobre a velocidade.

Neste caso, é possível identificar que, na condição de  $\omega_{ref} = 4300 \ rpm$  e uma restrição de  $\omega_{max} = 4000 \ rpm$ , o sistema tenta alcançar a referência, mas essencialmente não ultrapassa o valor estipulado como máximo, sofrendo com oscilações de amplitude significativamente maior.

75

Como não foi imposta uma saturação na simulação, o controlador realiza uma modulação para que as correntes sejam suficientes para alcançar a velocidade definida. Entretanto, como existe a restrição, há uma variação excessiva na corrente para tentar corrigir o que o controle entende como erro de regime. Assim, a velocidade é afetada com oscilações maiores.



Figura 30 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com restrição na velocidade

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Figura 31 - Correntes em detalhe com restrição na velocidade

Já o comportamento das correntes sofreu perturbações relevantes, com elevados valores de pico, gerando potenciais riscos, dependendo dos limites da máquina. Vale ressaltar que os valores aqui estipulados objetivam a visualização do comportamento, não sendo resultados factíveis na prática.

Dessa forma, a segunda configuração de restrições abrange os limites de corrente. Pensando na aplicação de motores elétricos, a corrente é a variável com mais importância de ser restrita, visando a segurança dos equipamentos.



Figura 32 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com restrição na corrente

Figura 33 – Corrente na fase a com restrição na corrente



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

A Figura 34 apresenta o detalhe da corrente quando imposta a restrição de  $i_{a_{max}} = 1 A$ .



Figura 34 – Detalhe da corrente na fase a com restrição na corrente

É possível visualizar que, mesmo com uma referência de corrente acima do valor da restrição, o valor real permanece dentro da limitação. Nesta configuração de teste, as outras correntes compensaram o sistema de forma que a velocidade seguisse a referência dada pelo projetista. Porém a ideia da restrição é ser imposta em todas as correntes, considerando também que a máquina é projetada para atuar dentro da capacidade.

De uma forma geral, a inserção de restrições explicitou a sensibilidade do sistema que possui rápida resposta. Por isso, para os exemplos apresentados, foi necessária uma adaptação no ganho do controlador de forma que a resposta fosse mais lenta, evitando a desativação da máquina pela não possibilidade de segmento da referência.

Além disso, foi identificado que o aumento do horizonte de predição pode ser necessário, de forma que haja tempo de adaptação do sistema para as limitações impostas para as saídas.

Ainda, foram feitos testes com restrições rígidas na corrente e na velocidade, resultando na desativação da máquina, sendo um comportamento esperado no contexto das limitações de proteção, uma vez que a imposição posta era expressivamente menor que as referências necessárias para alcançar a velocidade desejada.

### 5.5 APLICAÇÃO 5: RESTRIÇÃO TEMPORAL DE CHAVEAMENTO

Além das restrições de saída e de variação de saída, também foram adicionadas restrições temporais, que limitam a frequência de chaveamento do controle.

As motivações para a imposição destas restrições podem estar vinculadas a aspectos operacionais, de proteção, de eficiência dos equipamentos, entre outros.

Em Vieira (2013) são trabalhadas estratégias de controle preditivo que englobam as restrições temporais de chaveamento. Entretanto, a proposta considera um controle com modos contínuos para aplicação em atuadores de sistemas aeroespaciais, que possuem dinâmica mais lenta.

Na formulação da lei de controle são inseridas as restrições temporais de chaveamento, as quais são impostas sobre as variáveis adicionadas que determinam o comportamento desejado, estando associadas às condições de atuação das chaves do inversor, ou seja, chave aberta ou fechada.

