

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIA TECNOLÓGICAS - UDESC/CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA - PPGEEL**

ANDRÉ THIRSCH

**LEI DE CHAVEAMENTO PARA CONJUNTO FINITO DE CONTROLE COM
APLICAÇÃO EM FORNO INDUSTRIAL**

JOINVILLE

2023

ANDRÉ THIERSCH

**LEI DE CHAVEAMENTO PARA CONJUNTO FINITO DE CONTROLE COM
APLICAÇÃO EM FORNO INDUSTRIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo

JOINVILLE

2023

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Universitária Udesc,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Thiersch, André

LEI DE CHAVEAMENTO PARA CONJUNTO FINITO DE
CONTROLE COM APLICAÇÃO EM FORNO INDUSTRIAL /

André Thiersch. -- 2023.

51 p.

Orientador: Tiago Jackson May Dezuo

Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, 2023.

1. Forno industrial. 2. Aquecimento elétrico. 3. Controle de
temperatura. 4. Chaveamento dependente do estado. 5. Projeto lei de
chaveamento. I. Dezuo, Tiago Jackson May. II. Universidade do
Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

ANDRÉ THIERSCH

**LEI DE CHAVEAMENTO PARA CONJUNTO FINITO DE CONTROLE COM
APLICAÇÃO EM FORNO INDUSTRIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuo
CCT/UEDESC (presidente/orientador)

Membros:

Prof. Dr. César Cataldo Scharlau
UFSC/Araranguá

Prof. Dr. José de Oliveira
CCT/UEDESC

Joinville, 13 de julho de 2023

Dedico este trabalho à minha família, em especial à memória de meus pais, Ingetraudt Thiersch e Adolfo Thiersch.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço à minha família pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida. À minha esposa Elisângela, pelo incentivo e pelo conforto nos momentos de aflição.

Aos meus pais, que já partiram, meus grandes incentivadores e principais responsáveis por eu aqui chegar, grato!

Ao professor Tiago Dezuo, pela orientação excepcional, pelo incentivo e pela dedicação de seu tempo ao meu trabalho de pesquisa.

A todos os meus professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEEEL, da Universidade do Estado de Santa Catarina - Udesc, pela contribuição em minha formação. À colega Anna Karolina Baasch Raizer, por suas contribuições com este trabalho.

À Fornos Jung Ltda. por disponibilizar os equipamentos utilizados neste estudo. Ao técnico Fernando Moreti, pelo auxílio no desenvolvimento desta pesquisa. À FAPESC e ao FNDE pelo suporte financeiro.

“ A persistência é o caminho do êxito.”
(Charles Chaplin)

RESUMO

Fornos industriais elétricos são tipicamente controlados por métodos baseados em Modulação por Largura de Pulso (PWM), que estão sujeitos a saturação do ciclo de trabalho, especialmente quando se deseja maior velocidade de convergência. Além disso, sistemas com mais de dois modos de operação requerem o desenvolvimento de estratégias de modulação complexas e particulares. Buscando evitar estas limitações, neste trabalho é estudado um método de projeto de leis de chaveamento para uma classe de sistemas chaveados afins orientada a tratar sistemas em que o sinal de controle assume apenas níveis específicos predefinidos. O método permite maior liberdade do controle para obter melhor eficiência de operação nas condições extremas do sinal de controle, é capaz de tratar sistemas com realimentação de saída e o projeto independe de conhecimento prévio das referências desejadas durante a operação. Portanto, nesse trabalho, é realizada a modelagem matemática de um forno industrial elétrico, para o qual em seguida é projetada a técnica de controle. Após projetada, a técnica de controle é testada via simulação e, por fim, aplicada em um sistema real apresentando resultados satisfatórios quanto às vantagens do método.

Palavras-chave: Forno industrial. Aquecimento elétrico. Controle de temperatura. Chaveamento dependente do estado. Projeto de lei de chaveamento.

ABSTRACT

Electric industrial furnaces are typically controlled by methods based on Pulse Width Modulation (PWM), which are subject to duty cycle saturation, especially when higher convergence speed is desired. Furthermore, systems with more than two operation modes require the development of complex and particular modulation strategies. In order to avoid these limitations, this work proposes an adaptation of a switching rule design method for a class of affine switched systems oriented to deal with systems in which the control signal assumes only specific predefined levels. The method allows greater control freedom to obtain better operating efficiency in the extreme conditions of the control signal. It is also able to handle systems with output feedback and the project does not depend on prior knowledge of the desired references during operation. Therefore, in this work, it is performed the mathematical modeling of an electric industrial furnace, for which it is then designed the control technique. After being designed, the control technique is tested via simulation and, finally, applied in a real system in which the advantages of the method are demonstrated.

Keywords: Industrial furnace. Electrical heating. Temperature control. State dependent switching. Switching rule design.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Temperaturas obtidas com controle convencional utilizando a temperatura da atmosfera como referência.	15
Figura 2 – Sinal de controle a partir do controle convencional utilizando a temperatura da atmosfera como referência.	15
Figura 3 – Temperaturas obtidas com controle convencional utilizando a temperatura no interior do corpo de prova como referência.	15
Figura 4 – Sinal de controle a partir do controle convencional utilizando a temperatura no interior do corpo de prova como referência.	16
Figura 5 – (a) Forno industrial elétrico JC10012. (b) Vista interior com carga e sensores posicionados.	19
Figura 6 – Diagrama de acionamento do forno.	20
Figura 7 – Disposição espacial dos sensores de temperatura.	21
Figura 8 – Resultados de ensaio aplicando PWM com ciclo de trabalho de 10%.	22
Figura 9 – Validação do modelo nas mesmas condições do ensaio.	23
Figura 10 – Trajetórias de um sistema chaveado com dois modos de operação. (LUNARDI, 2021)	28
Figura 11 – Sistema chaveado em malha fechada.	37
Figura 12 – Temperaturas da atmosfera do forno e da peça. A linha tracejada representa o perfil de tratamento desejado para a peça.	41
Figura 13 – Sinal de chaveamento $\sigma(\varepsilon(t))$. Nas áreas de cor densa estão ocorrendo modos deslizantes.	42
Figura 14 – Implementação em texto estruturado.	44
Figura 15 – Acionamento dos relés de estado sólido	44
Figura 16 – Resultado do primeiro teste prático.	45
Figura 17 – Resultado do segundo teste prático.	45
Figura 18 – Calor específico do aço carbono em função da temperatura. (GERKEN, 2007)	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Dados nominais do forno JC10012.	20
Tabela 2 – Modos de operação do forno	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
IN	Instrução Normativa
NBR	Normas Técnicas Brasileiras
LMI	Desigualdade Matricial Linear - <i>Linear Matrix Inequality</i>
BMI	Desigualdade Matricial Bilinear - <i>Bilinear Matrix Inequality</i>
PWM	Modulação de Largura de Pulso - <i>Pulse With Modulation</i>
PID	Proporcional Integral Derivativo
CLP	Controlador lógico programável
SP	Valor desejado (referência) para a temperatura - <i>Setpoint</i>
PV	Temperatura que é controlada no processo - <i>Process Variable</i>
MV	Variável manipulada (potência) - <i>Manipulated variable</i>
TP	Termopar

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{R}^n	Espaço euclidiano de dimensão n
\mathcal{M}	Conjunto de índices finitos $\{1, 2, \dots, m\}$
S	Superfície de chaveamento
σ	Sinal de chaveamento
\otimes	Produto de Kronecker
$\max\{f_i\}$	Maior valor entre as f_i
$\min\{f_i\}$	Menor valor entre as f_i
$\arg \max\{f_i\}$	índice i do argumento de maior valor entre as f_i
0_m	Vetor de zeros de dimensão $1 \times m$
1_m	Vetor de uns de dimensão $1 \times m$
$0_{m \times n}$	Matriz de zeros com dimensão $m \times n$
M^1	Transposto da matriz real (ou vetor) M
M^{-1}	Inversa da matriz real M
$M > 0$	Significa que a matriz M é simétrica definida positiva
$M < 0$	Significa que a matriz M é simétrica definida negativa

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	17
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	17
2	MODELAGEM MATEMÁTICA	19
2.1	FORNO UTILIZADO PARA APLICAÇÃO DO ESTUDO	19
2.2	IDENTIFICAÇÃO ATRAVÉS DA CURVA DE REAÇÃO	21
3	SISTEMAS CHAVEADOS	25
3.1	INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS CHAVEADOS	25
3.1.1	Classificação quanto ao tipo de chaveamento	26
3.1.2	Modo deslizante	27
3.2	ESTABILIDADE DE SISTEMAS CHAVEADOS	28
3.2.1	Estabilidade de sistemas chaveados sob comutação arbitrária	29
3.2.2	Estabilidade de sistemas chaveados sob comutação restrita	30
3.2.3	Estabilização de sistemas chaveados	30
3.3	SISTEMAS CHAVEADOS DO TIPO AFIM	32
3.3.1	Projeto de uma lei de chaveamento para sistemas chaveados do tipo afim	33
3.4	SISTEMAS COM COMUTAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE	35
4	PROJETO DA LEI DE CHAVEAMENTO	37
5	SIMULAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO PROJETADA	40
6	APLICAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO EM FORNO INDUSTRIAL	43
6.1	IMPLEMENTAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO NO CONTROLADOR	43
6.2	RESULTADOS OBTIDOS	44
7	CONCLUSÃO	47
	REFERÊNCIAS	48

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos séculos, os avanços na metalurgia têm desempenhado um papel crucial no desenvolvimento e aprimoramento dos materiais utilizados em diversas aplicações industriais. Entre esses materiais, os aços têm sido amplamente empregados devido à sua notável combinação de resistência, tenacidade e durabilidade. No entanto, para alcançar as propriedades desejadas, é necessário submeter os aços a processos de tratamento térmico cuidadosamente controlados.

Um dos aspectos críticos no tratamento térmico de aços é o controle preciso da temperatura durante os diferentes estágios do processo. As temperaturas de aquecimento, retenção e resfriamento podem ter um impacto significativo nas propriedades finais do aço, como dureza, resistência mecânica, tenacidade e microestrutura. Dessa forma, o controle rigoroso da temperatura é essencial para garantir a obtenção das características desejadas no material tratado.

Processos de tratamento térmico estão presentes em grande parte das indústrias, em todo o território mundial e são fundamentais para o crescente desenvolvimento tecnológico. Torná-los mais simples, seguros e eficientes traria grande impacto à sociedade e ao meio ambiente (ZAMBALDI, 2016). A precisão do controle de temperatura tem se tornado um dos fatores decisivos na obtenção de produtos de alta qualidade, operação segura e economia (ZHANG; XUE; GAO, 2014). Várias reações químicas e físicas são sensíveis à temperatura e, conseqüentemente, o controle de temperatura com precisão e qualidade é de extrema importância para tais processos industriais (KATTE et al., 2011).

Nesse contexto, os fornos desempenham um papel fundamental no tratamento térmico de aços, fornecendo o ambiente controlado necessário para a aplicação de ciclos térmicos precisos. Os fornos são projetados para aquecer o material a temperaturas específicas e, em seguida, mantê-lo por um determinado período de tempo para permitir as transformações desejadas e garantir a obtenção das propriedades mecânicas adequadas.

Entretanto, existe uma certa dificuldade em garantir que o material permaneça o tempo necessário na temperatura desejada pois, muitas vezes, não é viável monitorar a temperatura da carga e a contagem do tempo de permanência na temperatura desejada ocorre com base na temperatura da atmosfera do forno. Além disso, dependendo de características do forno, do material que compõem a carga e dos parâmetros do processo, há o risco do material que está em tratamento atingir a temperatura desejada somente após a atmosfera do forno já estar nessa temperatura por um certo tempo, conforme ilustrado na Figura 1. onde 'SP' representa a temperatura desejada (referência), 'PV' representa a temperatura controlada, 'TP' representa as temperaturas monitoradas no interior do corpo de prova (P_c) e em pontos distintos da atmosfera, distribuídos de acordo com a Figura 7 e a variável 'MV', apresentada na Figura 2, representa o percentual de tempo do ciclo PWM em que o aquecimento é acionado.

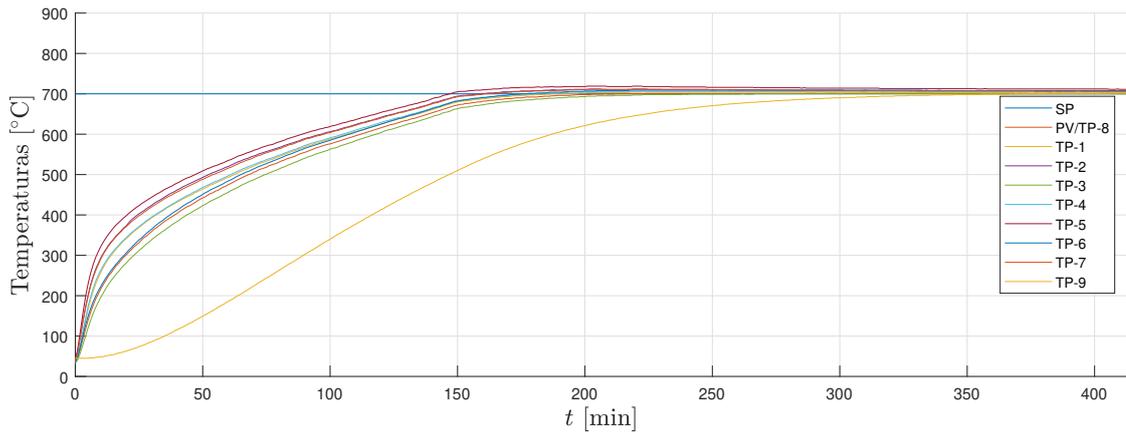


Figura 1 – Temperaturas obtidas com controle convencional utilizando a temperatura da atmosfera como referência.

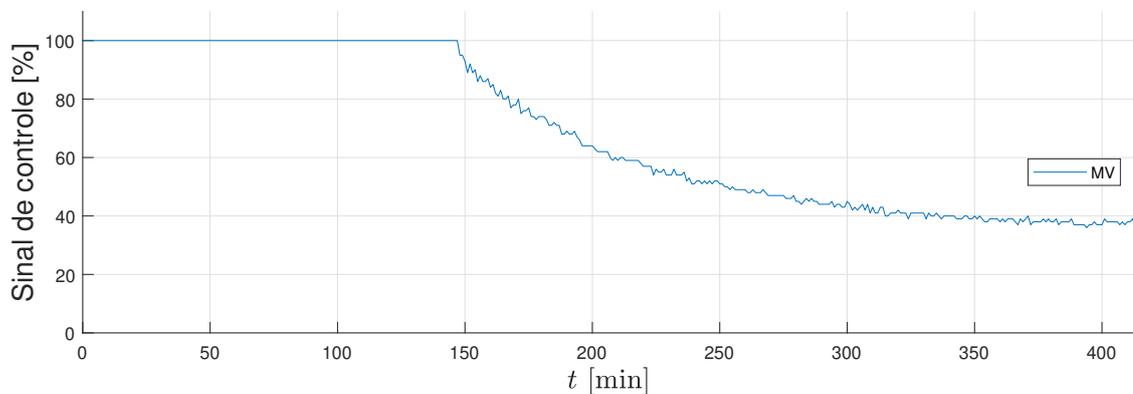


Figura 2 – Sinal de controle a partir do controle convencional utilizando a temperatura da atmosfera como referência.

