

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGEEL

ARTHUR GARCIA BARTSCH

**DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS ANALÍTICAS DE SINTONIA DE
CONTROLADORES PREDITIVOS APLICADAS AO ACIONAMENTO DE
MOTORES SÍNCRONOS DE ÍMÃS PERMANENTES**

JOINVILLE
2021

ARTHUR GARCIA BARTSCH

**DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS ANALÍTICAS DE SINTONIA DE
CONTROLADORES PREDITIVOS APLICADAS AO ACIONAMENTO DE
MOTORES SÍNCRONOS DE ÍMÃS PERMANENTES**

Tese apresentada ao Curso de Pós-graduação em Engenharia Elétrica, do Centro de Ciências Tecnológicas, da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.
Orientador: Prof. Dr. José de Oliveira
Coorientadora: Profa. Dra. Mariana S. M. Cavalca

**JOINVILLE
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Bartsch, Arthur Garcia

Desenvolvimento de técnicas analíticas de sintonia de controladores preditivos aplicadas ao acionamento de motores síncronos de ímãs permanentes / Arthur Garcia Bartsch. -- 2021. 265 p.

Orientador: José de Oliveira

Coorientadora: Mariana Santos Matos Cavalca

Tese (doutorado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, 2021.

1. Motor síncrono de ímãs permanentes. 2. Controle preditivo baseado em modelo. 3. PMSM. 4. MPC. 5. Sintonia de controladores. I. de Oliveira, José. II. Cavalca, Mariana Santos Matos. III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

ARTHUR GARCIA BARTSCH

**DESENVOLVIMENTO DE TÉCNICAS ANALÍTICAS DE SINTONIA DE
CONTROLADORES PREDITIVOS APLICADAS AO ACIONAMENTO DE MOTORES
SÍNCRONOS DE ÍMÃS PERMANENTES**

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica
pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia
Elétrica do Centro de Ciências Tecnológicas – CCT,
da Universidade do Estado de Santa Catarina –
Udesc.

Orientador: Prof. Dr. José de Oliveira

Coorientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos
Cavalca

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. José de Oliveira
CCT/UEDESC (Orientador/Presidente)

Membros:

Prof. Dr. Roberto Kawakami Harrop Galvão
ITA

Prof. Dr. Seleme Isaac Seleme Júnior
UFMG

Prof. Dr. Ademir Nied
CCT/UEDESC

Prof. Dr. Tiago Jackson May Dezuó
CCT/UEDESC

Joinville, 21 de junho de 2021.

Àqueles que são silenciados por anunciar a verdade.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus Pai, pelo dom da vida, a Seu Amantíssimo Filho, por seu amor, e ao Divino Espírito Santo, pelas luzes e inspirações concedidas ao longo desse trabalho. Agradeço, também, à Santíssima Virgem, a São José, a Santo Tomás de Aquino, à Santa Tereza D'Ávila, a Santa Catarina de Alexandria, à Santa Gemma Galgani, a São Pedro de Alcântara, a São Pio de Pietrascina, a Santo Antônio de Pádua, a São Miguel Arcanjo, ao meu Santo Anjo da Guarda e aos demais anjos e santos por toda intercessão por mim feita para a realização desse trabalho.

Agradeço à minha esposa Camila, por todo o apoio, troca de ideias e carinho a mim dispensado ao longo desses cinco anos de doutorado. Agradeço, também, ao meu filho Antônio Miguel pela paciência comigo no desenvolvimento dessa tese. Agradeço à minha mãe Sueli, à minha irmã Nathalia, aos meus avós e aos meus demais familiares que me apoiaram em meus estudos e que rezaram por mim ao longo desse período. Agradeço, também, aos meus sogros Luiz e Maria por todo o apoio dado nesse período, especialmente, nos auxílios com meu filho.

Agradeço ao meu professor orientador, Prof. Dr. José de Oliveira, por toda a parceria, aconselhamento, ideias e suporte dado pelo período do doutorado e também pela confiança inicial, dada ao longo de praticamente todo o meu processo formativo, desde o início da iniciação científica, em 2013. Agradeço à minha coorientadora, Prof^a Dr^a Mariana Santos Matos Cavalca, que apesar das dificuldades, sacrificou muito de seu escasso tempo para acompanhar meu trabalho e orientar-me, sobretudo, através do questionamento das minhas descobertas. Agradeço aos professores Dr. Roberto K. H. Galvão, Dr. Seleme Isaac Seleme Jr., Dr. Tiago Jackson May Dezu, Dr. Douglas Wildgrube Bertol e, especialmente, Dr. Ademir Nied pela disposição em corrigir esse trabalho e apresentar-me sua justa crítica e contribuições.

Agradeço imensamente ao Filipe Fernandes por todo o zelo, dedicação e companheirismo ao longo desses anos. Agradeço muitíssimo à Sabrina Fernandes dell Agnolo por tanto trabalho, empenho, amizade e alegria ao longo desse período. Devo muito a ambos por me ajudarem a fazer funcionar a Plataforma 02 para resultados experimentais. Agradeço também ao meu grande amigo Gabriel Hermann Negri por todas as discussões, aprendizados e parcerias ao longo de tantos anos. Agradeço também ao Christian e ao Marcelo que entre, muitas outras trocas de conhecimento e experiência, me apresentaram ao Python e ao Clodoaldo que, também entre várias trocas de conhecimento, me apresentou à linguagem Julia, facilitando consideravelmente meu trabalho. Agradeço ainda à Dayse, à Sara, à Vanessa, ao César, ao Lucas, ao Stéfano,

ao Gustavo e ao João Carlos, pelo apoio em diferentes períodos do meu doutorado. Agradeço a todos os demais colegas de laboratório e professores que, ao longo de todos esses anos, de muitas formas, me auxiliaram nesse trabalho e na minha formação.

Agradeço ainda ao Instituto Federal de Santa Catarina que, ao longo de meu período de trabalho, liberou-me parcialmente 8h no período 2018/1, 4h no período 2018/2, 20h em 2019/1 e 2019/2 e 10,4h em 2020/1. Agradeço a minha chefia na pessoa do prof. Me. Rogério por me permitir desenvolver essas atividades. Agradeço aos meus amigos e colegas de trabalho Dr. Rodrigo Trentini, Me. John Saldanha e Dr. Marcos Salvador por todo apoio e troca de ideias nesse período. Agradeço também ao Programa de Bolsas Universitárias de Santa Catarina Uniedu/Fumdes pela confiança no meu trabalho ao conceder-me bolsa no período de 06/2017 a 06/2020. Agradeço à Universidade do Estado de Santa Catarina por toda a infraestrutura provida para a realização desse trabalho, seja pela disponibilização da base de dados do IEEE, pela biblioteca, pelo restaurante universitário e pelos laboratórios, em especial, o LAPAE.

Agradeço, por fim, ao trabalhador brasileiro, em especial, ao trabalhador catarinense, que com seus impostos permitiram-me ter acesso a um ensino público, gratuito e de qualidade. Espero, com minha formação e trabalho, poder retribuir à sociedade catarinense todo investimento em mim feito.

Entre os estudos humanos, o da sabedoria é o mais perfeito, o mais sublime, o mais útil e o mais alegre. O mais perfeito, porque enquanto o homem entrega-se ao estudo da sabedoria já vai participando, de algum modo, da verdadeira beatitude. Por isso, diz o sábio: Feliz o homem que permanece na sabedoria (Eclo 14,22). O mais sublime, porque por ele o homem aproxima-se o mais possível da semelhança de Deus, o qual fez todas as coisas sabiamente (Sl 103,24). E porque a semelhança é causa do amor, o estudo da sabedoria nos une de modo precípuo a Deus, pela amizade. Por esta razão se diz no livro da Sabedoria: A sabedoria é um tesouro infinito para os homens, que, ao usarem dele, fazem-se participantes da amizade de Deus (Sb 7,14). O mais útil, porque pela própria sabedoria chega-se ao reino da imortalidade, conforme se lê no mesmo livro: O desejo da sabedoria conduz ao reino eterno (Sb 6,21). O mais alegre, finalmente, porque está também escrito neste livro: a sua companhia não é amarga, nem enfadonha é sua convivência, mas alegre e cheia de gáudio (Sb 8,16).

(Santo Tomás de Aquino)

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo a respeito de métodos de projeto para controladores preditivos baseados em modelo. Este estudo consiste sobretudo no desenvolvimento de metodologias originais propostas para o controle de processos de primeira e de segunda ordem. Estas metodologias baseiam-se em uma normalização originalmente proposta nesta tese. Tal normalização permite equalizar a ponderação entre o rastreamento e o gasto de energia no funcional de custo do controlador preditivo. Além disso, considera-se o uso de uma formulação de funcional de custo que penaliza diretamente o erro acumulado. Desta maneira, a estrutura de controle preditivo proposta possui ação integral e consegue compensar perturbações e erros paramétricos. Além disso, com a formulação adotada, o sistema em malha fechada pode rastrear referências não constantes até um certo limite de frequência, estabelecido pelos critérios de projeto propostos. Desse modo, um outro ponto importante das metodologias propostas, é a correlação feita entre os parâmetros de otimização e os parâmetros de controle baseados em modelos frequenciais, como a frequência de corte. São também feitas considerações a respeito da estabilidade nominal. São apresentados vários exemplos de aplicação da metodologia proposta ao longo do trabalho. A principal aplicação é o acionamento do motor síncrono de ímãs permanentes, tanto com força contra-eletromotriz senoidal como trapezoidal. Assim, é apresentado o projeto de controladores para ambos os casos, bem como, resultados de simulação e experimentais, para validar a metodologia proposta. Além disso, o presente trabalho propõe um modelo original para simulação de motores síncronos de ímãs permanentes com tensões induzidas não-senoidais, polos salientes e acionamento não-complementar.

Palavras-chave: Motor Síncrono de Ímãs Permanentes; Controle Preditivo Baseado em Modelo; PMSM; MPC; Sintonia de Controladores.

ABSTRACT

This work presents a study about design methods for model-based predictive controllers. This study consists of the development of original methodologies for the control of first and second-order processes. These methodologies are based on a normalization originally proposed in this thesis. Such normalization allows equalizing the weighting between the tracking error and the energy spent in the cost functional. Moreover, the functional formulation considers the accumulated error penalization. Therefore, the proposed predictive control structure has integral action and can compensate for disturbances and parametrical errors. Furthermore, with the adopted formulation, the closed-loop system can track non-constant references until a certain frequency limit, which is established by the proposed design criteria. Therefore, another important issue from the proposed methodologies is the correlation done between optimization parameters and parameters based on frequency models, as cut-off frequency. Nominal stability considerations are also made. Several application examples are presented in this work. The main application is the permanent magnet synchronous motor drive, both trapezoidal and sinusoidal. Thus, the control design for both cases is presented as well as simulation and experimental results. Moreover, the present work proposes an original model for simulation of permanent magnet synchronous motor with non-sinusoidal back-electromotive forces, salient poles, and non-complementary drive.

Keywords: Permanent Magnet Synchronous Motor; Model-based Predictive Control; PMSM; MPC; Control Tuning.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Dinâmica do processo para o Exemplo 3	59
Figura 2 – Funções de custo ótimas para o Exemplo 3	60
Figura 3 – Limites das regiões de estabilidade para diferentes valores de N e $a = 1,5$	68
Figura 4 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 0,1$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	69
Figura 5 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 1,0$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	70
Figura 6 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 10$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	70
Figura 7 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	71
Figura 8 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$	73
Figura 9 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$	74
Figura 10 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$	74
Figura 11 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$	75
Figura 12 – Ganho k_x em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$	77
Figura 13 – Ganho k_w em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$	77
Figura 14 – Custo ótimo em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$, $w_0 = 0$, $r_1 = 1,0$ e $x_0 = 0$	80
Figura 15 – Valores do coeficiente $p_{v,11}$ em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$	82
Figura 16 – Valores de $p_{v,11}$ em função de μ_u para $a = 1,5$ e $\mu_w = 0,01$ e diferentes N	83
Figura 17 – Valores de $\mu_{u,\text{lim}}$ em função de N para diferentes a	84
Figura 18 – Valores de $\mu_{u,\text{lim}}$ em função de a para diferentes N	84
Figura 19 – Valores de $\mu_{u,\text{lim}}$ em função de a e N	85
Figura 20 – Resposta dinâmica de malha fechada	91
Figura 21 – Dinâmica do processo para o Exemplo 5	94
Figura 22 – Funcional de custo para o Exemplo 5	94
Figura 23 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	102
Figura 24 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes	103
Figura 25 – Polos de malha fechada para $N = 2$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u	103
Figura 26 – Polos de malha fechada para $N = 3$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u	104
Figura 27 – Polos de malha fechada para $N = 10$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u	105
Figura 28 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para polos reais estáveis e zero positivo	105

Figura 29 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para polos reais estáveis e zero negativo	106
Figura 30 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para um polo estável e um polo instável e zero positivo	106
Figura 31 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para um polo estável e um polo instável e zero negativo.....	107
Figura 32 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para dois polos estáveis reais e zero de fase não mínima positivo	108
Figura 33 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para dois polos estáveis reais e zero de fase não mínima positivo	108
Figura 34 – Polos de malha fechada para $N = 10$ e variação de μ_w , para valores limites de μ_u , evidenciando estabilidade global.....	113
Figura 35 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ e $\mu_u = 1$ e variação de μ_w	116
Figura 36 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ e $\mu_u = 100$ e variação de μ_w	116
Figura 37 – Zeros de malha fechada para $N = 10$ e $\mu_u = 100$ e variação de μ_w	118
Figura 38 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ em função de μ_w e μ_u	119
Figura 39 – Zeros de malha fechada para $N = 10$ em função de μ_w e μ_u	119
Figura 40 – Valores de k_{x1} em função de μ_u e μ_w	121
Figura 41 – Valores de k_{x2} em função de μ_u e μ_w	122
Figura 42 – Valores de k_w em função de μ_u e μ_w	122
Figura 43 – Valores de k_{x1} em função de μ_u e μ_w	123
Figura 44 – Valores de k_{x2} em função de μ_u e μ_w	123
Figura 45 – Valores de k_w em função de μ_u e μ_w	124
Figura 46 – Mínimos custos para $N = 2$ em função de μ_w e μ_u	124
Figura 47 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo duplo integrador	127
Figura 48 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta em 0,995	128
Figura 49 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta em 0,95	129

Figura 50 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta com um polo real 0,995 e outro polo real menor ou igual a 0,995	129
Figura 51 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta com um polo complexo com parte real em 0,995 e diferentes partes imaginárias	130
Figura 52 – Ábaco para máximo μ_u seguro para $N = 2$	131
Figura 53 – Ábaco para máximo μ_w seguro para $N = 2$	132
Figura 54 – Ábaco para máximo μ_w seguro para $N = 2$ em função de polos complexos conjugados	133
Figura 55 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e polos críticos em 0,995	135
Figura 56 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e polos críticos em 0,950	136
Figura 57 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e um polo em 0,950 e outro em 0,995	138
Figura 58 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de μ_w , $N = 2$ e polos críticos em 0,995	138
Figura 59 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de μ_w , $N = 2$ e polos críticos em 0,95	139
Figura 60 – Ábaco relação da frequência de corte f_c e μ_u , para diferentes polos entre críticos 0,999 e 0,991 para $\mu_w = 0,001$, $N = 2$	140
Figura 61 – Ábaco relação da frequência de corte f_c e μ_u , para diferentes polos entre críticos 0,99 e 0,92 para $\mu_w = 0,001$, $N = 2$	140
Figura 62 – Caminho dos polos de partida em função de μ_u	144
Figura 63 – Resultado de rotação e erro acumulado para condição de operação ideal	150
Figura 64 – Resultado de corrente e ação de controle para condição de operação ideal	150
Figura 65 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista	151
Figura 66 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista	151

Figura 67 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista e maior banda de operação.....	152
Figura 68 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista e maior banda de operação.....	153
Figura 69 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista e maior período de amostragem	154
Figura 70 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista e maior período de amostragem	154
Figura 71 – Resposta em frequência para sintonia com $\mu_u = 150$	155
Figura 72 – Resposta em frequência para sintonia com $\mu_u = 50$	156
Figura 73 – Resposta em frequência para sintonia com $t_s = 5 \cdot 10^{-4}$	156
Figura 74 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação com encoder e $\mu_u = 150$	158
Figura 75 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação com encoder e $\mu_u = 1500$	158
Figura 76 – Resultado de tensão de saída e ação de controle para o conversor Boost do Exemplo 7	160
Figura 77 – <i>Kit</i> de desenvolvimento utilizado para testes com BLDC	193
Figura 78 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e a aproximação analítica.....	198
Figura 79 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e a aproximação analítica.....	198
Figura 80 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e o projeto multi-modelos com erros paramétricos	200
Figura 81 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e o projeto multi-modelos com erros paramétricos	200
Figura 82 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global com realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall, a estratégia multi-modelos com e sem realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall	201

Figura 83 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global com realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall, a estratégia multi-modelos com e sem realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall	201
Figura 84 – Dinâmica de rotação experimental e simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global nos dois casos	202
Figura 85 – Ação de controle experimental e simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global nos dois casos	203
Figura 86 – Dinâmica de rotação experimental e simulada para o motor BLDC, considerando a estratégia multi-modelos global nos dois casos.....	203
Figura 87 – Ação de controle experimental e simulada para o motor BLDC, considerando a estratégia multi-modelos nos dois casos	204
Figura 88 – Visão geral da plataforma 02	207
Figura 89 – Resultados de simulação para projeto em malha direta linear SISO.....	220
Figura 90 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha direta linear SISO com $\mu_u = 7500$	224
Figura 91 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha direta linear SISO com $\mu_u = 75000$	228
Figura 92 – Comparativo entre compensações com malha cascata	232
Figura 93 – Resultados de simulação para projeto em malha cascata para diferentes pontos de operação	233
Figura 94 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha cascata linear MIMO	235

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros de sintonia e ganhos para diferentes N	91
Tabela 2 – Diferentes casos de polos e zeros iniciais avaliados em diferentes Figuras	109
Tabela 3 – Tensões de linha no motor dados os intervalos da modulação de seis passos	183
Tabela 4 – Parâmetros do motor BLDC	192
Tabela 5 – Modelos identificados para projeto de controle do motor BLDC.....	196
Tabela 6 – Parâmetros do motor PMSM	206

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AD	Analógico-Digital
BLDC	Motor de Corrente Contínua sem Escovas (<i>Brushless Direct Current</i>)
CC	Corrente Contínua
DMC	Controle de Matriz de Dinâmica (<i>Dynamic Matrix Control</i>)
FCEM	Força Contra-Eletromotriz
FCS	Conjunto Finito de Ações de Controle (<i>Finite Control Set</i>)
GPC	Controle Preditivo Generalizado (<i>Generalized Predictive Controller</i>)
ISS	Estabilidade da Entrada para os Estados (<i>Input to State Stability</i>)
LAPAE	Laboratório de Pesquisa em Acionamentos Elétricos
LGR	Lugar Geométrico das Raízes
LMI	Desigualdades Matriciais Lineares (<i>Linear Matricial Inequalities</i>)
LQR	Regulador Linear Quadrático (<i>Linear Quadratic Regulator</i>)
MPC	Controle Preditivo Baseado em Modelo (<i>Model-based Predictive Control</i>)
MPHC	Controle Preditivo de Modelo Heurístico (<i>Model predictive heuristic control</i>)
MTPA	Máximo Torque Por Ampere
OLOC	Controle Ótimo de Malha Aberta (<i>Open-Loop Optimal Control</i>)
OSP	Passividade Estrita da Saída (<i>Output Strict Passivity</i>)
PBC	Controlador Baseado em Passividade (<i>Passivity Based Control</i>)
PI	Proporcional Integral
PMSM	Motor síncrono de Ímãs Permanentes (<i>Permanent Magnet Synchronous Motor</i>)
PWM	Modulação por Largura de Pulso (<i>Pulse-width Modulation</i>)

QP	Programação Quadrática (<i>Quadratic Programing</i>)
RHC	Controle de Horizonte Retrocedente (<i>Receeding Horizon Control</i>)
SMOC	Controle Ótimo Multivariável da Shell (<i>Shell Multivariable Optimizing Controller</i>)
SPWM	Modulação por Largura de Pulso Senoidal (<i>Sinusoidal Pulse-Width Modulation</i>)
ZOH	Retentor de Ordem Zero (<i>Zero-order Holder</i>)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	HISTÓRICO E VISÃO GERAL DO CONTROLE PREDITIVO	22
1.2	USO DO CONTROLE PREDITIVO PARA CONTROLE DE MOTORES	24
1.3	OBJETIVOS	27
1.4	METODOLOGIA	27
1.5	CONTRIBUIÇÕES	29
1.6	DIVISÃO DO TRABALHO	30
2	CONTROLADOR PREDITIVO E NORMALIZAÇÃO	31
2.1	CONCEITOS GERAIS	31
2.2	FORMULAÇÃO CONVENCIONAL EM ESPAÇO DE ESTADOS	35
2.3	FORMULAÇÃO QUE PENALIZA A VARIAÇÃO DA AÇÃO DE CONTROLE	38
2.4	FORMULAÇÃO QUE PENALIZA O ERRO ACUMULADO	42
2.5	FORMULAÇÃO SOB CONJUNTO FINITO DE AÇÕES DE CONTROLE	46
2.6	SOBRE A FORMULAÇÃO ESCOLHIDA	47
2.7	MÉTODOS DE DISCRETIZAÇÃO E PERÍODO DE AMOSTRAGEM	49
2.8	FATOR DE NORMALIZAÇÃO	53
2.9	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	61
3	PROJETO DE MPC PARA PROCESSOS DE PRIMEIRA ORDEM	63
3.1	PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	64
3.2	POLINÔMIO DE MALHA FECHADA E REGIÃO DE ESTABILIDADE	66
3.3	ANÁLISE DOS POLOS DE MALHA FECHADA	68
3.4	ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE MALHA FECHADA	72
3.5	ANÁLISE DOS GANHOS	76
3.6	ANÁLISE DO FUNCIONAL DE CUSTO	80
3.7	ANÁLISE DA FUNÇÃO DE LYAPUNOV	81
3.8	ANÁLISE DO FATOR DE LIMITAÇÃO DE ESTABILIDADE	83
3.9	ANÁLISE DO POLO CRÍTICO E DE PARÂMETROS FREQUENCIAIS	85
3.10	PROJETO POR ESCOLHA DIRETA DOS PARÂMETROS FREQUENCIAIS	88
3.11	PROJETO POR ANÁLISE DO POLO CRÍTICO E DOS GANHOS	92
3.12	ABORDAGEM DE PROJETO POR INTERPRETAÇÃO FÍSICA	92

3.13	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	95
4	PROJETO DE MPC PARA PROCESSOS DE SEGUNDA ORDEM	97
4.1	FORMA CANÔNICA DE PROCESSOS DE SEGUNDA ORDEM	99
4.2	CAMINHO DOS POLOS PARA DIFERENTES POLOS DE ORIGEM	100
4.3	CAMINHO DOS ZEROS	115
4.4	ANÁLISE DOS GANHOS	120
4.5	ANÁLISE DO FUNCIONAL DE CUSTO E REGIÃO DE ESTABILIDADE ..	125
4.6	MÉTODOS DA HIPÉRBOLE	127
4.6.1	Método do uso direto de hipérboles como ábacos	128
4.6.2	Método dos valores seguros	131
4.6.3	Método da frequência de corte	134
4.6.4	Método da tangente superior	141
4.7	LIMITE APROXIMADO DE ESTABILIDADE VIA POLOS DE PARTIDA ...	142
4.8	MÉTODO DE SINTONIA BASEADO NOS POLOS DE PARTIDA	145
4.9	SISTEMAS LINEARES DE ORDEM SUPERIOR E NÃO LINEARES	146
4.9.1	Sistemas lineares de ordem superior	146
4.9.2	Sistemas não lineares	147
4.10	EXEMPLOS DE SINTONIA PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM	147
4.10.1	Sintonia de motor de corrente contínua	148
4.10.2	Sintonia de conversor Boost	159
4.11	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	160
5	ACIONAMENTO DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES	163
5.1	MODELAGEM DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES	163
5.1.1	Modelo na base trifásica	163
5.1.2	Modelo trifásico simplificado pelas transformações	169
5.1.3	Transformações de Clarke e Park	170
5.1.4	Modelo na base bifásica girante	173
5.1.5	Efeitos não lineares desprezados na modelagem	179
5.2	MODELAGEM DO SISTEMA DE ACIONAMENTO	179
5.2.1	Modelo do sensor de rotação para PMSM	180
5.2.2	Modelo do inversor para PMSM e modulação SPWM	180
5.2.3	Modelo do inversor para BLDC, modulação six-step e sensores Hall	182

5.3	MODELOS DISCRETOS E SIMPLIFICAÇÕES	184
5.3.1	Modelos discretos de PMSM	184
5.3.2	Simplificações no modelo discreto de PMSM	187
5.3.3	Modelos discretos simplificados para BLDC	190
5.4	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	190
6	PROJETO E RESULTADOS COM MOTOR BLDC	192
6.1	PLATAFORMA 01	192
6.2	PROJETO DE MPC PARA BLDC	194
6.3	RESULTADOS COM MOTOR BLDC	197
6.3.1	Resultados de simulação obtidos	197
6.3.2	Resultados experimentais obtidos	202
6.4	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	205
7	PROJETO E RESULTADOS COM MOTOR PMSM	206
7.1	PLATAFORMA 02	206
7.2	PROJETO DE MPC PARA PMSM	209
7.2.1	Projeto em malha direta de corrente de quadratura e rotação	209
7.2.2	Projeto em cascata considerando passividade	210
7.2.3	Projeto com FCS-MPC	218
7.3	RESULTADOS COM MOTOR PMSM	219
7.3.1	Resultados para malha direta linear	219
7.3.2	Resultados para malha em cascata linear	231
7.4	CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	237
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	238
8.1	RECAPITULAÇÃO E DIFICULDADES ENCONTRADAS	238
8.2	CONCLUSÕES	241
8.3	MELHORIAS E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS	244
8.4	REFLEXÃO SOBRE A TEORIA DE CONTROLE E A PROPOSTA DA TESE	245
8.5	ARTIGOS PUBLICADOS DURANTE O DOUTORADO	246
	REFERÊNCIAS	252

1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentam-se os conceitos introdutórios do trabalho, objetivos, metodologia adotada e contribuições. Além disso, indica-se a organização geral do trabalho.

1.1 HISTÓRICO E VISÃO GERAL DO CONTROLE PREDITIVO

O termo controle preditivo baseado em modelo designa um conjunto de algoritmos de controle com características comuns (MAYNE, 2014; QIN; BADGWELL, 2003; GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989). Em geral, essas características resumem-se:

- ao uso de modelos matemáticos para a predição do comportamento futuro da planta em malha aberta;
- à determinação de uma sequência de ações de controle calculadas com base na otimização de um funcional de custo, que considera o modelo de predição e possíveis restrições físicas e operacionais;
- ao recálculo de a sequência predita (ou parte dela) a cada período de amostragem, caracterizando o horizonte retrocedente.

De acordo com Qin e Badgwell (2003), tal estratégia de controle foi inicialmente proposta por Richalet em 1976, em uma conferência, e, em 1979, os resultados finais em um periódico. A proposição inicial baseava-se em um modelo de resposta ao impulso e é conhecida como *Model predictive heuristic control* (MPHC). Paralelamente, engenheiros da petroleira Shell desenvolveram um algoritmo de controle conhecido como Controle de Matriz de Dinâmica (DMC – *Dynamic Matrix Control*). Esse controlador baseia-se em um modelo de predição composto por pontos da resposta ao degrau de um determinado processo. Posteriormente, esse controlador foi aprimorado, permitindo o tratamento de restrições. Isso foi possível com o uso de algoritmos de programação quadrática para a solução do problema de otimização proposto.

Ainda de acordo com Qin e Badgwell (2003), no final dos anos de 1980, os engenheiros da Shell aprimoraram seu algoritmo, de modo que foi desenvolvido o Controle Ótimo Multivariável da Shell (SMOC – *Shell Multivariable Optimizing Controller*). Esse controlador lida com modelo de predição baseado em espaço de estados, sendo ainda capaz de tratar restrições. O uso

do espaço de estados traz muitos benefícios ao controlador pois, como ressalta Qin e Badgwell (2003), permite:

- representar a planta em todas as possibilidades de modelos lineares;
- descrever efeitos de perturbações não-medidas;
- aplicar o filtro de Kalman para medição de estados;
- distinguir as variáveis controladas das variáveis medidas;
- tratar restrições na(s) variáveis de entrada(s), saída(s) ou estado(s).

A diferença entre o algoritmo supracitado e o Regulador Linear Quadrático (LQR – *Linear Quadratic Regulator*) ou suas variações reside na possibilidade de formulação sem horizonte infinito. Contudo, isso implica a redução das propriedades fortes de estabilidade do LQR (QIN; BADGWELL, 2003).

Posteriormente, essa técnica que desenvolveu-se inicialmente na indústria foi incorporada pelo meio acadêmico e multiplicou-se em uma infindável variedade de aplicações. De forma sistemática, é possível dividir os diferentes algoritmos de MPC atuais nas seguintes categorias (MAYNE, 2014):

- Nominal;
- Híbrido;
- Econômico;
- Explícito;
- Distribuído;
- Com horizonte unitário;
- *Feedforward*;
- Baseado em passividade;
- Sub-ótimo;
- Robusto;
- Horizonte em movimento;
- Estocástico;
- Otimização baseada em cenário;
- Adaptativo.

Este trabalho de tese, em específico, concentra-se no estudo do MPC nominal para a aplicação no acionamento de motores síncronos de ímãs permanentes. Assim, a próxima seção apresenta uma revisão de literatura nessa área em específico.

1.2 USO DO CONTROLE PREDITIVO PARA CONTROLE DE MOTORES

O controle de motores elétricos teve um avanço significativo com o desenvolvimento de técnicas de controle por orientação de campo ou controle vetorial (BLASCHKE, 1982; HIROSE; KAWAMURA; HOFT, 1984; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013). Tais técnicas utilizam a transformação das coordenadas de base trifásica de um motor elétrico em coordenadas de uma base bifásica girante de valores constantes em regime permanente, a partir da medição (ou estimação) da posição elétrica do rotor. Com isso, o modelo dos motores elétricos pode ser consideravelmente simplificado. Mesmo sendo não-linear, é possível desenvolver malhas em cascata para controladores proporcionais integrais (PIs) associados ao cancelamento matemático das não-linearidades, de modo similar a uma estratégia *Feedback linearization* (SLOTINE; LI, 1991; ORTEGA; LORÍA; NICKLASSON; SIRA-RAMIREZ, 1998).

Outro avanço no controle de motores foram os controladores não-lineares baseados em passividade, que apesar de serem também baseados em *Feedback linearization* possuem maiores garantias de estabilidade, além de melhor comportamento dinâmico (ORTEGA; LORÍA; NICKLASSON; SIRA-RAMIREZ, 1998). Desde então, variadas técnicas de controle têm sido aplicadas às máquinas elétricas, entre as quais controle robusto, adaptativo (YU; GUO; MI, 2016) e preditivo (LINDER; KENNEL, 2005).

Em relação ao controle preditivo baseado em modelo, os primeiros trabalhos remontam ao uso do Controle Preditivo Generalizado (GPC – *Generalized Predictive Controller*) (BORDONS; MONTERO, 2015) SISO ou MIMO para ser aplicado em motores (KENNEL; LINDER; LINKE, 2001; LINDER; KANCHAN; KENNEL; STOLZE, 2010). Porém, uma vez que a dinâmica dos motores é rápida, não é possível utilizar diretamente algoritmos MPC mais elaborados, por exemplo, aqueles que tratam restrições utilizando algoritmos de programação quadrática. Isso porque não seria possível executar o algoritmo de controle dentro do intervalo de um período de amostragem, normalmente na faixa de 100 μ s. Essa limitação inicialmente foi tratada com o uso da solução explícita que parametrizava um conjunto de soluções calculadas de forma *off-line* respeitando as restrições impostas (LINDER; KENNEL, 2005; LINDER; KANCHAN; KENNEL; STOLZE, 2010).

Considerando essas limitações do MPC para processos de dinâmicas rápidas, desenvolveu-se um algoritmo de controle preditivo que explora naturalmente as características das fontes comutadas, que usualmente acionam motores elétricos. Essa estratégia foi denominada como Controlador Preditivo Baseado em Modelo com Conjunto Finito de Ações de Controle (FCS-MPC – *Finite Control Set Model Based Predictive Control*) (RODRIGUEZ et al., 2007; PREINDL, 2013). Esse algoritmo utiliza o modelo não-linear da carga acionado por um conversor estático de potência para as diferentes ações de controle possíveis, buscando minimizar uma função objetivo pré-definida. Assim, testam-se todas as possibilidades de ação de controle, dentro do horizonte de predição proposto (normalmente unitário, para redução do custo computacional). Define-se a sequência ótima de ações de controle, através do caminho que apresentar o menor custo (avaliado diretamente em cada teste). Dessa maneira, esse algoritmo de "força-bruta" consegue lidar com não-linearidades explícitas no modelo matemático de predição e, inclusive, inserir penalidades no funcional de custo, emulando um tratamento de restrições suave. Destaca-se, porém, que o conjunto de soluções existente é não-convexo sendo baseado nas possíveis palavras binárias de atuação passíveis de serem aplicadas pelo conversor estático utilizado na aplicação (BORDONS; MONTERO, 2015; VAZQUEZ et al., 2014).

Especificamente no contexto de controle de motores síncronos de ímãs permanentes, os trabalhos Preindl e Scholtz (2010), Preindl, Scholtz e Thogersen (2011), Preindl, Bolognani e Danielson (2013), Preindl e Bolognani (2013c), Preindl e Bolognani (2013b), Preindl e Bolognani (2013a) e Preindl (2013) foram precursores no uso FCS-MPC abordando diversos aspectos como para o controle das diferentes possíveis variáveis nesse tipo de máquina elétrica.

Apesar de ser bem aplicável e de simples sintonia em boa parte dos casos, o FCS-MPC apresenta limitações que vêm sendo discutidas ao longo dos anos. A saber, erro em regime permanente para o valor médio da variável controlada; espalhamento do sinal de controle, ocasionando o surgimento de harmônicas na carga controlada; inexistência de estabilidade assintótica, gerando oscilações em regime permanente; alto custo computacional para horizontes superiores a um; entre outros (LEZANA; AGUILERA; QUEVEDO, 2009; AGUILERA; QUEVEDO, 2013; PREINDL, 2013; GEYER, 2011). Além disso, há carências nas metodologias de projeto para a sintonia da função objetivo, que muitas vezes são baseadas em técnicas empíricas (PREINDL; BOLOGNANI, 2013a; LEZANA; AGUILERA; QUEVEDO, 2009; BARTSCH et al., 2017). Faltam também provas matemáticas mais sólidas para existência de solução e con-

vergência por exemplo, dada a dificuldade imposta pela não-convexidade do conjunto de ações de controle disponíveis (AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; PREINDL, 2016).

Dadas essas limitações dos algoritmos FCS-MPC, muitos trabalhos retornaram a analisar algoritmos preditivos que possuam um conjunto convexo de ações de controle, que podem ser reproduzidas por moduladores (MIRZAEVA et al., 2016; PREINDL, 2016; BARTSCH; CAVALCANTI; CAVALCA; NIED, 2019; BORDONS; MONTERO, 2015). Além disso, a literatura apresenta trabalhos que buscam interpretar o controle FCS-MPC como um controlador preditivo "convencional" no espaço de estados, apenas restrito na ação de controle. De qualquer maneira, o próprio controle convencional para a aplicação específica em questão carece de provas importantes, como a prova de estabilidade, bem como, de metodologias claras de sintonia para o funcional de custo (AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; PREINDL, 2016). Essas provas muitas vezes são tratadas como "não-importantes" uma vez que aplicações de motores elétricos não possuem a alta degradabilidade de processos químicos, que muitas vezes são instáveis e podem provocar produtos de reações indesejáveis, se a reação não for controlada corretamente.

A presença de motores síncronos aumentou nos últimos anos tanto em aplicações de uso comercial de linha branca (como em ar-condicionados, geladeiras, máquinas-de-lavar-roupa entre outros) como em aplicações industriais, sobretudo na área de robótica e em bombas especiais (SINGH; SINGH, 2009; BARATIERI; PINHEIRO, 2014; BETIN et al., 2014). Além disso, obrigatoriamente o motor síncrono precisa ser acionado com inversor e possuir controle em malha fechada para funcionar corretamente (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013). Dessa maneira, caso o controle seja um MPC, é necessário que exista uma metodologia clara de sintonia que aproveite os recursos que o MPC permite ao projetista sem ferir requisitos de projeto já conhecidos para as aplicações em questão (BETIN et al., 2014). Portanto, justifica-se o desenvolvimento de metodologias de projeto para a sintonia de MPC voltadas para esse tipo de aplicação.

Além disso, com a previsão da substituição dos carros à combustão por carros elétricos em um espaço de tempo relativamente curto, há a necessidade de controladores para motores elétricos com garantias de estabilidade que não coloquem em risco a segurança dos passageiros dos veículos, por exemplo. De fato, o motor síncrono de ímãs permanentes é o mais cotado para essa aplicação em específico, uma vez que apresenta alta densidade de potência e alta eficiência em comparação com motores de indução, ou seja, é indicado para locais com espaço reduzido e pouca disponibilidade de recursos energéticos (TOULABI; SALMON; KNIGHT,

2015; CHAU; CHAN; Chunhua Liu, 2008). Para aproveitar bem esses recursos, também é necessário que exista uma metodologia de projeto clara. Assim, novamente, verifica-se que existe uma necessidade real na pesquisa desenvolvida nesse trabalho.

1.3 OBJETIVOS

Considerando o exposto, o objetivo original dessa tese era inicialmente desenvolver uma estratégia de controle preditivo para o acionamento do motor síncrono de ímãs permanentes, que seja nativamente estável, dada sua formulação ou condições impostas para sintonia.

Porém, com a evolução da pesquisa, o objetivo geral tornou-se: desenvolver metodologias de projeto para controladores preditivos que possam ser aplicadas no acionamento do motor síncrono de ímãs permanentes, sem comprometer sua estabilidade, dada sua formulação ou condições impostas para sintonia.

Assim, considerando o objetivo geral proposto, são objetivos específicos:

- obter uma condição para o desenvolvimento de metodologias genéricas;
- obter metodologias de projeto para processos lineares de primeira e segunda ordem;
- aplicar as metodologias em motores síncronos de ímãs permanentes, considerando o uso de modelos linearizados de primeira e segunda ordem;
- obter a comprovação experimental das metodologias desenvolvidas.

1.4 METODOLOGIA

A metodologia adotada para atender aos objetivos específicos e ao objetivo geral foi:

- Estudo da literatura de controle ótimo e preditivo, estudo da estabilidade de sistemas não-lineares, estudo do motor síncrono de ímãs permanentes e de controle preditivo aplicado à eletrônica de potência e ao controle de motores. Esse estudo concentrou-se de forma mais aprofundada sobretudo nos trabalhos de Kirk (2004), Aguilera e Quevedo (2013), Preindl e Bolognani (2013a), Preindl (2013), Preindl (2016), Astrom e Wittenmark (1991), Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998), Mayne, Rawlings, Rao e Scokaert (2000), Mayne (2014), Meadows Jr (1994), Slotine e Li (1991), Seleme Jr (1994), García, Prett e Morari (1989), Candido (2010), Tran, Kellett e Dower (2017), Tran, Ruffer e Kellett (2019), Mizumoto, Ohdaira e Iwai (2010), Falugi (2014).

- Após esse estudo, verificou-se que a formulação apresentada por Candido (2010) seria a mais adequada para esse trabalho, pelos motivos que serão expostos na Seção 2.6. A partir disso, partiu-se para o desenvolvimento próprio. Esse desenvolvimento consistiu na busca de metodologias de projeto que garantissem a estabilidade do motor em malha fechada, supondo a aplicação do MPC. Porém, ao longo desse estudo, verificou-se a possibilidade de uma normalização genérica para o funcional de custo e, a partir dessa normalização, a possibilidade da criação de metodologias próprias de projeto, com ênfase no desempenho dinâmico.
- Ao vislumbrar-se essa possibilidade, uma série de estudos analíticos foram desenvolvidos para a criação das metodologias de projeto. Dessa forma, esses estudos associados às metodologias de projeto são apresentados no Capítulos 3 e 4.
- Assim, no decorrer da pesquisa, o foco principal passou a ser o projeto do controle para desempenho dinâmico em malha fechada aplicado a processos lineares. Esse estudo também analisou a estabilidade em malha fechada da aplicação desses controladores. Em um segundo momento, buscou-se adaptar às técnicas desenvolvidas para a aplicação em diferentes motores síncronos de ímãs permanentes, conforme visto nos Capítulos 6 e 7.

Para o desenvolvimento do texto do trabalho de tese, todavia, adotou-se a seguinte metodologia:

- O trabalho inicia pelo estudo do controle preditivo. Os Capítulos 2, 3 e 4 apresentam esse estudo em diferentes situações. O Capítulo 2 apresenta um estudo de base e revisão. Porém, nesse mesmo capítulo apresenta-se também a formulação de MPC escolhida bem como a principal proposta da tese. Essa proposta serve de fundamento para o estudo mais aprofundado que é desenvolvido ao longo dos Capítulos 3 e 4. Esse estudo aprofundado consiste em analisar diretamente o efeito da aplicação da formulação de MPC escolhida em processos de primeira e segunda ordem respectivamente. E, a partir dessa análise, são propostas metodologias de projeto para essa formulação.
- Após esse estudo do controlador, apresenta-se no Capítulo 5 o principal processo a ser controlado nesse trabalho: o motor síncrono de ímãs permanentes. Esse capítulo de modo geral faz uma revisão de literatura a respeito desse motor. Porém, é apresentado um modelo de simulação próprio bastante genérico que, posteriormente, é utilizado para emular o comportamento do motor síncrono de tensão induzida trapezoidal. Esse modelo foi desenvolvido nesse trabalho sendo proposto inicialmente em Bartsch, Teixeira, Oliveira

e Cavalca (2019). Além disso, algumas provas relativas ao motor também são apresentadas nesse capítulo. De todos os capítulos, esse é o mais desvinculado do controle e, em um primeiro momento, reduz o ritmo das análises do controlador, que são retomadas posteriormente.

- Os Capítulos 6 e 7 apresentam, respectivamente, os projetos de controle desenvolvidos e os resultados experimentais obtidos para os motores BLDC e PMSM. Os projetos levam em consideração as técnicas desenvolvidas nos Capítulos 3 e 4 bem como a modelagem apresentada no Capítulo 5. Destaca-se que são apresentados projetos para diferentes situações e diferentes possibilidades de aplicação. Dessa forma, procura-se unir os pontos de destaque teóricos obtidos na formulação das técnicas com as demandas que a aplicação prática exige.
- Nos próprios Capítulos 3 e 4 já se visualizam requisitos de projeto demandados de possíveis aplicações nas áreas de interesse do trabalho como eletrônica de potência e máquinas elétricas. Destaca-se, porém, que o estudo feito não está limitado a essas áreas.
- Pode-se dizer que a estrutura de texto desse trabalho foi inspirada nas estruturas adotadas por Meadows Jr (1994), Candido (2010) e Preindl (2013). Além disso, a simbologia e a nomenclatura técnica foram fortemente inspiradas nos trabalhos de Kirk (2004), Krause, Wasynczuk, Sudhoff e Pekarek (2013) e Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998).

De certa forma, esse trabalho de tese pode ser encarado como uma consolidação dos trabalhos Bartsch, Cavalcanti, Cavalca e Nied (2019) e Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019).

1.5 CONTRIBUIÇÕES

As principais contribuições desse trabalho são:

- Desenvolvimento de normalização do funcional de custo de um controlador preditivo (Conferir Seção 2.8);
- Desenvolvimento de diversas metodologias de projeto para o controlador MPC livre de erro em regime, para processos em malha aberta de primeira e segunda-ordem (Conferir Capítulos 3 e 4);
- Modelo de simulação para o motor síncrono de ímãs permanentes que considera o uso de tensões induzidas de formas não-senoidais e polos salientes (conferir Capítulo 5);

- Comprovação experimental dos modelos teóricos apresentados nos capítulos anteriores (conferir Capítulos 6 e 7).

Dessa maneira, à exceção da introdução (Capítulo 1) e da conclusão (Capítulo 8), todos os capítulos dessa tese apresentam algum tipo de contribuição.

1.6 DIVISÃO DO TRABALHO

A divisão do trabalho segue a metodologia de desenvolvimento do texto, de modo que:

- No Capítulo 2, apresentam-se os fundamentos do controlador preditivo, a formulação de controle preditivo adotada e a principal contribuição da tese: o fator de normalização;
- No Capítulo 3, exibe-se um conjunto de análises e metodologias de projetos da aplicação do MPC em processos de primeira ordem;
- No Capítulo 4, mostra-se um conjunto de análises e metodologias de projetos da aplicação do MPC em processos de segunda ordem;
- No Capítulo 5, fundamenta-se o motor síncrono de ímãs permanentes;
- No Capítulos 6 e 7, apresenta-se o projeto dos controladores a serem aplicados experimentalmente e os resultados desse trabalho;
- No Capítulo 8, são desenvolvidas as considerações finais desse trabalho. Aqui também é feita a recapitulação do trabalho e a discussão de algumas dificuldades encontradas, o que pode ser útil para se entender algumas escolhas feitas durante o trabalho.

Quando as coisas não estão funcionando, é preciso do pensador, do homem com uma doutrina que explica por que elas não estão funcionando. Enquanto Roma arde em chamas, é errado tocar violino; mas é correto estudar teoria hidráulica.
(G. K. Chesterton)

2 CONTROLADOR PREDITIVO E NORMALIZAÇÃO

Neste capítulo, as ideias propostas sobre projeto de controladores preditivo baseados em modelo são apresentadas.

Inicialmente, faz-se uma apresentação de conceitos básicos relacionados a essa classe de controladores já associados à estrutura de controlador preditivo a ser adotada ao longo do trabalho. Tal estrutura baseia-se na penalização do erro acumulado no funcional de custo (CANDIDO, 2010). Apresentam-se também outras estruturas de controladores preditivo associadas.

Este trabalho concentra-se no estudo de controladores preditivos com problemas de otimização irrestritos, com exceção da restrição imposta pelo modelo de predição¹. Dessa maneira, este capítulo preconiza o estudo dos conceitos e formulações gerais de controladores preditivos. Ao longo das seções, também são apresentados pontos negativos e positivos de cada formulação, incluindo a formulação a ser utilizada nesse trabalho.

Ao fim, na Seção 2.8, apresenta-se a uma importante contribuição da tese: um fator de normalização genérico para processos lineares de uma entrada e uma saída (SISO – *Single input single output*). Essa normalização também serve para alguns processos não lineares e para alguns processo de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO – *Multiple input multiple output*), conforme evidenciados na própria Seção 2.8. Tal normalização servirá de base para as metodologias desenvolvidas nos Capítulos 3 e 3.

2.1 CONCEITOS GERAIS

O controle preditivo é um controle ótimo, ou seja, a ação de controle calculada é baseada na resolução de um problema de otimização. Esse problema, por sua vez, é gerado pela definição de um funcional² de custo (ou de objetivo) que expressas termos geradores de custos. Desse

¹Para mais detalhes a respeito do tratamento de restrições conferir Qin e Badgwell (2003) para conceitos mais genéricos e Candido (2010), Candido, Galvao e Yoneyama (2014) para as formulações específicas desse trabalho.

²Um funcional pode ser entendido como uma "função de funções", ou seja, é um ente matemático que reúne todas as possíveis trajetórias de um dado conjunto de funções vetoriais, delimitada por uma característica comum, definida pelo próprio funcional.

modo, o problema de otimização consiste em minimizar os custos desse funcional em relação a uma sequência de ações de controle (KIRK, 2004; MAYNE, 2014).

O regulador linear quadrático (LQR – *Linear Quadratic Regulator*) é o controlador ótimo mais simples e mais conhecido. Normalmente, o funcional de custo do LQR considera a penalização de estados (considera-se um custo o estado não estar na origem) e sobre a ação de controle (considera-se um custo o esforço de controle), sendo definido como um problema de regulação (não há rastreamento de referência) (QIN; BADGWELL, 2003; GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989; KIRK, 2004). Assim, a ação de controle é resultado da minimização desse funcional de custo considerando um horizonte infinito de cálculo, ou seja, a penalização de todos os estados do processo e da ação de controle, para cada instante de tempo até o infinito. A solução do regulador linear quadrático, para o caso discreto, consiste em uma lei de controle, do tipo realimentação de estados, com ganhos obtidos apenas através de processos recursivos ou com truncamentos. Assim, é comum adotar-se um limite de convergência para os ganhos e tratar o valor obtido como os ganhos fixos do controlador e como a solução ótima do problema de otimização. Assim, dada a aplicação da lei de controle ótima, os estados e a ação de controle seguem a trajetória ótima, que minimiza o funcional de custo estabelecido (KIRK, 2004).

Portanto, ao analisar-se o regulador linear quadrático, evidenciam-se os principais fundamentos de um controlador ótimo, que se inter-relacionam: problema de otimização; funcional de custo; horizonte de cálculo; e, penalização de custos.

O problema de otimização é definido por um funcional de custo e restrito por uma série de possíveis restrições de igualdade e desigualdade. Assim, busca-se obter a trajetória ótima, ou seja, que minimiza (assumindo que o problema de otimização busque minimizar os custos) o funcional de custo, e que respeite todas as restrições impostas ao problema de otimização.

Esse funcional possui uma avaliação temporal, ou seja, pode considerar apenas o custo presente, mas também, pode considerar custos de N passos a frente ou, até mesmo, como no caso do LQR, infinitos passos a frente. Dessa forma, existe um horizonte de cálculo N de modo que o custo do funcional será mínimo dentro desse horizonte (KIRK, 2004; RODRIGUEZ et al., 2013; BORDONS; MONTERO, 2015).

Os custos são penalizados de modo a indicar-se a importância de cada um no problema de otimização. Deve-se, porém, destacar que, em muitos casos, a ponderação de cada custo não é direta, pois há um significado físico distinto de cada ente penalizado. Desse modo, pode ser difícil expressar adequadamente o efeito de cada penalização no funcional de custo. A solução

do problema de otimização oferece a trajetória ótima, dentro do horizonte de cálculo previsto, do ente avaliado.

Controladores preditivos são algoritmos para a resolução de problemas de otimização que possuem algumas características em comum. De modo geral, o horizonte de cálculo de controladores preditivos é finito e é definido como horizonte de predição N . Porém, de todo modo, existem controladores preditivos com horizonte infinito ou *quasi*-infinito (KEERTHI; GILBERT, 1988; ROSSITER; GOSSNER; KOUVARITAKIS, 1996; CHEN; ALLGOWER, 1997), apesar de alguns autores não classificarem tais controladores como preditivos (MAYNE, 2014; MAYNE; RAWLINGS; RAO; SCOKAERT, 2000; MEADOWS JR, 1994).

Os funcionais de custo associados a controladores preditivos envolvem erros futuros de rastreamento, considerados até o horizonte de predição, e a sequência de ações de controle de malha aberta do controlador. Existem formulações de controle preditivo que consideram outros custos no funcional como estados, variação da ação de controle e variação da saída, por exemplo. A formulação do funcional de custo pode diferenciar um controlador preditivo de outro (PREINDL; BOLOGNANI, 2013a; AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; GEYER; PAPAFOITOU; MORARI, 2009; VAZQUEZ et al., 2014; VAZQUEZ et al., 2017; BORDONS; MONTERO, 2015).

O método (ou algoritmo) para solução do problema de otimização também pode ser um critério para diferenciar diferentes controladores preditivos, visto que podem ou não utilizar derivadas do funcional, podem ser de busca extensiva, podem considerar um conjunto finito de soluções, entre outros (AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; MAYNE, 2014; QIN; BADGWELL, 2003; PREINDL, 2016; RODRIGUEZ et al., 2013).

A própria forma como a solução do problema é desenvolvida, de forma explícita ou implícita, também pode ser utilizada para distinguir controladores preditivos (VAZQUEZ et al., 2017). Ainda em relação ao problema de otimização, muitos controladores preditivos tratam restrições físicas ou operacionais do processo a ser controlado ao impor essas restrições no problema de otimização. Assim, o tratamento ou não de restrições e a forma como as restrições são tratadas (*soft* ou *hard*) podem caracterizar um determinado algoritmo de controle preditivo (VAZQUEZ et al., 2017).

Os erros futuros de predição são calculados conforme um determinado modelo de predição, que pode ser baseado em diversas técnicas de modelagem de processos como função de transferência, espaço de estados, equações a diferenças, pontos da curva de dinâmica, entre

outras. Um algoritmo de controle preditivo pode, assim, também ser definido pelo modelo de predição adotado na formulação do problema de otimização (QIN; BADGWELL, 2003; BORDONS; MONTERO, 2015).

Entretanto, uma condição *sine qua non* para classificar um controlador ótimo como controlador preditivo, defendida por vários autores, é a aplicação de horizonte retrocedente (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989; QIN; BADGWELL, 2003; MAYNE; RAWLINGS; RAO; SCOKAERT, 2000). De fato, o Controle Preditivo Baseado em Modelo (MPC – *Model-based Predictive Control*) também é chamado de Controle de Horizonte Retrocedente (RHC – *Receding Horizon Control*) dada a importância dessa condição na formulação de um controlador preditivo (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989; MAYNE; RAWLINGS; RAO; SCOKAERT, 2000; MEADOWS JR, 1994).

O horizonte retrocedente, por sua vez, caracteriza-se como o recálculo da sequência ótima de ações de controle de malha aberta a cada período de amostragem, sendo aplicado apenas o primeiro termo no dado período de amostragem. Obviamente, em muitos casos, não se calcula a sequência toda novamente, mas apenas o primeiro termo da sequência, que será aplicado. Isso é possível quando, para o dado problema, há uma solução analítica ou numérica direta para o primeiro termo da sequência. Em alguns casos, porém, para determinar o primeiro termo, é necessário conhecer os termos futuros da sequência, de modo que seja necessário calcular as demais ações antes de calcular o primeiro termo. Há alguns controladores preditivos que realizam o chamado *blocking*, em que aplica-se, sem recálculo, alguns termos da sequência ótima de ações de controle em sequência. Caso toda a sequência ótima seja aplicada, sem recálculo, o controlador gerado pela solução desse tipo de problema é conhecido como Controle Ótimo de Malha Aberta (OLOC – *Open-Loop Optimal Control*) (MEADOWS JR, 1994).

O benefício proporcionado pelo horizonte retrocedente é a atualização das informações disponibilizadas pelo processo na solução do problema de otimização, uma vez que é possível que haja descasamento de modelo, ruídos, distúrbios e outros fenômenos durante uma possível aplicação da sequência ótima de ações de controle. Essas novas informações, por sua vez, poderiam implicar alterações na trajetória ótima de minimização do custo. Porém, caso não haja

horizonte retrocedente, o controlador pode não compensar esses fenômenos e o processo, em malha fechada, pode não se comportar como desejado pelo projetista (MEADOWS JR, 1994).

2.2 FORMULAÇÃO CONVENCIONAL EM ESPAÇO DE ESTADOS

Considerando o uso de modelos do processo em espaço de estados, apresenta-se as formulações mais comuns para o funcional de custo bem como suas respectivas soluções para o caso irrestrito, ou seja, sem tratamento de restrições, para processos discretos lineares e invariantes no tempo (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989).

PROBLEMA 1 *Considere um processo linear invariante no tempo discreto, modelado em espaço de estados, de modo que:*

$$\begin{aligned} x(t_k + 1) &= Ax(t_k) + Bu(t_k) \\ y(t_k) &= Cx(t_k) \end{aligned} \quad (1)$$

em que $A \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ é a matriz de dinâmica, $B \in \mathbb{R}^{n_x \times n_u}$ é a matriz de entrada, $C \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ é a matriz de saída, $y \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ é o vetor de saída, $u \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$ é o vetor de entrada e $x \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ é o vetor de estados. Tem-se que $n_x = n$ é o número de estados ou a ordem, n_y é o número de saídas e n_u é o número de entradas. Usualmente, a relação $n_y = n_u$ é válida. Quando isso ocorre, há a possibilidade de controlar todas as saídas do processo.

Considere o funcional de custo:

$$\mathcal{J}_a = (\hat{Y} - \hat{R})^T M_e (\hat{Y} - \hat{R}) + \hat{U}^T M_u \hat{U} \quad (2)$$

em que $\hat{Y} \in \mathbb{R}^{n_y N \times 1}$ é a sequência de saídas preditas, $\hat{R} \in \mathbb{R}^{n_y N \times 1}$ é a sequência de referências futuras, $\hat{U} \in \mathbb{R}^{n_u N \times 1}$ é a sequência de variáveis manipuladas (ações de controle) preditas, $M_e = M_e^T > 0 \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_y N}$ é a matriz de penalização do erro predito das saídas, $M_u = M_u^T > 0 \in \mathbb{R}^{n_u N \times n_u N}$ é a matriz de penalização das ações de controle preditas e N é o horizonte de predição.

A sequência de saídas preditas é dada por

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{y}^T(t_k + 1|t_k) & \hat{y}^T(t_k + 2|t_k) & \dots & \hat{y}^T(t_k + N|t_k) \end{bmatrix}^T. \quad (3)$$

A sequência de referências futuras preditas é dada por:

$$\hat{R} = \begin{bmatrix} \hat{r}^T(t_k + 1|t_k) & \hat{r}^T(t_k + 2|t_k) & \dots & \hat{r}^T(t_k + N|t_k) \end{bmatrix}^T. \quad (4)$$

A sequência de ações de controle é dada por

$$\hat{U} = \begin{bmatrix} \hat{u}^T(t_k|t_k) & \hat{u}^T(t_k + 1|t_k) & \dots & \hat{u}^T(t_k + N - 1|t_k) \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

em que $u \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$ é ação de controle.

A matriz de penalização do erro é definida como:

$$M_e = \begin{bmatrix} M_{\mu_e} & O & \dots & O \\ O & M_{\mu_e} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \dots & M_{\mu_e} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

sendo $O \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ uma matriz de zeros e

$$M_{\mu_e} = \begin{bmatrix} \mu_{e1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_{e2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{en_y} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}, \quad (7)$$

em que $\mu_{e_i} \in \mathbb{R}_{>0}$ é a penalização do i -ésimo erro de saída do processo.

A matriz de penalização da ação de controle é definida como:

$$M_u = \begin{bmatrix} M_{\mu_u} & O_u & \dots & O_u \\ O_u & M_{\mu_u} & \dots & O_u \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_u & O_u & \dots & M_{\mu_u} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

sendo $O_u \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ uma matriz de zeros e

$$M_{\mu_u} = \begin{bmatrix} \mu_{u1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_{u2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{un_u} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}, \quad (9)$$

em que $\mu_{ui} \in \mathbb{R}_{>0}$ é a penalização da i -ésima ação de controle do processo.

A notação $(\hat{\cdot})(t_k + t_i | t_k)$ expressa que uma determinada variável é predita (considerando o super-escrito circunflexo) no instante $t_k + t_i$ dadas as condições atuais, no tempo t_k , sendo que $t_k, t_i \in \mathbb{Z}$.

O funcional (2) é sujeito a (1). O problema de otimização consiste em encontrar a sequência ótima de ação de controle \hat{U}^* que minimiza o funcional de custo em relação a \hat{U} . Desse modo:

$$\hat{U}^* = \arg\{\min_{\hat{U}} \mathcal{J}_a(\hat{U})\} \quad (10)$$

sujeito a (1).

O primeiro termo da sequência ótima que soluciona o Problema 1 na ausência de restrições é dado por (CANDIDO, 2010):

$$\hat{u}^* = -K_{xa}x(t_k) + K_{ra}\hat{R} \quad (11)$$

em que $K_{xa} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}$ é o ganho ótimo de estado e $K_{ra} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y N}$ é o ganho ótimo de referência.

Define-se o ganho ótimo de referência como:

$$K_{ra} = [I_u \ O_u \ \dots \ O_u][M_H^T M_e M_H + M_u]^{-1} M_H^T M_e \quad (12)$$

sendo $I_u \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ uma matriz identidade e $M_H \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_u N}$ a matriz de predição de resposta forçada.

Define-se o ganho ótimo de estado como:

$$K_{xa} = [I_u \ O_u \ \dots \ O_u][M_H^T M_e M_H + M_u]^{-1} M_H^T M_e M_f = K_{ra} M_f. \quad (13)$$

sendo $M_f \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_x}$ a matriz de predição de resposta livre.

Definem-se:

$$M_H \triangleq \begin{bmatrix} CB & O_{yu} & O_{yu} & \dots & O_{yu} \\ CAB & CB & O_{yu} & \dots & O_{yu} \\ CA^2B & CAB & CB & \dots & O_{yu} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{N-1}B & CA^{N-2}B & CA^{N-3}B & \dots & CB \end{bmatrix}, \quad (14)$$

sendo $O_{yu} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$ uma matriz de zeros e

$$M_f \triangleq [CA \quad CA^2 \quad CA^3 \quad \dots \quad CA^N]^T. \quad (15)$$

A Solução (11) do Problema 1 minimiza o Funcional (2). Porém, o Funcional (2) pondera apenas o erro de rastreamento e o valor absoluto das ações de controle futuras. Dessa forma, quando (11) for aplicada ao Processo Físico (1) não haverá compensação de erro de regime permanente, exceto se o processo possuir integrador natural. Isso é explicado facilmente em virtude de que para que o erro seja nulo, a ação de controle deve ser nula também. Contudo, de modo geral, para um processo físico manter-se na referência é necessário que exista uma ação forçada não-nula. Desse modo, a função de custo que minimiza o funcional consiste em um equilíbrio entre o erro de rastreamento e um valor não-nulo de ação de controle. De fato, de acordo com Rossiter (2003) as condições para que não exista erro em regime permanente em um MPC são:

1. a coincidência entre o mínimo do funcional de custo e a ausência de erro da saída em regime estacionário;
2. não deve haver polarização no modelo de predição, ou seja, deve-se corrigir o efeito de perturbações constantes e o descasamento de ganho estático entre o modelo e a planta.

2.3 FORMULAÇÃO QUE PENALIZA A VARIAÇÃO DA AÇÃO DE CONTROLE

A formulação apresentada no Problema 1 não é interessante quando objetiva-se erro nulo em regime permanente, o que constitui boa parte dos problemas de controle na área de máquinas elétricas (LEZANA; AGUILERA; QUEVEDO, 2009). Um modo de compensar esse problema é a inclusão de um controlador do tipo integral, em uma malha externa. Porém, esse integrador,

apesar de ser acessível e controlável, será não observável para um controlador na malha interna e, conseqüentemente, não será predizível. O Exemplo 1 discute essa condição.

Exemplo 1: Considere um sistema de primeira ordem do tipo:

$$y(t_k + 1) = ay(t_k) + bu(t_k) \quad (16)$$

em que $a \neq 1, 0 \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ são parâmetros constantes, u é a ação de controle e y é a saída do processo. Assuma que um integrador em malha externa w é adicionado ao processo, de modo que:

$$w(t_k) = w(t_k - 1) + r(t_k) - y(t_k) \quad (17)$$

em que r é a referência do processo. Assuma que a ação de controle seja calculada através da minimização do funcional:

$$\mathcal{J} = (y(t_k + 1) - r(t_k + 1))^2 + \mu_u u^2(t_k) \quad (18)$$

sendo $\mu_u > 0 \in \mathbb{R}$ e $r(t_k + 1) = r(t_k) = r$. Verifica-se que, como o integrador não está incluído na formulação do funcional de custo, que está referido apenas a parâmetros da malha interna, a ação de controle ótima \hat{u}^* não terá influência do integrador. Assim, este precisará fazer um ajuste de referência ou procedimento similar para compensar o erro em regime permanente.

◇

Desse modo, uma solução encontrada na literatura baseia-se no uso de matrizes de estado aumentadas e na penalização da variação da ação de controle no funcional de custo (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989).

PROBLEMA 2 Considere que o processo linear invariante no tempo discreto (1) é aumentado da seguinte forma:

$$A_b = \begin{bmatrix} A & O_x \\ CA & I_y \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$B_b = \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix}, \quad (20)$$

$$C_b = \begin{bmatrix} O_{yx} & I_y \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$x_b = \begin{bmatrix} \Delta x_b \\ y \end{bmatrix} \quad (22)$$

em que $O_x \in \mathbb{R}^{n_x \times n_x}$ e $O_{yx} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_x}$ são matrizes nulas, $I_y \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ é uma matriz identidade, $A_b \in \mathbb{R}^{(n_x+n_y) \times (n_x+n_y)}$ é a matriz aumentada de dinâmica do processo, $B_b \in \mathbb{R}^{(n_x+n_y) \times n_u}$ é a matriz aumentada de entrada do processo, $C_b \in \mathbb{R}^{n_y \times (n_x+n_y)}$ é a matriz aumentada de saída do processo, $x_b \in \mathbb{R}^{(n_x+n_y) \times 1}$ é o vetor de estados aumentado do processo e $\Delta x_b = x(t_k + 1) - x(t_k) \in \mathbb{R}^{n_x \times 1}$ é a variação do vetor de estados aumentado do processo, de tal modo que o modelo do processo aumentado é dado por:

$$\begin{aligned} x_b(t_k + 1) &= A_b x_b(t_k) + B_b \Delta u(t_k) \\ y(t_k) &= C_b x_b(t_k) \end{aligned} \quad (23)$$

Considere o funcional de custo:

$$\mathcal{J}_b = (\hat{Y} - \hat{R})^T M_e (\hat{Y} - \hat{R}) + \Delta \hat{U}^T M_u \Delta \hat{U} \quad (24)$$

em que $\Delta \hat{U} \in \mathbb{R}^{n_u N \times 1}$ é a sequência de variações de variáveis manipuladas (ações de controle) preditas.

A sequência de variações de ações de controle é dada por

$$\Delta \hat{U} = \begin{bmatrix} \Delta \hat{u}(t_k | t_k) & \Delta \hat{u}(t_k + 1 | t_k) & \dots & \Delta \hat{u}(t_k + N - 1 | t_k) \end{bmatrix}^T \quad (25)$$

em que $\Delta u(t_k) = u(t_k) - u(t_k - 1) \in \mathbb{R}^{n_u \times 1}$ é variação da ação de controle.

O Funcional (24) é sujeito a (23). O problema de otimização consiste em encontrar a sequência ótima de ação de controle $\Delta\hat{U}^*$ que minimiza o funcional de custo em relação a $\Delta\hat{U}$. Desse modo:

$$\Delta\hat{U}^* = \arg\{\min_{\Delta\hat{U}} \mathcal{J}_b(\Delta\hat{U})\} \quad (26)$$

sujeito a (23).

O primeiro termo da sequência ótima que soluciona o Problema 2 na ausência de restrições é dado por (CANDIDO, 2010):

$$\hat{u}^* = -K_{xb}x_b(t_k) + K_{rb}\hat{R} \quad (27)$$

em que $K_{xb} \in \mathbb{R}^{n_u \times (n_x + n_y)}$ é o ganho ótimo de estado e $K_{rb} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y N}$ é o ganho ótimo de referência.

Define-se o ganho ótimo de referência como:

$$K_{rb} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u][M_G^T M_e M_G + M_u]^{-1} M_G^T M_e \quad (28)$$

sendo $I_u \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u}$ uma matriz identidade e $M_G \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_u N}$ a matriz de predição de resposta forçada.

Define-se o ganho ótimo de estado como:

$$K_{xb} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u][M_G^T M_e M_G + M_u]^{-1} M_G^T M_e M_Q = K_{rb} M_Q \quad (29)$$

sendo $M_Q \in \mathbb{R}^{(n_y + n_x)N \times (n_y + n_x)}$ a matriz de predição de resposta livre.

Definem-se:

$$M_Q \triangleq \begin{bmatrix} C_b B_b & O_{yu} & O_{yu} & \dots & O_{yu} \\ C_b A_b B_b & C_b B_b & O_{yu} & \dots & O_{yu} \\ C_b A_b^2 B_b & C_b A_b B_b & C_b B_b & \dots & O_{yu} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_b A_b^{N-1} B_b & C_b A_b^{N-2} B_b & C_b A_b^{N-3} B_b & \dots & C_b B_b \end{bmatrix}, \quad (30)$$

e

$$M_Q \triangleq [C_b A_b \quad C_b A_b^2 \quad C_b A_b^3 \quad \dots \quad C_b A_b^N]^T. \quad (31)$$

A formulação apresentada no Problema 2 possibilita ao processo em malha fechada rastrear referências constantes e rejeitar perturbações constantes na saída. Porém, tal formulação é incapaz de rastrear referências senoidais (ou modelada por um conjunto de senoides) ou rejeitar perturbações senoidais (ou modelada por um conjunto de senoides) (BONCI CAVALCA; NIED; CAVALCA; DE OLIVEIRA, 2017; PANNOCCHIA; GABICCINI; ARTONI, 2015). Além disso, essa formulação é bastante sensível a ruídos de medição nos estados, pois depende da variação de estados precisa entre períodos de amostragem para manter a sua validade teórica (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989). Outra dificuldade é a impossibilidade de ajuste da atuação do efeito integrativo, pois este efeito está intrínseco no modelo de predição aumentado. De fato, não existe equivalente em tempo contínuo para esse método de inclusão de integrador, de modo que o integrador obtido é puramente discreto.

2.4 FORMULAÇÃO QUE PENALIZA O ERRO ACUMULADO

Nota-se que existem alguns problemas nas formulações anteriores apresentadas relativos ao rastreamento de sinais de referência. Além disso, a segunda formulação pode apresentar problemas com ruídos, especialmente, quando aplicada a períodos de amostragem muito pequenos.

A literatura apresenta vários meios para de alguma forma lidar com esses problemas. Um estimador de perturbação é proposto por Preindl e Schaltz (2010) e reutilizado em Preindl e Bolognani (2013a) para compensar o torque de carga em uma aplicação de controle de rotação de um motor. Uma malha externa com um controlador integral trifásico é proposta por Bonci Cavalca, Nied, Cavalca e de Oliveira (2017) com a mesma funcionalidade. Porém, o projeto da ação integral não é desenvolvido em conjunto com a otimização do MPC. Uma modificação na formulação do modelo de predição, para incluir a predição da perturbação, é apresentada por Santana, Bim e Amaral (2008). Assim, esse trabalho lida com o mesmo funcional de custo da formulação apresentada no Problema 2, mas o modelo de predição incluir uma informação extra sobre a perturbação. Contudo, nesse caso, continua a não haver qualquer tipo de controle sobre o efeito integral. Essa formulação é bastante similar a apresentada por Maeder e Morari (2010). Outra abordagem é feita por Negri et al. (2017), em que um modelo

de predição emulado, chamado modelo de referência, trabalha em conjunto com a aplicação do controle. O erro existente entre o modelo de referência e o processo é compensado, considerando a diferença existente entre a resposta emulada e a real. Esse método de compensação foi inspirado no método de compensação intrínseco de uma técnica mais antiga de controle preditivo: o Controle de Matriz de Dinâmica (DMC), já comentado no Capítulo 1 (QIN; BADGWELL, 2003). A literatura também apresenta propostas de modelos descentralizados (BETTI; FARINA; SCATTOLINI, 2013a) ou soluções com restrições terminais (BETTI; FARINA; SCATTOLINI, 2013b). Além disso, os trabalhos de Grimbale, Andnej e Ordys (2001) e Pannocchia, Gabiccini e Artoni (2015) apresentam um conjunto de técnicas de compensação de erro em regime associadas ao MPC. Porém, todas as abordagens anteriores não agregam a informação do efeito integral ao projeto geral do MPC, o que implica ganhos não ótimos para a rejeição de perturbação ou para o rastreamento de referência.

Assim, para tratar esses problemas, opta-se por uma variação que se utiliza de um acumulador (variável de integração) apresentada por Candido (2010). Porém, esse acumulador, diferentemente de Bonci Cavalca, Nied, Cavalca e de Oliveira (2017) e Preindl e Scholtz (2010), não será aplicado em uma malha externa, mas sim, penalizado no funcional de custo, que ponderará erros acumulados futuros. Dessa maneira, há mais um parâmetro de sintonia, que aumenta os graus de liberdade do controlador. Ademais, há um aumento de banda passante do processo em malha fechada, permitindo ao controlador rastrear referências em múltiplas frequências, sendo, porém, menos suscetível a ruídos em altas frequências (caso seja ajustado corretamente). Por fim, o acumulador participa do problema de otimização, de modo que o ganho atribuído a essa variável também é ótimo.

PROBLEMA 3 Considerar o erro acumulado $w \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ definido por:

$$w(t_k) = w(t_k - 1) + r(t_k) - y(t_k) \quad (32)$$

onde $r \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ é a referência das variáveis controladas e $y \in \mathbb{R}^{n_y \times 1}$ é o vetor de variáveis controladas (ou saídas) do processo em malha aberta.

Define-se o funcional de custo de forma matricial, de modo que:

$$\mathcal{J} = (\hat{Y} - \hat{R})^T M_e (\hat{Y} - \hat{R}) + \hat{U}^T M_u \hat{U} + \hat{W}^T M_w \hat{W} \quad (33)$$

$\hat{W} \in \mathbb{R}^{n_y N \times 1}$ é a sequência de erros acumulados preditos e $M_w = M_w^T > 0 \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_y N}$ é a matriz de penalização dos erros acumulados das saídas preditos.

A sequência de erros acumulados preditos é dada por:

$$\hat{W} = \begin{bmatrix} \hat{w}(t_k + 1|t_k) & \hat{w}(t_k + 2|t_k) & \dots & \hat{w}(t_k + N|t_k) \end{bmatrix}^T. \quad (34)$$

A matriz de penalização do erro acumulado é definida como:

$$M_w = \begin{bmatrix} M_{\mu_w} & O & \dots & O \\ O & M_{\mu_w} & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O & O & \dots & M_{\mu_w} \end{bmatrix}, \quad (35)$$

sendo

$$M_{\mu_w} = \begin{bmatrix} \mu_{w1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mu_{w2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \mu_{wn_y} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}, \quad (36)$$

em que $\mu_{wi} \in \mathbb{R}_{>0}$ é a penalização do i -ésimo erro acumulado do processo.

Considere o Funcional (33) sujeito a (32) e a (1). O problema de otimização consiste em encontrar a sequência ótima de ação de controle \hat{U}^* que minimiza o funcional de custo em relação a \hat{U} . Desse modo:

$$\hat{U}^* = \arg\{\min_{\hat{U}} \mathcal{J}(\hat{U})\} \quad (37)$$

sujeito a (32) e (1).

O Problema 3 é irrestrito, ou seja, não há restrições de desigualdade. Dessa forma, é possível encontrar uma solução fechada para (37), conforme desenvolvida por Candido (2010). Assim, o primeiro termo da sequência ótima de controle $\hat{u}^*(t_k)$ é dado por:

$$\hat{u}^*(t_k) = -K_x x(t_k) + K_w w(t_k) + K_{\hat{R}} \hat{R}(t_k) \quad (38)$$

em que:

$$K_x = K_{u^*} \{ M_f^T M_e M_H + [M_T M_f]^T M_w M_T M_H \}^T \in \mathbb{R}^{n_u \times n_x}, \quad (39)$$

$$K_w = K_{u^*} [M_w M_T M_H]^T I_w \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y}, \quad (40)$$

$$K_{\hat{R}} = K_{u^*} \{ M_e M_H + M_T^T M_w M_T M_H \}^T \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y N}, \quad (41)$$

$$K_{u^*} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u] [M_H^T M_e M_H + M_u + (M_T M_H)^T M_w (M_T M_H)]^{-1} \in \mathbb{R}^{n_u \times n_u N}, \quad (42)$$

sendo $I_w \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_y N}$ uma matriz identidade e $I_y \in \mathbb{R}^{n_y \times n_y}$ uma matriz triangular inferior de matrizes identidade.

Define-se:

$$M_T \triangleq \begin{bmatrix} I_y & O & O & \dots & O \\ I_y & I_y & O & \dots & O \\ I_y & I_y & I_y & \dots & O \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ I_y & I_y & I_y & \dots & I_y \end{bmatrix}. \quad (43)$$

A Solução (38) para o Problema 3 possui uma estrutura que pode ser associada a uma estrutura convencional de controle. Para o caso SISO ($n_y = 1$), o ganho $K_r = \sum_1^N \{K_{\hat{R}}\}$ atua sobre a referência, podendo ser considerado uma parcela *feedforward* ou associada a um polinômio \mathcal{T} em uma estrutura de controle digital baseada em operadores atraso (ASTROM; WITTENMARK, 1991). Além disso, se as referências futuras forem conhecidas, esse ganho permitirá caráter antecipativo, de modo que o processo poderá atingir a referência futura de forma antecipada. O ganho K_x atua sobre os estados, podendo ser considerada uma parcela *feedback*, ou seja, de realimentação de estados, sendo associado a um polinômio \mathcal{R} em uma estrutura de controle digital baseada em operadores atraso. Esse ganho é o principal mantedor da estabilidade em malha fechada, ao menos para processos mais simples, conforme será visto no Capítulo 3 (ASTROM; WITTENMARK, 1991). O ganho K_w atua sobre o erro acumulado, sendo a única parcela na malha direta, associado a um ganho integral ou a um compensador de perturbações, sendo associado a um polinômio \mathcal{S} em uma estrutura de controle digital baseada em operadores atraso. Em processos mais complexos, porém, esse ganho pode ocasionar a instabilidade do processo, como será discutido no Capítulo 4 (ASTROM; WITTENMARK, 1991).

A formulação apresentada no Problema 3 possui maior complexidade de sintonia, se comparada às formulações anteriores. As próprias expressões para os ganhos são consideravelmente mais complexas, o que torna o próprio processo de projeto mais trabalhoso. De fato, é possível instabilizar em malha fechada um processo estável em malha aberta, dadas as possibilidades de sintonia, como discutido anteriormente. Dessa forma, há a necessidade de um estudo mais completo para entender as implicações dessa formulação de controle em um dado processo a ser controlado. Esse estudo será feito nos Capítulos 3 e 4.

Destaca-se como ponto negativo dessa formulação a incapacidade intrínseca de correção de possíveis erros de predição. Dessa forma, ao se tratar restrições no problema de otimização, é possível que certas restrições não sejam respeitadas.

2.5 FORMULAÇÃO SOB CONJUNTO FINITO DE AÇÕES DE CONTROLE

Uma formulação de controle preditivo aplicada na área de eletrônica de potência e máquinas elétricas, que foi popularizada na última década, é conhecida como Conjunto Finito de Ações de Controle (FCS – *Finite Control Set*) (RODRIGUEZ et al., 2007; GEYER; PAPA-FOTIOU; MORARI, 2009; PREINDL; BOLOGNANI, 2013a; AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; MAYNE, 2014). Essa formulação considera que as ações de controle passíveis de serem aplicadas estão restritas a um conjunto não-convexo com um número finito de elementos, equivalente, por exemplo, aos possíveis estados de comutação dos interruptores eletrônicos de uma determinada fonte (PREINDL, 2016; BORDONS; MONTERO, 2015).

Nesse caso, é possível aplicar como formulação do problema de otimização os Problemas 1 e 3, adaptados à inclusão da restrição sobre a ação de controle. A diferença em relação aos casos apresentados nas Subseções 2.2 e 2.4 está na forma como a solução ótima é obtida. Apesar de alguns trabalhos utilizarem outros algoritmos, a solução ótima geralmente é obtida após a aplicação de um algoritmo "força-bruta" que testa todas (ou uma parte pré-selecionada) as possíveis ações de controle, avalia o funcional de custo de cada uma delas e aplica aquela que possuir o menor custo (PREINDL, 2016; AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013).