As definições para esta formulação consideram que  $t_{on_{min}}$  e  $t_{off_{min}}$  são múltiplos do período de amostragem e representam o tempo mínimo em que a chave deve permanecer ligada e desligada, respectivamente, após a mudança de estado. Partindo da relação entre estes tempos e o período de amostragem, a variável *L* representa uma janela de amostras determinada pela razão:

$$L_{on} = \frac{t_{on_{min}}}{T_s} \quad e \quad L_{off} = \frac{t_{off_{min}}}{T_s}.$$
(51)

Na abordagem definida, considera-se  $t_{on_{min}} = t_{off_{min}}$ , assumindo a janela de comprimento  $L = L_{on} = L_{off}$ . A Figura 35 representa a ideia geral da limitação no chaveamento. Para exemplificar, considera-se a variável L = 3.



Figura 35 – Princípio de funcionamento da restrição temporal de chaveamento

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Em resumo, a cada alteração de estado, a chave deve manter-se na mesma posição pelo menos por *L* amostras, limitando as alterações no sinal de controle. É importante destacar que é possível que o modo de atuação permaneça sem alterar por períodos maiores de amostragem não necessariamente múltiplos ao valor da janela de chaveamento. Após o atendimento da restrição, o controle definirá a transição entre as chaves de acordo com a otimização.

A aplicação da restrição temporal no motor BLDC do estudo é apresenta nas Figuras 36 e 37. Foi considerado um L = 5.

Como esperado pela rápida dinâmica do sistema, a velocidade segue a referência sem apresentar grandes amplitudes de oscilação. Já nas correntes, foi possível visualizar que o ruído aumentou, em função da redução do chaveamento.



Figura 36 – Resposta da velocidade  $\omega_m(t)$  com restrição temporal

Figura 37 – Corrente na fase a com restrição temporal



Fonte: Elaborada pelo autor (2022).



Figura 38 - Detalhe das correntes na com restrição temporal

Por fim, na Figura 39 é possível visualizar o chaveamento do inversor. Neste caso, nota-se uma redução dessa frequência, com base no tempo definido para a chave ficar ligada e desligada quando há uma alteração de estado.



Figura 39 – Detalhe do chaveamento na com restrição temporal

Fonte: Elaborada pelo autor (2022).

Vale ressaltar que há a alternativa de aumentar o período de amostragem para reduzir a frequência do chaveamento. Entretanto, esta opção restringe todas as sequências de chaveamento. Ao utilizar uma restrição temporal na atuação dos modos, há um ganho com redução dessa limitação. Além disso, essa estratégia permite o tratamento de tempos diferentes de limitação do acionamento e desacionamento das chaves, possibilitando diferentes combinações que atendam aos critérios de operação do sistema a ser aplicado, além de reduzir o número de chaveamentos e as perdas atribuídas.

Na aplicação deste estudo, a restrição temporal com tempo de chave ligada e desligada igual é suficiente pelo rápida dinâmica do sistema. Entretanto, pode ser interessante estudar também condições em que  $t_{on} \neq t_{off}$ , dependendo da aplicação e das demandas.

Ainda, a solução do problema foi também pensada na característica limitada de modos de atuação da planta. Neste contexto ela é válida e interessante por reduzir a complexidade e a necessidade de ferramentas auxiliares de cálculo.

#### 5.6 DISCUSSÕES

A partir dos resultados obtidos via simulação da proposta de controle preditivo FCS, verifica-se que o pleno funcionamento da máquina nas condições em que os testes foram realizados.

Como não foram estipulados requisitos de performance, os aspectos de resposta foram

levantados de forma a se ter uma dimensão do comportamento resultante para características como tempo de resposta, sobressinal e erro em regime permanente. Com isso, foram identificados bons resultados que indicam potencial de sucesso em casos de demandas específicas.

Quando inseridas as restrições nas variáveis de saída, foi visto que há o esforço para segmento das referências, mas ficando nas limitações impostas. Destaca-se que a análise não considera saturações que existem no âmbito prático. Assim, estas restrições demandam um estudo mais detalhado na aplicação experimental, sendo necessário analisar os horizontes, ganhos e penalizações que podem forçar a desativação da máquina por restringir excessivamente o controle.

O comportamento obtido com a restrição temporal de chaveamento foi satisfatório e condiz com os resultados esperados. Foi observado um impacto no ruído das correntes, mas em uma amplitude aceitável. Entretanto, a implicação de limitação no chaveamento pode ser um critério de atenção em aplicações que demandam precisão maior.