Nos casos onde é possível monitorar a temperatura da carga, dependendo das características do forno, da carga e dos parâmetros do processo, existe o risco de a temperatura da atmosfera ultrapassar consideravelmente a temperatura desejada e acabar ocasionando sobressinal na temperatura da carga. Conforme ilustrado na Figura 3.

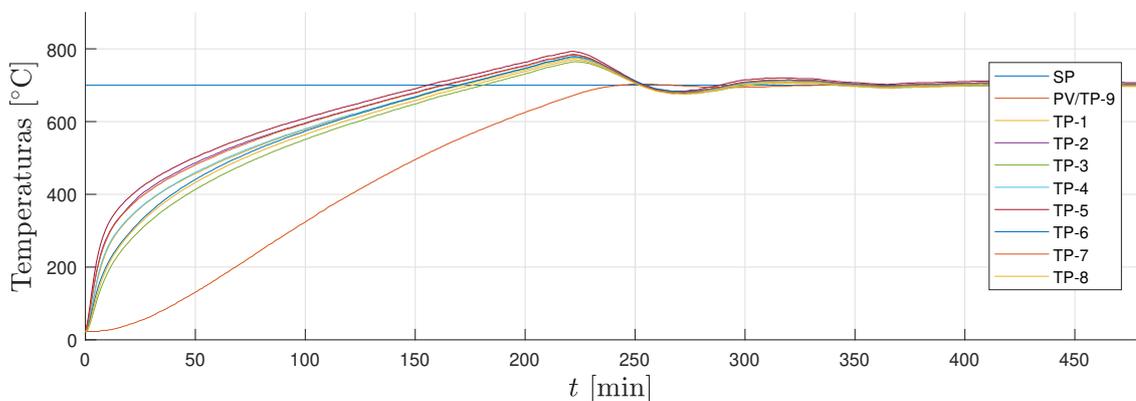


Figura 3 – Temperaturas obtidas com controle convencional utilizando a temperatura no interior do corpo de prova como referência.

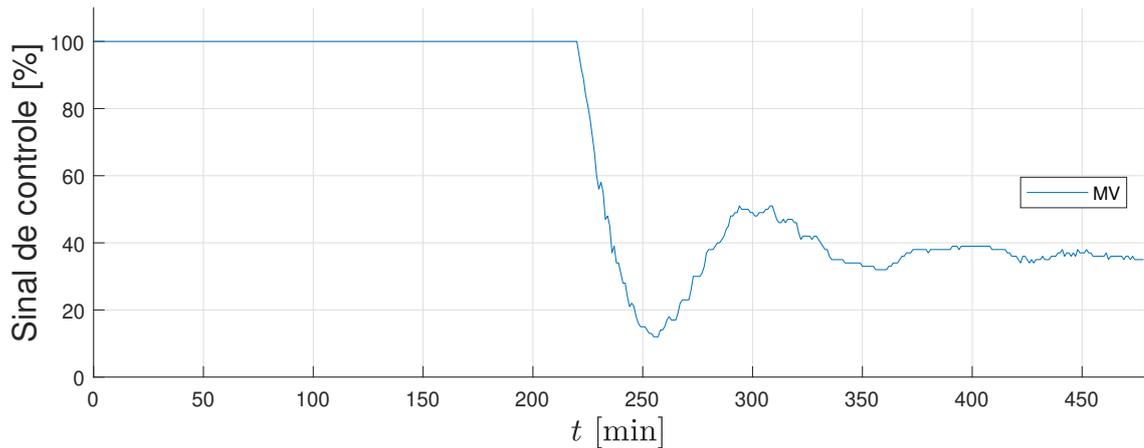


Figura 4 – Sinal de controle a partir do controle convencional utilizando a temperatura no interior do corpo de prova como referência.

Normalmente se utilizam fatores de segurança na configuração do ciclo de aquecimento, no intuito de evitar os problemas apresentados anteriormente e garantir que sejam atendidos os requisitos do processo.

Além disso, a maioria das estratégias de regulação de potência em sistemas de aquecimento levam em consideração constantes de tempo (RAHBAN, 2022). Grande parte dos dispositivos comercializados para o acionamento de cargas resistivas no controle de temperatura utilizam-se de técnicas de chaveamento explicitamente dependentes do tempo, como as baseadas em Modulação por Largura de Pulso (PWM), trem de pulsos, ângulo de fase e ciclos de rede, por exemplo Miranda (2021). Dentre essas, a ideia de modelo médio usando PWM é a mais disseminada no meio industrial e acadêmico devido a sua simplicidade intuitiva de funcionamento e possibilidade de projetos clássicos de controle, como controladores proporcional-integral-derivativo (PID), controle por alocação de polos (BITSCHNAU; KOZEK, 2009), ou até mesmo técnicas com certas garantias de robustez e performance, como controle *split range*, controle preditivo baseado em modelo (MPC) e MPC distribuído (CARLBORG; IREDAHL, 2016).

O que os controladores baseados em modelo médio têm em comum é a geração do ciclo de trabalho para PWM. Como o ciclo de trabalho existe em uma faixa limitada de valores de 0 a 100%, tais controladores estão sujeitos a saturação, o que pode levar degradação de performance e instabilidade (MASSIONI et al., 2020). Além disso, para sistemas de dinâmica lenta, como os fornos industriais, o chaveamento pode ter frequência reduzida para minimizar perdas, o que pode deixar o modelo médio menos representativo.

Por outro lado, existem métodos cuja característica principal é a de chaveamento dependente explicitamente do estado do sistema. Estes sistemas apresentam leis de chaveamento que indicam o modo de operação para um dado ponto do espaço de estados, sem vínculo direto com uma frequência fixa de chaveamento ou modulação. Como exemplo, podem ser citadas as técnicas de controle por modos deslizantes (EDWARDS; SPURGEON, 1994) e de projeto de leis de chaveamento para sistemas chaveados do tipo afim (DEAECTO et al., 2010), (TROFINO

et al., 2011), e ainda extensões para tratamento robusto de sistemas chaveados não lineares (DEZUO; LUNARDI; TROFINO, 2017). Diferente dos métodos PWM, as técnicas de controle de sistemas chaveados são projetadas para operar exatamente nos modos disponíveis na dinâmica do sistema (e.g. um relé conduzindo ou não conduzindo), sem um sinal intermediário passível de saturação. A técnica apresentada por Trofino et al. (2011) é de interesse particular para este trabalho, no qual existe interesse no controle de fornos, por já ter sido estendida e aplicada de forma eficaz e eficiente em um sistema de refrigeração (OLIVEIRA; TROFINO; HERMES, 2011). Vale destacar que as técnicas de projeto para sistemas chaveados de Trofino et al. (2011) diferenciam-se do controle por modos deslizantes, pois permitem a ocorrência de modos deslizantes, mas podem sair desta condição durante o transitório, sendo mais abrangente neste sentido.

1.1 OBJETIVOS

Este trabalho é motivado pelo fato de que atualmente fornos de tratamento térmico, dependendo do volume útil, temperatura de trabalho e características construtivas, possuem considerável heterogeneidade de temperatura ao longo de sua atmosfera. Isso costuma ser um problema para a maioria dos processos de tratamento térmico, pois é complexo de reduzir esta heterogeneidade. Neste contexto, o objetivo desse trabalho é desenvolver um controle de temperatura que utilize diversos pontos de leitura da temperatura, distribuídos ao longo da atmosfera do forno e do material a ser tratado, de modo a permitir que a carga atinja a temperatura desejada, mesmo que a atmosfera do forno apresente variações. Como já discutido, os controladores explicitamente dependentes do tempo, baseados em modelo médio e PWM, apresentam certas desvantagens para essa aplicação, assim, pretende-se desenvolver uma técnica de projeto de leis de chaveamento dependentes do estado e instantâneas. Trata-se da adaptação do método apresentado por Trofino et al. (2011) para sistemas onde o sinal de controle possui um conjunto finito de valores e o projeto independe do conhecimento prévio das referências desejadas, podendo estas serem atribuídas e alteradas durante a operação do sistema. A classe de sistemas tratados inclui aqueles cujos modelos matemáticos são contínuos, mas deseja-se operar o controle em níveis predefinidos. A técnica desenvolvida tem ainda a característica de realimentação de saída para atender às especificidades da planta real. A aplicação do método é ilustrada em um forno industrial elétrico, dados os possíveis benefícios para este tipo de artefato.

1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está organizado como a seguir.

- Capítulo 2: Apresenta dados técnicos do forno utilizado no estudo, alternativas para modelagem matemática do mesmo, explica o porquê da escolha de determinado método e apresenta e valida o modelo matemático obtido.

- Capítulo 3: Apresenta uma introdução a sistemas chaveados e uma revisão de algumas técnicas de controle encontradas na literatura. Este capítulo também têm o objetivo de contextualizar o que já foi desenvolvido por outros autores e serve como base para o que será apresentado no Capítulo (4).
- Capítulo 4: Este capítulo apresenta as principais contribuições deste trabalho, onde é desenvolvida uma lei de chaveamento para aplicação em fornos de tratamento térmico.
- Capítulo 5: Neste capítulo é apresentado como foi realizada a implementação da lei de chaveamento projetada, num forno industrial.
- Capítulo 6: Apresenta as conclusões, comentários finais e propostas de trabalhos futuros.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

O objetivo deste capítulo é avaliar características de um forno e efetuar a modelagem matemática do comportamento mesmo, para posterior elaboração da lei de chaveamento.

2.1 FORNO UTILIZADO PARA APLICAÇÃO DO ESTUDO

Neste trabalho é considerado o forno industrial elétrico JC10012 da Fornos Jung Ltda., apresentado na Figura 5(a). Já na Figura 5(b) encontra-se a vista interior do forno, com peça de teste (cilindro escuro) e sensores de temperatura (termopares) posicionados. Este forno tem seu aquecimento através de resistências elétricas montadas na superfície inferior e em duas das laterais do forno, como também pode ser visto na Figura 5(b). Os dados de placa do forno JC10012 podem ser conferidos na Tabela 1.

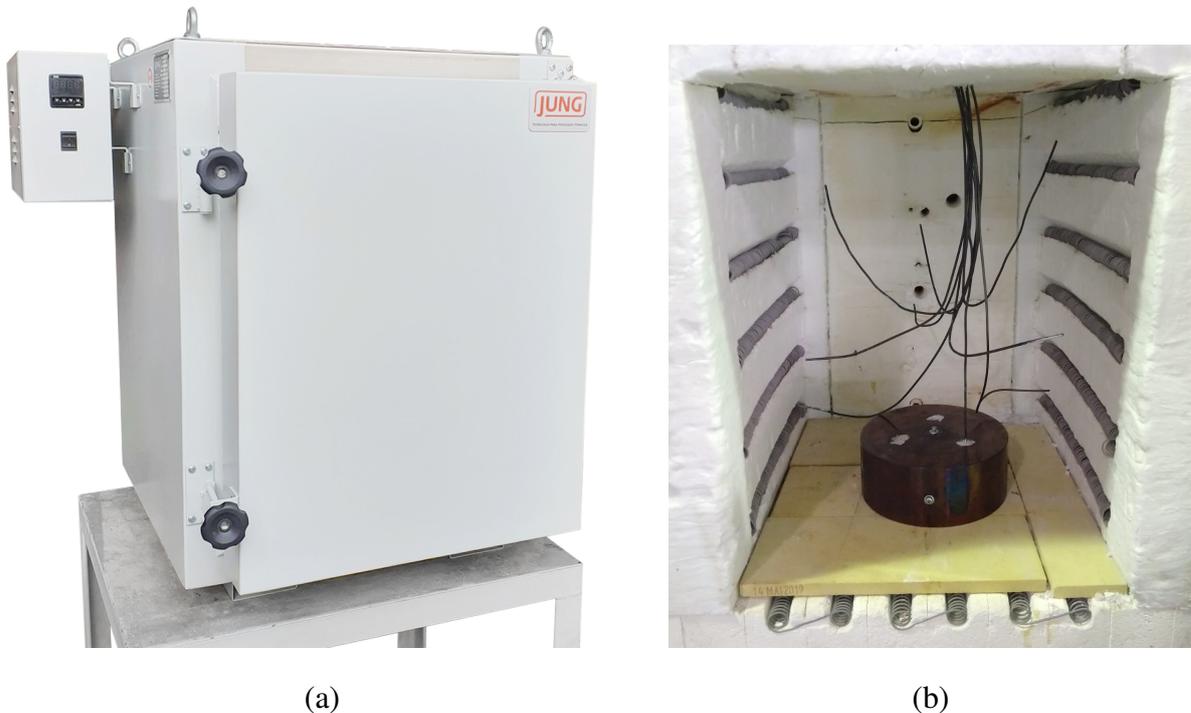


Figura 5 – (a) Forno industrial elétrico JC10012. (b) Vista interior com carga e sensores posicionados.

O controle do aquecimento do forno é realizado através do comando de relés de estado sólido, que tem a função de aplicar ou não as tensões trifásicas da rede (fases R, S e T) nas resistências do forno (fases A, B e C). Como pode ser visto no diagrama de acionamento da Figura 6, cada parede do forno contém as resistências de uma fase do circuito, conectadas em triângulo.

Os sensores de temperatura foram instalados em localizações de interesse no interior do forno, a saber: **(1)** esquerda frontal média, **(2)** esquerda interior superior, **(3)** esquerda interior inferior, **(4)** direita frontal média, **(5)** direita interior superior, **(6)** direita interior inferior, **(7)**

Tabela 1 – Dados nominais do forno JC10012.

Parâmetro	Valor	Unidade
Temperatura nominal	1200	°C
Potência nominal	7,4	kW
Tensão nominal	220	V
Corrente nominal	19	A
Número de fases	3	-
Massa (sem carga)	130	kg
Altura interna	550	mm
Largura interna	400	mm
Profundidade interna	450	mm

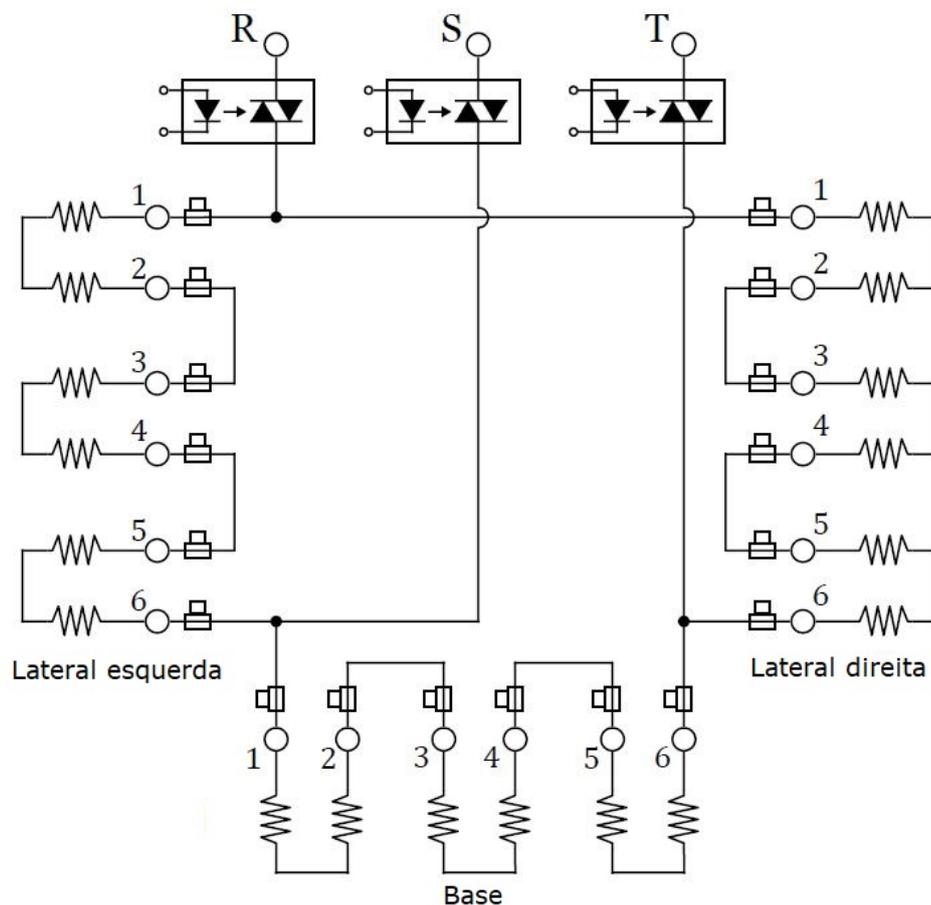


Figura 6 – Diagrama de acionamento do forno.

centro traseira superior, **(8)** centro traseira inferior e **(9)** imerso a 60 mm de profundidade na peça a ser tratada. A disposição dos sensores pode ser vista em detalhe na Figura 7.