Dessa maneira, é possível estabelecer penalizações não lineares no funcional de custo, caso determinada variável ultrapasse algum valor limite, por exemplo. Além disso, pode-se utilizar modelos não lineares para a predição do comportamento futuro do processo, pois não há a necessidade de uma solução fechada em forma de lei de controle (VAZQUEZ et al., 2014; VAZQUEZ et al., 2017).

É possível utilizar como conjunto de ações de controle o conjunto de todas as possibilidades físicas do atuador, que eventualmente pode aumentar as oscilações do processo em regime permanente, ou então adotar-se valores modulados preestabelecidos (ou regidos conforme determina regra), visando reduzir (ou eliminar) essas oscilações em regime permanente (BARTSCH; CAVALCANTI; CAVALCA; NIED, 2019).

Praticamente todos os trabalhos envolvendo o uso de algoritmo FCS para solução do problema de otimização adotam a formulação vista no Problema 1 ou alguma variação, contendo apenas o erro de rastreamento futuro. Contudo, isso implica erro em regime permanente em malha fechada para a variável controlada. O uso da formulação do Problema 2.4 é pouco explorado, porém, é útil para resolver esse tipo de problema. Os estudos a serem feitos a partir do Capítulo 3 para a sintonia de controladores que utilizam a formulação do Problema 1 são também úteis para a sintonia de controladores do tipo FCS que adotem o mesmo funcional de custo no processo de otimização. Ressalta-se, porém, que, como esperado, há problemáticas próprias do uso de um algoritmo FCS na solução do problema de otimização, além da possibilidade de inclusão de termos extras e variação de modelo (BARTSCH; CAVALCANTI; CAVALCA; NIED, 2019).

2.6 SOBRE A FORMULAÇÃO ESCOLHIDA

Reforçam-se alguns pontos dos motivos da escolha dessa formulação de controle preditivo e a respeito da necessidade do estudo que será realizado nas Seções subsequentes:

- O presente trabalho de tese, de modo específico, prevê a aplicação do controle preditivo para estabilização do motor síncrono de ímãs permanentes. Desse modo, o controlador precisa ser embarcado em um microcontrolador que deve operar em um período de amostragem reduzido (de 100 μ s ou inferior). Com a tecnologia atual, considerando a disponibilidade para aplicação comercial (mesmo considerando microprocessadores de alto desempenho), não é possível utilizar um algoritmo complexo para resolução de um problema não linear, por exemplo, nesse intervalo de tempo, sem comprometer a otimalidade da solução. Entre os algoritmos normalmente utilizados para tratamento de restrições, como um algoritmo de Programação Quadrática (QP – *Quadratic Programing*) ou até mesmo resolução de Desigualdades Matriciais Lineares (LMI – *Linear Matrix Inequalities*), de forma *on-line*, não foi possível encontrar referências de aplicação prática na literatura com esse tempo de amostragem, para dispositivos de até 200 MHz de processa-

mento. Encontra-se, porém, trabalhos que o utilizam o método do gradiente rápido como Preindl, Bolognani e Danielson (2013) e Bächle, Hentzelt e Graichen (2013). Porém, esse método realiza linearizações no modelo de otimização. Além disso, em ambos os casos, foi necessário limitar consideravelmente o número de iterações, resultando na aplicação de soluções subótimas.

- Além disso, a formulação do Problema 2 não é capaz de rastrear sinais senoidais ou, até mesmo, sinais constantes quando uma das variáveis internas é senoidal. Isso acaba limitando a aplicação dessa técnica em motores elétricos ou mesmo no desenvolvimento de fontes de eletrônica de potência de corrente alternada que, invariavelmente, lidam com alguma variável senoidal. Mesmo considerando a hipótese do uso de transformações matemáticas que tornem todos os sinais constantes e de que essas transformações estarão perfeitamente casadas com o processo a ser controlado, muitas vezes, a perturbação de carga não é constante e a formulação do Problema 2 poderia não ser capaz de rejeitá-la adequadamente. Outro problema dessa formulação é dificuldade de lidar com ruídos aleatórios de medição e interferências provocadas pela comutação das fontes, de modo que isso também torna essa formulação inadequada.
- A formulação do Problema 1 sequer é capaz de compensar perturbações constantes, apesar disso, é muito aplicada em algoritmos FCS. Contudo, um dos objetivos desse trabalho é contribuir sobre os algoritmos FCS, adaptando-os à formulação do Problema 3 e permitindo a compensação de perturbações. Essa adaptação também justifica o estudo do controlador preditivo com pequenos horizontes de predição, pois o algoritmo FCS, que faz o teste de todas as possibilidades, não é capaz de encontrar a solução para o problema de otimização no intervalo de tempo requerido, quando há um horizonte $N > 3$, dados os processadores disponíveis. A suposição de um algoritmo FCS para a solução do problema de otimização não será discutida nesse capítulo, porém será avaliada no Capítulo 7. Além disso, o estudo de sintonia e estabilidade considerando a formulação do Problema 3 é indiretamente um estudo sobre a sintonia e estabilidade de um controlador que utiliza um algoritmo FCS na solução do problema de otimização. Na literatura, há poucos estudos a esse respeito, sendo um problema levantado por alguns autores (LEZANA; AGUILERA; QUEVEDO, 2009; BARTSCH et al., 2017; BARTSCH; CAVALCANTI; CAVALCA; NIED, 2019; PREINDL, 2016; AGUILERA; LEZANA; QUEVEDO, 2013; AGUILERA; QUEVEDO, 2013).

- Poderia-se conjecturar no uso de um controlador preditivo robusto *off-line*, sem tratamento de restrições, para lidar com esse problema (MAYNE, 2014). Porém, de qualquer maneira, seria preciso adotar a formulação do Problema 3 para que houvesse compensação de perturbações não senoidais. Além disso, assume-se a possibilidade de uma reparametrização do controle, em caso de variações paramétricas ao invés da adição de robustez no projeto do controlador. De fato, controladores robustos em geral usualmente possuem ganhos elevados, que muitas vezes podem ser inadequados para a aplicação em motores devido à presença de ruídos de modo geral. Além disso, no projeto desenvolvido nos Capítulos 6 e 7, será analisada a robustez intrínseca dos projetos realizados. Ainda, caso julgue-se necessário, a reparametrização embarcada dos ganhos é mais fácil de ser realizada considerando a formulação do Problema 3 sem as condições de robustez no problema de otimização. Essas condições exigiriam o uso de algoritmos para a solução de LMIs embarcados, que, apesar de não precisarem ser resolvidos no intervalo do período de amostragem, consomem um grande espaço na memória de programa dos dispositivos embarcados.
- Os estudos desenvolvidos servem de base para a sintonia de outras formulações de controladores preditivos. Apesar de não precisarem seguirem os procedimentos aqui desenvolvidos, as metodologias para cada formulação podem basear-se nesses princípios para estabelecer seus procedimentos de sintonia para o funcional de custo próprio.
- Destaca-se, por fim, que existem poucos estudos na literatura sobre a formulação específica a ser utilizada, o que também evidencia a necessidade dos estudos a serem desenvolvidos nos próximos capítulos.

Considerando o apresentado, na Seção 2.7 faz-se uma discussão a respeito da discretização do processo de tempo contínuo e sua influência no projeto do controlador. Por fim, na Seção 2.8, apresenta-se uma proposta de normalização para o funcional de custo que pode ser aplicada para qualquer uma das formulações de MPC apresentadas no presente capítulo. Após essas duas seções, será possível aprofundar o estudo da formulação apresentada no Problema 3 no decorrer dos Capítulos 3 e 4.

2.7 MÉTODOS DE DISCRETIZAÇÃO E PERÍODO DE AMOSTRAGEM

Considere as matrizes que representam um processo de tempo contínuo A_c , B_c e C_c em espaço de estados. Dado um período de amostragem t_s , diferentes métodos de discretização

podem ser usados para representar tal processo no domínio de tempo discreto. O método mais simples é conhecido como método de Euler Forward de primeira ordem. Esse método é bastante aplicado em máquinas elétricas e eletrônica de potência (PREINDL; BOLOGNANI, 2013a; RODRIGUEZ et al., 2007; BARATIERI; PINHEIRO, 2014)

Nesse método, o operador derivada é representado por $dx/dt = (x(t_k + 1) - x(t_k))/t_s$. Dessa maneira, as matrizes de tempo discreto podem ser aproximadas por (ASTROM; WITTENMARK, 1991):

$$\begin{aligned} A &\approx I + A_c t_s \\ B &\approx B_c t_s \\ C &= C_c \end{aligned} \tag{44}$$

em que I é uma matriz identidade de ordem correspondente.

Uma característica da discretização (44) é preservar a quantidade de polos e de zeros do processo em tempo contínuo, o que para algumas situações, pode ser interessante. Porém, o fato dessa discretização não criar zeros artificiais limita a possibilidade do uso de modelos de predição baseados nessa discretização. Entre outras funções, esses zeros artificiais criados por outras discretizações indicam ao preditor que é possível atuar em múltiplos estados a partir de uma ação de controle única. Uma segunda possibilidade de aproximação é o uso da discretização de Euler de segunda ordem, dada por (ASTROM; WITTENMARK, 1991):

$$\begin{aligned} A &\approx I + A_c t_s + \frac{1}{2} A_c^2 t_s^2 \\ B &\approx B_c t_s + \frac{1}{2} A_c B_c t_s^2 \\ C &= C_c. \end{aligned} \tag{45}$$

A discretização (45) cria zeros artificiais em decorrência do termo $\frac{1}{2} A_c B_c t_s^2$ na discretização da matriz B_c . Nesse sentido, essa discretização é útil para substituir a discretização de Euler de primeira ordem em processos que o uso de uma discretização aproximada é necessária e que necessita-se dos zeros artificiais. De modo geral, essas aproximações são solicitadas para discretizar processos não lineares, em que não há uma solução exata existente para a discretização.

O Exemplo 2 ilustra a situação dos zeros artificiais e da diferença entre as discretizações. Utilizou-se um processo linear para facilitar a compreensão do fenômeno.

Exemplo 2: Considere o seguinte processo de tempo contínuo:

$$\dot{x}_1(t) = -x_2(t) \quad (46)$$

$$\dot{x}_2(t) = -x_1(t) - x_2(t) + u(t). \quad (47)$$

Ao discretizar-se esse processo, com período de amostragem t_s , pelo método de Euler de primeira ordem, tem-se:

$$x_1(t_k + 1) = x_1(t_k) - t_s x_2 \quad (48)$$

$$x_2(t_k + 1) = -t_s x_1 + (1 - t_s)x_2 + t_s u. \quad (49)$$

Ao discretizar-se esse processo, com período de amostragem t_s , pelo método de Euler de segunda ordem, tem-se:

$$x_1(t_k + 1) = (1 + t_s^2/2)x_1(t_k) + (t_s^2/2 - t_s)x_2 - t_s^2/2u \quad (50)$$

$$x_2(t_k + 1) = (t_s^2/2 - t_s)x_1 + (1 - t_s + t_s^2)x_2 + (t_s - t_s^2/2)u. \quad (51)$$

Verifica-se que na Equação (48) não existe ação de controle. Deste modo, ao considerar condições iniciais nulas, no próximo período de amostragem, o valor de x_1 será mantido nulo, mesmo com um valor de ação de controle aplicado. Contudo, esse mesmo estado modelado pela Equação (50) teria valor não nulo no próximo período de amostragem, caso a ação de controle seja aplicada. Esse valor, de fato, seria não nulo pela solução de tempo contínuo. Dessa forma, a segunda aproximação é mais precisa. Porém, essa solução cria um zero em 1 que é inexistente no modelo de tempo contínuo. Esse seria um zero virtual.

◇

Para processos lineares, usualmente, modela-se o fenômeno da discretização como um Retentor de Ordem Zero (ZOH – *Zero-order Holder*). Desse modo, obtém-se uma solução dita exata para a discretização do processo contínuo, pois essa discretização mapeia o ponto exato

em que o processo contínuo estaria, dados períodos de amostragem com intervalos fixos t_s . A discretização exata é dada por (ASTROM; WITTENMARK, 1991):

$$\begin{aligned} A &= e^{A_c t_s} \\ B &= A_c^{-1}(A - I)B_c \\ C &= C_c. \end{aligned} \tag{52}$$

A discretização exata obviamente apresenta um modelo mais confiável e, consequentemente, a predição com essa discretização melhora. O valor exato é obtido não só pelo mapeamento dos polos, mas também, pela presença dos zeros artificiais fornecidos pela discretização (52), tornando menores as regiões de instabilidade no caminho dos polos de malha fechada induzidos por esse controlador. Dessa forma, as análises de caminho dos polos posteriores, apesar de valerem-se unicamente de processos puramente discretos, pressupõem o uso de uma discretização exata (ou ao menos Euler de segunda ordem) na representação discreta de um processo contínuo. Caso o processo de segunda ordem em malha aberta possua um zero, a discretização (52) (ou mesmo a discretização (45)) não produzirá um novo zero artificial. Porém, o zero existente no processo discretizado não possui relação direta com zero existente no tempo contínuo, como no caso da discretização (44).

Outro fator relativo ao zero artificial produzido pela discretização refere-se à sua posição, que é dada pelo período de amostragem escolhido. Quanto mais próximo do limite inferior de Nyquist, "melhor" será a posição desse zero. Assim, casos de "super-amostragem" "pioram" a posição do zero artificial. Esse "melhor" representa o fato de que o zero artificial estará mais próximo do eixo real positivo, mesmo ainda pertencente ao eixo real negativo, no interior do círculo unitário. Essa posição, como será visto adiante na Seção 4.2, aumenta a região de estabilidade para sintonia. Já no caso de "super-amostragem", esse zero artificial tende ao valor -1. Esse valor indica que o controlador pouco pode atuar em todos os estados. Numericamente, o valor de atuação naquele estado em específico torna-se muito pequeno, o que indica a baixa possibilidade de atuação de um período de amostragem para o outro. Isso explica-se justamente pelo pouco tempo passado entre os dois períodos, de modo que a movimentação do estado será pequena em função disso.

Essa relação dos zeros com o período de amostragem pode ser interpretada da seguinte forma: com um período de amostragem maior, o controlador preditivo possui modelado um tempo maior de comportamento, para um mesmo horizonte de predição. Assim, apesar da

redução da velocidade de atuação do controlador, os efeitos da ação de controle atual ficam "mais claros" para o preditor, melhorando sua resposta para horizontes de predição menores. Além disso, há maior tempo para o cálculo da ação de controle, o que reduz ruídos relacionados a esse atraso de atuação. Outra vantagem é a redução de memória para armazenamento de informações, com o uso de horizontes de predição menores. Evidentemente, para o aumento equivalente de N , considerando um período de amostragem menor, produz uma resposta dinâmica "melhor". Além disso, essa redução do período de amostragem pressupõe que nenhuma dinâmica da planta será suprimida. Deve-se ainda considerar a densidade espectral de potência das perturbações e do ruído de medição. Conforme o caso, talvez seja conveniente usar um filtro analógico *anti-aliasing*.

2.8 FATOR DE NORMALIZAÇÃO

A representação genérica de um processo próprio linear e invariante no tempo, sem atrasos, SISO, sem transferência direta da entrada para a saída, em função de transferência discreta é dado por:

$$G(z) = \frac{\kappa_u (z - z_{z,1}) \dots (z - z_{z,n_z})}{(z - z_{p,0})(z - z_{p,1}) \dots (z - z_{p,n})} \quad (53)$$

em que $z_{p,0}, z_{p,1}, \dots, z_{p,n}$ são os polos de malha aberta, $z_{z,1}, \dots, z_{z,n_z}$ são os possíveis zeros de malha aberta e κ_u é o ganho da planta. Com a representação (53), verifica-se que a entrada é sempre afetada pelo ganho κ_u do processo, independentemente do modo interno em que atue. Considerando a representação em espaço de estados, verifica-se que o ganho do processo pode ser calculado por:

$$\kappa_u = CB. \quad (54)$$

Demonstração. Basta utilizar a relação $G(z) = C(zI - A)^{-1}B$ de retorno de um processo genérico em espaço de estados para função de transferência e comparar termo a termo com (53). Verifica-se que todos os termos do polinômio superior são multiplicados por CB caracterizando o ganho. \square

TEOREMA 1 Para um processo linear, invariante no tempo, SISO, considerando (33) e o Problema 3 (com qualquer horizonte de predição), ao definir-se as matrizes de ponderação como matrizes diagonais na forma:

$$M_e \triangleq I_{N_y} \quad (55)$$

$$M_w \triangleq \mu_w I_{N_y} \quad (56)$$

$$M_u \triangleq \kappa_u^2 \mu_u I_{N_u} \quad (57)$$

em que $I_{N_y} \in \mathbb{R}^{n_y N \times n_y N}$ é uma matriz identidade e $I_{N_u} \in \mathbb{R}^{n_u N \times n_u N}$ é outra matriz identidade, o processo em malha fechada torna-se independente dos termos da matriz B . Além disso, o fator de penalização da ação de controle torna-se adimensional.

Demonstração. Considere a matriz:

$$M_i \triangleq (M_H^T M_e M_H + M_u)^{-1} \quad (58)$$

e a matriz:

$$M_{i,w} \triangleq (M_H^T M_e M_H + M_u + (M_T M_H)^T M_w (M_T M_H))^{-1} \quad (59)$$

Considerando que $M_u = \kappa_u^2 \mu_u I$ e $M_e = I$, tem-se que

$$M_i = (M_H^T M_H + \kappa_u^2 \mu_u I)^{-1}. \quad (60)$$

$$M_{i,w} = (M_H^T M_H + \kappa_u^2 \mu_u I + (M_T M_H)^T M_w (M_T M_H))^{-1}. \quad (61)$$

Para o caso SISO, tem-se que $CB = \kappa_u$ é um escalar. Assim:

$$M_H^T M_H = \begin{bmatrix} \kappa_u^2 A_{seq,11}(n) & \kappa_u^2 A_{seq,12}(n) & \dots & \kappa_u^2 A^{(n-1)T} \\ \kappa_u^2 A_{seq,21}(n) & \kappa_u^2 A_{seq,22}(n) & \dots & \kappa_u^2 A^{(n-2)T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \kappa_u^2 A^{n-1} & \kappa_u^2 A^{n-2} & \dots & \kappa_u^2 I_n \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$M_H^T M_H = \kappa_u^2 \begin{bmatrix} A_{seq,11}(n) & A_{seq,12}(n) & \dots & A^{(n-1)T} \\ A_{seq,21}(n) & A_{seq,22}(n) & \dots & A^{(n-2)T} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{n-1} & A^{n-2} & \dots & I_n \end{bmatrix} = \kappa_u^2 M_{H^T H, A} \quad (63)$$

com

$$A_{seq,11}(n) = A^{(n-1)T} A^{n-1} + A^{(n-2)T} A^{n-2} + \dots + A^T A + I_n \quad (64)$$

$$A_{seq,22}(n) = A^{(n-2)T} A^{n-2} + A^{(n-3)T} A^{n-3} + \dots + A^T A + I_n = A_{seq,11}(n-1) \quad (65)$$

$$A_{seq,12}(n) = A^{(n-1)T} A^{n-2} + A^{(n-2)T} A^{n-3} + \dots A^T \quad (66)$$

$$A_{seq,21}(n) = A^{(n-2)T} A^{n-1} + A^{(n-3)T} A^{n-2} + \dots A. \quad (67)$$

Define-se:

$$M_{H,A}^T \triangleq \begin{bmatrix} I_n & \dots & A^{n-2} & A^{n-1} \\ O_n & I_n & \dots & A^{n-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ O_n & O_n & \dots & I_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\kappa_u} M_H^T \quad (68)$$

e

$$M_{H,A} \triangleq \begin{bmatrix} I_n & \dots & O_n & O_n \\ A & I_n & \dots & O_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A^{n-1} & A^{n-2} & \dots & I_n \end{bmatrix} = \frac{1}{\kappa_u} M_H. \quad (69)$$

Com isso,

$$M_i = (\kappa_u^2 M_{H^T H, A} + \kappa_u^2 \mu_u I)^{-1} \quad (70)$$

$$M_i = \frac{1}{\kappa_u^2} (M_{H^T H, A} + \mu_u I)^{-1} \quad (71)$$

$$M_i = \frac{1}{\kappa_u} (M_{H^T H, A} + \mu_u I)^{-1} \frac{1}{\kappa_u}. \quad (72)$$

e

$$M_{i,w} = (\kappa_u^2 M_{H^T H, A} + \kappa_u^2 \mu_u I + \kappa_u^2 (M_T M_{H, A})^T M_w (M_T M_{H, A}))^{-1} \quad (73)$$

$$M_{i,w} = \frac{1}{\kappa_u^2} (M_{H^T H, A} + \mu_u I + (M_T M_{H, A})^T M_w (M_T M_{H, A}))^{-1} \quad (74)$$

$$M_{i,w} = \frac{1}{\kappa_u} \underbrace{(M_{H^T H, A} + \mu_u I + (M_T M_{H, A})^T M_w (M_T M_{H, A}))^{-1}}_{M'_{i,w}} \frac{1}{\kappa_u}. \quad (75)$$

Para a formulação convencional, tem-se que:

$$K_{xa} = K_{ra} M_f \quad (76)$$

com

$$K_{ra} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u] M_i M_H^T. \quad (77)$$

Assim,

$$K_{ra} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u] \frac{1}{\kappa_u} (M_{H^T H, A} + \mu_u I)^{-1} \frac{1}{\kappa_u} M_H^T I_{Ny} \quad (78)$$

$$K_{ra} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u] \frac{1}{\kappa_u} (M_{H^T H, A} + \mu_u I)^{-1} M_{H, A}^T = \frac{1}{\kappa_u} K_{ra}' \quad (79)$$

$$K_{xa} = [I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u] \frac{1}{\kappa_u} (M_{H^T H, A} + \mu_u I)^{-1} M_{H, A}^T M_f = \frac{1}{\kappa_u} K_{xa}'. \quad (80)$$

Desse modo, a dinâmica da saída controlada pelo MPC convencional, em malha fechada é dada por:

$$y(t_k + 1) = C(Ax(t_k) + Bu(t_k)) \quad (81)$$

$$y(t_k + 1) = CAx(t_k) + CB(K_{ra}\hat{R}(t_k) - K_{xa}x(t_k)) \quad (82)$$

$$y(t_k + 1) = CAx(t_k) + \kappa_u \left[\frac{1}{\kappa_u} (K_{ra}'\hat{R}(t_k) - K_{xa}'x(t_k)) \right] \quad (83)$$

$$y(t_k + 1) = (CA - K_{xa}')x(t_k) + K_{ra}'\hat{R}(t_k). \quad (84)$$

Como K_{ra}' e K_{xa}' não possuem termos relativos à matriz B , conclui-se que a dinâmica da saída de malha fechada também não é influenciada por termos da matriz B ao utilizar-se a normalização proposta com a formulação MPC convencional.

Para a formulação com a penalização do erro acumulado, tem-se que:

$$K_{u^*} = \overbrace{[I_u \quad O_u \quad \dots \quad O_u]}^{I_{K_{u^*}}} [M_H^T M_e M_H + M_u + (M_T M_H)^T M_w (M_T M_H)]^{-1} \quad (85)$$

$$K_{u^*} = I_{K_{u^*}} M_{i,w}. \quad (86)$$

$$K_{u^*} = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \frac{1}{\kappa_u}. \quad (87)$$

Logo, para o ganho sobre o erro acumulado:

$$K_w = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \frac{1}{\kappa_u} [M_w M_T M_H]^T I_w \quad (88)$$

$$K_w = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} [M_w M_T M_{H,A}]^T I_w \quad (89)$$

$$K_w = \frac{1}{\kappa_u} K'_w, \quad (90)$$

para o ganho sobre o vetor de referências:

$$K_{\hat{R}} = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \frac{1}{\kappa_u} \{M_e M_H + M_T^T M_w M_T M_H\}^T \quad (91)$$

$$K_{\hat{R}} = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \{M_e M_{H,A} + M_T^T M_w M_T M_{H,A}\}^T \quad (92)$$

$$K_{\hat{R}} = \frac{1}{\kappa_u} K'_{\hat{R}}, \quad (93)$$

$$(94)$$

e, para o ganho sobre os estados:

$$K_x = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \frac{1}{\kappa_u} \{M_f^T M_e M_H + [M_T M_f]^T M_w M_T M_H\}^T \quad (95)$$

$$K_x = \frac{1}{\kappa_u} I_{K_{u^*}} M'_{i,w} \{M_f^T M_e M_{H,A} + [M_T M_f]^T M_w M_T M_{H,A}\}^T \quad (96)$$

$$K_x = \frac{1}{\kappa_u} K'_x. \quad (97)$$

Assim, a dinâmica da saída controlada pelo MPC com penalização do erro acumulado, torna-se:

$$y(t_k + 1) = C(Ax(t_k) + Bu(t_k)) \quad (98)$$

$$y(t_k + 1) = CAx(t_k) + CB(K_{\hat{R}}\hat{R}(t_k) - K_x x(t_k) + K_w w(t_k)) \quad (99)$$

$$y(t_k + 1) = CAx(t_k) + \kappa_u \left[\frac{1}{\kappa_u} (K'_{\hat{R}}\hat{R}(t_k) - K'_x x(t_k) + K'_w w(t_k)) \right] \quad (100)$$

$$y(t_k + 1) = (CA - K'_x)x(t_k) + K'_{\hat{R}}\hat{R}(t_k) + K'_w w(t_k). \quad (101)$$

Como $K'_{\hat{R}}$, K'_w e K'_x não possuem termos relativos à matriz B , conclui-se que a dinâmica da saída de malha fechada também não é influenciada por termos da matriz B ao utilizar-se a normalização proposta com a formulação que penaliza o erro acumulado no funcional de custo.

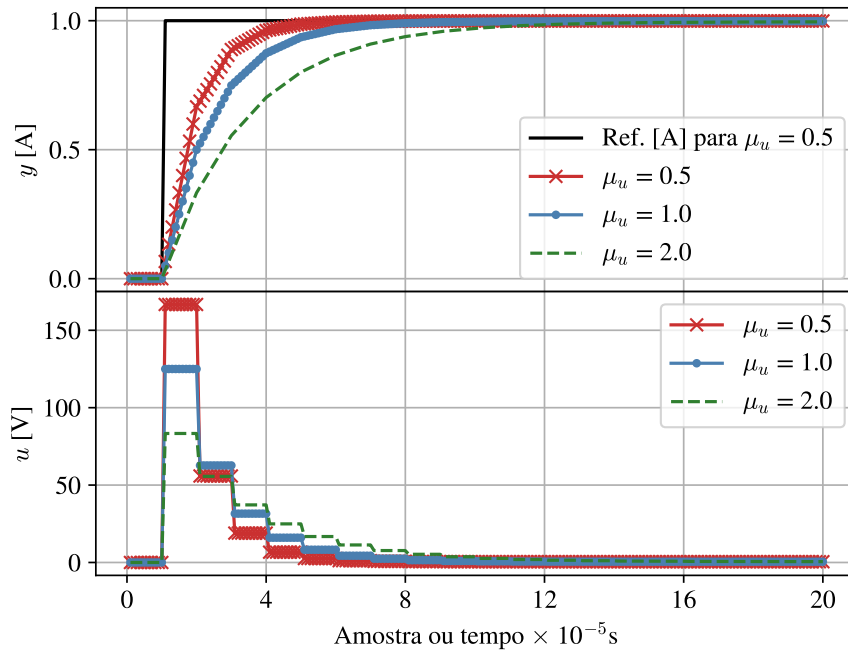
Notar também que o fator κ_u possui unidade de conversão da entrada para a saída. Logo, κ_u^2 converte a unidade da entrada ao quadrado para a saída ao quadrado. Dessa forma, μ_u torna-se adimensional para que a equação do funcional de custo (independentemente da utilizada) torne-se coerente dimensionalmente. \square

COROLÁRIO 1 *Do Teorema 1, ocasiona-se que:*

- *todos os termos do funcional de custo possuem a mesma unidade: a unidade da saída ao quadrado;*
- *os parâmetros μ_u e μ_w possuirão o mesmo significado para todas as possíveis representações do mesmo processo, uma vez que ambos são adimensionais e os demais termos estão na mesma unidade no funcional de custo.*

OBSERVAÇÃO 1 *Observar que Shridhar e Cooper (1997) propôs um fator de normalização similar para o projeto de controladores DMC. Esse trabalho aproxima o processo DMC por uma função de transferência e propõe o uso de κ_u^2 como fator de normalização de sintonia. Pelo uso da função de transferência, esse trabalho também observa similaridade entre o DMC e o GPC. Destaca-se que as conclusões obtidas são similares para o caso proposto em espaço de estados, como será visto no Exemplo 3 e nos capítulos posteriores. De certa forma, pode-se dizer que Shridhar e Cooper (1997) reforça a validade da proposta feita no presente trabalho, que busca normalizar o funcional de custo para prover um método de sintonia para o controlador preditivo.* \square

Figura 1 – Dinâmica do processo para o Exemplo 3



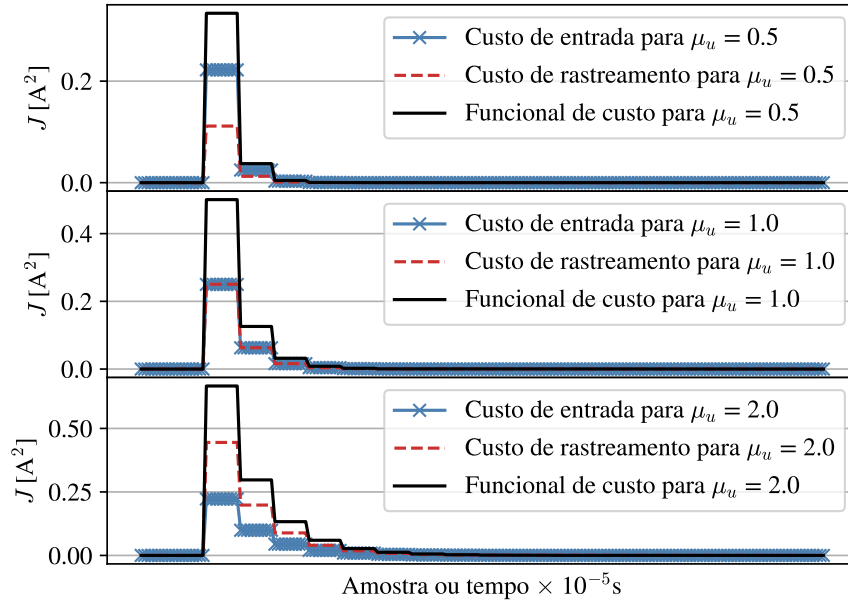
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

OBSERVAÇÃO 2 Destaca-se que o ganhos associados serão logicamente diferentes para diferentes processos equivalentes, para corresponder ao significado dos estados adotados, tendo, porém, a mesma influência. \square

OBSERVAÇÃO 3 Considerando o Corolário 1, verifica-se que o peso atribuído no funcional de custo ao parâmetro μ_u será efetivamente o peso do custo da energia. Desse modo, por exemplo, caso escolha-se, na formulação convencional $\mu_u = 1$, significa que metade da energia será utilizada para rastreamento (que possui implicitamente o peso unitário) e metade da energia será utilizada para ação de controle. \square

Exemplo 3: Considere um circuito de primeira ordem RL linear em série, com resistência de $0,5 \, \Omega$ e indutância de $25 \, \text{mH}$. Assuma que a tensão da fonte que controla o processo é a ação de controle e que a saída do processo é a corrente do circuito. Assuma que não haja ruído ou erro de medição. Assuma que o período de amostragem é $0,1 \, \text{ms}$ e que uma discretização ZOH é aplicada. Desse modo, o parâmetro de dinâmica desse processo $a \approx 0,998$ e o parâmetro de entrada desse processo $b \approx 0,004$. Considerando $N = 1$ e a aplicação do fator de normalização, uma solução numérica é apresentada em três casos: $\mu_u = 0,5$, $\mu_u = 1,0$ e $\mu_u = 2,0$. A resposta dinâmica da solução é apresentada na Figura 1. A dinâmica de custo é apresentada na Figura 2. \diamond

Figura 2 – Funções de custo ótimas para o Exemplo 3



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Nota-se nos resultados do Exemplo 3, pela Figura 2 que a normalização foi precisa na ponderação dos custos. Dessa maneira, quando a $\mu_u = 1,0$, o custo para a ação de controle e para o rastreamento foi exatamente o mesmo ao longo de todo o tempo. Quando a ponderação foi $\mu_u = 0,5$, o custo da ação de controle foi metade do custo de rastreamento (ou um terço do custo total). Quando a ponderação foi $\mu_u = 2,0$, o custo da ação de controle foi exatamente o dobro do custo de rastreamento (ou dois terços do custo total). Destaca-se que o custo total aumenta a medida que o custo da ação de controle aumenta, pois com a redução do custo de controle, mais rapidamente o objetivo de rastreamento é atingido e, conseqüentemente, seu valor é reduzido mais rapidamente. Obviamente, como observado na Figura 1, a ação de controle para as dinâmicas testadas provavelmente é inexecutável para o circuito em questão. De fato, para uma ação de controle máxima de 10 V, $\mu_u \approx 24,0$. Nessa situação, o tempo de convergência é de aproximadamente 90 amostras. De toda forma, o processo de sintonia fica consideravelmente mais intuitivo com a normalização. Cabe destacar que o fator $\kappa_u^2 = 1,6 \times 10^{-5}$. Dessa forma, sem a normalização, seria preciso sintonizar a ponderação em $1,6 \times 10^{-5}$ para a obtenção da igualdade de custos. Além disso, caso utiliza-se a suposição de ponderação unitária direta, sem a normalização, isso equivaleria a $\mu_u = 62500,0$. Em outras palavras, a suposta ponderação unitária tornaria o custo da ação de controle 62500,0 vezes maior que o custo do rastreamento, caso o fator de normalização não fosse aplicado.

OBSERVAÇÃO 4 Para um sistema não linear do tipo:

$$x(t_k + 1) = A(x(t_k))x(t_k) + Bu(t_k) \quad y(t_k) = Cx(t_k) \quad (102)$$

o teorema pode continuar válido desde que os estados em que a matriz A tenha dependência não dependam de termos da matriz B . \square

Exemplo 4: Considere o processo em malha aberta:

$$\begin{bmatrix} x_1(t_k + 1) \\ x_2(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1 & x_2(t_k) \\ 0 & a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ x_2(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t_k)$$

$$y(t_k) = x_1(t_k)$$

onde $b_1 \neq 0$, $0 \leq a_1 < 1$ e $0 < a_2 < 1$ são constantes. O processo não é completamente controlável, mas é estabilizável. Para o caso sem restrição e para o funcional do problema convencional, com $N = 2$, $\hat{R} = [r \ r]^T$ e $M_u = \text{diag}([\mu_u \ \mu_u])$ normalizado por $\kappa_u^2 = b_1^2$, e para M_e sendo uma identidade de segunda ordem, a solução ótima é:

$$\hat{u}^*(t_k) = \frac{\Psi_1 + \Psi_2}{b_1(\mu_u^2 + (2 + a_1^2)\mu_u + 1)}$$

com

$$\begin{aligned} \Psi_1 &= -a_1^3\mu_u x_1(t_k) - a_1^2\mu_u x_2^2(t_k) - a_1 a_2^2\mu_u x_2^2(t_k) - a_1\mu_u x_1(t_k) \\ \Psi_2 &= a_1\mu_u r(t_k) - a_1 x_1(t_k) - \mu_u x_2^2(t_k) + \mu_u r(t_k) - x_2^2(t_k) + r(t_k). \end{aligned}$$

Desse modo, aplicando $u(t_k) = \hat{u}^*(t_k)$ a dinâmica em malha fechada para $y(t_k)$ é independente de b_1 que é o termo da matriz B . Assim, o teorema da normalização permanece válido para esse processo não linear. Note também que o Teorema 1 vale para qualquer valor de N . E, pela solução ótima, μ_u é evidentemente adimensional, de modo que esse parâmetro não realiza a conversão da unidade da entrada para a saída do processo. \diamond

2.9 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo, foram apresentadas diferentes formulações para o controlador preditivo, entre as quais a formulação convencional, a formulação de velocidade e a formulação com

penalização do erro acumulado. Dessas, a última foi escolhida para ser estudada em mais profundidade nesse trabalho, nos Capítulos 3 e 4.

Além disso, os métodos de discretização foram revisitados. Com isso, fez-se uma discussão da influência desses métodos no controle preditivo aplicado a um processo discretizado.

Por fim, apresentou-se um método de normalização proposto nessa tese. Esse método garante que todos os termos possuam a mesma unidade no funcional de custo, facilitando a interpretação física do mesmo. Para utilizar esse método, basta multiplicar o termo de penalização da ação de controle pelo ganho do processo de malha aberta ao quadrado. Esse método pode ser utilizado com qualquer uma das formulações apresentadas no início desse capítulo.

No seguinte Capítulo 3, aprofundar-se-á o estudo da formulação com penalização do erro acumulado aplicada a processos de primeira ordem.

Se você perscrutasse tudo, então tudo seria transparente, mas um mundo totalmente transparente é um mundo invisível.
(C. S. Lewis)

3 PROJETO DE MPC PARA PROCESSOS DE PRIMEIRA ORDEM

Neste capítulo, serão apresentados conceitos relacionados ao projeto de um controlador preditivo, com capacidade de rastreamento em frequência, para sistemas lineares de primeira ordem. Essa seção é importante para o entendimento de maneira mais simplificada da técnica de projeto proposta. Além disso, muitos processos de ordem superior podem ser decompostos¹ em processos de primeira ordem, o que também torna vantajosa a existência de uma técnica de projeto para esse tipo de sistema.

Assim, inicialmente, será feita a análise dos ganhos calculados. Na sequência, será verificado o lugar das raízes de malha fechada, a partir da variação das ponderações no funcional de custo. Em seguida, será feita a análise de banda de passagem em função das ponderações do funcional de custo e do horizonte adotado. Por fim, será feita uma análise da função de transferência de malha fechada, da estabilidade dos polos e algumas considerações a respeito da resposta temporal em função das ponderações do funcional de custo, da variação dos horizontes e do emprego de restrições terminais.

Concluída a aplicação dessas diferentes técnicas de análise, serão apresentadas metodologias para o projeto dos parâmetros do funcional de custo sem que haja a necessidade de recorrer-se a essas técnicas de análise para ter uma boa estimativa do comportamento em malha fechada do sistema.

Destaca-se que, como a análise realizada será feita para processos com horizontes de predição pequenos, optou-se voluntariamente por não adotar o custo terminal, em função de possíveis respostas abruptas causadas por esse tipo de custo (MEADOWS JR, 1994).

Observa-se que um estudo similar ao que é desenvolvido ao longo deste Capítulo foi apresentado por Bagheri e Sedigh (2013). Ali apresentam-se diversas análises analíticas para a aplicação do MPC a processos de primeira ordem, considerando inclusive atraso de transporte, que não é considerado na presente análise. Contudo, essa análise desenvolvida não considera a formulação com penalização do erro acumulado no funcional de custo, mas sim, a formulação na forma de velocidade. Um desenvolvimento desse trabalho é apresentado em Gholaminejad,

¹Essa decomposição é útil para reduzir a complexidade do processo de ordem superior, de modo que seja possível atuar sobre seus diferentes subprocessos, mesmo que, para isso, ocorram simplificações no modelo.

Khaki-Sedigh e Bagheri (2017) em que essa teoria de projeto baseado em modelos analíticos é utilizada para projetar um controlador preditivo com sintonia adaptativa, dentro do mesmo contexto de modelos de primeira ordem com atraso. Aqui também verifica-se o uso dessa teoria em processos MIMO que possam ser subdivididos em processos de primeira ordem. Portanto, esses trabalhos são fatores de motivação para o uso de técnicas analíticas no projeto de controladores preditivos. Destaca-se que uma possível expansão para o presente trabalho poderia ser, justamente, a aplicação da abordagem analítica proposta para a sintonia de controladores preditivos adaptativos com penalização da ação de controle no funcional de custo.

3.1 PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

Considerar, inicialmente, o seguinte funcional de custo:

$$\mathcal{J}_1(\hat{u}_{seq}) = \sum_{t_i=1}^N [(\hat{r}(t_k + t_i) - \hat{y}(t_k + t_i))^2 + \mu_w \hat{w}^2(t_k + t_i) + b^2 \mu_u \hat{u}^2(t_k + t_i - 1)] \quad (103)$$

sendo N o horizonte de predição, $(\hat{r} - \hat{y}) \in \mathbb{R}$ o erro de saída predito, $\hat{u} \in \mathbb{R}$ a ação de controle predita, $\hat{u}_{seq} = [\hat{u}(t_k) \ \hat{u}(t_k + 1) \ \dots \ \hat{u}(t_k + N - 1)]^T \in \mathbb{R}^N$ é a sequência de ações de controle calculadas, $\hat{w} \in \mathbb{R}$ o erro acumulado predito, $\hat{y} \in \mathbb{R}$ é a saída predita, $\hat{r} \in \mathbb{R}$ é a referência de saída futura, predita dado o instante $t_k \in \mathbb{R}$, $\mu_w \in \mathbb{R}^+$ a ponderação do erro acumulado, $\mu_u \in \mathbb{R}^+$ a ponderação da ação de controle e b é o parâmetro de entrada do processo de primeira ordem a ser controlado. Essa referência futura pode ou não ser conhecida. Caso não seja conhecida, é mantida constante ao longo de todo o intervalo de predição.

O erro acumulado predito é dado por:

$$\hat{w}(t_k + t_i) = \hat{w}(t_k + t_i - 1) + \hat{r}(t_k + t_i) - \hat{y}(t_k + t_i). \quad (104)$$

PROBLEMA 4 *Encontrar a sequência ótima de ações de controle de malha aberta \hat{u}_{seq}^* que minimize o funcional de custo (103) ao longo do horizonte de predição N , dado o modelo de predição do processo*

$$y(t_k + 1) = x(t_k + 1) = ax(t_k) + bu(t_k), \quad (105)$$

sem restrições na ação de controle, nos estados ou na saída, assim:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{seq}^* = \min_{\hat{u}_{seq}} \mathcal{J}(\hat{u}_{seq}) \\ \text{sujeito a (105)} \end{aligned} \quad (106)$$

em que $x(t_k)$ é a condição atual do estado do processo a ser controlado, a é o parâmetro de dinâmica do processo, b é o parâmetro de entrada do processo e $u(t_k)$ é a ação de controle atual do processo.

Aplica-se o horizonte retrocedente ao escolher-se como lei de controle $u(t_k) = \hat{u}_0^*$, ou seja, toma-se como ação de controle no instante atual a primeiro termo da sequência ótima de ações de controle determinada como solução do problema de otimização. Assume-se que a ação de controle ótima é da forma:

$$\hat{u}_0^* = -k_x x(t_k) + k_w w(t_k) + K_r \hat{r}_{seq} \quad (107)$$

em que $k_x \in \mathbb{R}$ é um ganho aplicado ao estado, $k_w \in \mathbb{R}$ é um ganho aplicado ao erro acumulado e $K_r = [k_{r1} \ k_{r2} \ \dots \ k_{rN}] \in \mathbb{R}^{1 \times N}$ é um vetor de ganhos aplicados à sequência de referências futuras $\hat{r}_{seq} = [\hat{r}_1 \ \hat{r}_2 \ \dots \ \hat{r}_N]^T \in \mathbb{R}^N$.

Dessa maneira, ao se resolver o problema de otimização irrestrito (106), considerando a solução do primeiro termo da sequência ótima na forma (107), os ganhos calculados de forma analítica para horizonte de predição $N = 1$ são:

$$k_x = \frac{a}{b} \frac{\mu_w + 1}{\mu_w + \mu_u + 1} \quad (108)$$

$$k_w = \frac{1}{b} \frac{\mu_w}{\mu_w + \mu_u + 1} \quad (109)$$

$$k_{r1} = \frac{1}{b} \frac{\mu_w + 1}{\mu_w + \mu_u + 1}. \quad (110)$$

3.2 POLINÔMIO DE MALHA FECHADA E REGIÃO DE ESTABILIDADE

Ao se utilizar os ganhos presentes em (108), (109) e (110), o processo em malha fechada torna-se:

$$x(t_k + 1) = \frac{1}{\mu_w + \mu_u + 1} (a\mu_u x(t_k) + \mu_w w(t_k) + (\mu_w + 1)\hat{r}_1) \quad (111)$$

$$w(t_k + 1) = \frac{1}{\mu_w + \mu_u + 1} (-a\mu_u x(t_k) + (\mu_u + 1)w(t_k) + \mu_u \hat{r}_1) \quad (112)$$

Aplicando-se a Transformada z , verifica-se que o polinômio característico do sistema em malha fechada (denominador da função de transferência de malha fechada) é:

$$P(z) = z^2 + \frac{p_1}{p_d}z + \frac{p_0}{p_d} \quad (113)$$

com $p_d = \mu_w + \mu_u + 1$, $p_1 = -((a + 1)\mu_u + 1)$ e $p_0 = a\mu_u$.

Os polos de malha fechada são:

$$z_{1,2} = \frac{1}{2(\mu_w + \mu_u + 1)} [1 + (1 + a)\mu_u \pm \sqrt{((1 - a)\mu_u + 1)^2 - 4a\mu_w\mu_u}] \quad (114)$$

TEOREMA 2 Se $0 \leq a \leq 1$, ou seja, se o processo for estável (ou ao menos integrativo) em malha aberta, o sistema em malha fechada será estável. Caso o processo seja instável em malha aberta ($a > 1$, considerando o uso da discretização exata), é necessário que $\mu_w > \mu_u(a - 1) - 1$.

Demonstração. Aplicando-se o critério de Jury (ASTROM; WITTENMARK, 1991) para um sistema de segunda ordem ($P(1) > 0$, $(-1)^2 P(-1) > 0$, $|p_2| - |p_0| > 0$) no polinômio característico (113), tem-se que ($0 \leq a \leq 1$):

$$P(1) = \frac{\mu_w}{\mu_u + \mu_w + 1} > 0 \quad (115)$$

$$(-1)^2 P(-1) = \frac{2(a + 1)\mu_u + \mu_w + 2}{\mu_u + \mu_w + 1} > 0 \quad (116)$$

$$|p_2| - |p_0| = \mu_w + \mu_u(1 - a) + 1 > 0 \quad (117)$$

Verifica-se, pelo terceiro critério, que, caso:

$$\mu_w > \mu_u(a - 1) - 1 \quad (118)$$

o sistema será estável em malha fechada mesmo se o processo em malha aberta for instável. Obviamente, é necessário que $\mu_w > 0$, logo:

$$\mu_u > \frac{1}{a - 1}, \quad (119)$$

para que haja uma escolha arbitrária de μ_u e μ_w sobre a fronteira de estabilidade. Caso:

$$0 < \mu_u < \frac{1}{a - 1}, \quad (120)$$

o processo sempre será estável, independentemente de μ_w . □

OBSERVAÇÃO 5 Para valores de N maiores, a estabilidade em malha fechada é mantida. □

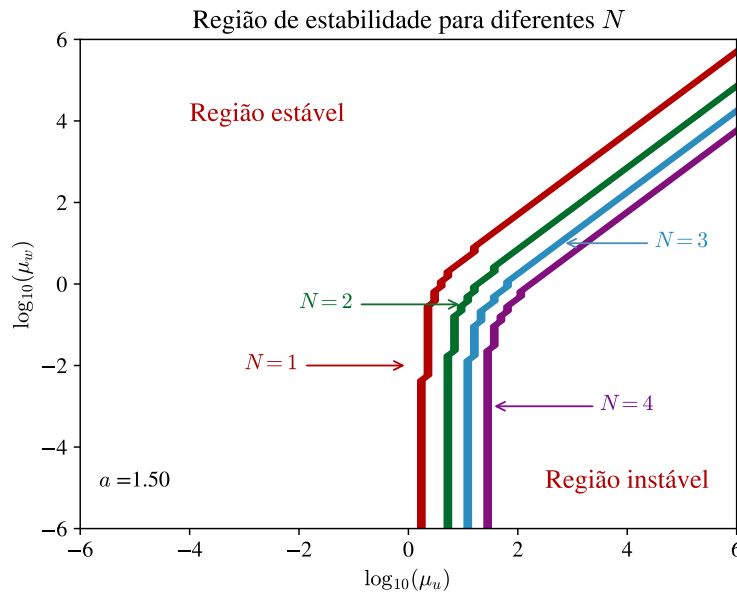
OBSERVAÇÃO 6 As limitações de escolha dos parâmetros de sintonia reduzem-se para o caso do processo ser instável em malha aberta. □

OBSERVAÇÃO 7 Não é possível obter garantia de estabilidade em malha fechada caso o processo em malha aberta seja instável, para quaisquer sintonias de μ_u e μ_w , sem a existência de um custo ou restrição terminal no problema de otimização. Contudo, para qualquer N , a condição suficiente é que (118) e (119) sejam respeitados simultaneamente ou que assumam-se (120). Porém, essas condições podem ser deveras restritivas. Desse modo, pode ser interessante verificar a estabilidade para valores de N maiores. □

A Figura 3 apresenta os limites das regiões de estabilidade para diferentes valores de N . Essas regiões foram obtidas resolvendo numericamente o Problema 4 para valores de $\mu_u \in [10^{-6}; 10^6]$, $\mu_w \in [10^{-6}; 10^6]$ e $a = 1,5$, considerando as soluções que causavam instabilidade no sistema em malha fechada. Observa-se que a região de instabilidade apresenta a mesma forma para diferentes valores de N . Porém, conforme previsto na Observação 7, as regiões de instabilidade para $N > 1$ estão contidas na região de instabilidade de $N = 1$, sendo sempre menores que esta. Assim, nesse caso, observando que a Figura 3 está em escala

logarítmica decimal, a borda de estabilidade² para $N = 1$ é $\mu_u = 2$, com $\mu_w \rightarrow 0$. Para $N = 4$, $\mu_u \approx 33,1$, com $\mu_w \rightarrow 0$. É importante destacar que o uso de $\mu_u < 2$ garante que o sistema em malha fechada seja estável, independentemente de N ou μ_w . De outra forma, permitindo maior liberação de energia, o controlador consegue conter a dinâmica instável do sistema, independentemente da velocidade de alcance do objetivo em regime permanente.

Figura 3 – Limites das regiões de estabilidade para diferentes valores de N e $a = 1,5$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observe que os eixos estão em escala logarítmica decimal. A região abaixo das curvas é instável e acima das curvas é estável.

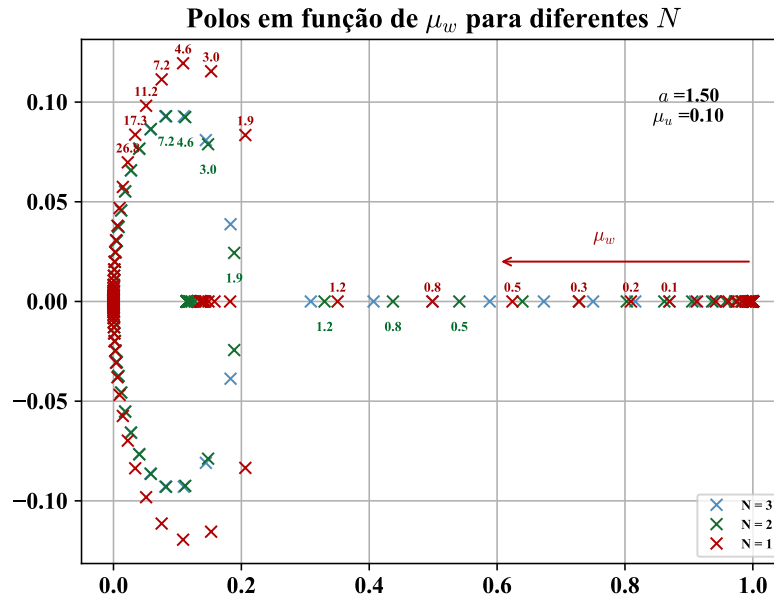
3.3 ANÁLISE DOS POLOS DE MALHA FECHADA

As Figuras 4, 5, 6 e 7 apresentam o caminho dos polos de malha fechada, considerando a variação de μ_w para $a = 1,5$, $b = 1,0$ (apesar de que o valor de b é indiferente para esta análise, uma vez que ele é sempre cancelado ao se utilizar a sintonia (103), independentemente de N , graças ao Teorema 1) e $\mu_u = 0,1$, $\mu_u = 1,0$, $\mu_u = 10,0$ e $\mu_u = 100,0$ respectivamente. São apresentados caminhos para diferentes valores de N . O sentido de crescimento de μ_w assim como os valores de μ_w necessários para atingir determinado polo também são apresentados. Os comportamentos apresentados nessas figuras são similares para outros valores de a . Obviamente, para processos estáveis em malha aberta, em nenhum caso verificam-se polos instáveis.

²Pode-se obter o valor para $N = 1$ via cálculo direto, considerando que $\mu_w = \mu_u(1,5 - 1) - 1 \Rightarrow \mu_u = 2\mu_w + 2$. Assim, para $\mu_w \rightarrow 0$, $\mu_u \rightarrow 2$. Para outros valores de N seria necessário obter a expressão direta, utilizando o critério de Jury para o polinômio característico de malha fechada.

Escolheu-se esse valor para dar maior generalidade ao estudo da localização dos polos de malha fechada, em função da sintonia do funcional de custo.

Figura 4 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 0,1$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes

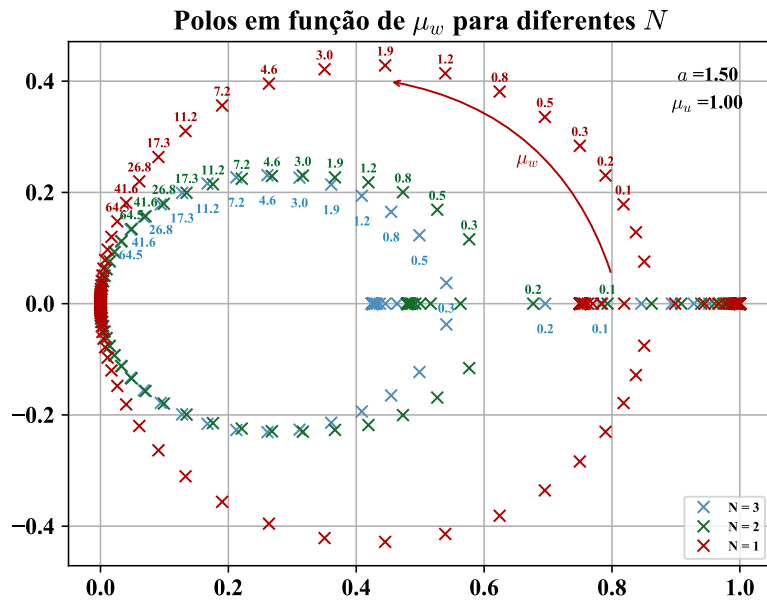


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os valores acima (ou abaixo) dos polos representam o valor de μ_w necessário para alcançar aquele polo em específico.

Analisando-se as Figuras 4, 5, 6 e 7, obtém-se as seguintes conclusões:

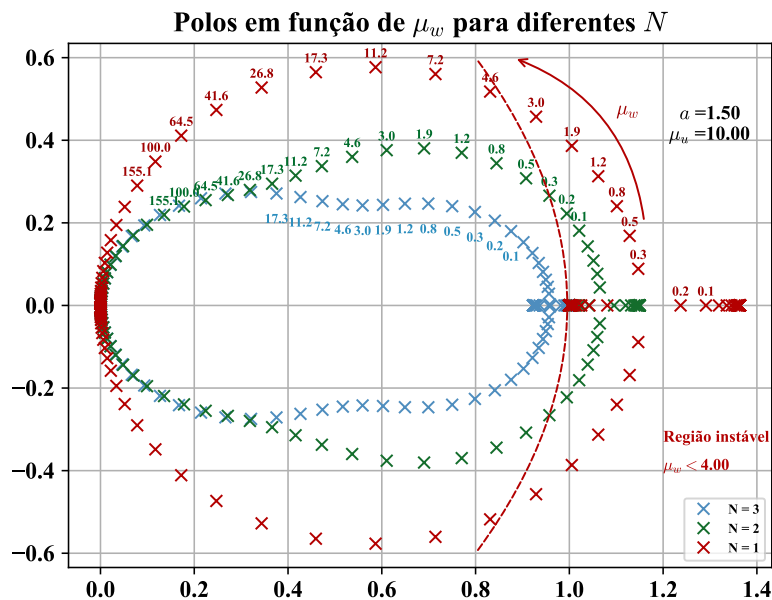
- Para valores baixos de μ_u , o controlador pode liberar mais energia ao processo. Dessa forma, o sistema em malha fechada só torna-se oscilatório para valores elevados de μ_w (ação integral alta).
- Ainda para valores baixos de μ_u e μ_w , observa-se que um dos polos de malha fechada é dominante, de modo que a dinâmica é similar à dinâmica de um sistema de primeira ordem.
- Para $\mu_u = 0,1$ e $\mu_u = 1,0$ não se verifica nenhum polo instável de malha fechada. Porém, com o aumento de μ_u , o sistema em malha fechada tende a ser mais oscilatório para valores mais baixos de μ_w . Verifica-se que, com o aumento de N , o comportamento oscilatório fica relegado para valores maiores de μ_w .
- A medida que o valor do horizonte aumenta, há uma redução nas oscilações, para um mesmo μ_w (verifique na Figura 4 que para $\mu_w = 3,0$, com $N = 1$, a amplitude da parte imaginária é maior do que para o mesmo valor com $N = 2$, por exemplo). Além disso,

Figura 5 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 1,0$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os valores acima (ou abaixo) dos polos representam o valor de μ_w necessário para alcançar aquele polo em específico.

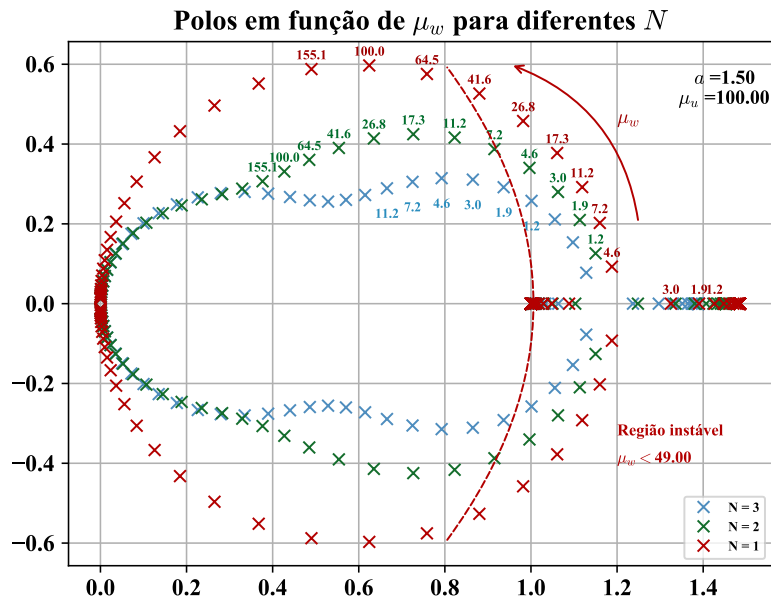
Figura 6 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 10$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os valores acima (ou abaixo) dos polos representam o valor de μ_w necessário para alcançar aquele polo em específico. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

em muitos casos, o mesmo valor de μ_w implica um polo de dinâmica mais rápida para maiores horizontes.

Figura 7 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os valores acima (ou abaixo) dos polos representam o valor de μ_w necessário para alcançar aquele polo em específico. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

- Para $N = 1$, em todos os casos, os polos fazem uma circunferência perfeita (ou elipse perfeita) até zero, com o aumento de μ_w . Para $N = 2$, inicia-se uma circunferência que se encontra com o caminho convergente de valores maiores de N . Omite-se nas figuras, porém, para valores maiores que $N = 2$, há pouca variação no caminho dos polos com o aumento de N . Todas as demais trajetórias oscilantes (para $N > 1$) estão no interior da circunferência formada na trajetória de $N = 1$.
- Para $\mu_w \rightarrow \infty$, há uma tendência dos polos de malha fechada caminharem para a origem, independentemente de μ_u e N , implicando uma tendência de rastreamento instantâneo da referência (ausência de dinâmica ou controle em um passo).
- Para $\mu_u = 10,0$, verifica-se que existem polos instáveis de malha fechada, conforme esperado. Assim, caso $\mu_w < 4,0$, verificar (117), os polos estão fora do círculo unitário para $N = 1$. Para $N = 2$, alguns polos estão fora do círculo unitário (aqueles com $\mu_w \lesssim 0,3$), mas a região de instabilidade é menor que para $N = 1$. Para $N = 3$, não há polos instáveis para $\mu_u = 10,0$. É curioso observar que, caso haja polos instáveis, todos os polos são instáveis nesse caso. Outro detalhe importante é que, mesmo para $N = 3$, não há polo dominante para baixos valores de μ_w . Assim, mesmo antes dos polos convergirem

para a dinâmica oscilatória, há um comportamento de segunda ordem sobreamortecido predominante.

- Para o caso de $\mu_u = 100,0$, todos os três valores de N analisados atravessam a região de instabilidade. Nesse caso, verifica-se novamente que, com valores menores de μ_w , para valores maiores de N , é possível estabilizar o sistema em malha fechada. Contudo, para esses valores de N , o sistema em malha fechada sempre apresentará dinâmica oscilatória.
- Destaca-se que o Lugar Geométrico das Raízes (LGR) apresentado nas Figuras 4, 5, 6 e 7 é diferente do LGR convencional no plano z , pois não se varia o ganho do sistema de malha aberta, mas diretamente o parâmetro μ_w da sintonia do funcional de custo. De fato, outros autores, mesmo em projeto de controladores no domínio da frequência, apresentam outras análises distintas do LGR convencional que exploram a posição dos polos de malha fechada (OGATA, 2010). Porém, no caso específico que está sendo analisado nesse trabalho, as "regras" de trajeto dos polos são diferentes das tradicionais e variam em função de N . Além disso, o início dos trajetos parte sempre do polo integrativo ($z = 1$) e de outro ponto. Caso μ_u pertença a região instável, a trajetória parte de um polo próximo ao polo instável de malha aberta. Caso contrário, a trajetória parte³ de um polo $z \in [0,1]$, sempre real, que varia de acordo com N .
- Destaca-se, assim, que apesar do MPC ser projetado no tempo, a dinâmica de malha fechada está sujeita a um LGR, imposto pela otimização. Nesse sentido, há menor liberdade de escolha de dinâmica de malha fechada que um controlador de realimentação de estados, baseado na alocação de polos. Porém, os polos escolhidos pelo MPC são ótimos, de acordo com o funcional de custo utilizado. De outra forma, o controlador preditivo possui ganhos específicos para a solução ótima. Obviamente, esses ganhos limitam as possibilidades de alocação de polos.

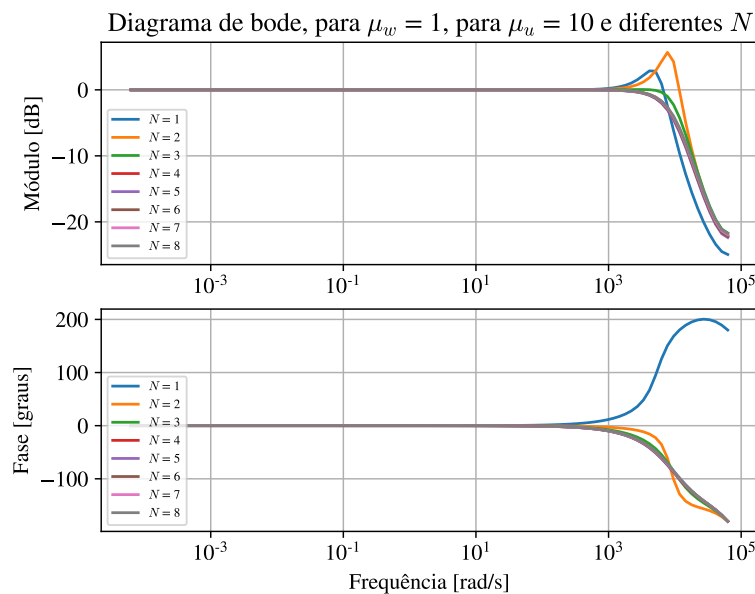
3.4 ANÁLISE DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE MALHA FECHADA

Considerando os aspectos observados na análise das Figuras 4, 5, 6 e 7, julgou-se conveniente realizar a análise da resposta em frequência do sistema em malha fechada, com o objetivo de elucidar a relação da banda passante com a sintonia de μ_u e μ_w . Assim, foram escolhidos

³Para demonstrar essa afirmação, basta substituir o limite da condição de estabilidade dada por (120) em (114), com $\mu_w = 0$, ou seja, na posição inicial do polo de malha fechada. Verifica-se que os dois polos de partida são integradores nesse caso. Para μ_u ligeiramente menor que a condição, o resultado será uma expressão dependente de a sempre menor que 1,0.

alguns diagramas de resposta em frequência para o sistema em malha fechada relacionados especialmente às Figuras 4 e 6. Para obtenção desses diagramas, manteve-se $a = 1,5$ e $b = 1,0$. Na sequência, foram obtidos ganhos para valores específicos de μ_u e μ_w e diversos valores de N . Por fim, utilizando-se a função bode sobre o sistema realimentado, após a aplicação dos construtores ss e tf do pacote ControlSystems da linguagem Julia (BEZANSON; EDELMAN; KARPINSKI; SHAH, 2017), para um range de frequências entre $[1 \times 10^{-5}; 1 \times 10^4]$ Hz (limite de Nyquist, para período de amostragem $t_s = 5 \times 10^{-5}$ s), foram obtidas as curvas. As Figuras 8, 9, 10 e 11 apresentam as respostas em frequências (módulo e fase), para $\mu_w = 1,0$ e $\mu_w = 10$ (instável para $N = 1$), $\mu_w = 10$ e $\mu_w = 10$ (estável para todos os valores de N), $\mu_w = 0,1$ e $\mu_w = 10$ (instável para $N = 1$ e $N = 2$) e $\mu_w = 0,1$ e $\mu_w = 0,1$ (estável para todos os valores de N), respectivamente.

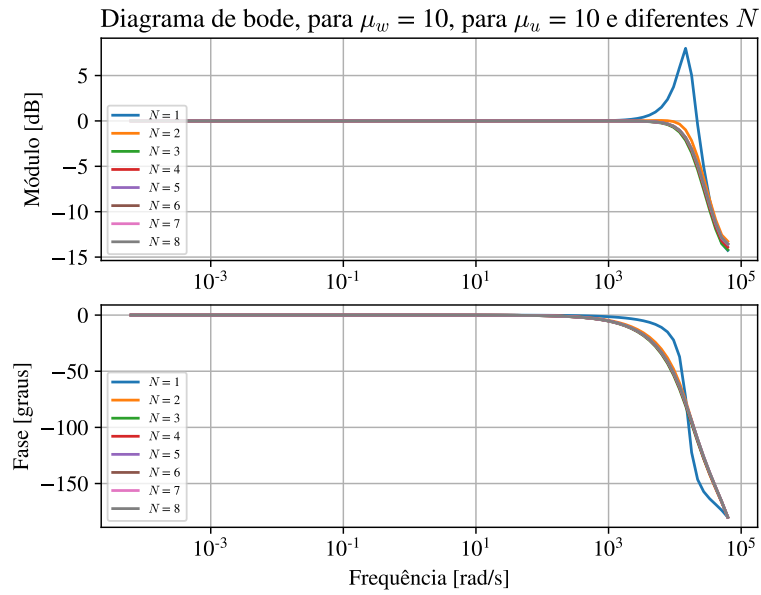
Figura 8 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$



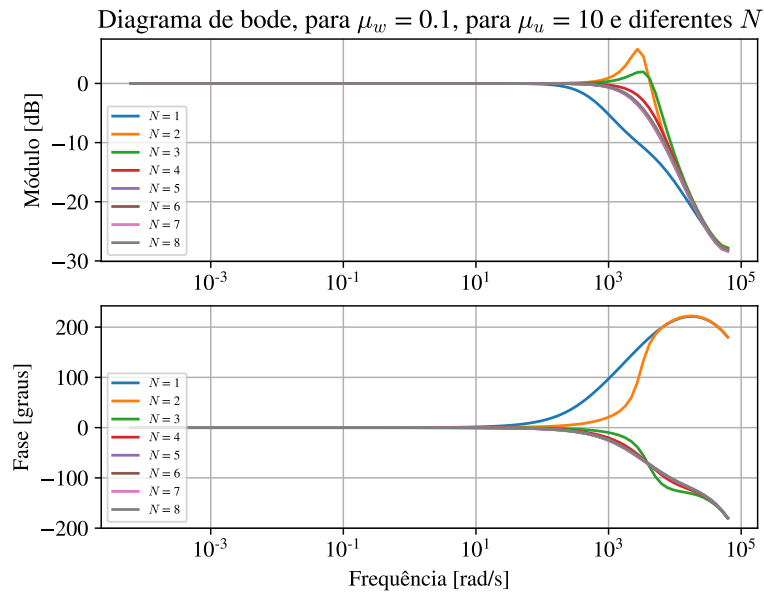
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Reitera-se que, apesar do diagrama de resposta em frequência não possuir sentido físico para sistemas instáveis, a característica de instabilidade pode ser observada pela sua análise matemática. Algumas observações aos resultados obtidos:

- Nota-se, na Figura 8 (compare com a Figura 6), que apenas a fase da curva para $N = 1$ começa a subir com a redução da amplitude, indicando a existência de um polo instável na frequência de corte. Destaca-se que a curva de $N = 2$ é a única que apresentou ressonância se comparada com as demais. Isso se justifica porque $\mu_u = 10$ é suficiente para criar

Figura 9 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$ 

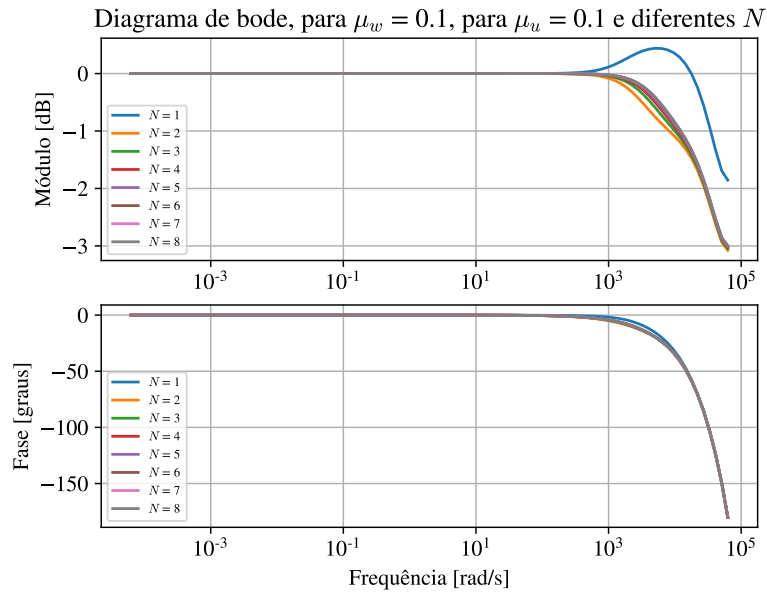
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 10 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$ 

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

modos instáveis em $N = 2$, mesmo que para $\mu_w = 1$, o sistema em malha fechada seja estável. Para todos os demais valores de N , não há possibilidade de modos instáveis para nenhum μ_w , considerando $\mu_u = 10$. Dessa forma, todas as respostas em frequência apresentam comportamento similar, com pequena (ou nenhuma) ressonância. Observa-se também que a queda após a frequência de corte é de aproximadamente -20 dB/dec,

Figura 11 – Resposta em frequência para diferentes valores de N e $a = 1,5$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

indicando que, apesar de existirem dois polos, deve haver a influência de um zero próximo. Porém, para $N = 2$, a queda inicia a -40 db/dec, uma vez que os polos estáveis são sempre complexos conjugados, a influência do zero é posterior.

- Na Figura 9, verifica-se que, para todos os valores de N , a estabilidade é garantida. Destaca-se o elevado pico de ressonância em $N = 1$ e a queda mais acentuada de fase. Essas características são similares ao caso de $N = 2$, na Figura 8. Nesse caso, $N = 2$ lembra o comportamento das demais curvas. Ao se observar a Figura 6, verifica-se que para $\mu_w = 10$, o comportamento dos polos está próximo ao de $N = 3$ (e dos demais valores de N). Para o caso de $\mu_w = 1,0$, os polos estão anteriores ao pico e mais próximos da região de instabilidade.
- Na Figura 10, verifica-se que tanto $N = 1$, como $N = 2$ possuem polos instáveis pois a fase aumenta com a elevação da frequência. Destaca-se também que $N = 3$ apresenta comportamento similar a $N = 2$ na Figura 8 e $N = 1$ na Figura 9. Porém, apesar de a sintonia deixar os polos próximos da região de instabilidade, para $\mu_u = 10,0$, $N = 3$ não apresenta polos instáveis. Isso indica que o zero de malha fechada deve ser mais próximo da região com o "baixamento" dos polos na Figura 6. Isso também explica a ausência de ressonância para valores de N maiores, pois para um mesmo μ_w , os polos

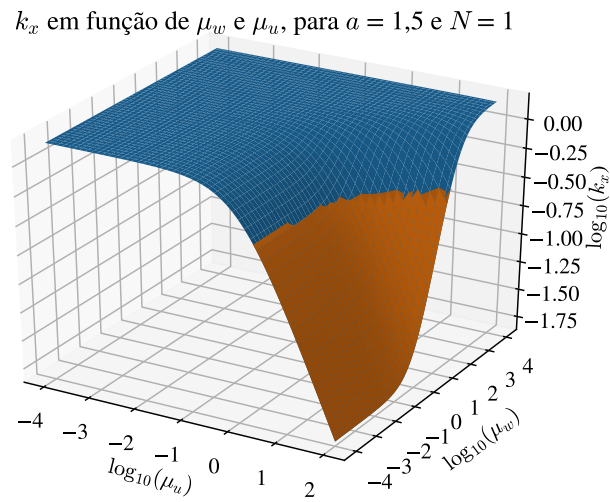
complexos já passaram a região do zero. Polos próximos à região de instabilidade ainda não se aproximaram do zero de malha fechada.

- Na Figura 11, não existem modos instáveis para nenhum valor de N . Contudo, apenas $N = 1$ apresenta um pico de ressonância nessa condição. Destaca-se que, para os demais N , houve uma redução da banda passante se comparada com a vista na Figura 9, o que indica que a redução dos parâmetros de sintonia reduz a banda de passagem. De fato, a redução de μ_w reduz a banda de passagem do sistema em malha fechada enquanto a redução de μ_u para um mesmo μ_w e mesmo N aumenta a banda de passagem. Porém, a influência de μ_w aparenta ser mais significativa.
- A estrutura do funcional custo, com a penalização do erro acumulado, evidencia uma banda passante de rastreamento em frequência, em todos os casos analisados, mostrando-se uma forma importante de inserir rastreamento em frequência, sem erro em regime permanente, para controladores preditivos.
- Caso haja modos instáveis para dado N com sintonia estável, a largura de banda desse N será maior que para os demais. Contudo, caso não haja nenhum modo instável, o aumento de N alarga um pouco a banda em relação a valores de N menores, para a mesma sintonia de μ_u e μ_w .

3.5 ANÁLISE DOS GANHOS

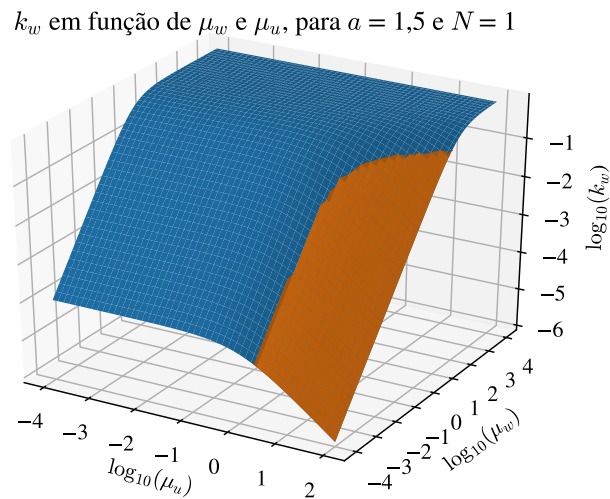
Além da resposta em frequência, julgou-se interessante realizar a análise dos ganhos ótimos obtidos para diferentes sintonias de μ_u e μ_w . Assim, as Figuras 12 e 13 apresentam, respectivamente, os ganhos k_x e k_w , em função de μ_u e μ_w , para $a = 1,5$ e $N = 1$. Para os demais valores de N , o perfil de ambos os ganhos é similar, com a única alteração das amplitudes dos ganhos. O ganho de referência não influencia na estabilidade de um processo linear, pois não se relaciona com a matriz de dinâmica do sistema de malha fechada. Para melhor visualização (e pela própria variação logarítmica dos ganhos em função da variação logarítmica da sintonia), preferiu-se exibir o logaritmo decimal de todas as grandezas envolvidas. Porém, não há nenhuma ferramenta de Plot 3D gratuita conhecida pelo autor que gere o gráfico diretamente em escala logarítmica. Dessa maneira, nos eixos das Figuras 12 e 13, exibem-se os expoentes das potências de 10 dos valores reais das grandezas. Além disso, fez-se um destaque nos ganhos que levam o sistema em malha fechada à instabilidade.

Figura 12 – Ganho k_x em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os ganhos que levam para a região instável estão em destaque. Os eixos exibem o logaritmo decimal dos valores reais das grandezas.

Figura 13 – Ganho k_w em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os ganhos que levam para a região instável estão em destaque. Os eixos exibem o logaritmo decimal dos valores reais das grandezas.

Algumas considerações e inferências sobre os resultados expostos nas Figuras 12 e 13:

- O ganho k_x para valores muito pequenos de μ_u se estabiliza em um valor específico, independentemente de μ_w . Contudo, a elevação de μ_w também causa esse estado de

saturação. Esse estado de saturação do ganho de estado relaciona-se com a tendência dos polos de malha fechada de alcançarem a condição "deadbeat". Observe-se, em (108) e em (110), caso $\mu_u \rightarrow 0$,

$$k_x = \frac{a}{b} \lim_{\mu_u \rightarrow 0} \frac{\mu_w + 1}{\mu_u + \mu_w + 1} = \frac{a}{b}, \quad (121)$$

$$k_{r1} = \frac{1}{b} \lim_{\mu_u \rightarrow 0} \frac{\mu_w + 1}{\mu_u + \mu_w + 1} = \frac{1}{b}. \quad (122)$$

Desprezando o efeito de k_w , teríamos que $x(t_k + 1) = r_1$ em malha fechada. Esse comportamento é o efeito do polo discreto em zero. Porém, esse estado é conhecido pelo alto consumo energético para referências distantes da condição inicial de x . Algo similar ocorre para $\mu_w \rightarrow \infty$, o que explica a tendência dos polos de caminharem para zero com o aumento de μ_w nas Figuras 4, 5, 6 e 7.