Ao realizar uma análise paralela entre as técnicas chaveada com função 'max' e preditiva dentro do mesmo contexto de aplicação, ambas obtiveram resultados satisfatórios. Por ter como característica o projeto do controle *offline*, a proposta com função 'max' demanda menor processamento e a simulação da planta é finalizada em cerca de 20% do tempo demandado pela proposta preditiva. Entretanto, com a restrição temporal do chaveamento, as propostas se aproximam em demanda de processamento.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho partiu do objetivo de controlar um motor BLDC acionado por um inversor a partir de técnicas que consideram o comportamento intrínseco a planta, que consiste no número finito de modos de atuação. O objetivo geral e todos os objetivos específicos foram contemplados com sucesso.

Foi comprovada a efetividade prática das técnicas propostas, além de estarem alinhada com os aspectos de validação teóricos da área de controle, como exemplo a estabilidade de Lyapunov, além de alcançar boas características de resposta no contexto da aplicação considerada e respeitadas as limitações impostas. Ainda, quando inseridos ruídos de medição e descasamento de modelo, características não ideias que não foram consideradas no projeto, o controle continuou mostrando eficácia e bons indicadores de resposta.

Conclui-se que, tanto a lei de chaveamento com a função 'max' quanto o MPC-FCS são alternativas viáveis aos tradicionais métodos baseados em modulação por largura de pulsos, com diversas vantagens provenientes do uso do modelo instantâneo, mais representativo, dos sistemas chaveados. Além disso, o controle preditivo se destacou pela maior facilidade na adaptação às restrições. Vantagem esta vinculada à disponibilidade de estudos na literatura, quanto que para o controle chaveado ainda não existem soluções solidamente desenvolvidas.

Entre os desafios encontrados, ressalta-se a definição do modelo da máquina e como seriam tratadas as características, principalmente o comportamento não linear. Outro desafio foi o processo empírico de definição dos fatores de entrada do controle dados pelo projetista, como as constantes que integram as LMIs e os horizontes e penalizações do modelo de predição e da função custo. Entretanto, estas definições ficaram mais objetivas com a maior familiaridade com o modelo, de forma a entender as potenciais relações entre as informações da planta e estas constantes.

No âmbito acadêmico, a partir deste trabalho um artigo foi escrito e aprovado no Congresso Brasileiro de Automática (CBA 2022). Ainda, a partir dos resultados obtidos, existem potenciais artigos para submissão futura para revistas de relevância na área. Em paralelo, no período do mestrado, houve a participação em dois artigos também na área de controle, que foram submetidos para periódicos.

Como um resultado secundário do trabalho, considera-se que o ambiente de simulação de motores realizado pode ter aplicação em ambiente acadêmico para fins didáticos, partindo do entendimento que a etapa de modelamento pode demandar recursos que, para alguns estudos, não são disponíveis.

Para além do conteúdo teórico e técnico gerado neste trabalho, é interessante pontuar as dificuldades do período de elaboração. A proposta inicial do plano tinha como foco apenas o uso da técnica preditiva, com potencial aplicação prática. Entretanto, após um período de limitação no uso do laboratório e da supervisão necessária, a estrutura foi renovada, abrangendo também a técnica chaveada. Esta necessidade acabou gerando resultados interessantes no campo da

aplicação via simulação, além de evidenciar semelhanças e diferenças da teoria entre as técnicas trabalhadas, bem como possíveis trabalhos futuros.

### 6.1 TRABALHOS FUTUROS

De maneira geral, é interessante, como desenvolvimento sequente, aplicar as técnicas de forma prática. Aliado a isso, um trabalho futuro de potencial valor para o ambiente acadêmico é a operacionalização da plataforma de simulação construída para fins didáticos. Uma vez que parte importante e desafiadora do trabalho foi entender e lidar com os fenômenos físicos e não linearidade que regem o comportamento da planta, esta estrutura já consolidada pode otimizar outros estudos que possuem foco no controle.