Por fim, a peça de teste considerada é um cilindro com 100 mm de raio e 80 mm de altura e trata-se de um aço ao carbono SAE 1020, cujo ponto de fusão é de 1.515 °C.

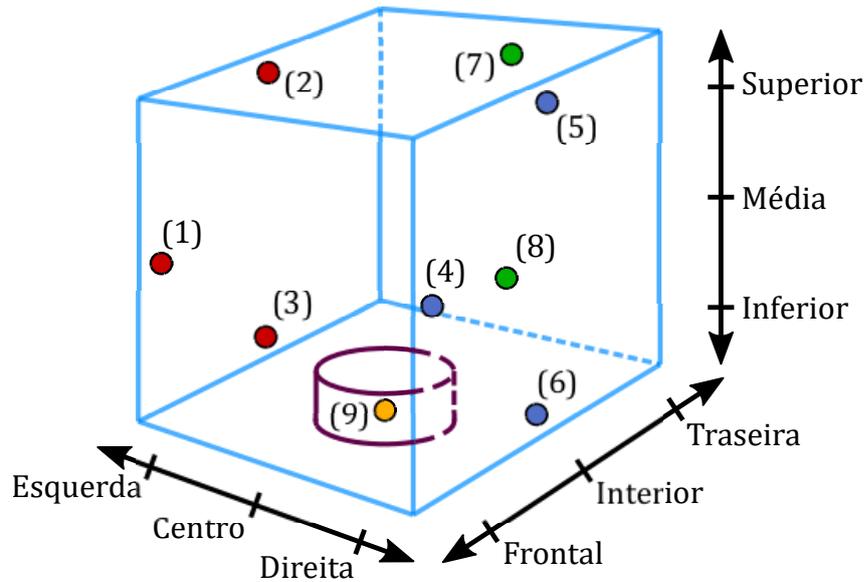


Figura 7 – Disposição espacial dos sensores de temperatura.

As abordagens de obtenção de modelos se contrastam em dois extremos: caixa branca (fenomenológico) e caixa preta (identificação). O modelo de caixa branca é baseado apenas em informações conhecidas sobre o sistema e as leis que regem o seu comportamento. Entretanto, no caso do forno faltam muitas informações, como a transferência de calor entre as diferentes geometrias internas do forno e das peças e perdas de calor através das paredes. Seria possível modelar essas relações baseadas na termodinâmica, mas muitos parâmetros são desconhecidos e precisariam ser estimados. Um modelo de caixa branca do forno seria muito complexo e algumas relações são difíceis de descrever com a física (CARLBORG; IREDAHL, 2016). Portanto será apresentada em mais detalhes, na seção seguinte, a identificação através da curva de reação.

2.2 IDENTIFICAÇÃO ATRAVÉS DA CURVA DE REAÇÃO

O modelo caixa preta tem a vantagem de poder ser usado quando nenhuma informação sobre o sistema é conhecida. Esse modelo descreve as relações entre os sinais de entrada e saída sem ter uma estrutura baseada em relações físicas do sistema. Um possível problema pode ser que o modelo funciona apenas para precisamente os casos para os quais foi derivado (CARLBORG; IREDAHL, 2016). Apesar disso, o modelo caixa preta foi escolhido para este trabalho devido a sua simplicidade de implementação. Além disso, pretende-se projetar leis de chaveamento robustas, então a presença de incertezas pode ser tratada.

O primeiro passo para a obtenção do modelo do forno JC10012 foi a realização de ensaios para coleta de dados relacionando entradas e saídas. Vale notar que trata-se de um sistema com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO), o que tem vantagens de análise e projeto no domínio do tempo usando modelagem em espaço de estados (ISMAIL, 2006). Por simplicidade, foi assumido que os três relés de estado recebem o mesmo comando, isto é, todas as três fases são ligadas ou desligadas juntas. Dessa forma, temos apenas um sinal de entrada, que é o sinal de

comando simultâneo dos três relés. O ensaio realizado foi a aplicação de um sinal de comando do tipo PWM, sob a forma de um degrau de 0 a 10% no ciclo de trabalho.

O ensaio foi iniciado com o sistema em repouso, com aproximadamente 30 °C no interior do forno no momento. A partir deste e de outros ensaios realizados, constatou-se que a temperatura em todos os sensores dispostos no interior do forno, com exceção do sensor imerso na peça, apresentaram resultados muito próximos, indicando um aquecimento quase homogêneo, como pode ser constatado na Figura 8. Por isso, optou-se por limitar a análise do sistema a apenas duas saídas: uma das temperaturas da atmosfera do forno dada pelo sensor (8), e no interior da peça dada pelo sensor (9).

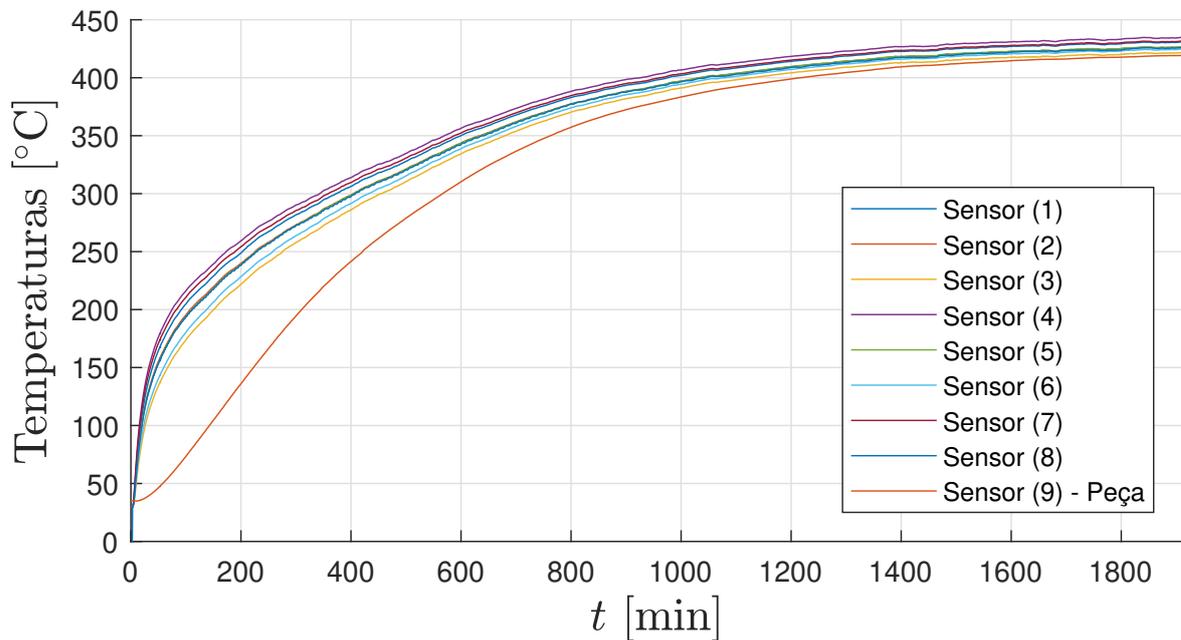


Figura 8 – Resultados de ensaio aplicando PWM com ciclo de trabalho de 10%.

Os dados do ensaio foram coletados através do *datalogger* FieldLogger, da fabricante Novus, e foram importados no software MATLAB para visualização, estimação e validação do modelo do forno. Ensaios com valores de ciclo de trabalho diferentes de 10% demonstraram comportamentos aproximadamente proporcionais, por isso considerou-se os dados deste ensaio como suficientes para uma boa aproximação do modelo. Utilizando-se o Método de Predição de Erro da *toolbox System Identification*, obteve-se um modelo na forma

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t), \\ y(t) = Cx(t), \end{cases} \quad (1)$$

onde $x(t) \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $u(t) \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de entradas (correspondente ao ciclo de trabalho neste caso), $y(t) \in \mathbb{R}^q$ é o vetor de saídas e $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ e $C \in \mathbb{R}^{q \times n}$ são matrizes de estrutura do sistema multivariável dadas por

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & \mathbf{0}_{2 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 2} & A_2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_1 & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{1 \times 2} & C_2 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

onde A_1 , B_1 e C_1 são provenientes da modelagem em espaço de estados da relação entre a saída do sensor (8) e a entrada (melhor aproximado por um modelo de segunda ordem), enquanto A_2 , B_2 e C_2 relaciona a saída do sensor da peça com o sinal de entrada (melhor aproximado por um modelo de terceira ordem). Essas matrizes são dadas por

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0,0042 & 0,0047 \\ 0,0174 & -0,0472 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0,0639 \\ -0,4152 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 4795,7 & 3,5999 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 6740,8 & 11,811 & -44,755 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} -0,0017 & -0,0017 & 0,0037 \\ 0,0056 & -0,0186 & 6,2516 \\ 0,0001 & -0,0186 & -21,2586 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0,0002 \\ 0,3905 \\ -1,3923 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Essas matrizes consideram as dinâmicas das temperaturas escalonadas para a unidade de $^{\circ}\text{C}/\text{min}$. O modelo completo dado pelas matrizes A , B e C em (2) é controlável e observável e, portanto, uma realização mínima.

Uma simulação utilizando o modelo, aplicando o mesmo degrau de 10% no ciclo de trabalho, é apresentada na Figura 9, onde se pode verificar que este se aproxima satisfatoriamente da resposta do ensaio experimental para os dois sensores considerados.

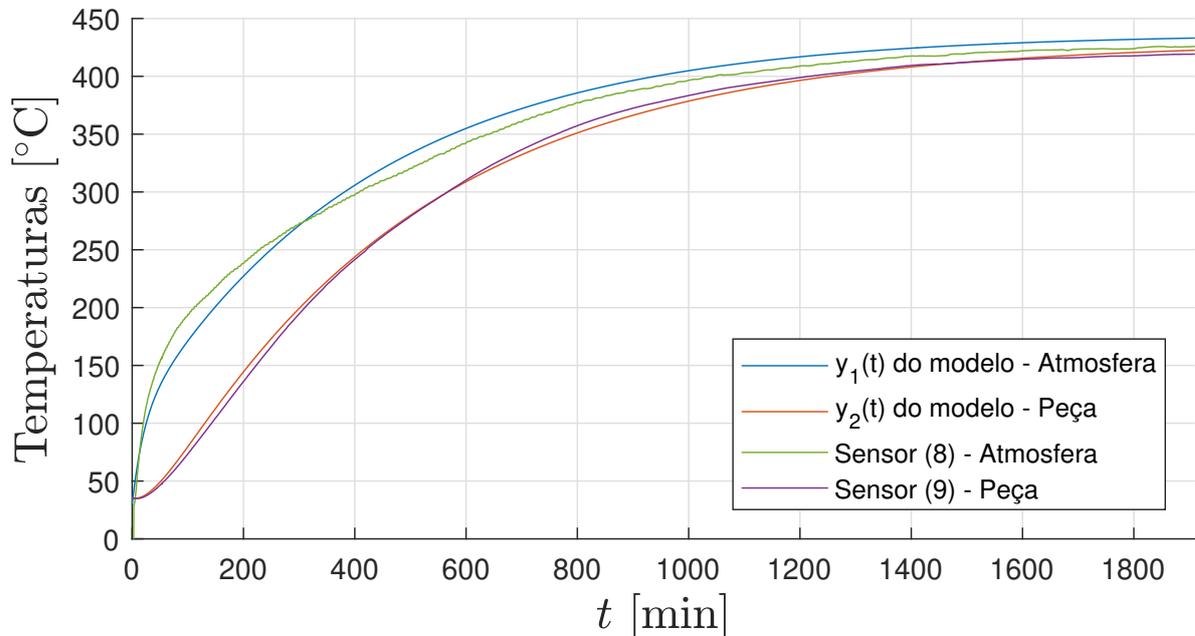


Figura 9 – Validação do modelo nas mesmas condições do ensaio.

Entretanto, a ideia de modelo médio e o uso de PWM têm desvantagens, como a perda de representatividade do modelo para chaveamentos em baixas frequências e a possibilidade de saturação do sinal de controle. Evitar essas duas situações é de interesse para os fornos industriais

elétricos. Como a dinâmica dos fornos é lenta, chaveamentos podem ter baixa frequência para reduzir perdas por comutação e elevar sua eficiência. Além disso, o tempo de estabilização pode ser otimizado se o forno puder trabalhar apenas ligado (ciclo de trabalho de 100%) quando precisar aquecer ou apenas desligado (ciclo de trabalho de 0%) quando precisar esfriar, o que também eleva sua eficiência. Entretanto, para técnicas convencionais de controle que determinam o valor do ciclo de trabalho, isso implica em levar o sistema para os limites da saturação deste sinal, o que pode inclusive levar a perda de estabilidade se não tratado adequadamente. Por isso, nas próximas seções será apresentada uma técnica que não tem tais problemas.

3 SISTEMAS CHAVEADOS

O objetivo deste capítulo é contextualizar o leitor em relação às propriedades, características e ferramentas utilizadas na análise de sistemas chaveados. Além disso, serão apresentadas algumas técnicas de controle para sistemas chaveados não lineares. Estas técnicas, já consolidadas na literatura, servirão de base para o projeto da lei de chaveamento, desenvolvida no capítulo seguinte.

3.1 INTRODUÇÃO AOS SISTEMAS CHAVEADOS

Sistemas dinâmicos que são descritos por uma interação entre dinâmica contínua e discreta são chamados geralmente de sistemas híbridos (LIBERZON, 2003). Podem ser classificados como tal o controle de tráfego aéreo, os sistemas de transportes, processos químicos, sistemas de potência (ANTSAKLIS, 2000) e praticamente todos os processos que utilizam chaves eletrônicas ou válvulas para seu funcionamento.

Existem duas abordagens distintas quando se trabalha com sistemas híbridos: uma com foco no comportamento discreto, tratando a dinâmica em tempo contínuo de forma simplificada, e outra com ênfase na dinâmica em tempo contínuo (LIBERZON, 2005). A abordagem utilizada nessa dissertação tem como base as dinâmicas de tempo contínuo com representação dos eventos discretos de forma isolada. Com isso, é possível distinguir uma classe particular dos sistemas híbridos, denominada sistemas chaveados.