- O ganho k_x reduz-se com o aumento de μ_u , de modo que essa redução de ganho é a principal causa da instabilidade em malha fechada. De fato, essa redução dos ganhos é associada com a redução da energia dispensada ao sistema pelo controlador, considerando esse fator de penalização da função de custo.
- Em relação à influência de μ_w , o ganho k_x satura inferior e superiormente, independentemente de μ_u . Porém, caso μ_u tenha um valor reduzido, a curva do ganho μ_w não cruza a área de instabilidade. Isso explica a inexistência de um caminho proveniente da região instável para os polos na Figura 5. Ao mesmo tempo, caso o valor de μ_u seja mais alto, o ganho k_x obrigatoriamente cruzará a região de instabilidade e, conseqüentemente, o LGR dos polos em função de μ_w partirá de uma zona instável.
- O ganho k_w não possui limite inferior para nenhum dos parâmetros de sintonia, conforme a Figura 13. Verifica-se, porém, uma saturação superior desse ganho para valores pequenos de μ_u , cujo valor de saturação depende de μ_w (aumenta com o aumento de μ_w). Verifica-se, também, uma saturação superior para valores elevados de μ_w , que praticamente independe de μ_u . Observa-se que, como k_x é praticamente sempre saturado para valores baixos de μ_u (possivelmente sendo responsável pela estabilização do processo), a variação de k_w é possivelmente responsável pela determinação da dinâmica de malha fechada do processo.
- Destaca-se, assim, a preponderância do ganho k_x na análise da estabilidade. Para $k_x < 0,5$ ($\log_{10}(0,5) \approx -0,301$), o sistema é instável, independentemente de k_w . Esse valor pode

ser obtido através de uma análise de autovalores, para o caso de realimentação de estados. Verifica-se também que na condição limite para $a = 1,5$ e $\mu_u = 10,0$, tem-se $\mu_w = 4,0$. Com esses valores, $k_x = 0,5$. De fato, adotando-se $\mu_w = \mu_u(a - 1) - 1$, para $a = 1,5$, verifica-se que $k_x = 0,5$, independentemente de μ_u . Isso evidencia que para $k_x < 0,5$, o sistema em malha fechada é instável, independentemente do valor de k_w , considerando que $a = 1,5$. Verifica-se, ao substituir-se $\mu_w = \mu_u(a - 1) - 1$ em (108), que para um valor genérico de a , caso $k_x = a - 1$, o sistema em malha fechada será marginalmente estável. Logo, para $k_x < a - 1$, o sistema em malha fechada é instável. Dessa maneira, após o cálculo dos ganhos é possível saber se o sistema em malha fechada será instável, independentemente da análise dos polos. Esse é um caminho alternativo de análise para além da busca da região de estabilidade via critério de Jury.

Analisando-se o último item de forma mais profunda, tem-se que a matriz de malha fechada do processo é dada por:

$$A_{mf} = \begin{bmatrix} a - bk_x & bk_w \\ -(a - bk_x) & 1 - bk_w \end{bmatrix}. \quad (123)$$

O polinômio característico de malha fechada é dado por:

$$P(z) = \det(zI_2 - A_{mf}) \quad (124)$$

$$P(z) = z^2 + (-a - bk_w - bk_x - 1)z + a - bk_x \quad (125)$$

em que I_2 é a matriz identidade de segunda ordem.

Considere agora um polinômio genérico de segunda ordem, formado por autovalores $\alpha_r \pm j\alpha_i$, $\alpha_i \in \mathbb{R}$, $\alpha_r \in \mathbb{R}$, cujo módulo é unitário ($\alpha_i = \pm\sqrt{1 - \alpha_r^2}$, $|\alpha_i| < 1$, $|\alpha_r| < 1$), de modo que:

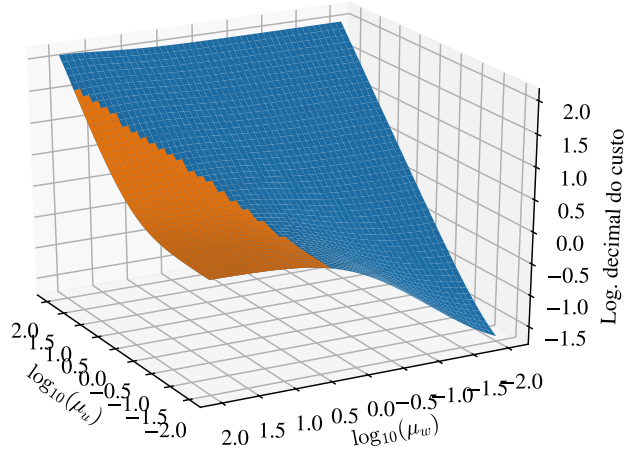
$$P_{\text{uni}}(z) = z^2 - 2\alpha_r z + 1. \quad (126)$$

Fazendo (125) igual a (126), obtém-se que:

$$a - bk_x = 1 \Rightarrow k_x = \frac{a - 1}{b} \quad (127)$$

$$(-a + bk_w - bk_x - 1) = -2\alpha_r \Rightarrow k_w = \frac{2(1 - \alpha_r)}{b}. \quad (128)$$

Figura 14 – Custo ótimo em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$, $w_0 = 0$, $r_1 = 1,0$ e $x_0 = 0$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Os custos que tornam o sistema em malha fechada instável estão em destaque. Os eixos exibem o logaritmo decimal dos valores reais das grandezas.

Dessa forma, constata-se que a informação obtida anteriormente procede para quaisquer μ_w e μ_u . De fato, as relações (127) e (128) auxiliam a encontrar os ganhos limítrofes para qualquer sistema de primeira ordem instável em malha aberta, que possua dinâmica de integrador do tipo $w(t_k + 1) = w(t_k) + r(t_k + 1) - x(t_k + 1)$, independentemente do valor de N (ou mesmo do uso de um controlador preditivo). Verifica-se que k_x é o responsável direto pela estabilidade enquanto k_w regula o ponto de cruzamento dos autovalores pelo círculo unitário.

3.6 ANÁLISE DO FUNCIONAL DE CUSTO

Foi também realizada a análise da variação do custo mínimo dos possíveis funcionais de custo em função da variação dos parâmetros de sintonia. Esta análise objetiva verificar se existe alguma relação entre o funcional de custo e a instabilidade em malha fechada. Escolheu-se para estudo o caso com $a = 1,5$, considerando a aplicação da ação de controle ótima, assumindo que $w_0 = 0$, $r_1 = 1,0$ e $x_0 = 0$, para $N = 1$. A Figura 14 apresenta o resultado obtido.

A superfície da Figura 14 exhibe o custo mínimo de diferentes funcionais, dadas as condições específicas de operação descritas anteriormente. Independentemente do valor de a , essa superfície apresenta a mesma forma e os mesmos valores de custo, uma vez que $x_0 = 0$, em função dos parâmetros de sintonia. Para outro x_0 , o custo mínimo dos funcionais varia

com o parâmetro a . De qualquer forma, o autor não identificou um método de, conhecendo o funcional de custo *a priori*, descrever diretamente a região de instabilidade. Nota-se, porém, que não há uma relação direta com o valor do custo em si, pois é possível, para o mesmo custo, estar em uma região instável ou estável. Além disso, valores maiores ou menores de custos de região instável também são possíveis. Destaca-se, porém, que a área observada na Figura 3 é visivelmente projetada na superfície da Figura 14.

3.7 ANÁLISE DA FUNÇÃO DE LYAPUNOV

Ainda em relação à análise do sistema em malha fechada, considerou-se avaliar a estabilidade através da função de Lyapunov. Como o processo em malha fechada é linear, supõe-se uma função de Lyapunov do tipo:

$$\mathcal{V} = x_{mf}^T P_v x_{mf} \quad (129)$$

em que $P_v \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é uma matriz positiva definida e $x_{mf} = [x \ w]^T$ é o vetor de estados de malha fechada (aumentado em relação ao vetor de estados de malha aberta).

Dessa forma, supõe-se uma matriz positiva definida Q_v de modo que a Equação de Lyapunov

$$A_{mf}^T P_v A_{mf} - P_v + Q_v = 0 \quad (130)$$

tenha solução positiva definida para P_v .

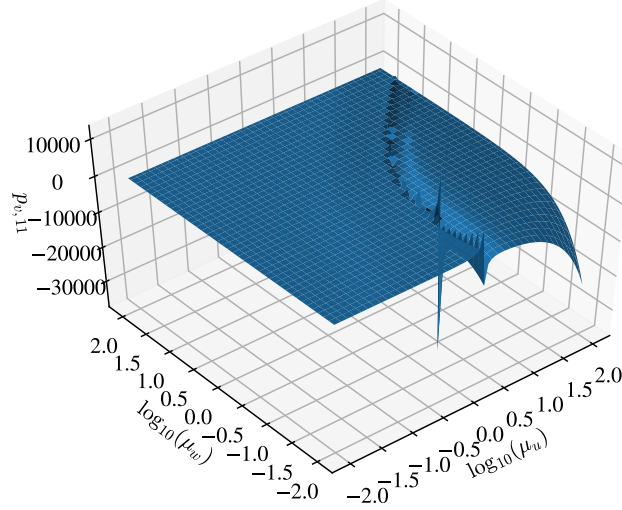
Define-se:

$$P_v \triangleq \begin{bmatrix} p_{v,11} & p_{v,12} \\ p_{v,12} & p_{v,22} \end{bmatrix} \quad (131)$$

e

$$Q_v \triangleq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (132)$$

Figura 15 – Valores do coeficiente $p_{v,11}$ em função de μ_u e μ_w para $N = 1$ e $a = 1,5$

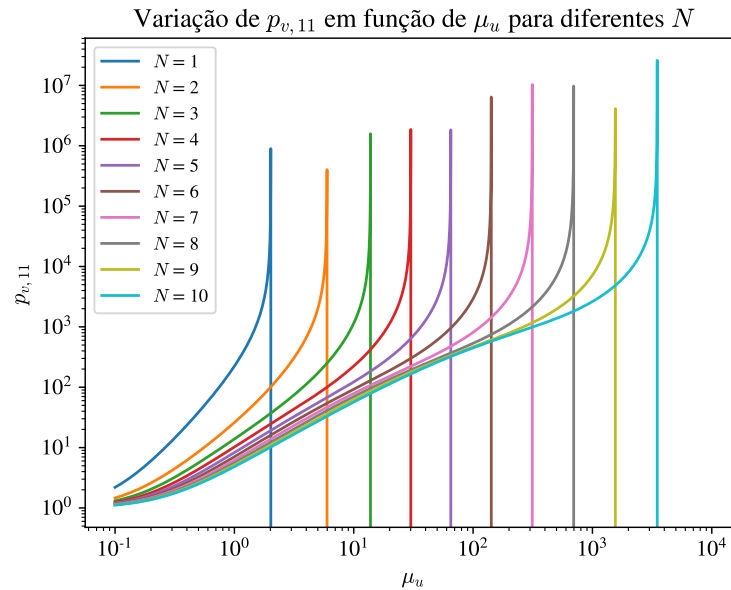


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Exibe-se logaritmo decimal dos valores de μ_u e μ_w em seus eixos. Porém, $p_{v,11}$ é exibido de forma linear. Assim, essa superfície seria equivalente a um gráfico semi-log.

Considerando as definições (131) e (132), obteve-se numericamente o valor dos coeficientes $p_{v,11}$ em função da variação de μ_u e μ_w para $a = 1,5$. A Figura 15 mostra a superfície com os resultados obtidos.

Nota-se, na superfície da Figura 15, uma descontinuidade para valores de $\mu_w = \mu_u(a - 1) - 1$. Isso indica que não há solução para $p_{v,11}$ sobre essa curva, considerando a definição (132). Explica-se isso pois, nessa curva, Q_v naturalmente é semi-definida positiva, uma vez que o sistema em malha fechada é marginalmente estável nessa condição. Para valores $\mu_w < \mu_u(a - 1) - 1$ nota-se que $p_{v,11} < 0$. Isso contraria a hipótese que P_v é definida positiva. Dessa maneira, para essa condição, como observado anteriormente pelo critério de Jury, o sistema é instável (verificar o teorema inverso de Lyapunov, que é satisfeito para os coeficientes obtidos (SLOTINE; LI, 1991; TRAN; KELLETT; DOWER, 2017)). Para todos os demais valores de μ_w e μ_u , as soluções para os elementos de P_v tornam-se positiva definida, de modo que o sistema

Figura 16 – Valores de $p_{v,11}$ em função de μ_u para $a = 1,5$ e $\mu_w = 0,01$ e diferentes N



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

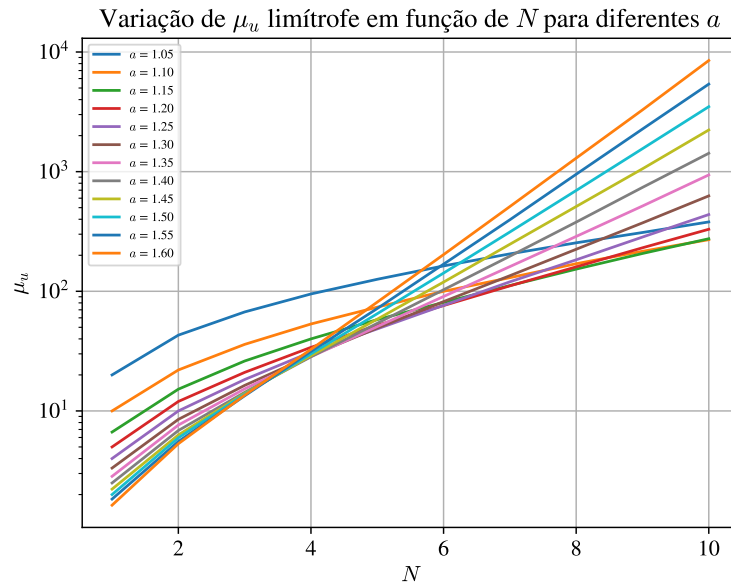
em malha fechada é estável pelo critério de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991; TRAN; KELLETT; DOWER, 2017).

3.8 ANÁLISE DO FATOR DE LIMITAÇÃO DE ESTABILIDADE

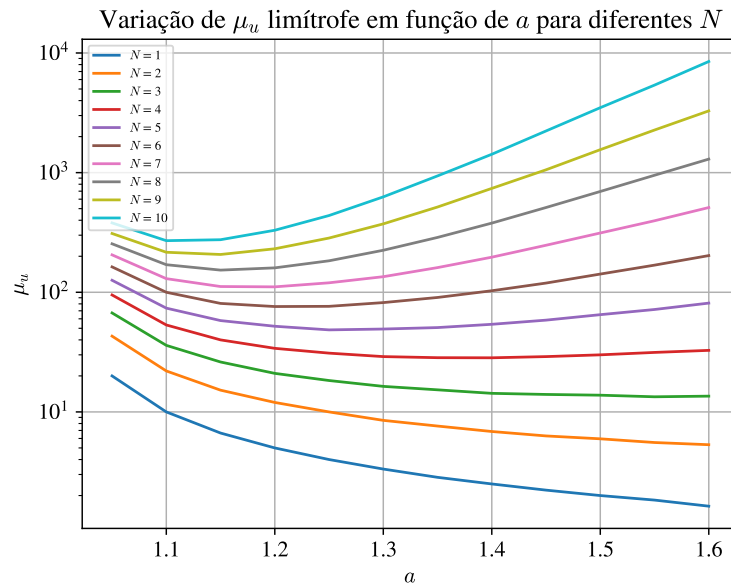
Em virtude do comportamento observado na função do coeficiente $p_{v,11}$, decidiu-se verificar os valores limitrofes para diferentes valores de N . A Figura 16 apresenta $p_{v,11}$ em função de μ_u , para $a = 1,5$ e diferentes valores de N .

Nota-se, pela Figura 16, que é possível determinar o valor de $\mu_u = \mu_{u,lim}$ que limita a estabilidade por independência de μ_u através da análise dos valores limítrofes, para diferentes valores de N . Através dessa análise, foram obtidas três Figuras. A Figura 17 mostra a variação de $\mu_{u,lim}$ em função de N para diferentes $a > 1,0$. A Figura 18 mostra a variação de $\mu_{u,lim}$ em função de $a > 1,0$ para diferentes N . Por fim, a Figura 19 mostra a variação de $\mu_{u,lim}$ em função de N e a .

Analisando-se os resultados obtidos nas Figuras 17, verifica-se que o aumento de $\mu_{u,lim}$ em função de N pode não ser tão expressivo, dependendo do valor de a . De forma contraintuitiva, polos menos instáveis tem menor $\mu_{u,lim}$ para valores maiores de N do que polos de malha aberta mais instáveis. Porém, como esperado, ao menos para valores de $N \leq 4$ (aproximadamente), a maior instabilidade do polo em malha aberta implica uma menor região de

Figura 17 – Valores de $\mu_{u,\text{lim}}$ em função de N para diferentes a 

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

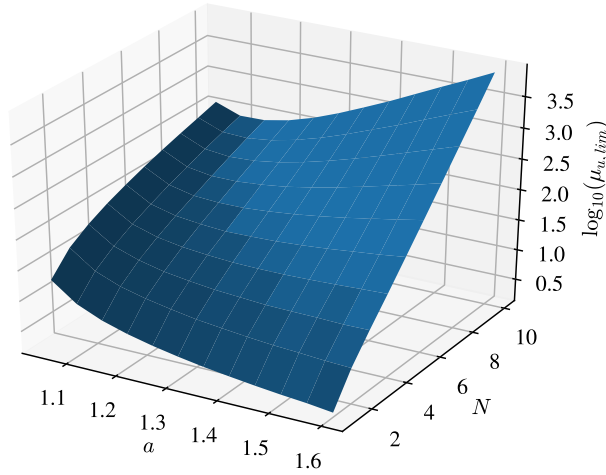
Figura 18 – Valores de $\mu_{u,\text{lim}}$ em função de a para diferentes N 

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

estabilidade em malha fechada, considerando o limite de μ_u para estabilidade independentemente da sintonia de μ_w .

Pela Figura 18, verifica-se que o comportamento de $\mu_{u,\text{lim}}$, dado por $\mu_{u,\text{lim}} = 1/(1 - a)$, totalmente decrescente com o valor de a ocorre apenas para $N = 1$. Apesar de valores de N próximos possuírem comportamento similar para pequenos valores de a , a medida que a

Figura 19 – Valores de $\mu_{u,\lim}$ em função de a e N



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

umenta, após um valor mínimo, o valor de $\mu_{u,\lim}$ se eleva. Esse fenômeno é mais evidente para valores de N maiores. Pelos resultados obtidos para $N = 2$, não foi possível obter uma conclusão. É possível que $\mu_{u,\lim}$ convirja para um determinado valor, tenda a zero ou tenda a infinito com o aumento de a . Para $N = 1$, há uma clara tendência de $\mu_{u,\lim}$ para zero (conforme já esperado) e para outros valores de N , após determinado a , ocorre uma elevação do valor limite de $\mu_{u,\lim}$, o que assim como na análise anterior, é contraintuitivo. De qualquer maneira, para qualquer a , o aumento de N implica um aumento da região de estabilidade. A Figura 19 clarifica o comportamento simultâneo de ambas as influências.

3.9 ANÁLISE DO POLO CRÍTICO E DE PARÂMETROS FREQUENCIAIS

Cabe, ainda, fazer relações entre os parâmetros de sintonia do controlador preditivo e grandezas características de controladores projetados na frequência. Essas relações servem para uma possível técnica de projeto do controlador e para a comparação de diferentes controladores.

O polo crítico (valor de polo em que os dois polos do sistema em malha fechada são iguais) pode ser obtido de várias formas para o caso $N = 1$. Uma possível abordagem é considerar que o termo no interior do radical em (114) é nulo. Dessa forma:

$$((1 - a)\mu_u + 1)^2 - 4a\mu_u\mu_w = 0. \quad (133)$$

Isolando μ_w em (133), obtém-se a condição de criticidade em termos de a e μ_u :

$$\mu_{wc} = \frac{((1-a)\mu_u + 1)^2}{4a\mu_u}. \quad (134)$$

A partir da substituição de (134) em (114), o polo crítico é determinado por:

$$z_c = \frac{2a\mu_u}{(a+1)\mu_u + 1}. \quad (135)$$

Isolando μ_u em (133), obtém-se a condição de criticidade em termos de a e μ_w :

$$\mu_{uc} = \frac{2a\mu_w + a \pm 2\sqrt{a\mu_w(a\mu_w + a - 1)} - 1}{(a-1)^2}. \quad (136)$$

A partir da substituição de (136) em (114), o polo crítico é determinado por:

$$z_c = \frac{a^2\mu_w + a^2 + a\mu_w - a\sqrt{a\mu_w(a\mu_w + a - 1)} - a - \sqrt{a\mu_w(a\mu_w + a - 1)}}{a^2\mu_w + a^2 - a + \mu_w - 2\sqrt{a\mu_w(a\mu_w + a - 1)}}. \quad (137)$$

Comparando (135) com (137), é um procedimento mais simples encontrar μ_{wc} para um dado μ_u de sintonia e, posteriormente, determinar o polo crítico z_c . Além disso, esse procedimento garante que o polo crítico seja estável, considerando que a região de estabilidade é determinada diretamente pela escolha de μ_u . Logicamente, para o processo estável em malha aberta não há qualquer preocupação nesse sentido na escolha arbitrária de μ_u .

Para obter uma associação direta com os parâmetros de controle no domínio da frequência, para o caso $N = 1$, supõe-se que os polos do polinômio característico de malha fechada sejam $z_{12} = \exp((- \zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})t_s)$ em que ω_n é a frequência natural, ζ é o coeficiente amortecimento e t_s é o período de amostragem. Desse modo, o polinômio de malha fechada pode ser reescrito como:

$$P(z) = z^2 - (e^{-\zeta t_s \omega_n - j t_s \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} + e^{-\zeta t_s \omega_n + j t_s \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}})z + e^{-2\zeta t_s \omega_n} \quad (138)$$

em que $e \approx 2,718281828$ é a constante de Euler.

Normalizando (113) em relação a p_2 , comparando termo a termo com (138) e resolvendo para μ_u e μ_w , pode-se obter os valores de μ_u e μ_w para um dado valor de ω_{nd} e ζ_d desejados. Desse modo:

$$\mu_u = \frac{e^{jt_s\omega_{nd}\sqrt{1-\zeta_d^2}}}{ae^{t_s\omega_{nd}\zeta_d} + ae^{2jt_s\omega_{nd}(\zeta_d+2j\sqrt{1-\zeta_d^2})} - (1+a)e^{jt_s\omega_{nd}\sqrt{1-\zeta_d^2}}} \quad (139)$$

e

$$\mu_w = \frac{-a(e^{\zeta t_s\omega_n} + e^{t_s\omega_n(\zeta+2j\sqrt{1-\zeta^2})} - e^{t_s\omega_n(2\zeta+j\sqrt{1-\zeta^2})}) - e^{jt_s\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}}{ae^{t_s\omega_n\zeta} + ae^{2jt_s\omega_n(\zeta+2j\sqrt{1-\zeta^2})} - (1+a)e^{jt_s\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}}. \quad (140)$$

A fim de se evitar erros numéricos, é conveniente tomar a parte real do resultado de (139) e (140).

Para valores de t_s suficientemente pequenos, é possível aproximar $z_{12} \approx 1 + (-\zeta\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2})t_s$. Dessa maneira, o polinômio característico de malha fechada pode ser simplificado para:

$$P(z) \approx z^2 + 2(\zeta t_s\omega_n z - 1)z - 2\zeta t_s\omega_n + t_s^2\omega_n^2 + 1. \quad (141)$$

Fazendo o mesmo procedimento anterior, é possível obter os valores de μ_u e μ_w para um dado valor de ω_n e ζ desejados. Desse modo:

$$\mu_u \approx \frac{2\zeta t_s\omega_n - t_s^2\omega_n^2 - 1}{at_s^2\omega_n^2 - a - 2\zeta t_s\omega_n + t_s^2\omega_n^2 + 1} \quad (142)$$

e

$$\mu_w \approx -\frac{at_s^2\omega_n^2}{at_s^2\omega_n^2 - a - 2\zeta t_s\omega_n + t_s^2\omega_n^2 + 1} \quad (143)$$

Além disso, nesse caso, é possível obter valores aproximados de ω_n e ζ de malha fechada para uma dada sintonia de μ_u e μ_w . Isso é interessante para a análise de um controlador já projetado. Dessa maneira, há dois pares de soluções possíveis para ω_n e ζ :

$$\omega_n \approx \pm \frac{1}{t_s} \sqrt{\frac{\mu_w}{\mu_u + \mu_w + 1}} = \pm \frac{\sqrt{bk_w}}{t_s} \quad (144)$$

e

$$\zeta \approx \mp \frac{\sqrt{\frac{\mu_w}{\mu_u + \mu_w + 1}}(a\mu_u - \mu_u - 2\mu_w - 1)}{2(\mu_w)} = \mp \frac{t_s \omega_n (a\mu_u - \mu_u - 2\mu_w - 1)}{2(\mu_w)}. \quad (145)$$

Destaca-se que existem zeros não mapeáveis na função de transferência de malha fechada de frequência complexa relativa ao tempo discreto para a função de transferência de frequência complexa relativa ao tempo contínuo e vice-versa. Além disso, esses valores obtidos são válidos para $N = 1$. Para valores maiores de N , os valores de ω_n ficam subdimensionados e os de ζ ficam sobre dimensionados.

Contudo, observando a parte final da expressão (144), verifica-se que há uma relação direta entre ω_n e o ganho k_w . Dessa forma, comparando-se (141) com (125) e resolvendo para ω_n e ζ , obtém-se que:

$$\omega_n \approx \frac{\sqrt{bk_w}}{t_s} \quad (146)$$

e

$$\zeta \approx -\frac{\sqrt{bk_w}(a - b(k_w + k_x) - 1)}{2bk_w}. \quad (147)$$

Com os resultados obtidos em (146) e (147), é possível obter um valor aproximado para ω_n e ζ contínuos a partir da simples análise dos ganhos k_w e k_x numericamente obtidos, para qualquer N , considerando que o processo em malha aberta seja de primeira ordem e que t_s seja suficientemente pequeno.

Após a análise do efeito do uso de um controlador preditivo, com penalização do erro acumulado predito, em um processo de primeira ordem ser realizada, apresentam-se nas Seções 3.10, 3.11 e 3.12 técnicas de projeto desse controlador. Essas técnicas são baseadas em princípios analisados previamente nas seções anteriores.

3.10 PROJETO POR ESCOLHA DIRETA DOS PARÂMETROS FREQUENCIAIS

A primeira, e mais simples, técnica de projeto de controlador preditivo, com penalização do erro integral, para um processo de primeira ordem, consiste na simples aplicação direta das Equações (139) e (140) ou, alternativamente, (142) e (143), para dados ω_n e ζ desejados de malha

Algoritmo 1: Algoritmo para cálculo de μ_u e μ_w , a partir de ω_{nd} e ζ_d para $N > 1$

Resultado: Obtém μ_u e μ_w , a partir de ω_n e ζ desejados para $N > 1$

- 1 Calcular μ_u^0 e μ_w^0 com (139) e (140) (ou (142) e (143));
- 2 $\epsilon_{\mu_u} \leftarrow \mu_u^0 / 500$;
- 3 $\epsilon_{\mu_w} \leftarrow \mu_w^0 / 5000$;
- 4 $\epsilon_{\omega_n} \leftarrow 0,5$;
- 5 $\epsilon_\zeta \leftarrow 0,001$;
- 6 **enquanto** ((abs(e_{ω_n}) > ϵ_{ω_n}) e (abs(e_ζ) > ϵ_ζ)) **faça**
- 7 Incrementar t_i ;
- 8 Calcular $k_x^{t_i}$ e $k_w^{t_i}$ numericamente;
- 9 Calcular $\omega_n^{t_i}$ e ζ^{t_i} atuais usando (146) e (147);
- 10 Calcular o erro de ω_n : $e_{\omega_n} \leftarrow \omega_n^{t_i} - \omega_{nd}$;
- 11 **se** $e_{\omega_n} > 0$ **então**
- 12 | $\mu_u^{t_i} \leftarrow \mu_u^{t_i-1} + \epsilon_{\mu_u}$;
- 13 **senão**
- 14 | $\mu_u^{t_i} \leftarrow \mu_u^{t_i-1} - \epsilon_{\mu_u}$;
- 15 **fim**
- 16 Calcular o erro de ζ : $e_\zeta \leftarrow \zeta^{t_i} - \zeta_d$;
- 17 **se** $e_\zeta > 0$ **então**
- 18 | $\mu_w^{t_i} \leftarrow \mu_w^{t_i-1} + \epsilon_{\mu_w}$;
- 19 **senão**
- 20 | $\mu_w^{t_i} \leftarrow \mu_w^{t_i-1} - \epsilon_{\mu_w}$;
- 21 **fim**
- 22 **se** $\mu_w^{t_i} < \epsilon_{\mu_w}$ **então**
- 23 | $\mu_w^{t_i} \leftarrow \epsilon_{\mu_w}$;
- 24 **fim**
- 25 **se** $\mu_u^{t_i} < \epsilon_{\mu_u}$ **então**
- 26 | $\mu_u^{t_i} \leftarrow \epsilon_{\mu_u}$;
- 27 **fim**
- 28 **fim**

fechada. Observar que para um processo de primeira ordem, a escolha independente de μ_w e μ_u permite alocar polos de malha fechada em qualquer ponto do semi-plano direito, no interior do círculo unitário. Dessa forma, a única limitação para ω_n e ζ encontra-se na factibilidade física do período de amostragem para sintetizar os valores de desejados ω_n .

De fato, excetuando a hipótese de subamostragem, a escolha da frequência de amostragem envolve garantir que a frequência natural de malha aberta e de malha fechada seja ao menos duas vezes menor que a frequência de amostragem. Muitas vezes, para a boa sintetização de sinais, esse valor necessita ser pelo menos dez vezes maior que a maior delas.

Para o caso $N > 1$, sugere-se o uso do Algoritmo 1 para obter, de forma aproximada, a sintonia desejada para μ_w e μ_u , em função de ω_{nd} e ζ_d de malha fechada desejados. O Algoritmo 1 faz pequenos incrementos em μ_w e μ_u , partindo do resultado encontrado para

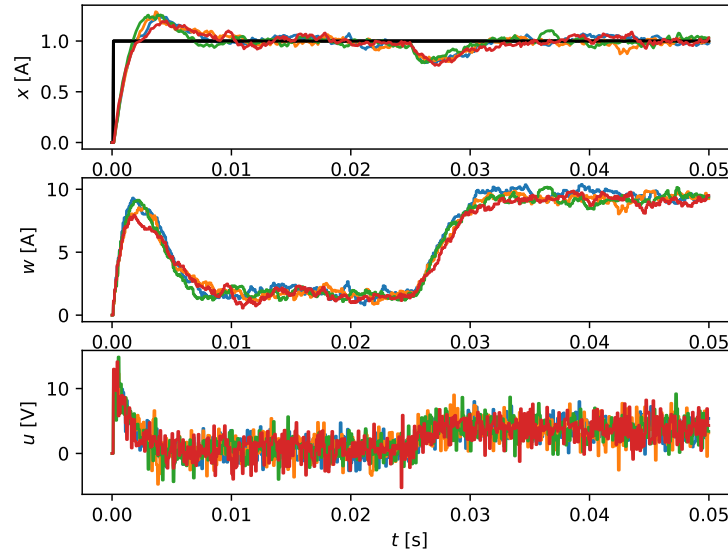
$N = 1$, no sentido de convergência dos ganhos k_w e k_x . Assume-se que a influência maior de μ_u é sobre ω_n enquanto a influência de μ_w é maior sobre ζ . Essa hipótese baseia-se no fato de que μ_u penaliza a energia enviada a planta, de modo a afetar sua banda passante. Além disso, μ_w está associado à penalização do erro acumulado, que causa efeito integrativo. Dessa maneira, supõe-se que esse parâmetro se relaciona melhor com as oscilações do sistema em malha fechada. Os valores dos incrementos ϵ_{μ_u} e ϵ_{μ_w} são definidos em função de seu valor inicial, apesar de poderem ser definidos de forma arbitrária. É interessante apenas que μ_u seja estabelecido mais rápido que μ_w , para a convergência. Os valores dos limites de tolerância ϵ_{ω_n} e ϵ_{ζ} são definidos arbitrariamente. Porém, valores muito pequenos desses limites podem elevar excessivamente o número de interações. Novamente, enfatiza-se que (146) e (147) são aproximados, o que justificaria o uso de uma tolerância maior. Além disso, com o aumento de N há uma alteração na posição do zero de malha fechada que influencia o comportamento de malha fechada desejado.

Ressalta-se, também, que nem sempre essa abordagem é interessante, pois é necessário um conhecimento profundo do processo para estabelecer valores desejados de ω_{nd} e ζ_d . Pode-se argumentar que projetos no domínio da frequência relativo ao tempo contínuo são realizados com base nesses parâmetros e que isso é praxe na engenharia de controle. Porém, destaca-se que há muitas técnicas de projeto empíricas para controladores baseado no domínio da frequência relativo ao tempo contínuo e que isso não omite a necessidade de um conhecimento profundo do processo. Dessa forma, o projeto por escolha direta nem sempre pode ser interessante, pois, em última análise, apenas troca-se o parâmetro de decisão de μ_u , μ_w e N para ω_{nd} e ζ_d .

Uma questão interessante a ser levantada é: se múltiplos valores de N permitem os mesmos ω_{nd} e ζ_d , qual valor de N escolher? Obviamente, se o objetivo é a redução do custo computacional, um valor de N pequeno é interessante. De fato, caso queira-se utilizar o projeto aqui desenvolvido, para minimizar o funcional de custo utilizando uma abordagem do tipo FCS-MPC, é interessante que N também seja pequeno, uma vez que o custo computacional desse tipo de técnica aumenta exponencialmente com o aumento de N . Além disso, como essa estratégia é baseada nos ganhos aplicados, para diferentes valores de N , k_x e k_w são praticamente iguais. Há uma pequena diferença em relação à k_r .

Dessa maneira, mesmo sob ruído, perturbação ou erros paramétricos, resposta em malha fechada é similar para diferentes valores de N . Isso pode ser evidenciado pela análise da Figura 20, em que uma simulação foi realizada considerando um circuito RL série. Adotou-se,

Figura 20 – Resposta dinâmica de malha fechada



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. A curva em azul representa $N = 1$. A curva em laranja representa $N = 2$. A curva em verde representa $N = 5$. A curva em vermelho representa $N = 10$.

Tabela 1 – Parâmetros de sintonia e ganhos para diferentes N

N	μ_u	μ_w	k_x	k_w
1	26,95	0,0439	9,30	0,392
2	46,10	0,0259	10,88	0,399
5	118,7	0,0138	10,90	0,399
10	252,9	0,0085	10,90	0,399

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

para projeto, resistência de $0,5 \Omega$ e indutância de 25 mH. O período de amostragem escolhido foi de $100 \mu\text{s}$. Utilizou-se a discretização exata para o projeto do controlador. Escolheu-se $\omega_{nd} = 400 \text{ rad/s}$ (vinte vezes maior que a frequência natural da planta) e $\zeta_d = 0,5$. O passo de simulação foi de $10 \mu\text{s}$. O número total de pontos foi 5000. Adotou-se um erro de 50% superior na resistência e 50% inferior na indutância. Utilizou-se ruído de medição de amplitude 0,15 sobre um sinal randômico de nível médio zero e desvio padrão unitário. Inseriu-se uma perturbação constante de 3,0 V na metade do tempo. Considerou-se um atraso de cálculo de controle da ordem de 50% do período de amostragem.

A Tabela 1 mostra os parâmetros de sintonia e ganhos obtidos para cada valor de N adotado. Ao se analisar a Figura 20, verifica-se que o controlador mostrou-se "robusto" diante de todas as possibilidades de perturbações testadas, mantendo uma dinâmica próxima da esperada em projeto. Nesse caso, ao adotar-se esse procedimento de projeto, há pouca diferença no uso de

valores de N maiores. As diferenças observadas podem ser atribuídas ao efeito do ruído. Pela análise dos valores da Tabela 1, nota-se um esperado aumento de μ_u para compensar o aumento de banda passante que ocorreria pelo aumento de N . Nota-se também uma redução de μ_w para manter o valor de ζ desejado. Os ganhos mantiveram-se próximos em todos os casos analisados.

Ainda assim, podem existir situações em que um determinado valor desejado dos parâmetros de malha fechada não seja possível para algum valor de N menor, mas seja possível para algum valor de N maior.

3.11 PROJETO POR ANÁLISE DO POLO CRÍTICO E DOS GANHOS

Como comentado anteriormente, é possível que não se conheça suficientemente bem um dado processo a ponto de se estabelecer diretamente ζ_d e ω_{nd} . Uma outra abordagem então, considerando que o processo seja estável em malha aberta e/ou que o valor de μ_u adotado seja suficientemente pequeno, é o método da análise do polo crítico. De modo geral, o ponto em que os polos são iguais (polo crítico) é considerado um ponto de boa sintonia para o processo, sendo o ponto de máximo valor da função de transferência de um processo em laço aberto, ou seja, é o ponto com a máxima transferência de energia da entrada para a saída. Assim, uma possível abordagem de processo é escolher um determinado valor de μ_u e posteriormente sintonizar μ_w na condição de polo crítico. O valor de μ_u pode ser escolhido com ênfase na economia de energia e baixa sensibilidade a ruídos por exemplo.

É possível também verificar qual a posição do polo crítico na curva dos ganhos e fazer ajustes conforme a posição visualizada (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019).

3.12 ABORDAGEM DE PROJETO POR INTERPRETAÇÃO FÍSICA

Uma terceira possibilidade seria visualizar algum tipo de correlação física dos parâmetros de sintonia e o processo em malha aberta. Destaca-se, porém, que ao fazer-se uso da normalização que multiplica μ_u por b^2 (ou $(cb)^2$, caso haja diferença entre a saída e o estado) no funcional de custo, o funcional de custo é ajustado dimensionalmente com o quadrado da unidade de saída. Dessa maneira, ambos os parâmetros de sintonia tornam-se adimensionais e indicam exatamente o quanto aquele custo representará energeticamente ao longo do tempo. Além disso, a discretização do processo reduz seu significado físico a um significado norma-

lizado discreto, o que, a princípio, dificulta a associação direta dos parâmetros de sintonia a algum significado físico de algum parâmetro do processo.

Feitas essas considerações, sabe-se que o controle contabiliza o custo de rastreamento considerando uma ação de controle predita em um modelo de malha aberta. Assim, é possível estimar a energia necessária para atingir a referência estabelecida em um período de amostragem. Pode-se também delimitar o gasto energético desejado com a ação de controle e assim, estabelecer a sintonia de μ_u (já normalizado). Com isso, estabelece-se um valor pequeno para μ_w de modo que a dinâmica do integrador sirva apenas para a estabilização em regime permanente.

Exemplo 5: Considere o mesmo circuito RL série de primeira ordem apresentado no Exemplo 3, com resistência de $0,5 \Omega$ e indutância de 25 mH . Assumindo as mesmas hipóteses, tem-se: $N = 1$, $t_s = 0,1 \text{ ms}$, $a \approx 0,998$ e $b \approx 0,004$.

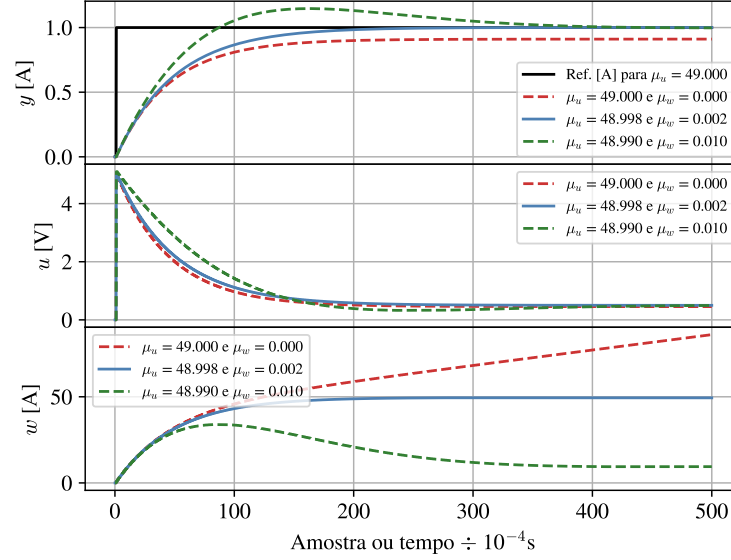
Assumindo $\mu_w = 0$, tem-se que:

$$y(t_k + 1) = \frac{\mu_u a}{\mu_u + 1} y(t_k) + \frac{1}{\mu_u + 1} r(t_k + 1). \quad (148)$$

Dessa maneira, pode-se escolher o valor desejado para o próximo período de amostragem. Assumindo que a referência seja constante e igual a 1 A , pode-se escolher o valor desejado para limitar a tensão máxima a ser aplicada no circuito. Por exemplo, considere que deseja-se aplicar no máximo $5,0 \text{ V}$ em um período de amostragem. Nesse caso, a corrente equivalente seria de aproximadamente $0,02 \text{ A}$, assumindo a solução da equação diferencial para esse processo em malha aberta para um período de amostragem. Desta maneira, resolvendo (148), tem-se que $\mu_u = 49$. Esse valor implicaria em malha fechada uma base de tempo de aproximadamente $4,55 \text{ ms}$. Desse modo, a convergência total deve ocorrer em aproximadamente 228 amostras ou $22,75 \text{ ms}$. Na sequência, pode-se assumir, por exemplo, $\mu_w = 0,002$, assumindo o menor peso entre os custos. Pode-se rebalancear para $\mu_u = 48,998$. Dessa maneira, a ponderação total equivale a 50 , sendo peso 1 para rastreamento, peso $0,05$ para erro acumulado e peso $48,95$ para a ação de controle. Dessa maneira, tem-se que $0,0004 \text{ A}^2$ de custo de rastreamento equivale a $0,01958 \text{ V}^2$ para a manutenção do limite de tensão pré-estabelecido. Lembrar-se apenas que esse procedimento não é um tratamento formal de restrição. As Figuras 21 e 22 apresentam as respostas dinâmicas para a sintonia proposta, para o caso $\mu_w = 0$ e para o caso $\mu_w = 0,01$.

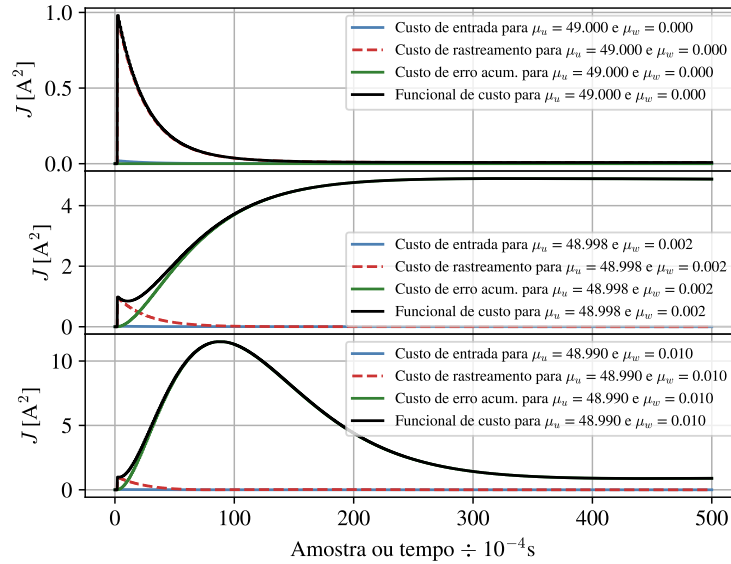
Ao analisar as Figuras 21 e 22 nota-se que, apesar de a ponderação ter um valor consideravelmente mais baixo que os demais custos, existe uma grande influência do custo do erro acumulado na composição do custo total. De fato, como previsto, todas as três simulações par-

Figura 21 – Dinâmica do processo para o Exemplo 5



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 22 – Funcional de custo para o Exemplo 5



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

tiram de tensão inicial de 5,0 V e corrente no segundo período de amostragem (primeiro após a aplicação da ação de controle) de aproximadamente 0,02 A. Verificou-se também que para $\mu_w = 0$, existe erro em regime permanente. Desse modo, comprova-se a validade da ação integral. Como consequência, o custo em regime permanente é não nulo, em virtude de que tanto a ação de controle como o erro acumulado não se anulam em regime. Nota-se que o aumento

demasiado de μ_w pode provocar sobressinal ou oscilações indesejadas inicialmente no projeto. Uma forma de ter uma boa referência para μ_w é utilizar o método do polo crítico, considerando o valor de μ_u pré-calculado pela abordagem física. Destaca-se que o custo do erro acumulado segue a proporção estabelecida no funcional de custo de projeto apenas no primeiro período de amostragem e, dessa maneira, esse é a parcela de custo que mais influencia no custo total após um período de tempo suficientemente longo.

◇

3.13 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo, fez-se um estudo a respeito da aplicação do controlador preditivo com penalização do erro acumulado a processos de primeira ordem. Nesse estudo, entre vários outros pontos, verificou-se que:

- Essa formulação aplicada a processos estáveis em malha aberta garantirá estabilidade em malha fechada.
- Há uma região de estabilidade em função da sintonia do parâmetro de penalização de ação de controle μ_u que garante que a sintonia de nenhum parâmetro de penalização μ_w levará o processo a instabilidade, caso o processo em malha aberta seja instável. Além disso, com o auxílio da região de estabilidade é possível determinar a escolha de μ_w em função de μ_u , caso esse último seja escolhido de modo que algum μ_w leve a instabilidade em malha fechada.
- O ganho sobre estados k_x está diretamente ligado à estabilidade em malha fechada.
- Não foi possível encontrar uma relação imediata entre instabilidade de malha fechada e sintonia, observando diretamente a superfície de mínimo custo dos possíveis funcionais de custo a serem adotados.
- Existem relações diretas, e exatas, em relação à sintonia de μ_w e μ_u para obtenção de valores desejados de ω_{nd} e ζ_d em malha fechada. Além disso, podem ser utilizadas relações aproximadas mais simples. O uso dessas relações permite obter a informação reversa, ou seja, qual o valor de ζ e ω_n de malha fechada para uma determinada sintonia de μ_w e μ_u .

Na sequência, foram apresentadas algumas técnicas para o projeto de controladores preditivos, com a formulação proposta, para processos de primeira ordem. Os métodos propostos foram:

- Método da escolha direta;

- Método do polo crítico;
- Método com abordagem física.

Os principais pontos de contribuição desse capítulo foram:

- A documentação de estudos envolvendo a formulação que considera o erro acumulado no funcional de custo para processos de primeira ordem.
- Técnicas analíticas para a determinação de região de estabilidade com garantia simples de estabilidade para qualquer processo de primeira ordem.
- Métodos para projeto do controlador preditivo para processos de primeira ordem, fundamentados na análise de polos e zeros de malha fechada, sem contudo necessitar diretamente dessa análise para a sintonia.

Não devemos nos questionar porque algumas coisas nos acontecem e sim o que podemos fazer com o tempo que nos é dado.

(J. R. R. Tolkien)

4 PROJETO DE MPC PARA PROCESSOS DE SEGUNDA ORDEM

O projeto do controlador preditivo para sistemas de segunda ordem é consideravelmente mais complexo. Isso ocorre pois, nesse caso, os parâmetros que definem a planta em espaço de estados são múltiplos. Além disso, há infinitas representações mínimas do mesmo processo em espaço de estados, para processos de segunda ordem ou superior. O Teorema 3 estabelece uma condição de necessidade para a controlabilidade de processos de segunda ordem com o controladore preditivo.

TEOREMA 3 *É necessário que $N > 1$ para que haja garantia de controlabilidade de um processo qualquer de segunda ordem, linear, invariante no tempo, próprio, sem atraso de transporte e sem zero de fase não-mínima.*

Demonstração. Considere um processo de segunda ordem, linear, invariante no tempo, próprio, sem atraso de transporte e sem zero de fase não-mínima dado por:

$$\begin{aligned}x_1(t_k + 1) &= a_{11}x_1(t_k) + a_{12}x_2(t_k) \\x_2(t_k + 1) &= a_{21}x_1(t_k) + a_{22}x_2(t_k) + bu(t_k) \\y(t_k) &= x_1(t_k)\end{aligned}\tag{149}$$

Com $N = 1$, independentemente de qual formulação entre as três apresentadas no Capítulo 2 seja escolhida, tem-se que:

$$u(t_k) = 0.\tag{150}$$

De fato, considerando o erro para $N = 1$ e $r(t_k + 1) = r(t_k)$, tem-se que:

$$y(t_k + 1) - r(t_k + 1) = a_{11}y_1(t_k) + a_{12}x_2(t_k) - r(t_k + 1)\tag{151}$$

$$y(t_k + 1) - r(t_k + 1) = a_{11}y_1(t_k) + a_{12}x_2(t_k) - r(t_k + 1) - a_{11}r(t_k + 1) + a_{11}r(t_k + 1)\tag{152}$$

$$y(t_k + 1) - r(t_k + 1) = a_{11}(y_1(t_k) - r(t_k + 1)) + a_{12}x_2(t_k) + (a_{11} - 1)r(t_k + 1)\tag{153}$$

$$y(t_k + 1) - r(t_k + 1) = a_{11}(y_1(t_k) - r(t_k)) + a_{12}x_2(t_k) + (a_{11} - 1)r(t_k + 1)\tag{154}$$

Ao observar-se (154), verifica-se que a dinâmica de erro em malha aberta não é influenciada pela ação de controle. Ao calcular-se a matriz de controlabilidade do erro, verifica-se que o resultado é $[0 \ 0]$. Desse modo, o erro e, conseqüentemente o processo atuado pelo controlador preditivo, não é controlável quando tem-se $N = 1$.

Para $N > 1$, isso não ocorre, de modo que é necessário que $N > 1$ para exista essa garantia. □

OBSERVAÇÃO 8 É possível que um processo de segunda ordem com $N = 1$ seja controlável. Porém, não se pode afirmar isso para qualquer processo. □

As equações de ganhos para $N > 1$ para processos de primeira ordem, com apenas dois parâmetros, são muito mais complexas que as equações para $N = 1$. Para o caso de segunda ordem, com oito parâmetros (quatro na matriz de dinâmica do processo, dois na matriz de entrada e dois na matriz de saída) para a definição da planta, as equações analíticas de ganhos para $N = 2$ evoluem em sua complexidade ainda mais.

Assim, neste capítulo, investigam-se diferentes pontos de análise de um processo de segunda ordem, bem como os efeitos do controlador preditivo no seu desempenho em malha fechada. Inicialmente, são analisados os efeitos da discretização e do período de amostragem.

Na sequência, propõe-se o uso de uma forma canônica que permite reduzir os parâmetros que representam o processo de segunda ordem de malha aberta para quatro, ao invés de oito.

Posteriormente, considerando o uso do fator de normalização proposto no Teorema 1, faz-se a análise do caminho dos polos do processo em malha fechada, dada a variação nos parâmetros de sintonia do controlador preditivo, para diferentes condições de polos e zeros do sistema em malha aberta. É realizada uma análise dos ganhos e do coeficiente de Lyapunov similar ao caso de primeira ordem, porém, constata-se que essas ferramentas não são tão úteis nesse caso para determinar uma região de estabilidade.

Assim, são propostas ferramentas analíticas com base nas análises desenvolvidas para realizar a sintonia do controlador considerando a estabilidade nominal de malha fechada.

Entre essas ferramentas, destaca-se o método da hipérbole, em que observa-se que a região de instabilidade assemelha-se a uma hipérbole. Dessa forma, procura-se sintonizar o controlador fora dessa região.

Alternativamente, outro método consiste em determinar os "polos de partida" do processo em malha fechada, sob influência do controlador preditivo. Com esses polos, determina-se uma região de estabilidade nominal garantida para qualquer sintonia.

Observar que para o caso de sistemas com zeros e/ou duas entradas e duas saídas, é possível realizar o controle com $N = 1$, porém, este pode ser bastante deficitário, conforme já observado no Teorema 3. Dessa forma, essa hipótese não será tratada no presente capítulo.

4.1 FORMA CANÔNICA DE PROCESSOS DE SEGUNDA ORDEM

A representação genérica de um processo de segunda ordem próprio linear e invariante no tempo, sem atrasos, SISO, em função de transferência discreta é dado por:

$$G(z) = \frac{\kappa_u(z - z_{z,1})}{(z - z_{p,1})(z - z_{p,2})} \quad (155)$$

em que $z_{p,1}$ e $z_{p,2}$ são os polos de malha aberta, $z_{z,1}$ é o zero de malha aberta e κ_u é o ganho da planta. Esses quatro parâmetros são suficientes para modelar qualquer processo de segunda ordem. Dessa forma, é possível utilizar um modelo em espaço de estados que utilize apenas esses quatro parâmetros na representação do processo, com o objetivo de possuir o mínimo de parâmetros para o máximo de informações sobre o processo.

Um possível modelo em espaço de estados que utilize essa representação mínima possui matrizes dadas por:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -z_{p,1}z_{p,2} & z_{p,1} + z_{p,2} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} \kappa_u \\ \kappa_u(z_{p,1} + z_{p,2} - z_{z,1}) \end{bmatrix} \\ C &= [1 \quad 0]. \end{aligned} \quad (156)$$

O processo (156) está em uma forma canônica controlável modificada. Os estados são definidos como $x_1(t_k) = y(t_k)$ e $x_2(t_k) = x_1(t_k + 1) + u(t_k)$. Os valores de entrada e saída preservam seu sentido físico. A saída é identificada como o próprio estado $x_1(t_k)$. Essa representação é interessante para modelar um determinado processo em função de seus polos e zeros, com a menor quantidade possível de parâmetros. Além disso, ela é equivalente a todas as demais possíveis representações para um dado processo em espaço de estados. Assim, é possível obter relações utilizando esse modelo e aplicá-las a outro modelo que melhor represente fisicamente um dado processo, por exemplo.

Para um dado processo genérico de segunda ordem com matrizes dadas por:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \\ C &= [c_1 \quad c_2], \end{aligned} \tag{157}$$

é possível provar que o ganho κ_u e o zero de malha aberta $z_{z,1}$ são dados respectivamente por:

$$\kappa_u = c_1 b_1 + c_2 b_2 = CB \tag{158}$$

e

$$z_{z,1} = \frac{1}{\kappa_u} [(a_{11}b_2c_2 + a_{22}b_1c_1) - (a_{21}b_1c_2 + a_{12}b_2c_1)]. \tag{159}$$

Para a prova, basta utilizar a relação $G(z) = C(zI - A)^{-1}B$ utilizando o modelo genérico (157) e comparar termo a termo com (155).

4.2 CAMINHO DOS POLOS PARA DIFERENTES POLOS DE ORIGEM

Um processo de segunda ordem pode possuir as seguintes combinações de polos e zeros de malha aberta:

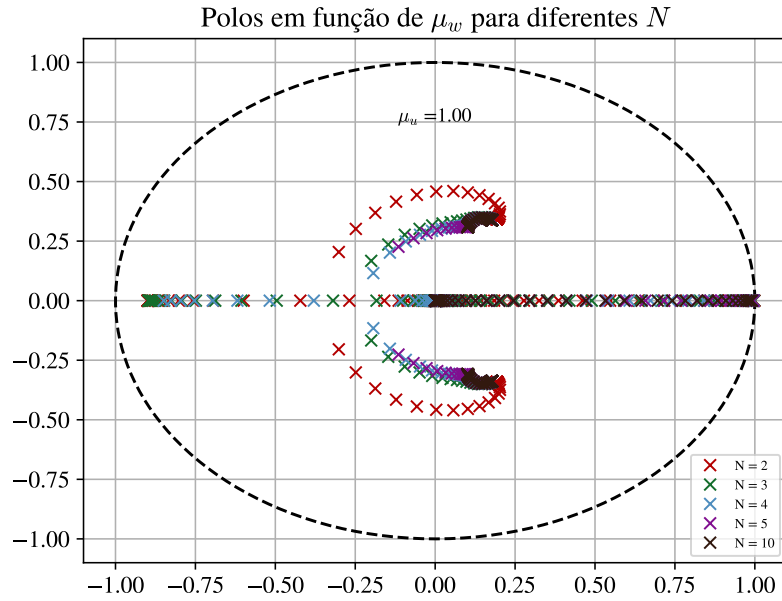
- Polos reais estáveis com:
 - zero de fase mínima de maior valor que todos os polos;
 - zero de fase mínima entre os polos;
 - zero de fase mínima de menor valor que todos os polos positivo;
 - zero de fase mínima de menor valor que todos os polos negativo;
 - zero de fase não-mínima de menor valor real que todos os polos (negativo);
 - zero de fase não-mínima de maior valor real que todos os polos (positivo);
 - ausência de zero.
- Polos complexos estáveis com:
 - zero de fase mínima de maior valor real que todos os polos;
 - zero de fase mínima de mesmo valor real;

- zero de fase mínima de menor valor real que todos os polos positivo;
 - zero de fase mínima de menor valor real que todos os polos negativo;
 - zero de fase não-mínima de menor valor real que todos os polos (negativo);
 - zero de fase não-mínima de maior valor real que todos os polos (positivo);
 - ausência de zero.
- Um polo estável e um instável com:
 - zero de fase mínima entre os polos;
 - zero de fase não-mínima entre os polos;
 - zero de fase mínima de menor valor que todos os polos positivo;
 - zero de fase mínima de menor valor que todos os polos negativo;
 - zero de fase não-mínima de menor valor que todos os polos (negativo);
 - zero de fase não-mínima de maior valor que todos os polos (positivo);
 - ausência de zero.
 - Polos reais instáveis com todas as possíveis combinações de zeros;
 - Polos complexos instáveis com todas as possíveis combinações de zeros.

Cada uma dessas possibilidades de polos e zeros de malha aberta provoca um caminho de polos e zeros de malha fechada diferente ao se utilizar um controlador preditivo. De fato, controladores projetados na frequência, pelo método do lugar das raízes, baseiam-se justamente nas alterações causadas no caminho dos polos de malha fechada causada por alterações nos polos e zeros de malha aberta, impostas pelo controlador projetado. No caso do controlador preditivo, não é possível impor um polo ou zero ao processo em malha aberta, dada a diferença existente na filosofia de projeto desses controladores. Porém, assim como no caso de processos de primeira ordem, é interessante entender o que ocorre com o caminho dos polos e zeros para entender como o controlador preditivo influencia no processo.

Dada a variedade de possíveis casos diferentes para condições de polos e zeros de malha aberta, além da influência dos três parâmetros do controlador (μ_u , μ_w e N), algumas situações específicas foram escolhidas para ilustrar o efeito do controlador preditivo. Após rigoroso processo de seleção, para reduzir a carga de informação individual por figura sem perder o contexto global da análise proposta, optou-se por onze figuras para análise do caminho dos polos. Essas figuras estão longe de contemplar todas as possibilidades de posição de polos e zeros iniciais e/ou parâmetros de sintonia, porém, possibilitam compreender o caminho dos

Figura 23 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

polos de processos de segunda ordem. Em todos os casos analisados, considerou-se $\kappa_u = 1$, visto que, com a normalização, esse parâmetro não influencia no caminho dos polos.

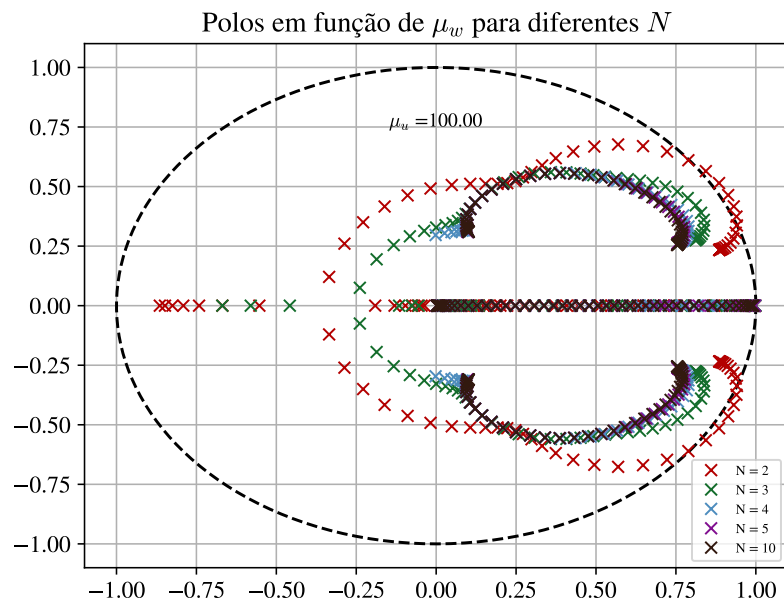
A Figura 23 apresenta o caminho dos polos para $N = 2$, $N = 3$, $N = 4$, $N = 5$ e $N = 10$, considerando $\mu_u = 1$, $z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$ e $z_{z,1} = -0,9$. O objetivo dessa figura é apresentar o efeito da variação de N no caminho dos polos, para um valor de μ_u considerado "baixo", em uma condição "agressiva" de polos e zeros.

A Figura 24 apresenta o caminho dos polos para $N = 2$, $N = 3$, $N = 4$, $N = 5$ e $N = 10$, considerando $\mu_u = 100$, $z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$ e $z_{z,1} = -0,9$. O objetivo dessa figura é apresentar o efeito da variação de N no caminho dos polos, para um valor de μ_u considerado "alto", em uma condição "agressiva" de polos e zeros.

A Figura 25 apresenta o caminho dos polos para valores de μ_u em potência de 10, entre $[10^{-1}, 10^4]$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$ e $z_{z,1} = -0,9$. O objetivo dessa figura é apresentar o efeito da variação de μ_u no caminho dos polos, para um valor de N considerado "baixo", em uma condição "agressiva" de polos e zeros.

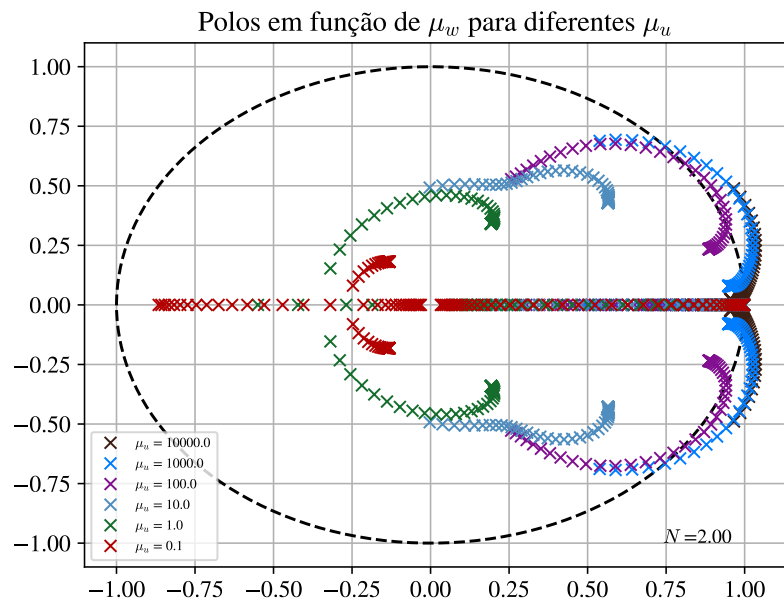
A Figura 26 apresenta o caminho dos polos para valores de μ_u em potência de 10, entre $[10^{-1}, 10^4]$, considerando $N = 3$, $z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$ e $z_{z,1} = -0,9$. O objetivo dessa figura é apresentar o efeito da variação de μ_u no caminho dos polos, para um valor de N considerado

Figura 24 – Polos de malha fechada para $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para diferentes horizontes



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

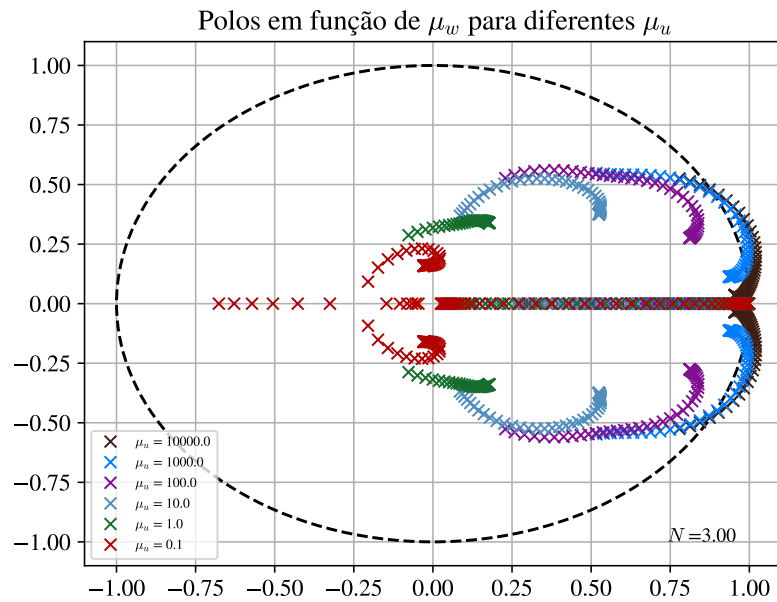
Figura 25 – Polos de malha fechada para $N = 2$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

"baixo", mas um pouco maior que no caso anterior, em uma condição "agressiva" de polos e zeros.

Figura 26 – Polos de malha fechada para $N = 3$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

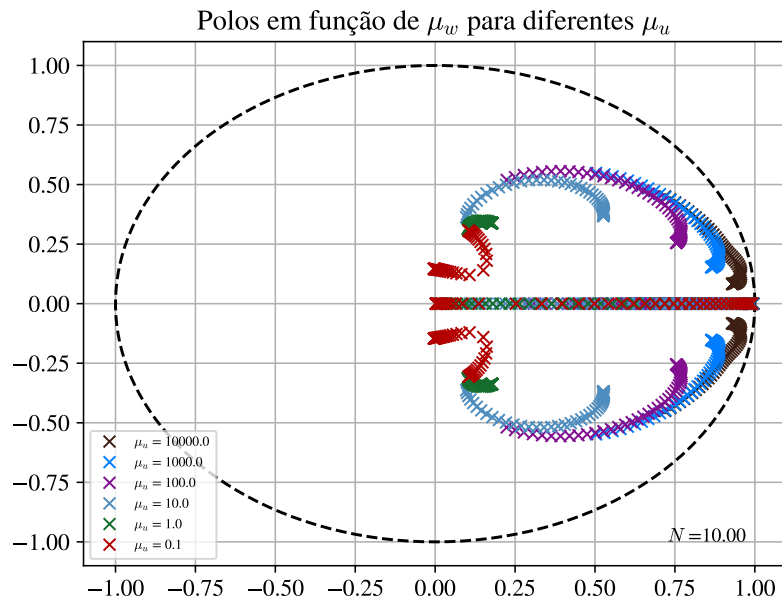
A Figura 27 apresenta o caminho dos polos para valores de μ_u em potência de 10, entre $[10^{-1}, 10^4]$, considerando $N = 10$, $z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$ e $z_{z,1} = -0,9$. O objetivo dessa figura é apresentar o efeito da variação de μ_u no caminho dos polos, para um valor de N considerado "alto", em uma condição "agressiva" de polos e zeros.

A Figura 28 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 1$ e $\mu_u = 100$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$ e $z_{z,1} = 0,4$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho dos polos, para polos de malha aberta reais e estáveis e zero de malha aberta positivo, sob a perspectiva de μ_u "baixo" e "alto" em uma condição "moderada" de polos e zeros.

A Figura 29 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 1$ e $\mu_u = 100$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$ e $z_{z,1} = -0,4$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho dos polos, para polos de malha aberta reais e estáveis e zero de malha aberta negativo, sob a perspectiva de μ_u "baixo" e "alto" em uma condição "moderada" de polos e zeros.

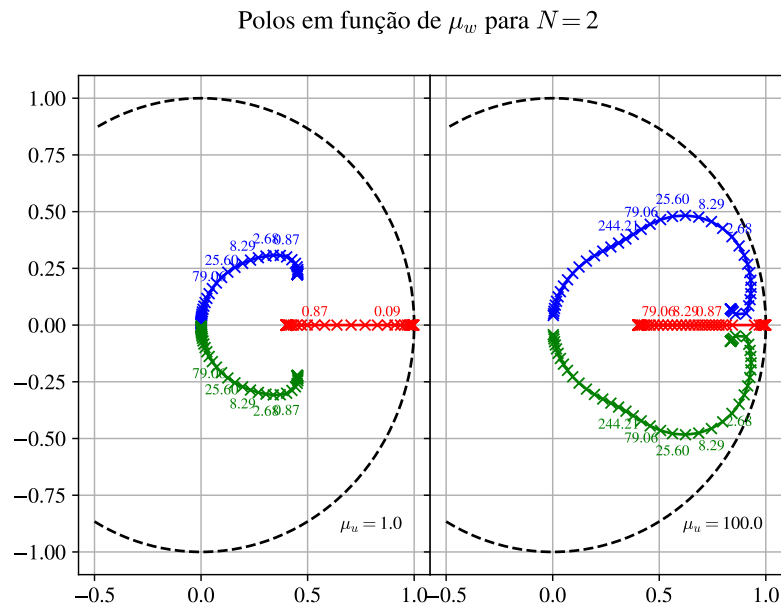
A Figura 30 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 1$ e $\mu_u = 100$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 1,1$ e $z_{z,1} = 0,4$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho dos polos, para polos de malha aberta reais, sendo um polo estável e outro instável, e zero de malha aberta positivo, sob a perspectiva de μ_u "baixo" e "alto" em uma condição "moderada" de polos e zeros.

Figura 27 – Polos de malha fechada para $N = 10$ e variação de μ_w , para diferentes μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

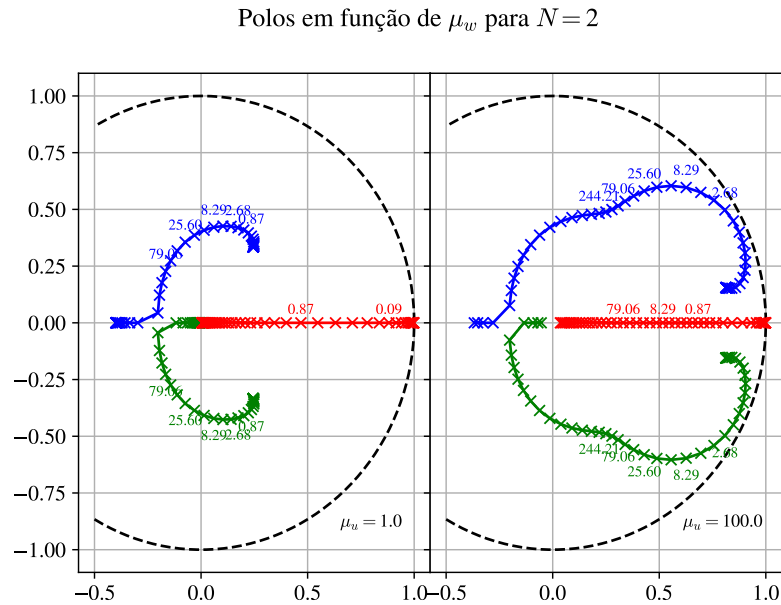
Figura 28 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para polos reais estáveis e zero positivo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os valores em cima dos polos representam o valor de μ_w para aquele polo.

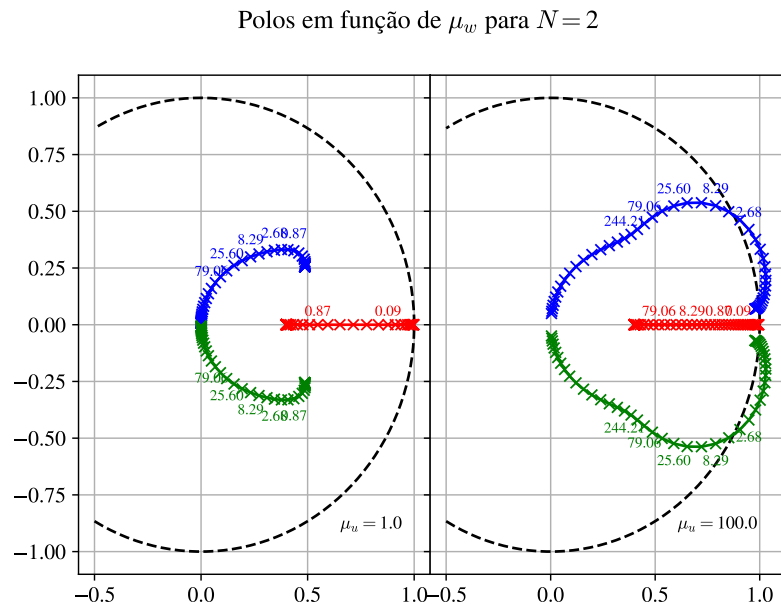
A Figura 31 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 1$ e $\mu_u = 100$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 1,1$ e $z_{z,1} = -0,4$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho

Figura 29 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para polos reais estáveis e zero negativo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os valores em cima dos polos representam o valor de μ_w para aquele polo.

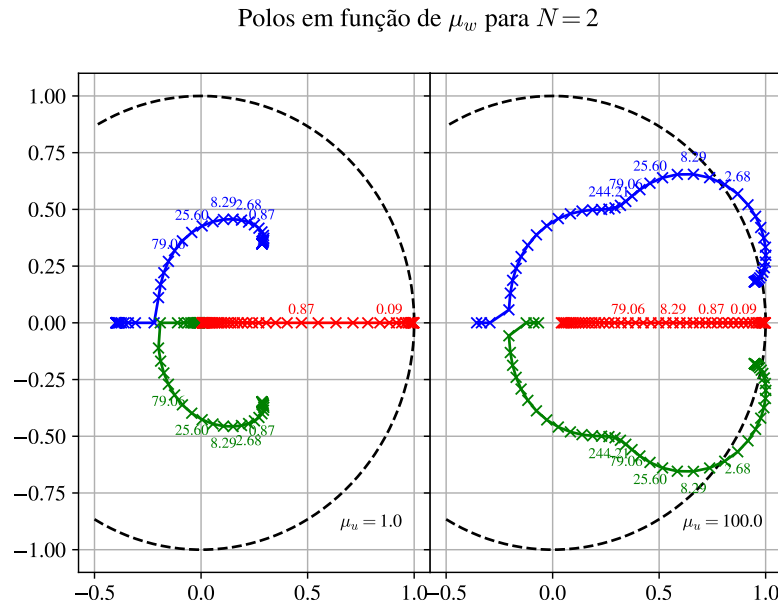
Figura 30 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para um polo estável e um polo instável e zero positivo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os valores em cima dos polos representam o valor de μ_w para aquele polo.

dos polos, para polos de malha aberta reais, sendo um polo estável e outro instável, e zero de

Figura 31 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ ou $\mu_u = 100$ e variação de μ_w , para um polo estável e um polo instável e zero negativo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os valores em cima dos polos representam o valor de μ_w para aquele polo.

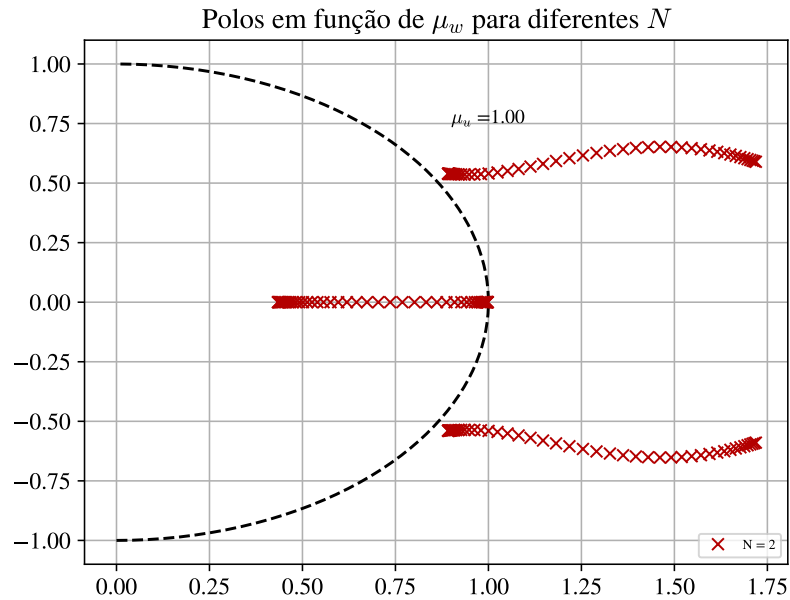
malha aberta negativo, sob a perspectiva de μ_u "baixo" e "alto" em uma condição "moderada" de polos e zeros.

A Figura 32 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 1$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$ e $z_{z,1} = 1,5$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho dos polos, para polos de malha aberta reais estáveis, e zero de malha aberta de fase não-mínima positivo, sob a perspectiva de μ_u "baixo" em uma condição "moderada" de polos. Para esse caso, assumiu-se $\kappa_u = -1$. Caso contrário, o controlador seria incapaz de estabilizar o processo, para qualquer valor de N . Pondera-se que, tipicamente, processos com zero de fase não-mínima positivo possuem ganho negativo (OGATA, 2010).

A Figura 33 apresenta o caminho dos polos para $\mu_u = 100$, considerando $N = 2$, $z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$ e $z_{z,1} = 1,5$. O objetivo dessa figura é apresentar o caminho dos polos, para polos de malha aberta reais, sendo um polo estável e outro instável, e zero de malha aberta de fase não-mínima positivo, sob a perspectiva de μ_u "alto" em uma condição "moderada" de polos. Para esse caso, assumiu-se $\kappa_u = -1$. Caso contrário, o controlador seria incapaz de estabilizar o processo, para qualquer valor de N .

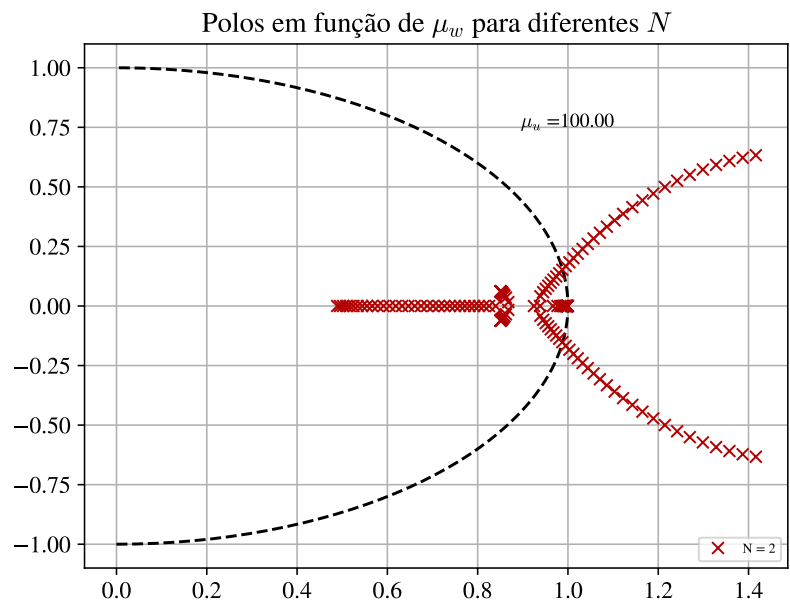
Não se julgou interessante apresentar figuras com o caminho de polos complexos conjugados de malha aberta, visto que não há diferenças significativas em relação ao caso de polos

Figura 32 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para dois polos estáveis reais e zero de fase não mínima positivo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

Figura 33 – Polos de malha fechada para $N = 2$, $\mu_u = 1$ e variação de μ_w , para dois polos estáveis reais e zero de fase não mínima positivo



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário.

reais. Não se julgou também interessante trazer os casos em que todos os polos são instáveis, visto que também não adiciona informação relevante quanto ao caminho dos polos. Figuras

Tabela 2 – Diferentes casos de polos e zeros iniciais avaliados em diferentes Figuras

Figura	μ_u	N	$z_{p,1}$	$z_{p,2}$	$z_{z,1}$	Comentário
23	1	Vários	0,96	0,95	-0,9	Efeito variação de N
24	100	Vários	0,96	0,95	-0,9	Efeito variação de N
25	Vários	2	0,96	0,95	-0,9	Efeito variação de μ_u
26	Vários	3	0,96	0,95	-0,9	Efeito variação de μ_u
27	Vários	10	0,96	0,95	-0,9	Efeito variação de μ_u
28	1 e 100	2	0,9	0,8	0,4	Zero positivo
29	1 e 100	2	0,9	0,8	-0,4	Zero negativo
30	1 e 100	2	0,9	1,1	0,4	Polo instável e polo estável
31	1 e 100	2	0,9	1,1	-0,4	Polo instável e polo estável
32	1	2	0,9	0,8	1,5	Zero de fase não mínima positivo
33	100	2	0,9	0,8	1,5	Zero de fase não mínima positivo

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

extras, para detalhar elucidar ponto da análise das Figuras 23-33, são providas ao longo da discussão dessas mesmas figuras.