Uma próxima ação a ser considerada com base neste desenvolvimento é uma análise qualitativa mais detalhada dos resultados. Esta pode abranger o estudo do custo computacional demandado e como cada variável impacta neste aspecto. Além disso, no âmbito do chaveamento do processo, se faz interessante realizar um estudo sobre perdas de chaveamento e harmônicas das duas técnicas apresentadas, bem como do comportamento destas características com a inserção de restrições, principalmente as limitações temporais.

Como possível trabalho futuro existe a busca pela sistematização ou determinação automática parâmetros de controle definidos previamente, como os ganhos do PI e penalização das variáveis do custo, expressando o problema completo sob a forma de um problema de otimização unificado.

No âmbito do controle chaveado com a função 'max', dois trabalhos futuros possuem maior interesse. A primeira consiste na inserção das restrições do sistemas nas LMIs. Existem propostas de tratamento de restrições, mas que seguem uma dinâmica diferente, com maior aderência a sistemas lineares. Assim, o desafio principal consiste em adicionar os limites para saídas, estados e afins sem que sejam gerados conservadorismos excessivos, impossibilitando encontrar solução para as LMIs.

A segunda parte da ideia de divisão de malhas sem uso de técnica PI, com uma lei de chaveamento voltada para máquinas BLDC, que utiliza o comportamento da tensão induzida trapezoidal. Esta foi realizada e apresentou resultados efetivos, entretanto, a prova de estabilidade não é trivial e demanda conhecimentos avançados e esforços voltados a este desenvolvimento matemático.

Já em relação ao controle preditivo, algumas estratégias podem ser pesquisas principalmente para reduzir os desafios da técnica. Entre estas, é interesse buscar uma relação mais precisa para a escolha dos horizontes, reduzindo a dependência de especialização do projetista. Também é interessante estudar outras estratégias de controle para combinar com a malha de FCS, de forma a substituir o PI. Entretanto, deve-se levar em consideração a proposta de aplicação em tempo real, não sendo interessante aumentar o custo computacional do processamento. Neste caso, também podem ser estudadas soluções híbridas preditivas, considerando os modos de operação limitados em apenas parte do controle, sendo possível generalizar as soluções.

Ainda, a restrição temporal pode ser trabalhada na consideração de tempos diferentes e variáveis, de acordo com a demanda da operação. Sendo necessário avaliar a real necessidade e os ganhos a serem obtidos com o desenvolvimento.

## REFERÊNCIAS

AGNOLO, S. F. D. Acionamento do motor síncrono de imãs permanentes (MSIP) através de algoritmos de controle preditivo baseado em modelo (MPC). Joinville, SC: [s.n.], 2019. 120 p. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade do Estado de Santa Catarina.

ALAMO, Teodoro et al. Introducing linear matrix inequalities in a control course. **IFAC Proceedings Volumes**, Elsevier, v. 39, n. 6, p. 205–210, 2006.

BARATIERI, Cassio Luciano. **Controle de velocidade sensorless de motores brushless DC submetidos a variações periódicas de carga**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2011.

BARBETTA, P. A. Estatística aplicada às ciências sociais. Florianópolis: Ed. UFSC, 2008.

BARTSCH, A. B. Controlador preditivo não-linear aplicado ao acionamento de motor síncrono de imãs permanentes. Dissertação (Mestrado) — UDESC - Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, Brazil, 2016.

BOLZERN, Paolo; SPINELLI, William. Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point. In: IEEE. **Proceedings of the 2004 American Control Conference**. [S.1.], 2004. v. 5, p. 3890–3895.

BORDONS, C.; MONTERO, C. Basic principles of mpc for power converters. **IEE Indutrial Electronics Maganize**, p. 31–43, September 2015.

BOYD, Stephen et al. Linear matrix inequalities in system and control theory. [S.l.]: SIAM, 1994.