Sistemas chaveados são uma classe de sistemas híbridos compostos de vários subsistemas (modos de operação) e uma lei de chaveamento indicando o subsistema ativo em cada instante de tempo (LIBERZON; MORSE, 1999). É possível obter um sistema chaveado a partir de um sistema híbrido simplificando os detalhes do comportamento dos eventos discretos e então considerando todos os possíveis sinais de chaveamento para uma determinada classe. Por isso, os sistemas chaveados podem ser classificados como um caso particular de nível mais elevado dos sistemas híbridos. Normalmente, esta simplificação acaba gerando um sistema com descrição mais simples, porém com mais soluções que o sistema original (LIBERZON, 2005). Mais detalhes sobre a relação entre sistemas híbridos e sistemas chaveados podem ser vistos em Hespanha (2004).

Um sistema chaveado pode ser modelado pela seguinte equação diferencial:

$$\dot{x}(t) = f_i(x(t)), \quad i \in \mathcal{M}, \quad (6)$$

onde $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, é uma família de funções suficientemente regulares, pelo menos localmente Lipschitz, (neste trabalho uma função localmente Lipschitz é utilizada como critério de suavidade

para definição de sistemas chaveados) onde:

$$\mathcal{M} := \{1, \dots, m\}, \quad (7)$$

$$(8)$$

é um conjunto finito de índices, sendo m o número de subsistemas (ou modos de operação) do sistema chaveado. O sistema chaveado em malha fechada opera de acordo com um sinal de chaveamento $\sigma : [0; \infty) \rightarrow \mathcal{M}$, que é uma função constante por partes, apresentando uma quantidade finita de descontinuidades em qualquer intervalo finito de tempo e sendo constante entre as descontinuidades consecutivas (HESPANHA, 2004).

3.1.1 Classificação quanto ao tipo de chaveamento

Pode-se classificar diversas categorias de chaveamento para sistemas chaveados (LIBERZON, 2003). A seguir serão apresentadas as classificações e suas principais características:

- **Chaveamento dependente dos estados:** Nesses sistemas, o sinal de chaveamento varia de acordo com o valor dos estados, sendo o espaço de estados particionado em regiões. Cada região correspondente à ativação de um dos subsistemas que compõem o sistema chaveado. As fronteiras dessas regiões são denominadas superfícies de chaveamento;
- **Chaveamento dependente do tempo:** nesses sistemas, ocorre uma variação no sinal de chaveamento após um intervalo de tempo determinado, sendo que para este tipo de chaveamento, o sinal de chaveamento é descrito como $\sigma(t)$, enfatizando a dependência temporal direta;
- **Chaveamento autônomo:** nesses sistemas, não existe controle direto sobre o sinal de chaveamento. Inclui-se, neste grupo, os sistemas com comutação dependentes dos estados, com a localização das superfícies de chaveamento pré-determinadas. Também incluem-se os sistemas com comutação dependentes do tempo, onde a lei que define o sinal de chaveamento é desconhecida ou foi desprezada na etapa de modelagem do sistema;
- **Chaveamento controlado:** nesses sistemas, o sinal de chaveamento é imposto para atingir um comportamento desejado. O mecanismo de chaveamento é controlado diretamente, podendo ser dependente dos estados ou dependente do tempo.

É importante destacar que combinações entre os diferentes tipos de chaveamento podem existir em um sistema chaveado. Além disso, torna-se difícil a determinação de uma distinção precisa entre chaveamento autônomo e controlado, assim como a determinação da diferença entre chaveamento dependente de estados ou dependente do tempo (SCHARLAU, 2013).

3.1.2 Modo deslizante

Uma das propriedades mais interessantes quando se fala em sistemas chaveados é o comportamento do sistema nos chamados modos deslizantes (*sliding modes*), onde os sistemas podem apresentar dinâmicas que não são encontradas em apenas um modo de operação isoladamente (LIBERZON, 2003).

Para a definição de modos deslizantes, será considerado como exemplo um sistema chaveado com comutação dependente dos estados definida pela superfície de chaveamento representada por S , com dois modos de operação, ou seja, dois subsistemas $\dot{x}(t) = f_i(x)$, $i = \{1, 2\}$, cada um ativo em um lado de S , como apresentado em (SCHARLAU, 2013). Nesse caso, supõe-se que não ocorram saltos nos valores dos estados no momento do chaveamento. Caso um campo vetorial $f_1(x)$ estiver apontando para a superfície S e o outro $f_2(x)$ não, a trajetória contínua atinge essa superfície e cruza diretamente para o outro lado. Essa situação é demonstrada na Figura 10(a). Por outro lado, é possível que os campos vetoriais $f_1(x)$ e $f_2(x)$ apontem ambos em direção à superfície, como pode ser observado na Figura 10(b). Neste caso, quando a trajetória atinge a superfície S , ela é impossibilitada de sair dessa região e se desloca sobre a superfície. Desse modo, o campo vetorial que define a dinâmica neste caso é tangente à superfície.

O comportamento do sistema em modo deslizante foi profundamente abordado por (FILIPPOV, 1988). De acordo com os conceitos desenvolvidos, o campo vetorial que define a dinâmica em modo deslizante é tangente à superfície de chaveamento, sendo que existem várias formas de se definir este campo vetorial. A forma mais simples e mais utilizada na literatura baseia-se na definição do campo vetorial tangente através da combinação convexa dos campos vetoriais dos subsistemas em cada ponto da trajetória sobre a superfície. Por exemplo, na Figura 10(b), o campo vetorial tangente é dado por:

$$f_\theta := \theta(x(t))f_1(x(t)) + (1 - \theta(x(t)))f_2(x(t)), \quad \theta(x(t)) \in [0, 1], \quad (9)$$

onde $\theta(x(t))$ é o elemento de combinação convexa que pode ser obtido através de regras de projeção ortogonal (FILIPPOV, 1988). Essa forma de definir o campo vetorial tangente também permite caracterizar a dinâmica do sistema nos modos isolados, isto é, para $\dot{x}(t) = f_1(x(t))$, $\theta(x(t)) = 1$, e para $\dot{x}(t) = f_2(x(t))$, $\theta(x(t)) = 0$. Desse modo, a dinâmica de um sistema chaveado com ou sem modos deslizantes pode ser vista como uma inclusão diferencial:

$$\dot{x}(t) = f_\theta(x(t)) = \sum_{i=1}^m \theta_i(x(t))f_i(x(t)), \quad \theta \in \Theta, \quad (10)$$

onde Θ é o simplex que representa as possíveis combinações convexas de θ , definido como:

$$\Theta := \left\{ \theta \in \mathbb{R}^m : \sum_{i=1}^m \theta_i = 1, \theta_i \geq 0 \right\}. \quad (11)$$

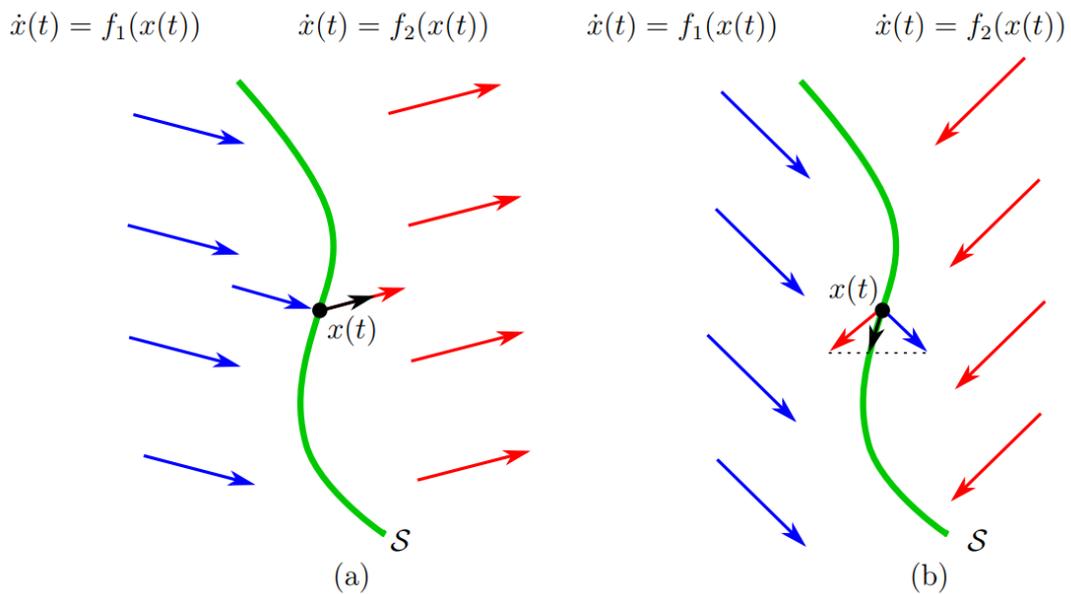


Figura 10 – Trajetórias de um sistema chaveado com dois modos de operação. (LUNARDI, 2021)

Uma dedução formal e genérica dos modos deslizantes é apresentada em Filippov (1988), onde também encontra m-se algumas formas alternativas para a determinação de campos vectoriais tangentes.

O modo deslizante pode ser interpretado como uma comutação infinitamente rápida. Este fenômeno não é desejado na prática, pois corresponde a chaveamentos de alta frequência (*chattering*) que causam desgaste excessivo nos dispositivos (LIBERZON, 2003). Por esse motivo, a limitação da frequência de chaveamento é um ponto importante no que diz respeito ao controle de sistemas chaveados. Uma forma de se obter a limitação de frequência é através da introdução de um requisito adicional de tempo mínimo de residência em cada modo de operação do sistema (SUN, 2006). A introdução desse requisito não é uma tarefa simples, e o desenvolvimento de uma metodologia adequada para limitação da frequência ainda representa um problema em aberto no caso geral.

Uma outra forma de evitar a ocorrência de (*chattering*) consiste em introduzir uma histerese, cuja ideia básica consiste em definir duas regiões sobrepostas através do deslocamento da superfície de chaveamento S (SCHARLAU, 2013). Mais detalhes sobre a introdução de histerese em sistemas chaveados podem ser vistos em Bolzern e Spinelli (2004) e DeCarlo et al. (2000).

3.2 ESTABILIDADE DE SISTEMAS CHAVEADOS

A análise da estabilidade de sistemas chaveados, em particular dos sistemas lineares, é um assunto cujo interesse tem aumentado nos últimos anos, sendo que algumas situações merecem destaque. Uma delas é que mesmo quando todos os subsistemas que compõem um

sistema chaveado são exponencialmente estáveis, o sistema pode apresentar instabilidade para determinados sinais de comutação. Outro aspecto relevante é a possibilidade de realizar o chaveamento entre subsistemas instáveis e obter um sistema chaveado exponencialmente estável. Esses dois casos sugerem que a estabilidade de um sistema chaveado depende não somente da dinâmica de cada subsistema, mas também das propriedades do sinal de chaveamento (LIN; ANTSAKLIS, 2005).

O estudo da estabilidade de sistemas chaveados pode ser dividido em dois tipos de problemas: quando o sistema encontra-se sob comutação arbitrária ou quando encontra-se sob comutação controlada (SCHARLAU, 2013). Maiores detalhes sobre cada um desses tipos serão vistos na sequência.

3.2.1 Estabilidade de sistemas chaveados sob comutação arbitrária

O problema da análise da estabilidade sob comutação arbitrária consiste em determinar em que condições um sistema chaveado se apresenta estável levando em consideração que a princípio não existem informações sobre o sinal de chaveamento e que o mesmo não possui restrições. Nesse caso, é necessário que todos os subsistemas que compõem o sistema sejam assintoticamente estáveis. No entanto, essa hipótese não é suficiente para garantir a estabilidade, pois mesmo quando isso acontece, ainda assim é possível obter uma trajetória dos estados divergente para uma condição inicial qualquer. Por outro lado, é possível garantir a estabilidade global uniforme exponencial de um sistema chaveado linear sob comutação arbitrária se existir uma Função Quadrática Comum de Lyapunov (*Common Quadratic Lyapunov Function*) para todos os subsistemas (LIBERZON; MORSE, 1999).

Muitos esforços têm sido direcionados para o estudo de funções quadráticas comuns de Lyapunov, motivados principalmente pelo fato de que as condições de existência dessa função não são fáceis de serem atingidas. Como exemplos de trabalhos já publicados sobre esse tema, é possível citar Liberzon (2003), King e Shorten (2004). Liberzon e Morse (1999) propõem um método para sistemas chaveados lineares e invariantes no tempo baseado na solução da álgebra de Lie, gerada pelas matrizes da dinâmica dos estados dos subsistemas, sendo que esse método leva em consideração que as condições para solução dessa álgebra implicam na existência de uma função quadrática comum de Lyapunov.

Para sistemas de ordem elevada com mais de dois subsistemas, as condições necessárias e suficientes para a existência de uma função quadrática comum de Lyapunov de um sistema chaveado linear e invariante no tempo ainda apresentam-se como um problema em aberto (LIN; ANTSAKLIS, 2005). É importante salientar que a existência de uma função quadrática comum de Lyapunov é uma condição somente suficiente, porém não necessária para estabilidade de um sistema chaveado sob comutação arbitrária. Desse modo, existem sistemas chaveados que não possuem uma função quadrática comum de Lyapunov, mas que apresentam estabilidade sob comutação arbitrária (LIBERZON, 2003) (SCHARLAU, 2013).

3.2.2 Estabilidade de sistemas chaveados sob comutação restrita

Nesta subseção será abordada a análise de estabilidade de sistemas chaveados considerando que o sinal de chaveamento possui restrições, que podem existir no domínio do tempo (por exemplo, limites para o tempo de permanência ou tempo médio de permanência) ou no espaço de estados, sendo possível determinar quais dessas restrições devem ser incluídas no sinal de chaveamento para garantir a estabilidade (LIN; ANTSAKLIS, 2005).

Uma das ferramentas utilizadas na análise de estabilidade de sistemas chaveados com comutação restrita são as Múltiplas Funções de Lyapunov (*Multiple Lyapunov Functions*). A ideia básica consiste em utilizar uma função de Lyapunov associada a cada modo ou região do espaço de estados do sistema chaveado. Essas funções concatenadas formam uma função de Lyapunov com características não convencionais: podem apresentar descontinuidades, não decrescem monotonicamente ao longo das trajetórias dos estados e são diferenciáveis apenas por trechos.

A utilização dessa abordagem pode ser explicada através da seguinte situação: supondo que todos os modos sejam estáveis, cada modo pode ser associado a uma função de Lyapunov. Quando o modo estiver ativo, o valor da função desse modo deve decrescer. Se for incluída uma restrição no sinal de chaveamento de forma que cada vez que o sistema realiza a ativação de um modo o valor da função de Lyapunov correspondente seja menor que o valor na ativação anterior, então o sistema chaveado será assintoticamente estável (LIN; ANTSAKLIS, 2005).

O uso de múltiplas funções de Lyapunov tem sido tema de várias pesquisas (BRANICKY, 1998) (DECARLO et al., 2000) (LIBERZON; MORSE, 1999). A busca por funções de Lyapunov também pode ser formulada como um problema de desigualdades matriciais lineares (LMIs), conforme apresentado em (COUTINHO et al., 2003) (SCHARLAU, 2013) (DEZUO, 2014).