A Tabela 2 sintetiza as situações de polos e zeros testadas bem como a respectiva Figura associada a cada caso.

Algumas observações relativas aos resultados de caminho de polos obtidas:

- Antes da análise propriamente dita, cabe definir o que é uma condição "agressiva" ou "moderada" de polos e zeros de malha aberta. Essa "agressividade" refere-se à proximidade dos polos em relação à borda do círculo unitário e ao fato do zero estar próximo a borda oposta (o que poderia indicar um processo de tempo contínuo sem zeros). Na situação "agressiva", há uma tendência de polos ficarem instáveis para alguns valores de μ_w . Isso ocorre principalmente para valores elevados de μ_u e valores menores de N . Esse fenômeno pode ser explicado de forma similar ao lugar das raízes com a variação do ganho da planta de laço aberto. A proximidade de polos de malha aberta tende a repeli-los para a região instável. A proximidade com zeros tende a atraí-los para dentro do círculo unitário. Assim, zeros de malha aberta no semiplano positivo do círculo unitário, assim como polos mais distantes do integrador na borda do círculo unitário, reduzem a possibilidade de haver algum trecho do caminho dos polos em região fora do círculo unitário, o que caracteriza a condição "moderada". Um pouco desse fenômeno pode ser observado ao se comparar as Figuras 28 e 29, que se diferenciam unicamente pela posição do zero de malha aberta.
- Outro ponto importante a ser observado é a possibilidade de existirem polos de malha fechada instáveis. Há situações, como observado na Figura 24, em que, apesar de todos os polos de malha aberta serem estáveis, os polos de malha fechada podem tornar-se

instáveis. Há algumas explicações para esse fenômeno ocorrer nessa formulação de controle preditivo (isso não ocorre para a formulação que utiliza variações dos estados, por exemplo). Uma possível explicação é que o funcional de custo não possui mínimo em zero e o valor de custo muito (ou pouco) penalizado provocaria o caminho de instabilidade. O valor elevado de μ_u , que limita a energia despendida ao processo, combinado com um valor intermediário de μ_w , que penaliza a ação integral, poderia assim provocar a instabilidade por não ser fornecida energia suficiente para conter a instabilidade do integrador, nas regiões de penalização intermediária. Essa hipótese será melhor explorada na Subseção 4.5.

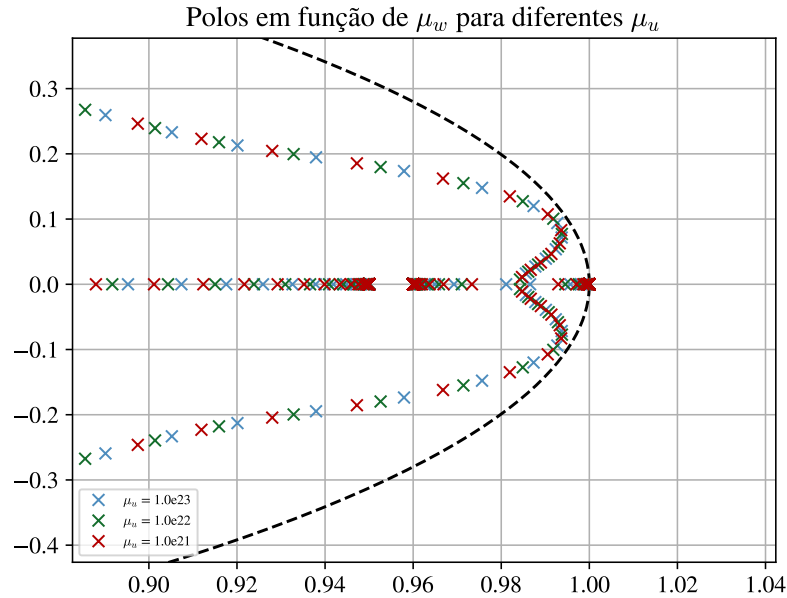
- Outra explicação relaciona-se ao zero de malha fechada imposto pelo controlador e que está ligado também a μ_w e μ_u . É possível que para valores "altos" de μ_u esse zero do controlador mova-se lentamente em função de μ_w , de modo que esse zeros não consiga "atrair" os polos complexos na velocidade em que o polo do integrador os "repele", em regiões intermediárias de μ_w . Assim, para valores muito pequenos de μ_w o zero anularia o efeito do integrador, porém, para valores intermediários, o polo do integrador teria predominância, de modo que esse repele os polos complexos para a região instável. Esses retornariam ao círculo unitário com o aumento de μ_w atraídos pela movimentação desse zero do controlador além do próprio zero de malha aberta. Isso auxilia a explicar também porque o zero de malha aberta positivo reduz a possibilidade de um caminho instável dos polos. Dadas as possibilidades referentes ao efeito do zero, esse efeito será melhor explorado na Subseção 4.3.
- Destaca-se também que os polos não partem de seus valores de malha aberta, sendo inclusive complexos conjugados para valores pequenos de μ_w (em todos os casos, os processos em malha aberta possuem polos reais). Com o aumento de μ_u , o caminho dos polos tende a partir dos polos de malha aberta, como evidenciado pelas Figuras 25 e 26.
- As Figuras 23 e 24 avaliam a influência de N sobre o caminho dos polos, para uma condição "agressiva" de polos e zeros de malha aberta. Assim como no caso de processos de primeira ordem, verifica-se que o aumento de N provoca um caminho de polos com menor parte imaginária, para um mesmo μ_u e μ_w . Isso, indiretamente, indica um caminho com menor oscilação e maior banda passante.

- Além disso, para valores de N menores, há uma tendência de o caminho dos polos ficar mais próximo à borda do círculo unitário, especialmente para μ_u maiores. Existe também uma espécie de "ponto terminal intermediário" menor para valores de N maiores.
- De fato, ao se elevar consideravelmente o valor de μ_w , o caminho dos polos segue uma trajetória similar a de valores de N menores. Porém, destaca-se a inversão que ocorre nesse ponto. Até esse ponto, o mesmo valor de μ_w para um valor de N maior, sempre coloca o polo desse N a frente do caso de um N menor. A partir desse ponto, o valor de N menor está mais próximo do destino final dos polos para o mesmo μ_w . Esse fenômeno é bastante nítido na Figura 24 em que, para a faixa de valores de μ_w selecionada, o caminho dos polos de $N = 2$ atingiu seu destino final, com um polo no zero de malha aberta e os demais polos no centro do círculo unitário. Nesse mesmo intervalo, o caminho dos polos de $N = 3$ está próximo de atingir o destino final, sem porém o ter atingido. O caminho dos polos de $N = 4$ está saindo do "ponto terminal intermediário", sem porém sequer ter seus polos reais novamente.
- A curva de $N = 5$, que é praticamente sobreposta pela curva de $N = 10$, continua "presa" no "ponto terminal intermediário". De fato, para qualquer $N > 4$, a curva de caminho dos polos é praticamente idêntica até esse ponto, para esse processo em particular e para esse mesmo valor de μ_u . Na Figura 23, verifica-se uma diferenciação entre o caminho dos polos da curva de $N = 5$ e $N = 10$, sendo que, nesse caso, a curva de $N = 10$ ainda está "presa" no "ponto terminal intermediário" enquanto a curva de $N = 5$ já se aproxima do eixo real. Destaca-se também que, em ambos os casos, os caminhos dos polos para valores maiores de N apresentam um polo de encontro no eixo real menor. Destaca-se ainda que uma dinâmica tão rápida pode não ser interessante e/ou mesmo factível para o processo em malha fechada.
- Assim, esse "ponto terminal intermediário" é uma característica interessante de valores maiores de N que reduzem a chance de o processo apresentar uma dinâmica com polos reais negativos de malha fechada. De fato, esse fenômeno evita polos com parte real negativa. Nota-se também que o aumento de N consegue apenas elevar a dinâmica do processo em malha fechada para valores de μ_w anteriores ao "ponto terminal intermediário". Contudo, dada a rápida dinâmica imposta aos polos complexos com μ_u "baixo", a dinâmica do integrador, em malha fechada, tende a prevalecer até certo μ_w , implicando um comportamento sobre amortecido nesses casos, como observado na Figura 23. Para valores

"altos" de μ_u , independentemente de N , a dinâmica sub-amortecida tende a prevalecer, visto que, pois para qualquer valor de μ_w os polos complexos são próximos o suficiente do polo real. Muitas vezes, são mais lentos inclusive, conforme observado na Figura 24.

- As Figuras 25, 26 e 27 permitem analisar o caminho dos polos por uma perspectiva similar às verificadas nas Figuras 23 e 24, mas com alguns pontos elucidativos em relação ao efeito de μ_u . Verifica-se, por exemplo, que o aumento de μ_u tende a aumentar o caminho de instabilidade para valores maiores de N . Verifica-se, na Figura 26, que para $N = 3$, para $\mu_u = 1000$ e $\mu_u = 10000$, há regiões em que os polos tornam-se instáveis com a variação de μ_w . Verifica-se que o valor de μ_u influencia significativamente na posição dos polos iniciais da trajetória, de modo que, como comentado anteriormente, o aumento de μ_u implica o início da trajetória cada vez mais próximo dos polos de malha aberta do processo. Verifica-se, também, que para um mesmo N , a variação de μ_u apenas muda a parte inicial da trajetória dos polos, de modo que os polos tendem a encontrar o mesmo caminho final. Isso é mais evidente nas Figuras 26 e 27, apesar de também ser bem visível na Figura 25. Isso leva a conclusão de que o caminho como um todo é delimitado por N , enquanto o ponto de início da trajetória é determinado por μ_u . Especificamente para o caso de $N = 10$, o caminho dos polos não apresentou nenhum trajeto por região instável. O autor testou para valores de μ_u muito superiores ao observado na Figura 27, de modo que, para nenhum valor testado, os polos traçaram um caminho por região instável. Esse foi o menor valor de N testado pelo autor em que isso ocorreu. Desse modo, sem uma prova direta, apenas por testes exaustivos, para esse processo em específico, induz-se que o sistema seja estável em malha fechada, independentemente de μ_u e μ_w , para $N > 9$. A fim de corroborar essa indução, a Figura 34 apresenta o detalhe inicial caminho dos polos para $N = 10$, considerando $\mu_u = 10^{21}$, $\mu_u = 10^{22}$ e $\mu_u = 10^{23}$, nos limites de precisão numérica aceitos pela linguagem Julia para processamento de matrizes. Verifica-se que os polos seguem a mesma trajetória, sempre estável, independentemente de μ_u . A única variação é observada pela variação da posição de polo para um diferente μ_w . A Figura 34 também auxilia a detalhar melhor o trajeto dos polos para valores de μ_w menores. Destaca-se que os polos realmente iniciam sua trajetória bem próximos da posição dos polos de malha aberta. Assim, nesse caso, o maior polo caminha em direção ao integrador (adicionado pela formulação do controlador) enquanto o maior segue sua trajetória rumo ao zero que o controlador impõe. De fato, para valores maiores de μ_u , o

Figura 34 – Polos de malha fechada para $N = 10$ e variação de μ_w , para valores limites de μ_u , evidenciando estabilidade global



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Foram utilizados as maiores potências de 10 disponíveis para μ_u dentro do limite de precisão numérica da linguagem Julia

polo do integrador é que faz esse trajeto rumo ao zero do controle, enquanto os demais polos iniciam sua trajetória complexos conjugados. De qualquer forma, é possível concluir que a estabilidade também está relacionada a N para o caso de todos os polos de malha aberta serem estáveis, de modo que, para N suficientemente grande, o processo será estável independentemente do aumento de μ_u e μ_w ¹. Ainda comparando as Figuras 25, 26 e 27, observa-se que para $N = 2$ e $\mu_u = 0,1$, os polos possuem parte real negativa, com exceção do polo do integrador. Porém, para $N = 3$, existem trechos do caminho dos polos em que todos os polos possuem parte real positiva. Para $N = 10$, no intervalo avaliado de μ_w , os polos possuem sempre parte real positiva.

- As Figuras 28 e 29 auxiliam a compreender a influência do zero de malha aberta no caminho dos polos de malha fechada. Observa-se, na Figura 28, que o polo do integrador converge para o zero de malha aberta positivo e os dois polos complexos conjugados convergem para a origem. Contudo, na Figura 29, o polo do integrador converge para a

¹O autor, nos limites de simulação, para valores muito pequenos de μ_u (inferiores a 1,0) e valores muito altos de μ_w (superiores a 10^{15}) observou caminhos de polos que ultrapassaram o zero de malha aberta e divergiram para valores negativos menores que -1. Esse fenômeno, porém, pode claramente ser atribuído a erros numéricos, visto que a curva de todos os ganhos nessas condições é "bastante instável". Destaca-se que isso não ocorre para valores maiores de μ_u , possivelmente, por haver melhor precisão numérica.

origem, bem como um dos polos complexos conjugados, enquanto o outro polo complexo conjugado converge para o zero negativo de malha aberta. Comparando os dois casos de cada uma das Figuras 28 e 29, nota-se que o polo do real repele os demais polos. Porém, ao convergir para o zero positivo, os polos de alta dinâmica conseguem convergir mais rapidamente para a origem, com parte imaginária de menor valor, para mesmo μ_w , e sem parte real negativa em nenhum trecho da trajetória. Além disso, para o caso com zero real negativo, o caminho dos polos como um todo é mais longo, pois um dos polos complexos precisa convergir até o zero negativo. Assim, esse zero negativo, além da existência de polos com parte real negativa, provoca o distanciamento maior entre os polos provocado pelo zero negativo, que, por sua vez, ocasiona parte imaginária maior (inclusive no ponto de partida do caminho dos polos) e também maior probabilidade de trechos do caminho dos polos atravessar regiões instáveis. De fato, os polos de malha aberta dos casos das Figuras 28 e 29 estão em condições "moderadas", o que reduz a possibilidade de trechos instáveis do caminho dos polos. Porém, nota-se que no caso do zero negativo, ha maior proximidade do caminho dos polos com a borda do círculo unitário. Destaca-se também que, a presença de um zero positivo de fase mínima não é garantia de que não haverá trechos instáveis no caminho. Há apenas menor probabilidade disso ocorrer. De fato, na Figura 30 há um zero positivo, no caso de $\mu_u = 100$, e, mesmo assim, os polos atravessam um trecho de instabilidade. Destaca-se, que no início da trajetória, todos os polos são estáveis, apesar de, nesse caso, haver um polo de malha aberta instável.

- A respeito da influência do polo instável (com zero positivo ou negativo), nota-se, nas Figuras 30 e 31, que a probabilidade de haver trecho instável no caminho dos polos eleva-se. Porém, assim como no caso de primeira ordem, é possível que haja um caminho de polos totalmente estável em função do μ_u adotado, tanto com zero positivo como com zero negativo em malha aberta, como observado nas Figuras 30 e 31 para o caso de $\mu_u = 1$. De fato, valores "baixos" de μ_u tendem a tornar todo o caminho dos polos estável. O inverso também é verdadeiro: o aumento de μ_u tende a gerar trechos de instabilidade no caminho dos polos. Essa relação de μ_u com a estabilidade será melhor discutida, sob abordagens diferentes, nas Subseções 4.4 e 4.7. No caso analisado, nas Figuras 30 e 31, o aumento de μ_u pode tornar um dos polos de partida instável. Nesse caso específico, apenas um polo real será instável. Esse iniciará sua trajetória ao encontro do polo do integrador. O outro polo real irá convergir para o zero da planta ou para o zero do controlador (no

centro do círculo unitário). Quando há apenas polos estáveis de malha aberta, não há possibilidade de um polo de partida ser instável. A discussão sobre polos de partida será melhor desenvolvida na Subseção 4.7. Destaca-se que a presença do zero negativo trouxe consequências similares às observadas no caso anterior, apenas com polos reais estáveis de malha aberta.

- Nota-se, nas Figuras 32 e 33, que o caminho dos polos ocorre no sentido inverso aos casos anteriores, devido ao ganho negativo. Além disso, a presença do zero de fase não-mínima causa um efeito contrário em relação à μ_u , comparado aos casos anteriores: valores maiores de μ_u permitem trajetórias de polos em que haja trechos em que todos os polos sejam estáveis, conforme verificado na Figura 33 e não observado na Figura 32. Contudo, o aumento de μ_w direciona os polos para instabilidade, visto que o ponto de convergência é o zero de fase não-mínima. Obviamente, o aumento de N melhora a trajetória dos polos, porém, não a altera. Desse modo, com o aumento de μ_w , independentemente de N há uma tendência de um dos polos convergir para o zero de fase não mínima ou a algum ponto instável. O zero de fase não-mínima é uma condição bem crítica de sintonia para o controlador preditivo (de fato, para controladores em geral), pois o projeto de controle deve ser bastante conservador nesse caso, para evitar a instabilidade. No caso do controlador preditivo, o projeto conservador refere-se a valores elevados de μ_u e pequenos de μ_w .

4.3 CAMINHO DOS ZEROS

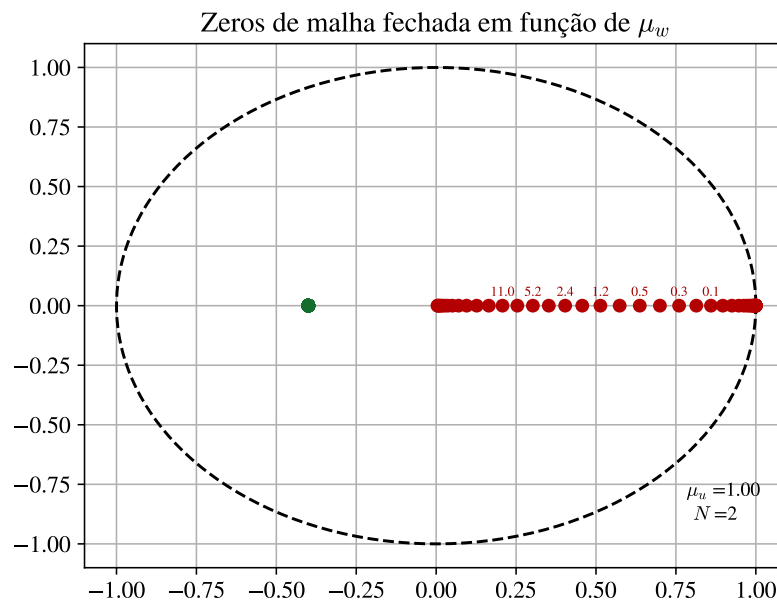
Dada a possível influência do zero de malha fechada imposto pelo controlador, a presente subseção apresenta um estudo sobre o comportamento desse zero em malha fechada em função da sintonia adotada para o controlador preditivo. Destaca-se que, para obtenção da matriz B_{mf} , relacionada ao zero, assumiu-se referência constante ao longo de todo o horizonte predito (isso também foi considerado para o caso do caminho dos polos). Dessa maneira, assume-se que:

$$B_{mf} = \begin{bmatrix} B \Sigma_N(K_r) \\ CB \Sigma_N(K_r) \end{bmatrix} \quad (160)$$

em que o operador $\Sigma_N(K_r)$ indica a soma de todos os N termos da matriz K_r .

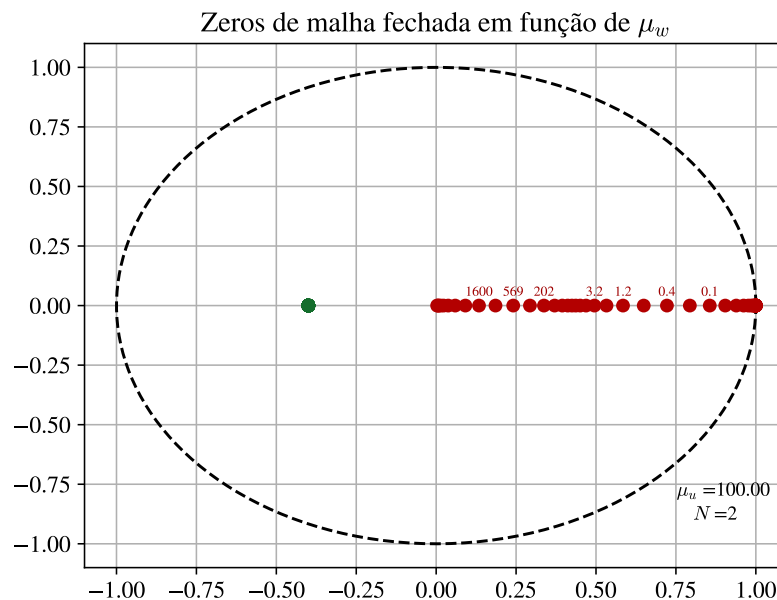
A Figura 35 apresenta o caminho dos zeros para $\mu_u = 1$ e $N = 2$ ($z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$, $z_{z,1} = -0,4$). Verifica-se que, para o valor de μ_u baixo, o zero converge rapidamente para o

Figura 35 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ e $\mu_u = 1$ e variação de μ_w



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. O zero em verde é o zero de malha aberta do processo, que é mantido em malha fechada. O zero em vermelho escuro é o zero imposto pelo controlador.

Figura 36 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ e $\mu_u = 100$ e variação de μ_w



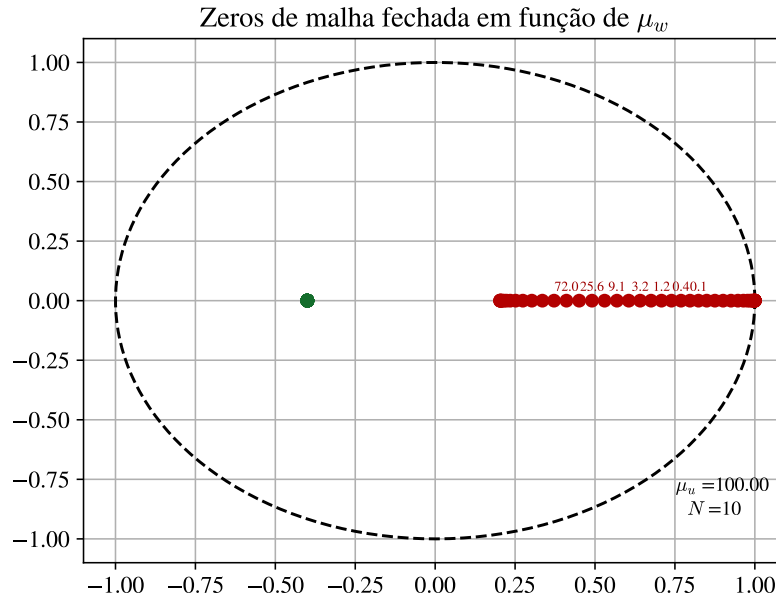
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. O zero em verde é o zero de malha aberta do processo, que é mantido em malha fechada. O zero em vermelho escuro é o zero imposto pelo controlador.

centro do círculo unitário, após μ_w superar o valor de 0,1. Basicamente, em duas décadas de variação de μ_w (entre 0,1 e 10) o zero realiza todo o percurso entre aproximadamente 0,9 e 0,1 em seu posicionamento no eixo real. Esse comportamento manifesta-se de forma similar para outros processos com posicionamento de polos e zeros de malha aberta similares.

A Figura 36 apresenta o caminho dos zeros para $\mu_u = 100$ e $N = 2$ ($z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$, $z_{z,1} = -0,4$). Ao elevar-se o valor de μ_u , verifica-se que até $\mu_w = 0,1$, o comportamento do zero é similar ao do caso anterior. Na década seguinte, porém, o comportamento se altera. Há uma evolução rápida do zero até aproximadamente na década entre 0,1 e 1,0. Porém, nas duas décadas seguintes, o zero fica quase estagnado entre 0,5 e 0,25. Na década entre 100 e 1000, o zero faz novamente o movimento de convergência mais rápido e, a partir de 1000, inicia o processo de convergência para origem. Esse período de estagnação do zero entre 0,25 e 0,5 relaciona-se à descida do caminho dos polos observada na Figura 29, no intervalo aproximado de $\mu_w \in [80; 245]$. Além disso, o fluxo rápido do zero entre 0,1 e 1,0 explica a saída mais aberta realizada nesse período do trajeto. De fato, o polo real nesse intervalo ainda está mais lento que o zero nesse período, o que explica a repulsão inicial dos polos complexos conjugados. O período em que o zero caminha mais rápido pode estar associado ao período em que os polos saem do círculo unitário, para processos com a sintonia em μ_u alta, pois nesse caso, o efeito do integrador mais lento que o zero repele os polos complexos para fora do círculo unitário.

A Figura 37 apresenta o caminho dos zeros para $\mu_u = 100$ e $N = 10$ ($z_{p,1} = 0,9$, $z_{p,2} = 0,8$, $z_{z,1} = -0,4$). Nesse caso, o aumento de N faz com que o zero caminhe de forma mais regular no intervalo aproximado $\mu_w \in [0,1; 100]$. Isso pode explicar, por exemplo, o trajeto dos polos para $N = 10$ observado na Figura 27 e, em mais detalhes, na Figura 34 (apesar de ser um processo diferente nesses casos). Verifica-se que para $N = 10$ os polos complexos mantêm-se mais próximos do eixo real no início de sua trajetória, ao contrário do caso $N = 2$. Posteriormente, há um afastamento nesse caso, o que deve ocorrer devido à passagem do polo integrador rumo a origem. De fato, ao verificar-se a Figura 24, verifica-se que o caso $N = 2$ é uma aparente exceção. Em relação à trajetória dos polos e zeros. O caso $N = 3$ está em um "meio-termo" entre o caso $N = 2$ e os demais valores de N . A partir de $N = 4$, há maior semelhança com o caso $N = 10$, em que há menor repulsão na fase inicial da trajetória dos polos. Outro ponto de destaque na Figura 37 é o fato do zero aparentemente estagnar na posição de aproximadamente 0,2, para valores elevados de μ_w (valor limite adotado para a verificação foi $\mu_w = 10^6$). Isso explica a tendência dos polos complexos estagnarem no "ponto terminal

Figura 37 – Zeros de malha fechada para $N = 10$ e $\mu_u = 100$ e variação de μ_w

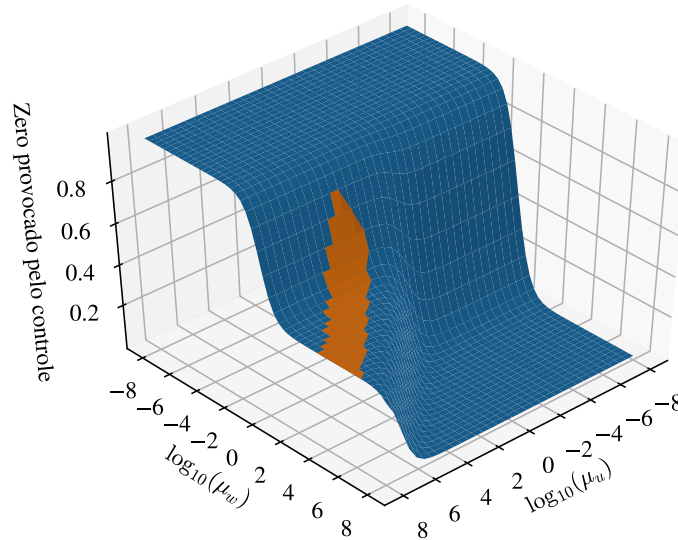


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. O zero em verde é o zero de malha aberta do processo, que é mantido em malha fechada. O zero em vermelho escuro é o zero imposto pelo controlador.

intermediário", conforme comentado na Subseção 4.2, como observado nas Figuras 23 e 24. Além disso, explica o comportamento de "retorno" dos polos, observado na Figura 27 para $\mu_u = 0,1$. Observe que, apesar dos vários casos correlacionados possuírem algum aspecto diferente dos tratados na Figura 37, à exceção do horizonte de predição, os fenômenos que ocorrem na Figura 37 são semelhantes aos das demais situações e servem como base para esses, ao observar-se apenas a influência de $N = 10$.

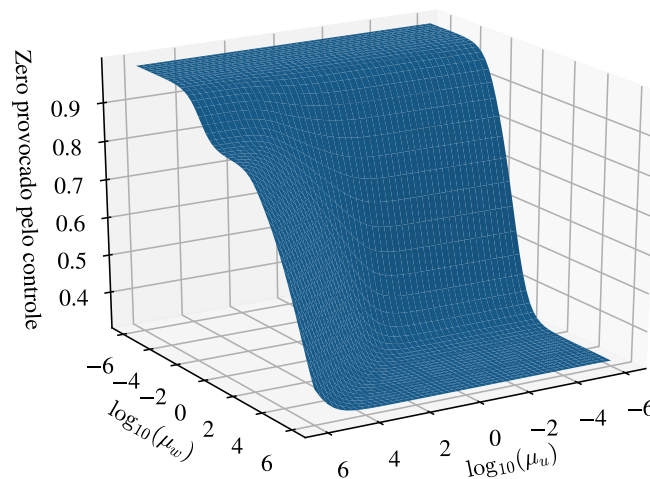
A Figura 38 apresenta o valor do zero imposto pelo controlador, em função de μ_u e μ_w , para $N = 2$ ($z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$, $z_{z,1} = -0,9$). Verifica-se que o zero segue uma trajetória similar a observada na Figura 35 para valores de μ_u até aproximadamente 10. Nessa condição, o zero fica estagnado próximo a origem até aproximadamente $\mu_w = 0,1$. Posteriormente, ao longo das duas próximas décadas de μ_w , decresce seu valor até próximo da origem, em que permanece. O comportamento é parecido a uma "cachoeira". Para o caso de $\mu_u > 10$, começa a ocorrer uma distorção no comportamento do zero em função de μ_w , em que verifica-se uma estagnação intermediária, similar à observada na Figura 36, de modo que a superfície assemelha-se a uma "cachoeira de duas quedas". Nota-se que, para valores de $\mu_u \in [100; 10000]$, a região de instabilidade, em destaque, ocorre na "primeira queda", antes do período de estagnação do zero,

Figura 38 – Zeros de malha fechada para $N = 2$ em função de μ_w e μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os eixos de μ_w e μ_u apresentam o logaritmo decimal desse valor. Porém, o eixo do zero está em escala linear. A área em destaque representa a região de instabilidade do processo.

Figura 39 – Zeros de malha fechada para $N = 10$ em função de μ_w e μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os eixos de μ_w e μ_u apresentam o logaritmo decimal desse valor. Porém, o eixo do zero está em escala linear.

conforme presumido pela análise da Figura 36. Observar que no caso tratado pela Figura 38, o caminho dos polos admite trecho de instabilidade para $N = 2$, diferentemente do caso tratado na Figura 36. A partir de $\mu_u \gtrsim 10000$, a região de estabilidade ocorre no período de estagnação do zero.

A Figura 39 apresenta o valor do zero imposto pelo controlador, em função de μ_u e μ_w , para $N = 10$ ($z_{p,1} = 0,96$, $z_{p,2} = 0,95$, $z_{z,1} = -0,9$). Nesse caso, não há regiões de instabilidade nos intervalos definidos para μ_u e μ_w . De fato, mesmo em intervalos consideravelmente alargados, não há regiões de instabilidade, do mesmo modo, de forma que, conforme discutido na Subseção 4.2, presume-se que haja estabilidade global para esse processo em $N = 10$. Além disso, para uma faixa de $\mu_u \lesssim 1000$, o comportamento dos zeros em função de μ_u é, novamente, bastante similar a uma "cachoeira de uma queda". Porém, o zero sai da estagnação inicial para $\mu_w \gtrsim 10^{-4}$ e decresce de forma menos abrupta que no caso de $N = 2$, encontrando a região de estagnação em $\mu_w \gtrsim 100$. Porém, a região de estagnação, aparentemente final, é em aproximadamente 0,2 e não na origem, como no caso de $N = 2$. É possível que, para $N = 10$, com um aumento significativo de μ_w o zero saia da região de estagnação, conforme observado para outros valores de $N > 2$ nas Figuras 23 e 24, em que os polos movem-se após um período de estagnação. Porém, em ambos os casos, para $N = 10$ não houve essa movimentação após o intervalo de estagnação, para os intervalos de μ_w e μ_u considerados. Nota-se, também, há uma região similar a uma cachoeira de "duas quedas" após o intervalo de $\mu_u \gtrsim 1000$, porém o período de estagnação do zero é pequeno, ocorre para valores de μ_w pequenos e para valores ainda elevados para o zero (entre 0,7 e 0,8).

4.4 ANÁLISE DOS GANHOS

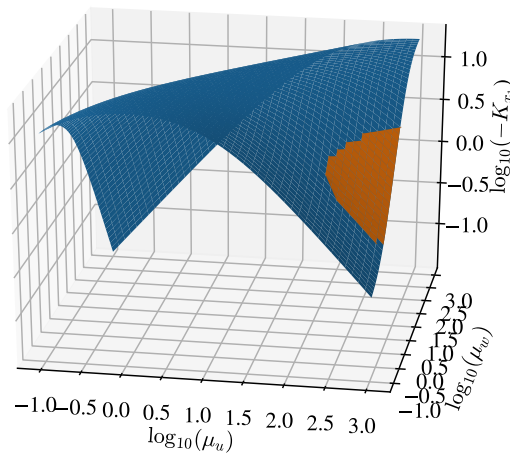
Os ganhos ótimos obtidos dependem do modelo em espaço de estados escolhido para representar o processo. Como há infinitas possibilidades de representar o mesmo processo, há infinitas soluções para os ganhos, cada uma associada a uma representação diferente do mesmo processo. Isso ocorre pois os ganhos possuem um sentido físico associado diretamente ao significado dos estados sobre os quais o controle atua. De modo geral, o ganho do integrador é menos sensível à mudança de representação do processo. Os ganhos sobre os estados e sobre a referência são mais "volúveis". A fim de exemplificar esse fenômeno, as Figuras 40 e 41 apresentam os ganhos sobre os estados x_{1,t_k} e x_{2,t_k} para uma dada representação (forma

canônica modificada). Além disso, a Figura 42 apresenta o ganho sobre o erro acumulado para essa condição. As Figuras 43 e 44 apresentam os ganhos sobre os estados x_{1,t_k} e x_{2,t_k} para uma representação alternativa (representação física) do mesmo processo. Além disso, a Figura 45 apresenta o ganho sobre o erro acumulado para essa condição. As regiões em destaque indicam zonas instáveis.

Destaca-se que como o significado físico do primeiro estado no primeiro modelo ser igual ao do segundo estado no segundo modelo, as curvas de ganho obtidas são completamente diferentes, pois a interação desse estado com o resto do processo modelado é diferente.

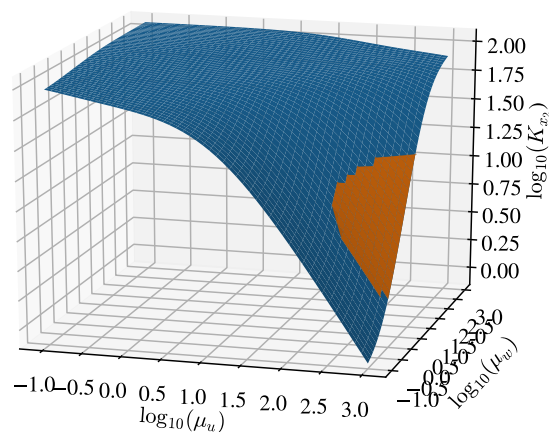
É possível que, em alguma formulação em espaço de estados, a análise dos ganhos forneça uma informação direta sobre as regiões de estabilidade, como no caso de processos em primeira ordem, em que a análise direta de k_x era útil para essa identificação. Porém, como há uma infinidade de possíveis representações é provável que a representação física do processo, que é utilizada para a medição direta dos estados, não seja a representação em que os ganhos informem diretamente a região de estabilidade.

Figura 40 – Valores de k_{x1} em função de μ_u e μ_w



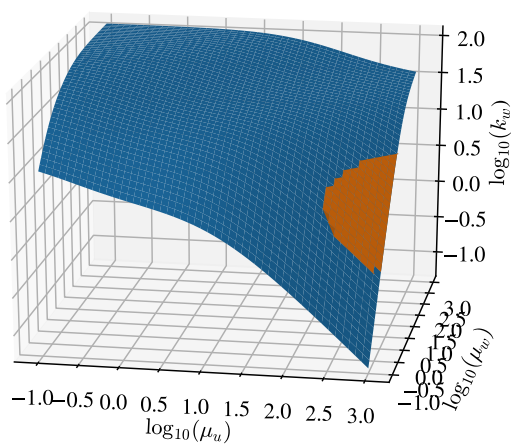
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade. Como o valor do ganho é negativo, plota-se o módulo desse ganho.

Figura 41 – Valores de k_{x_2} em função de μ_u e μ_w



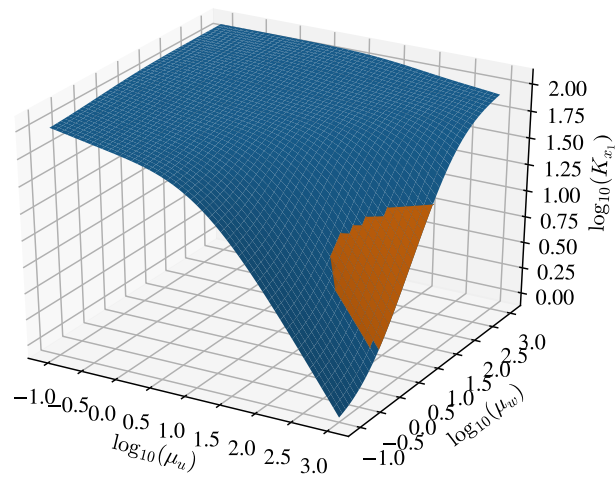
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade.

Figura 42 – Valores de k_w em função de μ_u e μ_w



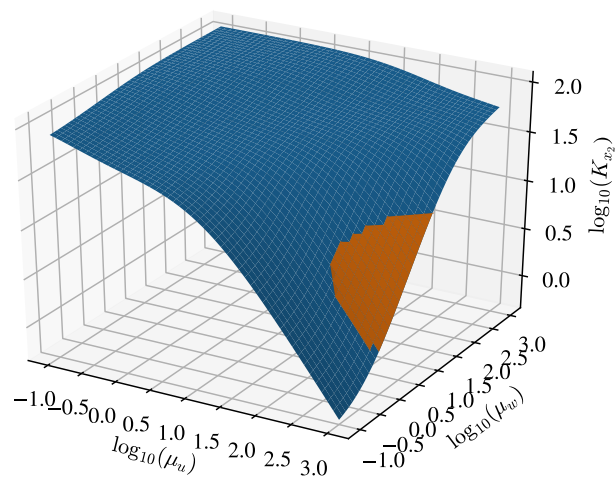
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade.

Figura 43 – Valores de k_{x1} em função de μ_u e μ_w



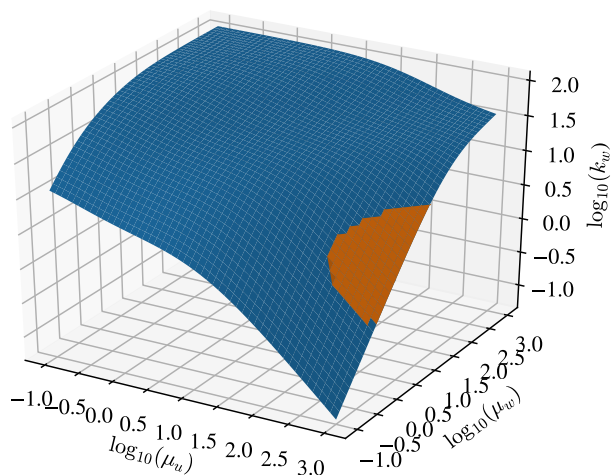
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade.

Figura 44 – Valores de k_{x2} em função de μ_u e μ_w



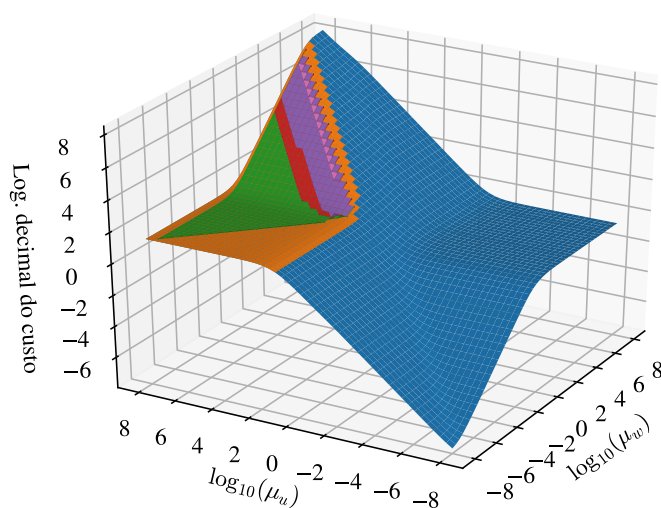
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade.

Figura 45 – Valores de k_w em função de μ_u e μ_w



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Observar que os valores nos eixos representam o logaritmo decimal das grandezas envolvidas. As áreas em destaque representam zonas de instabilidade.

Figura 46 – Mínimos custos para $N = 2$ em função de μ_w e μ_u



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O tracejado indica o limite do círculo unitário. Os eixos de μ_w e μ_u apresentam o logaritmo decimal desse valor, assim como o valor do custo. A área em destaque representa a região de instabilidade de cada processo avaliado.

4.5 ANÁLISE DO FUNCIONAL DE CUSTO E REGIÃO DE ESTABILIDADE

A Figura 46 apresenta o valor do conjunto de custos mínimos para diferentes sintonias de μ_u e μ_w para funcionais de custo, considerando $N = 2$, $w_{t_k=0} = 0,5$, $x_{1,t_k=0} = 0,8$ e $x_{2,t_k=0} = -1,0$. Assumiu-se todas as referências futuras na origem. As regiões em destaque apresentam regiões de estabilidade para diferentes condições de polos e zeros de malha aberta:

- Laranja $\mapsto z_{p,1} = 1,5, z_{p,2} = 1,5, z_{z,1} = -1$
- Verde $\mapsto z_{p,1} = 1, z_{p,2} = 1, z_{z,1} = -1$
- Vermelho $\mapsto z_{p,1} = 0,96, z_{p,2} = 0,95, z_{z,1} = -1$
- Roxo $\mapsto z_{p,1} = 0,96, z_{p,2} = 0,95, z_{z,1} = 0,4$
- Rosa $\mapsto z_{p,1} = 0,8, z_{p,2} = 0,9, z_{z,1} = -0,5$

Notar que, apesar dessas áreas serem de processos diferentes, houve alteração praticamente imperceptível no valor dos custos mínimos (curva em azul, para o caso de $z_{p,1} = z_{p,2} = 1,5$ e $z_{z,1} = -1,0$). Dessa forma, verifica-se que o mínimo dos possíveis funcionais de custo comporta-se de forma similar para diferentes processos lineares, variando predominantemente em função dos sinais envolvidos (x , w e r) e não dos parâmetros do processo. Além disso, nota-se que em uma área específica da curva de mínimos ocorre a região de instabilidade, para diferentes processos. Dessa forma, diferentemente do caso de processos de primeira ordem, em que não estava aparente a relação do mínimo dos funcionais de custo com o eventual instabilidade do processo em malha fechada, para processos de segunda ordem a relação é mais evidente. As análises a seguir são válidas para os polos de malha aberta limitados a 1,5 e o zero de malha aberta limitado a $-1,0$. Esses valores podem ser alcançados para praticamente qualquer processo linear contínuo discretizado, ao adotar-se um período de amostragem adequado. Não se considera nessa análise o caso de zeros de fase não-mínima.

Primeiramente, verifica-se que as regiões de instabilidade concentram-se em áreas nas quais o custo devido à ação de controle é bastante penalizado (considerando, obviamente, o fator de normalização) enquanto o custo referente ao erro acumulado é pouco penalizado (especialmente para o caso de processos com polos instáveis, região laranja, ou na borda do círculo unitário, região verde) ou penalizado de forma "intermediária" (especialmente no caso de processos com polos e zeros no interior do círculo unitário, regiões vermelha, roxa e rosa).

Assim, realmente há uma associação da área de instabilidade com o funcional custo escolhido, de modo que, o valor do custo a ser otimizado pode representar a "procura pela instabilidade".

Em segundo lugar, verifica-se que para polos de malha aberta instáveis as regiões com valores pequenos de μ_w , quando μ_u é elevado, implicam a instabilidade. Isso ocorre pois valores de μ_w pequenos aproximam os polos de malha fechada aos polos de partida. E, valores de μ_u elevados aproximam os polos de partida aos polo de malha aberta, que, nesse caso, são instáveis.

Além disso, verifica-se que para polos dentro ou na borda do círculo unitário, a maior área de instabilidade é causada por um processo do tipo duplo integrador (dois polos na origem) com um zero localizado em $-1,0$ (para esse caso, em especial, a posição do zero de malha aberta não reduz a região de instabilidade). Dessa forma, para processos que possuam todos os polos e zeros no interior ou na borda do círculo unitário, pode-se estabelecer uma metodologia de projeto para o controlador conservadora que garanta estabilidade, independentemente da sintonia. Nesse caso, basta definir a região de instabilidade para a condição do duplo integrador e, posteriormente, escolher valores de μ_u e μ_w fora dessa região. De fato, é possível utilizar qualquer outra superfície para obter essa conclusão. Contudo, ela é particularmente interessante em virtude do significado do funcional de custo.

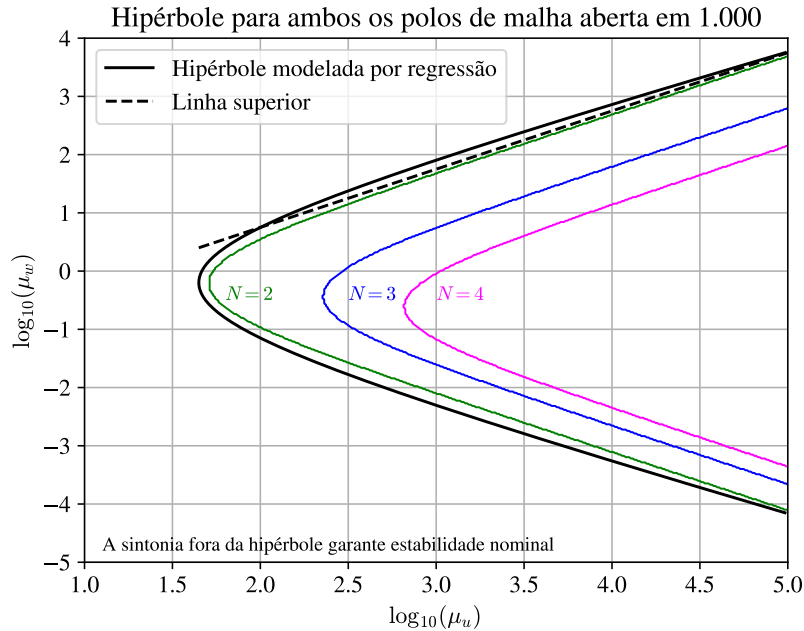
A região de μ_u e μ_w que leva a instabilidade de malha fechada o processo duplo integrador, em escala logarítmica, é similar a uma hipérbole. Dessa maneira, é possível obter a curva de uma hipérbole aproximada para identificar a fronteira da região de instabilidade desse processo. A Figura 47 apresenta o contorno da região de estabilidade e a hipérbole aproximada associada.

A equação da hipérbole aproximada, que delimita a região de instabilidade, é dada por:

$$\frac{(\log_{10}(\mu_u))^2}{1,65^2} - \frac{(\log_{10}(\mu_w) + 0,2)^2}{1,452^2} \geq 1. \quad (161)$$

Assumindo que todos os polos e zeros de malha aberta estejam na borda ou no interior do círculo unitário, é apenas suficiente que (161) seja falsa para que uma determinada sintonia de μ_u e μ_w seja estável. Isso porque, nesse caso, a sintonia está em uma região estável. É possível que partes no interior da hipérbole também sejam estáveis, dados os polos e zeros de malha aberta. Assim, é suficiente estar fora da hipérbole para a estabilidade nominal, porém, não é necessário. Em contrapartida, é apenas necessário que (161) seja verdadeira para a sintonia μ_u e μ_w ser instável, pois, é possível (e provável) que mesmo dentro da hipérbole a sintonia adotada seja estável em malha fechada. Assim, de uma forma aproximada, é possível verificar a priori que, caso o ponto de sintonia escolhido esteja no interior da hipérbole, há a possibilidade

Figura 47 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo duplo integrador



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. A hipérbole e a região mais externa representa o limite de estabilidade para $N = 2$. As hipérbolas mais internas, de fora para dentro, representam respectivamente, $N = 3$ e $N = 4$.

de haver instabilidade em malha fechada. Além disso, pela hipérbole, é garantido que haverá estabilidade para qualquer μ_w desde que $\mu_u \approx 10^{1,65} \approx 44,67$, visto que 1,65 é o menor valor da hipérbole. Verifica-se, também, para o caso do processo duplo integrador de malha aberta, que a região de instabilidade para $N > 2$ está contida em (161). Portanto, haverá estabilidade em malha fechada para qualquer processo de segunda ordem linear, invariante no tempo, sem atraso, estável em malha aberta, caso o funcional de custo seja normalizado por κ_u^2 e $\mu_u < 10^{1,65}$, independentemente de μ_w e N .

4.6 MÉTODOS DA HIPÉRBOLE

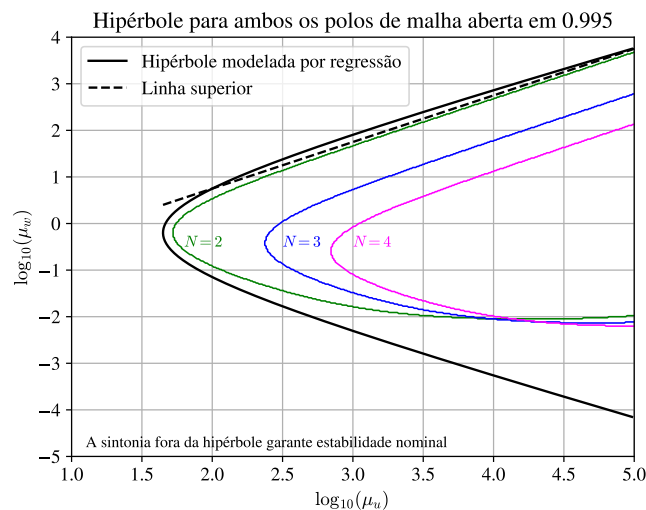
Nessa seção, expande-se o estudo da hipérbole visualizada na Figura 47 de modo a se desenvolver métodos de projeto para a sintonia dos parâmetros do controlador preditivo. São quatro métodos propostos: Uso direto; Valores seguros; Frequência de corte; e, Tangente superior. Esses métodos podem ser utilizados separadamente ou em conjunto, dependendo dos

polos do processo em malha aberta. Os métodos podem ser mais ou menos conservadores dependendo desses mesmos polos.

4.6.1 Método do uso direto de hipérboles como ábacos

Considerando que a hipérbole dada por (161) apresenta os limites para o pior caso, é possível estudar esse fenômeno para outras posições de polos de malha aberta (assumindo zero em -1). Assim, a Figura 48 apresenta o conjunto de hipérboles geradas para polos de malha aberta reais e iguais a 0,995. A Figura 49 apresenta o conjunto de hipérboles geradas para polos de malha aberta reais e iguais a 0,95.

Figura 48 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta em 0,995

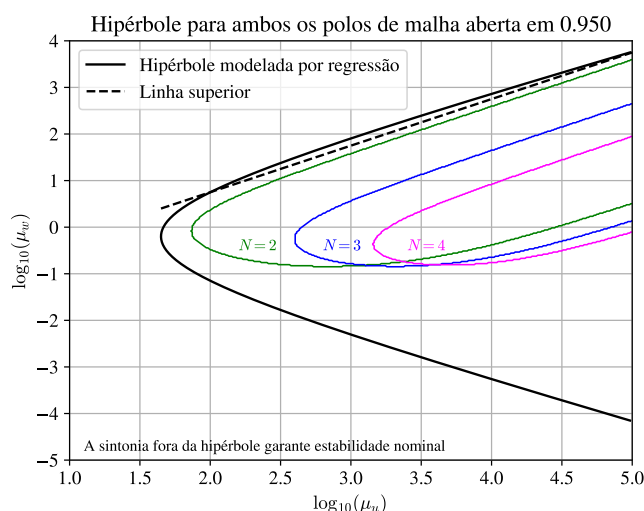


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. A hipérbole e a região mais externa representa o limite de estabilidade para $N = 2$. As hipérboles mais internas, de fora para dentro, representam para valores superiores de N .

Constata-se, pelas Figuras 48 e 49, que a medida que os polos de malha aberta reduzem seu valor, a região de instabilidade também reduz, de forma similar a uma hipérbole com degradação. Além disso, observa-se que nesses casos, em os polos estão no interior e não na borda do círculo unitário, existe um valor extremo de μ_w que pode causar instabilidade. Para o caso observado na Figura 47, que foi originada de polos de malha aberta na borda do círculo unitário, existia apenas valor extremo seguro para μ_u .

Os casos analisados nas Figuras 47, 48 e 49 são todos casos em que os polos são reais e iguais. Investigou-se também os casos em que existam polos complexos conjugados e polos reais diferentes entre si. A Figura 50 apresenta o estudo para polos reais diferentes, tomando

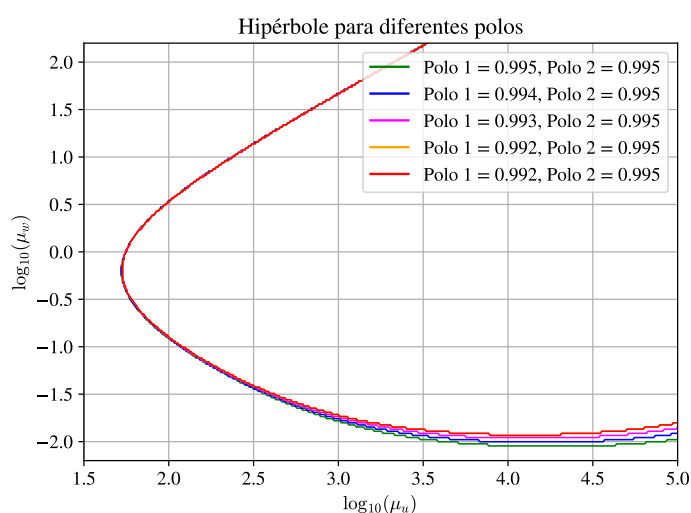
Figura 49 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta em 0,95



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. A hipérbole e a região mais externa representa o limite de estabilidade para $N = 2$. As hipérboles mais internas, de fora para dentro, representam para valores superiores de N .

como base o caso de polos reais e iguais a 0,995. A Figura 51 apresenta o estudo para polos complexos conjugados, também tomando como base o caso de polos reais e iguais a 0,995.

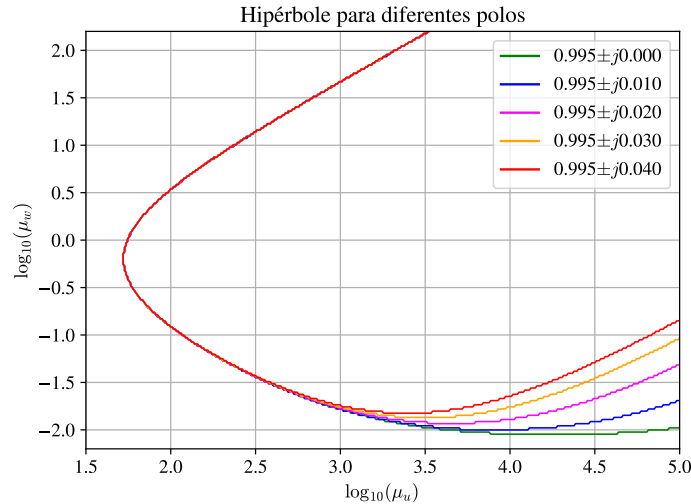
Figura 50 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta com um polo real 0,995 e outro polo real menor ou igual a 0,995



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Todas as hipérboles são geradas para o caso $N = 2$. A hipérbole mais extrema é para o caso de dois polos em 0,995. A hipérbole mais interna é para o caso de um polo em 0,995 e outro em 0,991.

Nota-se, pela análise da Figura 50, que caso um dos polos seja menor que o outro, a região de instabilidade é interior a região de instabilidade criada pelo caso dos polos em que o maior ocorre em duplicidade. Porém, o limite extremo de μ_u permanece praticamente igual, mesmo

Figura 51 – Região de estabilidade de malha fechada em função de μ_w e μ_u para processo com polos de malha aberta com um polo complexo com parte real em 0,995 e diferentes partes imaginárias



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Todas as hipérboles são geradas para o caso $N = 2$. A hipérbole mais extrema é para o caso de dois polos com parte real em 0,995 e parte imaginária nula. A hipérbole mais interna é para o caso de polos complexos conjugados com parte real em 0,995 e parte imaginária em 0,040.

com o aumento da variação entre os polos reais. Existe, ao menos, um pequeno aumento no valor extremo de μ_w para esse caso, melhorando a margem de sintonia desse parâmetro. Contudo, dado que esse é pouco significativo, ainda se justificaria o uso da hipérbole mais conservadora para o caso de polos reais e iguais, para eventual método de projeto baseado nessas informações.

Pela análise da Figura 51, que a medida que a parte imaginária do polo complexo conjugado aumenta, a região de instabilidade diminui. Entretanto, da mesma forma que no caso da variação real, o limite extremo de μ_u permanece praticamente igual. No caso de μ_w , existe uma variação significativa, mesmo que o ponto extremo não varie tanto. Nesse caso, é interessante verificar a variação do máximo μ_w que deixa o sistema em malha fechada estável, independentemente da sintonia de μ_u escolhida.

Destaca-se que é possível utilizar diretamente as hipérboles desenvolvidas como ábacos para a sintonia de controladores preditivos. Porém, esse método tende a ser muito conservador considerando apenas os ábacos fornecidos nas Figuras 47, 48, 49 50 e 51, caso os polos de malha aberta sejam diferentes daqueles utilizados para traçar esses ábacos. Porém, caso os polos sejam próximos, o resultado será bastante preciso.

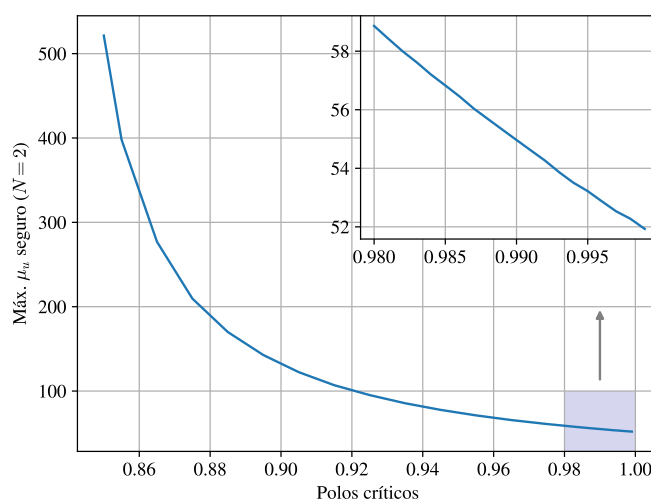
Porém, dado que existem variações nos valores extremos de segurança, investigou-se mais profundamente o comportamento desses valores. Esse estudo resultou em um método alternativo de projeto proposto na próxima Subseção.

4.6.2 Método dos valores seguros

A partir das Figuras 48, 49 50 e 51 verificou-se que valores extremos de μ_w e μ_u se alteram em função dos polos de malha aberta do processo a ser controlado. Dessa maneira, desenvolveu-se um método que também baseia-se no uso de ábacos para mapear valores seguros de sintonia. Assim, determina-se quais são os valores extremos (máximos) de estabilidade garantida para um dos dois parâmetros (μ_w ou μ_u) independentemente do valor escolhido para o outro.

A Figura 52 apresenta o máximo valor de μ_u que garante estabilidade nominal em malha fechada, para processos conforme limitações já apresentadas, independentemente do valor de μ_w para diferentes condições de polos críticos.

Figura 52 – Ábaco para máximo μ_u seguro para $N = 2$



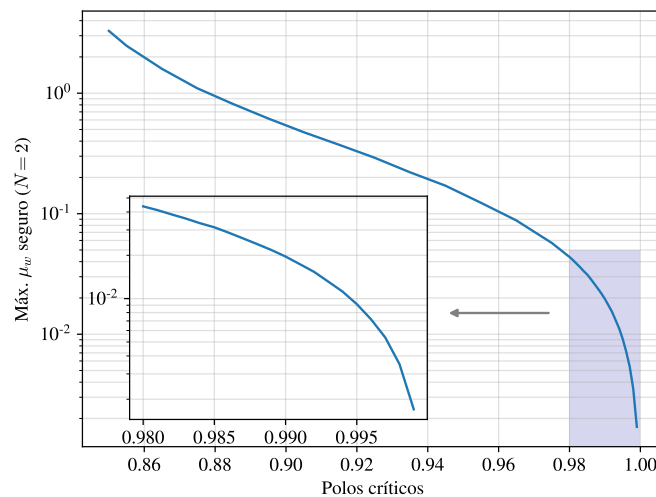
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Nesse ábaco, encontra-se o máximo valor de μ_u que garante estabilidade nominal em malha fechada independentemente do μ_w escolhido, em função de diferentes pares de polos críticos de malha aberta.

Nota-se, na Figura 52, que o comportamento do valor máximo seguro de μ_u é similar a uma hipérbole deslocada com duas assíntotas. A assíntota das ordenadas está no valor de $\mu_u \approx 10^{1,65}$, como esperado, pois esse é o valor extremo de segurança para os polos críticos localizados em 1,0. Obviamente, esse valor será reduzido se um dos polos (ou os dois) de

malha aberta for instável. Em relação às abcissas, há um valor de polo mínimo para qual o processo será estável em malha fechada, independentemente da escolha de μ_u . Esse polo é de aproximadamente 0,8348. Assim, para valores de polos tendendo a 0,8348, o μ_u máximo de segurança eleva-se rapidamente. Para valores de polos próximos próximos de 1,0, há pouca variação no valor do máximo μ_u seguro, ficando próximo a $10^{1,65}$.

A Figura 53 apresenta o máximo valor de μ_w que garante estabilidade nominal em malha fechada, para processos conforme limitações já apresentadas, independentemente do valor de μ_u para diferentes condições de polos críticos.

Figura 53 – Ábaco para máximo μ_w seguro para $N = 2$



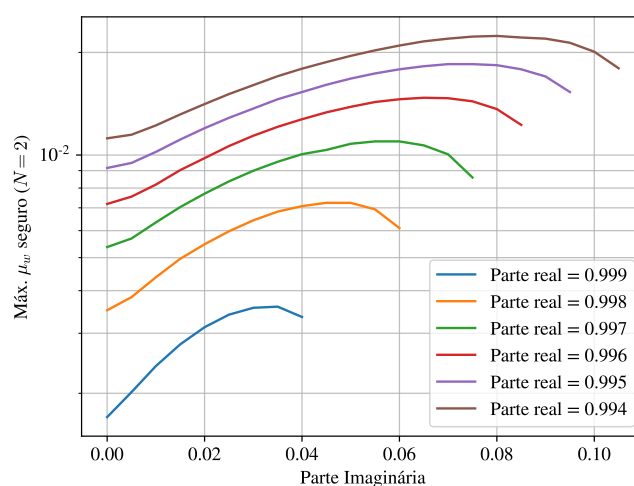
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Nesse ábaco, encontra-se o máximo valor de μ_w que garante estabilidade nominal em malha fechada independentemente do μ_u escolhido, em função de diferentes pares de polos críticos de malha aberta.

Observando a Figura 53 percebe-se que há uma descontinuidade de valor seguro para μ_w em 1,0, como esperado a partir da análise da Figura 47. Na hipérbole traçada a partir dos polos críticos em 1,0, não havia a degeneração observada nas Figuras 48 e 49. Desse modo, esperava-se esse efeito de redução exponencial do máximo valor seguro de μ_w independentemente da sintonia de μ_u ao aproximar-se de polos críticos em 1,0. Destaca-se que, da mesma forma que no caso anterior, existe uma aqui uma (segunda) assíntota de abcissa na posição aproximada de polos críticos em 0,8348, indicando que para valores de polos críticos menores, o processo em malha fechada é estável, independentemente da sintonia de μ_w . Nota-se que o valor de $\mu_w = 0,1$ torna-se seguro para polos críticos menores que 0,98. O valor de $\mu_w = 0,01$ torna-se seguro para polos críticos menores que aproximadamente 0,995.

Destaca-se também que é possível utilizar μ_w com valores superiores ao máximo estabelecido na Figura 53, porém, a estabilidade dependerá da sintonia de μ_u .

Conforme discutido na Subseção 4.6.1, após observar-se a Figura 51, a variação da parte imaginária dos polos de mesma parte real influencia significativamente no valor máximo seguro de μ_w . Dessa maneira, a Figura 54 apresenta o valor máximo seguro de μ_w para diferentes partes reais e imaginárias dos polos complexos conjugados de malha aberta.

Figura 54 – Ábaco para máximo μ_w seguro para $N = 2$ em função de polos complexos conjugados



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Nesse ábaco, encontra-se o máximo valor de μ_w que garante estabilidade nominal em malha fechada independentemente do μ_u escolhido, em função de diferentes pares de polos complexos conjugados de malha aberta.

Nota-se, pela Figura 54, que existe um aumento do valor máximo seguro de μ_w com a existência de uma parte imaginária não nula em relação ao caso de polo crítico. Porém, verifica-se que esse aumento possui um ponto de máximo e depois há uma certa redução no valor máximo seguro conforme aumenta a parte imaginária. Destaca-se, também, que as curvas da Figura 54 encerram abruptamente pois a partir dos valores de término os polos de malha aberta tornam-se instáveis. Dessa forma, não há mais μ_w seguro para tais valores de polos de malha aberta.

Por fim, recorda-se que esses valores máximos seguros são obtidos para valores relativamente altos de μ_u (entre 10^3 e 10^4) e que para valores maiores de μ_u do que os valores de μ_w seguro pode aumentar consideravelmente, apesar de ainda haver a dependência de μ_u . Isso pode ser concluído a partir da análise das Figuras 48, 49, 50 e 51.

Desse modo, seguem os procedimentos de sintonia considerando o método dos valores seguros:

- Primeiramente, realizar a normalização do processo utilizando o Teorema 1.
- Na sequência, obter os polos de malha aberta do processo estável a ser controlado.
- Caso os polos sejam reais, utilizar a Figura 53 para determinar o máximo μ_w seguro para a sintonia. Utilize o maior polo para a determinação de μ_w .
- Caso os polos sejam complexos conjugados, utilizar a Figura 54 para determinar o máximo μ_w seguro para a sintonia.
- Na sequência, ajuste μ_u para obter a resposta dinâmica desejada para o processo.
- Alternativamente, pode-se estabelecer um valor de μ_u seguro, utilizando-se a Figura 52. Consequentemente, utiliza-se μ_w para realizar a sintonia da resposta dinâmica.

Cabe ressaltar que esse método tende a ser conservador, embora seja consideravelmente mais agressivo do que o uso direto da Figura 47 diretamente como ábaco genérico para quaisquer polos dentro do círculo unitário. Além disso, esse método apenas busca garantir a estabilidade nominal em malha fechada, sem contudo, prover procedimentos para a previsão do comportamento dinâmico do processo em malha fechada. Dessa maneira, julga-se interessante desenvolver um método que considere as características dinâmicas de malha fechada.

4.6.3 Método da frequência de corte

O método apresentado na Subseção 4.6.2, como destacado, é capaz de indicar a sintonia de um determinado parâmetro (μ_u ou μ_w) para que se garanta a estabilidade nominal em malha fechada independentemente do outro parâmetro. Porém, conforme indicado ao final dessa mesma Subseção 4.6.2, esse método não estabelece nenhuma forma de previsão do comportamento dinâmico em malha fechada.

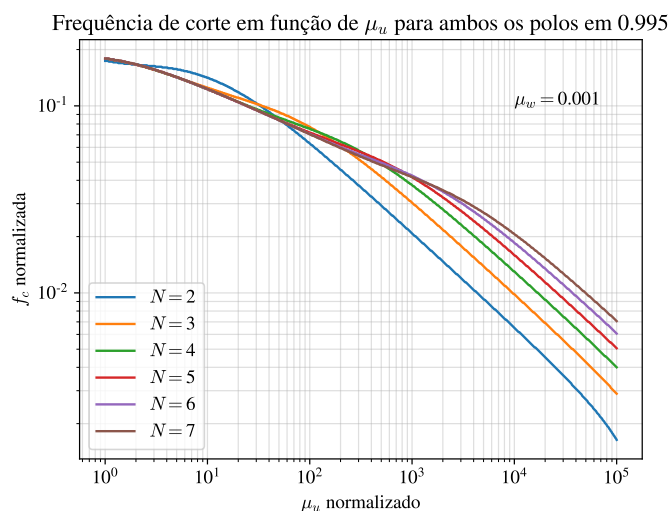
Dessa forma, na presente subseção, investiga-se a relação do parâmetro μ_u com a frequência de corte² f_c do processo em malha fechada, dados os demais parâmetros, para desenvolver-se um método que possibilite prever algum tipo de característica dinâmica de malha fechada.

Em todos os casos analisados, utilizou-se a frequência normalizada. Destaca-se que o valor absoluto da frequência é proporcional à frequência de amostragem utilizada. Em outras palavras, nesse caso, a frequência de amostragem seja 10 kHz, considerar que $10^0 \equiv 10$ kHz. Logo, a frequência de 1 kHz representaria uma frequência normalizada de 10^{-1} nesse mesmo caso, e assim por diante.

²Assume-se como frequência de corte de malha fechada o valor de frequência, em Hz, que provoca queda de -3,0 dB na amplitude da resposta do sistema, dada a excitação da referência.

A Figura 55 apresenta a variação da frequência de corte em função de μ_u , para diferentes valores de N , assumindo $\mu_w = 0,001$ e polos críticos de malha aberta posicionados em 0,995.

Figura 55 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e polos críticos em 0,995



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Verifica-se, na Figura 55, que a frequência reduz-se com o aumento de ρ , da mesma forma que no caso de processos de primeira ordem. Isso é esperado, pois o ρ penaliza a ação de controle. Dessa forma, seu aumento tende a reduzir o valor energético fornecido ao processo a cada período de amostragem. Como consequência, sua banda de atuação reduz-se. Verifica-se também que o aumento de N , para o mesmo ρ , aumenta a frequência de corte, porém, esse aumento não é constante. O aumento entre valores de N tende a ser menor a medida que N aumenta. Isso também é esperado ao se considerar que a trajetória dos polos, com o aumento de N tende a aproximar-se. Destaca-se ainda que. Essa regra, porém, admite uma exceção para o caso de $N = 2$ valores baixos de μ_u . Nesse caso, a frequência é maior dos que as demais. Isso também ocorre em menor medida para o caso de $N = 3$.

Além disso, verifica-se claramente duas fases no comportamento da frequência de corte em função de μ_u . De forma geral, na primeira fase, o comportamento da frequência de corte em função de μ_u é similar independentemente do valor de N adotado. Verifica-se que existe uma queda aproximadamente linear na escala dupla logarítmica de aproximadamente -6,7 dB/dec de frequência de corte por década de μ_u (queda aproximada de 53% no valor de frequência de corte a cada década de μ_u). A duração da primeira fase aumenta a medida que N aumenta. Na segunda fase, também verifica-se uma queda linear na escala dupla logarítmica. Porém, mais

abrupta, da ordem de aproximadamente -9,3 dB/dec (queda aproximada de 66% do valor de frequência a cada década). De uma forma um pouco mais precisa, é possível fazer uma regressão para obter os coeficientes dessas retas na escala logarítmica.

Para o caso de $N = 2$ a reta é dada por $\log(f_c) \approx 3,7345 - 0,4763 \log(\mu_u)$.

Para o caso de $N = 3$, a reta é dada por $\log(f_c) \approx 3,9206 - 0,4785 \log(\mu_u)$.

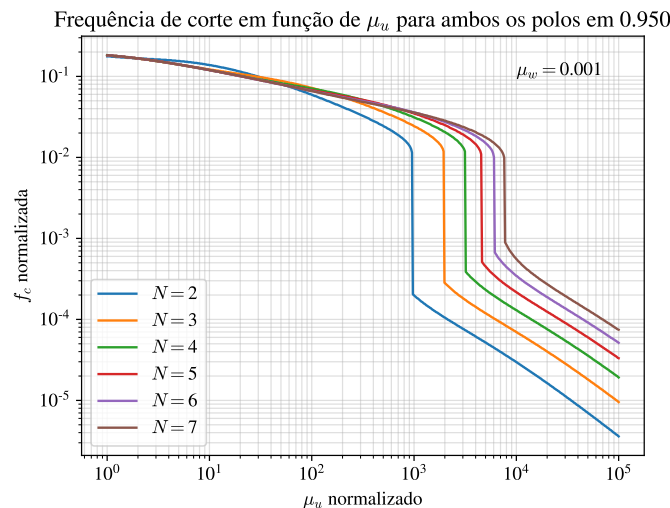
Para o caso de $N = 4$, a reta é dada por $\log(f_c) \approx 3,9812 - 0,4642 \log(\mu_u)$.

Para o caso de $N = 5$, a reta é dada por $\log(f_c) \approx 4,0817 - 0,4650 \log(\mu_u)$.

Constata-se que existe um aumento no coeficiente linear com o aumento de N . Porém, esse aumento não é constante e fica menor para N maiores. Além disso, a queda é aproximadamente a mesma em todos os casos. Assim, para elevados valores de μ_u , verifica-se que seu aumento tem o mesmo efeito de queda de frequência de corte para os diferentes valores de N . Contudo, o valor absoluto dessa frequência aumenta com N para o mesmo μ_u .

A Figura 56 apresenta a variação da frequência de corte em função de μ_u , para diferentes valores de N , assumindo $\mu_w = 0,01$ e polos críticos de malha aberta posicionados em 0,950, ou seja, existe uma variação significativa na posição dos polos críticos.

Figura 56 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e polos críticos em 0,950



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Observa-se, ao analisar-se a Figura 56, um perfil de variação de frequência diferente do observado na Figura 55. Porém, algumas observações permanecem válidas: existem dois perfis de queda; de modo geral, o aumento de N provoca um aumento do valor absoluto da frequência, porém o aumento de μ_u provoca uma queda similar; o aumento de N aumenta o

período na primeira fase; o aumento do valor absoluto com o aumento de N diminui a medida que N aumenta.

Aparentemente, a redução da posição do polo fez com que a primeira fase de queda aumentasse. Além disso, a queda nessa fase apresenta maior diferença para diferentes valores de N .

Em relação à segunda fase, verifica-se uma queda similar para todos os valores de N , apenas com a diferença de valor absoluto. Nesse caso, a queda é maior do que a observada no caso anterior, sendo de aproximadamente -18,5 dB/dec ou queda de 88% de amplitude por década. O autor não conseguiu encontrar uma justificativa satisfatória para a existência dessa descontinuidade. O que presume-se é que nessa faixa de μ_u , os polos de malha fechada encontram-se tão próximos dos polos originais e o zero do controlador está tão próximo do integrador, que o processo em malha fechada não possui muitas condições para rastrear a referência em larga banda.

Destaca-se que esse fenômeno de duas fases ocorre também no caso estudado na Figura 55. Entretanto, tal fenômeno verifica-se em uma faixa de valores de μ_u muito superiores (entre 10^6 e 10^8 dependendo do valor de N). Essa observação também é válida para as investigações posteriores. Porém, admite-se a hipótese de que a faixa de $\mu_u \in [10^0; 10^5]$ seja suficientemente larga para a maioria das aplicações.

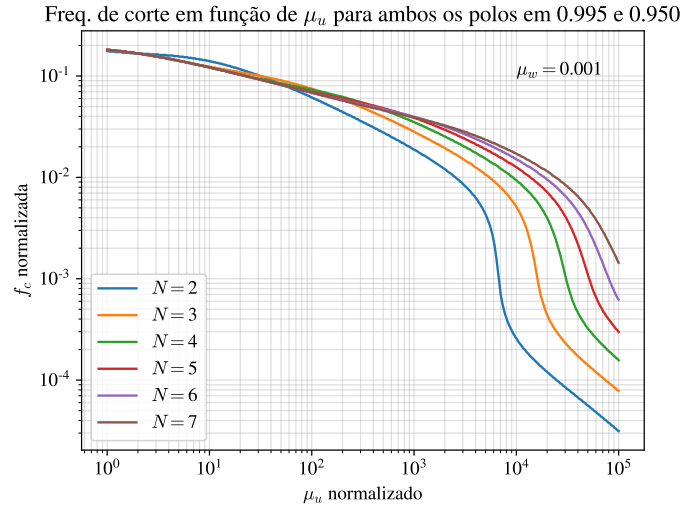
Investigou-se também para o caso em que um dos polos é 0,995 e o outro é 0,95. Tal resultado é apresentado na Figura 57.

No caso da Figura 57 observa-se a predominância do comportamento observado na Figura 55. Isso justifica-se visto que o polo 0,995 é dominante. Porém, nesse caso, há uma queda maior na segunda fase por influência do comportamento observado na Figura 56. Assim, verifica-se que o comportamento para o caso de polos reais diferentes é mais próximo do comportamento de polo crítico do polo mais dominante.

Além da influência de N , julgou-se interessante verificar a influência de μ_w . Assim, a Figura 58 apresenta o comportamento de f_c em função de μ_u para diferentes μ_w , $N = 2$ e polos críticos posicionados em 0,995.