BUREAU, Ele Times. **Brushless DC Motors : Applications, Advantages and Controlling**. 2022. Available in: <a href="https://www.eletimes.com/brushless-dc-motors-applications-advantages-and-controlling">https://www.eletimes.com/brushless-dc-motors-applications-advantages-and-controlling</a>.

CAMACHO, E. F.; BORDONS, A. C. Model Predictive Control. London: Springer-Verlag, 2007.

CASTRO, A. G. Controle Preditivo Finite Control-Set Aplicado à máquina sincrona com imã permanente no rotor. Dissertação (Mestrado) — Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, Brazil, 2017.

CRAVO, E. **Motores BLDC**. 2022. Available in: <a href="https://blog.kalatec.com.br/">https://blog.kalatec.com.br/</a> motores-bldc-vantagens/>.

DECARLO, Raymond A et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 88, n. 7, p. 1069–1082, 2000.

DEZUO, T.; LUNARDI, H.; TROFINO, A. Robust switching rule design for photovoltaic systems under non-uniform conditions. In: 2017 IEEE 56TH ANNUAL CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL (CDC). 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC). Melbourne, Australia, 2017. p. 2342–2347.

DEZUO, T. J. M. Estabilidade de sistemas não lineares e controle de sistemas chaveados. 156 p. Dissertação (Mestrado) — Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2010. FILIPPOV, Aleksei Fedorovich. **Differential equations with discontinuous righthand sides:** control systems. [S.1.]: Springer Science & Business Media, 2013. v. 18.

GALVAO, R. K. H. **Aula 1 - EE-254 (Controle Preditivo**). São José dos Campos, SP - Brazil: [s.n.], 2009. Available in: <a href="http://www.ele.ita.br/~kawakami/ee254/EE254\_2019\_Aula1\_handouts.pdf">http://www.ele.ita.br/~kawakami/ee254/EE254\_2019\_Aula1\_handouts.pdf</a>>.

GARCIA, R. C. Controle de velocidade de motor síncrono de ímã permanente utilizando redes neurais artificiais e multiplexação em frequência. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2015.

GESSER, R. S. **Simulador de Processos e Controle Preditivo para a Indústria de Petróleo e Gás**. 2016. 122 p. Monografia (Engenharia de Controle e Automação), UFSC (Universidade Federal de Santa Catarina), Florianópolis, Brazil.

GIL, A. C. Como Elaborar Projetos de Pesquisa. São Paulo: Atlas, 2010.

GONCALVES, D. Implementação prática de um controlador preditivo a um processo não-linear. Dissertação (Mestrado) — Federal University of Uberlândia, Uberlândia, Brazil, 2012.

GONÇALVES, Pedro; CRUZ, Sérgio; MENDES, André. Finite control set model predictive control of sixphase asymmetrical machines an overview. **Energies**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, 2019.

HESPANHA, Joao P. Uniform stability of switched linear systems: Extensions of lasalle's invariance principle. **IEEE transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 49, n. 4, p. 470–482, 2004.

HOLMES, EE; SCHEUERELL, MD; WARD, EJ. Applied time series analysis for fisheries and environmental data. Seattle: Northwest Fisheries Science Center, 2020.

KARTHIK, Sri Hari. **Types of Motors used in Electric Vehicles**. 2022. Available in: <a href="https://circuitdigest.com/article/different-types-of-motors-used-in-electric-vehicles-ev">https://circuitdigest.com/article/different-types-of-motors-used-in-electric-vehicles-ev</a>>.

KHALIL, Hassan K. Nonlinear systems third edition. New Jersey: Patience Hall, 2002.

LAGES, W. F. **Amostragem**. Rio Grande do Sul, Brasil: UFRGS: [s.n.], 2009. Available in: <a href="http://www.ece.ufrgs.br/~fetter/eng04037/sampling.pdf">http://www.ece.ufrgs.br/~fetter/eng04037/sampling.pdf</a>>.

LIBERATO, C. et al. Strategy to reduce effective current of BLDC motors under open-phase fault in order to decrease motor damage. **Eletrônica de Potência**, v. 23, p. 516–524, 2018.