3.2.3 Estabilização de sistemas chaveados

O objetivo desta subseção é estabelecer leis de chaveamento para uma família de subsistemas que compõem o sistema chaveado de modo a torná-lo estável. Esse problema pode ser resolvido de forma trivial quando pelo menos um dos subsistemas apresenta estabilidade, pois nesse caso basta manter ativo o modo cujo subsistema é estável (LIBERZON, 2003). Por outro lado, quando nenhum dos subsistemas apresenta estabilidade, é necessário projetar uma lei de chaveamento que consiga levar o sistema chaveado à estabilidade.

Uma das abordagens para o problema de estabilização de sistemas chaveados é focada na estabilização quadrática. Foi demonstrado por Wicks, Peleties e DeCarlo (1994) que a existência de uma combinação convexa estável das matrizes de dinâmica de um sistema chaveado linear implica na existência de uma lei de chaveamento dependente dos estados que estabiliza o sistema chaveado juntamente com uma função quadrática de Lyapunov. Feron (1996) provou que a condição de existência de uma combinação convexa estável é suficiente e necessária quando o número de subsistemas é igual a dois. Os resultados destas duas referências foram estendidos

para o caso de sistemas chaveados afins em Bolzern e Spinelli (2004).

Infelizmente, a busca de uma combinação convexa e estável das matrizes de dinâmica dos subsistemas apresenta-se como um problema NP-Difícil (*NP-Hard*) (SKAFIDAS et al., 1999). O projeto de uma lei de chaveamento para estabilização quadrática utilizando LMIs e considerando um sistema chaveado linear com incertezas politópicas é apresentado em Zhai, Lin e Antsaklis (2003). Deve-se salientar, contudo, que todos estes métodos garantem a estabilidade pela utilização de uma função quadrática comum de Lyapunov. Isso representa uma abordagem conservadora pois, conforme já visto anteriormente, existem sistemas chaveados que podem apresentar estabilidade sem possuírem uma função quadrática comum de Lyapunov.

Uma alternativa para este problema consiste em utilizar múltiplas funções de Lyapunov no projeto de uma lei de chaveamento para estabilização. Esta abordagem foi proposta pela primeira vez por Wicks e DeCarlo (1997), empregando funções de Lyapunov quadráticas por partes para sistemas chaveados lineares e invariantes no tempo com dois modos. Mignone, Ferrari-Trecate e Morari (2000) apresentam um método baseado em LMIs para projeto de realimentação de estados de sistemas discretos afins por partes. Um método de projeto para sistemas chaveados com campos vetoriais lineares empregando desigualdades matriciais bilineares (BMIs) é proposto por Pettersson (2003). É importante salientar que grande parte das condições de estabilização utilizadas nos resultados já publicados e que podem ser verificadas através da solução de conjuntos de LMIs ou BMIs são somente suficientes, exceto para casos particulares de estabilização quadrática (LIN; ANTSAKLIS, 2005).

Com relação às leis de chaveamento, é possível identificar nos trabalhos já publicados diferentes tipos de estruturas utilizadas para estabilização. Por exemplo, alguns resultados empregam leis baseadas na função ‘min’ ou na função ‘max’ de um conjunto de funções auxiliares dependentes dos estados. Como exemplos, é possível citar Geromel e Colaneri (2006), Deaecto et al. (2010) para a função ‘min’ e Ji, Xiaoxia e Xie (2006), Trofino et al. (2012) para função ‘max’. Por um lado, as condições para garantia de estabilidade em modos deslizantes são mais simples quando a função ‘min’ é utilizada. Veja Liberzon (2003) para mais detalhes sobre esse aspecto. Por outro lado, o uso da função ‘max’ não restringe as funções auxiliares a serem positivas, ao contrário do que acontece quando se emprega a função ‘min’ associada aos argumentos de estabilidade de Lyapunov. Outras abordagens definem as leis de chaveamento através da derivada da função de Lyapunov (BOLZERN; SPINELLI, 2004) (HU; MA; LIN, 2008).

Uma outra questão relevante é saber sob quais condições é possível estabilizar um sistema chaveado pelo projeto adequado de leis de chaveamento. Algumas condições suficientes foram propostas por Sun e Ge (2004). Lin e Antsaklis (2005) estabelecem condições suficientes e necessárias para um classe de sistemas chaveados lineares com base em funções de Lyapunov poliedrais. No entanto, este resultado depende de uma transformação de coordenadas e ainda não se conhece um método eficiente para a determinação dessa transformação.

Um sistema chaveado pode ser classificado de acordo com as características dos subsiste-

mas que o compõem. Quando um sistema chaveado apresenta todos os subsistemas lineares, o mesmo é denominado sistema chaveado linear e sua dinâmica de malha fechada é dada por:

$$\dot{x}(t) = A_{\sigma}x(t), \quad \sigma \in \mathcal{M}, \quad (12)$$

Neste trabalho estamos interessados em dinâmicas mais complexas, com características de sistemas afins para poder representar sistemas em que os sinais de controle apresentam um conjunto limitado de valores predefinidos

3.3 SISTEMAS CHAVEADOS DO TIPO AFIM

A maioria dos sistemas chaveados presente em aplicações práticas não pode ser modelada na forma de sistemas lineares, por isso se faz necessária a expansão da seção anterior para classes mais abrangentes.

Nesta seção será abordada uma expansão para quando o sistema chaveado for composto por subsistemas do tipo afim:

$$\dot{x}(t) = A_i x(t) + b_i, \quad i \in \mathcal{M}, \quad (13)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ representa o vetor de estados do sistema, supostamente disponível para medição, e $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $b_i \in \mathbb{R}^n$, $i \in \mathcal{M}$, são as matrizes de cada subsistema.

Supõe-se que a comutação entre os m subsistemas da Equação (13) ocorra de acordo com uma lei de chaveamento representada pelo sinal de chaveamento:

$$\sigma(x(t)) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{M}, \quad (14)$$

que pode ser visto como um mapeamento do vetor de estados, tomado a cada instante de tempo t , para o conjunto de índices $\sigma(x(t)) \in \mathcal{M}$ do modo de operação corrente (ativo). Se, em um dado instante de tempo, $\sigma(x(t))$ possuir somente um elemento, esse elemento define o subsistema ativo. Caso contrário $\sigma(x(t))$ possui mais de um elemento e pode estar ocorrendo o fenômeno de modos deslizantes nesse instante. Utilizando os resultados de Filippov (1988) para definir a dinâmica em modos deslizantes, $\sigma(x(t))$ se torna um sinal constante por partes e descontínuo apenas nos instantes onde a trajetória do sistema entra ou sai de uma superfície de chaveamento.

O objetivo é projetar uma lei de chaveamento $\sigma(x(t))$ que conduz assintoticamente os estados do sistema chaveado para uma dada referência constante \bar{x} , ou seja:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \bar{x} \quad (15)$$

Dado \bar{x} , é possível definir o erro do sistema como sendo:

$$e(t) = x(t) - \bar{x}. \quad (16)$$

e com isso reescrever a Equação (13) em termos de $e(t)$

$$\dot{e}(t) = A_i e(t) + k_i, \quad k_i := b_i + A_i \bar{x}. \quad (17)$$

Como \bar{x} é constante, é possível reescrever a lei de chaveamento em função de $e(t)$, ou seja $\sigma(e(t))$. Caso ocorra o fenômeno de modos deslizantes, assume-se então que a dinâmica do erro pode ser representada como uma combinação convexa dos campos vetoriais de cada subsistema da Equação (17), assim:

$$\dot{e}(t) = \sum_{i \in \sigma(e(t))} \theta_i(e(t))(A_i e(t) + k_i), \quad \theta(e(t)) \in \Theta \quad (18)$$

e $\theta(e(t))$ é um vetor com elementos $\theta_i(e(t))$ definidos de acordo com Filippov (1988) e Θ é o simplex definido na Equação (11). Observe que $\theta_i(e(t)) = 0$ caso $i \notin \sigma(e(t))$. Os modos deslizantes podem ocorrer em um ponto $e(t)$ caso exista uma combinação convexa dos campos vetoriais dos subsistemas tal que seja um vetor que pertence ao hiperplano tangente da superfície de chaveamento no ponto $e(t)$.

Para atingir globalmente o objetivo de seguimento, como descrito por Trofino et al. (2009), é necessário que a origem seja um ponto de equilíbrio globalmente assintoticamente estável da Equação (17). Com isso é possível estabelecer Lema 1.

Lema 1 *A origem é um ponto de equilíbrio da Equação (17) se e somente se existir $\bar{\theta} \in \Theta$ tal que:*

$$\sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i k_i = 0, \quad (19)$$

Demonstração. Basta substituir $\dot{e} = 0$ e $e = 0$ na Equação (17).

Com base nas considerações vistas anteriormente, o problema será reformulado como sendo o projeto de uma lei de chaveamento $\sigma(e(t))$ que conduza os estados da Equação (17) para a origem.

3.3.1 Projeto de uma lei de chaveamento para sistemas chaveados do tipo afim

Nessa subseção será apresentado os resultados obtidos por Trofino et al. (2011), os quais também foram estudados por Senger e Trofino (2016), para uma lei de chaveamento para sistemas afins que é obtida pela aplicação da função ‘max’ na forma:

$$\sigma(e(t)) := \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\}, \quad (20)$$

onde $v_i(e(t)), i \in \mathcal{M}$, são funções auxiliares associadas aos subsistemas da Equação (17), a função *max* representa o valor máximo entre as funções $v_i(e(t))$ e a função *arg* é responsável por encontrar qual o argumento i do sistema que retorna o valor máximo. O sinal de chaveamento definido por $\sigma : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{M}$, mapeia dentre o conjunto de subsistemas aquele que possui a “energia máxima”. Por exemplo, $\sigma(e(t_0)) = \{j, k, l\}$ significa que no instante $t = t_0$ a trajetória do erro está na superfície de comutação definida pelos subsistemas $\{j, k, l\}$ pois $v_j(e(t_0)) = v_k(e(t_0)) = v_l(e(t_0)) = \max_{i \in \mathcal{M}} v_i(e(t_0))$. Sempre que o conjunto $\sigma(e(t))$ tiver mais de um elemento, um modo deslizante pode estar ocorrendo naquele instante, e os elementos da combinação convexa, as entradas do vetor $\theta(e(t))$ são tais que $\theta_i(e(t)) = 0$ se $i \notin \sigma(e(t))$. Maiores detalhes podem ser obtidos em Filippov (1988). É possível perceber que a Equação (20) é uma lei de chaveamento dependente dos estados que utiliza a ideia de função de Lyapunov múltipla

A lei de chaveamento $\sigma(e(t))$ deve fazer com que a origem da dinâmica do erro de seguimento seja globalmente assintoticamente estável. Portanto, busca-se obter condições de projeto que resultam em uma lei de chaveamento que conduz assintoticamente os estados do sistema chaveado para a origem, mesmo com a ocorrência de modos deslizantes em qualquer superfície de chaveamento do sistema.

A seguir são apresentadas condições suficientes para o protejo utilizando a teoria de estabilidade de Lyapunov e o processo para descrevê-las como um conjunto de LMIs. Considerando que as funções auxiliares $v_i(e(t)), i \in \mathcal{M}$, da Equação (20) possuem a seguinte estrutura particular:

$$v_i(e(t)) = e(t)'P_i e(t) + 2e(t)'S_i, \quad (21)$$

onde $P_i = P_i' \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $S_i \in \mathbb{R}^n$ são matrizes a serem determinadas. É possível notar que as funções auxiliares possuem termos quadráticos e lineares. Os termos lineares adicionam graus de liberdade significativos no problema de estabilidade de sistemas afins, no entanto na maioria dos casos estes termos são desprezados (BOLZERN; SPINELLI, 2004) (XU; ZHAI; HE, 2008).

Antes de apresentar o próximo teorema, é importante definir a notação auxiliar utilizada para expressar as condições. Considerando os seguintes vetores auxiliares $\theta, \bar{\theta} \in \mathbb{R}^m$.

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_m \end{bmatrix}, \quad \bar{\theta} = \begin{bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \vdots \\ \bar{\theta}_m \end{bmatrix}, \quad e_\theta := \theta \otimes e(t), \quad (22)$$

onde $\theta \in \Theta$ e $\bar{\theta} \in \Theta$ são definidos através da Equação (19). O símbolo \otimes representa o produto de Kronecker.

3.4 SISTEMAS COM COMUTAÇÃO NO SINAL DE CONTROLE

Neste trabalho será considerado o sistema chaveado representado na forma do modelo instantâneo

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu_i, \quad i \in \mathcal{M} := \{1, \dots, m\}, \\ y(t) &= Cx(t), \end{cases} \quad (23)$$

onde $u_i = \mathcal{V}_i(\mathcal{U})$, $i \in \mathcal{M}$, representa cada um dos m possíveis modos de operação do sinal de entrada dados pelos vértices do politopo

$$\mathcal{U} := \{u(t) \in \mathbb{R}^p : u_{min} \preceq u(t) \preceq u_{max}, \forall t \geq 0\}. \quad (24)$$

onde $u_{min} \in \mathbb{R}^p$ e $u_{max} \in \mathbb{R}^p$ são vetores constantes contendo, respectivamente, os mínimos e máximos valores que podem ser assumidos por cada elemento do vetor $u(t)$.

O modelo da Equação (23) é adequado para representar tanto sistemas onde $u(t)$ é um sinal que assume um conjunto finito de valores devido à natureza do sistema, quanto sistemas em que $u(t)$ é um sinal contínuo, mas deseja-se operá-lo em valores instantâneos predefinidos.

O objetivo de rastrear um vetor de referências desejadas \bar{x} pode ser reescrito como o de projetar uma lei de chaveamento que estabilize o erro $e(t) := x(t) - \bar{x}$ em zero. As equações da dinâmica de cada modo do sistema podem ser escritas em termos de $e(t)$ e do erro de medição $\varepsilon(t) := y(t) - \bar{y}$ como

$$\begin{cases} \dot{e}(t) &= Ae(t) + A\bar{x} + Bu_i, \quad i \in \mathcal{M}, \\ \varepsilon(t) &= Ce(t). \end{cases} \quad (25)$$

Suponha que a comutação entre os m subsistemas de (25) ocorra de acordo com uma lei de chaveamento representada pelo sinal de chaveamento

$$\sigma(e(t)) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathcal{M} \quad (26)$$

que pode ser vista como um mapeamento do vetor de estados, tomado a cada instante de tempo t , para o conjunto de índices $\sigma(e(t)) \in \mathcal{M}$ do modo de operação corrente (ativo). Se, em um dado instante de tempo, $\sigma(e(t))$ possuir somente um elemento, este elemento define o subsistema ativo. Caso contrário, $\sigma(e(t))$ possui mais de um elemento e pode estar ocorrendo o fenômeno de modos deslizantes neste instante. Utilizando os resultados de (FILIPPOV, 1988) para definir a dinâmica em modos deslizantes, $\sigma(e(t))$ se torna um sinal constante por trechos e descontínuo apenas nos instantes onde a trajetória do sistema entra ou sai de uma superfície de chaveamento.