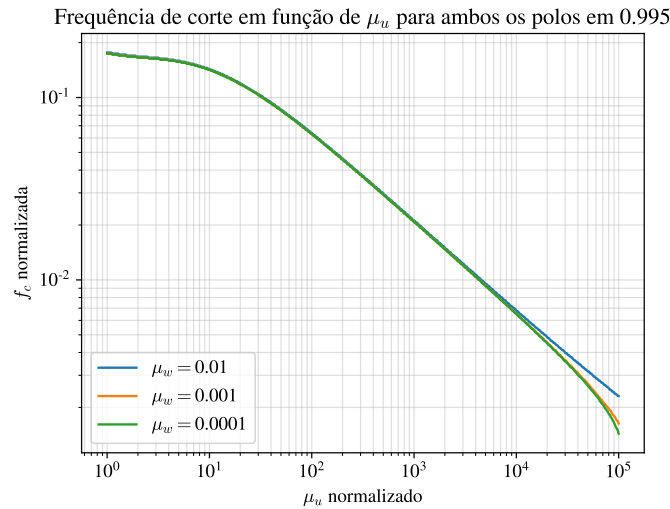
Ao analisar-se a Figura 58, verifica-se que nesse caso há pouca influência de μ_w no comportamento da frequência de corte, para $N = 2$. Assim, para os valores testados, para essa posição de polos, pode-se dizer que o parâmetro μ_w não influencia na frequência de corte, de modo que essa característica de malha fechada pode ser determinada de forma independente

Figura 57 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de N , $\mu_w = 0,001$ e um polo em 0,950 e outro em 0,995



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 58 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de μ_w , $N = 2$ e polos críticos em 0,995



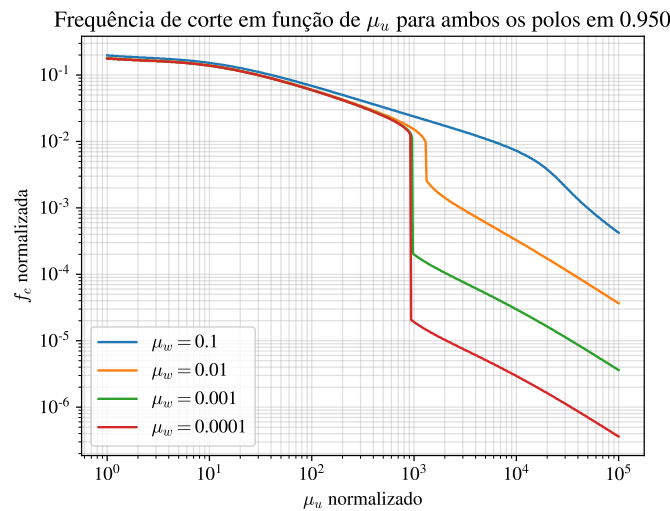
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

apenas com a escolha de μ_u . Consequentemente, poder-se-ia escolher primeiramente o valor de μ_w que garante a estabilidade nominal independentemente de μ_u e, posteriormente, sintonizar μ_u para a escolha da frequência de corte desejada. Caso o valor do amortecimento não seja satisfatório, pode-se escolher outro valor de μ_w dentro do intervalo de segurança, por exemplo. Destaca-se que na Figura 58 existe uma pequena faixa de μ_u que leva a instabilidade para $\mu_w = 0,01$, pois o valor máximo seguro para esse caso é $\mu_w \approx 0,008$. Porém, de toda a forma,

o parâmetro matemático equivalente à frequência de corte mantém seu comportamento nessa região, apesar da inversão de fase.

A Figura 59 apresenta o comportamento de f_c em função de μ_u para diferentes μ_w , $N = 2$ e polos críticos posicionados em 0,95.

Figura 59 – Ábaco relação da frequência de corte e μ_u , para diferentes valores de μ_w , $N = 2$ e polos críticos em 0,95



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

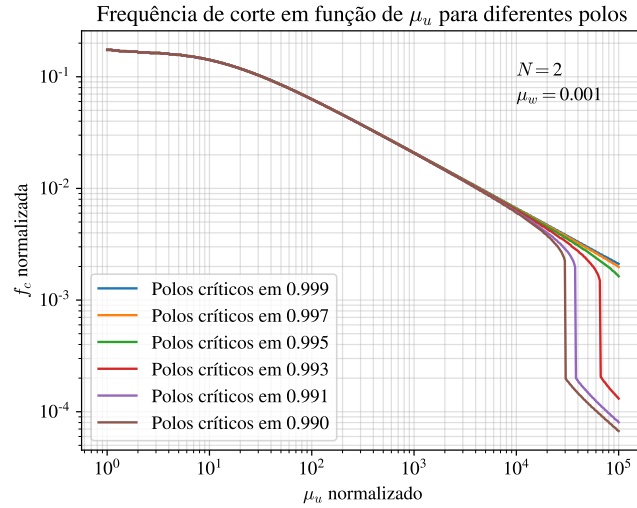
Na Figura 59, verifica-se uma clara descontinuidade. Até antes da descontinuidade, o comportamento de f_c em função de μ_u é praticamente igual para todos os casos de μ_w estudados. Dessa forma, nessa região, o valor de μ_w não exerce influência sobre a f_c . Porém, a partir do ponto de descontinuidade, há uma drástica redução no valor absoluto de f_c , sendo que maior é a redução quanto menor for o valor de μ_w . Destaca-se que, mesmo com a diferença de valores absolutos, o perfil de queda é bastante similar, sendo basicamente função exclusiva de μ_u .

Por fim, investigou-se o efeito da variação da posição dos polos de malha aberta sobre a relação entre a frequência de corte f_c e a penalização da ação de controle μ_u . Dessa maneira, a Figura 60 apresenta a relação entre f_c e μ_u considerando $\mu_w = 0,001$ e $N = 2$ para polos críticos variando entre 0,999 e 0,991.

Verifica-se que, para a faixa de polos de malha aberta analisados na Figura 60, existe pouca influência da posição dos polos sobre a relação entre f_c e μ_u . Desse modo, a curva obtida para 0,995 poderia servir como ábaco para todo esse conjunto de polos em outras condições.

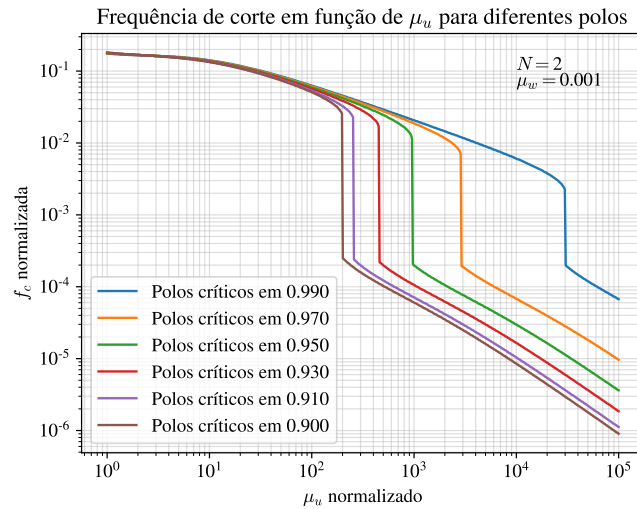
A Figura 61 apresenta a relação entre f_c e μ_u considerando $\mu_w = 0,001$ e $N = 2$ para polos críticos variando entre 0,99 e 0,92.

Figura 60 – Ábaco relação da frequência de corte f_c e μ_u , para diferentes polos entre críticos 0,999 e 0,991 para $\mu_w = 0,001$, $N = 2$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 61 – Ábaco relação da frequência de corte f_c e μ_u , para diferentes polos entre críticos 0,99 e 0,92 para $\mu_w = 0,001$, $N = 2$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Verifica-se que, para a faixa de polos de malha aberta analisados na Figura 61, há uma influência significativa da posição dos polos sobre a relação entre f_c e μ_u . Verifica-se que, assim para o caso da variação de μ_w , existe uma descontinuidade que separa duas fases distintas. Na primeira fase, a posição dos polos possui pouca influência sobre a relação entre f_c e μ_u . Na segunda fase, há uma mudança no valor absoluto, porém, a tendência de queda permanece similar. Destaca-se que, diferentemente do caso de μ_w observado na Figura 59, o ponto de descontinuidade é alterado em função da posição dos polos. Desse modo, quanto menor é o

polo dominante, antes ocorre o ponto de descontinuidade, em que o polo exerce influência sobre o valor absoluto da frequência de corte de malha fechada.

Com as informações obtidas sobre a relação entre a f_c e μ_u , é possível desenvolver um método de projeto baseado na escolha de um determinado f_c de malha fechada assumindo um dado μ_u de malha aberta. Esse método é particularmente recomendado para processos com polos de malha aberta situados em posições superiores a 0,99, em que a influência de μ_w e da própria posição dos polos sobre a relação $f_c \times \mu_u$ é desprezível para $\mu_u \in [10^1; 10^5]$.

Assim, os procedimentos de sintonia sugeridos são:

1. Selecionar um valor de μ_w que evite a instabilidade independentemente da sintonia de μ_u , para os polos de malha aberta do processo estudado;
2. Escolher o ábaco da relação $f_c \times \mu_u$ mais apropriado para o processo em malha aberta a ser controlado (possivelmente, a Figura 55);
3. A partir da frequência de corte de malha fechada desejada, escolher o valor de μ_u que resulta nessa frequência (cuidar que os valores são proporcionais à frequência de amostragem escolhida);
4. Verificar, por simulação, o comportamento dinâmico de malha fechada. Caso seja necessário, pode-se reduzir (ou aumentar) μ_w para reduzir efeitos de amortecimento indesejados.

4.6.4 Método da tangente superior

Caso nenhuma das possibilidades anteriores aplique-se para obter a sintonia de μ_u e μ_w , é possível utilizar a assíntota superior da hipérbole do pior caso. De fato, ao verificar-se a Figura 46, constata-se que várias regiões de instabilidade estão próximas à assíntota superior de (161). Dessa maneira, é prudente não escolher adotar uma sintonia próxima a assíntota superior, dada por:

$$\log_{10}(\mu_w) = \frac{1,452}{1,65}(\log_{10}(\mu_u) - 4) + 3,2 = 0,88 \log_{10}(\mu_u) - 0,32, \text{ com } \log_{10}(\mu_u) > 1,65. \quad (162)$$

Nota-se, porém, que a reta associada a assíntota de uma hipérbole só converge para valores muito elevados de sua abscissa. Dessa maneira, uma reta que tangencia melhor a borda superior da hipérbole e aproxima melhor a região instabilidade, é dada por:

$$\log_{10}(\mu_w) = 0,95 \log_{10}(\mu_u) - 0,8, \text{ com } \log_{10}(\mu_u) > 1,65. \quad (163)$$

Assim, é razoável não escolher μ_w até pelo menos duas décadas abaixo de (163), para determinado μ_u , assumindo $N = 2$. Porém, destaca-se que diversos processos sequer possuem região instável para quaisquer μ_w e μ_u , para $N = 2$. Além disso, o aumento de N pode reduzir a região de instabilidade de um determinado processo e, eventualmente, eliminá-la.

Outra informação obtida da reta aproximada é que valores de $\mu_w \lesssim 5,85$ não estão em um trajeto instável em nenhuma situação, de modo que, para valores inferiores a três décadas, ou seja, $\mu_w \lesssim 0,05$, é provável que não seja um polo instável para qualquer processo. Porém, isso é uma aproximação, visto que pela equação da hipérbole não é possível concluir nada referente a μ_w .

Para processos estáveis em malha aberta (com zero de fase mínima), aconselha-se utilizar $\mu_u < 10^{1,09}$ (valor limite verificado pelo processo com dois polos em 1,5), em qualquer sintonia adotada. Nesses casos, esse valor produz dinâmica ainda suficientemente lenta, dado que em malha aberta o processo é instável.

4.7 LIMITE APROXIMADO DE ESTABILIDADE VIA POLOS DE PARTIDA

Uma forma alternativa de encontrar uma estratégia de sintonia de μ_u , sem o uso das hipérboles e com garantia de estabilidade para qualquer μ_w , um pouco menos conservadora que a avaliação da hipérbole definida por (161) é obtida através da análise dos polos de partida de malha fechada. A saída de polos do círculo unitário, em algum trecho do caminho dos polos, em função de μ_w para algum dado μ_u e $N = 2$, depende, exclusivamente da posição dos polos de partida, para processos estáveis em malha aberta.

Para obter os polos de partida, basta zerar o valor de μ_w no funcional de custo e calcular os polos de malha fechada associados. De fato, os polos de partida da formulação proposta são exatamente os polos de malha fechada da formulação que considera apenas a penalização da ação de controle e do erro futuro no funcional de custo. Por isso, também, é possível provar que os polos de partida são sempre estáveis para o processo estável em malha aberta, independentemente de μ_u (GARCÍA; PRETT; MORARI, 1989; MEADOWS JR, 1994). Dessa maneira, também, destaca-se que o terceiro polo de partida é invariavelmente o polo do integrador, que sempre parte de sua posição em malha aberta (prova-se facilmente isso verificando-se que a equação de malha fechada da formulação proposta, com μ_w nulo, sempre possui um polo e um zero em 1,0). Assim, definem-se polos de partida como os demais polos de malha fechada, diferentes do integrador. Além disso, constata-se que a formulação proposta para o funcional de custo é

mais genérica que a formulação de base, que penaliza apenas o erro futuro e ação de controle. De fato, é como se houvesse um caminho de polos provocado por μ_u , originado na formulação de base, e um segundo caminho, para ajuste, provocado por μ_w .

Analiticamente, os polos de partida podem ser obtidos com:

$$z_{pp,1} = \frac{\Upsilon_{pp,1} + \sqrt{\Upsilon_{pp,2}}}{\Upsilon_{pp,3}} \quad (164)$$

e

$$z_{pp,2} = \frac{\Upsilon_{pp,1} - \sqrt{\Upsilon_{pp,2}}}{\Upsilon_{pp,3}} \quad (165)$$

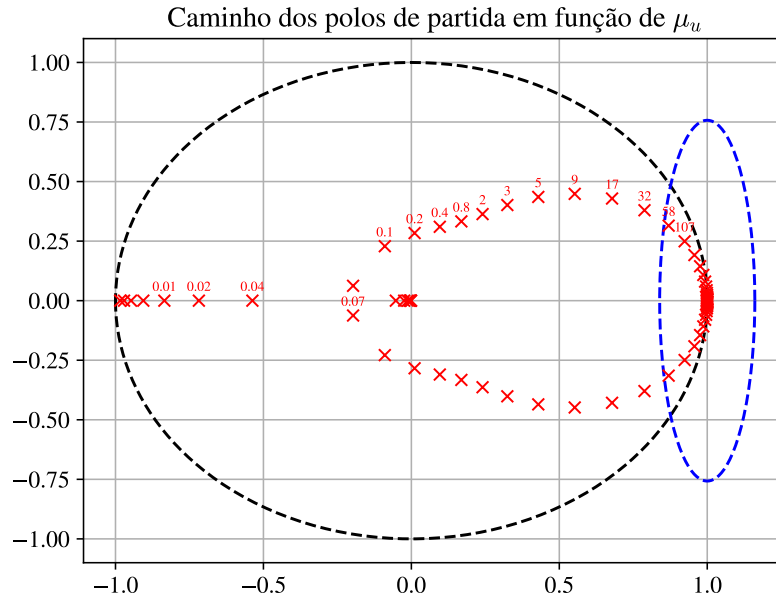
com

$$\Upsilon_{pp,1} = \mu_u z_{p,1}^2 z_{p,2} + \mu_u z_{p,1} z_{p,2}^2 - \mu_u z_{p,1} z_{p,2} z_{z,1} + \mu_u^2 z_{p,1} + \mu_u z_{p,1} + \mu_u^2 z_{p,2} + \mu_u z_{p,2} + \mu_u z_{z,1} + z_{z,1},$$

$$\Upsilon_{pp,3} = 2(\mu_u z_{p,1}^2 + 2\mu_u z_{p,1} z_{p,2} - 2\mu_u z_{p,1} z_{z,1} + \mu_u z_{p,2}^2 - 2\mu_u z_{p,2} z_{z,1} + \mu_u^2 + \mu_u z_{z,1}^2 + 2\mu_u + 1),$$

$$\begin{aligned} \Upsilon_{pp,2} = & \mu_u^2 z_{p,1}^4 z_{p,2}^2 + 2\mu_u^2 z_{p,1}^3 z_{p,2}^3 - 2\mu_u^2 z_{p,1}^3 z_{p,2}^2 z_{z,1} - 2\mu_u^3 z_{p,1}^3 z_{p,2} - 2\mu_u^2 z_{p,1}^3 z_{p,2} \\ & + \mu_u^2 z_{p,1}^2 z_{p,2}^4 - 2\mu_u^2 z_{p,1}^2 z_{p,2}^3 z_{z,1} - 4\mu_u^3 z_{p,1}^2 z_{p,2}^2 + \mu_u^2 z_{p,1}^2 z_{p,2}^2 z_{z,1} - \\ & 4\mu_u^2 z_{p,1}^2 z_{p,2}^2 + 6\mu_u^3 z_{p,1}^2 z_{p,2} z_{z,1} + 8\mu_u^2 z_{p,1}^2 z_{p,2} z_{z,1} + 2\mu_u z_{p,1}^2 z_{p,2} z_{z,1} + \mu_u^4 z_{p,1}^2 + \\ & 2\mu_u^3 z_{p,1}^2 + \mu_u^2 z_{p,1}^2 - 2\mu_u^3 z_{p,1} z_{p,2}^3 - 2\mu_u^2 z_{p,1} z_{p,2}^3 + 6\mu_u^3 z_{p,1} z_{p,2}^2 z_{z,1} + \\ & 8\mu_u^2 z_{p,1} z_{p,2}^2 z_{z,1} + 2\mu_u z_{p,1} z_{p,2}^2 z_{z,1} - 2\mu_u^4 z_{p,1} z_{p,2} - 4\mu_u^3 z_{p,1} z_{p,2} z_{z,1} - 8\mu_u^3 z_{p,1} z_{p,2} - \\ & 6\mu_u^2 z_{p,1} z_{p,2} z_{z,1}^2 - 10\mu_u^2 z_{p,1} z_{p,2} - 2\mu_u z_{p,1} z_{p,2} z_{z,1}^2 - 4\mu_u z_{p,1} z_{p,2} + 2\mu_u^3 z_{p,1} z_{z,1} + \\ & 4\mu_u^2 z_{p,1} z_{z,1} + 2\mu_u z_{p,1} z_{z,1} + \mu_u^4 z_{p,2}^2 + 2\mu_u^3 z_{p,2}^2 + \mu_u^2 z_{p,2}^2 + 2\mu_u^3 z_{p,2} z_{z,1} + \\ & 4\mu_u^2 z_{p,2} z_{z,1} + 2\mu_u z_{p,2} z_{z,1} + \mu_u^2 z_{z,1}^2 + 2\mu_u z_{z,1}^2 + z_{z,1}^2). \end{aligned}$$

É também possível obter os polos de partida $z_{pp,1}$ e $z_{pp,2}$ numericamente, calculando-se os ganhos de malha fechada para uma determinada sintonia de μ_u , com $\mu_w = 0$. Dessa forma, devem ser obtidos numericamente os autovalores da matriz A_{mf} que serão os polos de partida. O uso das equações (164) e (165) é um procedimento computacionalmente mais rápido, especialmente para aplicação em um sistema embarcado. Assume-se, obviamente, que os polos e zeros do processo em malha aberta são conhecidos. A Figura 62 apresenta o caminho dos

Figura 62 – Caminho dos polos de partida em função de μ_u 

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O caminho dos polos de partida foi obtido para processo duplo integrador, com zero de malha aberta em -1, para $N = 2$. Pelo modelo da elipse de instabilidade, os polos de partida no interior da elipse centrada em 1,0, em destaque na figura, levam o caminho dos polos de malha fechada a algum trecho instável.

polos de partida para o processo duplo integrador, com zero de malha aberta em -1. Verifica-se que todos os polos são estáveis e que caminham da posição do zero de malha aberta para a posição dos polos de malha aberta. Esse caminho dos polos de partida apresentado na Figura 62 pode ser considerado o caminho dos polos do controlador preditivo sem a penalização do erro acumulado no funcional de custo.

Dessa maneira, ao mapear-se polos de partida complexos conjugados para diferentes processos, considerando valores de μ_u limítrofes que mantém a trajetória estável independentemente de μ_w , verifica-se que esses polos de partida compõem aproximadamente uma elipse, centrada no integrador. A elipse obtida está em destaque na Figura 62. A área de instabilidade, interior à elipse obtida pela regressão dos polos de partida de borda avaliados, é dada por:

$$38,639(\text{real}(z_{pp,1} - 1))^2 + 1,7437(\text{imag}(z_{pp,1}))^2 \leq 1. \quad (166)$$

Assim como no caso da hipérbole, é condição suficiente que os polos de partida fiquem fora da elipse para estabilidade completa da trajetória dos polos de malha de fechada, em função de μ_w , para um dado μ_u . Porém, é condição necessária que os polos de partida estejam no interior da elipse para que haja trajeto instável no caminho dos polos de malha fechada. O

método de análise pela elipse serve para qualquer processo de segunda ordem linear invariante no tempo SISO, que possua polos e zeros estáveis de malha aberta.

Para o caso de polos de partida reais, não recomenda-se o uso da elipse.

Para sistemas com polos críticos aproximadamente menores que 0,8348 ou cuja média real seja esse valor, não haverá trajetória percorrendo caminhos instáveis para quaisquer μ_w e μ_u para $N = 2$, pois os polos de partida sempre mantêm-se fora da elipse.

4.8 MÉTODO DE SINTONIA BASEADO NOS POLOS DE PARTIDA

Propõe-se, nesta Seção, um método para projeto de controlador preditivo, com penalização do erro acumulado no funcional de custo, baseado nas análises anteriormente nesse capítulo. A seguir, seguem os passos para a sintonia de μ_u e μ_w considerando $N = 2$. Além disso, o método é proposto para processos de segunda ordem lineares, invariantes no tempo, estáveis em malha aberta, com zeros de fase mínima negativos, sem atrasos de transporte. Assim, para sintonizar o controlador preditivo, com ênfase na redução de esforços de controle, siga-se os seguintes passos:

1. Encontrar o fator de normalização κ_u , conforme Equação (54), e aplicá-lo conforme Teorema 1, ou seja, elevá-lo ao quadrado e multiplicá-lo pelo μ_u escolhido.
2. Encontrar o maior μ_u possível, cujos polos de partida estejam fora da elipse, para o processo escolhido. Utilizar Equações (164) e (165) para o cálculo dos polos de partida e (166) para verificar se estão dentro ou fora da elipse. Caso o processo escolhido nunca possua polos de partida dentro da elipse, adotar $\mu_u = 100$ ou, se for possível, reduzir o período de amostragem, de modo que possam existir caminhos dentro da elipse. Pode-se também adotar μ_u como o primeiro a tornar os polos de partida complexos conjugados. Caso o primeiro μ_u fora da elipse seja muito próximo de $10^{1,65} \approx 45$, é recomendado aumentar o período de amostragem, caso seja possível, pois, nesse caso, é possível que haja uma "super-amostragem"³ do processo (ambos os polos estão muito próximos da condição de integradores).
3. Adotar $\mu_w = 0,1$ (há pouca possibilidade de esse valor resultar em um polo de malha fechada instável, conforme visto anteriormente, caso o valor de μ_u seja sintonizado para um valor fora da elipse, não há "perigo" nesse sentido) e verificar se a dinâmica está adequada. Caso a dinâmica desejada seja mais próxima a dos polos de partida, deve-se

³Considera-se a "super-amostragem" quando os polos estáveis de malha aberta estão entre $[0,99; 1,0)$.

reduzir μ_w , por década. Caso maior dinâmica seja desejada, aumentar μ_w por década. Lembrar, porém, que é possível um aumento de oscilações nos primeiros reajustes. Caso a dinâmica esteja satisfatória com $\mu_w = 0,1$, é possível fazer um ajuste fino, com valores de μ_w nos arredores de 0,1. Caso haja uma "super-amostragem", é interessante utilizar μ_w inicial igual a 0,01 ou 0,001 como possibilidade de ajuste inicial. Caso a escolha do período de amostragem seja próxima ao limite de Nyquist (com poucos pontos de atuação), é possível que $\mu_w = 1,0$ seja uma boa condição inicial para esse parâmetro.

Caso julgue-se que há possibilidade (ou haja necessidade) de operação em maior largura de banda e queira-se manter robustez em relação a ruídos, é melhor recorrer ao método dos valores seguros. Nesse caso, sintoniza-se um μ_w que garanta estabilidade para qualquer μ_u . Posteriormente, eleva-se μ_u para reduzir a banda de passagem do sinal ruidoso (pode-se usar o método da frequência de corte).

Esses procedimentos podem ser também utilizados para processos instáveis. Porém, recomenda-se o aumento de N para esses casos, uma vez que, conforme observado nas Figuras 24 e 31, o aumento de N , para um mesmo μ_u e μ_w reduz oscilações. De modo geral, para poder trabalhar com ações de controle moderadas, é interessante utilizar um valor elevado de μ_u . Dessa maneira, o processo instável tende a possuir polos complexos conjugados com alta oscilação para esses casos. Em vista disso, recomenda-se o aumento de N .

4.9 SISTEMAS LINEARES DE ORDEM SUPERIOR E NÃO LINEARES

Essa seção sumariza tópicos para o projeto de controladores preditivos considerando processos de ordem superior à segunda e para processos não lineares.

4.9.1 Sistemas lineares de ordem superior

Alguns procedimentos gerais para a sintonia de processos de ordem superior:

1. Utilizar N maior ou igual à ordem do processo em malha aberta, para garantir a controlabilidade mínima do processo⁴;

⁴É possível controlar um processo de ordem n com qualquer N a princípio. Porém, em alguns casos, o mínimo N necessário é igual a ordem do processo. Em processos com atraso, o valor de N deve ser igual a ordem do processo adicionado do número de períodos de amostragem com o atraso. Destaca-se, porém, que para valores maiores de N não há qualquer limitação.

2. Pode-se subdividir o processo em subprocessos, com a finalidade de se utilizar controladores baseados nos procedimentos de sintonia similares aos apresentados anteriormente;
3. Caso opte-se pela solução em malha direta, é fundamental a normalização do processo, conforme discutido anteriormente;
4. Além disso, deve-se escolher adequadamente o período de amostragem, de modo que não haja "super-amostragem";
5. Considerando as condições anteriores, pode-se utilizar novamente, como ponto inicial, $\mu_u = 100$ e $\mu_w = 0,1$ e fazer ajustes conforme preferência do projetista.

4.9.2 Sistemas não lineares

Para o projeto de um controlador preditivo para um processo não linear, pode-se optar por algum dos seguintes caminhos:

- Obter um modelo linearizado do processo e projetar o controlador para esse modelo linearizado;
- Compensar a parte não linear do processo com alguma técnica de tratamento e/ou controle para processos não lineares conhecida e projetar um controlador preditivo apenas para a parte linear do processo;
- Desenvolver um modelo de predição não linear e projetar o controlador preditivo não linear.

Nesse último caso, é possível que não haja solução analítica, de modo que seja necessário o uso de um algoritmo de controle para resolver o problema de otimização (com ou sem tratamento de restrições) (NEGRI et al., 2017; MEADOWS JR, 1994).

É possível desenvolver uma teoria específica para uma classe fechada de processos não lineares, porém, dificilmente, haverá um método geral para todos os tipos possíveis de não linearidade existentes.

4.10 EXEMPLOS DE SINTONIA PARA SISTEMAS DE SEGUNDA ORDEM

Nessa seção, exemplos para o projeto de controladores preditivos para processos de segunda ordem são propostos. Esses exemplos possuem métodos intrínsecos baseados nos métodos anteriormente apresentados.

4.10.1 Sintonia de motor de corrente contínua

Controlar um processo em malha direta pode ou não ser usual dependendo do processo adotado. Porém, entre as vantagens da malha direta para controlar um processo está a possibilidade de ampliar a banda daquela que seria a malha externa, por exemplo (PREINDL; BOLOGNANI, 2013a). Outra vantagem é a redução no número de integradores associados, pois, em cascata, seria necessário um integrador para cada variável controlada. Como o controlador é baseado na realimentação de estados, o uso da malha direta não reduz a quantidade de sensores necessários (um para cada estado e um para a saída). Porém, nesse caso, é possível utilizar observadores para todos os estados, o que não seria possível em um controlador cascata.

Exemplo 6 (Motor CC de ímãs permanentes): Um motor CC possui resistência de $16,5 \Omega$, indutância de $6,3 \text{ mH}$, constante $0,3074 \text{ Vs/rad}$, inércia de $2,51 \cdot 10^{-5} \text{ kgm}^2$, atrito viscoso de $0,62 \cdot 10^{-3} \text{ Nm/s}$. Adotou-se período de amostragem de $100 \mu\text{s}$. Um conversor do tipo abaixador alimenta o motor via Modulação por Largura de Pulso (PWM – *Pulse-width Modulation*), com tensão de barramento de 180 V , considerada uma fonte CC constante. Considera-se que uma perturbação de carga de 5 Nm é inserida em $0,05 \text{ s}$. Deseja-se projetar um controlador preditivo para controlar a rotação desse motor.

Desta forma, o processo discreto é dado, em equações de estado, por:

$$\begin{bmatrix} i_{as}(t_k + 1) \\ \omega_m(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,770262 & -0,00422433 \\ 1,07712 & 0,994835 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as}(t_k) \\ \omega_m(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0137598509 \\ 0,008784 \end{bmatrix} v_{as}(t_k) \quad (167)$$

$$\omega_m(t_k + 1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{as}(t_k) \\ \omega_m(t_k) \end{bmatrix}$$

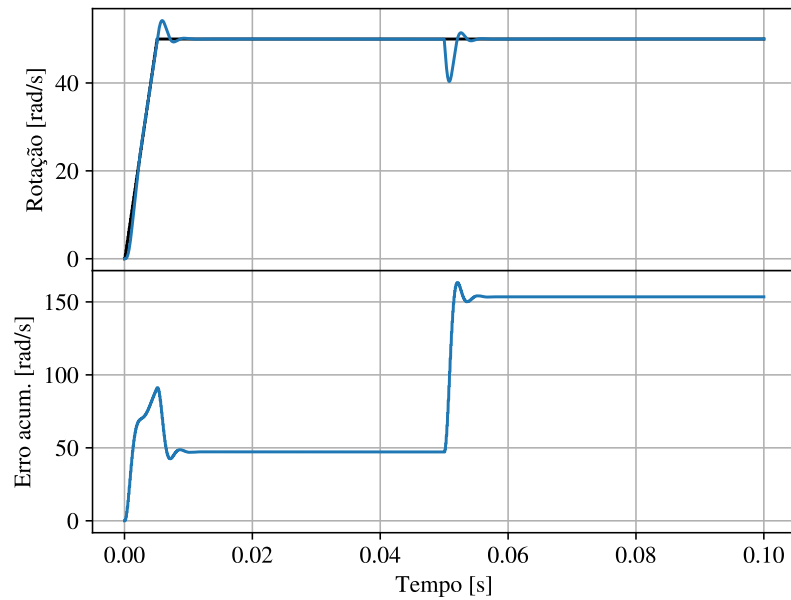
Assim, seguindo os procedimentos fornecidos na Seção 4.8, obtém-se, pela Equação (54), $\kappa_u = 0,0087844$. Em seguida, adota-se $\mu_u = 150$ (maior valor para os quais os polos de partida ficam fora da elipse), nesse caso, $z_{pp,1,2} \approx 0,840685 \pm j0,156137$. Ajusta-se $\mu_w = 0,1$. Optou-se

por não se fazer um ajuste fino de μ_w , pois julgou-se satisfatório o desempenho com $\mu_w = 0,1$. Destaca-se que, sem a normalização, seria necessário definir um $\mu_u = 0,011574$ e não seria fácil concluir diretamente que esse pode ser considerado um valor elevado para μ_u , por exemplo. Foi utilizado $N = 2$.

A Figura 63 apresenta o resultado esperado de projeto para a rotação e erro acumulado, considerando que o motor CC opera em condição ideal de fonte de tensão e sem ruídos de medição. A Figura 64 apresenta o resultado esperado de projeto para a corrente e ação de controle, considerando que o motor CC opera em condição ideal de fonte de tensão e sem ruídos de medição. A Figura 65 apresenta o resultado simulado para a rotação e erro acumulado, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação). A Figura 66 apresenta o resultado simulado para a corrente e ação de controle, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação). A Figura 67 apresenta o resultado simulado para a rotação e erro acumulado para $\mu_u = 50$, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação). A Figura 68 apresenta o resultado simulado para a corrente e ação de controle para $\mu_u = 50$, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação). A Figura 69 apresenta o resultado simulado para a rotação e erro acumulado para $t_s = 5 \cdot 10^{-3}$ s, $\mu_u = 13$ (primeiro valor obtido com polos complexos conjugados de partida) e $\mu_w = 1$, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação). A Figura 70 apresenta o resultado simulado para a corrente e ação de controle para as mesmas condições anteriores, considerando que o motor CC opera com fonte de alimentação PWM e ruídos de medição de corrente de amplitude de 150 mA e média nula (além dos ruídos ocasionados pela fonte de alimentação).

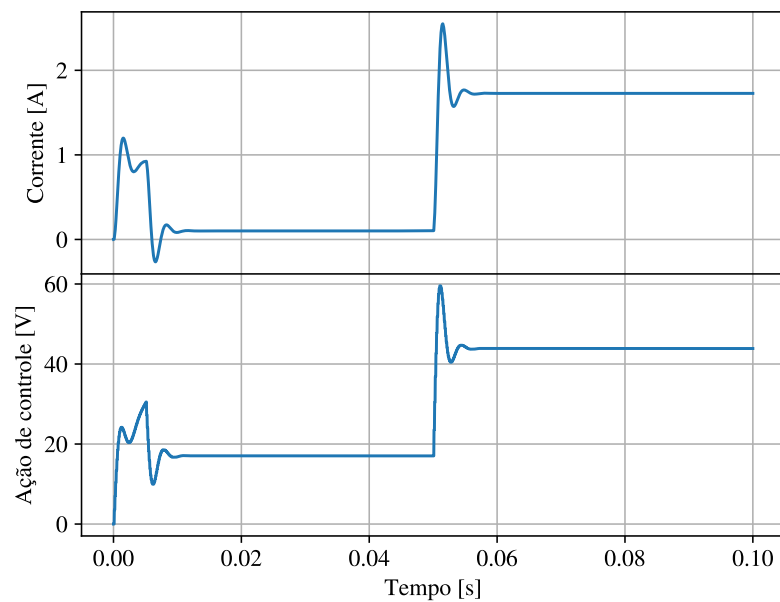
O período de amostragem de 10^{-4} s levou os polos discretos às posições 0,792781 e 0,972315 e zero de malha aberta em -0,916919. A primeira sintonia ($\mu_u = 150$ e $\mu_w = 0,1$) estabeleceu os polos de malha fechada em 0,860511 e $0,900913 \pm j0,174143$. O zero do controlador foi imposto em 0,89627. A sintonia com a redução de μ_u para 50 estabeleceu os

Figura 63 – Resultado de rotação e erro acumulado para condição de operação ideal



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

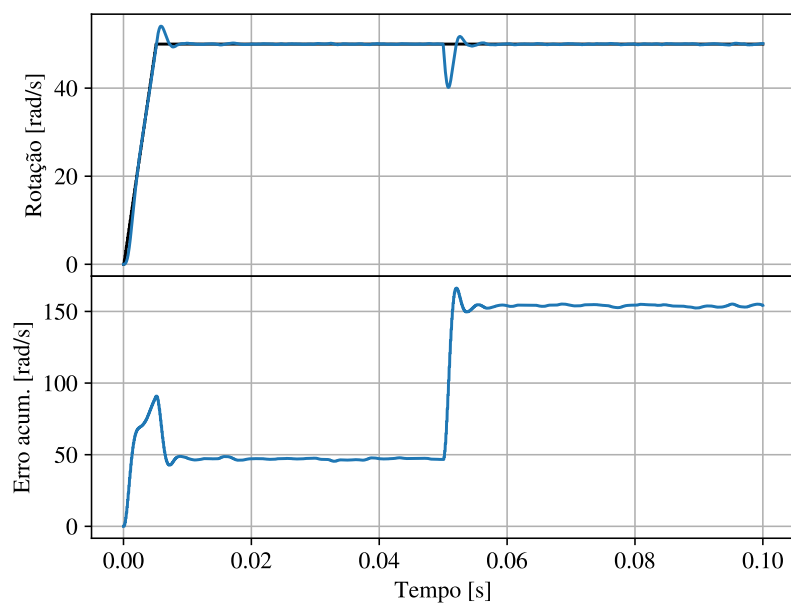
Figura 64 – Resultado de corrente e ação de controle para condição de operação ideal



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

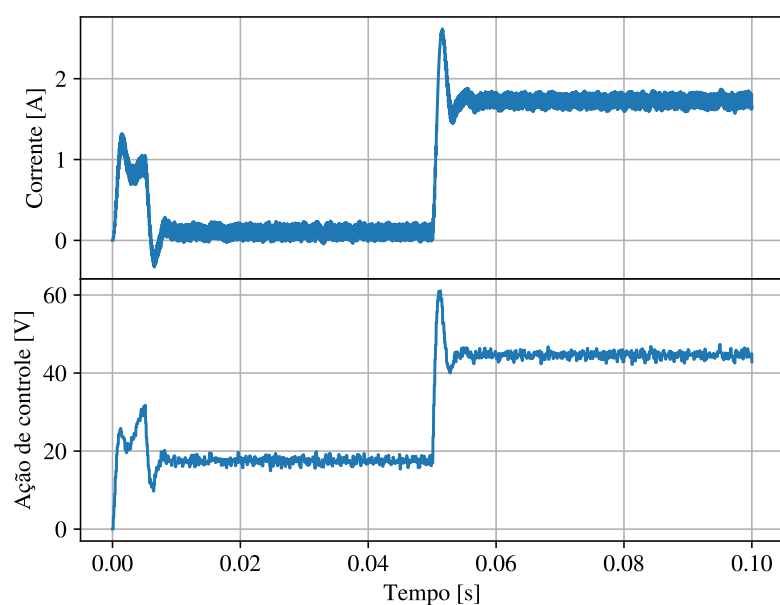
polos de malha fechada em $0,806313 \pm j0,294093$ e $0,879843$. O zero de malha fechada foi imposto em $0,896053$.

Figura 65 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 66 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista



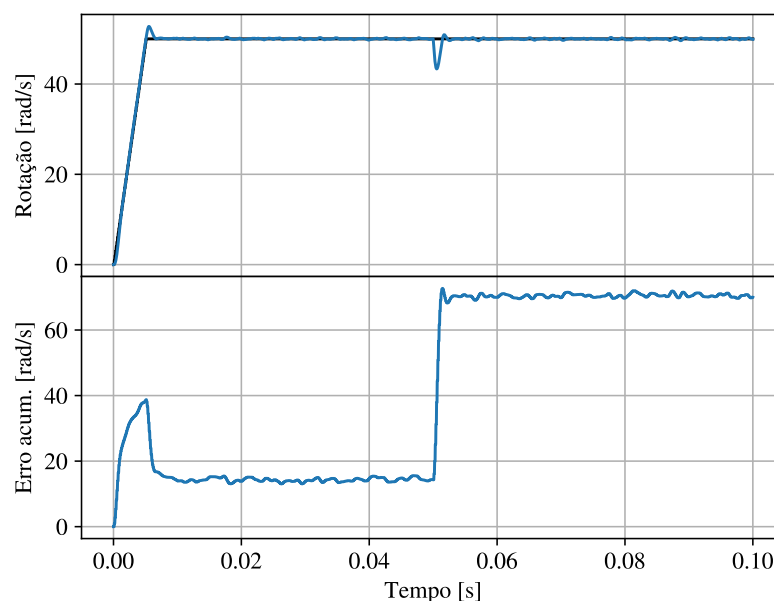
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Verifica-se, pelas Figuras 63 e 64, que a sintonia utilizando a metodologia proposta produziu uma dinâmica que pode ser considerada lenta, conforme esperado, visto que o foco

do projeto era a redução dos esforços de controle. Contudo, a dinâmica projetada manteve-se, conforme Figuras 65 e 66, perante uma situação de simulação mais realista, considerando fonte não idealizada e ruídos. Isso ocorreu em virtude da alta penalização da ação de controle, que permite ao processo um caráter de "variância mínima" em malha fechada. Assim, há uma redução da sensibilidade a ruídos e a outras possíveis variações. A penalização do erro acumulado futuro mantém o processo sem erros de regime permanente na saída, frente à referências e à perturbações de baixa frequência.

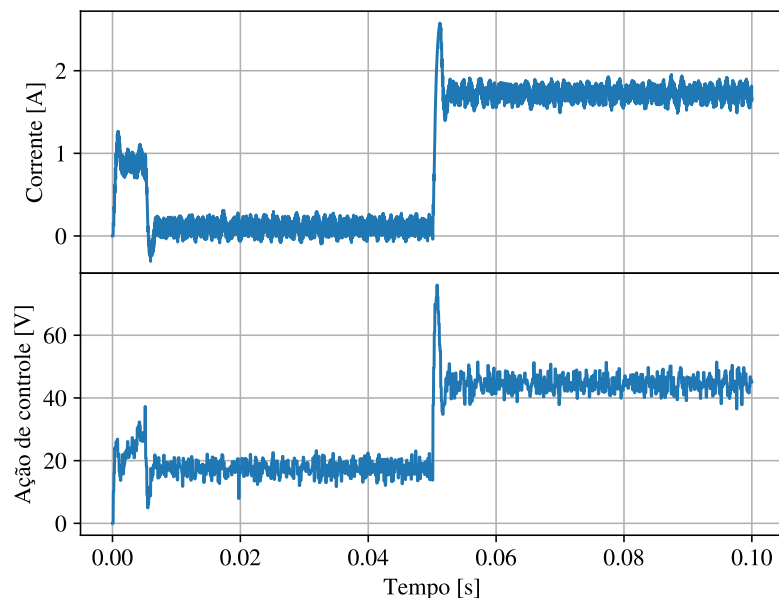
O aumento da banda passante do controlador, com a redução de μ_u , conforme visto na Figura 67, melhorou visivelmente a resposta dinâmica de rotação e reduziu em aproximadamente 60% o erro acumulado em relação ao caso de atuação mais lenta. Porém, conforme a Figura 68, houve um aumento do ruído de corrente e de ação de controle, em comparação ao caso anterior. contudo, esse aumento de ruído não prejudica o desempenho dinâmico na condição de operação proposta. De fato, o aumento de μ_w poderia causar um efeito pior nesse sentido, com o aumento de oscilações de baixa frequência por exemplo. Assim, o aumento de banda por redução de μ_u , quando possível, é mais indicado, conforme elencado pelo método de sintonia.

Figura 67 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista e maior banda de operação



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 68 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista e maior banda de operação

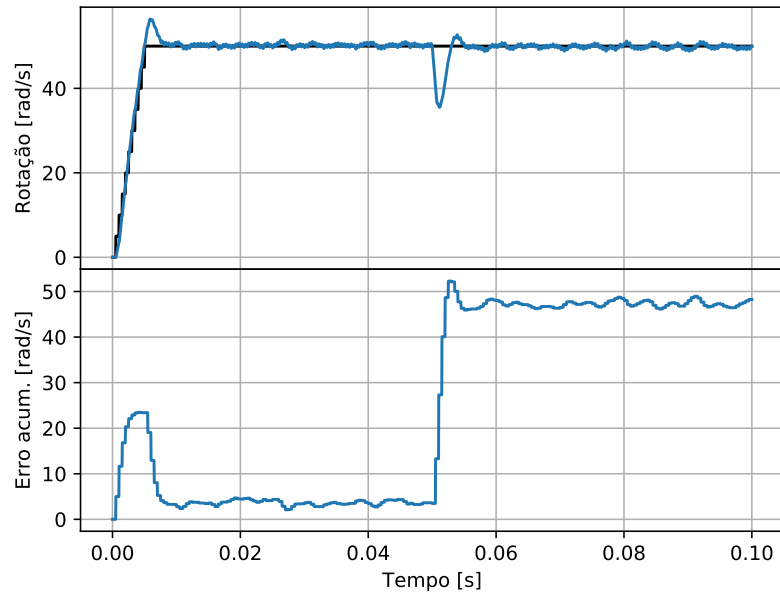


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

No último caso analisado, houve um aumento do período de amostragem, conforme as Figuras 69 e 70. Para esse processo, em específico, o polo contínuo de dinâmica mais rápida possui 2322 rad/s, o que equivale a 369,55 Hz.

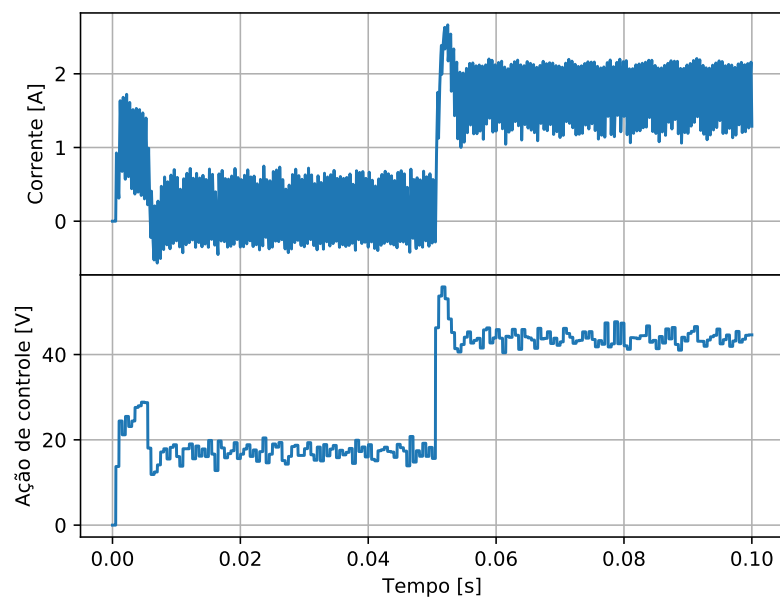
A frequência de amostragem utilizada foi de 2 kHz (em contraste com os casos anteriores em que era 10 kHz), o que resulta em cerca de 5,4 pontos para identificação da dinâmica e reconstituição de sinal, o que pode ser considerada uma condição crítica sob o ponto de vista da amostragem. Isso se reflete nos polos discretos de malha aberta nesse caso serem 0,313161 e 0,869032 e o zero de malha aberta ser -0,650013. Sob o ponto de vista de caminho dos polos, essa localização dos polos é bastante favorável, pois não implica nenhuma trajetória instável. Porém, a sintonia entra em um caso específico do método proposto. Uma possibilidade seria o aumento do período de amostragem, que levaria-os para próximos de condições consideradas "boas" para a sintonia. Ocorre que, para alguns casos, por questão de redução do custo do processador por exemplo, é interessante trabalhar-se em um período de amostragem maior. Nesse caso, o método prevê a escolha de μ_u igual a um valor próximo ao primeiro que resulte em polos de partida complexos e o uso de μ_w inicial igual a 1,0. Com essa sintonia, os polos de malha fechada estiveram em 0,343698 e $0,528901 \pm j0,364967$ e o zero de malha fechada imposto pelo controlador em 0,588819. Nessa condição, a sintonia proposta teve comportamento similar

Figura 69 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação realista e maior período de amostragem



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

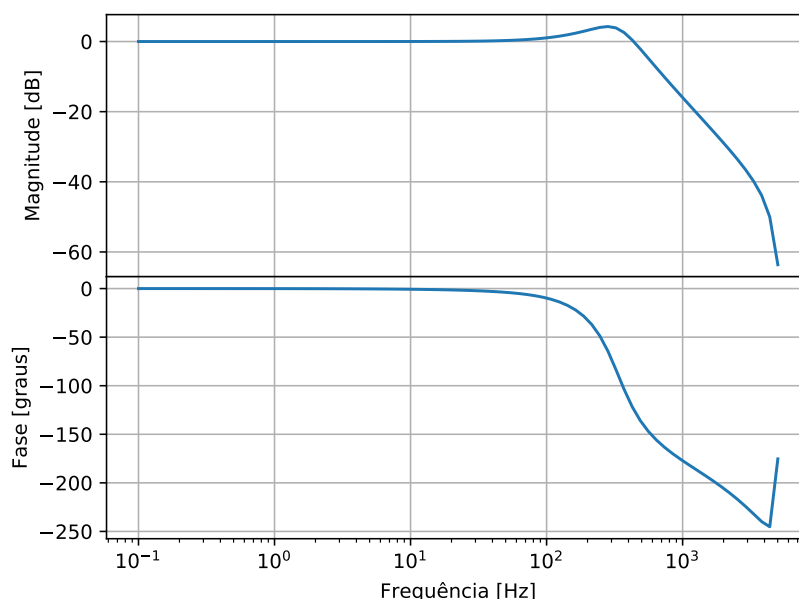
Figura 70 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação realista e maior período de amostragem



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

dinâmico de rotação e corrente ao evidenciado nas Figuras 65 e 66, com a sintonia de menor banda passante (sendo inclusive um pouco menor, ao considerar-se a resposta à perturbação de

Figura 71 – Resposta em frequência para sintonia com $\mu_u = 150$



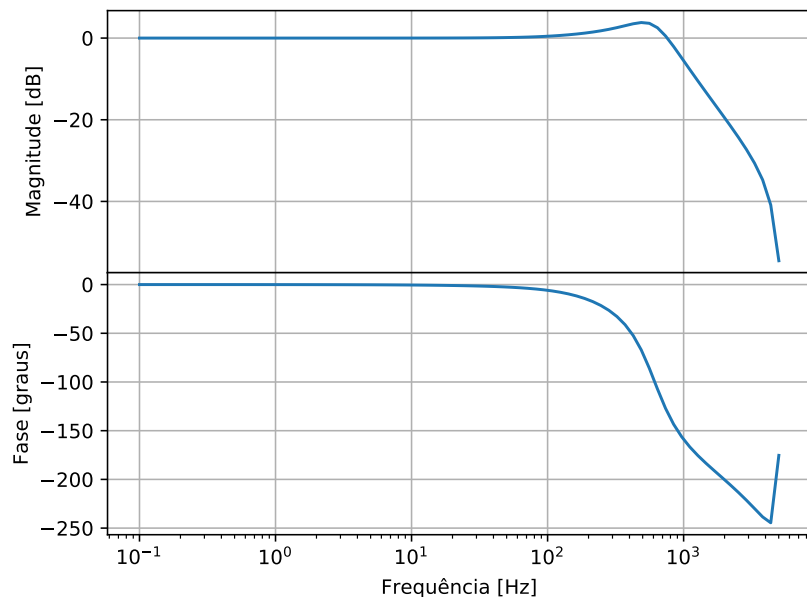
Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

carga), apesar de haver maior ruído na corrente e na ação de controle. Esse aumento de ruído é devido pela redução do período de comutação (mantido igual ao período de amostragem) e à redução do próprio período de amostragem, que eleva o tempo em que o processo fica em malha aberta, entre os períodos de amostragem.

Para fins de análise, as Figuras 71, 72 e 73 apresentam os diagramas de resposta em frequência para a sintonia em $\mu_u = 150$, $\mu_u = 50$ e $t_s = 5 \cdot 10^{-4}$, respectivamente. Nessas Figuras, verifica-se que a frequência para máxima ressonância foram, respectiva e aproximadamente, 280 Hz, 490 Hz e 175 Hz, o que evidencia as observações anteriores a respeito da banda de passagem em malha fechada. Nota-se, porém, que a "forma" da resposta em frequência de magnitude e fase é similar em todos os casos, evidenciando um comportamento dinâmico similar, com variação apenas referente à banda de passagem. Contudo, para o segundo caso, há um certo aumento da amplitude da "ressonância". Dessa forma, caso pretenda-se operar nessa região de frequência, é possível reduzir o valor de μ_w , para reduzir o pico de ressonância.

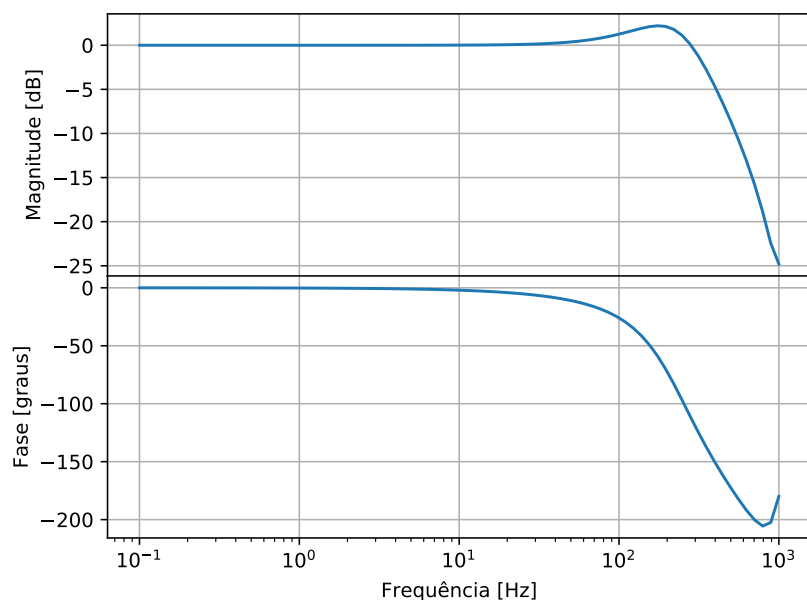
Uma observação importante a se destacar nesse exemplo é que a realimentação de rotação é considerada perfeita. Porém, muitas vezes, utiliza-se um sensor do tipo encoder para realizar a medição de rotação. Esse tipo de medição quantiza a rotação lida, de modo que os valores medidos não são qualquer valor real, além de inserir possíveis ruídos e atrasos de medição. Para qualquer um dos casos, quando a realimentação é trocada, é necessário inserir um filtro passa-

Figura 72 – Resposta em frequência para sintonia com $\mu_u = 50$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 73 – Resposta em frequência para sintonia com $t_s = 5 \cdot 10^{-4}$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

baixas (ou média-móvel) para a realimentação de rotação, pois a informação direta do encoder (especialmente para valores muito baixos de t_s) produz picos de ação de controle.

Um projeto que prioriza a redução da energia empregada é bastante útil em um caso como esse, pois esses picos de tensão gerados pelo controle são devidos a uma informação incorreta do sensor e não relativos a uma perturbação externa que esteja afetando o processo. Dessa maneira, indiretamente, a elevação de μ_u implica uma maior "confiança" do controlador em seu modelo de predição, ao invés da informação proveniente diretamente do sensor, de modo análogo a um filtro de Kalman, quando utilizado para fins de observação de estado. Considerando $t_s = 10^{-4}$, a Figura 74 apresenta o resultado da sintonia mais conservadora, sob realimentação de velocidade com encoder de 1000 pontos e filtro de parâmetro de dinâmica 0,7 (que multiplica o valor filtrado anterior) e parâmetro de entrada 0,3 (que multiplica o resultado da diferenciação simples do encoder atual).

A Figura 75 considera uma situação ainda mais conservadora em que $\mu_u = 1500$ (uma década a frente, porém dentro da possibilidade de trechos instáveis no caminho dos polos), mantendo-se o valor de μ_w . Nas Figuras 74 e 75, são apresentadas a dinâmica de rotação e ação de controle apenas. Destaca-se que é mantido o ruído aleatório de 0,15 A à leitura da corrente e a alimentação com o conversor abaixador, com tensão de barramento de 180 V. A respeito da sintonia em 1500, ao utilizar-se a reta aproximada, conferir (163), verifica-se que $\mu_w = 0,1$ está a mais de duas décadas do valor esperado para instabilidade, considerando $\mu_u = 1500$, que seria $\mu_w = 162$. Dessa forma, há um indício analítico de que essa sintonia não conduz a instabilidade.

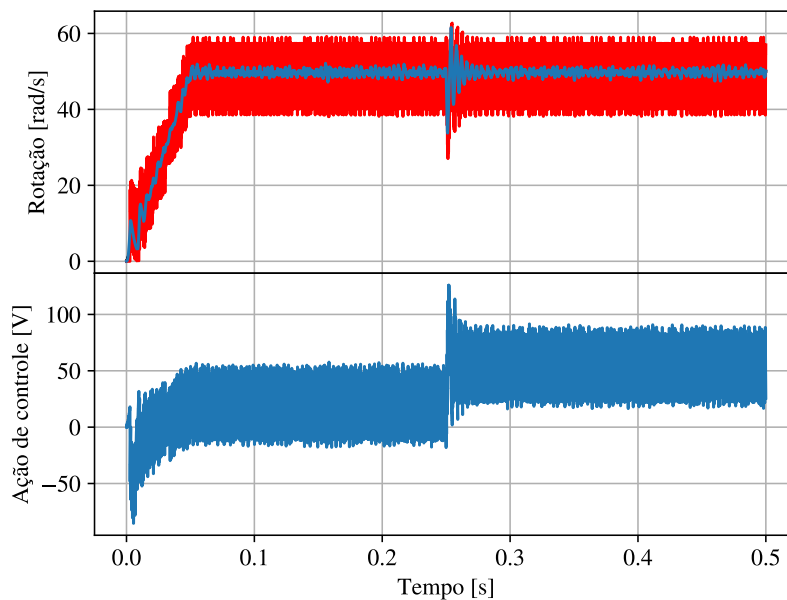
Ao verificar-se a Figura 74 e comparar-se com as Figuras 65 e 66, nota-se uma degradação da dinâmica de rotação. Além disso, há um aumento considerável do ruído na ação de controle, que na simulação anterior, para o mesmo caso, não passava de $\pm 1,0$ V. Com o encoder, esse ruído tornou-se aproximadamente $\pm 30,0$ V. Com o aumento de μ_u em uma década, a rotação real é menos afetada pelo ruído de medição, porém, há uma resposta lenta do controlador para lidar com a entrada de perturbação de carga. O ruído na ação de controle é reduzido para a ordem de $\pm 2,5$ V.

Assim, dependendo de alguma situação específica, o método de sintonia proposto pode levar o processo em malha fechada a uma condição razoável. Porém, considerando a particularidade de cada processo, é esperado que haja a necessidade de ajustes finos.

◇

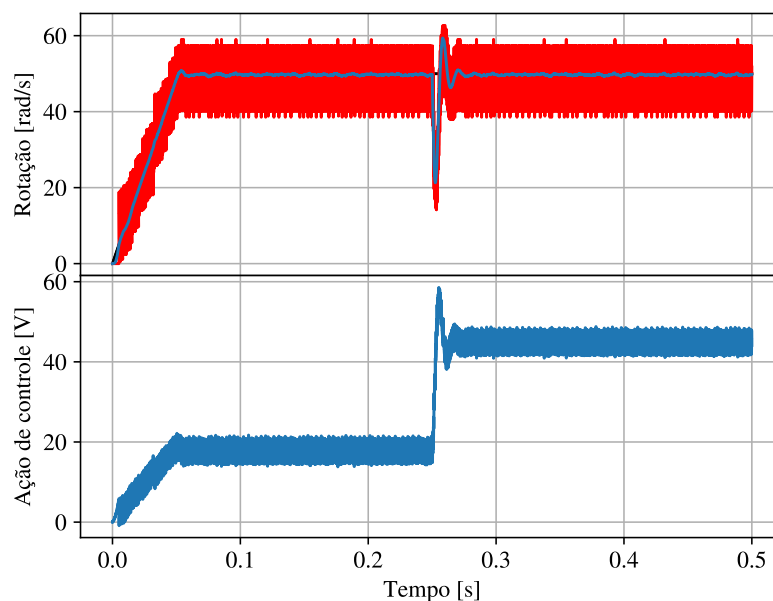
Destaca-se, novamente, que o objetivo da metodologia de projeto proposta não é a análise de polos ou de resposta em frequência do controlador. Essas foram acrescentadas ao comentário do Exemplo 6 a fim de verificar em que condição a metodologia de sintonia levou o processo

Figura 74 – Resultado de rotação e erro acumulado para simulação considerando operação com encoder e $\mu_u = 150$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Em vermelho, está a velocidade realimentada. Em azul, está a velocidade simulada da máquina.

Figura 75 – Resultado de corrente e ação de controle para simulação considerando operação com encoder e $\mu_u = 1500$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. Em vermelho, está a velocidade realimentada. Em azul, está a velocidade simulada da máquina.

em malha fechada. Contudo, destaca-se que a sintonia, a priori não analisa diretamente os polos de malha fechada, apesar de utilizar a condição dos polos de partida para determinar o valor de μ_u . É possível, porém, conforme comentado, estabelecer $\mu_u = 50$ (ou 100) e $\mu_w = 0,1$ para o processo que pretende-se sintonizar e fazer os ajustes a partir desse ponto, desde que o período de amostragem seja estabelecido conforme indicado nos passos do método. Ressalta-se que, apesar do pouco apelo à física do processo a ser controlador, esse método vincula-se às dinâmicas físicas em função do período de amostragem. O processo, uma vez discretizado, é abstraído. Dessa forma, a metodologia proposta concentra-se em encontrar uma dinâmica, considerada razoável, para o processo discretizado e não para o processo contínuo (associado diretamente aos conceitos físicos).

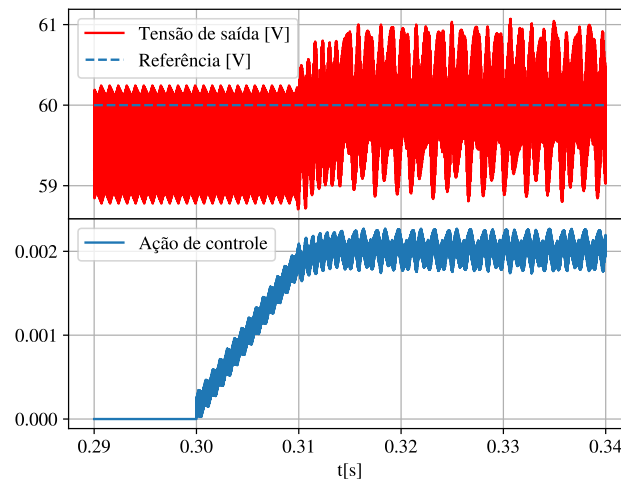
4.10.2 Sintonia de conversor Boost

Exemplo 7 (Conversor Boost): Considere um conversor boost com indutância de 553,3 μH , capacitância de 22,32 μF , potência nominal de 300,0 W, tensão de entrada de 36,0 V, razão cíclica operacional de 0,4 (o que implica tensão de saída de 60,0 V) e corrente média de indutor de 8,333 A. A frequência de comutação é 60 kHz. O conversor é modelado com o método dos valores médios instantâneos (ERICKSON; MAKSIMOVIĆ, 2001) no espaço de estados discreto, considerando $t_s = 4,166... \mu\text{s}$. Assim, a frequência de amostragem é de 240 kHz. Os polos discretos são localizados em 0,996509 e 0,988013. Há um zero de fase não-mínima localizado em 1,00271 e o processo possui ganho negativo (como esperado de um processo de fase não-mínima).

O zero de fase não-mínima é uma situação agressiva, mesmo considerando que todas as metodologias de projeto foram feitas considerando o caso extremo de zero em $-1,0$. Contudo, os ábacos desenvolvidos ainda podem ser aplicados de forma aproximada.

Esse processo possui sinais medidos ruidosos, porém, não será considerada a implementação de nenhum filtro. Dessa forma, o controlador precisará ter capacidade de filtragem. Além disso, o conversor deve trabalhar ao redor do ponto de operação, mantendo o valor médio da tensão de saída na referência desejada. Para isso, aplica-se o controle MPC com penalização do erro acumulado. Para esse processo, $\kappa_u^2 = 2,376$. Além disso, considerando o processo como se possuísse dois polos críticos em 0,997, tem-se que $\mu_w < 0,005$ para que a escolha de μ_u possa ser feita de forma livre, em relação à estabilidade de malha fechada (verificar Figura 53). Assim, escolhe-se $\mu_w = 0,004$.

Figura 76 – Resultado de tensão de saída e ação de controle para o conversor Boost do Exemplo 7



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Escolhe-se um valor de μ_u que garanta a frequência de operação em malha fechada pelo menos 20 vezes menor que a frequência de comutação, para garantir a característica de filtragem. Dessa forma, escolhe-se $\mu_u = 5000$, o que garante uma resposta em malha fechada de aproximadamente 2300 kHz (cerca de 26 vezes menor), considerando a Figura 55, para $N = 2$ e com as frequências ajustadas para 240 kHz de referência.

A Figura 76 apresenta os resultados de simulação para esse caso, considerando que o processo trabalha em malha aberta até 0,3 s. Depois disso, o controle é inicializado e remove o erro em regime permanente. É notável a baixa propagação do ruído na ação de controle, dada a sintonia, apesar da resposta dinâmica lenta. Pode-se constatar isso pela baixa amplitude do sinal de razão cíclica aplicado pelo controlador sobre o ponto de operação do controle. Destaca-se que a ação de controle anterior a 0,3 s é constante e igual a zero, pois o controlador não havia sido acionado.

◇

4.11 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Nesse capítulo, o efeito da formulação sobre processos de segunda ordem foi estudado. As seguintes conclusões foram obtidas:

- A posição dos polos e zeros de malha aberta influencia no caminho dos polos de malha fechada.

- Ao considerar-se $N = 2$, é possível instabilizar, em malha fechada, processos originalmente estáveis em malha aberta ao utilizar-se formulação escolhida.
- A maior região de instabilidade, para $N = 2$, considerando um processo com polos e zeros no interior e/ou na borda do círculo unitário, ocorre para o caso do duplo integrador com zero em $-1,0$. Essa região pode ser aproximada por uma hipérbole. Todas as demais regiões de instabilidade, para quaisquer N maiores estão contidas nessa região.
- O trajeto dos polos, em função de μ_w para um dado μ_u , que eventualmente cruze um caminho instável, está diretamente ligado à posição dos polos de partida. Verifica-se que, caso os polos de partida, para um dado μ_u , estejam fora de uma área mapeada por uma elipse, não haverá trajeto por nenhum caminho instável para nenhum μ_w .

Após esses estudos, técnicas de projeto para processos de segunda ordem foram apresentadas. Alguns pontos importantes observados que se destacam são:

- Deve-se sempre normalizar a planta para aplicar os procedimentos de projeto. A normalização deve ser feita utilizando o fator κ_u^2 , apresentado nesse capítulo dessa tese.
- Deve-se escolher adequadamente o período de amostragem, de modo que não ocorra "super-amostragem", ou seja, que os polos de malha aberta não fiquem demasiadamente próximos da borda do círculo. Essa proximidade reduz as possibilidades de caminhos de polos totalmente estáveis para valores pequenos de N .
- O principal método de sintonia proposto, para $N = 2$, baseia-se no princípio de menor variância da ação de controle. Desse modo, deve-se escolher o maior μ_u que não implique nenhum caminho instável. Para essa condição, assume-se $\mu_w = 0,1$ ou menor e, posteriormente, faz-se o ajuste fino do controlador.
- É possível que, dadas situações de ruído muito críticas em um determinado processo, seja preciso escolher algum μ_u que possa ter trajeto instável. Nesse caso, deve-se escolher o menor μ_w possível e ajustá-lo década a década. Pode-se, inicialmente, já partir-se de um valor mediano como $\mu_w = 0,01$ ou $\mu_w = 0,001$ e reduzi-lo se necessário.

Por fim, foram apresentados alguns procedimentos gerais para sintonia do controlador para processos de ordem superior e/ou não lineares.

Os principais pontos de contribuição desse capítulo foram:

- A documentação de estudos envolvendo a formulação que considera o erro acumulado no funcional de custo.

- A análise do caminho dos polos e a possibilidade de instabilização de processos de segunda ordem ou maior, com a formulação adotada.
- Técnicas analíticas para a determinação de região com garantia simples de estabilidade para qualquer processo de segunda ordem estável em malha aberta.
- Determinação da relação dos polos de partida de malha fechada com a existência de trajeto instável em malha fechada.
- Influência do período de amostragem e problemas para o processo em malha fechada relativos à "super-amostragem" do processo em malha aberta.
- Métodos para projeto do controlador preditivo para processos de segunda ordem, fundamentados na análise de polos e zeros de malha fechada, sem contudo necessitar diretamente dessa análise para a sintonia.

No próximo Capítulo, o sistema de acionamento de um motor síncrono de ímãs permanentes será modelado.

O estilo é o homem.
(George-Louis Leclerc de Buffon)

5 ACIONAMENTO DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES

As seções do presente capítulo concentram-se na modelagem do sistemas de acionamento e na modelagem de motores síncronos de ímãs permanentes.

Em alguns momentos o foco da modelagem apresentada é a simulação de componentes. Em outros, devidamente informados, o propósito dos modelos é o projeto do controle. Às vezes, algum elemento bastante conhecido é apresentado para permitir que futuros leitores possam reproduzir exatamente os resultados dessa tese. Outras vezes, enfatiza-se a modelagem de algum elemento do acionamento visto que, em sua falta, haveria divergência significativa entre os resultados simulados e os resultados experimentais expostos nos Capítulos 6 e 7. Dessa forma, no processo de sintonia dos controladores, discutir-se-á a influência desses elementos no desempenho do acionamento em malha fechada. Além disso, alguns pontos e/ou desenvolvimentos de modelagem são contribuições originais da tese.

Os motores síncronos de ímãs permanentes podem ser classificados de acordo com diferentes critérios, entre os quais o formato da Força Contra-Eletromotriz (FCEM). Dessa forma, existe o Motor Síncrono de Ímãs Permanentes (PMSM – *Permanent Magnet Synchronous Motor*) de FCEM senoidal e o Motores Síncronos de Ímãs Permanentes de FCEM trapezoidal conhecido também como Motor de Corrente Contínua sem Escovas (BLDC – *Brushless Direct Current*).

5.1 MODELAGEM DO MOTOR SÍNCRONO DE ÍMÃS PERMANENTES

Nessa seção, apresentam-se diferentes formas de modelar o motor síncrono de ímãs permanentes.

5.1.1 Modelo na base trifásica

O primeiro modelo a ser apresentado é o modelo na base trifásica. Esse modelo foi desenvolvido pelo autor e apresentado originalmente no trabalho (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019), baseado no modelo trifásico apresentado por (KRAUSE; WASYNC-

ZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013). Neste trabalho, apresenta-se uma versão com uma pequena correção na equação da dinâmica de correntes conforme verificado por (BARTSCH, 2019). O diferencial desse modelo é justamente possibilitar emular tensão induzida não senoidal (entre as quais a trapezoidal) em uma máquina com polos salientes, dada a sua generalidade. Porém, esse modelo é bastante complexo e pode ser simplificado para casos em que não haja saliências e/ou em que a tensão induzida seja senoidal. Observar que em praticamente todo o desenvolvimento omite-se, por simplicidade de notação, a dependência temporal da posição espacial elétrica, ou seja, $\theta_{e,r} = \theta_{e,r}(t)$.

Para obter-se o modelo, primeiramente, é necessário analisar os fluxos concatenados em cada bobina de fase a , b e c . Desse modo (BARTSCH, 2019; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013; SILVA, 2013):

$$\lambda_{as}(t, \theta_{e,r}) = L_{aa}(\theta_{e,r})i_{as}(t) + L_{ab}(\theta_{e,r})i_{bs}(t) + L_{ac}(\theta_{e,r})i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r}) \quad (168)$$

$$\lambda_{bs}(t, \theta_{e,r}) = L_{ab}(\theta_{e,r})i_{as}(t) + L_{bb}(\theta_{e,r})i_{bs}(t) + L_{bc}(\theta_{e,r})i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r} - 2\pi/3) \quad (169)$$

$$\lambda_{cs}(t, \theta_{e,r}) = L_{ac}(\theta_{e,r})i_{as}(t) + L_{bc}(\theta_{e,r})i_{bs}(t) + L_{cc}(\theta_{e,r})i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r} + 2\pi/3) \quad (170)$$

onde L_{aa} , L_{bb} e L_{cc} representam as indutâncias próprias de cada fase, L_{ab} , L_{bc} e L_{ac} são as indutâncias mútuas entre as fases, $\theta_{e,r}$ é a posição elétrica equivalente do rotor, λ_{pm} é o fluxo gerado pelos ímãs permanentes e flx é a função normalizada da forma de onda da distribuição de fluxo, que depende da forma construtiva da máquina.

Assumindo que a máquina trifásica seja simétrica quanto a distribuição dos enrolamentos de fase, ou seja, o ângulo elétrico entre fases do estator e o ângulo entre ranhuras são constantes, as indutâncias próprias são dadas por (BARTSCH, 2019; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013):

$$L_{aa}(\theta_{e,r}) = L_{ls} + L_{m,A} + L_{m,B} \cos(2\theta_{e,r}) \quad (171)$$

$$L_{bb}(\theta_{e,r}) = L_{ls} + L_{m,A} + L_{m,B} \cos\left(2\theta_{e,r} - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (172)$$

$$L_{cc}(\theta_{e,r}) = L_{ls} + L_{m,A} + L_{m,B} \cos\left(2\theta_{e,r} + \frac{4\pi}{3}\right) \quad (173)$$

onde $L_{m,A}$ é a indutância magnetizante média, $L_{m,B}$ é a amplitude da variação da indutância magnetizante e L_{ls} é a indutância de dispersão. Caso o motor possua polos lisos, $L_{m,B} = 0$. Destaca-se que essa representação é válida tanto para máquinas com saliências no rotor quanto para máquinas sem saliências. Porém, é necessário que o perfil da saliência seja circular, com dois raios diferentes ou com raio único e variação regular de duas permeabilidades magnéticas diferentes. Caso contrário, é necessário determinar uma expressão em termos de série de Fourier da geometria da máquina e adaptar a expressão da indutância.

As indutâncias mútuas entre as fases de estator são dadas por:

$$L_{ab}(\theta_{e,r}) = -\frac{1}{2}L_{m,A} + L_{m,B} \cos\left(2\theta_{e,r} - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (174)$$

$$L_{ac}(\theta_{e,r}) = -\frac{1}{2}L_{m,A} + L_{m,B} \cos\left(2\theta_{e,r} + \frac{2\pi}{3}\right) \quad (175)$$

$$L_{bc}(\theta_{e,r}) = -\frac{1}{2}L_{m,A} + L_{m,B} \cos(2\theta_{e,r} + 2\pi). \quad (176)$$

Observa-se que tais indutâncias são dependentes da relações que envolvem o dobro do ângulo elétrico em virtude de serem ocasionadas por eventuais saliências de rotor. Dessa forma, o fluxo magnético é indiferente à orientação da saliência em relação ao ângulo de origem. Em outras palavras, para a mesma indução de fluxo no estator, não importaria o "lado" da saliência ao qual o fluxo percorre no rotor. Destaca-se também que as indutâncias mútuas, por definição, não concatenam fluxos dispersivos. Dessa forma, apenas envolvem relações de indutâncias magnetizantes. Como as indutâncias próprias variam com a posição, as indutâncias mútuas entre fases de estator, apesar de permanecerem em uma posição fixa, também variam com a posição elétrica de movimentação do rotor. Caso o motor seja de polos lisos, essa variação, obviamente, não ocorre, pois existirá apenas o termo $L_{m,A}$ da indutância magnetizante. Como presume-se que haja apenas ímãs permanentes no rotor da máquina, não existem indutâncias próprias e mútuas de rotor e, conseqüentemente, indutâncias mútuas entre estator e rotor.