LIBERZON, Daniel. Switching in Systems and Control. Boston: Birkhauser, 2003.

LÖFBERG, Johan. **Minimax approaches to robust model predictive control**. [S.l.]: Linköping University Electronic Press, 2003. v. 812.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. São Paulo: Atlas, 2005.

MATHWORKS. Choose Sample Time and Horizons. 2022. Available in: <a href="https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.mathworks.com/help/mpc/index.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://wwww.html?s\_tid=CRUX\_topnav>">https://www.html?s\_tid=

MATOS, L. S. Aplicação de redes neurais artificiais estruturadas no acionamento de um **motor BLDC**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, Brasil, 2017.

MAZANTI, G. A. **Sistemas Chaveados: Estudo Geral**. São Carlos, SP: [s.n.], 2011. 132 p. Trabalho de Conclusão de Curso, Universidade de São Paulo.

MIYAMASY, M.; AKATSU, K. Efficiency comparison between brushless dc motor and brushless ac motor considering driving method and machine design. In: **IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1830–1835.

OPEC. World Oil Outlook. 2022. Available in: <a href="http://woo.opec.org/">http://woo.opec.org/</a>>.

Rodriguez, J. et al. Predictive current control of a voltage source inverter. **IEEE Transactions** on Industrial Electronics, v. 54, n. 1, p. 495–503, 2007.

SANTOS, José Eli Santos Dos et al. Controle preditivo não-linear para sistemas de hammerstein. Florianópolis, SC, 2007.

SCHARLAU, C. C. **Controle de Sistemas Chaveados e Aplicações**. Tese (Doutorado) — Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2013.

SENGER, Guilherme A.; TROFINO, Alexandre. Switching rule design for affine switched systems with guaranteed cost and uncertain equilibrium condition. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 61, n. 7, p. 1925–1930, 2016.

SIGUIMOTO, Celia Miwa et al. Projeto e análises de motores síncronos de ímãs permanentes internos com otimização do torque. Florianópolis, SC, 2008.

SINGH, Bhim; SINGH, Sanjeev. State-of-art on permanent magnet brushless dc motor drives. **Journal of power electronics**, v. 9, p. 1–17, 01 2009.

SOUZA, Estevão Modolo de. **Controle preditivo robusto baseado em modelo aplicado a sistemas não-lineares incertos linearizados por realimentação de estados**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, 2015.

TROFINO, Alexandre et al. Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields. **IEEE Transactions on Automatic Control**, IEEE, v. 54, n. 9, p. 2215–2222, 2009.

TROFINO, A. et al. Stabilizing switching rule design for affine switched systems. In: **50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference**. Orlando, USA: [s.n.], 2011. p. 1183–1188.

UMANS, Stephen D. Máquinas Elétricas de Fitzgerald e Kingsley-7. [S.l.]: AMGH Editora, 2014.

VAZQUEZ, S. et al. Model predictive control: A review of its applications in power electronics. **IEE Indutrial Electronics Maganize**, v. 8, n. 1, p. 16–31, March 2014.

VAZQUEZ, S. et al. Model predictive control for power converters and drives: Advances and trends. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 64, n. 2, p. 935–947, 2017.

VIEIRA, M. S. Controle preditivo de sistemas com atuadores sujeitos a restrições temporais de chaveamento. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, 2013.

VIEIRO, Júnior Santis. Modelagem matemática e controle do motor brushless dc. Universidade Federal do Pampa, 2013.

WAZLAWICK, R. S. Metodologia da Pesquisa em Ciência da Computação. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

WAZLAWICK, R. S. Uma reflexão sobre a pesquisa em ciência da computação à luz da classificação das ciências e do método científico. **Revista de Sistemas de Informação da FSMA**, v. 6, p. 3–10, 2010.

XU, Xuping; ZHAI, Guisheng; HE, Shouling. On practical asymptotic stabilizability of switched affine systems. **Nonlinear Analysis: Hybrid Systems**, Elsevier, v. 2, n. 1, p. 196–208, 2008.