De acordo com Trofino et al. (2011), dinâmicas de modos deslizantes podem ser representadas como combinações convexas dos subsistemas individuais como em Filippov (1988). Então, o sistema chaveado global de malha fechada, incluindo as dinâmicas isoladas e quaisquer dinâmicas de modos deslizantes que eventualmente ocorram em uma superfície de chaveamento,

pode ser representado por

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^m \theta_i(e(t))(Ae(t) + A\bar{x} + Bu_i), \quad \theta(e(t)) \in \Theta, \quad (27)$$

onde Θ é o simplex unitário definido na Equação (11) e $\theta(e(t))$ é o vetor com elementos $\theta_i(e(t))$ definidos de acordo com os resultados de Filippov (1988). Observe que $\theta_i(e(t)) = 0$ se i não for um modo de operação ativo no ponto $e(t)$. Considera-se que $\theta(e(t))$, visto como função do tempo, é contínuo por trechos (TROFINO et al., 2011).

Para alcançar o objetivo de rastreamento, a origem de (27) deve ser um equilíbrio assintoticamente estável. Defina $\bar{\theta} = \theta(0)$, a partir do qual o lema a seguir é estabelecido.

Lema 2 *A origem de (27) é um ponto de equilíbrio se, e somente se, existe $\bar{\theta} \in \Theta$ tal que*

$$A\bar{x} + B \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i u_i = 0. \quad (28)$$

Prova: Faça $\dot{e}(t) = 0$ e $e(t) = 0$ em (27). □

Como (28) é uma identidade nula, pode-se subtrair o lado esquerdo da igualdade (28) em (27) e reescrever a dinâmica do erro na seguinte forma mais conveniente.

$$\begin{cases} \dot{e}(t) &= Ae(t) + B \sum_{i=1}^m (\theta_i(e(t)) - \bar{\theta}_i) u_i, \quad \theta(e(t)) \in \Theta, \\ \varepsilon(t) &= Ce(t). \end{cases} \quad (29)$$

4 PROJETO DA LEI DE CHAVEAMENTO

Neste capítulo, será projetada a lei de chaveamento que rege o controle de temperatura e, conseqüentemente, acionamento do aquecimento do forno.

Considere a lei de chaveamento da Equação (20) dada por (TROFINO et al., 2011)

$$\sigma(e(t)) := \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\}, \quad (30)$$

onde $\sigma(e(t))$ é uma função constante por trechos que caracteriza o modo de operação a ser ativado no instante t e no presente trabalho propõe-se que $v_i(e(t))$, $i \in \mathcal{M}$, sejam funções auxiliares com estrutura dada por

$$v_i(e(t)) := e(t)'Pe(t) + 2e(t)'C'TB(u_i - u_{\bar{\theta}}), \quad (31)$$

onde $P \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e $T \in \mathbb{R}^{q \times n}$ são matrizes a serem projetadas. A notação “arg max” significa que $\sigma(e(t))$ recebe o *argumento* i da função auxiliar $v_i(e(t))$ com o *máximo* valor para o erro $e(t)$ do instante atual.

Note que a Equação (31) contém termos invariantes com respeito ao modo de operação, afetando o valor absoluto de todas as funções $v_i(e(t))$ igualmente. Isso significa que estes termos não tem influência na determinação de qual é o argumento i da máxima $v_i(e(t))$, onde o importante é o valor relativo entre as $v_i(e(t))$. Assim, podemos reescrever a lei de chaveamento (20) de forma a depender apenas dos termos que dependem de i como

$$\sigma(\varepsilon(t)) = \arg \max_{i \in \mathcal{M}} \{\varepsilon(t)'TBu_i\}, \quad (32)$$

o que, graças à estrutura particular das $v_i(e(t))$, implica que a lei de chaveamento pode depender apenas do erro de realimentação de saída $\varepsilon(t)$ no estágio de implementação. A estrutura de realimentação do sistema pode ser vista na Figura 11.

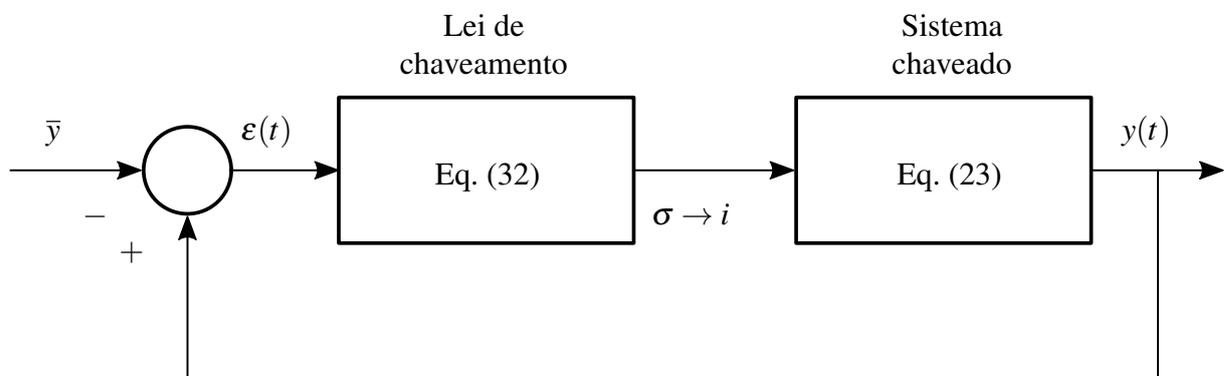


Figura 11 – Sistema chaveado em malha fechada.

A lei de chaveamento (32) é uma adaptação da forma proposta em Trofino et al. (2011) com o objetivo de lidar com equilíbrios incertos e sistemas contínuos com sinais de entrada

com possibilidade finita de valores. Portanto, o presente trabalho visa estender os resultados de Trofino et al. (2011) para estabilizar sistemas com a dinâmica (29). Para isso, são considerados a notação auxiliar (33)-(34) e o teorema a seguir.

$$\Psi = \begin{bmatrix} A'P + P'A & PB U + A'C'TBU \\ \star & U'B'(C'T + T'C)BU \end{bmatrix}, \quad (33)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & C'TBU \\ \star & \mathbf{0}_{m \times m} \end{bmatrix}, \quad U = [u_1 \ \cdots \ u_m], \quad E = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_n & \mathbf{1}_m \end{bmatrix}. \quad (34)$$

Teorema 1 *Seja \bar{y} um vetor constante representando um equilíbrio válido desejado para a saída medida $y(t)$ do sistema chaveado afim (23). Utilizando a notação auxiliar (33)-(34), seja Q uma base do espaço nulo de E . Seja o escalar constante $\alpha > 0$ definido pelo projetista. Supondo que existam matrizes P e T que resolvam as condições LMI*

$$P > 0, \quad Q'(\Psi + \alpha\Phi)Q < 0, \quad (35)$$

então a origem de (29) é globalmente assintoticamente estável com a lei de chaveamento (32) e

$$V(e(t)) = \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\} \quad (36)$$

é uma função de Lyapunov para este sistema em malha fechada. \square

Prova: Segue as mesmas linhas da apresentada em Trofino et al. (2011). Em suma, a prova do Teorema 1 é baseada em demonstrar que a escolha particular de $v_i(e(t))$ atende aos requisitos de estabilidade para a função de Lyapunov candidata (36), ou seja, que esta seja positiva e decrescente para as trajetórias do sistema chaveado pela lei (20).

Primeiramente, note que a função de Lyapunov (36) pode ser reescrita como uma combinação convexa particular das funções auxiliares $v_i(e(t))$,

$$V(e(t)) = \max_{i \in \mathcal{M}} \{v_i(e(t))\} = \sum_{i=1}^m \theta_i(e(t)) v_i(e(t)), \quad (37)$$

para $i \in \sigma(e(t))$, ou seja, $\theta_j = 0$ se $j \notin \sigma(e(t))$.

Note que a função máxima $V(e(t))$ é, por definição, maior que ou igual a qualquer combinação convexa das $v_i(e(t))$. Considerando as funções auxiliares em (31), e a combinação particular $\theta(e(t)) = \bar{\theta}$ tem-se

$$V(e(t)) \geq \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i v_i(e(t)) = e(t)' P e(t). \quad (38)$$

Portanto, $V(e(t)) > 0$ é garantida pela condição LMI $P > 0$. Além disso, $V(e(t))$ é radialmente ilimitada, pois o lado direito de (38) é uma forma quadrática positiva definida. Adicionalmente,

$v_i(e(t)) \leq \beta_i(\|e(t)\|)$ com¹ $\beta_i(\|e(t)\|) := \|P\|\|e(t)\|^2 + 2\|C'TBu_i\|\|e(t)\|$. Isso mostra que

$$\lambda_{\min}(P)\|e(t)\|^2 \leq V(e(t)) \leq \max_{i \in \mathcal{M}} \{\beta_i(\|e(t)\|)\} \quad (39)$$

onde os limites inferiores e superiores são funções classe \mathcal{K}_∞ .

Na sequência é demonstrada a obtenção da condição que garante $V(e(t))$ estritamente decrescente. Primeiramente, note que $V(e(t))$ é uma função contínua, entretanto a derivada temporal de $V(e(t))$ é descontínua nos instantes de chaveamento. Usando os mesmos argumentos de Trofino et al. (2011) e Senger e Trofino (2016), tem-se que a função (36) será decrescente se qualquer combinação entre as derivadas direcionais de cada $v_i(e(t))$ for negativa, ou seja

$$\sum_{i=1}^m \theta_i(e(t)) \dot{v}_i(e(t)) < 0. \quad (40)$$

Considere a notação (34) e note que $\sum_{i=1}^m (\theta_i - \bar{\theta}_i) u_i = U(\theta - \bar{\theta})$. Agora, com a notação (33), para a escolha particular de $v_i(e(t))$ em (31), pode se reescrever (40) como

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}' \Psi \begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} < 0. \quad (41)$$

Entretanto, a condição anterior implica que nenhuma combinação de $\dot{v}_i(e(t))$ pode crescer, nem mesmo em modo isolado, o que não é necessário. Note que só estamos interessados que a função máxima $V(e(t))$ decresça. Sabendo que a função ‘max’ sempre atende às condições (37) e (38), então usando a notação (34) temos que (41) só precisa ser satisfeita quando

$$\sum_{i=1}^m (\theta_i - \bar{\theta}_i) \dot{v}_i(e(t)) = \begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}' \Phi \begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} \geq 0. \quad (42)$$

Assim, podemos usar o Procedimento-S com uma constante $\alpha > 0$, definida pelo projetista, para relaxar a condição (41) como

$$\begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix}' (\Psi + \alpha\Phi) \begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} < 0. \quad (43)$$

Considerando a notação (34) e a definição do simplex unitário em (11), perceba que

$$E \begin{bmatrix} e(t) \\ \theta - \bar{\theta} \end{bmatrix} = 0. \quad (44)$$

Portanto, considerando o espaço nulo de E e aplicando o Lema de Finsler em (43), é possível obter a LMI $Q'(\Psi + \alpha\Phi)Q < 0$. Assim, fica demonstrado que as LMIs em (35) são condições suficientes para a estabilidade assintótica global do sistema chaveado seguindo os resultados de Filippov (1988). \square

¹ Esta relação tem como base as seguintes propriedades de normas de vetores e matrizes: $\|A + B\| \leq \|A\| + \|B\|$ e $\|AB\| \leq \|A\|\|B\|$.

5 SIMULAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO PROJETADA

O objetivo deste capítulo é simular aplicação da lei de chaveamento projetada no capítulo anterior no modelo matemático levantado no capítulo (2) e verificar o resultado teórico desta aplicação.

Considere o forno elétrico industrial JC10012 segundo modelado na Seção 2.2, isto é, com as matrizes A , B e C definidas em (2). No caso do forno, existem dois modos de operação, definidos na Tabela 2. Note que o sinal de entrada instantâneo da representação chaveada (23) assume apenas os valores $u_{max} = 1$ (relés conduzindo) e $u_{min} = 0$ (relés não conduzindo).

Tabela 2 – Modos de operação do forno

Modo de operação $\sigma(\varepsilon(t))$	1	2
Estado dos relés	conduzindo	bloqueados
Entrada de controle u_i	1	0

Para resolver as condições de projeto do Teorema 1, utilizou-se o *solver* SeDuMi (STURM, 1999) com o *parser* YALMIP (LÖFBERG, 2004) no software MATLAB. A solução encontrada escolhendo-se $\alpha = 1$ foi

$$P = \begin{bmatrix} 7,2439 & 0,6451 & 1,5449 & -0,1213 & -0,0355 \\ 0,6451 & 0,2874 & 0,1720 & -0,3603 & -0,1068 \\ 1,5449 & 0,1720 & 2,4077 & -0,1893 & -0,0555 \\ -0,1213 & -0,3603 & -0,1893 & 0,6870 & 0,2027 \\ -0,0355 & -0,1068 & -0,0555 & 0,2027 & 0,0645 \end{bmatrix}, \quad (45)$$

$$T = \begin{bmatrix} -7,1560 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \\ -1,5168 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 \end{bmatrix} \times 10^{-2}, \quad (46)$$

a partir da qual a lei de chaveamento (32) pode ser construída.

O funcionamento do controle do forno será ilustrado através de um perfil de aquecimento genérico em que o forno deve aquecer a partir da temperatura ambiente até $\bar{y}_2 = 1200$ °C, permanecer nesta condição até $t = 2000$ minutos, depois reduzir a temperatura para $\bar{y}_2 = 600$ °C, permanecer até $t = 4000$ minutos e em seguida voltar à condição ambiente (condição inicial da simulação).

Uma vez definido \bar{y}_2 , o respectivo \bar{y}_1 pode ser obtido a partir de

$$\bar{y} = -CA^{-1}B \sum_{i=1}^m \bar{\theta}_i u_i, \quad (47)$$

obtida por sua vez a partir da condição de equilíbrio (28) isolando \bar{x} e fazendo $\bar{y} = C\bar{x}$. A solução deste conjunto de equações também retorna o valor de $\bar{\theta}$ para o respectivo ponto de equilíbrio desejado.

A simulação foi realizada com um passo de 0,01 minuto. Devido a dinâmica lenta do sistema e com o objetivo de minimizar perdas, foi imposto um tempo de residência mínimo de 1 minuto entre chaveamentos. O efeito deste tempo de residência será apenas o de uma maior, mas ainda desprezível, ondulação na temperatura da atmosfera do forno.

A resposta da temperatura da peça pode ser constatada na Figura 12, onde é possível notar que o perfil desejado foi corretamente seguido. Na Figura 13 observa-se como se deu a ocorrência dos chaveamentos. É possível perceber nestas figuras que a lei de chaveamento pode ficar por longos períodos de tempo no modo de operação necessário durante os transitórios. Essa operação implicaria na saturação de técnicas PWM baseadas em modelo médio. Também é possível verificar que o equilíbrio é mantido através de um chaveamento sucessivo entre os modos. Apesar desse chaveamento não apresentar um período ou frequência definidos, a permanência média em cada modo em regime permanente é equivalente ao ciclo de trabalho, de modo a satisfazer a condição de equilíbrio (28).