A coenergia do campo magnético da máquina síncrona de ímãs permanentes é dada por:

$$\begin{aligned} W'_e = & \frac{1}{2} [L_{aa}(\theta_{e,r})i_{as}(t) + L_{bb}(\theta_{e,r})i_{bs}(t) + L_{cc}(\theta_{e,r})i_{cs}(t)] + \\ & L_{ab}(\theta_{e,r})i_{as}(t)i_{bs}(t) + L_{ac}(\theta_{e,r})i_{as}(t)i_{cs}(t) + L_{bc}(\theta_{e,r})i_{bs}(t)i_{cs}(t) + \\ & \lambda_{pm} \left[i_{as}(t) \text{flx}(\theta_{e,r}) + i_{bs}(t) \text{flx}\left(\theta_{e,r} - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{cs}(t) \text{flx}\left(\theta_{e,r} + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (177)$$

Assumindo que

$$\text{fem}(\theta_{e,r}) = \frac{d \text{flx}(\theta_{e,r})}{d\theta_{e,r}} \quad (178)$$

seja a função de perfil de força induzida da máquina (que pode ser senoidal para um PMSM senoidal ou trapezoidal para o caso do BLDC) em função da posição angular elétrica, o torque da máquina é dado por:

$$\tau_e(t, \theta_{e,r}) = \frac{dW'_e}{d\theta_{m,r}} = \left(\frac{n_p}{2} \right) (\tau_{e,pm}(t, \theta_{e,r}) + \tau_{e,rel}(t, \theta_{e,r})) \quad (179)$$

onde n_p é o número de polos do motor, $\tau_{e,pm}$ é o torque devido aos ímãs permanentes que é dado por:

$$\begin{aligned} \tau_{e,pm}(t, \theta_{e,r}) = & \left[i_{as}(t) \text{fem}(\theta_{e,r}) + i_{bs}(t) \text{fem} \left(\theta_{e,r} - \frac{2\pi}{3} \right) + \right. \\ & \left. i_{cs}(t) \text{fem} \left(\theta_{e,r} + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \lambda_{pm}, \end{aligned} \quad (180)$$

e $\tau_{e,rel}$ é devido ao torque de relutância, dado por

$$\begin{aligned} \tau_{e,rel}(t, \theta_{e,r}) = & \left[\left(i_{as}^2(t) - \frac{1}{2} i_{bs}^2(t) - \frac{1}{2} i_{cs}^2(t) - i_{as}(t) i_{bs}(t) \right. \right. \\ & \left. \left. - i_{as}(t) i_{cs}(t) + 2 i_{bs}(t) i_{cs}(t) \right) \sin(2\theta_{e,r}) + \frac{\sqrt{3}}{2} [i_{bs}^2(t) - i_{cs}^2(t) \right. \\ & \left. \left. - 2 i_{as}(t) i_{bs}(t) + 2 i_{as}(t) i_{cs}(t) \right] \cos(2\theta_{e,r}) \right] L_{m,B}. \end{aligned} \quad (181)$$

As tensões de linha são $v_{ab}(t) = v_{as}(t) - v_{bs}(t)$, $v_{bc}(t) = v_{bs}(t) - v_{cs}(t)$, $v_{ca}(t) = v_{cs}(t) - v_{as}(t)$, a relação $i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t) = 0$, e a força contraeletromotriz (*back-electromotive force* BEMFs) das fases é dada por

$$e_{as}(t, \theta_{e,r}) = \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \text{fem}(\theta_{e,r}) \quad (182)$$

$$e_{bs}(t, \theta_{e,r}) = \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \text{fem} \left(\theta_{e,r} - \frac{2\pi}{3} \right) \quad (183)$$

$$e_{cs}(t, \theta_{e,r}) = \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \text{fem} \left(\theta_{e,r} + \frac{2\pi}{3} \right). \quad (184)$$

Pela Lei de Faraday e pela Segunda Lei de Kirchhoff, tem-se que a tensão elétrica em cada fase, em relação ao neutro de estator, é descrita por:

$$v_{as}(t) = R_s i_{as}(t) + \frac{d\lambda_{as}(t)}{dt} \quad (185)$$

$$v_{bs}(t) = R_s i_{bs}(t) + \frac{d\lambda_{bs}(t)}{dt} \quad (186)$$

$$v_{cs}(t) = R_s i_{cs}(t) + \frac{d\lambda_{cs}(t)}{dt}. \quad (187)$$

Substituindo (168), (169) e (170) nas Equações (185), (186) e (187), respectivamente, obtêm-se:

$$v_{as}(t) = R_s i_{as}(t) + \frac{d}{dt} \{ L_{aa}(\theta_{e,r}) i_{as}(t) + L_{ab}(\theta_{e,r}) i_{bs}(t) + L_{ac}(\theta_{e,r}) i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r}) \} \quad (188)$$

$$v_{bs}(t) = R_s i_{bs}(t) + \frac{d}{dt} \{ L_{ab}(\theta_{e,r}) i_{as}(t) + L_{bb}(\theta_{e,r}) i_{bs}(t) + L_{bc}(\theta_{e,r}) i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r} - 2\pi/3) \} \quad (189)$$

$$v_{cs}(t) = R_s i_{cs}(t) + \frac{d}{dt} \{ L_{ac}(\theta_{e,r}) i_{as}(t) + L_{bc}(\theta_{e,r}) i_{bs}(t) + L_{cc}(\theta_{e,r}) i_{cs}(t) + \lambda_{pm} \text{flx}(\theta_{e,r} + 2\pi/3) \}. \quad (190)$$

Aplicando o operador derivada (distribuição de regras de produto) e considerando que a variação das indutâncias em relação ao tempo é desprezível, obtêm-se

$$v_{as}(t) = R_s i_{as}(t) + L_{aa}(\theta_{e,r}) \frac{di_{as}(t)}{dt} + L_{ab}(\theta_{e,r}) \frac{di_{bs}(t)}{dt} + L_{ac}(\theta_{e,r}) \frac{di_{cs}(t)}{dt} + \lambda_{pm} \frac{d \text{flx}(\theta_{e,r})}{dt} \quad (191)$$

$$v_{bs}(t) = R_s i_{bs}(t) + L_{ab}(\theta_{e,r}) \frac{di_{as}(t)}{dt} + L_{bb}(\theta_{e,r}) \frac{di_{bs}(t)}{dt} + L_{bc}(\theta_{e,r}) \frac{di_{cs}(t)}{dt} + \lambda_{pm} \frac{d \text{flx}(\theta_{e,r} - 2\pi/3)}{dt} \quad (192)$$

$$v_{cs}(t) = R_s i_{cs}(t) + L_{ac}(\theta_{e,r}) \frac{di_{as}(t)}{dt} + L_{bc}(\theta_{e,r}) \frac{di_{bs}(t)}{dt} + L_{cc}(\theta_{e,r}) \frac{di_{cs}(t)}{dt} + \lambda_{pm} \frac{d \text{flx}(\theta_{e,r} + 2\pi/3)}{dt}. \quad (193)$$

Considerando ainda que $i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t) = 0$, que $d \text{flx}(\theta_{e,r})/dt = \omega_{e,r}(t) \text{fem}(\theta_{e,r})$ e isolando-se as derivadas de corrente no sistema de equações diferenciais das Equações (191),

(192) e (193), obtêm-se as equações que expressam a dinâmica das correntes de modo que (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019)

$$\begin{aligned} \frac{di_{as}(t)}{dt} = & - [(L_{bc} - L_{bb} - L_{ac} + L_{ab})v_{bc} + (-L_{cc} + 2L_{bc} - L_{bb})v_{ab} + \\ & [(L_{bc} - L_{bb} - L_{ac} + L_{ab})i_{cs} + (-L_{cc} + L_{bc} + L_{ac} - L_{ab})i_{bs} + \\ & (L_{cc} - 2L_{bc} + L_{bb})i_{as}]R_s + (L_{bc} - L_{bb} - L_{ac} + L_{ab})e_{cs} \\ & + (-L_{cc} + L_{bc} + L_{ac} - L_{ab})e_{bs} + (L_{cc} - 2L_{bc} + L_{bb})e_{as}] / L_{det}^2 \end{aligned} \quad (194)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{bs}(t)}{dt} = & [(L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})v_{bc} + (-L_{cc} + L_{bc} + L_{ac} - L_{ab})v_{ab} + \\ & [(L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})i_{cs} + (-L_{cc} + 2L_{ac} - L_{aa})i_{bs} + \\ & (L_{cc} - L_{bc} - L_{ac} + L_{ab})i_{as}]R_s + (L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})e_{cs} + \\ & (-L_{cc} + 2L_{ac} - L_{aa})e_{bs} + (L_{cc} - L_{bc} - L_{ac} + L_{ab})e_{as}] / L_{det}^2 \end{aligned} \quad (195)$$

$$\begin{aligned} \frac{di_{cs}(t)}{dt} = & [(L_{bb} - 2L_{ab} + L_{aa})v_{ca} + (L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})v_{ab} + \\ & [(-L_{bb} + 2L_{ab} - L_{aa})i_{cs} + (L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})i_{bs} + \\ & (-L_{bc} + L_{bb} + L_{ac} - L_{ab})i_{as}]R_s + (-L_{bb} + 2L_{ab} - L_{aa})e_{cs} + \\ & (L_{bc} - L_{ac} - L_{ab} + L_{aa})e_{bs} + (-L_{bc} + L_{bb} + L_{ac} - L_{ab})e_{as}] / L_{det}^2 \end{aligned} \quad (196)$$

com:

$$\begin{aligned} L_{det}^2 = & (L_{bb} - 2L_{ab} + L_{aa})L_{cc} + (2L_{ac} + 2L_{ab} - 2L_{aa})L_{bc} \\ & + (L_{aa} - 2L_{ac})L_{bb} + 2L_{ab}L_{ac} - L_{ab}^2 - L_{bc}^2 - L_{ac}^2. \end{aligned} \quad (197)$$

Nas Equações (194), (195), (196) e (197) as indutâncias são dependentes da posição elétrica ($\theta_{e,r}$) e do tempo (t), porém a dependência da posição não foi indicada nos sinais de correntes e tensões. Isso foi realizado como uma simplificação de notação, mas essa dependência deve ser considerada no modelo dinâmico. Além disso, qualquer uma das Equações (194), (195), (196) poderia ser substituída pela relação de correntes no nó do neutro do motor, visto que essas equações estão descritas em termo das tensões de linha de alimentação da máquina.

A dinâmica mecânica do motor é dada por

$$\frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{1}{D_m} \left[\tau_e(t) - \tau_m(t) - R_m \omega_m(t) \right] \quad (198)$$

e

$$\frac{d\theta_{m,r}(t)}{dt} = \omega_m(t) \quad (199)$$

onde D_m é o coeficiente de inércia, R_m é o coeficiente de atrito, τ_m é o torque de carga e

$$\omega_{e,r}(t) = \frac{n_p}{2} \omega_m(t), \quad (200)$$

$$\theta_{e,r}(t) = \frac{n_p}{2} \theta_{m,r}(t) \quad (201)$$

são as relações entre as variáveis mecânicas e elétricas.

5.1.2 Modelo trifásico simplificado pelas transformações

Para um motor síncrono de ímãs permanentes trifásico simétrico, de polos lisos e de tensão induzida cossenoidal, conectado em estrela, a dinâmica das correntes pode ser modelada de uma forma simplificada, de modo que:

$$\frac{di_{as}(t)}{dt} = \frac{2}{L_s} [v_{as}(t) - R_s i_{as}(t) - \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \cos(\theta_{e,r}(t))] \quad (202)$$

$$\frac{di_{bs}(t)}{dt} = \frac{2}{L_s} \left[v_{bs}(t) - R_s i_{bs}(t) - \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \cos \left(\theta_{e,r}(t) - \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (203)$$

$$\frac{di_{cs}(t)}{dt} = \frac{2}{L_s} \left[v_{cs}(t) - R_s i_{cs}(t) - \lambda_{pm} \omega_{e,r}(t) \cos \left(\theta_{e,r}(t) + \frac{2\pi}{3} \right) \right] \quad (204)$$

em que L_s é a indutância própria de fase. As expressões são multiplicadas 2 em virtude de que a indutância "efetiva" sofre influência da indutância mútua. No caso da máquina trifásica simétrica, a indutância mútua entre fases é dada por:

$$L_{ab} = L_{ac} = L_{bc} = L_m = L_s \cos(\phi_{ab}) \quad (205)$$

em que ϕ_{ab} é o ângulo entre as fases a e b do motor. Nesse caso, $\phi_{ab} = 120^\circ$. Assim:

$$L_m = -\frac{1}{2}L_s, \quad (206)$$

ou seja, L_m possui valor igual ao oposto da metade da indutância própria de uma fase L_s . Considerando a conexão estrela em que $i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t) = 0$, o efeito indutivo líquido em uma fase é dado pela diferença entre o valor módulo da indutância própria de fase e o módulo da indutância mútua da máquina. Dessa forma, o efeito líquido será $L_s - L_m = L_s/2$ (ANDRICH, 2013; SILVA, 2013; BARTSCH, 2016; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013).

Como o modelo descrito pelas equações (202), (203) e (204) não é dado em uma base ortogonal, é possível simplificar esse modelo considerando a alimentação dada por tensões de linha e pela relação entre as correntes, na configuração estrela da máquina, de modo que (NEGRI et al., 2014):

$$\frac{di_{as}(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L_s - L_{ab}}i_{as}(t) + \frac{2(v_{ab}(t) - e_{ab}(t, \theta_{e,r}))}{3(L_s - L_{ab})} + \frac{v_{bc}(t) - e_{bc}(t, \theta_{e,r})}{3(L_s - L_{ab})} \quad (207)$$

$$\frac{di_{bs}(t)}{dt} = -\frac{R_s}{L_s - L_{ab}}i_{bs}(t) - \frac{v_{ab}(t) - e_{ab}(t, \theta_{e,r})}{3(L_s - L_{ab})} + \frac{v_{bc}(t) - e_{bc}(t, \theta_{e,r})}{3(L_s - L_{ab})} \quad (208)$$

$$i_{cs}(t) = -i_{as}(t) - i_{bs}(t) \quad (209)$$

com $e_{ab}(t, \theta_{e,r}) = e_{as}(t, \theta_{e,r}) - e_{bs}(t, \theta_{e,r})$ e $e_{bc}(t, \theta_{e,r}) = e_{bs}(t, \theta_{e,r}) - e_{cs}(t, \theta_{e,r})$.

Nessas condições, a equação de torque também pode ser simplificada para:

$$\tau_e(t, \theta_{e,r}) = \tau_{e,pm}(t, \theta_{e,r}) = \lambda_{pm} \left[i_{as}(t) \cos(\theta_{e,r}) + i_{bs}(t) \cos\left(\theta_{e,r} - \frac{2\pi}{3}\right) + i_{cs}(t) \cos\left(\theta_{e,r} + \frac{2\pi}{3}\right) \right]. \quad (210)$$

As dinâmicas de rotação e posição não sofrem nenhuma simplificação dadas essas hipóteses mais restritivas.

5.1.3 Transformações de Clarke e Park

Apesar de o conceito das transformações de Clarke e Park serem bastante conhecidos, e muitas vezes subentendidos, no meio de modelagem de máquinas elétricas, essa breve subse-

ção é destinada a discutir esse ponto. Justifica-se isso em virtude de que há muitas diferentes transformações denominadas transformações de Clarke e Park e que, ao subentender um determinado tipo de transformação, é possível que a transformação pretendida seja outra. Além disso, as transformações adotadas nessa tese (baseadas em Krause, Wasynczuk, Sudhoff e Pekarek (2013)) não são as mais difundidas na literatura (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2006), por isso, convém apresentá-las e destacar algumas consequências de seu uso na modelagem do motor.

A matriz geral de transformações, invariante em tensão, é dada por:

$$\Theta_{qd0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_\nu) & \cos\left(\theta_\nu - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_\nu + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_\nu) & \sin\left(\theta_\nu - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_\nu + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (211)$$

em θ_ν é o ângulo de referência adotado. Destaca-se que a primeira linha da matriz de (211) está associada ao eixo de quadratura genérico q_ν e a segunda linha da matriz está associada ao eixo direto genérico d_ν . A terceira linha está associada ao eixo zero (ou nulo). Assim, multiplica-se um vetor de variáveis de certa grandeza (tensão, corrente ou fluxo) pela matriz de transformação Θ_{qd0} para obter-se o vetor equivalente na base genérica composta dos eixos q_ν , d_ν e 0. A matriz geral que realiza o processo inverso é dada por:

$$\Theta_{qd0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_\nu) & \sin(\theta_\nu) & 1 \\ \cos\left(\theta_\nu - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_\nu - \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \\ \cos\left(\theta_\nu + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_\nu + \frac{2\pi}{3}\right) & 1 \end{bmatrix}. \quad (212)$$

Destaca-se que a matriz inversa dada por (212) não possui um fator multiplicativo, como a matriz de transformação direta.

A Transformação de Clarke utilizada nesse trabalho, também chamada de transformação $\alpha\beta$ na literatura, é obtida ao fazer-se $\theta_\nu = 0$. Dessa maneira:

$$\Theta_{c,\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}. \quad (213)$$

Destaca-se, em (213), o sinal do termo associado à transformação da fase b para o eixo direto fica negativo enquanto o sinal do termo associado à transformação da fase c para o eixo direto fica positivo, ao contrário da transformada de Clarke mais comum na literatura. A Transformada de Clarke inversa é dada por:

$$\Theta_{c,\alpha\beta 0}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (214)$$

A Transformada de Park por sua vez muitas vezes é entendida como o complemento da Transformação de Clarke para a transformação geral. Assim, nesse conceito, essa matriz de Transformação de Park multiplicada na matriz de Transformação de Clarke resultaria na própria matriz de Transformação geral descrita por (211). Esse tipo de transformação também é conhecido como transformação entre diferentes sistemas de referenciais. Assim, no contexto desse conceito, a matriz de Transformação de Park é dada por:

$$\Theta_{p,qd0} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_\nu) & -\sin(\theta_\nu) & 0 \\ \sin(\theta_\nu) & \cos(\theta_\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (215)$$

Destaca-se que o sinal das funções seno na transformação (215) são invertidos aos utilizados costumeiramente na literatura.

A Transformação inversa de Park é dada por:

$$\Theta_{p,qd0}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_\nu) & \sin(\theta_\nu) & 0 \\ -\sin(\theta_\nu) & \cos(\theta_\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (216)$$

Dessa maneira, aplicando-se em sequência as Equações (213) e (215) obtém-se a mesma mudança de coordenadas da aplicação direta de (211), o que, a primeira vista, parece um esforço desnecessário. Porém, observa-se que em (215) há a necessidade de apenas dois cálculos de funções trigonométricas diferentes enquanto em (211) é necessário efetuar o cálculo de seis funções trigonométricas diferentes. Essa diferença é significativa no processo de cálculo embarcado de ações de controle, uma vez que as funções trigonométricas usualmente possuem alto custo computacional. Desse modo, a transformação realizada em duas etapas muitas vezes reduz a carga computacional de um controlador que necessite das transformações.

Uma implicação particular do uso dessas relações específicas para a transformada pode ser vista no alinhamento do motor, por exemplo. Uma rotina de alinhamento aplicada com essas transformações implicaria uma posição inicial em 90 graus elétricos ao invés de 0 graus elétricos, como ocorre com a transformada convencional.

Outra implicação do uso dessa transformação ocorre no posicionamento dos vetores espaciais equivalentes do inversor, normalmente dados no referencial estacionário, que se invertem em relação à transformação mais utilizada na literatura.

5.1.4 Modelo na base bifásica girante

É possível aplicar (211) ao modelo trifásico do motor síncrono de ímãs permanentes de tensão induzida senoidal, com o objetivo de obter simplificações no modelo. Para o caso do motor com tensão induzida trapezoidal, não existem simplificações diretas ao aplicar-se (211).

A principal simplificação consiste em eliminar a dependência da posição elétrica, tanto das indutâncias quanto da tensão induzida da máquina. Além disso, elimina-se a dependência entre coordenadas existente na base trifásica, visto que a base trifásica não é ortogonal enquanto a base em coordenadas $qd0$ caracteriza-se justamente por ser uma base ortogonal. Porém, existe o acréscimo ao modelo de um termo conhecido como tensão de rotação em ambas as coordenadas

resultantes. Para que tudo isso ocorra é necessário, porém, fixar o ângulo de referência da transformação na posição angular elétrica do rotor, logo $\theta_\nu = \theta_{e,r}$. Isso exige, na aplicação prática, a medição direta da posição mecânica do rotor e posterior conversão para a posição elétrica equivalente. Dependendo da resolução do sensor de posição e do número de polos da máquina, porém, pode ocorrer que uma pequena alteração de posição mecânica implique uma elevada alteração de posição elétrica. Desse modo, assume-se que o sensor de posição possua resolução suficiente para efetuar as medições.

Assim, a dinâmica de corrente do motor síncrono de ímãs permanentes é expressa por:

$$\frac{di_{qs}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{qs}}(v_{qs}(t) - R_s i_{qs}(t) - L_{ds}\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t) - \omega_{e,r}(t)\lambda_{pm}) \quad (217)$$

$$\frac{di_{ds}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ds}}(v_{ds}(t) - R_s i_{ds}(t) + L_{qs}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)) \quad (218)$$

$$\frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}}(v_{0s}(t) - R_s i_{0s}(t)) \quad (219)$$

em que i_{qs} é a corrente de eixo de quadratura, i_{ds} é a corrente de eixo direto, v_{qs} é a tensão de eixo de quadratura, v_{ds} é a tensão de eixo direto, L_{qs} é a indutância de eixo de quadratura, L_{ds} é a indutância de eixo direto e $\omega_{e,r}$ é a velocidade elétrica de rotor. Destaca-se que o termo $\omega_{e,r}(t)\lambda_{pm}$ em (217) está associado à tensão induzida da máquina, que está alinhada com o eixo de quadratura. Os termos $L_{ds}\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t)$ em (217) e $L_{qs}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)$ em (218) estão associados à tensão virtual de rotação, ocasionada pelos eixos girantes adotados na Transformação de Park. A coordenada 0 não sofre alterações em relação à aplicação da base estacionária. Assim como no caso anterior, para os fins aos quais a tese destina-se, essa coordenada pode ser negligenciada (porém, tais variáveis são necessárias para a simulação da máquina com alimentação por inversor de frequência, caso opte-se pelo modelo em coordenadas qd).

As indutâncias de eixo direto e quadratura relacionam-se com as indutâncias magnetizantes da seguinte forma:

$$L_{qs} = L_{ls} + L_{mq} = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_{m,A} + L_{m,B}) \quad (220)$$

$$L_{ds} = L_{ls} + L_{md} = L_{ls} + \frac{3}{2}(L_{m,A} - L_{m,B}). \quad (221)$$

Assim, para o caso do PMSM de polos salientes, a indutância de eixo de quadratura L_{qs} é maior que a indutância L_{ds} , pois as indutâncias magnetizantes $L_{m,A}$ e $L_{m,B}$ são sempre positivas. Destaca-se que caso $L_{m,B} = 0$, ou seja, a máquina apresenta polos lisos, $L_{qs} = L_{ds}$.

Os fluxos são dados por:

$$\lambda_{qs}(t) = L_{qs}i_{qs}(t) \quad (222)$$

$$\lambda_{ds}(t) = L_{ds}i_{ds}(t) + \lambda_{pm}. \quad (223)$$

Desse modo, para a transformada adotada, o fluxo dos ímãs está alinhado com o eixo direto da máquina, que, para $\theta_{e,r} = 0$, está localizado a 90 graus elétricos atrasado do eixo magnético da fase a . Por consequência, o eixo de quadratura, na posição estacionária, localiza-se sobre o eixo magnético da fase a .

A potência ativa total instantânea pode ser calculada com:

$$\rho_{e,s}(t) = \frac{3}{2}(v_{qs}(t)i_{qs}(t) + v_{qs}(t)i_{qs}(t) + 2v_{0s}(t)i_{0s}(t)). \quad (224)$$

Substituindo as equações do modelo (217), (218) e (219) em (224) e manipulando as variáveis, obtém-se que (omite-se que as correntes, os fluxos e a rotação funções do tempo, por simplicidade de notação):

$$\rho_{e,s}(t) = \frac{3}{2} \left\{ R_s(i_{qs}^2 + i_{ds}^2 + 2i_{0s}^2) + L_{qs}\lambda_{qs}\frac{di_{qs}}{dt} + L_{ds}\lambda_{ds}\frac{di_{ds}}{dt} + [(L_{ds} - L_{qs})i_{ds} + \lambda_{pm}]i_{qs}\omega_{e,r} \right\}. \quad (225)$$

Analisando-se (225), verifica-se que o termo $R_s(i_{qs}^2 + i_{ds}^2 + 2i_{0s}^2)$ está relacionado às perdas Joule da máquina, o termo com as derivadas de corrente associa-se à variação da energia armazenada nos indutores. Assim, o último termo associa-se à conversão eletromecânica de energia. Desse modo, é possível concluir que o torque eletromagnético é dado por:

$$\tau_e(t) = \frac{3}{2} \frac{n_p}{2} [(L_{ds} - L_{qs})i_{ds}(t) + \lambda_{pm}]i_{qs}(t). \quad (226)$$

Observa-se que o torque é constituído de duas parcelas, sendo o termo relacionado a $(L_{ds} - L_{qs})i_{ds}(t)i_{qs}(t)$ conhecido como torque de relutância, pois é proveniente da diferença existentes entre as indutâncias de estator, enquanto o termo $\lambda_{pm}i_{qs}(t)$ é o torque proveniente dos ímãs permanentes, pois depende da interação entre o fluxo dos ímãs e a corrente de estator. Essas considerações poderiam ser obtidas diretamente da aplicação das transformações nas equações de torque modeladas pelas variáveis da base trifásica.

Considerando a expressão para o torque, a dinâmica da rotação elétrica é dada por:

$$\frac{d\omega_{e,r}(t)}{dt} = \frac{1}{D_m} \left(\frac{3}{2} \frac{n_p^2}{4} [(L_{ds} - L_{qs})i_{ds}(t) + \lambda_{pm}]i_{qs}(t) - R_m\omega_{e,r}(t) - n_p\tau_m \right). \quad (227)$$

Destaca-se a relação não linear entre as correntes e a dinâmica de rotação para o caso em que $L_{qs} \neq L_{ds}$, provocada pelo torque de relutância.

TEOREMA 4 *O modelo de tempo contínuo do motor, descrito pelas Equações (217), (218) e (227), considerando entradas exógenas e perturbações nulas, é globalmente assintoticamente estável.*

Demonstração. Considere a seguinte candidata a função de Lyapunov, definida positiva, baseada em princípios físicos de energia magnética e cinética rotacional:

$$\mathcal{V}(x(t)) = \frac{1}{2}L_{qs}i_{qs}^2(t) + \frac{1}{2}L_{ds}i_{ds}^2(t) + \frac{1}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}^2(t). \quad (228)$$

Tem-se que

$$\dot{\mathcal{V}}(x(t)) = L_{qs}i_{qs}(t)\frac{di_{qs}(t)}{dt} + L_{ds}i_{ds}(t)\frac{di_{ds}(t)}{dt} + \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{d\omega_{e,r}(t)}{dt} \quad (229)$$

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{V}}(x(t), u(t)) = & L_{qs}i_{qs}(t) \left(-\frac{R_s}{L_{qs}}i_{qs}(t) - \frac{L_{ds}}{L_{qs}}\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t) - \frac{\lambda_{pm}}{L_{qs}}\omega_{e,r}(t) + \frac{1}{L_{qs}}v_{qs}(t) \right) + \\ & L_{ds}i_{ds}(t) \left(\frac{L_{qs}}{L_{ds}}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t) - \frac{R_s}{L_{ds}}i_{ds}(t) + \frac{1}{L_{ds}}v_{ds}(t) \right) + \\ & \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t) \left(\frac{3}{2}\frac{n_p^2}{D_m}[\lambda_{pm}i_{qs}(t) + (L_{ds} - L_{qs})i_{qs}(t)i_{ds}(t)] \right. \\ & \left. - \frac{R_m}{D_m}\omega_{e,r}(t) - \frac{n_p^2}{D_m}\tau_m(t) \right) \end{aligned} \quad (230)$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathcal{V}}(x(t), u(t)) = & -L_{qs}i_{qs}(t)\frac{R_s}{L_{qs}}i_{qs}(t) - L_{qs}i_{qs}(t)\frac{L_{ds}}{L_{qs}}\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t) \\
& - L_{qs}i_{qs}(t)\frac{\lambda_{pm}}{L_{qs}}\omega_{e,r}(t) + \frac{L_{qs}i_{qs}(t)}{L_{qs}}v_{qs}(t) + L_{ds}i_{ds}(t)\frac{L_{qs}}{L_{ds}}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t) \\
& - L_{ds}i_{ds}(t)\frac{R_s}{L_{ds}}i_{ds}(t) + \frac{L_{ds}i_{ds}(t)}{L_{ds}}v_{ds}(t) + \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{3}{2}\frac{n_p^2}{D_m}\lambda_{pm}i_{qs}(t) \\
& + \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{3}{2}\frac{n_p^2}{D_m}L_{ds}i_{qs}(t)i_{ds}(t) \\
& - \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{3}{2}\frac{n_p^2}{D_m}L_{qs}i_{qs}(t)i_{ds}(t) - \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{R_m}{D_m}\omega_{e,r}(t) \\
& - \frac{2}{3}\frac{D_m}{n_p^2}\omega_{e,r}(t)\frac{n_p^2}{D_m}\tau_m(t)
\end{aligned} \tag{231}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathcal{V}}(x(t), u(t)) = & -R_s i_{qs}^2(t) - L_{ds}i_{qs}(t)\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t) \\
& - \lambda_{pm}i_{qs}(t)\omega_{e,r}(t) + i_{qs}(t)v_{qs}(t) + L_{qs}i_{ds}(t)\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t) \\
& - R_s i_{ds}^2(t) + i_{ds}(t)v_{ds}(t) + \lambda_{pm}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t) \\
& + L_{ds}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)i_{ds}(t) \\
& - L_{qs}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)i_{ds}(t) - \frac{2}{3}\frac{R_m}{n_p^2}\omega_{e,r}^2(t) - \frac{2}{3}\omega_{e,r}(t)\tau_m(t)
\end{aligned} \tag{232}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\mathcal{V}}(x(t), u(t)) = & -R_s i_{qs}^2(t) - \cancel{L_{ds}i_{qs}(t)\omega_{e,r}(t)i_{ds}(t)} \\
& - \cancel{\lambda_{pm}i_{qs}(t)\omega_{e,r}(t)} + i_{qs}(t)v_{qs}(t) + \cancel{L_{qs}i_{ds}(t)\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)} \\
& - R_s i_{ds}^2(t) + i_{ds}(t)v_{ds}(t) + \cancel{\lambda_{pm}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)} \\
& + \cancel{L_{ds}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)i_{ds}(t)} \\
& - \cancel{L_{qs}\omega_{e,r}(t)i_{qs}(t)i_{ds}(t)} - \frac{2}{3}\frac{R_m}{n_p^2}\omega_{e,r}^2(t) - \frac{2}{3}\omega_{e,r}(t)\tau_m(t)
\end{aligned} \tag{233}$$

$$\dot{\mathcal{V}}(x(t), u(t)) = -R_s i_{qs}^2(t) - R_s i_{ds}^2(t) - \frac{2}{3}\frac{R_m}{n_p^2}\omega_{e,r}^2(t) + v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} - \frac{2}{3}\omega_{e,r}(t)\tau_m(t). \tag{234}$$

Considerando entrada e perturbação nulas ($v_{qs}(t) = 0$, $v_{ds}(t) = 0$ e $\tau_m(t) = 0$), ou seja, considerando o motor como sistema autônomo, tem-se que (234) pode ser reescrita como

$$\dot{\mathcal{V}}(x(t)) = -R_s i_{qs}^2(t) - R_s i_{ds}^2(t) - \frac{2}{3} \frac{R_m}{n_p^2} \omega_{e,r}^2(t), \quad (235)$$

de modo que a mesma é definida negativa para todo o espaço de estados. Considerando que $\mathcal{V}(x(t)) \rightarrow \infty$ a medida que $x \rightarrow \infty$, $\mathcal{V}(x(t))$ satisfaz as condições necessárias e suficientes dadas no Teorema de Lyapunov (SLOTINE; LI, 1991). Assim, como existe uma função de Lyapunov para o sistema descrito nas Equações (217), (218) e (227) que é válida em todo o espaço de estados, tal sistema é globalmente, assintoticamente estável. \square

OBSERVAÇÃO 9 A Equação (228) pode ser interpretada fisicamente como a energia armazenada nas indutâncias de eixo direto e de quadratura somada a uma fração da energia armazenada na inércia das partes girantes. A Equação (234) pode ser entendida como a dissipação de potência nas bobinas (perdas ôhmicas) e uma fração das perdas de fricção do motor. \square

TEOREMA 5 O modelo de tempo contínuo do motor, descrito pela Equações (217), (218) e (227), para ausência de perturbação de carga ou para uma perturbação de carga oposta ao movimento de giro do motor, é um sistema passivo dissipativo.

Demonstração. Para que um dado sistema seja considerado passivo dissipativo é necessário e suficiente que:

$$u^T(t)y(t) \geq \dot{\mathcal{V}}(t) \quad (236)$$

em que $u^T(t)y(t)$ pode ser entendida como a "potência de alimentação" do sistema enquanto $\dot{\mathcal{V}}(t)$ é a variação da energia interna armazenada do sistema, que pode ser interpretada como a derivada da função de Lyapunov (quando essa estiver associada a energia armazenada no sistema).

Assume-se:

$$y(t) = \begin{bmatrix} i_{qs}(t) \\ i_{ds}(t) \end{bmatrix}. \quad (237)$$

Tem-se que:

$$u^T(t)y(t) = v_{qs}(t)i_{qs}(t) + v_{ds}(t)i_{ds}(t) \quad (238)$$

$$> -R_s i_{qs}^2(t) - R_s i_{ds}^2(t) - \frac{2}{3} \frac{R_m}{n_p^2} \omega_{e,r}^2(t) + v_{qs}i_{qs} + v_{ds}i_{ds} - \frac{2}{3n_p} \tau_m(t) \quad (239)$$

que é verdadeira considerando a perturbação de carga $\tau_m(t) \geq 0$, ou seja, ausente ou oposta ao movimento. Desse modo, o PMSM é um sistema passivo dissipativo. \square

5.1.5 Efeitos não lineares desprezados na modelagem

Em aplicação real, diversos fenômenos não lineares existem no motor. Esses fenômenos não foram modelados ou considerados em modelos de simulação tratados nessa tese. Porém, diversos deles, eventualmente, manifestam-se em aplicações práticas, a saber:

- *cogging* torque;
- atrito de Coulomb;
- atrito estático;
- histerese magnética;
- saturação magnética;
- variações térmicas;
- desgaste de rolamentos e outros componentes mecânicos.

Para todos os fins, assume-se que tais fenômenos atuam como perturbações a serem compensadas pelo controlador projetado. É possível, porém, que em função de alguma dessas não-idealidades/não linearidades o desempenho de projeto do controlador apresente pequenas diferenças em relação ao esperado por simulação.

5.2 MODELAGEM DO SISTEMA DE ACIONAMENTO

Nessa seção, apresentam-se os modelos para o inversor, responsável por acionar o motor, e para o sensor de rotação, que merece uma consideração específica, visto que o motor opera em velocidades baixas. Além disso, apresenta-se um modelo para a modulação aplicada ao motor. De modo geral, esses elementos são desprezados na descrição do modelo de predição controle,

Algoritmo 2: Algoritmo para cálculo do contador do encoder

Resultado: Obtém valor do Contador de encoder

```

1 Posição mínima  $\leftarrow 2\pi \div \text{Total de Pontos do Encoder}$ ;
2 se Posição mecânica > Próximo ponto de encoder então
3   Contador de encoder  $\leftarrow$  Contador de encoder + 1;
4   Ponto de encoder anterior  $\leftarrow$  Próximo ponto de encoder;
5   Próximo ponto de encoder  $\leftarrow$  Próximo ponto de encoder + Posição mínima;
6   se Contador de encoder  $\geq$  Total de Pontos do Encoder então
7     Contador de encoder  $\leftarrow$  0;
8   fim
9 fim
10 se Posição mecânica  $\leq$  Ponto de encoder anterior então
11   Contador de encoder  $\leftarrow$  Contador de encoder - 1;
12   Próximo ponto de encoder  $\leftarrow$  Ponto de encoder anterior;
13   Ponto de encoder anterior  $\leftarrow$  Ponto de encoder anterior - Posição mínima;
14   se Contador de encoder < 0 então
15     Contador de encoder  $\leftarrow$  Total de Pontos do Encoder;
16   fim
17 fim

```

porém, são úteis para o modelo de simulação, de modo a verificar-se a validade das hipóteses formuladas para o modelo de predição.

5.2.1 Modelo do sensor de rotação para PMSM

O motor PMSM a ser acionado opera em rotações baixas. A rotação é medida através de um sensor do tipo encoder. Essa modalidade de sensor oferece uma medição quantizada de rotação, que demora alguns períodos de amostragem para ser atualizada, podendo instabilizar o processo em malha fechada dependendo da sintonia do controlador. Dessa forma, o Algoritmo 2 apresenta um modelo de simulação para o processamento do sinal do encoder. O Algoritmo 3 apresenta um modelo de simulação para a leitura do sinal do encoder.

5.2.2 Modelo do inversor para PMSM e modulação SPWM

Para simulações envolvendo o PMSM, utilizou-se o modelo de um inversor ideal sem perdas de comutação, perdas de condução ou transitórios de comutação. Além disso, assumiu-se operação complementar de modo que sempre que o interruptor da parte superior do braço do inversor estiver acionado, o interruptor da parte inferior estará bloqueado e vice-versa. Assim,

Algoritmo 3: Algoritmo para cálculo da posição elétrica e da rotação em um período de amostragem

Resultado: Obtém valor de rotação e posição elétrica dada a leitura do encoder

```

1 Fator de filtro  $\leftarrow 0,008$ ;
2 se Contador de encoder  $< 100$  e Ponto de encoder anterior  $>$  Contador de encoder
   $- 100$  então
3   | Ponto de encoder anterior  $\leftarrow$  Ponto de encoder anterior  $-$  Contador de encoder;
4 fim
5 Rotação mecânica calculada  $\leftarrow$  Posição mínima  $\cdot$  (Contador de encoder  $-$  Ponto de
  encoder anterior)/ $t_s$ ;
6 Rotação mecânica filtrada  $\leftarrow$  Fator de filtro  $\cdot$  Rotação mecânica calculada  $+$  (1  $-$ 
  Fator de filtro)  $\cdot$  Rotação mecânica filtrada;
7 Posição mecânica calculada  $\leftarrow$  Contador de encoder  $\cdot$  Posição mínima;
8 se Posição mecânica calculada  $> \pi$  então
9   | Posição mecânica calculada  $\leftarrow$  Posição mecânica calculada  $- 2\pi$ ;
10 fim
11 se Posição mecânica calculada  $< -\pi$  então
12   | Posição mecânica calculada  $\leftarrow$  Posição mecânica calculada  $+ 2\pi$ ;
13 fim
14 Posição elétrica calculada  $\leftarrow$  Contador útil  $\cdot$  Posição mínima  $\cdot$  Par de polos  $+ \pi/2$  ;
15 se Posição elétrica calculada  $> \pi$  então
16   | Posição elétrica calculada  $\leftarrow$  Posição mecânica calculada  $- 2\pi$ ;
17 fim
18 se Posição elétrica calculada  $< -\pi$  então
19   | Posição elétrica calculada  $\leftarrow$  Posição mecânica calculada  $+ 2\pi$ ;
20 fim

```

para esse caso, as tensões de saída, que alimentam o motor, são calculadas por (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013):

$$v_{as}(t) = \frac{V_{cc}}{3} (+2s_{as}(t) - s_{bs}(t) - s_{cs}(t)) \quad (240)$$

$$v_{bs}(t) = \frac{V_{cc}}{3} (-s_{as}(t) + 2s_{bs}(t) - s_{cs}(t)) \quad (241)$$

$$v_{cs}(t) = \frac{V_{cc}}{3} (-s_{as}(t) - s_{bs}(t) + 2s_{cs}(t)) \quad (242)$$

em que V_{cc} é a tensão do barramento de Corrente Contínua (CC) considerada constante, $s_{as} \in \{0,1\}$, $s_{bs} \in \{0,1\}$ e $s_{cs} \in \{0,1\}$ são os sinais de comando dos interruptores eletrônicos superiores.

Utilizou-se a Modulação por Largura de Pulso Senoidal (SPWM – *Sinusoidal Pulse-Width Modulation*) invertida para acionar o inversor. Para modelar essa modulação, emulou-se uma onda dente-de-serra invertida v_{port} de alta frequência, como portadora, de amplitude unitária

e nível médio meio. Essa portadora foi comparada com sinais de referência do controlador normalizados pela tensão de barramento máxima por fase ($V_{cc}/\sqrt{3}$), multiplicados pela metade, invertidos e adicionados de nível médio meio, que são calculados a cada período de amostragem. Desse modo (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013):

$$v_{as}^{\dagger}(t_k) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}u_{as}(t_k)}{V_{cc}} \right), \quad (243)$$

$$v_{bs}^{\dagger}(t_k) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}u_{bs}(t_k)}{V_{cc}} \right), \quad (244)$$

$$v_{cs}^{\dagger}(t_k) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\sqrt{3}u_{cs}(t_k)}{V_{cc}} \right). \quad (245)$$

sendo $u_{as}(t_k) \in \mathbb{R}$, $u_{bs}(t_k) \in \mathbb{R}$ e $u_{cs}(t_k) \in \mathbb{R}$ os sinais de controle convertidos para valores de tensão fase calculados a cada período de amostragem.

Assim, o valor lógico de acionamento dos interruptores é dado por:

$$s_{as} = \begin{cases} 1 & \text{se } v_{as}^{\dagger}(t_k) \leq v_{port} \\ 0 & \text{se } v_{as}^{\dagger}(t_k) > v_{port} \end{cases} \quad (246)$$

$$s_{bs} = \begin{cases} 1 & \text{se } v_{bs}^{\dagger}(t_k) \leq v_{port} \\ 0 & \text{se } v_{bs}^{\dagger}(t_k) > v_{port} \end{cases} \quad (247)$$

$$s_{cs} = \begin{cases} 1 & \text{se } v_{cs}^{\dagger}(t_k) \leq v_{port} \\ 0 & \text{se } v_{cs}^{\dagger}(t_k) > v_{port} \end{cases}. \quad (248)$$

Destaca-se que optou-se pela lógica inversa para que se reproduzisse a mesma lógica de PWM do microcontrolador a ser utilizado na plataforma experimental, para a geração do comando dos interruptores eletrônicos. Nota-se, porém, que o PWM do microcontrolador é digital, baseado em contadores e não analógico, como o adotado para o modelo de simulação.

5.2.3 Modelo do inversor para BLDC, modulação six-step e sensores Hall

Além do PMSM, esse trabalho também considera simulações (e resultados experimentais) envolvendo o BLDC. Assim, aplicam-se duas modulações para que seja possível controlar a velocidade desse tipo de motor com estratégias de controle linear (ANDRICH, 2013; BARTSCH, 2016; LIBERATO, 2017).

Tabela 3 – Tensões de linha no motor dados os intervalos da modulação de seis passos

Angle	$v_{ab}(t)$	$v_{bc}(t)$	$v_{ca}(t)$
-30–30°(D)	0	V_{cc}	$-V_{cc}$
-30–30°	$\frac{V_{cc} + e_{ys}}{2}$	$\frac{V_{cc} - e_{ys}}{2}$	$-V_{cc}$
30–90°(D)	$-V_{cc}$	V_{cc}	0
30–90°	$\frac{-V_{cc} - e_{zs}}{2}$	V_{cc}	$\frac{-V_{cc} + e_{zs}}{2}$
90–150°(D)	$-V_{cc}$	0	V_{cc}
90–150°	$-V_{cc}$	$\frac{V_{cc} + e_{xs}}{2}$	$\frac{V_{cc} - e_{xs}}{2}$
150–210°(D)	0	$-V_{cc}$	V_{cc}
150–210°	$\frac{-V_{cc} + e_{ys}}{2}$	$\frac{-V_{cc} - e_{ys}}{2}$	V_{cc}
210–270°(D)	V_{cc}	$-V_{cc}$	0
210–270°	$\frac{V_{cc} - e_{zs}}{2}$	$-V_{cc}$	$\frac{V_{cc} + e_{zs}}{2}$
270–330°(D)	V_{cc}	0	$-V_{cc}$
270–330°	V_{cc}	$\frac{-V_{cc} + e_{xs}}{2}$	$\frac{-V_{cc} - e_{xs}}{2}$

Fonte: Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019). Considerar: $e_{ys}(t, \theta_{e,r}) = e_{as}(t, \theta_{e,r}) + e_{cs}(t, \theta_{e,r}) - 2e_{bs}(t, \theta_{e,r})$ para $i_{bs}(t) = 0$, $e_{zs}(t, \theta_{e,r}) = e_{cs}(t, \theta_{e,r}) + e_{bs}(t, \theta_{e,r}) - 2e_{as}(t, \theta_{e,r})$ para $i_{as}(t) = 0$, $e_{xs}(t, \theta_{e,r}) = e_{as}(t, \theta_{e,r}) + e_{bs}(t, \theta_{e,r}) - 2e_{cs}(t, \theta_{e,r})$ para $i_{cs}(t) = 0$. (D) significa a operação do diodo.

Primeiramente, aplica-se a modulação de seis passos, mais conhecida como modulação *six-step*. Essa modulação é acionada através da combinação dos sinais lógico provenientes de três sensores de efeito Hall presentes no interior do motor. Essa combinação consegue mapear setores de sessenta graus no interior do motor. Cada setor está relacionado com a transição da FCEM trapezoidal em cada uma das fases. Dessa forma, trinta graus antes de cada transição, há uma transição no código binário gerado pela combinação dos sinais lógicos fornecidos pelos sensores. Com esse código, faz-se uma máscara no acionamento da palavra binária enviada ao inversor, de modo que, sempre uma das fases do inversor tem um de seus braços desativado (tanto o interruptor superior como o interruptor inferior da estrutura meia-ponte da fase são bloqueados). Isso constitui uma operação não-complementar, que não é usual no controle de outras máquinas elétricas. Dessa maneira, com uma fase em aberto, o motor impõe tensão sobre o inversor, que opera em modo de condução descontínuo em tensão e corrente. Dada essa situação, a Tabela 3 apresenta as tensões de linha em cada intervalo de ativação dos sensores de efeito Hall (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019; BARTSCH et al., 2015).

Uma vez que a modulação de seis passos cria uma máscara no acionamento do inversor, de modo que o motor funciona como uma máquina bifásica, com duas fases em série. O somatório das tensões induzidas das duas fases ativas é similar ao efeito de uma única tensão induzida aproximadamente constante. Dessa maneira, a máquina ativada pelo inversor é similar a uma máquina de corrente contínua de ímãs permanentes. Por isso, esse motor é conhecido como BLDC, pois o inversor faz um papel similar ao de um comutador em uma máquina CC convencional.

Assim, é possível aplicar em conjunto uma segunda modulação, esta de alta frequência: a PWM CC nesse caso. Essa modulação é aplicada apenas sobre os interruptores que estão ativos no acionamento, de modo que apenas o efeito médio da tensão comutada em alta frequência é transmitido ao motor, considerando um ciclo de trabalho estabelecido pelo controlador.

5.3 MODELOS DISCRETOS E SIMPLIFICAÇÕES

Nesta seção, apresentam-se os modelos discretos para o PMSM e para o BLDC, com ênfase no controle. Além disso, para esse mesmo fim, são apresentadas possíveis simplificações e as consequências do uso de determinado método de discretização.

5.3.1 Modelos discretos de PMSM

Tanto o modelo em base trifásica quando o modelo em base bifásica girante são modelos não lineares, por apresentarem o produto de estados em cada uma das principais equações do modelo (pode-se ignorar a dinâmica de posição e a dinâmica da corrente de eixo zero).

Assim, a literatura não apresenta um modelo em solução exata para o motor síncrono. Além disso, dependendo dos parâmetros da máquina, é possível que o motor seja um sistema caótico. Contudo, é muito difícil que fisicamente um PMSM atinja essa característica se for corretamente projetado (YU; GUO; MI, 2016; HE; HAN, 2017; RAN; LI; WANG, 2018).

Dessa forma, usualmente, para modelagem discreta com ênfase em controle, adota-se a discretização de Euler de primeiro grau para representar o motor. Essa discretização considera o

uso de elementos diferenciais finitos para a aproximação da derivada. Dessa maneira, o modelo não linear do motor pode ser representado por (PREINDL; BOLOGNANI, 2013a):

$$i_{qs}(t_k + 1) = \left(1 - \frac{R_s}{L_{qs}}t_s\right) i_{qs}(t_k) - \frac{L_{ds}}{L_{qs}}t_s\omega_{e,r}(t_k)i_{ds}(t_k) - \frac{\lambda_{pm}}{L_{qs}}t_s\omega_{e,r}t_k + \frac{t_s}{L_{qs}}v_{qs}(t_k) \quad (249)$$

$$i_{ds}(t_k + 1) = \left(1 - \frac{R_s}{L_{ds}}t_s\right) i_{ds}(t_k) + \frac{L_{qs}}{L_{ds}}t_s\omega_{e,r}(t_k)i_{qs}(t_k) + \frac{t_s}{L_{ds}}v_{ds}(t_k) \quad (250)$$

$$\omega_{e,r}(t_k + 1) = \left(1 - \frac{R_m}{D_m}t_s\right) \omega_{e,r}(t_k) + \left(\frac{n_p}{2}\right)^2 \frac{t_s}{D_m} \left\{ \frac{3}{2}[(L_{ds} - L_{qs})i_{ds}(t_k) + \lambda_{pm}]i_{qs}(t_k) - \tau_m(t_k) \right\}. \quad (251)$$

Nesse modelo, porém, assume-se que as tensões de entrada não possuem influência sobre a rotação no período de amostragem em que são aplicadas. Isso, conforme discutido na Seção 2.7, ocorre pois a discretização de Euler de primeira ordem preserva a posição de zeros na representação frequencial equivalente do tempo contínuo. Quando não há tais zeros, não são criados zeros artificiais discretos pela discretização de Euler de primeira ordem. Isso pode ser prejudicial para o controle de rotação, uma vez que implica um atraso de um período de amostragem para que a rotação seja afetada pelas variáveis manipuladas. Isso também é discutido por Preindl e Bolognani (2013a). Para lidar com esse problema, ao utilizar-se um controle preditivo, o trabalho de Preindl e Bolognani (2013a) propõe o uso de um horizonte de predição mínimo de dois passos a frente.

Porém, é possível utilizar uma aproximação de Euler de segundo grau para emular o efeito das tensões de entrada ao longo do período de amostragem em que são aplicadas. Contudo, o

modelo fica consideravelmente mais complexo e, desprezando eventuais perturbações de carga, é dado por:

$$\begin{aligned}
 i_{qs}(t_k + 1) = & \frac{1}{D_m^2 L_{ds} L_{qs}^2} (-i_{ds}(t_k) L_{qs} t_s (L_{ds} \omega_{e,r}(t_k) (-R_m D_m L_{qs} t_s + \\
 & D_m^2 L_{qs} + t_s^2 (0,5 R_m^2 L_{qs} - 0,75 \lambda_{pm}^2 D_m n_p^2)) + \\
 & n_p^2 t_s (i_{ds}(t_k) (1,5 i_{qs}(t_k) D_m L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) - \\
 & 0,75 t_s (R_m i_{qs}(t_k) L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) \\
 & + \lambda_{pm} D_m L_{ds}^2 \omega_{e,r}(t_k) + i_{qs}(t_k) D_m L_{qs} R_s (L_{ds} - L_{qs}))) + \\
 & i_{qs}(t_k) (1,5 \lambda_{pm} D_m L_{ds} L_{qs} - 0,75 t_s (R_m \lambda_{pm} L_{ds} L_{qs} + \lambda_{pm} D_m L_{ds} R_s - \\
 & i_{qs}(t_k) D_m L_{qs}^2 \omega_{e,r}(t_k) (L_{ds} - L_{qs})))) + D_m^2 L_{ds} t_s v_{qs} (L_{qs} - 0,5 R_s t_s) - \\
 & D_m L_{ds} (\lambda_{pm} t_s \omega_{e,r}(t_k) (D_m L_{qs} - \\
 & 0,5 t_s (R_m L_{qs} + D_m R_s)) + i_{qs}(t_k) (-D_m L_{qs}^2 + \\
 & D_m L_{qs} R_s t_s + t_s^2 (0,75 \lambda_{pm}^2 L_{qs} n_p^2 + 0,5 D_m L_{qs}^2 \omega_{e,r}(t_k)^2 - 0,5 D_m R_s^2))) \\
 & (252)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 i_{ds}(t_k + 1) = & \frac{1}{D_m^2 L_{ds}^2 L_{qs}} (-0,5 \lambda_{pm} D_m^2 L_{ds} L_{qs} t_s^2 \omega_{e,r}(t_k)^2 + \\
 & i_{qs}(t_k) L_{ds} t_s (L_{ds} \omega_{e,r}(t_k) (-R_m D_m L_{qs} t_s + D_m^2 L_{qs} + t_s^2 (0,5 R_m^2 L_{qs} - \\
 & 0,75 \lambda_{pm}^2 D_m n_p^2)) + n_p^2 t_s (i_{ds}(t_k) (1,5 i_{qs}(t_k) D_m L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) - \\
 & 0,75 t_s (R_m i_{qs}(t_k) L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) + \lambda_{pm} D_m L_{ds}^2 \omega_{e,r}(t_k) + \\
 & i_{qs}(t_k) D_m L_{qs} R_s (L_{ds} - L_{qs}))) + i_{qs}(t_k) (1,5 \lambda_{pm} D_m L_{ds} L_{qs} - \\
 & 0,75 t_s (R_m \lambda_{pm} L_{ds} L_{qs} + \lambda_{pm} D_m L_{ds} R_s - \\
 & i_{qs}(t_k) D_m L_{qs}^2 \omega_{e,r}(t_k) (L_{ds} - L_{qs})))) + \\
 & D_m^2 L_{qs} (-i_{ds}(t_k) (-L_{ds}^2 + L_{ds} R_s t_s + 0,5 t_s^2 (L_{ds}^2 \omega_{e,r}(t_k)^2 - R_s^2)) + \\
 & t_s v_{ds} (L_{ds} - 0,5 R_s t_s))) \\
 & (253)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\omega_{e,r}(t_k + 1) = & \frac{1}{D_m^2 L_{ds} L_{qs}} (0,75 \lambda_{pm} D_m L_{ds} n_p^2 t_s^2 v_{qs} + \\
& 0,75 i_{qs}(t_k) D_m L_{qs} n_p^2 t_s^2 v_{ds} (L_{ds} - L_{qs}) + L_{ds} \omega_{e,r}(t_k) (-R_m D_m L_{qs} t_s + \\
& D_m^2 L_{qs} + t_s^2 (0,5 R_m^2 L_{qs} - 0,75 \lambda_{pm}^2 D_m n_p^2)) + \\
& n_p^2 t_s (i_{ds}(t_k) (1,5 i_{qs}(t_k) D_m L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) - \\
& 0,75 t_s (R_m i_{qs}(t_k) L_{ds} L_{qs} (L_{ds} - L_{qs}) + \lambda_{pm} D_m L_{ds}^2 \omega_{e,r}(t_k) + \\
& i_{qs}(t_k) D_m L_{qs} R_s (L_{ds} - L_{qs}))) + i_{qs}(t_k) (1,5 \lambda_{pm} D_m L_{ds} L_{qs} - \\
& 0,75 t_s (R_m \lambda_{pm} L_{ds} L_{qs} + \lambda_{pm} D_m L_{ds} R_s - \\
& i_{qs}(t_k) D_m L_{qs}^2 \omega_{e,r}(t_k) (L_{ds} - L_{qs}))))))
\end{aligned} \tag{254}$$

Como ambos os modelos são aproximações, é possível, eventualmente, adotar um modelo híbrido que considere características de ambos, uma vez que, eventualmente, alguns termos na segunda aproximação são desprezíveis. Uma possibilidade, por exemplo, seria incluir em (251) os termos que multiplicam as tensões em (254), mantendo todo o restante do modelo de Euler de primeiro grau intacto.

Para a simulação do motor, pode-se utilizar um algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem. Destaca-se que o método de Runge-Kutta de quarta ordem é diferente da aproximação de Euler de quarto grau, visto que esses métodos coincidem apenas no primeiro grau. Todos os métodos de Runge-Kutta mantêm-se como aproximações de primeiro grau. Porém, nesse caso, são feitas quatro aproximações e faz-se uma média ponderada dessas aproximações.

Destaca-se que em qualquer possibilidade analisada para as aproximações do modelo do PMSM, não foi possível encontrar uma função de Lyapunov que garantisse estabilidade global dos possíveis modelos discretizados do PMSM em malha aberta. Ao repetir-se a candidata de Lyapunov de tempo contínuo, surgiam termos dependentes de t_s^2 (ou maior grau) na função de diferença de Lyapunov. Caso esses termos fossem aproximados para zero, a função de diferença recaía na função de derivada temporal de Lyapunov. De forma geral, a estabilidade local era garantida considerando valores fisicamente razoáveis para a operação do motor.

5.3.2 Simplificações no modelo discreto de PMSM

Uma primeira simplificação para o modelo do PMSM seria admitir que o motor possui polos lisos, ou seja, que $L_{ds} = L_{qs} = L_s$.

Outra possível simplificação para o modelo discreto do PMSM é realizar uma linearização em (249), (250) e (251) (ou equivalentes de segundo grau), considerando o ponto de operação em que deseja-se trabalhar (SANTANA; BIM; AMARAL, 2008).

Porém, quando o motor opera em rotações reduzidas, uma simplificação comumente realizada no modelo é supor rotação nula nos termos não lineares de (249) e (250) (MEIRINHO; BARTSCH; OLIVEIRA; CAVALCA, 2017). Essa aproximação é equivalente a uma linearização no ponto de equilíbrio. Considerando essa hipótese, é possível separar o modelo do motor em dois, sendo um, de primeira ordem, para representar a dinâmica da corrente de eixo direto e outro, de segunda ordem, para representar as dinâmicas de corrente de eixo direto e rotação. Desse modo:

$$i_{ds}(t_k + 1) = i_{ds}(t_k) + \frac{t_s}{L_s} v_{ds}(t_k) \quad (255)$$

com

$$a_{i_{ds}} = \exp\left(-\frac{R_s}{L_s} t_s\right) \approx \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) \quad (256)$$

$$b_{i_{ds}} = \frac{a_{i_{ds}} - 1}{R_s} \approx \frac{t_s}{L_s} \quad (257)$$

e

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ \omega_{e,r}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) & -\frac{\lambda_{pm}}{L_s} t_s \\ \frac{3}{2} \left(\frac{n_p}{2}\right)^2 \frac{t_s}{D_m} \lambda_{pm} & \left(1 - \frac{R_m}{D_m} t_s\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t_k) \\ \omega_{e,r}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{t_s}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} v_{qs}(t_k). \quad (258)$$

Destaca-se que normalmente não utiliza-se a discretização exata pois também é comum fazer a discretização sem a linearização. O uso da discretização exata pode tornar o modelo menos intuitivo sem um ganho significativo de informação.

E, ainda, é possível considerar que a dinâmica de rotação é consideravelmente mais lenta que a dinâmica de corrente. Dessa maneira, pode-se ainda separar esse segundo modelo em

dois, para uso com uma malha em cascata. Assim, considerando a rotação uma perturbação externa à dinâmica de $i_{qs}(t_k + 1)$ é dada por:

$$i_{qs}(t_k + 1) \approx \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) i_{qs}(t_k) + \frac{t_s}{L_s} v_{qs}(t_k) \quad (259)$$

$$\omega_{e,r}(t_k + 1) \approx \left(1 - \frac{R_m}{D_m} t_s\right) \omega_{e,r}(t_k) + \frac{3}{2} \left(\frac{n_p}{2}\right)^2 \frac{t_s}{D_m} \lambda_{pm} i_{qs}(t_k) \quad (260)$$

Pode-se, ao invés de separar o modelo de segunda ordem em dois modelos de primeira, considerar o termo proveniente da aproximação de Euler de segundo grau para representar o efeito imediato da tensão v_{qs} sobre a rotação. Dessa forma:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ \omega_{e,r}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) & -\frac{\lambda_{pm}}{L_s} t_s \\ \frac{3}{2} \left(\frac{n_p}{2}\right)^2 \frac{t_s}{D_m} \lambda_{pm} & \left(1 - \frac{R_m}{D_m} t_s\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t_k) \\ \omega_{e,r}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{t_s}{L_s} \\ \frac{0,75 \lambda_{pm} n_p^2 t_s^2}{D_m L_s} \end{bmatrix} v_{qs}(t_k) \quad (261)$$

Nas hipóteses simplificatórias apresentadas anteriormente, o modelo indica que o motor é composto de dois subsistemas SISO independentes. Outra possibilidade é considerar os modelos de corrente integrados, ou seja, como sendo um único modelo MIMO. Pode-se assumir que a rotação é uma perturbação constante para as correntes, por possuir uma dinâmica mais lenta. Dessa forma, pode-se admitir um modelo separado para a rotação. Com isso, o modelo dinâmico para as correntes, proveniente dessa hipótese simplificada, seria:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ i_{ds}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) & -\omega_{e,rpo} t_s \\ \omega_{e,rpo} t_s & \left(1 - \frac{R_s}{L_s} t_s\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t_k) \\ i_{ds}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{t_s}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{t_s}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}(t_k) \\ v_{ds}(t_k) \end{bmatrix} \quad (262)$$

em que $\omega_{e,r_{po}}$ é a rotação em um dado ponto de operação. O modelo para a rotação seria similar a (260).

5.3.3 Modelos discretos simplificados para BLDC

No caso do BLDC, a simplificação consiste em tratar esse motor como um motor CC, para análise da dinâmica de corrente e rotação, considerando que apenas duas fases estão ativas a cada ciclo da modulação de seis passos. Dessa maneira, as dinâmica de corrente e rotação tornam-se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ \omega_{e,r}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 - \frac{R_s}{L_s}t_s\right) & -\frac{n_p\lambda_{pm}}{2L_s}t_s \\ 2\left(\frac{n_p}{2}\right)^2\frac{\lambda_{pm}}{D_m}t_s & \left(1 - \frac{R_m}{D_m}t_s\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t_k) \\ \omega_{e,r}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{V_{cc}t_s}{2L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \delta(t_k) \quad (263)$$

em que δ é a razão cíclica da modulação PWM.

Eventualmente, é comum suprimir a malha de corrente nesse tipo de motor, considerando esta constante entre períodos de amostragem. Dessa forma, o motor pode ser representado por um modelo único de rotação, dado por (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019):

$$\omega_m(t_k + 1) = \left(1 - \frac{n_p^2\lambda_{pm}^2 + R_m R_s}{D_m R_s}t_s\right) \omega_m(t_k) + \frac{n_p\lambda_{pm}V_{cc}}{D_m R_s}t_s \delta(t_k). \quad (264)$$

De modo geral, essas aproximações podem ser muito imprecisas dada a faixa de rotação de operação do motor. Dessa maneira, pode-se optar pelo desenvolvimento de modelos identificados numericamente para cada região de operação, considerando a validade de um modelo de primeira ordem de rotação para a representação dessa dinâmica (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019).

5.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou diferentes maneiras de realizar a modelagem do motor síncrono de ímãs permanentes, considerando as particularidades das máquinas a serem modeladas.

Como contribuição, originalmente apresentada em Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019) e com uma primeira correção feita por Bartsch (2019), destaca-se o desenvolvimento ori-

ginal que possibilita a simulação do motor com força contra-eletromotriz trapezoidal (ou outra forma genérica) e que possua, ao mesmo tempo, polos salientes. Esse desenvolvimento é uma expansão analítica de modelos já conhecidos (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013). Sua vantagem é a possibilidade de simular dinamicamente o comportamento do motor com essas características. Simulações em elementos finitos normalmente possibilitam apenas a simulação em regime permanente e possuem um tempo de processamento consideravelmente maior.

Nesse capítulo, também foram apresentadas várias possibilidades de simplificação dos modelos das máquinas PMSM e BLDC. Essas simplificações serão úteis para o desenvolvimento do projeto dos controladores que serão apresentados nos Capítulos 6 e 7.

6 PROJETO E RESULTADOS COM MOTOR BLDC

Neste capítulo, apresenta-se também um dos pontos importantes dessa tese: o projeto de controlador preditivo para o acionamento do motor síncrono BLDC, aplicando-se os conceitos de projeto previamente discutidos nos Capítulos 3 e 4. Contudo, é possível compreender praticamente todo o processo de sintonia apenas com leitura do presente capítulo. É necessário, porém, fazer a consulta de equações e figuras apresentadas nos capítulos anteriores.

6.1 PLATAFORMA 01

O presente trabalho desenvolveu testes em duas plataformas experimentais. A primeira plataforma, aqui denominada Plataforma 01 e que será explorada no presente capítulo, utiliza um motor BLDC de 40 W (BARTSCH, 2016; BARTSCH et al., 2015; BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019). Os parâmetros do motor BLDC são apresentados na Tabela 4.

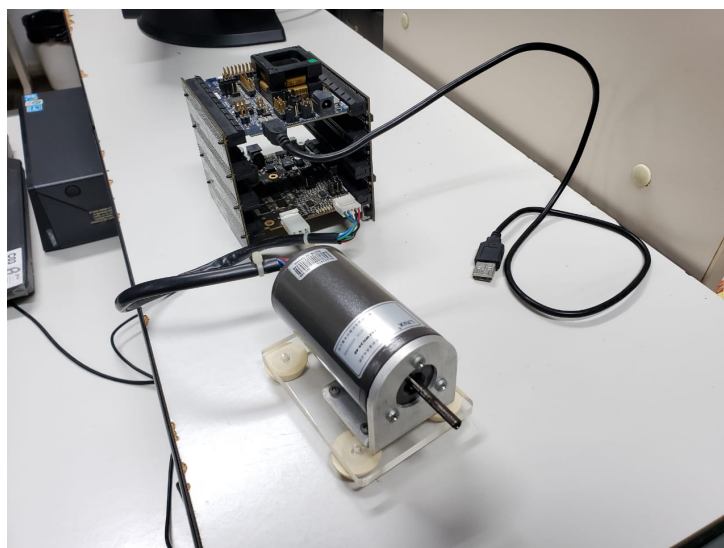
Tabela 4 – Parâmetros do motor BLDC

Parâmetro	BLDC
Resistência R_s	0,5 Ω
Indutância L_{qs}	799 μH
Indutância L_{ds}	712 μH
Indutância $L_{m,A}$	413 μH
Indutância $L_{m,B}$	29 μH
Indutância L_{ls}	136 μH
Inércia D_m	18,86 $\mu\text{kg m/s}^2$
Fricção R_m	3,7 $\mu\text{N m s}$
Fluxo dos ímãs λ_{pm}	7,28 mWb
Núm. de polos n_p	4 polos
Tensão V_{cc}	24 V
Frequência f_{sw}	16 kHz
Período t_s	1,0 ms
Potência nominal	40 W
Tensão nominal	17 V (RMS - linha)
Corrente nominal	2,3 A (RMS - linha)
Rotação nominal	418,8 rad/s
Torque nominal	95,5 mN m

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O parâmetro f_{sw} indica a frequência de comutação do inversor.

A Plataforma 01 foi desenvolvida com base no *kit* de desenvolvimento da empresa NXP, denominado TWR-56F8400. A Figura 77 apresenta uma foto desse *kit* de desenvolvimento existente no laboratório.

Figura 77 – *Kit* de desenvolvimento utilizado para testes com BLDC



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

O *kit* consiste em duas placas: uma de controle (TWR-56F8400, mesmo nome do *kit*) e outra de potência (TWR-MC-LV3PH). Essas placas são conectadas por barramentos verticais conhecidos como *elevators*. Além disso, há um motor BLDC da fabricante chinesa LINIX, que possui três sensores de efeito Hall internos para a medição de rotação¹.

A placa de controle TWR-56F8400 possui um controlador digital de sinais MC56F84789, de ponto fixo, 100 MHz, 100 MIPs, 32 *bits*, 24 canais de PWM e três módulos de conversor Analógico-Digital (AD), sendo dois de 12 *bits* e um de 16 *bits*. Esse tipo de microcontrolador consegue emular ponto flutuante, porém, não seria possível aplicar qualquer lógica de controle dentro do período de amostragem, dado o tempo de transcrição das instruções nessa condição de emulação. Em vista disso, essa placa possui um tipo de dado nativo conhecido como fracionário, com versões em 16 e 32 *bits*, que permite o uso de ponto fixo com números exclusivamente entre [-1;0,9999] (no caso de 16 *bits*), com instruções *Assembly* dedicadas. Assim, na aplicação experimental, a lógica de controle foi desenvolvida utilizando a linguagem *Assembly* e o tipo fracionário de 16 bits. Algumas poucas variáveis (como o erro acumulado) utilizaram variáveis

¹No contexto de controle de máquinas, é comum utilizar o termo "rotação" para descrever "velocidade angular" ou "velocidade de rotação". Assim, nesse caso, haveria um problema na medição da velocidade de rotação da máquina.

de tipo fracionário de 32 bits. Esse tipo de dado, porém, contém muitas limitações na aplicação das instruções *Assembly*. Para maiores detalhes sobre as placas do *kit* conferir Bartsch (2016).

Um tópico importante de discussão a respeito desse *kit* está na medição de rotação. Essa medição consiste na verificação do tempo ocorrido entre o acionamento de dois sensores de efeito Hall. Conhece-se a posição física desses sensores e pode-se medir o tempo que o rotor leva para percorrer essa distância, com isso, define-se essa rotação. Porém, existem apenas três pontos por volta elétrica (ou seis por volta mecânica). Dessa forma, essa medição é feita por um sensor equivalente a um encoder de baixíssima resolução (apenas 6 PPR). Isso ocasiona alguns problemas diretos como o atraso na medição (superior a vários períodos de amostragem, muitas vezes) e a quantização da própria medição instantânea. Além disso, os dados de rotação são atualizados na proporção da própria rotação do motor. Essa condição é particularmente crítica em condições de baixa rotação. Assim, essa Plataforma apresenta um desafio adicional no projeto do controlador. Para maiores detalhes sobre a medição conferir Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019).

6.2 PROJETO DE MPC PARA BLDC

Como indicado na Subseção 5.3.3, é possível modelar o motor BLDC desprezando a dinâmica de corrente. Desse modo, considera-se que a dinâmica do motor pode ser aproximada por uma dinâmica de primeira ordem, dada pela Equação (264).

Porém, dadas as simplificações feitas ao obter-se esse modelo, em relação ao modelo geral apresentado na Subseção 5.1.1, além das próprias variações paramétricas na operação da máquina e de não linearidades e não idealidades desprezadas na modelagem completa, optou-se por uma abordagem multi-modelos lineares para o desenvolvimento de um modelo útil para o projeto do controle preditivo. Esses modelos são obtidos da relação de identificação de um modelo de primeira ordem equivalente para a curva de rotação por razão cíclica, obtida em diferentes pontos de operação do motor. Assim, foram delimitadas cinco regiões de operação, considerando o limite de rotação de 5000 rpm dessa máquina. Essas regiões de operação foram: 0-1000 rpm, 1000-2000 rpm, 2000-3000 rpm, 3000-4000 rpm e 4000-5000 rpm, em valores equivalente em rad/s mecânico. Esses modelos foram obtidos por identificação numérica tanto para o modelo de simulação (considerando o modelo exposto na Subseção 5.1.1) quando para a plataforma experimental. Além disso, foram identificados dois modelos gerais, considerando toda a faixa de operação do motor. Houve ainda o modelo obtido pela Equação (264).

Destaca-se que o processo de identificação foi realizado pelo método dos mínimos quadrados. Desse modo, considerar que, em uma dada curva de pontos obtidas, sejam válidas as relações:

$$\omega_m(1) = a_i \omega_m(0) + b_i \delta(0) \quad (265)$$

$$\omega_m(2) = a_i \omega_m(1) + b_i \delta(1) \quad (266)$$

$$\dots = \dots \quad (267)$$

$$\omega_m(n_d + 1) = a_i \omega_m(n_d) + b_i \delta(n_d) \quad (268)$$

$$\dots = \dots \quad (269)$$

$$\omega_m(N_d) = a_i \omega_m(N_d - 1) + b_i \delta(N_d - 1), \quad (270)$$

em que a_i é o coeficiente de dinâmica do processo de primeira ordem a ser identificado e b_i o coeficiente de entrada do processo de primeira ordem a ser identificado, n_d é um ponto qualquer dentro o intervalo de pontos da curva e N_d é o número total de pontos da curva.

É possível escrever esse sistema de equações lineares de forma matricial, de modo que:

$$\varepsilon_1(\bar{y}) = \underbrace{\begin{bmatrix} \bar{y} & \bar{u} \end{bmatrix}}_{M_d} \begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} \quad (271)$$

em que $\bar{y} = [\omega_m(0) \ \omega_m(1) \ \dots \ \omega_m(N_d - 1)]$ é o vetor com os pontos da curva da resposta de saída, $\bar{u} = [\delta(0) \ \delta(1) \ \dots \ \delta(N_d - 1)]$ é o vetor com os pontos da curva da excitação do processo, ε_1 é o operador de avanço em um passo a frente (assim, $\varepsilon_1(\bar{y}) = [\omega_m(1) \ \dots \ \omega_m(N_d)]$) e $M_d \in \mathbb{R}^{N_d \times 2}$. A solução para esse sistema de equações linear, pelo método dos mínimos quadrados, é dada por:

$$\begin{bmatrix} a_i \\ b_i \end{bmatrix} = (M_d^T M_d)^{-1} M_d^T \varepsilon_1(\bar{y}). \quad (272)$$

A Tabela 5 apresenta todos os diferentes modelos identificados, além do modelo obtido pela aproximação analítica.

Destaca-se que a medição não linear de rotação existente na Plataforma 01 incluiu dinâmicas de baixa frequência, de modo a alterar a resposta dinâmica do modelo identificado. Isso explica as consideráveis diferenças observadas entre os modelos identificados pelo modelo

Tabela 5 – Modelos identificados para projeto de controle do motor BLDC

Modelo	Faixa de op. (rad/s)	a	b
$[a_a, b_a]$	0-523,6	0,90429	39,34709
$[a_{n,s}, b_{n,s}]$	0-523,6	0,97690	21,15304
$[a_{n,1s}, b_{n,1s}]$	0-104,7	0,96748	26,77479
$[a_{n,2s}, b_{n,2s}]$	104,7-209,43	0,97260	23,56829
$[a_{n,3s}, b_{n,3s}]$	209,43-314,16	0,97475	21,97275
$[a_{n,4s}, b_{n,4s}]$	314,16-418,9	0,97919	19,65431
$[a_{n,5s}, b_{n,5s}]$	418,9-523,6	0,97942	19,15563
$[a_{n,e}, b_{n,e}]$	0-523,6	0,85380	76,81115
$[a_{n,1e}, b_{n,1e}]$	0-104,7	0,93888	29,98517
$[a_{n,2e}, b_{n,2e}]$	104,7-209,43	0,92452	39,07355
$[a_{n,3e}, b_{n,3e}]$	209,43-314,16	0,90571	49,87064
$[a_{n,4e}, b_{n,4e}]$	314,16-418,9	0,87331	62,54086
$[a_{n,5e}, b_{n,5e}]$	418,9-523,6	0,84005	83,02137

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O subíndices significam: a – analítico; n – numérico; s – simulado; e – experimental. Os números indicam a faixa de operação considerada para a obtenção do modelo.

de simulação e pelo próprio motor. Assim, é melhor utilizar, na simulação, o valor identificado na própria simulação e, na prática, o valor encontrado experimentalmente, de modo a manter o modelo de predição mais próximo do comportamento do motor que é medido.

Para o projeto do controlador preditivo, adotou-se a estratégia do polo crítico, apresentada na Subseção 3.11. Para isso, obteve-se o fator de normalização de cada processo identificado. Na sequência, adotou-se $\mu_u = 10$ em cada sintonia. Por fim, adotou-se o valor μ_w que leva ao polo crítico para cada modelo obtido, conforme a Equação (134). Destaca-se que o valor de μ_u foi sintonizado considerando o máximo pico de corrente transiente para motor, dada uma variação de referência, de modo similar ao proposto no Exemplo 5. O valor do pico de corrente, para a sintonia considerando o uso do método do polo crítico, pode ser calculado aproximadamente por (BARTSCH; TEIXEIRA; OLIVEIRA; CAVALCA, 2019):

$$\max\{i_{as}(t_k)\} \approx \frac{t_s V_{cc} r(t_k + 1)}{22b(L_{m,A} - L_{m,B})\mu_u}. \quad (273)$$

Dessa forma, o valor de $\mu_u = 10$ limita a corrente dentro do valor máximo possível para o motor, considerando cada um dos valores do parâmetro b identificados.

Para a transição entre controladores, no caso do controlador multi-modelos, adota-se uma estratégia de ponderação linear entre as ações de controle provenientes do ponto de operação anterior com a do ponto de operação seguinte, da seguinte forma:

$$\delta(t_k) = (1 - \alpha_\Omega)\delta_\Omega(t_k) + \alpha_\Omega\delta_{\Omega+1}(t_k) \quad (274)$$

em que

$$\alpha_\Omega = \frac{y_{\Omega,\max} - y(t_k)}{y_{\Omega,\text{range}}}, \quad (275)$$

sendo $y_{\Omega,\max}$ o valor limite de rotação para a região de operação, $y_{\Omega,\text{range}}$ a diferença entre a maior e menor rotação da região de operação, δ_Ω a razão cíclica de operação calculada pelos ganhos do ponto de operação atual e $\delta_{\Omega+1}$ a razão cíclica de operação calculada pelos ganhos do ponto de operação seguinte. No caso da última região, aplica-se diretamente a razão cíclica calculada pelos ganhos do último modelo.

Para fins de comparação quanto à efetividade dessa estratégia, também foram utilizadas as mesmas condições de projeto para o modelo analítico e para os modelos numéricos identificados globalmente.

Para uma visão alternativa desse projeto, é possível consultar Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019).

6.3 RESULTADOS COM MOTOR BLDC

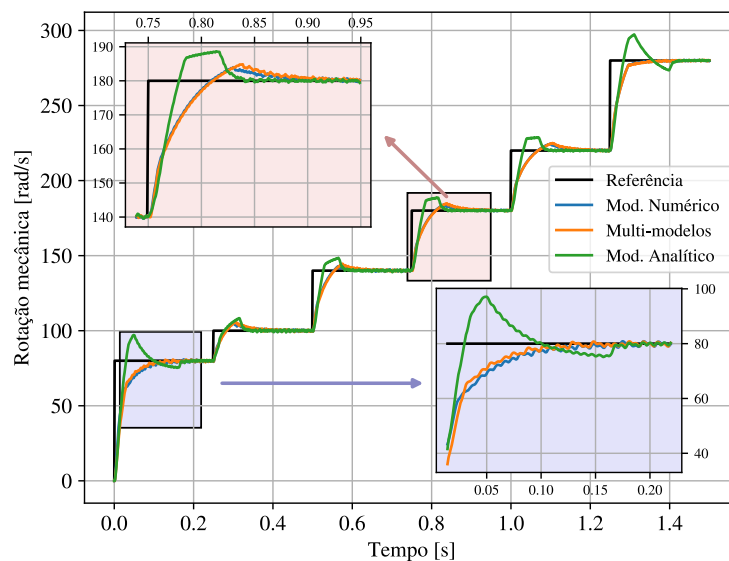
Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos com o motor BLDC.

6.3.1 Resultados de simulação obtidos

A Figura 78 apresenta a dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, em três condições: considerando o modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e a aproximação analítica sendo utilizada como modelo. A Figura 79 apresenta a ação de controle para a mesma situação.

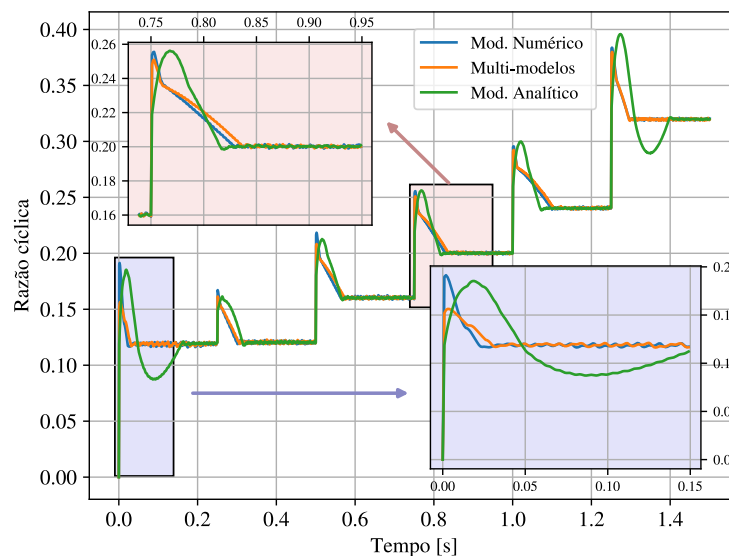
Ao analisar-se as Figuras 78 e 79 verifica-se que:

Figura 78 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e a aproximação analítica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 79 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e a aproximação analítica



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

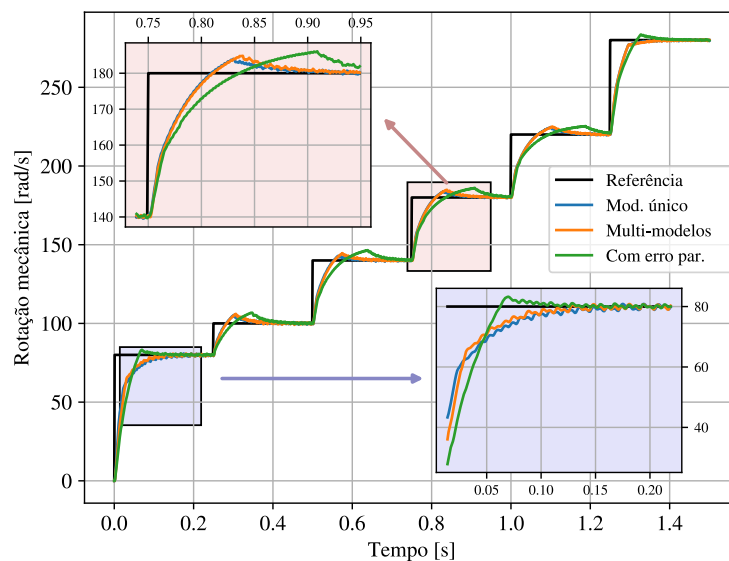
- A dinâmica com o modelo analítico aproximado foi muito diferente dos demais modelos, sendo bastante distante do esperado para o comportamento de projeto (comportamento de polo crítico).
- Verifica-se que o modelo numérico global e a abordagem com múltiplos modelos resultaram em dinâmicas bastante similares. Além disso, essa dinâmica foi bastante similar à esperada em praticamente todas as regiões avaliadas.

- A abordagem multi-modelos teve um comportamento dinâmico visivelmente melhor apenas na primeira região de operação, em que nota-se, pela ação de controle que o pico de razão cíclica foi cerca de 25% menor com o uso da abordagem multi-modelos. Isso explica-se pois, em baixas rotações, a máquina possui um comportamento mais próximo de um circuito indutivo. Assim, o modelo nessa região é bem diferente dos modelos das demais regiões, que assimilam-se mais ao modelo numérico geral.
- De toda forma, em todas as regiões, o pico de razão cíclica é menor na abordagem multi-modelos do que na abordagem com modelo único global.
- O fato da aplicação da ação de controle ser bastante não linear (considerando duas modulações e efeitos de diodo de transição) justifica a dinâmica com ruído e comportamentos não comuns para processos lineares. Além disso, o próprio modelo do motor simulado é bastante não linear.
- Ainda assim, o projeto do controlador preditivo pode ser considerado bem sucedido. Optou-se por um modelo consideravelmente simples dada a complexidade do modelo não linear simulado. Contudo, foi possível impor uma dinâmica a rotação que respeitou um critério claro (comportamento similar a um polo crítico e zero de malha fechada). Isso demonstra a validade do método de projeto proposto.
- Essa dinâmica não foi respeitada apenas para o caso de modelo analítico uma vez que a aproximação analítica utilizada não constituiu um modelo suficientemente representativo.
- Verificam-se pontos aparentemente não-suaves nas curvas de dinâmica de rotação. Esses pontos podem ser explicados pelo atuador não-linear aplicado ao motor. O mesmo comportamento poderá ser observado parcialmente nos resultados experimentais.