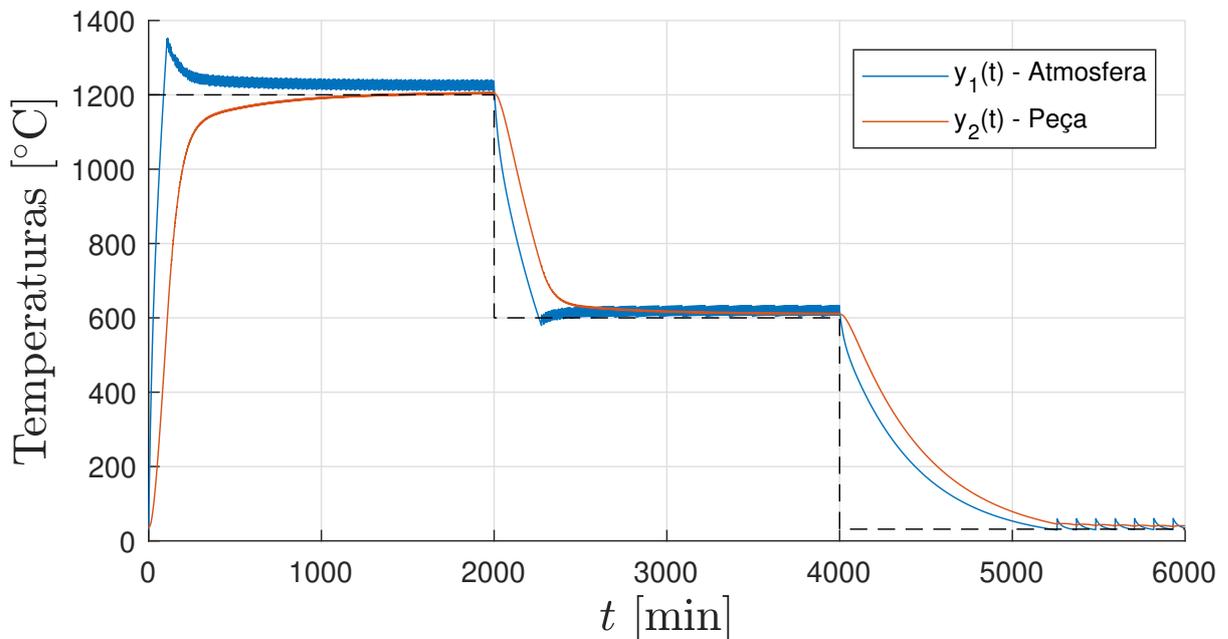


Figura 12 – Temperaturas da atmosfera do forno e da peça. A linha tracejada representa o perfil de tratamento desejado para a peça.

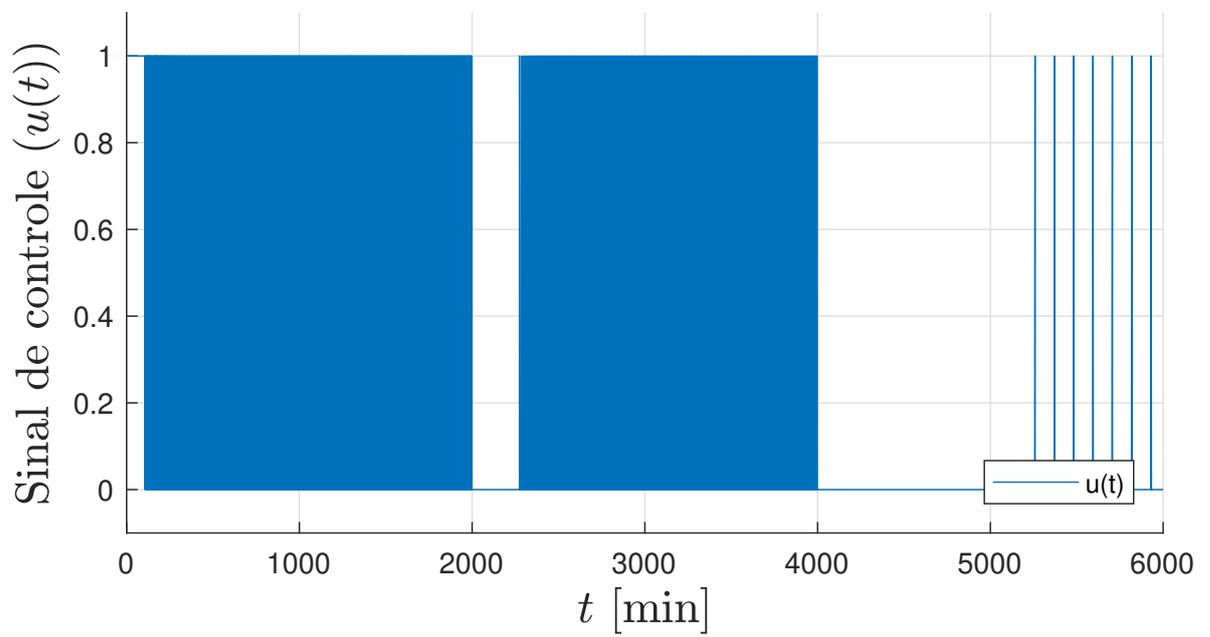


Figura 13 – Sinal de chaveamento $\sigma(\varepsilon(t))$. Nas áreas de cor densa estão ocorrendo modos deslizantes.

6 APLICAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO EM FORNO INDUSTRIAL

Neste capítulo será apresentada a maneira como a lei de chaveamento anteriormente projetada foi implementada em um forno. Posteriormente, serão apresentados alguns testes realizados através desta implementação e os resultados obtidos.

6.1 IMPLEMENTAÇÃO DA LEI DE CHAVEAMENTO NO CONTROLADOR

A partir do modelo do sistema, levantado através da curva de reação, na Seção 2.2, e da lei de chaveamento, projetada no Capítulo 4, é obtida a equação para acionamento do aquecimento do forno, que consiste em:

$$\begin{bmatrix} e_1 & e_2 \end{bmatrix} \cdot TB > 0, \quad (48)$$

onde e_1 e e_2 representam, respectivamente, os erros da temperatura da atmosfera em relação à referência, e da temperatura do corpo de prova em relação à referência. Neste cenário, o aquecimento será acionado sempre que a condição desta equação for atendida

À partir de (2) e (46), obtém-se a matriz TB.

$$TB = \begin{bmatrix} -0,04573 \\ -0,0969 \end{bmatrix} \quad (49)$$

Posteriormente, substituindo (49) em (48), obtém-se a condição que rege o acionamento do aquecimento do forno.

$$-0,04573e_1 - 0,0969e_2 > 0, \quad (50)$$

O arranjo para os ensaios práticos foi montado a partir do forno utilizado para levantamento de dados. Onde foi removido o controlador de temperatura convencional e instalado um controlador lógico programável (CLP), com expansão para conexão de termopares. Foi utilizado um CLP modelo S7-1200, da fabricante Siemens. Este arranjo foi montado de maneira que o CLP receba as leituras de temperatura dos termopares, e acione os relés de estado sólido, que ligam os elementos de aquecimento, através de uma saída digital.

Como a temperatura em todos os pontos monitorados da atmosfera do forno são semelhantes, foi utilizado 1 sensor para leitura da temperatura na atmosfera e um sensor para leitura no interior do corpo de prova. Os sensores foram posicionados nas posições 8 e 9, respectivamente, da Figura (7).

No CLP, a Equação (50) foi implementada em texto estruturado, por ser uma linguagem de alto nível, de fácil assimilação para aqueles com experiência em programação C ou *BASIC*, desenvolvida especificamente para controle industrial e por ser muito útil para o desenvolvimento

de cálculos aritméticos. O programa foi implementado de maneira a atualizar o cálculo a cada 100ms.

A seguir são apresentadas as imagens do código implementado em texto estruturado e do acionamento da saída digital do CLP, em Ladder, respectivamente.

```

1
2
3 "DB_Controlador".E1 := "DB_Controlador".y1_T_Atmosfera_real - "DB_Controlador".SP_Atmosfera_real;
4 "DB_Controlador".E2 := "DB_Controlador".y2_T_Peca_real - "DB_Controlador".SP_Peca_real;
5 "DB_Controlador".Sigma_real := ("DB_Controlador".E1 * -0.4573) - ("DB_Controlador".E2 * -0.0969);
6
7

```

Figura 14 – Implementação em texto estruturado.

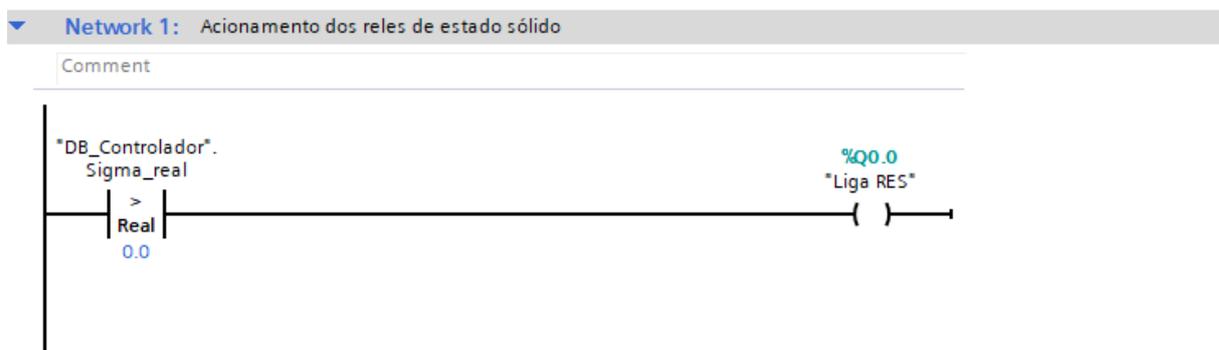


Figura 15 – Acionamento dos relés de estado sólido

6.2 RESULTADOS OBTIDOS

No primeiro teste, foram setadas as referências de 400°C para o corpo de prova e 410°C para a atmosfera. Era esperado que o aquecimento permanecesse ligado continuamente, até a temperatura no corpo de prova se aproximar da referência, mesmo que a da atmosfera ultrapassasse referência e que, em seguida, o controle entrasse em modo deslizante, no intuito de manter a temperatura do corpo de prova na referência. Porém, constatou-se que, o controle iniciou a modulação de potência antes mesmo da temperatura da atmosfera chegar na referência e com a temperatura do corpo de prova ainda distante da referência. Por fim, tanto a temperatura da atmosfera quando do corpo de prova estabilizaram na referência da atmosfera. Era esperado que as duas temperaturas equalizassem, ao longo de tempo. Porém, esperava-se que seguissem a referência do corpo de prova. A Figura 16 apresenta o gráfico com o resultado deste experimento, onde as variáveis SP representam as referências, as variáveis PV representam as temperaturas lidas e S representa o resultado da operação executada de acordo com a Equação (50).

No segundo teste, foram setadas as referências de 1000°C para o corpo de prova e 1010°C para a atmosfera. Era esperado, que o aquecimento permanecesse ligado continuamente, até a temperatura no corpo de prova se aproximar da referência, mesmo que a da atmosfera

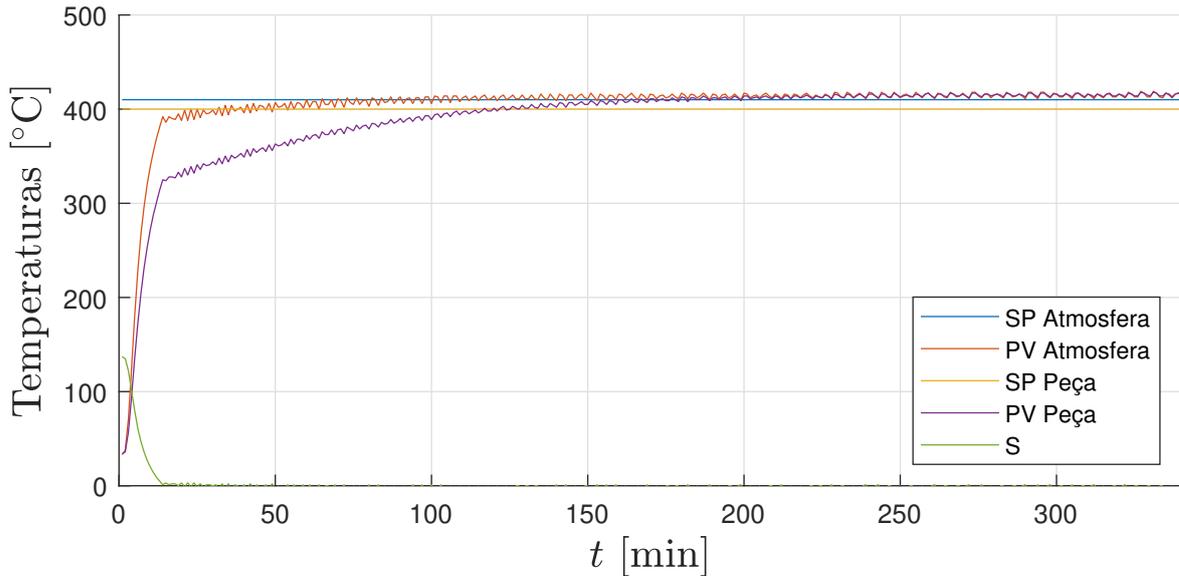


Figura 16 – Resultado do primeiro teste prático.

ultrapassasse a referência e, em seguida, o controle entrasse em modo deslizante, no intuito de manter a temperatura do corpo de prova, na referência.

Observou-se que o controle manteve o aquecimento acionado até o momento em que as temperaturas, tanto da atmosfera quanto do corpo de prova, se aproximaram das referências. Por este teste ocorrer em temperatura mais elevada, neste momento a temperatura da atmosfera e do corpo de prova já estavam relativamente próximas uma da outra. Devido às características do forno, é natural que em valores mais elevados a temperatura incremente em taxas menores e haja maior tempo para equalização das mesmas. Porém, assim como no teste anterior, tanto a temperatura da atmosfera quando do corpo de prova estabilizaram na referência da atmosfera. Esperava-se que seguissem a referência do corpo de prova à seguir é apresentado o resultado gráfico deste experimento.

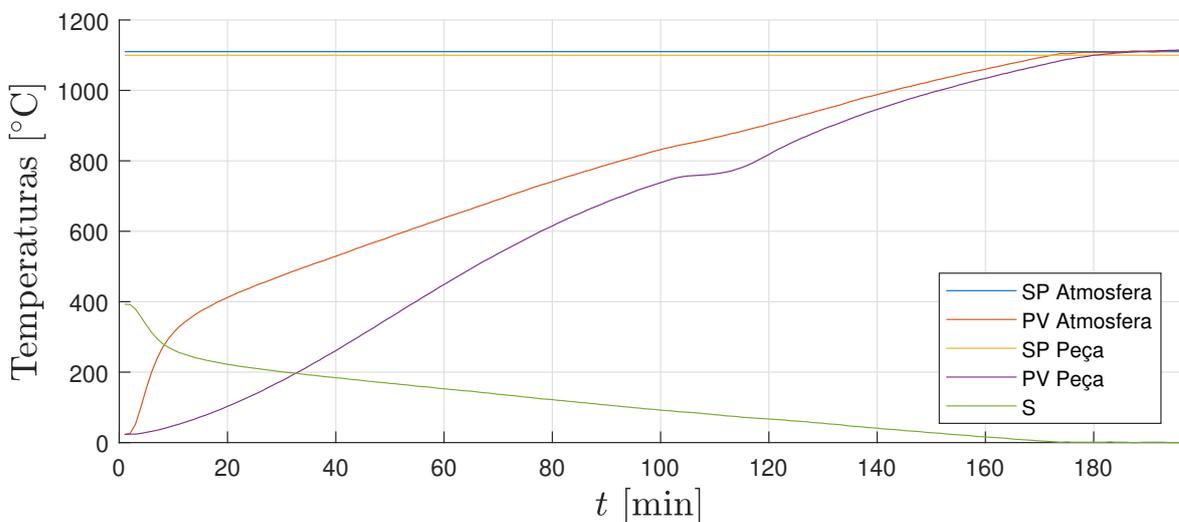


Figura 17 – Resultado do segundo teste prático.