A Figura 80 apresenta a dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, em três condições: considerando o modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e o projeto multi-modelos com erros paramétricos (supondo possível variação de parâmetros ao longo do tempo). A Figura 81 apresenta a ação de controle para a mesma situação.

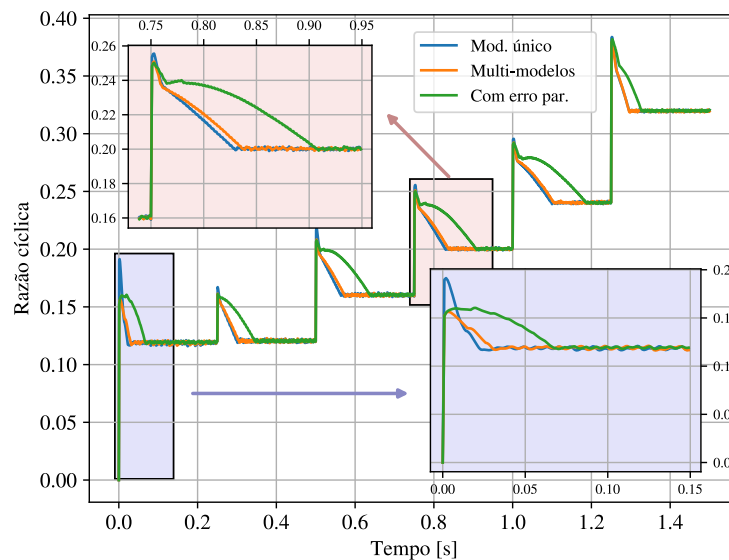
Ao analisar-se as Figuras 80 e 81, verifica-se que, de modo geral, os erros paramétricos tornam o processo em malha fechada mais lento que o esperado no projeto. Porém, a dinâmica ainda é bastante próxima da desejada. Destaca-se, porém, a resposta da ação de controle que além de apresentar os picos similares ao modelo com identificação numérica única, apresentou

Figura 80 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e o projeto multi-modelos com erros paramétricos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 81 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global, a estratégia multi-modelos e o projeto multi-modelos com erros paramétricos

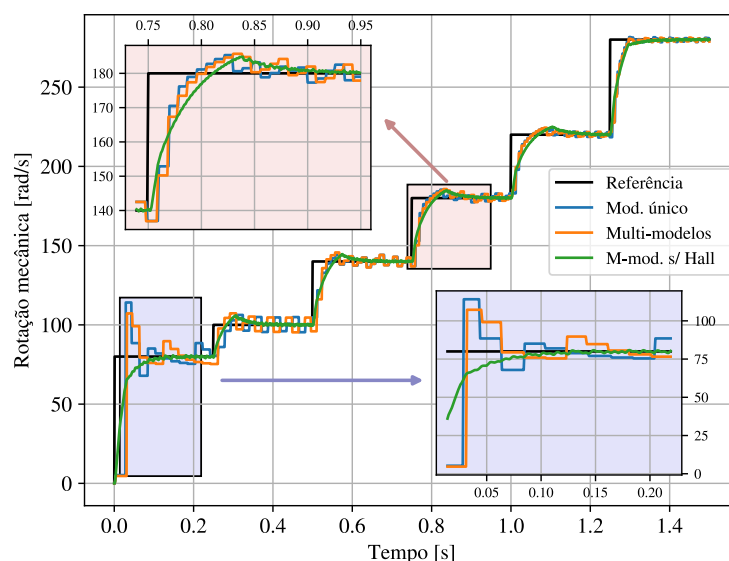


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

uma certa demora para atingir o valor de regime permanente esperado em todas as regiões de rotação.

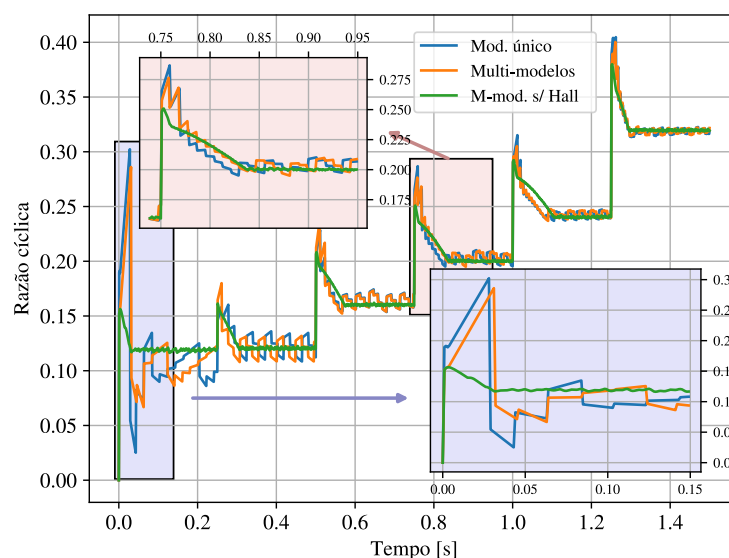
A Figura 82 apresenta a dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, em três condições: considerando o modelo numérico global com a realimentação de velocidade por sensores de efeito Hall e a estratégia multi-modelos com e sem a realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall. A Figura 83 apresenta a ação de controle para a mesma situação.

Figura 82 – Dinâmica de rotação simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global com realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall, a estratégia multi-modelos com e sem realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Figura 83 – Ação de controle simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global com realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall, a estratégia multi-modelos com e sem realimentação de rotação via sensores de Efeito Hall



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Ao analisar-se as Figuras 82 e 83, verifica-se que:

- A realimentação de rotação com os sensores de efeito Hall alterou a dinâmica de rotação, sobretudo em baixas rotações. Isso ocorre pois existe um atraso na atualização da informação de rotação dada ao controlador. Esse atraso é inversamente proporcional a rotação

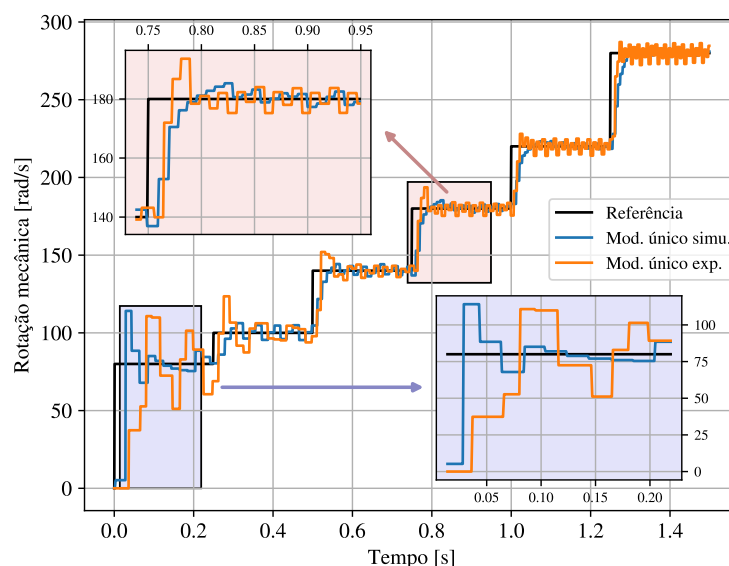
da própria máquina. Dessa maneira, em altas rotações, verifica-se uma dinâmica de saída muito próxima da dinâmica esperada para uma realimentação instantânea ideal de rotação.

- A alternância na dinâmica ocorre em função da demora da atualização da informação. O controlador recebe uma informação incorreta de que a rotação real do motor é mais baixa do que a rotação instantânea real, por um longo período. Dessa forma, a ação de controle eleva-se, buscando alterar o valor da rotação. Quando o valor é atualizado, a rotação já está em um valor muito superior ao desejado. Dessa maneira, o controle reduz a ação de controle significativamente, provocando a dinâmica oscilatória inicial.
- Destaca-se novamente que os picos de razão cíclica e mesmo o pico de oscilação inicial de rotação foi menor com o uso da estratégia multi-modelos, como esperado.
- Além disso, especialmente para as regiões com rotações superiores a 100 rad/s, as características desejadas de projeto foram mantidas, mesmo com a realimentação não-ideal ocasionada pelos sensores de efeito Hall.

6.3.2 Resultados experimentais obtidos

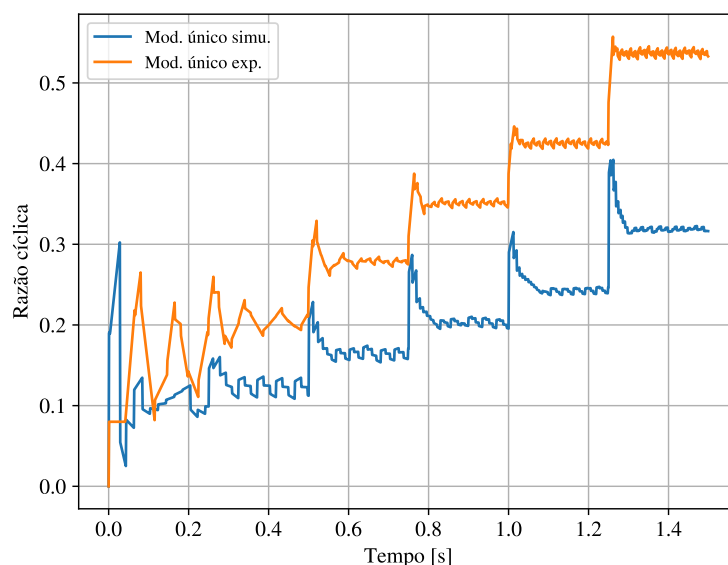
A Figura 84 apresenta o comparativo entre a dinâmica de rotação simulada e a experimental para o motor BLDC, considerando o modelo numérico global. A Figura 85 apresenta a ação de controle para a mesma situação.

Figura 84 – Dinâmica de rotação experimental e simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global nos dois casos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

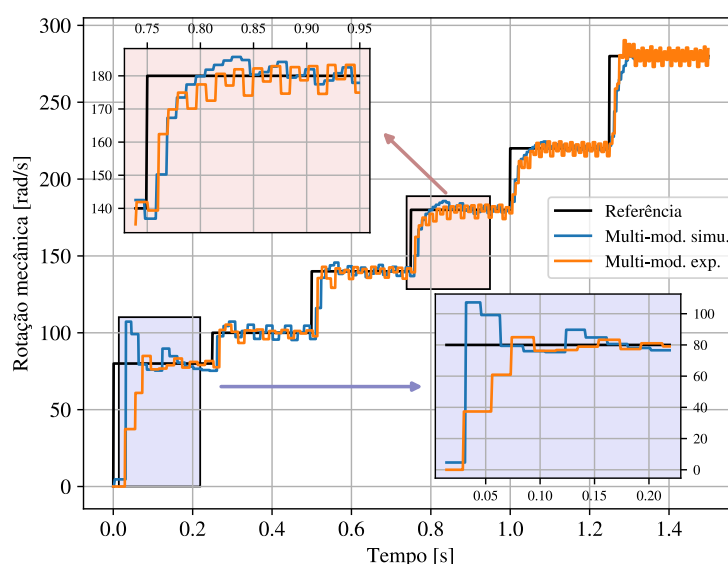
Figura 85 – Ação de controle experimental e simulada para o motor BLDC, considerando modelo numérico global nos dois casos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

A Figura 86 apresenta o comparativo entre a dinâmica de rotação simulada e a experimental para o motor BLDC, considerando a estratégia multi-modelos. A Figura 87 apresenta a ação de controle para a mesma situação.

Figura 86 – Dinâmica de rotação experimental e simulada para o motor BLDC, considerando a estratégia multi-modelos global nos dois casos

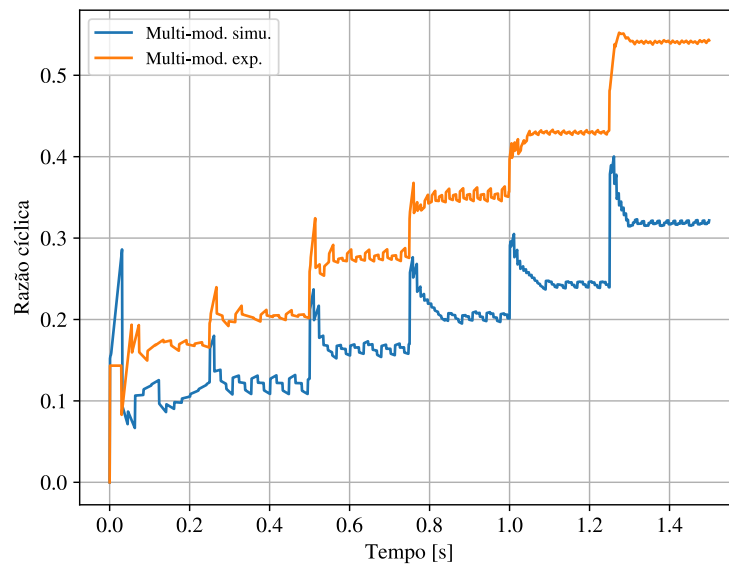


Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Ao analisar-se as Figuras 84, 85, 86 e 87 verifica-se que:

- Houve uma significativa melhora na performance experimental no uso da estratégia multi-modelos ao invés do modelo único, especialmente para a região de baixas rotações.

Figura 87 – Ação de controle experimental e simulada para o motor BLDC, considerando a estratégia multi-modelos nos dois casos



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- Além disso, na estratégia de modelo único, a dinâmica imposta ficou um pouco diferente da esperada para as regiões de média rotação, pois existiram picos maiores do que o esperado na simulação.
- Existe também uma espécie de atraso entre a resposta esperada simulada e a resposta dinâmica experimental, sobretudo no caso de modelo único.
- O uso da estratégia multi-modelos permitiu uma imposição de dinâmica melhor que a verificada no uso da estratégia de modelo único, mesmo para o caso de baixas rotações. Dessa forma, a metodologia de projeto proposta mostra-se válida, considerando que o modelo linear utilizado seja próximo do ponto de operação de atuação do motor.
- Destaca-se que, pela ação de controle, existe uma diferença paramétrica de regime permanente evidente entre o modelo simulado e o motor experimental. Essa diferença está provavelmente associada a um atrito ou a uma carga imposta ao motor experimental. Quando os experimentos foram realizados, o motor estava acoplado a um pequeno motor CC, que serviu de carga. Apesar de este estar desligado durante os testes, sua presença já altera as características de inércia e atrito da máquina. A simulação considerou os parâmetros obtidos de ensaios do motor sem qualquer tipo de acoplamento.
- Acredita-se que a inércia (ou o atrito) mais elevados reduziram a variação de rotação para uma dada razão cíclica, o que impediu que a rotação elevasse-se muito após a aplicação das primeiras ações de controle, melhorando a resposta dinâmica da fase inicial

de aplicação do controlador. Além disso, a posição inicial do motor pode ter influência na decisão tomada nas primeiras ações de controle. Infelizmente, não foram realizados testes com diferentes posições iniciais previamente analisadas para validar especificamente essa hipótese. Porém, Spadini (2017) apresenta discussões sobre a posição inicial do mesmo motor.

6.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentadas ideias relativas ao projeto de controladores MPC para a aplicação no controle de um motor BLDC. As principais considerações foram:

- Uso de estratégia multi-modelos de primeira ordem, com projeto baseado no método do polo crítico.
- As metodologias de projeto de MPC propostas mostraram-se úteis para sintonizar o controlador tanto para o motor BLDC. Além disso, as técnicas propostas foram validadas experimentalmente, com resultados bastante coerentes com as características esperadas a partir do projeto.
- O projeto multi-modelos mostrou-se bastante útil, especialmente para baixas rotações e na aplicação prática. Talvez, para simplificar essa estratégia de controle, poderia ser aplicado um número menor de modelos, dado que a maior diferença em relação ao modelo geral foi justamente a aplicação em baixas rotações.

No próximo capítulo, a Plataforma 02 será apresentada, bem como, o projeto e os resultados do controle MPC aplicado a um PMSM.

Em tempos de tristeza e de inquietação, não abandones nem as boas obras de oração, nem a penitência a que estás habituada. Antes, intensifica-as. E verás com que prontidão o Senhor te sustentará.
(Santa Teresa d'Avilla)

7 PROJETO E RESULTADOS COM MOTOR PMSM

Neste capítulo, apresenta-se também um dos pontos importantes dessa tese: o projeto de controlador preditivo para o acionamento do motor síncrono PMSM, aplicando-se os conceitos de projeto previamente discutidos nos Capítulos 3 e 4.

7.1 PLATAFORMA 02

A segunda plataforma experimental, aqui denominada Plataforma 02, utiliza um motor PMSM de 1200 W (a 220 V) (SILVA, 2013; AGNOLO, 2019). Os parâmetros do PMSM são apresentados na Tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros do motor PMSM

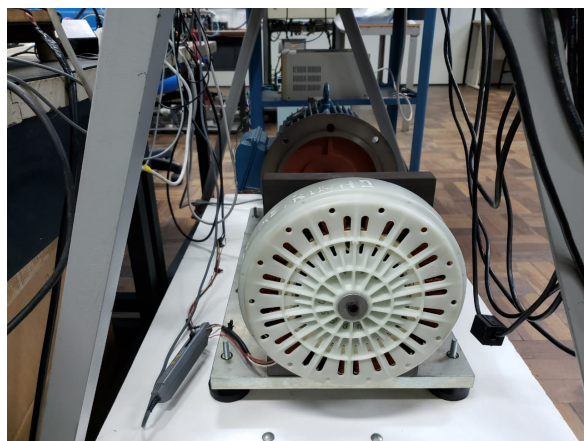
Parâmetro	PMSM
Resistência R_s	4,5 Ω
Indutância L_{qs}	50 mH
Indutância L_{ds}	50 mH
Indutância $L_{m,A}$	50 mH
Indutância $L_{m,B}$	0,0 H
Indutância L_{ls}	0,3 mH
Inércia D_m	0,00115 kg m/s ²
Fricção R_m	0,001 N m s
Fluxo dos ímãs λ_{pm}	0,19 Wb
Núm. de polos n_p	42 polos
Tensão V_{cc}	160 V
Frequência f_{sw}	10 kHz
Período t_s	100 μ s
Potência nominal	700 W
Tensão nominal	110 V (RMS - linha)
Corrente nominal	2,3 A (RMS - linha)
Rotação nominal	20 rad/s
Torque nominal	35 Nm

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021. O parâmetro f_{sw} indica a frequência de comutação do inversor. O motor PMSM também pode operar em 220 V, porém, por razões de segurança, resolveu-se trabalhar na condição de 110 V. Para 220 V, os parâmetros nominais são 1200 W, 2,3 A, 35 rad/s, 45 Nm.

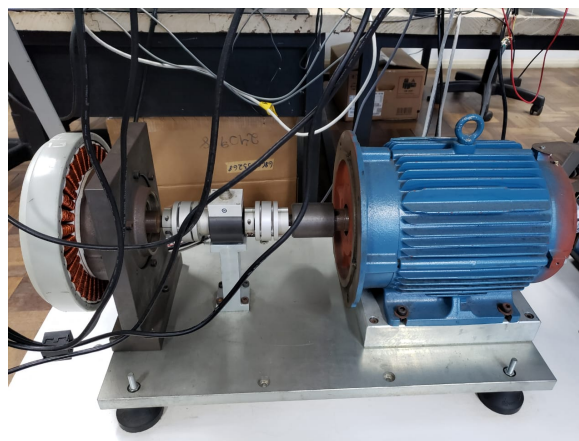
A Plataforma 02 também utiliza um *kit* de desenvolvimento para controle de motores, mas da empresa STM. Esse *kit* possui também duas placas: uma de controle (STEVAL-IHM039V1)

e uma de potência (STEVAL-IHM023V3). A Figura 88 apresenta um conjunto de fotos relacionadas à Plataforma 02, incluindo motor (Figuras 88(a) e 88(b)), microcontrolador e inversor (Figura 88(c)) e uma visão geral da bancada (Figura 88(d))

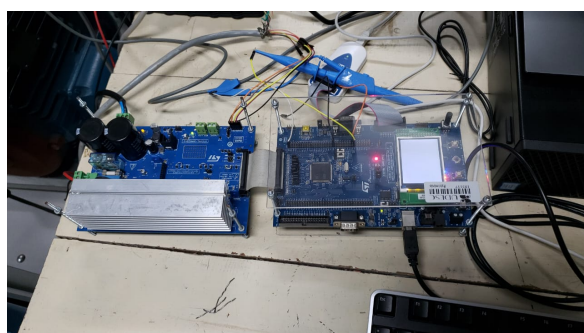
Figura 88 – Visão geral da plataforma 02



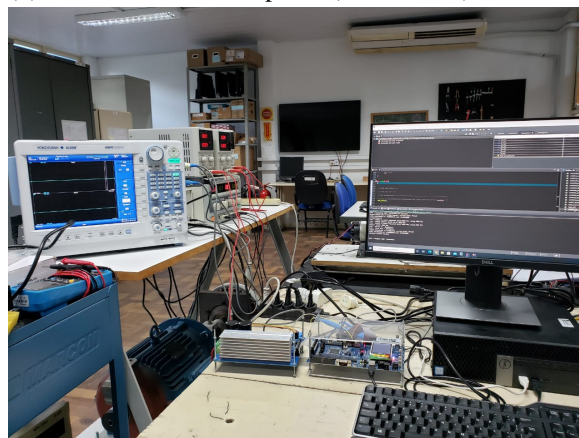
(a) Motor (vista frontal)



(b) Motor com freio acoplado (vista lateral)



(c) Microcontrolador e inversor



(d) Visão Geral

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

A placa de controle STEVAL-IHM039V1 possui um microcontrolador STM32F415Z6, Cortex ARM-M4, de ponto flutuante nativo e instruções de 32 *bits*, 168 MHz, 168 MIPS, e dois conversores AD de 12 *bits*. As configurações desse microcontrolador são muito superiores ao do controlador da Plataforma 01. Porém, a instalação da biblioteca nativa ARM para operações trigonométricas em C não mostrou-se trivial. Além disso, a biblioteca padrão da linguagem C `math.h` não é apropriada para a efetuar cálculos trigonométricos no período de amostragem necessário. Assim, para otimização do processamento, optou-se por implementar as transformadas de Park (e algumas outras operações) em linguagem *Assembly* própria do núcleo ARM-M4, com a aproximação das funções trigonométricas com a aproximação em série de

MacLaurin em oitava e nona ordem. Para outros detalhes sobre as placas, além de informações sobre softwares utilizados, conferir Agnolo (2019).

Além disso, a Plataforma 02 possui um motor PMSM acoplado a um motor de indução (para uso como freio). Este conjunto foi doado pela empresa Whirlpool ao Laboratório de Pesquisa em Acionamentos Elétricos (LAPAE). Para mais detalhes sobre o motor, conferir Silva (2013).

Esse motor possui um encoder de 1024 PPR para a medição de rotação. Com o modo encoder do microcontrolador, é possível obter uma resolução equivalente de 4096 PPR utilizando-se os dois canais de medição. Destaca-se, porém, que apesar da alta resolução, dado o elevado número de polos do motor, cada variação entre os pontos do encoder equivale a 1,845 grau elétrico de variação. Essa quantização da posição elétrica provoca uma interferência de quantização nas variáveis elétricas que dependem dessa informação para a transformação de Park, de amplitude e frequência proporcional à rotação elétrica do motor. Além dos efeitos sobre a posição elétrica, para operações em baixa rotação, é necessário um filtro de segunda ordem, igual ao empregado no modelo de simulação do encoder apresentado na Subseção 5.2.1, porém aplicado duas vezes em sequência (pois nesse modelo, aplica-se um filtro de primeira ordem). Tal filtro é necessário pois a rotação elétrica equivalente em um período de amostragem considerando a variação de uma posição no encoder é 322,13 rad/s (muito superior a rotação de operação do motor). Destaca-se que a realimentação com o sensor de efeito Hall, no caso do motor BLDC, não possuía a necessidade de filtro, visto que a medição resulta em um valor preciso e exato de rotação, com um certo atraso. No caso do encoder, a informação instantânea sempre é incorreta. Dessa forma, o filtro é necessário para informar ao controlador o valor de média móvel da medida de rotação que indica o valor instantâneo correto da rotação. O parâmetro de filtro é igual a 0.025, isso equivale (para uma frequência de amostragem de 10 kHz) a uma banda passante de aproximadamente 40 Hz. Para rotações superiores a 5,0 rad/s mecânico, o filtro é ajustado para o valor de 0,05, o que equivale a aproximadamente 80 Hz de banda passante. Isso ocorre pois

para velocidades mais altas, o efeito do encoder é menor e a dinâmica lenta do filtro influencia na dinâmica do controlador.

7.2 PROJETO DE MPC PARA PMSM

Nesta seção, são apresentadas diferentes possibilidades de projeto para o motor PMSM, considerando as estratégias desenvolvidas no Capítulos 3 e 4.

7.2.1 Projeto em malha direta de corrente de quadratura e rotação

O presente projeto considera o uso de uma das simplificações de modelo apresentadas na Subseção 5.3.2. De forma mais específica, considera-se o uso da hipótese simplificada presente nas Equações (255) e (261), considerando a discretização exata no primeiro caso e uma discretização com mais termos referentes a aproximação de Euler de segundo grau.

O método de projeto *quasi-exato* guia o projeto do controlador da malha de corrente de eixo direto. Essencialmente, o primeiro passo foi determinar um amortecimento e uma frequência natural desejados. O amortecimento foi escolhido arbitrariamente como 0,707. A frequência natural foi escolhida como 108 rad/s (20% superior a frequência natural de malha aberta para o modelo aproximado). O fator de normalização é $\kappa_u^2 = 3,96 \cdot 10^{-6} \text{ (s/H)}^2$. Após a normalização, o parâmetro $\mu_u = 162$ é determinado pela Equação (139) e o parâmetro $\mu_w = 0,019$ é determinado pela Equação (140). Essa sintonia resulta nos ganhos $k_r = 3,14 \text{ V/A}$, $k_w = 0,0586 \text{ V/A}$ e $k_x = 3,11 \text{ V/A}$ para $N = 1$.

Caso fosse adotado um método de "tentativa e erro" para essa sintonia em específico, sem o uso do fator de normalização proposto, a tentativa deveria ser $\mu_u \approx 0,000642$, para o mesmo μ_w sintonizado.

Uma vez determinado o projeto do controle da corrente de eixo direto, deve-se desenvolver o projeto para a corrente de eixo de quadratura e para a rotação. Destaca-se que essa metodologia pressupõe que a corrente de eixo direto possui influência apenas da tensão v_{ds} e essa tensão afeta unicamente essa corrente, ou seja, que a corrente de eixo direto é independente das demais variáveis de estado da máquina.

O controlador proposto para a corrente de quadratura e para rotação é em malha única, sem o uso de malha em cascata comum para esse tipo de aplicação. Não há nesse caso malha interna de corrente ou malha externa de rotação, mas apenas uma única malha que trata

diretamente as duas variáveis, apesar das possíveis diferenças dinâmicas existentes entre elas. Dessa forma, considerando a Equação (261), o modelo no espaço de estados base para o modelo de predição é dado por:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ \omega_{e,r}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,988977 & -0,00038 \\ 10,8721 & 0,99295 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t_k) \\ \omega_{e,r}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0019896 \\ 0,0108923 \end{bmatrix} v_{qs}(t_k). \quad (276)$$

Os polos de malha aberta desse modelo são $0,9909 \pm j0,0639545$, sendo $j = \sqrt{-1}$, o zero de malha aberta é $-0,995344 \approx -1$ e $\kappa_u^2 \approx 0,00011864$. O horizonte de predição é $N = 2$ e o período de amostragem é $t_s = 0,1$ ms. Para esses polos de malha aberta, $\mu_w = 0,01$ é seguro considerando a Figura 54, uma vez que toda a curva da parte real $0,994$ aceita o uso de $\mu_w = 0,01$. Consequentemente, esse valor é seguro para a curva de polos associados à parte real de $0,991$.

De acordo com a Figura 55 (transcrita para a frequência de amostragem de 10 kHz), para $\mu_u = 7500$, a frequência de corte de malha fechada é de aproximadamente 75 Hz para polos críticos posicionados em $0,991$. Como destacado anteriormente na Subseção 4.6.3, para qualquer conjunto de polos com parte real superior a $0,99$, dentro da faixa de μ_u considerada, a aproximação para a curva de polos críticos em $0,995$ pode ser adotada. Os ganhos obtidos nesse caso foram: $K_r = 0,0497920$, $K_x = [0,933381 \ 0,0490313]$, $k_w = 0,00060940$.

Notar que, sem a normalização, seria necessário utilizar $\rho = 0,5932$ para obter a primeira condição com o mesmo μ_w . A frequência de operação escolhida é suficiente para reduzir a influência do encoder, porém o filtro afeta a operação de toda a banda do controle. O filtro afeta mais a rejeição a perturbação do que o rastreamento de referência.

Foi também testada a especificação de $\mu_u = 75000$ (o que equivale a uma banda passante de 1,0 Hz considerando a Figura 60, para polos críticos em $0,991$) a fim de verificar o comportamento dinâmico do motor em uma banda passante mais lenta, além de validar o método proposto. Nesse caso, o controlador é consideravelmente mais lento que o filtro, porém o filtro foi mantido nessa situação. Os ganhos obtidos nesse caso foram: $K_r = 0,00498565$, $K_x = [0,09346 \ 0,0049095]$, $k_w = 6,10181 \times 10^{-5}$. Verifica-se que os ganhos, de modo geral, foram cerca de dez vezes menores que os observados na sintonia anterior.

7.2.2 Projeto em cascata considerando passividade

Uma possibilidade investigada para obter-se uma prova formal de estabilidade para o controlador preditivo foi justamente avaliar o uso em conjunto de uma técnica voltada para a Passividade Estrita da Saída (OSP – *Output Strict Passivity*), que implica a estabilidade \mathcal{L}_2 de todo o processo. O trabalho de Falugi (2014) traz o desenvolvimento de uma estratégia de MPC baseada diretamente em passividade. Porém, todo o seu desenvolvimento considera o processo e o controlador em tempo contínuo. Destaca-se que, de fato, praticamente toda a literatura encontrada de passividade e estabilidade \mathcal{L}_2 (que considera entrada e saída de processos não lineares) trata de processos de tempo contínuo.

Em relação a processos de tempo discreto, os trabalhos de Mizumoto, Ohdaira e Iwai (2010), Tran, Ruffer e Kellett (2019), Tran, Kellett e Dower (2017) auxiliam em relação às definições, propriedades e condições para estabilidade e alguns teoremas similares aos teoremas de Lyapunov. Porém, esses trabalhos avançam mais no desenvolvimento da análise de controladores adaptativos e pouco no que se refere a análise da aplicação de controladores previamente estabelecidos no processo, como o controlador preditivo.

Dessa forma, o autor optou por estudar trabalhos de controladores PBC consolidados em tempo contínuo e adaptá-los, na medida do possível, para a aplicação em conjunto com o controlador preditivo, a fim de investigar a viabilidade e a utilidade dessa associação. O intuito é de verificar se é possível extrair alguma propriedade e/ou norma que auxilie o projeto do controlador preditivo para o caso específico de aplicação no PMSM. Assim, esta subseção traz um resumo do estudo realizado, com um pequeno enfoque teórico genérico, mas principalmente, voltado diretamente para a aplicação.

Desta maneira, estudou-se o trabalho de Ortega, Loria, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998) que traz um desenvolvimento bastante amplo para o projeto de um Controlador Baseado em Passividade (PBC – *Passivity Based Control*), para controle de processos físicos caracterizados como sistemas de Euler-Lagrange. Entre esses processos destaca-se o PSMS (com FCEM senoidal). De forma geral, esse tipo de controlador procura garantir que o processo em malha fechada seja OSP. Tal característica, para processos contínuos, é definida pela condição (ORTEGA; LORÍA; NICKLASSON; SIRA-RAMIREZ, 1998):

$$\dot{\mathcal{V}}(t) = u^T(t)y(t) - \beta_y \|y(t)\|^2 \quad (277)$$

em que β_y é uma constante.

Para processos discretos, essa característica é dada por (TRAN; KELLETT; DOWER, 2017; MIZUMOTO; OHDAIRA; IWAI, 2010):

$$\Delta \mathcal{V}(t_k) = u^T(t_k)y(t_k) - \beta_y ||y(t_k)||^2 \quad (278)$$

Prova-se que a passividade estrita da saída implica estabilidade do tipo \mathcal{L}_2 (ORTEGA; LORÍA; NICKLASSON; SIRA-RAMIREZ, 1998; TRAN; KELLETT; DOWER, 2017), o que é válido tanto para processos contínuos como discretos.

Definem-se, respectivamente, as normas \mathcal{L}_2 e \mathcal{L}_{2e} (estendida) para tempo contínuo como:

$$||x(t)||_2^2 \triangleq \int_0^\infty ||x(t)||^2 dt < \infty \quad (279)$$

$$||x(t)||_{2T_{\mathcal{L}}}^2 \triangleq \int_0^{T_{\mathcal{L}}} ||x(t)||^2 dt < \infty, \quad \forall T_{\mathcal{L}} \quad (280)$$

Definem-se, respectivamente, as normas \mathcal{L}_2 e \mathcal{L}_{2e} (estendida) para tempo discreto como:

$$||x(t_k)||_2^2 \triangleq \sum_0^\infty ||x(t)||^2 dt < \infty \quad (281)$$

$$||x(t_k)||_{2T_{\mathcal{L}}}^2 \triangleq \sum_0^{N_{\mathcal{L}}} ||x(t)||^2 dt < \infty, \quad \forall N_{\mathcal{L}} \quad (282)$$

Para obter essa garantia, um controlador baseado em passividade utiliza três princípios (ORTEGA; LORÍA; NICKLASSON; SIRA-RAMIREZ, 1998):

- Aplicar a decomposição do processo em subsistemas passivos, considerando um processo a ser controlado e os demais como perturbações. Ao processo controlado, é necessário *injetar amortecimento* para garantir uma forte propriedade de passividade estrita.
- Definir um conjunto de referências atingíveis para os quais seja possível encontrar uma lei de controle que garanta erro nulo em regime permanente. Para isso, deve-se *moldar a função de energia armazenada* desejada.
- Definir o correto mapeamento dos demais subsistemas para o sistema controlado de modo que as referências impostas anteriormente sejam compatíveis com as referências impostas pelos demais subsistemas.

Destaca-se que Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998) consideram o caso do controle do PMSM (apesar de priorizar a máquina de indução) e faz todo o seu desenvolvimento

considerando um modelo trifásico baseado em segundas derivadas temporais, próprias da formulação por equações de Euler-Lagrange. Utiliza-se a Transformação de Park apenas para o terceiro princípio em que considera-se o mapeamento de referências.

Nesta tese, o autor desenvolve um raciocínio análogo considerando o modelo em espaço de estados e utilizando o modelo descrito Transformação de Park em todos os princípios descritos previamente. São feitos alguns complementos específicos para o raciocínio desenvolvido por Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998). Destaca-se que para o caso do PMSM de polos lisos, a estratégia PBC assume, na prática, a forma de um controlador do tipo *Feedback linearization* (SLOTINE; LI, 1991), cancelando as não linearidades e alguns termos indesejados.

Assim, o projeto PBC consiste inicialmente na separação em subsistemas. No caso do PMSM, separa-se em um subsistema elétrico e um subsistema mecânico. O subsistema elétrico é modelado considerando uma dinâmica MIMO não linear dada pelas Equações (217) e (218), que possui as duas tensões v_{qs} e v_{ds} como entrada e as duas correntes i_{qs} e i_{ds} como saídas. O subsistema mecânico considera uma dinâmica SISO não linear que possui a rotação como saída e o torque como entrada. É considerado um mapa possivelmente não linear de corrente para torque na transcrição de referências dado por (226). Para o caso da máquina de polos lisos, esse mapa torna-se linear. O desenvolvimento a seguir considera apenas o caso da máquina de polos lisos, cujos resultados de simulação e experimentais serão tratados no Capítulo ??.

TEOREMA 6 *A lei de controle de realimentação da forma:*

$$\begin{bmatrix} v_{qs}(t) \\ v_{ds}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{qs}(t) \\ u_{ds}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{pm}\omega_{e,r}(t) \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_{i_{qs}}i_{qs}(t) \\ k_{i_{ds}}i_{ds}(t) \end{bmatrix}, \quad (283)$$

em que u_{qs} e u_{ds} são ações de controle livres para o desenho de trajetória e $k_{i_{qs}} > -R_s$ e $k_{i_{ds}} > -R_s$ são ganhos para injeção de amortecimento, é tal que o subsistema elétrico que mapeia o vetor de tensão de entrada para o vetor de correntes de saída é OSP para todas as rotações que satisfazem a norma \mathcal{L}_{2e} .

Demonstração. Analogamente ao apresentado por Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998), substituindo (283) em (217) e (218), tem-se que:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs}(t) \\ i_{ds}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{qs}(t) \\ u_{ds}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{-R_s - k_{i_{qs}}}{L_s} & -\omega_{e,r}(t) \\ \omega_{e,r}(t) & \frac{-R_s - k_{i_{ds}}}{L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t) \\ i_{ds}(t) \end{bmatrix} \quad (284)$$

Assumindo que a função de energia é dada por:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2}L_s(i_{qs}(t)^2 + i_{ds}(t)^2) \quad (285)$$

tem-se que a função de dissipação de potência é dada por:

$$\dot{\mathcal{V}} = L_s i_{qs}(t) \frac{di_{qs}(t)}{dt} + L_s i_{ds}(t) \frac{di_{ds}(t)}{dt} \quad (286)$$

$$\dot{\mathcal{V}} = i_{qs}(t)[(-R_s - k_{i_{qs}})i_{qs}(t) - L_s \omega_{e,r}(t)i_{ds}(t) + u_{qs}(t)] + \quad (287)$$

$$i_{ds}(t)[(-R_s - k_{i_{ds}})i_{ds}(t) + L_s \omega_{e,r}(t)i_{qs}(t) + u_{ds}(t)] \quad (288)$$

$$\dot{\mathcal{V}} = u_{qs}(t)i_{qs}(t) + u_{ds}(t)i_{ds}(t) - [(R_s + k_{i_{qs}})i_{qs}(t)^2 + (R_s + k_{i_{ds}})i_{ds}(t)^2] \quad (289)$$

$$\dot{\mathcal{V}} = u^T y - y^T M_{\beta_y} y \quad (290)$$

com $u = [u_{qs}(t) \ u_{ds}(t)]^T$, $y = [i_{qs}(t) \ i_{ds}(t)]^T$ e

$$M_{\beta_y} = \begin{bmatrix} R_s + k_{i_{qs}} & 0 \\ 0 & R_s + k_{i_{ds}} \end{bmatrix} \quad (291)$$

satisfaz (277), de modo que o processo é OSP com a lei de controle (283), assumindo que a rotação satisfaça a norma \mathcal{L}_{2e} e possa ser cancelada. \square

A segunda parte do projeto PBC refere-se ao projeto da função de energia desejada para o sistema em malha fechada. Apresenta-se aqui inicialmente o desenvolvimento da proposta em PBC para, posteriormente, apresentar-se o desenvolvimento considerando-se o controlador preditivo.

TEOREMA 7 *Se, em (283), as correntes de referência $[r_{i_{qs}} \ r_{i_{ds}}]^T$ e $[u_{qs}(t) \ u_{ds}(t)]^T$ satisfazem:*

$$\begin{bmatrix} u_{qs}(t) \\ u_{ds}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} r_{i_{qs}}(t) \\ r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -R_s - k_{i_{qs}} & -L_s \omega_{e,r}(t) \\ L_s \omega_{e,r}(t) & -R_s - k_{i_{ds}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_{i_{qs}}(t) \\ r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} \quad (292)$$

então $(i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t)) \rightarrow 0$ e $(i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t)) \rightarrow 0$ a medida que $t \rightarrow \infty$, independentemente de $\omega_{e,r}(t)$ e da escolha de $r_{i_{qs}}(t)$ e $r_{i_{ds}}(t)$. Além disso, quando $r_{i_{qs}}(t)$ e $r_{i_{ds}}(t)$ são limitadas, então $\omega_{e,r}(t)$, $i_{qs}(t)$, $i_{ds}(t)$ e $\tau_e(t)$ também são limitados. Em adição, a limitação da derivada de $r_{i_{qs}}(t)$ e $r_{i_{ds}}(t)$ implica a limitação das derivadas de $i_{qs}(t)$ e $i_{ds}(t)$ e das tensões $u_{qs}(t)$ e $u_{ds}(t)$.

Demonstração. Analogamente ao descrito por Ortega, Loría, Nicklasson e Sira-Ramirez (1998), considerando (292), tem-se que a dinâmica do processo completo pode ser descrita por:

$$\begin{bmatrix} L_s & 0 \\ 0 & L_s \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t) \\ i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} R_s + k_{i_{qs}} & L_s \omega_{e,r}(t) \\ -L_s \omega_{e,r}(t) & R_s + k_{i_{ds}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t) \\ i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} \quad (293)$$

$$D_m \frac{d\omega_{e,r}(t)}{dt} = -R_m \omega_{e,r}(t) + \frac{n_p}{2} (\tau_e(t) - \tau_m(t)) \quad (294)$$

é localmente Lipschitz nos estados, e assumindo que o torque desejado e o torque de carga são contínuos em t , então existe um tempo $t_1 > 0$ tal que no intervalo $[0, t_1)$ as soluções existem e são únicas.

Assumindo que a função de energia desejada seja:

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} L_s ((i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t))^2 + (i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t))^2) \quad (295)$$

tem-se que a função de potência dissipada é dada por:

$$\dot{\mathcal{V}} = - [(R_s + k_{i_{qs}})(i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t))^2 + (R_s + k_{i_{ds}})(i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t))^2] \quad (296)$$

$$\dot{\mathcal{V}} \leq \beta_y \left\| \begin{bmatrix} i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t) \\ i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} \right\|^2, \forall t \in [0, t_1) \quad (297)$$

e, pode-se concluir que

$$\left\| \begin{bmatrix} i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t) \\ i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t) \end{bmatrix} \right\| \leq \left\| \begin{bmatrix} i_{qs}(0) - r_{i_{qs}}(0) \\ i_{ds}(0) - r_{i_{ds}}(0) \end{bmatrix} \right\| e^{-\frac{\beta_y}{L_s} t}, \forall t \in [0, t_1) \quad (298)$$

sendo $\min([(R_s + k_{i_{qs}}) \ (R_s + k_{i_{ds}})]^T) \geq \beta_y > 0$, de modo que β_y é independente de t_1 . Assim, a solução é limitada no intervalo fechado $[0, t_1]$. Se $r_{i_{qs}}(t)$, $(i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t))$, $r_{i_{ds}}(t)$ e $(i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t))$ são limitadas nesse intervalo, então $i_{qs}(t)$ e $i_{ds}(t)$ também o são. Consequentemente, também $\tau_e(t)$ (que depende apenas das correntes) e $\omega_{e,r}(t)$ (que apenas depende do torque) permanecem limitadas nesse intervalo.

Como β_y não depende de t_1 , pode-se estender t_1 indefinidamente, de modo que a solução para todo o eixo real não escapa infinitamente. Assim, considerando (298), tem-se que $(i_{qs}(t) - r_{i_{qs}}(t)) \rightarrow 0$ e $(i_{ds}(t) - r_{i_{ds}}(t)) \rightarrow 0$ se $t \rightarrow \infty$.

Além disso, se a derivada das referências de corrente forem limitadas, percebe-se por (292) que $u_{qs}(t)$ e $u_{ds}(t)$ serão limitados. Por fim, considerando (293), se a derivada das referências de corrente forem limitadas, as derivadas das correntes também o serão. \square

COROLÁRIO 2 *Verifica-se assim que a estratégia PBC possui estabilidade \mathcal{L}_{2e} contínua com a lei de controle (283), baseada na injeção de amortecimento. Além disso, com a lei de controle (292), baseada na modelagem da energia, garante-se a convergência do erro e que, no período transitório, nenhuma variável escapa para infinito.*

Em relação ao mapeamento de torque, para Máximo Torque Por Ampere (MTPA) basta definir as correntes de referência como (PREINDL; BOLOGNANI; DANIELSON, 2013; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013):

$$\begin{bmatrix} r_{iqs}(t) \\ r_{ids}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{4r_{\tau_e}(t)}{3n_p\lambda_{pm}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (299)$$

em que r_{τ_e} é a referência de torque estabelecida pelo controlador de rotação.

Caso deseje-se operar a máquina em outra condição, deve-se determinar $r_{ids}(t)$ a partir do ângulo de carga desejado para a máquina (PREINDL; BOLOGNANI, 2013c; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF; PEKAREK, 2013).

Assume-se que o controlador da malha externa possua integradores para compensar possíveis erros paramétricos e/ou outras perturbações.

Para o desenvolvimento com o controlador preditivo, assume-se uma lei de controle similar a (283), de modo que a otimização é restrita a uma parte da malha. Assim, assume-se que a lei de controle aplicada é dada por:

$$\begin{bmatrix} v_{qs}(t_k) \\ v_{ds}(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{qs}(t_k) \\ u_{ds}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [\lambda_{pm} + L_s i_{ds}(t_k)]\omega_{e,r}(t_k) \\ -L_s i_{qs}(t_k)\omega_{e,r}(t_k) \end{bmatrix}, \quad (300)$$

em que $[u_{qs}(t) \ u_{ds}(t)]^T$ é o vetor ação de controle a ser calculado via otimização, no subsistema elétrico. Dessa maneira, para $N = 1$, para $\mu_w = 0$ e para mesma penalização μ_u em cada corrente, utilizando a formulação apresentada no Problema 1, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} u_{qs}(t_k) \\ u_{ds}(t_k) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_s(\mu_u + 1)} \begin{bmatrix} (t_s R_s - L_s) i_{qs}(t_k) + L_s r_{iqs}(t_k) \\ (t_s R_s - L_s) i_{ds}(t_k) + L_s r_{ids}(t_k) \end{bmatrix}. \quad (301)$$

Assim, a dinâmica de malha fechada do subsistema elétrico torna-se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ i_{ds}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \frac{1}{L_s(\mu_u + 1)} \begin{bmatrix} -\mu_u(t_s R_s - L_s)i_{qs}(t_k) + L_s r_{i_{qs}}(t_k) \\ -\mu_u(t_s R_s - L_s)i_{ds}(t_k) + L_s r_{i_{ds}}(t_k)u_{ds}(t) \end{bmatrix} \quad (302)$$

que é evidentemente estável e desacoplado.

É possível também utilizar um cancelamento da forma:

$$\begin{bmatrix} v_{qs}(t_k) \\ v_{ds}(t_k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{qs}(t_k) \\ u_{ds}(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{pm}\omega_{e,r}(t_k) \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (303)$$

Nesse caso, a ação de controle ótima é não linear, e para $N = 1$, é dada por:

$$\begin{bmatrix} u_{qs}(t_k) \\ u_{ds}(t_k) \end{bmatrix} = \frac{1}{t_s(\mu_u + 1)} \begin{bmatrix} (t_s R_s - L_s)i_{qs}(t_k) + L_s r_{i_{qs}}(t_k) + L_s t_s i_{ds}(t_k)\omega_{e,r}(t_k) \\ (t_s R_s - L_s)i_{ds}(t_k) + L_s r_{i_{ds}}(t_k) - L_s t_s i_{qs}(t_k)\omega_{e,r}(t_k)u_{ds}(t) \end{bmatrix}. \quad (304)$$

Assim, a dinâmica de corrente de malha fechada torna-se:

$$\begin{bmatrix} i_{qs}(t_k + 1) \\ i_{ds}(t_k + 1) \end{bmatrix} = \frac{1}{L_s(\mu_u + 1)} \begin{bmatrix} -\mu_u(t_s R_s - L_s)i_{qs}(t_k) + L_s r_{i_{qs}}(t_k) - i_{ds}(t_k)L_s\mu_u t_s\omega_{e,r}(t_k) \\ -\mu_u(t_s R_s - L_s)i_{ds}(t_k) + L_s r_{i_{ds}}(t_k) + i_{qs}(t_k)L_s\mu_u t_s\omega_{e,r}(t_k)u_{ds}(t) \end{bmatrix}. \quad (305)$$

Nesse caso, o termo não linear proveniente da otimização não cancela o termo não linear da dinâmica do motor. Caso o processo fosse de tempo contínuo, seria possível reduzir ao caso apresentado na dedução do controlador PBC. Porém, como o processo é de tempo discreto, o autor não foi capaz de obter uma função de energia (e, consequentemente, uma função de potência) que indicasse a passividade estrita da saída para esse processo, ou, pelo menos, uma função que garantisse a Estabilidade da Entrada para os Estados (ISS – *Input to State Stability*) (TRAN; KELLETT; DOWER, 2017). Mesmo com o aumento de N , o autor não teve sucesso na busca por essa função. Destaca-se, porém, que será avaliado também o projeto com integrador na malha interna para verificar os efeitos de redução de corrente que resultam na condição de MTPA, o que pode eventualmente não ocorrer com o uso da formulação convencional na malha

interna. Os controladores da malha interna são controladores baseados em modelo MIMO linearizado. Porém, na sintonia obtida experimentalmente, considerou-se a rotação de operação nula, de modo que os controladores ficaram desacoplados na prática. Em simulação, avaliou-se também a sintonia para o ponto de operação em 42 rad/s.

Para o caso com o controlador de corrente com ponto de operação de rotação em 0 rad/s as tensões são dadas por:

$$v_{qs}(t_k) = 9,7628r_{i_{qs}}(t_k) - 9,58269i_{qs}(t_k) + 0,00547\omega_{e,r}(t_k) + 0,01466w_{i_{qs}}(t_k) \quad (306)$$

$$v_{ds}(t_k) = 9,7823r_{i_{ds}}(t_k) - 9,6516i_{ds}(t_k) + 0,01468w_{i_{ds}}(t_k) \quad (307)$$

Para o caso com o controlador de corrente com ponto de operação de rotação em 42 rad/s as tensões são dadas por:

$$v_{qs}(t_k) = 9,7626r_{i_{qs}}(t_k) + 0,04095r_{i_{ds}}(t_k) - 9,58265i_{qs}(t_k) + 0,0199i_{ds}(t_k) + 0,00547\omega_{e,r}(t_k) + 0,01466w_{i_{qs}}(t_k) + 5,1249 \times 10^{-5}w_{i_{ds}}(t_k) \quad (308)$$

$$v_{ds}(t_k) = -0,04095r_{i_{qs}}(t_k) + 9,7823r_{i_{ds}}(t_k) - 0,02038i_{qs}(t_k) - 9,6516i_{ds}(t_k) - 7,5445 \times 10^{-6}\omega_{e,r}(t_k) - 5,1252 \times 10^{-5}w_{i_{qs}}(t_k) + 0,01468w_{i_{ds}}(t_k) \quad (309)$$

Para o projeto da malha externa, basta aplicar o método de projeto *quasi-exato*, considerando a Formulação tratada no Problema 3. Para todos os casos avaliados, especificou-se $\zeta_d = 0,95$ e $\omega_{nd} = 0,8R_m/D_m = 40$ rad/s. Isso resultou em $\mu_u = 384,57$ e $\mu_w = 0,00617$. Além disso, os ganhos adotados foram: $K_r = 0,0301$, $k_x = 0,299$ e $k_w = 0,0001845$.

7.2.3 Projeto com FCS-MPC

Em relação a controladores do tipo FCS-MPC, devido às condições de reposição de peças impostas pela pandemia, julgou-se suficiente a realização de um estudo via simulação. Porém, o objetivo desse estudo foi simplesmente verificar a validade do uso de um projeto proposto por um controlador CCS-MPC no uso de um controlador FCS-MPC, conforme objetivo inicialmente proposto para a tese. Assim, foram desenvolvidos dois estudos no tema pelo autor (entre outros autores) nos trabalhos Bartsch, Cavalcanti, Cavalca e Nied (2019) e Bartsch et al. (2017).

Uma proposta interessante ao algoritmo FCS, explorada pelo autor no trabalho Bartsch, Preuss, Cavalca e Oliveira (2018) e melhor desenvolvida em Bartsch, Cavalcanti, Cavalca e

Nied (2019), é o uso de estados modulados na decisão da solução ótima. Isso permite maior "resolução" de soluções, melhorando a qualidade do sinal de saída envolvido. Essa proposta, pouco explorada mas já apresentada na literatura, também é analisada nos resultados.

Dessa forma, como as considerações relativas ao projeto do controle com a estratégia FCS-MPC são muito similares a estratégia com as formulações apresentadas anteriormente e não acrescentam um ponto de visualização significativo ao que é proposto nesse trabalho, não serão apresentados os resultados relativos a esse assunto, para reduzir o volume, já alto, de resultados apresentados. Porém, para o leitor interessado no assunto, recomenda-se justamente os trabalhos supracitados desenvolvidos pelo autor além de Preindl (2013) e Bordons e Montero (2015).

7.3 RESULTADOS COM MOTOR PMSM

Nesta seção, são apresentados os resultados de simulação e experimentais relativos à aplicação do controlador preditivo no motor PMSM. Os resultados de simulação procuram fazer a avaliação geral da dinâmica de projeto. Os resultados experimentais procuram realizar testes diversos considerando o projeto proposto, além de validar os resultados simulados. Destaca-se que existem mais resultados experimentais que simulados, em alguns casos, dada a inviabilidade de tempo de simulação necessário para reproduzir alguns testes. Em outras situações, existem apenas resultados de simulação disponíveis, dadas as limitações impostas no período de pandemia para a retirada de resultados experimentais. Porém, considera-se que os dados de simulação obtidos sejam confiáveis dada a validação efetuada por outros resultados.

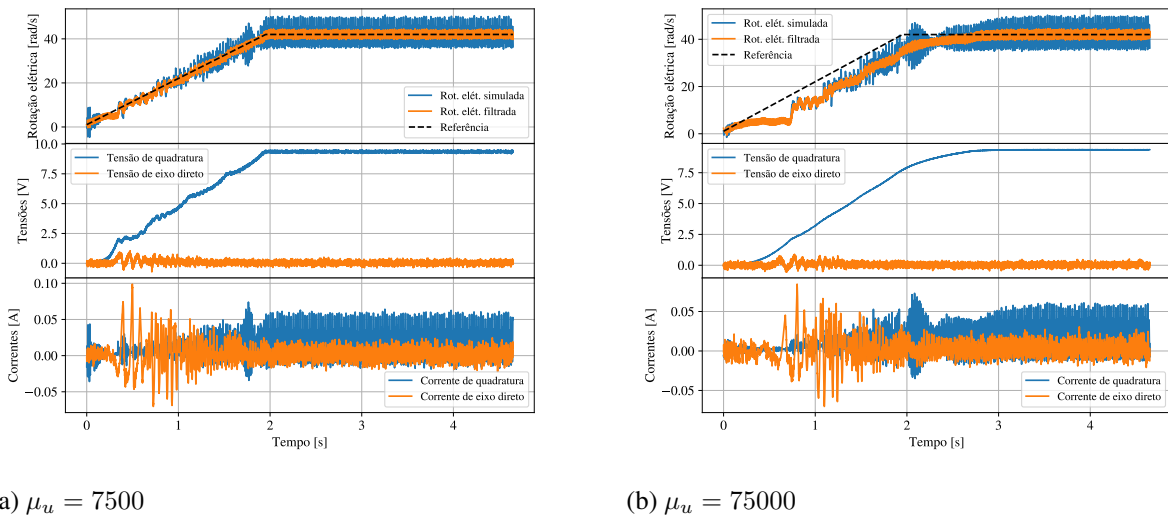
7.3.1 Resultados para malha direta linear

Nesta Subseção, são apresentados resultados ao projeto descrito na Subseção 7.2.1.

A Figura 89 apresenta resultados de simulação para acionamento do motor feito com o controlador projetado em malha direta linear, considerando $\mu_u = 7500$ (Figura 89(a)) e $\mu_u = 75000$ (Figura 89(b)).

Verifica-se, ao analisar-se a Figura 89 que o controlador projetado foi capaz de controlar o motor simulado em ambas condições de projeto. Como esperado, o projeto com $\mu_u = 75000$ resultou em um sistema em malha fechada consideravelmente mais lento que o projeto com $\mu_u = 7500$. O ruído propagado na tensão v_{qs} nesse caso, porém, foi visivelmente menor. Contudo,

Figura 89 – Resultados de simulação para projeto em malha direta linear SISO



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

isso não resultou em um benefício para a rotação, visto que o ruído ali é predominantemente uma consequência de v_{ds} , pois apesar do modelo projeto desprezar a influência do eixo direto na rotação, essa influência continua a existir. Destaca-se também que os controladores foram capazes possibilitar tensão e corrente de operação consideravelmente baixas.

A seguir, seguirão os resultados experimentais. Infelizmente, em alguns dos resultados experimentais, houve erro na comunicação na transmissão da variável de referência de rotação em um ensaio específico, entre o microcontrolador que transmitia seus dados internos e o computador. Essa distorção ocorreu em alguns poucos pontos. O autor percebeu esse problema apenas durante a compilação final dos resultados e não houve tempo hábil para reobtê-los. Essas falhas serão devidamente avisadas nas figuras em que ocorrerem. Tais falhas aconteceram pois a variável foi lida antes de ser atualizada na rotina do programa, dado que naquela rotina específica, a referência de velocidade é atualizada em uma função externa à rotina principal. Essas falhas não afetaram em absolutamente nada os resultados obtidos, são apenas uma falha de comunicação na variável de referência.

Além disso, após a compilação dos resultados, verificou-se que havia um erro de medição na corrente i_{cs} que atenuava seu valor em relação às demais correntes. Destaca-se que ao iniciar os testes, a equação utilizada para ajuste de *off-set* e correção de ganho do transdutor de corrente era sempre realizada, calibrando o sinal de medição com o sinal observado no Oscilógrafo

Yokogawa DL9600e existente no laboratório. Porém, ao longo do tempo, verificou-se que as equações para os sensores das três fases era sempre a mesma e optou-se por fazer essa calibração apenas no sensor da corrente i_{as} para agilizar a tomada de resultados. Dessa forma, após a obtenção final dos dados verificou-se uma atenuação de cerca de 40% no valor da corrente i_{cs} medida, o que certamente pode ter influenciado os resultados que envolvem rejeição de carga. Os demais resultados não devem ter sido afetados pois o valor das correntes era muito reduzido. Destaca-se, porém, a robustez dos projetos desenvolvidos a esses erros de medição. Ainda assim, as correntes detectadas no Oscilógrafo eram significativamente minimizadas pelo controlador. O ajuste correto do sensor, porém, certamente auxiliaria a uma redução ainda maior das correntes de fase, bem como a redução das oscilações na rotação, nos ensaios com a presença de um torque de carga.

Nos ensaios com degrau de carga, um motor de indução operando como freio emula uma carga de aproximadamente 12 Nm na ponta do eixo. Essa mesma carga é aplicada nos ensaios com partida de carga. Essa carga é aproximadamente metade da carga máxima de teste utilizada por Silva (2013), que realizou o projeto do motor. Essa carga era o limite máximo disponível no laboratório. Além disso, conforme mencionado anteriormente, aplicou-se um filtro passa-baixas de segunda ordem, com parâmetro 0,025 (para velocidades de referência iguais ou inferiores a 5 rad/s mecânico ou 105 rad/s elétrico) ou 0,05 (para rotações de referência superiores a 5 rad/s ou 105 rad/s elétrico).

A Figura 90 apresenta um conjunto de testes experimentais para o controlador projetado com a malha direta de corrente de quadratura e rotação e malha independente para a corrente de eixo direto, considerando o valor $\mu_u = 7500$ para a malha direta. Esse conjunto de testes inclui degrau de carga (Figura 90(a)), senoide de referência (Figura 90(b)), reversão de rotação (Figura 90(c)), variação de referência de rotação com rampa para faixa larga de rotação (Figura 90(d)), variação de referência com degraus para pequenos valores de rotação (Figura 90(e)) e partida com carga (Figura 90(f)). São apresentados resultados para a dinâmica de rotação, tensões v_{qs} e v_{ds} (ações de controle) e as correntes i_{qs} (estado não-controlado) e i_{ds} (saída controlada por malha independente de primeira ordem).

Considerando o conjunto de testes propostos na Figura 90, verifica-se que:

- No teste com degrau de carga (Figura 90(a)), observa-se que a estratégia de controle proposta foi capaz de rastrear a curva de referência de rotação e manter a rotação em torno da referência mesmo com o degrau de carga no eixo. Verifica-se que a transição de entrada

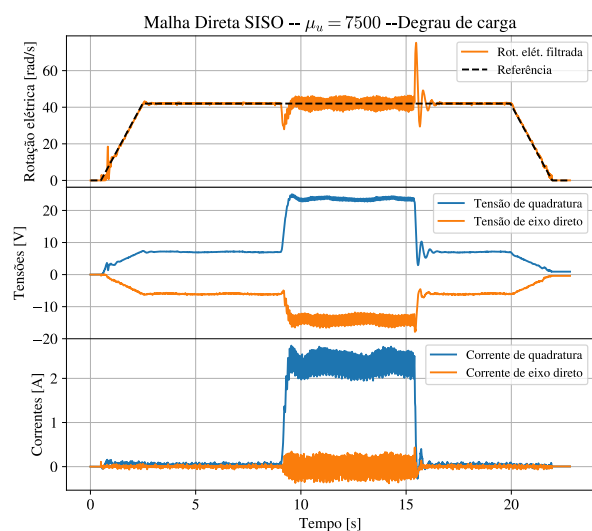
de carga pode ser considerada suave. Porém, a retirada de carga perturba o controlador. Esse fenômeno, entre outras razões ocorre pela baixa banda passante do filtro, que limita a compensação do controlador. Além disso, o comportamento dinâmico da máquina tende a elevação da rotação. Porém, o modelo de predição é projetado considerando baixas rotações. Dessa maneira, há maior discrepância entre o modelo de predição e o comportamento real da máquina na saída de carga do que na entrada de carga. Dessa maneira, a resposta do controlador também é diferente. Destaca-se, porém, que em uma aplicação real, dificilmente existiria uma saída de carga tão abrupta quanto a proposta nesse teste. Mesmo a entrada de carga, apesar de ser em degrau, sofre uma atenuação devido a dinâmica de energização do motor que está sendo utilizado como freio. Isso também auxilia a resposta do controlador nessa condição. Destaca-se o ruído de rotação que é propagado prioritariamente pela malha de corrente i_{ds} , que é projetada para uma condição de resposta dinâmica com maior banda passante. Dessa forma, com a entrada da carga, o valor absoluto das correntes aumenta, ampliando o valor absoluto do ruído propagado para a tensão. Consequentemente, como o motor real não é desacoplado, esse ruído é propagado para a rotação. O mesmo ocorre em relação a v_{qs} e i_{ds} , porém, como o próprio controlador possui uma banda passante mais baixa, a propagação do ruído é menor nessa tensão, apesar dessa tensão ser a que possui maior influência no comportamento da rotação.

- No teste com senoide de referência (Figura 90(b)), destaca-se que, como previsto em teoria, a formulação de controle adotada, proveniente do Problema 3, possibilita à saída rastrear referências não constantes, diferentemente da formulação apresentada no Problema 2. Nota-se, também, a malha de i_{ds} foi perturbada pela rotação senoidal, uma vez que não é aplicado qualquer tipo de compensação em relação à rotação nessa estratégia. Assim, apesar dessa corrente manter-se na referência na média, rejeitando a perturbação, o controle não consegue deixar a corrente totalmente insensível à perturbação de baixa frequência. Além disso, o teste de rastreamento de senoide é útil para verificar a banda de passagem do controlador, que nesse caso, mostra-se superior ao valor de 1,0 Hz adotado na referência de senoide. Os testes feitos com frequência superior a 4,0 Hz (não exibidos) mostram atenuação no rastreamento de referência, em função do filtro aplicado. Uma possível aplicação prática de uma referência senoidal na rotação seria para tambores de mistura/separação. No caso de uma máquina de lavar-roupa (aplicação do motor em

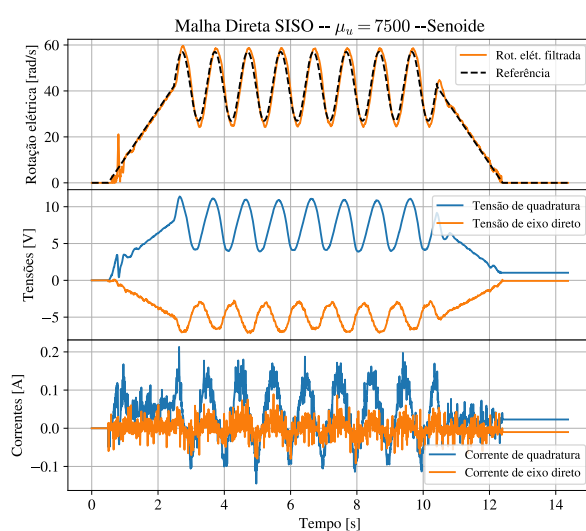
questão), com a senoide possibilitando reversão e em uma frequência mais lenta, seria possível lidar com o processo de lavagem.

- No teste com reversão (Figura 90(c)), é possível observar que esse controlador pode impor referências negativas ao processo da mesma forma que referências positivas. Além disso, o sistema de acionamento como um todo foi projetado possibilitando essa condição. Destaca-se a semelhança de comportamento para o motor em ambas as situações, tanto na rotação como nas tensões e correntes. Destaca-se que o modelo dinâmico não linear do motor varia com a rotação e a dinâmica é diferente para rotações positivas e negativas, porém, como as rotações são baixas, essa diferença não é tão evidente. Porém, observa-se que a tensão v_{ds} no caso positiva atingiu um patamar próximo a $-5,0$ V. Porém, para a rotação negativa, essa tensão foi de aproximadamente $2,5$ V, para um comportamento de corrente i_{ds} similar. Essa diferença é justamente consequência da alteração do comportamento dinâmico da máquina com rotações positivas e negativas.

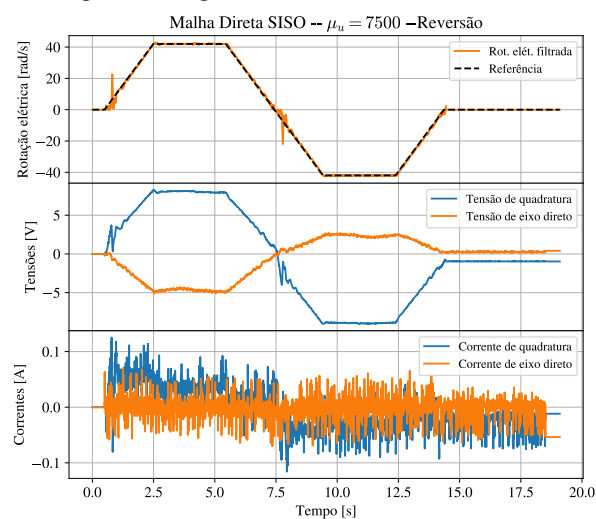
Figura 90 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha direta linear SISO com $\mu_u = 7500$



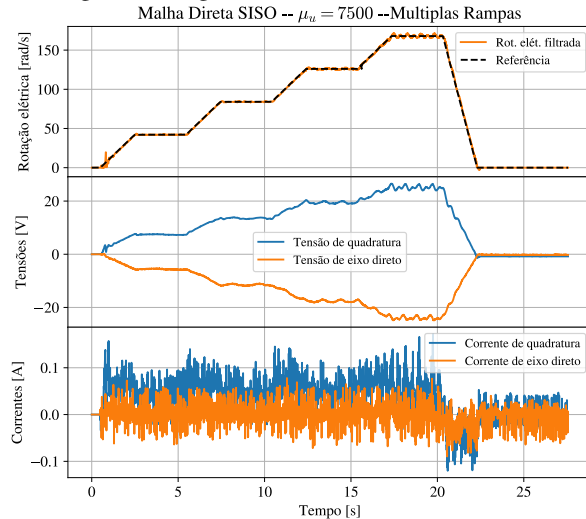
(a) Degrau de carga



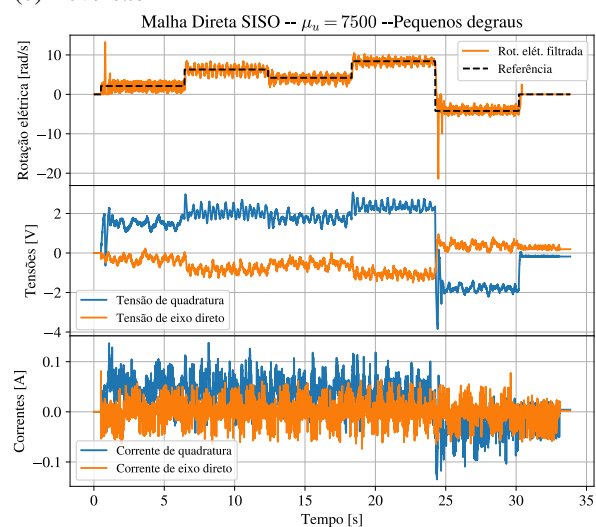
(b) Degrau de carga



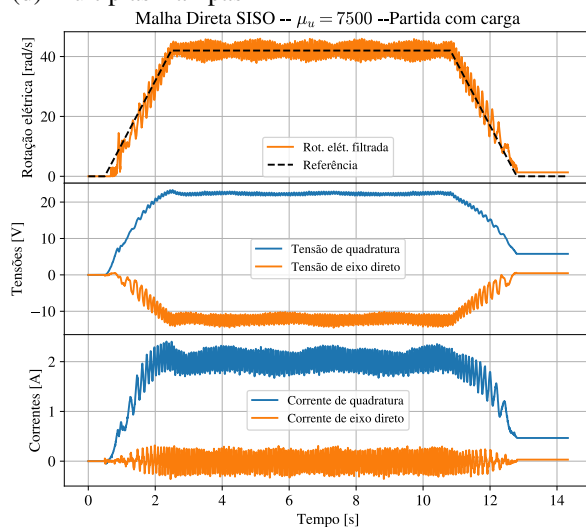
(c) Reversão



(d) Múltiplas Rampas



(e) Múltiplos degraus



(f) Partida com carga

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- No teste com variação de referência em rampa (Figura 90(d)), constata-se que o controlador projetado consegue operar em rotações mais altas que a rotação de projeto. Verifica-se, porém, um aumento das oscilações em altas rotações. Essas oscilações são uma consequência do uso do filtro. Em rotações mais altas a diferença de tempo entre os sinais informados pelo encoder se reduzem. Além disso, os valores instantâneos são mais altos. Dessa forma, o filtro possui um transiente de ajuste que provoca as oscilações observadas. Um filtro com banda passante muito baixa pode ocasionar a instabilidade do processo nessas situações. O próprio modelo da máquina se altera com o aumento da rotação, o que também altera a dinâmica de malha fechada. O controlador também é responsável por esse comportamento mais oscilatório, pois ele propaga ruído/perturbação de baixa frequência. Assim, as oscilações vistas nas tensões v_{qs} e v_{ds} visam compensar as oscilações detectadas na medição de rotação. Porém, existe um certo atraso nessa compensação. O atraso aumenta a medida que a rotação aumenta. Destaca-se, em favor do controle, que como este controla a rotação elétrica, as oscilações são, para esse motor, 21 vezes maiores que as oscilações mecânicas propriamente ditas. Assim, o efeito mecânico dessas oscilações é praticamente imperceptível.
- No teste com variação de referência em pequenos degraus (Figura 90(e)), ressalta-se que para rotações tão baixas, o parâmetro de filtro deveria ser reduzido ainda mais para tornar o ruído de alta frequência de rotação menos perceptivo. Verifica-se que o controlador acomodou rapidamente os diferentes degraus de rotação impostos. Tais rotações são inferiores a 0,075 Hz mecânico ou 4,5 rpm. De fato, os degraus de referência aplicados são 2,1, 6,3, 4,2, 8,4 e $-4,2$ rad/s elétrico respectivamente, o que equivale a 0,955, 2,865, 1,910, 3,820 e $-1,910$ rpm. Nessas rotações, efeitos não lineares não modelados como o *cogging torque* e o atrito de Coulomb começam a afetar o comportamento dinâmico da máquina. Porém, como o projeto do controlador é feito considerando para baixíssimas rotações, o controle consegue rastrear corretamente as referências propostas, mesmo realizando a reversão de rotação com um degrau. E, à exceção do primeiro degrau em cada sentido de rotação, as transições ocorrem sem picos ou oscilações evidentes além do próprio ruído observado, com rápida acomodação (limitada pelo filtro).
- No teste de partida com carga (Figura 90(f)), nota-se que o controlador foi capaz de acomodar a carga desde o início de sua resposta dinâmica. Houve apenas um aumento do ruído de rotação. A corrente i_{ds} permaneceu na referência, de modo a atender a condição

de MTPA e preservar a economia de energia da máquina. Assim, apenas a corrente i_{qs} atua de forma a garantir a conversão de energia elétrica em mecânica. É possível que o aumento de ruído nas correntes i_{qs} e i_{ds} seja uma consequência do erro de medição da corrente i_{cs} . Dessa forma, com o aumento do valor real das três correntes, é possível que o controlador esteja compensando uma perturbação inexistente na corrente real, mas, existente na medida, o que aumenta a propagação do ruído.

- Destaca-se, ainda, que no início do transiente de rotação, existe um pico de rotação. Esse pico ocorre em todos os testes. O melhor teste para verificá-lo é o da senoide (Figura 90(b)). Este deve-se ao transiente do filtro e ao transiente do integrador combinados. O filtro ainda não estabeleceu a filtragem do sinal com elevado valor de rotação, que vem da medição bruta do encoder. Além disso, o integrador de rotação considera esse fenômeno um erro a ser compensado o que eleva a tensão v_{qs} brevemente e, conseqüentemente, propaga-se para a rotação. Destaca-se que com a finalização do transiente efeito é reduzido. Porém, no teste com inversão (Figura 90(c)), esse fenômeno é evidenciado uma segunda vez, na "partida reversa", porque o sentido dos integradores e da acomodação do próprio filtro precisa ser alterado. No teste com pequenos degraus (Figura 90(e)), esse pico manifesta-se também na resposta dinâmica do primeiro degrau de elevação e no degrau em que ocorre a reversão. Esse pico, muito provavelmente, é apenas um efeito artificial provocado pela medição, pois não observa-se fisicamente essa variação abrupta de rotação no motor.
- O projeto com foco na redução da influência do ruído prova-se bastante interessante nessa aplicação dado o ruído elevado nas diferentes variáveis do processo. Dessa forma, a metodologia de projeto proposta auxilia na sintonia correta do controlador MPC para essa aplicação, pois é possível ajustar a sintonia considerando a banda passante desejada. Além disso, a estratégia de controle considera o erro acumulado na função custo. Isso é favorável nesse tipo de aplicação, pois, diferentemente da formulação do Problema 1, permite o correto rastreamento das referências, inclusive senoidais, para corrente i_{ds} e para a rotação $\omega_{e,r}$, e a rejeição da perturbação de carga. Além disso, ao realizar esse rastreamento, não propaga o ruído de medição para outras variáveis como a formulação do Problema 2.

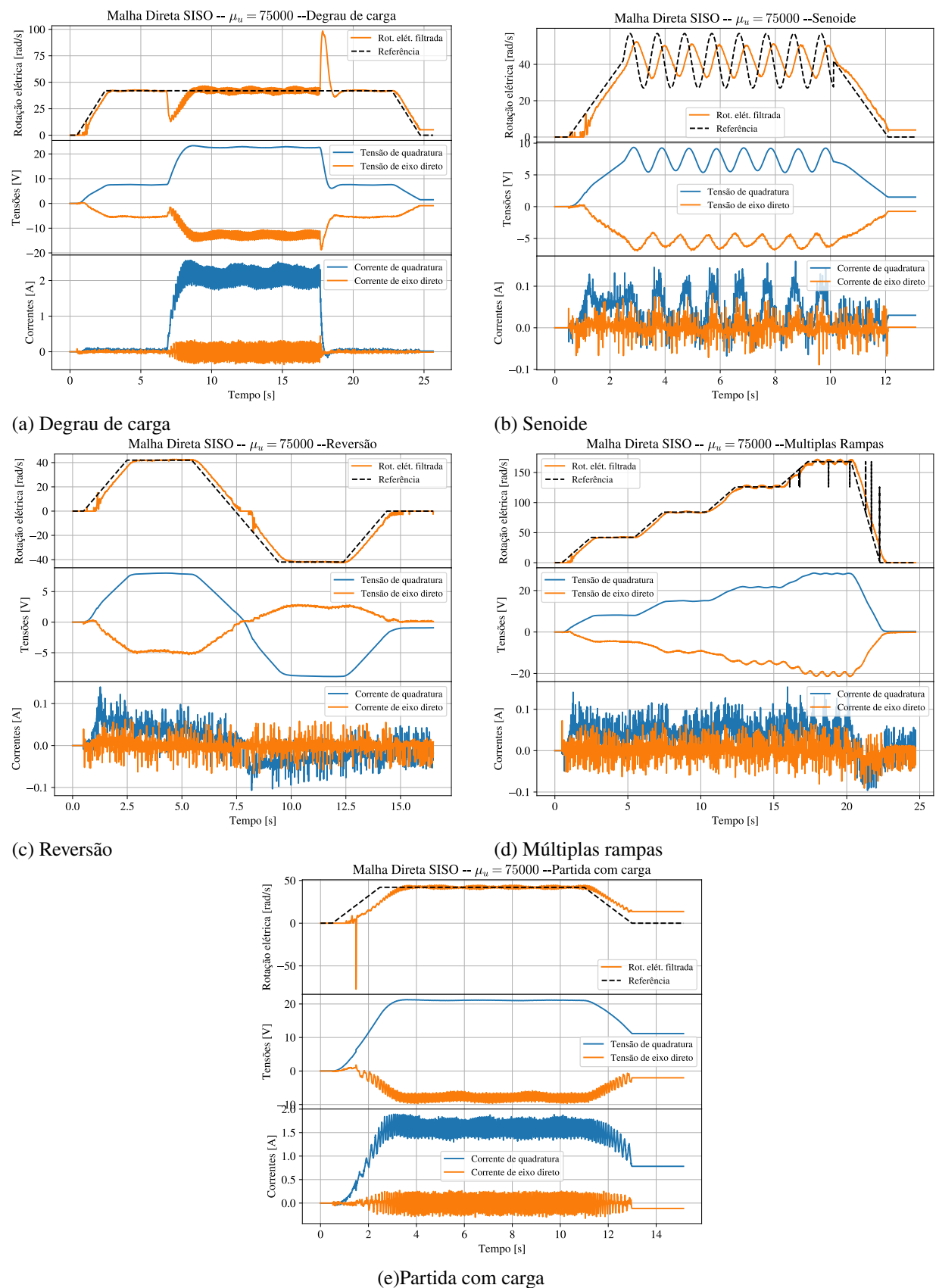
A Figura 91 apresenta um conjunto de testes experimentais para o controlador projetado com a malha direta de corrente de quadratura e rotação e malha independente para a corrente de eixo direto, considerando o valor $\mu_u = 75000$ para a malha direta. Esse conjunto de

testes inclui degrau de carga (Figura 91(a)), senoide de referência (Figura 91(b)), reversão de rotação (Figura 91(c)), variação de referência de rotação com rampa para faixa larga de rotação (Figura 91(d)) e partida com carga (Figura 91(e)). São apresentados resultados para a dinâmica de rotação, tensões v_{qs} e v_{ds} (ações de controle) e as correntes i_{qs} (estado não-controlado) e i_{ds} (saída controlada por malha independente de primeira ordem). Infelizmente, no teste da Figura 91(d) houve perdas de pontos na transferência da informação da referência de rotação o que provocou a estranha referência observada. Porém, como observa-se para os demais sinais, a informação de referência passada ao controlador foi similar à observada na Figura 90(d). Além disso, na Figura 91(e), é possível que o ponto deslocado com sinal negativo tenha sido resultado de um ruído de medição ou de uma demora do filtro em lidar com a variação de rotação com a carga. Porém, tal erro de medição não comprometeu o funcionamento do controlador, indicando certa robustez sobre tais erros de medição.

Na análise da Figura 91, verifica-se que:

- No teste com degrau de carga (Figura 91(a)), observa-se que o controlador mais lento, como esperado, demorou mais que o anterior para acomodar a perturbação de carga. Além disso, o pico observado na saída de carga foi mais de 170% do valor do pico do caso anterior (amplitude de 60 rad/s frente a 35 rad/s). Além disso, percebe-se um atraso no rastreamento das rampas de aceleração e desaceleração. Contudo, a amplitude do ruído na presença de carga foi inferior, pois a tensão de quadratura praticamente não o propagou. Assim, esse ruído é devido unicamente à malha da corrente de eixo direto, que não teve seu controlador alterado nesse teste. Destaca-se que, a hipótese prévia dessa abordagem é que em baixas rotações, a malha de corrente de eixo direto pode ser desacoplada do modelo. Porém, isso é uma aproximação. Para a condição com carga, verifica-se de forma mais evidente a influência de uma malha na outra. Porém, a corrente de eixo direto manteve-se com média nula, ou seja, seguindo a referência proposta. Dessa forma, o motor é mantido a condição de MTPA, mesmo com carga. Vale ressaltar que a potência de carga é de 24 W. A potência média (ativa) fornecida é de aproximadamente 53 W, o que resulta em um rendimento de 45%. A literatura reconhece que o rendimento de uma máquina é baixo em condições de baixa rotação e alto torque carga (ANDRICH, 2013). Entretanto, destaca-se que poderia ser pior caso a condição de MTPA não fosse respeitada.

Figura 91 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha direta linear SISO com $\mu_u = 75000$



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- No teste com senoide de referência (Figura 91(b)), destaca-se que essa malha não consegue rastrear a senoide de 1 Hz, como esperado no projeto. De fato, a banda passante esperada é da ordem de 1,0 Hz (verificar Figura 60 para $\mu_u = 75000$ e polos críticos de 0,991). Nesta frequência, é esperada uma atenuação de -3 dB, o que equivale a uma amplitude de cerca de 70% da referência estabelecida. De fato, nesse ensaio, a amplitude é cerca de 60% da referência, em uma frequência de referência de 1 Hz. Assume-se, assim, que a metodologia proposta esteja correta, pois a relação esperada também é uma aproximação, haja vista que os polos são complexos conjugados na posição $0,9909 \pm 0,060965j$ e não polos críticos em 0,990. Destaca-se que a metodologia seria inviável se fossem apresentadas as curvas exatas para todas as posições. Dessa forma, a ideia do uso de polos críticos visa dar uma solução aproximada para outras condições, com razoável precisão. Dessa forma, o teste com a senoide de referência mostra-se bastante útil para validar a banda de passagem do controlador, bem como para facilitar o entendimento da aplicação da metodologia proposta.
- No testes com reversão (Figura 91(c)) e com variação de referência em rampa (Figura 91(d)), é possível observar que a rotação possui um atraso no seguimento da rampa de 2,0 s (aceleração de 21 rad/s^2) visto que a dinâmica imposta por esse controlador é bastante lenta (como já destacado na análise imediatamente anterior). Assim, o sistema em malha fechada atua como um filtro para a referência. Destaca-se o atraso inicial existente para a dinâmica de rotação iniciar, tanto na partida como na reversão. Esse atraso, porém, não existe ao iniciar a trajetória de aceleração em rotações mais elevadas. Outro ponto é que as oscilações em rotação continuam a aparecer, porém, em menor amplitude que no caso anterior, como esperado.
- No teste de partida com carga (Figura 91(e)), nota-se que mesmo o controlador que impõe a dinâmica mais lenta permitiu o motor rejeitar a perturbação ao longo de toda a trajetória. Destaca-se o erro de medição ocorrido ao início do teste. Esse erro não foi capaz de instabilizar o controlador dado que sua banda de atuação é bastante reduzida. Além disso, o ruído verificado na rotação é menor que no caso de $\mu_u = 7500$ pelas mesmas razões já destacadas na análise do teste de degrau de carga. Ressalta-se, contudo, que a carga aplicada nesse teste foi um pouco menor que nos testes anterior, devido a um erro de operação da carga não observado durante o teste. Essa redução de carga não invalida nenhum dos apontamentos nem a capacidade do controlador em rejeitar a perturbação.

- O pico de rotação ao início da rampa também foi reduzido em todos os testes, em virtude da menor banda de atuação do controle, que praticamente ignora os erros da medição instantânea de rotação e não propaga esse erro antes da estabilização do filtro e do integrador. Novamente, reitera-se que a rotação real provavelmente não possui esse comportamento, apenas a rotação filtrada, que reduz a amplitude das variações da medição do encoder em seu transiente.
- Pode-se inferir que a metodologia de projeto novamente foi eficaz, ou seja, foi possível reduzir a dinâmica de malha fechada da máquina na proporção desejada, ao aplicar-se a metodologia de projeto proposta. Para a exigência dos testes aplicados ao sistema, a resposta do controlador foi mais lenta que exigida. Porém, esse projeto alternativo visava justamente isso, para permitir uma segunda sintonia para a metodologia que está sendo avaliada. Assim, caso procure-se uma sintonia para um acionamento mais lento, que praticamente seja indiferente aos ruídos de medição, e que não seja aplicado em situações de transiente tão exigentes, o projeto nessa situação é bastante válido. Desse modo, a metodologia proposta garante a possibilidade de operação em uma situação mais exigente (como no caso anterior, para $\mu_u = 7500$) ou em uma situação menos exigente (como no caso atual, para $\mu_u = 75000$).

Considerando as duas aplicações feitas com o controlador em malha direta, constata-se que essa é uma estratégia viável para a aplicação no acionamento do motor síncrono de ímãs permanentes. A metodologia de projeto desenvolvida e aplicada foi coerente com os resultados encontrados, sendo útil para determinar de forma racional o processo de sintonia do controlador. Destaca-se que, no segundo teste, desejou-se propositalmente uma dinâmica mais lenta. Além disso, a própria condição do primeiro teste já é uma dinâmica lenta, pois o valor de $\mu_u = 7500$ pode ser considerado alto. Porém, a dinâmica nesta sintonia mostrou-se adequada para a aplicação. Observa-se, todavia, que sem a normalização proposta nesse trabalho o valor, para desempenho equivalente, seria de $\mu_u \approx 0,886911 \text{ rad}^2/(\text{s}^2\text{V}^2)$.

Entretanto, ressalta-se que existe uma influência do filtro no comportamento do processo em malha fechada. Ainda assim, mesmo com o filtro de primeira ordem (reajustado) o processo em malha fechada responde bem (os resultados dessa situação foram omitidos, porém, os resultados da Figura 92 utilizarão o filtro de primeira ordem apenas para demonstrar a validade do uso desse filtro com as técnicas apresentadas).

Destaca-se também que essa estratégia não necessariamente precisa da compensação de rotação para ser aplicada, como nos casos apresentados. Apesar disso, o uso dessa compensação poderia reduzir a já reduzida interação entre as malhas de eixo direto e a malha de rotação e corrente de quadratura.

E, ainda, ressalta-se que os resultados experimentais foram bastante condizentes com os resultados de simulação, em ambas as condições de sintonia, comprovando a validade do modelo desenvolvido.

O uso da estratégia em malha direta permite o projeto do controlador diretamente sobre a rotação. Isso facilita bastante a compreensão do efeito do controlador na dinâmica de malha fechada final. Além disso, a sintonia é facilitada pois não há a necessidade de cuidar com a interferência entre bandas de operação de diferentes malhas e reduz-se a quantidade de integradores, visto que não é necessário um integrador para a corrente i_{qs} .

A sintonia em malha direta, porém, não é utilizada de modo geral em estruturas com controladores frequências, como o controlador PI, pois não possibilitaria a realimentação da corrente i_{qs} , dado que a estrutura do controlador PI baseia-se unicamente na análise do sinal de saída. Dessa forma, observa-se uma vantagem no uso de controladores projetados considerando modelos em espaço de estados.

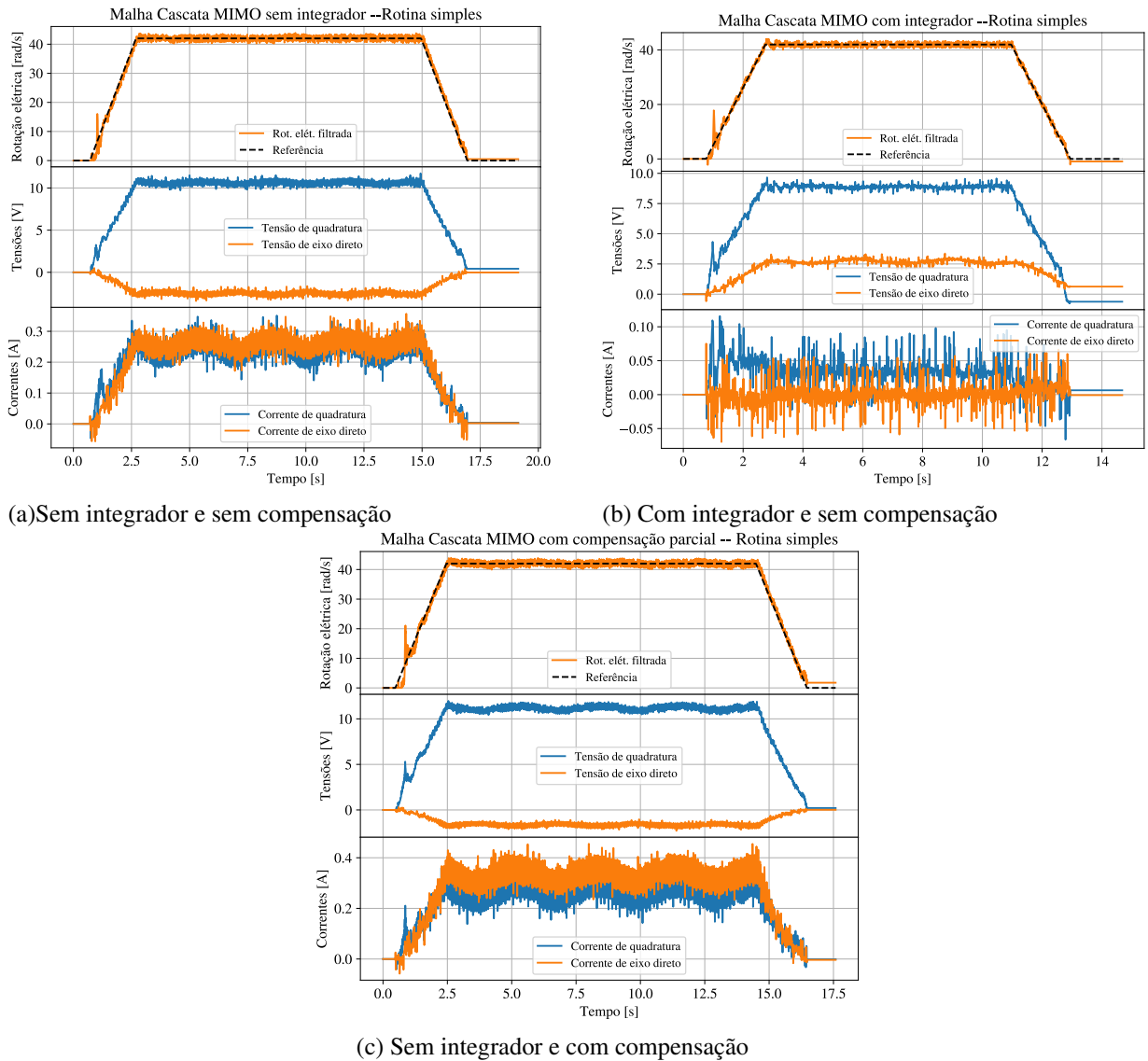
Assim, o uso do controlador preditivo da forma proposta possibilita caminhos de projeto de controladores não usados tipicamente em estruturas de controle vetorial tradicional com malhas em cascata e uma certa dificuldade de sintonia, dado que usualmente também são utilizados modelos bastante simplificados para projeto.

7.3.2 Resultados para malha em cascata linear

Antes de apresentar uma bateria de testes para o acionamento com o motor em cascata, cabe compara diferentes possibilidades de acionamento nessa estrutura de controle. A Figura 92 apresenta um comparativo entre diferentes estratégias em cascata. Além da estratégia aplicada anteriormente, que possui o integrador mas não possui a compensação proposta para a estratégia PBC (Figura 92(b)), são testados os casos de controlador em cascata sem integrador e sem compensação, considerando o mesmos parâmetros de sintonia na malha externa e interna, à exceção óbvia de μ_w , visto que não há integrador, (Figura 92(a)); e, para o caso sem integrador, mas com a compensação PBC (Figura 92(c)). Essa compensação é feita adicionando-se ao controlador anterior o termo $\lambda_{pm}\omega_{e,r}$ na tensão v_{qs} e projetando o controle da mesma forma.

Nesses ensaios, utilizou-se um filtro de rotação de primeira ordem ao invés de um filtro de segunda ordem. Em todos os casos, utiliza-se um teste simples de aceleração, manutenção de rotação e desaceleração sem carga para a referência de rotação.

Figura 92 – Comparativo entre compensações com malha cascata



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

Ao analisar-se a Figura 92 verifica-se nas Figuras 92(a) e 92(c), que indicam resultados sem o integrador nas correntes, que as correntes i_{qs} e i_{ds} não estão em seu valor mínimo, como visto na Figura 92(b). A presença do integrador reduz significativamente o valor das correntes (mais de 500% no caso de i_{qs}), possibilitando ao sistema de acionamento utilizar apenas o necessário para a manter a rotação da máquina. Isso ocorre pois o controlador da malha interna possui infinitas possibilidade de acomodação das correntes i_{qs} e i_{ds} para controlar velocidade

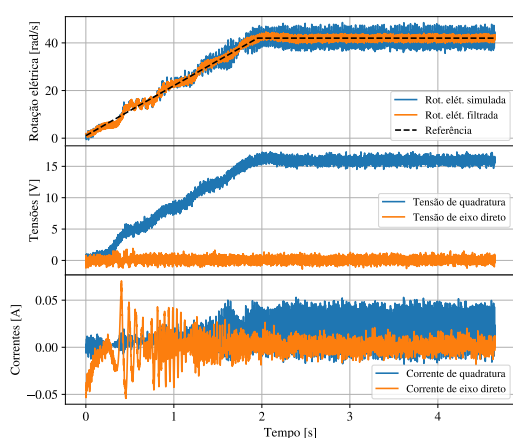
do motor com certo perfil de comportamento. Assim, o uso do integrador garante que será aplicada a solução com o menor consumo de corrente (se a referência de corrente representar essa condição).

Verifica-se também uma redução nas tensões aplicadas ao motor, o que também colabora para a melhora da eficiência do sistema de acionamento. Destaca-se, porém, que tensão de eixo direto ficou positiva no caso com integrador, diferentemente de qualquer outro teste realizado. O autor não sabe explicar porque nesse teste específico houve esse comportamento da tensão v_{ds} nesse ensaio em específico.

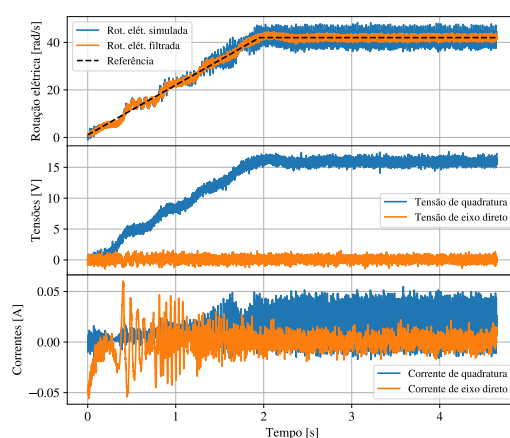
Destaca-se que nos ensaios da Figura 92, utilizou-se um filtro de primeira ordem, com parâmetro de filtro 0,025, para a medição de rotação. Foi utilizado esse tipo de filtro para mostrar a possibilidade de seu uso em conjunto com os controladores propostos, de modo que o filtro de segunda ordem apenas atenua mais o ruído de rotação. O uso do filtro de primeira ordem seria mais recomendado caso opta-se por um processador de custo menor para a aplicação dessa estratégia de controle, por exemplo.

Uma vez realizado o comparativo, opta-se por testar a estratégia com o integrador com maior profundidade. A Figura 93 apresenta resultados de simulação para acionamento do motor feito com o controlador projetado em malha cascata, considerando projeto com ponto de operação de rotação elétrica em 0 rad/s (Figura 93(a)) e em 42 rad/s (Figura 93(b)).

Figura 93 – Resultados de simulação para projeto em malha cascata para diferentes pontos de operação



(a) Projetado com $\omega_{e,r} = 0$



(b) Projetado com $\omega_{e,r} = 42,0$

Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

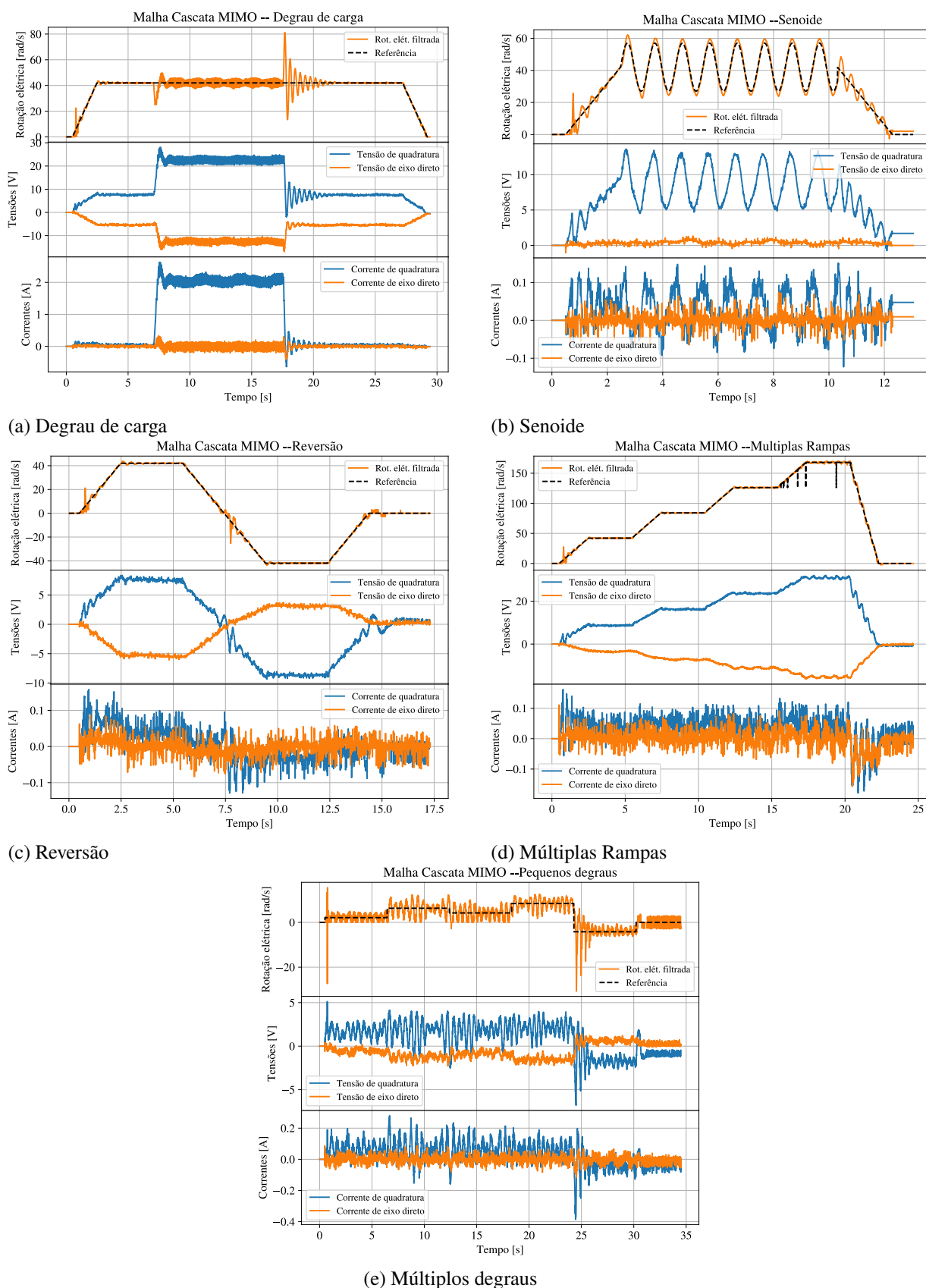
Verifica-se, na Figura 93, que o ponto de operação para rotação não resultou em diferença significativa no comportamento das variáveis controladas. Assim, para os resultados práticos, considerar-se-á apenas os resultados considerando o ponto de operação da rotação elétrica em 0 rad/s

A Figura 94 apresenta um conjunto de testes experimentais para o controlador projetado com a malha em cascata. A abordagem utilizada considera um controlador externo de rotação, projetado com um modelo de primeira ordem, através do método da escolha direta. Esse controlador preditivo considera banda passante de aproximadamente 6,4 Hz e fator de amortecimento de 0,95. O controlador da malha interna foi projetado com um modelo MIMO linearizado com discretização de Euler de segundo grau. Nesse modelo, consideram-se os três estados i_{qs} , i_{ds} e $\omega_{e,r}$, sendo que as correntes são as variáveis controladas. A referência de i_{ds} é imposta em zero, para a manutenção da condição MTPA. A referência de i_{qs} é determinada pela saída do controlador de rotação multiplicada pelo mapa de torque para corrente, conforme a Equação (299) discretizada. O ponto de operação avaliado foi para a rotação nula. Dessa forma, os controladores são a princípio considerados quase independentes, de forma similar ao observado no caso da malha direta. Porém, nesse caso, existe um integrador extra, para a corrente i_{qs} . A sintonia da malha de corrente foi feita de forma empírica após a aplicação da normalização, tomando por base o projeto da corrente de eixo direto do caso anterior. Naquele caso, escolheu-se $\mu_u \approx 160$ e $\mu_w \approx 0,02$ pelo método da escolha direta. Aqui, escolheu-se $\mu_u = 100$ e $\mu_w = 0,001$ para as duas malhas. Isso foi feito pois o controlador é MIMO e o processo é de terceira ordem, de modo que essa tese não desenvolveu métodos específicos para estas situações. Porém, o uso da normalização e o conhecimento de projeto de casos anteriores auxiliam consideravelmente nesse processo de sintonia.

O conjunto de testes avaliado na Figura 94 inclui degrau de carga (Figura 94(a)), senoide de referência (Figura 94(b)), reversão de rotação (Figura 94(c)), variação de referência de rotação com rampa para faixa larga de rotação (Figura 94(d)) e partida com carga (Figura 94). São apresentados resultados para a dinâmica de rotação, tensões v_{qs} e v_{ds} (ações de controle) e as correntes i_{qs} (estado não-controlado) e i_{ds} (saída controlada por malha independente de primeira ordem). Observa-se que na Figura 94(d) também houve falha na comunicação entre microcontrolador e computador, embora em menor quantidade que na Figura 91(d). Destaca-se que a referência correta é a observada na Figura 90(d).

Na análise da Figura 94, verifica-se que:

Figura 94 – Conjunto de testes para controle projetado considerando malha cascata linear MIMO



Fonte: Elaborado pelo autor, 2021.

- Destaca-se que em todos os testes, assim com no caso da malha direta com $\mu_u = 7500$ houve um pico de rotação no início do seguimento da rotação. Esse pico, entre as demais razões destacadas na análise do caso supracitado, possivelmente é consequência do transitório do filtro e não necessariamente da rotação real, talvez apenas em parte. Além disso, em todos os testes desse conjunto, o seguimento da rampa inicial ocorre com oscilações em torno da rampa de partida e, eventualmente, da rampa de desaceleração (nesta com maior intensidade). Essas oscilações, provavelmente, são consequência da presença de um integrador extra, para a corrente i_{qs} . Esse integrador é necessário em virtude do projeto MIMO utilizado na malha interna. Dada a formulação adotada, considera-se o uso de integrador para todas as saídas do modelo.
- No teste com degrau de carga (Figura 94(a)), observa-se que o sistema em malha fechada, controlado em malha cascata MIMO foi capaz de acomodar a perturbação de carga. Porém, assim como no caso anterior, o efeito da perturbação foi muito mais agressivo na retirada do que na entrada da carga. Nesse caso, apesar do pico ser um pouco superior ao observado no caso da malha direta com $\mu_u = 7500$, a dinâmica subamortecida subsequente foi uma resposta pior do que a observada para o caso da malha direta.
- No teste com senoide de referência (Figura 94(b)), destaca-se que foi possível rastrear a senoide de 1,0 Hz de referência, conforme esperado para o projeto da malha de controle de rotação, admite banda passante de pelo menos 6,5 Hz.
- No teste com reversão (Figura 94(c)) e com variação de referência em rampa (Figura 94(d)), é possível observar que o motor acionado com o controlador em cascata foi capaz de seguir adequadamente todas as referências estabelecidas, inclusive a reversão, sendo capaz de operar em rotações mais elevadas. Destaca-se aqui a menor oscilação verificada em rotações mais altas, em comparação com o resultado do controle projetado com malha cascata e $\mu_u = 7500$.
- No teste com variação de referência em pequenos degraus (Figura 94(e)), verifica-se picos maiores nos primeiros degraus de cada sentido de giro em comparação com o caso da malha direta e $\mu_u = 7500$. Além disso, o sinal de rotação é consideravelmente mais ruidoso do que no caso da malha direta e $\mu_u = 7500$, inclusive para a rotação em referência nula.

O uso da estratégia em cascata mostrou-se também capaz de controlar o acionamento do motor, apesar de ter um desempenho inferior ao observado na malha direta, para as sintonias analisadas. Destaca-se que o integrador extra na malha interna de corrente pode causar oscilações

e outros comportamentos indesejados ao processo em malha fechada. Contudo, como observado na análise da Figura 92, o integrador na malha interna é essencial para melhora da eficiência energética do sistema de acionamento, pois o integrador da malha externa não é suficiente para minimizar a energia real empregada no acionamento da máquina.

7.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentadas ideias relativas ao projeto de controladores MPC e a aplicação no controle de motores síncronos PMSM. Os principais pontos foram:

- Para PMSM, em abordagem com malha direta: separação do modelo PMSM em modelo de corrente de eixo direto das demais variáveis de estado. Aplicação do método de projeto *quasi-exato* para a corrente de eixo direto e do método de frequência de corte com μ_w seguro para as demais variáveis.
- Para PMSM, em abordagem com malha em cascata: uso de cancelamento de não linearidades para obter estabilidade por passividade. Aplicação de métodos de projeto de primeira ordem com formulação convencional para a malha interna e *quasi-exato* para malha externa de rotação. A ligação entre as malhas é feita pelo mapeamento de corrente e torque.
- A estratégia em malha direta apresentou resultados melhores para sintonia proposta, apesar de estrutura com malha em cascata também conseguir acionar corretamente o motor. A principal vantagem do uso da malha direta é a possibilidade de definir diretamente as características desejadas para a rotação, sem a necessidade de ajustar bandas entre diferentes malhas. Porém, a malha direta só é possível de ser aplicada em uma estratégia que utilize modelos em espaço de estados, como o controlador preditivo.

No próximo Capítulo, serão apresentadas as considerações finais do trabalho.

Pelo pensamento nós encontramos alguma coisa, não a criamos; não submeter-se a ela é como não a ter encontrado, e não submeter-se antecipadamente, impede que seja encontrada.

(A. D. Sertilanges)

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo, são apresentadas as considerações finais da tese. São expostas as conclusões obtidas após a análise dos resultados obtidos. Além disso, são propostas melhorias e possibilidades de trabalhos futuros. Posteriormente, é feita uma breve reflexão do autor a respeito de controle de sistemas e da proposta da tese. Por fim, os artigos desenvolvidos ao longo desse trabalho são descritos e comentados.

8.1 RECAPITULAÇÃO E DIFICULDADES ENCONTRADAS

O presente trabalho de tese procurou desenvolver uma metodologia para o projeto de controladores MPC, considerando a aplicação na área de controle de motores. Além disso, buscava-se inicialmente condições para a prova de estabilidade do processo em malha fechada.

A ideia era utilizar as formulações de MPC mais simples o possível de modo a facilitar a transição das estratégias frequenciais costumeiramente aplicadas em controle de motores para o uso de uma estratégia projetada no tempo. Além disso, era necessário associar critérios de projeto comumente adotados na área de controle de motores para a possível sintonia do controle. Por fim, era necessário que a estratégia pudesse ser embarcada em um microcontrolador, o que também justifica sua simplicidade. Essa última condição descartava logo o uso de um algoritmo com tratamento de restrições *on-line*.

Entre as estratégias mais simples encontradas, priorizou-se uma estratégia em espaço de estados, pois os motores são normalmente modelados dessa forma. Dentro desse conjunto estratégias, optou-se pela formulação que penalizava o erro acumulado, dada a necessidade da garantia do seguimento de referência por parte das correntes de uma possível malha interna. Mais além, a realimentação dos sinais que envolvem motores possuem muito ruído. Assim, a formulação baseada na variação de estados, dentro daquilo que foi avaliado pelo autor, não era confiável o suficiente para essa aplicação.

Uma possível alternativa foi adotar estratégias do tipo FCS-MPC cujo volume de trabalhos na literatura expandiu-se consideravelmente nos últimos anos. As principais vantagens

dessa estratégia seriam a possibilidade de lidar diretamente com o modelo não linear, tratar restrições de forma suave e trabalhar de forma multi-variável. Porém, essa estratégia torna-se computacionalmente inviável para $N = 2$, possui elevado ruído de corrente e não pode ser projetada pelos mesmos meios que uma formulação convencional. Assim, optou-se finalmente pela formulação apresentada no Problema 3. Essa formulação é apresentada no Capítulo 2.

Contudo, tal formulação possui pouca literatura a respeito, dentro daquilo que o autor foi capaz de rastrear. Além disso, de modo geral, há muita dificuldade de associação entre os critérios de projeto comuns para controladores MPC e os critérios de projeto normalmente adotados em controle de motores. Desse modo, buscou-se desenvolver uma ponte entre os critérios utilizados nessas diferentes áreas. Assim, iniciou-se um abrangente estudo da aplicação do controle MPC com a formulação apresentada no Problema 3, para processos de primeira e segunda ordem. Destaca-se, porém, que ao longo desse estudo, encontrou-se um procedimento sistemático geral para a normalização do funcional de custo, apresentado no Teorema 1 ainda no Capítulo 2. Essa normalização permitiu o desenvolvimento de uma metodologia genérica para projeto de controladores MPC tanto para processos de primeira ordem (apresentada no Capítulo 3) como para processos de segunda ordem (apresentada no Capítulo 4). Destaca-se que a metodologia proposta busca associar os parâmetros de sintonia do funcional de custo às variáveis frequenciais costumeiramente adotadas nos projetos de controle de motores.

Ainda ao longo do trabalho, trabalhou-se no desenvolvimento de modelos para a simulação e controle dos motores síncronos de ímãs permanentes, o que é exposto no Capítulo 2. Talvez, o presente trabalho não tenha apresentado devidamente a importância dos modelos de simulação mais completos expostos nesse documento. Porém, considerando o volume de problemas encontrados no desenvolvimento das estratégias em aplicação prática, tais modelos mais completos foram fundamentais para a identificação de diversos problemas. Além disso, os resultados obtidos mostraram-se bastante próximos aos encontrados experimentalmente, por isso, os resultados experimentais foram priorizados na apresentação do Capítulo ???. A pandemia foi um fator extra que justificou mais ainda, posteriormente, o trabalho desenvolvido na modelagem do sistema de acionamento, visto que foi possível antecipar uma série de problemas práticos via simulação e resolvê-los de forma antecipada, em um período sem acesso ao laboratório. Destaca-se ainda que o todo o trabalho em software de simulação e projeto dos controladores foi completamente desenvolvido (ou adequado) em linguagem Julia (BEZANSON; EDELMAN; KARPINSKI; SHAH, 2017). Fez-se a migração dos códigos Python do início do trabalho para

Julia, pois essa linguagem também gratuita possuía sintaxe mais simples e execução mais rápida que a linguagem Python. Essa mudança agilizou muito a obtenção de uma série de resultados dentro do estudo do controlador e de simulação do motor.

O Capítulo ?? apresenta inicialmente as plataformas para a aplicação das estratégias de controle. Originalmente, a ideia era utilizar apenas a Plataforma 02, do PMSM. Porém, essa Plataforma 02 foi totalmente desenvolvida pelo autor e alguns alunos colaboradores do laboratório desde o início. Seu desenvolvimento teve uma série de complicações, dada a complexidade inicial encontrada com a configuração do microcontrolador, com os sistemas de medição e com as dificuldades do próprio motor. O trabalho de Agnolo (2019) apresenta de forma mais aprofundada as características da bancada. Porém, neste trabalho foi utilizado um outro PMSM, diferente daquele adotado nesse trabalho de tese. O motor escolhido foi proveniente do trabalho de Silva (2013). Essa mudança foi feita para tentar identificar e separar alguns dos problemas feitos ao longo do trabalho. Além disso, haveria um outro trabalho com parâmetros mais estabelecidos para avaliar o desempenho do controlador projetado. Assim, dadas as dificuldades encontradas no desenvolvimento da Plataforma 02, julgou-se prudente obter resultados na Plataforma 01, conhecida previamente pelo autor e utilizada previamente nos trabalhos Bartsch (2016) e Bartsch et al. (2015). Os grandes inconvenientes dessa Plataforma são o uso de ponto fixo, a dificuldade de medição e a demora no processamento de instruções do microcontrolador se comparado com a tecnologia ARM mais atual. De toda forma, foi possível avaliar bem os resultados de projeto aplicados a processos de primeira ordem utilizando essa estratégia, considerando diferentes abordagens de projeto também apresentadas no Capítulo ?. Esses resultados foram publicados no trabalho Bartsch, Teixeira, Oliveira e Cavalca (2019), além do próprio Capítulo ?, o que garantia uma publicação em periódico dentro de um dos temas principais da tese. Após a superação das dificuldades encontradas com a Plataforma 02, foi possível obter os resultados experimentais expostos no Capítulo ?. Esses resultados foram muito próximos daqueles obtidos em simulação e condizentes com a metodologia proposta, sobretudo, no Capítulo 4.

Por fim, conforme também mencionado no Capítulo ?, fez-se um estudo em relação à estabilidade de sistemas não lineares, inclusive discretos, e sua aplicação às malhas propostas nesse trabalho. Porém, o autor não conseguiu encontrar a prova estabilidade pelos critérios expostos na literatura, conforme descritos por Tran, Kellett e Dower (2017). Em todas as tentativas, verificou-se que os termos devidos à aproximação do modelo discreto "sobravam"

dentro de estrutura condizentes com os critérios descritos em Tran, Kellett e Dower (2017) e Mizumoto, Ohdaira e Iwai (2010). De fato, preferiu-se o uso de estratégias sem o uso de restrições terminais, como as desenvolvidas por Meadows Jr (1994), uma vez que os horizontes de predição escolhidos eram pequenos. Os próprios horizontes menores foram escolhidos para facilitar o desenvolvimento do projeto analítico dos controladores. Dessa forma, conclui-se que, dentro daquilo que o autor conseguiu desenvolver, as aproximações adotadas limitavam as condições de estabilidade global dos controladores adotados. Por isso, tais estudos de modo geral foram pouco expostos no texto, apesar de terem consumido um tempo razoável no desenvolvimento desse trabalho e, por isso, são elencados no conjunto de dificuldades encontradas.

8.2 CONCLUSÕES

Após a recapitulação feita, apontam-se as principais conclusões dessa tese:

- O fator de normalização apresentado no Teorema 1 foi fundamental para o desenvolvimento de toda a teoria para a metodologia de projeto de controle posterior. Essa fator de normalização possibilita ajustar os pesos de forma que os custos de rastreamento e de ação de controle tenham a influência na mesma proporção dos parâmetros de sintonia no funcional de custo. Porém, mesmo com a normalização, o custo de erro acumulado, apesar de estar naturalmente na mesma unidade do custo de rastreamento saída, não possui associação tão direta na sua proporção com os demais (apenas no caso do primeiro custo). Dessa forma, também justificam-se os estudos posteriores.
- Ainda assim, a escolha da formulação que penaliza o erro acumulado no funcional de custo mostrou-se eficaz para atingir os objetivos de controle nessa aplicação. A primeira razão é a própria garantia de rastreamento de referência, rejeição a perturbações e tolerância a erros paramétricos, em decorrência do integrador incluído por essa formulação. Um segundo motivo é que o ganho sobre o erro acumulado é calculado diretamente na solução ótima, o que evita o ajuste empírico do integrador. Porém, esse controle não é um simples PI projetado de outra forma. A estrutura do controle preditivo, para um processo de primeira ordem, proporciona um ganho sobre a referência um pouco superior ao ganho sobre o sinal de saída, de modo que existe um pequeno ganho sobre a referência, além do ganho que existiria sobre o erro (assume-se que o ganho sobre o estado é negativo) e o ganho sobre o erro acumulado. Além disso, para processos de segunda ordem ou

superior, existe o ganho sobre os demais estados, que não existiria na estrutura padrão do PI. Todas essas variáveis são consideradas no mesmo projeto, totalmente baseado no modelo de predição escolhido para o processo. Dessa forma, o "controlador preditivo com integrador", mesmo para pequenos valores de N , pode ser considerado um controlador mais complexos que um PI. De toda forma, existe uma certa proximidade entre esses dois controladores, de modo que algumas interpretações realizadas ao longo do trabalho fizeram essa associação. Assim, como existe uma proximidade entre o controlador da formulação tratada no Problema 1 e o controlador puramente proporcional.

- Foi possível encontrar a relação entre os parâmetros de sintonia do controlador preditivo e as variáveis de malha fechada normalmente adotadas para a sintonia de controladores aplicados tradicionalmente ao controle de máquinas elétricas, sobretudo a banda passante. Esse foi um dos fatores que também possibilitou a metodologia de projeto proposta. Aqui caberiam alguns questionamentos:
 - Por que utilizar esses parâmetros para o projeto do preditivo? Destaca-se que requisitos de projeto baseados em condições da saída são situações comuns para qualquer processo controlado. De fato, a escolha dos polos de malha fechada nem sempre é feita corretamente pelo projetista, pois pode resultar em situações impossíveis de serem executadas pela ação de controle disponível. Dessa maneira, a filosofia de controladores ótimos consiste em ponderar a energia e não somente o requisito de saída. Porém, a transição para controladores projetados no tempo em uma dada área, arraigada em controles baseados em frequência, precisa manter alguns aspectos previamente utilizados como, nesse caso, a banda de passagem do processo em malha fechada. Além disso, o critério de projeto não necessariamente impõem um polo de malha fechada, mas altera a forma de enxergar a limitação de energia associando-a diretamente a uma limitação em banda de frequência. Desta forma, a associação proposta fornece um subsídio extra para o projeto baseado em energia, típico de controladores ótimos.
 - Não seria mais interessante utilizar diretamente um PI que já é projetado considerando os aspectos frequenciais? Obviamente, a escolha do controle deve partir do projetista. Porém, é possível utilizar a metodologia adequada para o projeto do controlador preditivo como qualquer metodologia utilizada para projeto de qualquer PI. De fato, a metodologia baseada em frequência para o projeto de PIs está muito con-

solidada na literatura. Porém, o controle preditivo possibilita o uso de modelos de projeto mais complexos que os usualmente utilizados com PIs. Além disso, é possível compensar outros estados além da saída, de modo que o preditivo pode trabalhar em uma única malha, diferentemente do PI (na hipótese de precisar lidar com mais estados). Assim, o projeto do preditivo em uma única malha é mais simples que o projeto de vários PIs, que precisam considerar várias limitações em frequência para evitar a influência de uma malha na outra.

- Não seria mais interessante utilizar um controlador linear quadrático digital com integrador ao invés do controlador preditivo? Para resolver o problema proposto, o controlador linear quadrático digital com integrador também seria interessante e, provavelmente, equivalente ao controlador preditivo utilizado, com melhores condições de estabilidade. Porém, não seria possível realizar um estudo analítico com esse controlador na forma como foi realizado com o controlador preditivo utilizado, justamente por este primeiro possuir um horizonte infinito. Além disso, os estudos de sintonia de MPC realizados podem ser utilizados para a sintonia de controladores FCS-MPC, que foram abordados marginalmente ao longo desse trabalho.
- Uma vantagem extra nessa associação com o parâmetro frequencial consiste na capacidade de redução da influência dos ruídos através da sintonia do controlador, visto que esse é um problema constante nesse tipo de aplicação.
- Apesar de terem sido realizados vários estudos referentes ao caminho dos polos de malha fechada, esses estudos apenas embasaram as metodologias desenvolvidas. Dessa forma, não é necessário traçar o caminho dos polos de malha fechada para a aplicar as metodologias de projeto propostas. Além disso, apenas uma única metodologia, para processos de primeira ordem, baseia-se na escolha direta dos polos de malha fechada, escolhidos pelo projetista. As demais utilizam outros princípios. Assim, apesar do número de estudos que fundamentam as metodologias desenvolvidas, não é necessário ao projetista repetir esses estudos, mas apenas aplicar as metodologias propostas se estas forem adequadas ao processo a ser controlado.
- Os modelos de simulação propostos mostraram-se válidos para simular a máquina real. Os modelos de projeto também foram capazes de proporcionar projetos de controle que se verificaram em simulação e experimentalmente.

- Os resultados experimentais permitiram aprofundar a análise do controlador projetado e seus efeitos na máquina. Destaca-se que o filtro de realimentação teve certa influência no desempenho dinâmico. O filtro não foi, porém, considerado no projeto do controlador pois esse foi desenvolvido especialmente para processos de segunda (ou primeira) ordem e não quarta ordem, como seria com a inclusão do filtro. Assim, adotou-se uma espécie de princípio de separação, de modo que assumiu-se que o filtro não teria influência sobre o controle em seu projeto. Além disso, verificou-se que o controlador em malha direta de rotação e corrente de quadratura teve um desempenho melhor que o controlador em cascata. Foi também possível garantir diretamente os aspectos relativos ao desempenho dinâmico de rotação, sem a necessidade de supor um desacoplamento entre as malhas do controlador com estrutura em cascata. Outra vantagem reside na redução do número de integradores, pois no caso da malha direta não é necessário um integrador para a corrente de quadratura, pois em nenhum momento essa corrente é designada como saída.
- Ressalta-se, novamente, que os resultados experimentais confirmaram que a metodologia proposta foi efetiva para projetar controladores para motores elétricos. Porém, essa metodologia poderia ser facilmente aplicada em outras áreas, caso os requisitos de projeto sejam condizentes. O Exemplo 7, por exemplo, mostrou uma possível aplicação da técnica de projeto em um processo associado à área de eletrônica de potência.
- A metodologia proposta atendeu ao requisito de simplicidade inicialmente almejado, tanto em relação à estrutura do controlador final adotado como em relação aos procedimentos para a realização do projeto. Além disso, procurou-se deixar o texto da tese o mais didático e completo o possível, para facilitar a possibilidade de aplicação da metodologia proposta por leitores eventualmente interessados nessa metodologia.

8.3 MELHORIAS E PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Entre possíveis melhorias e/ou propostas de investigação futuras destacam-se:

- Aprofundar o método de projeto físico para processos de primeira ordem e desenvolvimento deste para processos de segunda ordem;
- Expandir o fator de normalização para processos MIMO ou, ao menos, investigar o mais profundamente efeito do fator proposto para processos desse tipo;
- Desenvolver uma metodologia de projeto de controle preditivo não linear para o PMSM;

- Estudar mais profundamente os efeitos da compensação de rotação e a possível associação dessa com o projeto do controlador preditivo;
- Entender a relação entre o uso de controladores preditivos e suas implicações na passividade do processo em malha fechada, talvez, em específico para o caso dos motores;
- Averiguar o uso de restrições terminais para aumentar as garantias de estabilidade para o processo em malha fechada, possivelmente, ao desenvolver o estudo da metodologia proposta para horizontes maiores;
- Desenvolver estratégias de controle preditivo com sintonia adaptativa, baseadas nos estudos de sintonia realizados;
- Associar o controlador preditivo aplicado a uma possível técnica de controle de rotação sem sensor de rotação;
- Uso de filtro de partículas (*unscented filter*) para a estimação da rotação quando medida através de sensores de efeito Hall (WAN; MERWE, 2000).

8.4 REFLEXÃO SOBRE A TEORIA DE CONTROLE E A PROPOSTA DA TESE

Aristóteles define a virtude como a justa medida de todos os hábitos humanos. A virtude é a perfeição dos hábitos, de modo que, a prática da virtude é capaz de ordenar as muitas paixões desordenadas da alma, tornando o ser humano bom. A virtude é uma consequência direta da vontade e da inteligência humana e é obtida através de árduo esforço. A obtenção da virtude é uma vitória daquele que extraí as más práticas de si e, assim, encontra o bem que estava escondido e faz tudo para mantê-lo conservado (AQUINO, 2013; GILLET, 2019).

Da mesma forma, pode-se comparar a arte de controlar processos com a busca pela virtude. A engenharia de controle busca ordenar os sistemas físicos desregrados e torná-los úteis. Um sistema de controle mal projetado é equivalente a um vício humano, de modo que desperdiça o potencial do processo físico que está sendo controlado, entregando-o ainda mais às suas desordens naturais. É necessário um esforço da vontade e da inteligência humana para que um sistema de controle torne-se de fato uma virtude para o processo controlado. A inteligência é necessária, pois é preciso uma ação intelectual para determinar qual o objetivo que processo controlado precisa atingir, quais os caminhos necessários para atingir tal norte e qual a energia suficiente a ser fornecida. A vontade existe no árduo caminho de modelar o processo e de projetar o controlador, para que o conjunto resplandeça a inteligência geradora original. E, desse modo, o sistema controlado produza um bem ao ser humano.

Dessa forma, esse trabalho de tese empreendeu um esforço para que o controlador MPC possa levar os processos controlados a atingirem a "virtude" em seu funcionamento. Buscou-se desenvolver uma base forte para a teoria de projeto apresentada, de modo que, os procedimentos desta teoria possibilitassem os seguintes princípios: simplicidade de projeto, simplicidade de aplicação, racionalidade de projeto, confiabilidade na aplicação, aproveitamento do potencial do processo. Com isso em mente, foram conduzidos os mais variados estudos para tornar sólida a teoria proposta, de modo que, apesar dos numerosos itens avaliados, o processo da criação da teoria pudesse ser sempre norteado pelos mesmos princípios. Na sequência, procurou-se implementar os conceitos propostos tanto em projeto como em aplicação, de modo que essa implementação pudesse expor de forma mais clara a teoria proposta, seguindo os princípios norteadores. Assim, apesar de árduo, o próprio processo de desenvolvimento buscou extrair a "virtude" da metodologia do projeto do MPC, para que essa metodologia possibilitasse ao controlador extrair a "virtude" do processo controlado.

8.5 ARTIGOS PUBLICADOS DURANTE O DOUTORADO

Artigos completos publicados em periódicos:

- BARTSCH, A. G; TEIXEIRA, J. R.; OLIVEIRA, J. de; CAVALCA, M. S. M. Procedures to Design Multi-Model-Based Predictive Controller Applied to BLDC Drive. In Journal of Control, Automation and Electrical Systems, v. 30, n. 3, pp. 994-1006, 2019. DOI: 10.1007/s40313-019-00521-7

Abstract – One of the main reasons that prevent the use of model-based predictive control (MPC) in power electronics and motor drive is the MPC design. The processes related to these fields have fast dynamics, and most of the MPC design guides involve the control of slow dynamic processes, which allow high sampling times and, consequently, a large time for the control action calculation. Moreover, practically only the linear model-based predictive controller can have small computational cost, which causes difficulty for MPC application in nonlinear processes as electrical motors. Therefore, this paper presents a MPC design theory for first-order control models, as the brushless direct current (BLDC) motor drive, assuming direct speed control (without current inner loop). Thus, the MPC cost function tune is obtained according to prediction model parameters, the study of optimization gain curves and, optionally, an extended closed-loop root locus analysis. To

deal with the motor nonlinearities, both multi-model approach and six-step modulation are employed. This paper also discusses current peak transients, salient pole BLDC motor modeling, integral action included in the MPC control action and solutions for Hall effect sensor nonlinear speed measurement. Simulation and experimental results confirm the proposed design theory as well as the other discussed issues.

- NEGRI, G. H.; BARTSCH, A. B.; CAVALCA, M. S. M; NIED, A. *Frequency Response Comparison of PI-Based FOC and Cascade-Free MPC using 1 kHz SVM Applied to PMSM drive*. In **Journal of Applied Instrumentation and Control**, v. 5, n. 2, 2017. DOI: 10.3895/bjic.v5n2

Abstract — This paper presents a 1 kHz SVM-FOC (Space Vector Modulation with Field Oriented Control) drive system for a Permanent Magnet Synchronous Motor, using different control strategies. Such strategies are internal model and frequency response designed PI (Proportional and Integral) controllers and a multivariable MPC (Model Predictive Control) controller using a state-space prediction model. This MPC method becomes interesting for improving the closed-loop speed frequency response, since it results in a cascade-free controller. The performance of each controller was evaluated in a qualitative manner through simulations and quantitatively by load torque and speed reference AC sweeps, generating dynamic stiffness curves and Bode diagrams for the utilized techniques. Results show that the MPC approach is useful for enabling fast dynamic responses with the reduced switching frequency, which reduces the drive system cost and improves its efficiency.

Artigos publicados em anais de congressos e outros eventos científicos:

- BARTSCH, A. G; CAVALCANTI, D. M.; CAVALCA, M. S. M.; NIED, A. *A comparison among different Finite Control Set approaches and Convex Control Set Model-based Predictive Control applied in a Three-Phase Inverter with RL load*, in **2019 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2019.

Abstract – This paper presents a comparative study between two model-based predictive control (MPC) methods applied in a three-phase power inverter in terms of design and performance: finite control set (FCS-MPC) and convex control set (CCS-MPC). Moreover, different FCS-MPC strategies are tested. In order to analyze their advantages and disadvantages, it is shown a brief explanation about the inverter modeling and the control algorithms implementation. Note that the same parameters are used in the controllers

numerical analyses, including unitary prediction horizon and an analytical solution for FCS-MPC. Furthermore, a different cost function for FCS-MPC is proposed in order to remove steady state error

- BARTSCH, C. R. S.; CAMPOS, L. F. F.; BARTSCH, A. G.; OLIVEIRA, J. de; NIED, A. *Low computational cost technique for SPMSM sensorless drive using active flux concept*, in **2019 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2019.

Abstract – In this paper, permanent magnet synchronous motor flux control is performed, involving the active flux concept. This flux control is associated with a scalar drive (V/f), being a native sensorless technique, without a special approach. Moreover, the applied strategy has low computational cost and can operate at very reduced speeds, tracking references and rejecting disturbances. The focused application is direct-drive washing machines. Experimental results are presented, including a very low-speed test. The main contribution of this paper is related to the control design.

- FERNANDES, F.; OLIVEIRA, J. de; NIED, A.; BARTSCH, A. G. *Alternative FCS-MPC concepts for cascade free motor speed control*, in **2019 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2019.

Abstract – This paper provides alternative FCS-MPC algorithms for cascade-free motor speed control and compares with conventional FCS-MPC. The proposed algorithms uses the concept of virtual vectors combined with a modulation to reduce the ripple caused by conventional FCS-MPC. The difference in the proposed algorithms is related with the search of the virtual vectors in order to reduce computational cost, memory use or processing. Simulation results are provide showing the benefits of the proposed algorithms.

- BARTSCH, A. G.; PREUSS, R. T.; CAVALCA, M. S. M.; DE OLIVEIRA, J. *Finite Control Set Model-based Predictive Control Applied to a non-event based process*. In **Congresso Brasileiro de Automação (CBA)**, 2018.

Abstract – This paper proposes a study about finite control set model-based predictive control (FCS-MPC) applied to a non-event based process. A theoretical background is provided, presenting the pros and cons with this control technique. Some improvements for the conventional FCS-MPC are proposed, such as dynamic set range. Simulation results are presented to corroborate the developed theory.

- BARTSCH, A. G.; NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; DE OLIVEIRA, J.; NIED, A. *Cost function tuning methodology for FCS-MPC applied to PMSM drives*. In **2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2017. DOI: 10.1109/COBEP.2017.8257320

Abstract – This paper presents a discussion about cost function design procedure for finite control set model predictive control (FCS-MPC) applied to electrical permanent magnet synchronous motor (PMSM) drive. In such analysis, different cost function choices were evaluated, with different type of costs and weighting, in order to achieve the main control objective: minimum torque error, accomplishing the maximum torque per ampere condition. Moreover, this study is completed with discussion on the choice of weighted variables for each objective and its influence in some figures of merit, such as current THD and torque ripple.

- MEIRINHO, C. J.; BARTSCH, A. G.; DE OLIVEIRA, J.; CAVALCA, M. S. M. *An optimal MIMO control approach for PMSM drives*. In **2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2017. DOI: 10.1109/COBEP.2017.8257328

Abstract – This work presents a permanent magnet synchronous motor optimal field oriented control through linear quadratic regulator for speed control in maximum torque per ampere operation. An analytic approach for Q and R matrices is evaluated and linearization methods associated to a proposed incremental decoupling component are studied verifying the most efficient control approach according to a given cost function. Numerical simulation and experimental results are presented and it is shown that the proposed control provides a more efficient linear quadratic regulator permanent magnet synchronous control, supporting the use of the presented controller.

- BARTSCH, A. G.; MEIRINHO, C. J.; NOVAES, Y. R.; CAVALCA, M. S. M.; DE OLIVEIRA, J. *Analysis of predictive control for boost converter in power factor correction application*. In 2016 **12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, 2016.

Abstract – This work presents a boost converter design methodology for active power factor correction, using finite control set model-based predictive control (FCS-MPC) for current control. Moreover, an external proportional integrative (PI) voltage control loop design methodology is explained. This paper also compares the conventional PI current control with MPC current for this application, both in transient load disturbance

condition and in steady state different load conditions. The results in rated operation are compared with IEC 61000-3-2 international standard, which establishes limits for current harmonics rms values. The design methodology shows itself effective, with results near to the expected. Both controllers presented advantages and disadvantages, many of them exhaustively discussed in this work.

Trabalho submetido a periódico em análise (até o momento da entrega desse texto para a banca):

- BARTSCH, A. G.; NEGRI, G. H.; NIED, A; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de. *A generic normalization and design methods for linear offset-free MPC*. In **Optimal Control Application and Methods, 2021**.

Abstract – This paper presents a generic normalization to design the cost functional of linear Model-based Predictive Control (MPC). Also, some design methods for first and second-order processes improve the MPC design choices after the normalization. The methods for first-order processes are Quasi-exact Method, Critical-pole Method, and Basic-MPC Method. The methods for second-order processes are Hyperbola Method and Cutoff-frequency Method. For other open-loop system classes, the own normalization benefits are proposed. This normalization serves to a general SISO unconstrained linear processes, but it can be extended for some MIMO or even nonlinear processes. Also, this work provides simulation and experimental results, applying the designed control to a permanent magnet synchronous motor. The practical example includes several application details connected with the design choices.

Trabalho submetido a congresso em análise (até o momento da entrega desse texto para a banca):

- AGNOLO, S. F. dell; BARTSCH, A. G.; FERNANDES, F.; CAVALCANTI, D. M.; OLIVEIRA, J. de; CAVALCA, M. S. M.; NIED, A. *Convex control set model-based predictive control applied to a permanent magnet synchronous motor*. In **2021 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP), 2021**.

Abstract – This paper explores the application of Convex Control Set (CCS) Model-based Predictive Control (MPC) applied to a permanent magnet synchronous motor (PSMS). Details about the controller design, simulation and experimental results are provided. The main contribution of this work is the formulation with the predicted accumulated error included in the predictive control cost function. Results show the reference tracking and disturbance rejection, as well as other benefits of the new control structure.

REFERÊNCIAS

- AGNOLO, S. F. d. **Acionamento do motor síncrono de ímãs permanentes (MSIP) através de algoritmos de controle preditivo baseado em modelo (MPC)**. Tese (Trabalho de conclusão de curso) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2019.
- AGUILERA, R. P.; LEZANA, P.; QUEVEDO, D. E. Finite-Control-Set Model Predictive Control With Improved Steady-State Performance. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, 2013. v. 9, n. 2, p. 658–667, maio 2013. ISSN 1551-3203, 1941-0050. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6256724/>>.
- AGUILERA, R. P.; QUEVEDO, D. E. Stability Analysis of Quadratic MPC With a Discrete Input Alphabet. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2013. v. 58, n. 12, p. 3190–3196, dez. 2013. ISSN 0018-9286, 1558-2523. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6517884/>>.
- ANDRICH, R. **Desenvolvimento de uma plataforma para avaliação de desempenho de estratégias de acionamento de motores usados em produtos da linha branca**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2013.
- AQUINO, T. d. **Onze lições sobre a virtude: comentário ao segundo livro de ética de Aristóteles**. Campinas, SP: Ecclesiae, 2013.
- ASTROM, K. J.; WITTENMARK, B. **Computer-Controlled Systems: Theory and Design**. 2. ed. New York: Prentice Hall, 1991.
- BAGHERI, P.; SEDIGH, A. K. Analytical approach to tuning of model predictive control for first-order plus dead time models. **IET Control Theory & Applications**, 2013. v. 7, n. 14, p. 1806–1817, set. 2013. ISSN 1751-8652, 1751-8652. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1049/iet-cta.2012.0934>>.
- BARATIERI, C. L.; PINHEIRO, H. I-f Starting Method For Smooth And Fast Transition To Sensorless Field Oriented Control Of Bldc Motors. **Eletrônica de Potência**, 2014. v. 19, n. 3, p. 268–276, ago. 2014. ISSN 14148862, 1984557X. Disponível em: <<https://www.sobraep.org.br/artigo/i-f-starting-method-for-smooth-and-fast-transition-to-sensorless-field-oriented-control-of-bldc-motors/>>.
- BARTSCH, A. G. **Controlador preditivo não-linear aplicado ao acionamento de motor síncrono de ímãs permanentes**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2016.
- BARTSCH, A. G.; CAVALCANTI, D. M.; CAVALCA, M. S. M.; NIED, A. A comparison among different Finite Control Set approaches and Convex Control Set Model-based Predictive Control applied in a Three-Phase Inverter with RL load. In: **2019 IEEE 15th Brazilian Power Electronics Conference and 5th IEEE Southern Power Electronics Conference (COBEP/SPEC)**. Santos, Brazil: IEEE, 2019. p. 1–6. ISBN 978-1-72814-180-0. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/9065706/>>.
- BARTSCH, A. G.; NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; NIED, A. Cost function tuning methodology for FCS-MPC applied to PMSM drives. In: **2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**. Juiz de Fora: IEEE, 2017. p. 1–6. ISBN 978-1-5090-6248-5. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/8257320/>>.

- BARTSCH, A. G.; NEGRI, G. H.; SCALABRIN, C. R.; CAVALCA, M. S. M.; NIED, A.; OLIVEIRA, J. de. Predictive Control Approach For Permanent Magnet Synchronous Motor Drive. **Eletrônica de Potência**, 2015. v. 20, n. 4, p. 395–403, nov. 2015. ISSN 14148862, 1984557X. Disponível em: <<https://www.sobraep.org.br/artigo/predictive-control-approach-for-permanent-magnet-synchronous-motor-drive/>>.
- BARTSCH, A. G.; PREUSS, R. T.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. d. Finite Control Set Model-based Predictive Control applied to a non-event based process. In: . João Pessoa, Paraíba, Brasil: [s.n.], 2018. Disponível em: <<http://www.swge.inf.br/proceedings/paper/?P=CBA2018-0897>>.
- BARTSCH, A. G.; TEIXEIRA, J. R.; OLIVEIRA, J. de; CAVALCA, M. S. M. Procedures to Design Multi-Model-Based Predictive Controller Applied to BLDC Drive. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, 2019. v. 30, n. 6, p. 994–1006, dez. 2019. ISSN 2195-3880, 2195-3899. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s40313-019-00521-7>>.
- BARTSCH, C. R. S. **Controle de Motor Síncrono de Ímãs Permanentes Internos Para Aplicação em Compressores de Refrigeração**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2019.
- BETIN, F.; CAPOLINO, G.-A.; CASADEI, D.; KAWKABANI, B.; BOJOI, R. I.; HARNEFORS, L.; LEVI, E.; PARSA, L.; FAHIMI, B. Trends in Electrical Machines Control: Samples for Classical, Sensorless, and Fault-Tolerant Techniques. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, 2014. v. 8, n. 2, p. 43–55, jun. 2014. ISSN 1932-4529. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6839105/>>.
- BETTI, G.; FARINA, M.; SCATTOLINI, R. Decentralized predictive control for tracking constant references. In: **52nd IEEE Conference on Decision and Control**. Firenze: IEEE, 2013. p. 5228–5233. ISBN 978-1-4673-5717-3 978-1-4673-5714-2 978-1-4799-1381-7. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6760711/>>.
- BETTI, G.; FARINA, M.; SCATTOLINI, R. A Robust MPC Algorithm for Offset-Free Tracking of Constant Reference Signals. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2013. v. 58, n. 9, p. 2394–2400, set. 2013. ISSN 0018-9286, 1558-2523. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6484889/>>.
- BEZANSON, J.; EDELMAN, A.; KARPINSKI, S.; SHAH, V. B. Julia: A fresh approach to numerical computing. **SIAM review**, 2017. v. 59, n. 1, p. 65–98, 2017. Disponível em: <<https://doi.org/10.1137/141000671>>.
- BLASCHKE, F. The principle of Field Orientation as applied to the new trans-vector closed-loop control systems for rotating field machines. **Siemens Review**, 1982. v. 34, p. 217, 1982.
- BONCI CAVALCA, E.; NIED, A.; CAVALCA, M. S. M.; DE OLIVEIRA, J. A predictive control framework for 3-phase induction motors modeled in natural variables: A predictive control for induction motors modeled in natural variables. **Optimal Control Applications and Methods**, 2017. v. 38, n. 6, p. 1014–1021, nov. 2017. ISSN 01432087. Disponível em: <<http://doi.wiley.com/10.1002/oca.2307>>.
- BORDONS, C.; MONTERO, C. Basic Principles of MPC for Power Converters: Bridging the Gap Between Theory and Practice. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, 2015. v. 9, n. 3, p. 31–43, set. 2015. ISSN 1932-4529. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7271174/>>.
- BÄCHLE, T.; HENTZELT, S.; GRAICHEN, K. Nonlinear model predictive control of a magnetic levitation system. **Control Engineering Practice**, 2013. v. 21, n. 9, p. 1250–1258,

set. 2013. ISSN 09670661. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066113000828>>.

CANDIDO, A. de S. **Desenvolvimento de estratégias de controle preditivo para aplicações aeronáuticas empregando otimização multi-objetivo**. Tese (Doutorado) — Instituto Tecnológico da Aeronáutica, São José dos Campos, SP - Brasil, 2010. Disponível em: <http://www.bdiita.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista_resumo.php?num_tese=000557937>.

CANDIDO, A. de S.; GALVAO, R. K. H.; YONEYAMA, T. Control and energy management for quadrotor. In: **2014 UKACC International Conference on Control (CONTROL)**. Loughborough, UK: IEEE, 2014. p. 343–348. ISBN 978-1-4799-5011-9. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6915164/>>.

CHAU, K.; CHAN, C.; Chunhua Liu. Overview of Permanent-Magnet Brushless Drives for Electric and Hybrid Electric Vehicles. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2008. v. 55, n. 6, p. 2246–2257, jun. 2008. ISSN 0278-0046. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/4451077/>>.

CHEN, H.; ALLGOWER, F. A quasi-infinite horizon nonlinear model predictive control scheme with guaranteed stability. In: **1997 European Control Conference (ECC)**. Brussels: IEEE, 1997. p. 1421–1426. ISBN 978-3-9524269-0-6. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/7082300/>>.

ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIĆ, D. **Fundamentals of Power Electronics**. [s.n.], 2001. OCLC: 1184688824. ISBN 978-0-306-48048-5. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/b100747>>.

FALUGI, P. Model predictive control: a passive scheme. **IFAC Proceedings Volumes**, 2014. v. 47, n. 3, p. 1017–1022, 2014. ISSN 14746670. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1474667016417477>>.

FITZGERALD, A. E.; KINGSLEY JR, C.; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas: com introdução à eletrônica de potência**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2006.

GARCÍA, C. E.; PRETT, D. M.; MORARI, M. Model predictive control: Theory and practice—A survey. **Automatica**, 1989. v. 25, n. 3, p. 335–348, maio 1989. ISSN 00051098. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/0005109889900022>>.

GEYER, T. Computationally Efficient Model Predictive Direct Torque Control. **IEEE Transactions on Power Electronics**, 2011. v. 26, n. 10, p. 2804–2816, out. 2011. ISSN 0885-8993, 1941-0107. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5722040/>>.

GEYER, T.; PAPAFOOTI, G.; MORARI, M. Model Predictive Direct Torque Control—Part I: Concept, Algorithm, and Analysis. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2009. v. 56, n. 6, p. 1894–1905, jun. 2009. ISSN 0278-0046. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/4663721/>>.

GHOLAMINEJAD, T.; KHAKI-SEDIGH, A.; BAGHERI, P. Direct adaptive model predictive control tuning based on the first-order plus dead time models. **IET Control Theory & Applications**, 2017. v. 11, n. 16, p. 2858–2869, nov. 2017. ISSN 1751-8652, 1751-8652. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1049/iet-cta.2016.1174>>.

GILLET, M. S. **A Educação do Caráter**. Campinas, SP: Calvarie Editorial, 2019.

GRIMBLE, P. M. J.; ANDNEJ, D.; ORDYS, W. Predictive control for industrial applications. 2001. p. 12, 2001.

- HE, R.; HAN, Q. Dynamics and Stability of Permanent-Magnet Synchronous Motor. **Mathematical Problems in Engineering**, 2017. v. 2017, p. 1–8, 2017. ISSN 1024-123X, 1563-5147. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/mpe/2017/4923987/>>.
- HIROSE, K.; KAWAMURA, A.; HOFT, R. Comparison of field oriented and field acceleration methods of induction motor control. In: **1984 IEEE Power Electronics Specialists Conference**. Gaithersburg, MD, USA: IEEE, 1984. p. 170–180. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7083477/>>.
- KEERTHI, S. S.; GILBERT, E. G. Optimal infinite-horizon feedback laws for a general class of constrained discrete-time systems: Stability and moving-horizon approximations. **Journal of Optimization Theory and Applications**, 1988. v. 57, n. 2, p. 265–293, maio 1988. ISSN 0022-3239, 1573-2878. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/BF00938540>>.
- KENNEL, R.; LINDER, A.; LINKE, M. Generalized predictive control (GPC)-ready for use in drive applications? In: **2001 IEEE 32nd Annual Power Electronics Specialists Conference (IEEE Cat. No.01CH37230)**. Vancouver, BC, Canada: IEEE, 2001. v. 4, p. 1839–1844. ISBN 978-0-7803-7067-8. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/954389/>>.
- KIRK, D. E. **Optimal control theory an introduction**. New York: Dover Publications, 2004.
- KRAUSE, P.; WASYNCHUK, O.; SUDHOFF, S. D.; PEKAREK, S. **Analysis of Electric Machinery and Drive Systems**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2013. ISBN 978-1-118-52433-6.
- LEZANA, P.; AGUILERA, R.; QUEVEDO, D. Steady-state issues with finite control set model predictive control. In: **2009 35th Annual Conference of IEEE Industrial Electronics**. Porto, Portugal: IEEE, 2009. p. 1776–1781. ISBN 978-1-4244-4648-3. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5414812/>>.
- LIBERATO, C. d. S. **Controle para motores BLDC sob falta de fase com redução de corrente**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2017.
- LINDER, A.; KANCHAN, R.; KENNEL, R.; STOLZE, P. **Model-based predictive control of electric drives**. Munich: Cuvillier Verlag Gottingen, 2010.
- LINDER, A.; KENNEL, R. Model Predictive Control for Electrical Drives. In: **IEEE 36th Conference on Power Electronics Specialists, 2005**. Aachen, Germany: IEEE, 2005. p. 1793–1799. ISBN 978-0-7803-9033-1. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/1581874/>>.
- MAEDER, U.; MORARI, M. Offset-free reference tracking with model predictive control. **Automatica**, 2010. v. 46, n. 9, p. 1469–1476, set. 2010. ISSN 00051098. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109810002463>>.
- MAYNE, D. Q. Model predictive control: Recent developments and future promise. **Automatica**, 2014. v. 50, n. 12, p. 2967–2986, dez. 2014. ISSN 00051098. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109814005160>>.
- MAYNE, D. Q.; RAWLINGS, J. B.; RAO, C. V.; SCOKAERT, P. O. M. Constrained model predictive control: Stability and optimality. 2000. p. 26, 2000.
- MEADOWS JR, E. S. **Stability and Continuity of Nonlinear Model Predictive Control**. Tese (Doutorado) — University of Texas, Austin, dez. 1994.
- MEIRINHO, C. J.; BARTSCH, A.; OLIVEIRA, J. de; CAVALCA, M. S. M. An optimal MIMO control approach for PMSM drives. In: **2017 Brazilian Power Electronics Conference**

(COBEP). Juiz de Fora: IEEE, 2017. p. 1–6. ISBN 978-1-5090-6248-5. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/8257328/>>.

MIRZAEVA, G.; GOODWIN, G. C.; MCGRATH, B. P.; TEIXEIRA, C.; RIVERA, M. E. A Generalized MPC Framework for the Design and Comparison of VSI Current Controllers. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2016. v. 63, n. 9, p. 5816–5826, set. 2016. ISSN 0278-0046, 1557-9948. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7487072/>>.

MIZUMOTO, I.; OHDAIRA, S.; IWAI, Z. Output feedback strict passivity of discrete-time nonlinear systems and adaptive control system design with a PFC. **Automatica**, 2010. v. 46, n. 9, p. 1503–1509, set. 2010. ISSN 00051098. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109810002578>>.

NEGRI, G. H.; BARTSCH, A. G.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; NIED, A.; SILVEIRA, A. S. Model-based predictive direct speed control applied to a Permanent Magnet Synchronous Motor with trapezoidal back-EMF. In: **2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications**. Juiz de Fora, Brazil: IEEE, 2014. p. 1–8. ISBN 978-1-4799-5551-0. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7059407/>>.

NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; ARAÚJO, C. J. F.; CELIBERTO, L. A. Evaluation of Nonlinear Model-Based Predictive Control Approaches Using Derivative-Free Optimization and FCC Neural Networks. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, 2017. v. 28, n. 5, p. 623–634, out. 2017. ISSN 2195-3880, 2195-3899. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s40313-017-0327-x>>.

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno - 5a ed.** São Paulo: Pearson, 2010.

ORTEGA, R.; LORÍA, A.; NICKLASSON, P. J.; SIRA-RAMIREZ, H. **Passitivity-based Control of Euler-Lagrange Systems**. London: Springer, 1998.

PANNOCCHIA, G.; GABICINI, M.; ARTONI, A. Offset-free MPC explained: novelties, subtleties, and applications. **IFAC-PapersOnLine**, 2015. v. 48, n. 23, p. 342–351, 2015. ISSN 24058963. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2405896315025884>>.

PREINDL, M. **Novel Model Predictive Control of a PM Synchronous Motor Drive**. Tese (Doutorado) — University of Padua, Padua, dez. 2013.

PREINDL, M. Robust Control Invariant Sets and Lyapunov-Based MPC for IPM Synchronous Motor Drives. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2016. v. 63, n. 6, p. 3925–3933, jun. 2016. ISSN 0278-0046, 1557-9948. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7403991/>>.

PREINDL, M.; BOLOGNANI, S. Model Predictive Direct Speed Control with Finite Control Set of PMSM Drive Systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, 2013. v. 28, n. 2, p. 1007–1015, fev. 2013. ISSN 0885-8993, 1941-0107. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6216441/>>.

PREINDL, M.; BOLOGNANI, S. Model Predictive Direct Torque Control With Finite Control Set for PMSM Drive Systems, Part 1: Maximum Torque Per Ampere Operation. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, 2013. v. 9, n. 4, p. 1912–1921, nov. 2013. ISSN 1551-3203, 1941-0050. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6418026/>>.

PREINDL, M.; BOLOGNANI, S. Model Predictive Direct Torque Control With Finite Control Set for PMSM Drive Systems, Part 2: Field Weakening Operation. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, 2013. v. 9, n. 2, p. 648–657, maio 2013. ISSN 1551-3203, 1941-0050. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6311466/>>.

- PREINDL, M.; BOLOGNANI, S.; DANIELSON, C. Model Predictive Torque Control with PWM using fast gradient method. In: **2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)**. Long Beach, CA, USA: IEEE, 2013. p. 2590–2597. ISBN 978-1-4673-4355-8 978-1-4673-4354-1 978-1-4673-4353-4. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6520661/>>.
- PREINDL, M.; SCHALTZ, E. Load torque compensator for Model Predictive Direct Current Control in high power PMSM drive systems. In: **2010 IEEE International Symposium on Industrial Electronics**. Bari, Italy: IEEE, 2010. p. 1347–1352. ISBN 978-1-4244-6390-9. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5637144/>>.
- PREINDL, M.; SCHALTZ, E.; THOGERSEN, P. Switching Frequency Reduction Using Model Predictive Direct Current Control for High-Power Voltage Source Inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2011. v. 58, n. 7, p. 2826–2835, jul. 2011. ISSN 0278-0046, 1557-9948. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/5560812/>>.
- QIN, S.; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. **Control Engineering Practice**, 2003. v. 11, n. 7, p. 733–764, jul. 2003. ISSN 09670661. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0967066102001867>>.
- RAN, J.; LI, Y.; WANG, C. Chaos and Complexity Analysis of a Discrete Permanent-Magnet Synchronous Motor System. **Complexity**, 2018. v. 2018, p. 1–8, dez. 2018. ISSN 1076-2787, 1099-0526. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/complexity/2018/7961214/>>.
- RODRIGUEZ, J.; KAZMIERKOWSKI, M. P.; ESPINOZA, J. R.; ZANCHETTA, P.; ABU-RUB, H.; YOUNG, H. A.; ROJAS, C. A. State of the Art of Finite Control Set Model Predictive Control in Power Electronics. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, 2013. v. 9, n. 2, p. 1003–1016, maio 2013. ISSN 1551-3203, 1941-0050. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6317184/>>.
- RODRIGUEZ, J.; PONTT, J.; SILVA, C. A.; CORREA, P.; LEZANA, P.; CORTES, P.; AMMANN, U. Predictive Current Control of a Voltage Source Inverter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2007. v. 54, n. 1, p. 495–503, fev. 2007. ISSN 0278-0046. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/4084698/>>.
- ROSSITER, J.; GOSSNER, J.; KOUVARITAKIS, B. Infinite horizon stable predictive control. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 1996. v. 41, n. 10, p. 1522–1527, out. 1996. ISSN 00189286. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/539437/>>.
- ROSSITER, J. A. **Model-based predictive control**. Boca Raton: CRC, 2003.
- SANTANA, E. de; BIM, E.; AMARAL, W. do. A Predictive Algorithm for Controlling Speed and Rotor Flux of Induction Motor. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2008. v. 55, n. 12, p. 4398–4407, dez. 2008. ISSN 0278-0046. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/4663815/>>.
- SELEME JR, S. I. **Commande à énergie minimale de la machine asynchrone: application à la robotique**. Tese (Doutorado) — Institut National Polytechnique de Grenoble, 1994.
- SHRIDHAR, R.; COOPER, D. J. A Tuning Strategy for Unconstrained SISO Model Predictive Control. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, 1997. v. 36, n. 3, p. 729–746, mar. 1997. ISSN 0888-5885, 1520-5045. Disponível em: <<https://pubs.acs.org/doi/10.1021/ie9604280>>.
- SILVA, M. C. **Estudo e implementação de observador via modos deslizantes aplicados a motores síncronos de ímãs permanentes**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2013.

SINGH, B.; SINGH, S. State of the Art on Permanent Magnet Brushless DC Motor Drives. **Journal of Power Electronics**, 2009. v. 9, n. 1, p. 17, 2009.

SLOTINE, J.-J. E.; LI, W. **Applied nonlinear control**. New York: Prentice Hall, 1991.

SPADINI, L. M. **Aplicação de redes neurais artificiais estruturadas no acionamento de um motor BLDC**. Tese (Dissertação de Mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 2017. Disponível em: <<https://sistemabu.udesc.br/pergamumweb/vinculos/000057/000057f7.pdf>>.

TOULABI, M. S.; SALMON, J.; KNIGHT, A. M. Analysis of a wide speed range open winding IPM with floating bridge. In: **2015 IEEE 24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)**. Buzios, Rio de Janeiro, Brazil: IEEE, 2015. p. 1440–1445. ISBN 978-1-4673-7554-2. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7281685/>>.

TRAN, D. N.; KELLETT, C. M.; DOWER, P. M. Qualitative equivalences of ISS and l_p -gain stability properties for discrete-time nonlinear systems. **Automatica**, 2017. v. 77, p. 360–369, mar. 2017. ISSN 00051098. Disponível em: <<https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0005109816304757>>.

TRAN, D. N.; RUFFER, B. S.; KELLETT, C. M. Convergence Properties for Discrete-Time Nonlinear Systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, 2019. v. 64, n. 8, p. 3415–3422, ago. 2019. ISSN 0018-9286, 1558-2523, 2334-3303. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8526279/>>.

VAZQUEZ, S.; LEON, J. I.; FRANQUELO, L. G.; RODRIGUEZ, J.; YOUNG, H. A.; MARQUEZ, A.; ZANCHETTA, P. Model Predictive Control: A Review of Its Applications in Power Electronics. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, 2014. v. 8, n. 1, p. 16–31, mar. 2014. ISSN 1932-4529. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/6775336/>>.

VAZQUEZ, S.; RODRIGUEZ, J.; RIVERA, M.; FRANQUELO, L. G.; NORAMBUENA, M. Model Predictive Control for Power Converters and Drives: Advances and Trends. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2017. v. 64, n. 2, p. 935–947, fev. 2017. ISSN 0278-0046, 1557-9948. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/7733147/>>.

WAN, E.; MERWE, R. V. D. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation. In: **Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373)**. Lake Louise, Alta., Canada: IEEE, 2000. p. 153–158. ISBN 978-0-7803-5800-3. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/document/882463/>>.

YU, Y.; GUO, X.; MI, Z. Adaptive Robust Backstepping Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Chaotic System with Fully Unknown Parameters and External Disturbances. **Mathematical Problems in Engineering**, 2016. v. 2016, p. 1–14, 2016. ISSN 1024-123X, 1563-5147. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2016/3690240/>>.