Na Figura 17 é possível observar uma pequena oscilação, no formato de um vale, na temperatura do corpo de prova, na faixa dos 700°C a 800°C. Este comportamento ocorre devido à característica do material utilizado na confecção do corpo de prova. O corpo de prova é confeccionado em aço carbono (SAE1020), material o qual sofre alteração do calor específico de acordo com a temperatura, conforme apresentado na Figura 18, a qual demonstra um aumento do calor específico em uma mudança de estrutura alotrópica na referida faixa de temperatura.

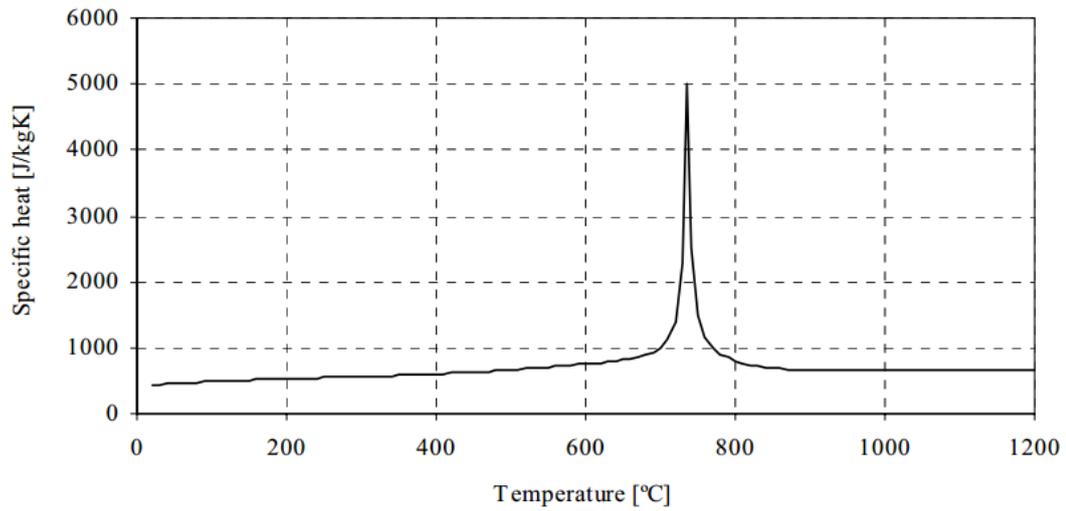


Figura 18 – Calor específico do aço carbono em função da temperatura. (GERKEN, 2007)

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposta uma técnica para o projeto de leis de chaveamento para uma classe de sistemas chaveados afins, orientada a tratar sistemas em que o sinal de controle tem, ou pode ter, um conjunto finito de valores.

Na validação do modelo levantado, foi identificado comportamento bastante semelhante ao real, para aquela faixa de temperatura. Adicionalmente, a simulação da lei de chaveamento projetada, apresentou o resultado esperado, com a temperatura do corpo de prova atingindo a referência em velocidade considerável e sem oscilações, mesmo com a temperatura da atmosfera atingindo valores mais altos antes da estabilização.

Porém, na implementação prática, constatou-se que o modelo levantado não é representativo para toda a faixa de temperatura do forno, pelo fato do perfil de temperatura do forno não ser linear. Este aspecto pode ter ocasionado certa divergência entre o comportamento encontrado na simulação (esperado) da lei de chaveamento e o encontrado nos testes práticos. Portanto, conclui-se que, há oportunidade de melhoria no método utilizado para levantamento do modelo do forno.

Entretanto, o método de projeto apresentado é capaz de tratar sistemas com realimentação de saída e o projeto independe de conhecimento prévio das referências desejadas durante a operação, sendo uma alternativa à métodos baseados em PWM.

Métodos de PWM estão sujeitos a saturação do ciclo de trabalho, especialmente quando se deseja maior velocidade de convergência. Além disso, sistemas com mais de dois modos de operação requerem o desenvolvimento de estratégias de modulação complexas e particulares para métodos de PWM. Todas estas limitações são evitadas pelo método proposto neste documento, o que permite maior liberdade do controle para obter melhor eficiência de operação.

Trabalhos futuros incluem: o desenvolvimento de novos métodos para modelagem do forno, projeto de lei de chaveamento considerando leitura de temperatura de múltiplos pontos da atmosfera do forno e da peça tratada. Acionamento das três fases de maneira independente, para melhor controle do tratamento térmico. Adaptar a técnica para controle de fornos com aquecimento à gás (GLP ou GN) que utilizem queimadores do conceito *pulse-fire*. Finalmente, estender o método para incluir critérios de performance ótimos e avaliar a robustez do método em diferentes peças, com diferentes dinâmicas térmicas.

O desenvolvimento da parte experimental da aplicação da lei de chaveamento, bem como um modelo mais completo e representativo, análises de robustez e generalização para diferentes peças encontram-se em andamento e serão submetidos para periódico científico.

REFERÊNCIAS

- ANTSAKLIS, P. J. Special issue on hibrid systems: theory and aplications a brief introdution to the teory an applications of hybrid systems. In: **Proceedings of the IEEE**. [S.l.: s.n.], 2000. v. 88, p. 879–887. Citado na página 25.
- BITSCHNAU, L.; KOZEK, M. Modeling and control of an industrial continuous furnace. In: **2009 International Conference on Computational Intelligence, Modelling and Simulation**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 231–236. Citado na página 16.
- BOLZERN, P.; SPINELLI, W. Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point. In: **PROCEEDINGS OF THE 2004 AMERICAN CONTROL CONFERENCE. Proceedings of the 2004 American Control Conference**. Boston, USA, 2004. p. 3890–3895. Citado 3 vezes nas páginas 28, 31 e 34.
- BRANICKY, M. S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 43, n. 4, p. 475–482, April 1998. Citado na página 30.
- CARLBORG, H.; IREDAHL, H. **Modeling and temperature control of an industrial furnace**. Dissertação (Mestrado) — Linköping University, Linköping, Sweden, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 21.
- COUTINHO, D. F. et al. Linear H_∞ filter design for a class of uncertain nonlinear systems. **Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control**, p. 380–385, 2003. Citado na página 30.
- DEAECTO, G. S. et al. Switched affine systems control design with application to DC-DC converters. **IET Control Theory & Applications**, v. 4, n. 7, p. 1201–1210, July 2010. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 31.
- DECARLO, R. A. et al. Perspectives and results on the stability and stabilizability of hybrid systems. **Proceedings of the IEEE**, v. 88, n. 7, p. 1069–1082, 2000. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 30.
- DEZUO, T.; LUNARDI, H.; TROFINO, A. Robust switching rule design for photovoltaic systems under non-uniform conditions. In: **2017 IEEE 56TH ANNUAL CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL (CDC). 2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)**. Melbourne, Australia, 2017. p. 2342–2347. Citado na página 17.
- DEZUO, T. J. M. **Design of switching strategies with aplications in photovoltaic energy generation**. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2014. Citado na página 30.
- EDWARDS, C.; SPURGEON, S. K. Application of sliding modes to the control of industrial furnaces. In: **Proceedings of the 20th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics**. [S.l.: s.n.], 1994. v. 3, p. 1443–1448. Citado na página 16.
- FERON, E. **Quadratic stabilizability of switched systems via state and output feedback**. Center for Intelligent Control Systems, MIT Publication CICS-P 468, 1996. Citado na página 30.

FILIPPOV, A. F. **Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides**. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1988. Citado 8 vezes nas páginas 27, 28, 32, 33, 34, 35, 36 e 39.

GERKEN, A. L. R. **Materiais de proteção térmica para sistemas construtivos de baixo custo estruturados em aço**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Brazil, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 46.

GEROMEL, J. C.; COLANERI, P. Stability and stabilization of continuous-time switched linear systems. **SIAM Journal on Control and Optimization**, SIAM, v. 45, n. 5, p. 1915–1930, 2006. Citado na página 31.

HESPANHA, J. P. Uniform stability of switched linear systems: extensions of lasalle's invariance principle. In: **IEEE Transactions on Automatic Control**. [S.l.: s.n.], 2004. v. 49, p. 470–482. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 26.

HU, T.; MA, L.; LIN, Z. Stabilization of switched systems via composite quadratic functions. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 53, n. 11, p. 2571–2585, 2008. Citado na página 31.

ISMAIL, R. Furnace modelling using state space representation. **Scientific Research Journal**, v. 3, p. 37, Jun 2006. Citado na página 21.

JI, Zhijian; XIAOXIA, Guo; XIE, Guangming. Robust control and stabilization of uncertain switched linear systems: A multiple lyapunov functions approach. In: **Journal of Dynamic Systems Measurement and Control-Transactions of The Asme - J DYN SYST MEAS CONTR**. [S.l.: s.n.], 2006. v. 128, n. 09. Citado na página 31.

KATTE, N. et al. An integrated expert controller for the oven temperature control system. **Sensors and Transducers**, v. 126, p. 101–109, 03 2011. Citado na página 14.

KING, C.; SHORTEN, R. A singularity test for the existence of common quadratic lyapunov functions for pairs of stable lti systems. In: **Proceedings of the 2004 American Control Conference**. [S.l.: s.n.], 2004. v. 4, p. 3881–3884. Citado na página 29.

LIBERZON, D. **Switching in Systems and Control**. Boston, USA: Birkhäuser, 2003. Citado 7 vezes nas páginas 25, 26, 27, 28, 29, 30 e 31.

LIBERZON, D. Switched systems. In: **Handbook of Networked and Embedded Control Systems**. USA: [s.n.], 2005. v. 1, p. 559–574. Citado na página 25.

LIBERZON, D.; MORSE, A. S. Basic problems in stability and design of switched systems. **IEEE Control Systems Magazine**, v. 19, n. 5, p. 59–70, 1999. Citado 3 vezes nas páginas 25, 29 e 30.

LIN, H.; ANTSAKLIS, P. J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a short survey of recent results. In: **PROCEEDINGS OF THE IEEE INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON INTELLIGENT CONTROL**. **Proceedings of the IEEE International Symposium on Intelligent Control**. Limassol, Cyprus, 2005. p. 24–29. Citado 3 vezes nas páginas 29, 30 e 31.

LÖFBERG, J. Yalmip: a toolbox for modeling and optimization in MATLAB. In: **International Symposium on Computer Aided Control Systems Design**. Taipei, Taiwan: [s.n.], 2004. p. 284–289. Yalmip home page <<http://control.ee.ethz.ch/~joloef/yalmip.php>>. Citado na página 40.

- LUNARDI, H. C. **Projeto de lei de chaveamento usando realimentação não linear para sistemas chaveados limitados em setor com estudo de caso na geração fotovoltaica**. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina (UDESC), Joinville, Brazil, 2021. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 28.
- MASSIONI, P. et al. Analysis of pulse width modulation controlled systems based on a piecewise affine description. **International Journal of Robust and Nonlinear Control**, v. 30, n. 15, p. 5917–5935, 2020. Citado na página 16.
- MIGNONE, D.; Ferrari-Trecate, G.; MORARI, M. Stability and stabilization of piecewise affine and hybrid systems: an LMI approach. In: **Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control**. Sydney, Australia: [s.n.], 2000. v. 1, p. 504–509. Citado na página 31.
- MIRANDA, S. **Controlador de Potência, o que é? Como funciona?** Brasil: [s.n.], 2021. Disponível em: <<https://www.varixx.com.br/novidades/2021/09/controlador-de-potncia-o-que-como-funciona>>. Acesso em 26/03/2022. Citado na página 16.
- OLIVEIRA, V.; TROFINO, A.; HERMES, C. A switching control strategy for vapor compression refrigeration systems. **Applied Thermal Engineering**, v. 31, p. 3914–3921, 12 2011. Citado na página 17.
- PETTERSSON, S. Synthesis of switched linear systems. In: **42nd IEEE Conference on Decision and Control**. Maui, USA: [s.n.], 2003. p. 5283–5288. Citado na página 31.
- RAHBAN, T. **PWM temp controller for thermo-electric modules**. Sunnyvale, EUA: [s.n.], 2022. Disponível em: <<https://www.lightwaveonline.com/print/content/16648257>>. Acesso em 15/03/2022. Citado na página 16.
- SCHARLAU, C. C. **Controle de Sistemas Chaveados e Aplicações**. Tese (Doutorado) — Federal University of Santa Catarina, Florianópolis, Brazil, 2013. Citado 5 vezes nas páginas 26, 27, 28, 29 e 30.
- SENGER, G. A.; TROFINO, A. Switching rule design for affine switched systems with guaranteed cost and uncertain equilibrium condition. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 61, n. 7, p. 1925–1930, July 2016. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 39.
- SKAFIDAS, E. et al. Stability results for switched controller systems. **Automatica**, v. 35, n. 4, p. 553–564, 1999. Citado na página 31.
- STURM, J. F. **Using SeDuMi 1.02, a Matlab® toolbox for optimization over symmetric cones**. [S.l.]: Taylor & Francis, 1999. 625-653 p. Citado na página 40.
- SUN, Z. Combined stabilizing strategies for switched linear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 51, n. 4, p. 666–674, 2006. Citado na página 28.
- SUN, Z.; GE, S. S. Analysis and synthesis of switched linear control systems. **Automatica**, Elsevier, v. 41, n. 2, p. 181–195, 2004. Citado na página 31.
- TROFINO, A. et al. Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 54, n. 9, p. 2215–2222, September 2009. Citado na página 33.

TROFINO, A. et al. Stabilizing switching rule design for affine switched systems. In: **50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference**. Orlando, USA: [s.n.], 2011. p. 1183–1188. Citado 7 vezes nas páginas 17, 33, 35, 36, 37, 38 e 39.

TROFINO, A. et al. Switching rule design for affine switched systems with H_∞ performance. In: 51TH IEEE CONFERENCE ON DECISION AND CONTROL. **51th IEEE Conference on Decision and Control**. Maui, USA, 2012. p. 1923–1928. Citado na página 31.

WICKS, M.; DECARLO, R. Solution of coupled Lyapunov equations for the stabilization of multimodal linear systems. In: **Proceedings of the 1997 American Control Conference**. Albuquerque, USA: [s.n.], 1997. v. 3, p. 1709–1713. Citado na página 31.

WICKS, M. A.; PELETIES, P.; DECARLO, R. A. Construction of piecewise Lyapunov functions for stabilizing switched systems. In: **Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control**. Lake Buena Vista, USA: [s.n.], 1994. v. 4, p. 3492–3497. Citado na página 30.

XU, X.; ZHAI, G.; HE, S. On practical asymptotic stabilizability of switched affine systems. **Nonlinear Analysis: Hybrid Systems**, v. 2, n. 1, p. 196–208, March 2008. Citado na página 34.

ZAMBALDI, E. S. **Controle automatizado de fornos para tratamento térmico em aços**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Lavras, Lavras, Brasil, 2016. Citado na página 14.

ZHAI, G.; LIN, H.; ANTSAKLIS, P. J. Quadratic stabilizability of switched linear systems with polytopic uncertainties. **International Journal of Control**, v. 76, n. 7, p. 747–753, 2003. Citado na página 31.

ZHANG, R.; XUE, A.; GAO, F. Temperature control of industrial coke furnace using novel state space model predictive control. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 10, n. 4, p. 2084–2092, 2014. Citado na página 14.