

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC**  
**CENTRO DE CIÊNCIA TECNOLÓGICA – CCT**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA – PPGEEL**

**CLEYSON AMORIM COSTA**

**CONTROLE ESCALAR ROBUSTO LPV APLICADO NO ACIONAMENTO DE  
ALTO DESEMPENHO DE MOTORES DE INDUÇÃO**

**JOINVILLE, SC**

**2022**

CLEYSON AMORIM COSTA

**CONTROLE ESCALAR ROBUSTO LPV APLICADO NO  
ACIONAMENTO DE ALTO DESEMPENHO DE MOTORES  
DE INDUÇÃO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Ademir Nied, Dr.

**Joinville, SC  
2022**

Para gerar a ficha catalográfica de teses e  
dissertações acessar o link:  
<https://www.udesc.br/bu/manuais/ficha>

Costa, Cleyson Amorim  
Controle Escalar Robusto LPV Aplicado No Acionamento  
De Alto Desempenho De Motores De Indução / Cleyson  
Amorim Costa. - Joinville, SC, 2022.  
107 p.

Orientador: Prof. Ademir Nied, Dr..

Tese (Doutorado) - Universidade do Estado de Santa  
Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Joinville, SC,  
2022.

1. Motor de Indução Trifásico. 2. Controle LPV. 3.  
Identificação Paramétrica. 4. Controle Escalar. 5.  
Identificação LPV. I. Nied, Ademir. II. Universidade  
do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências  
Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia  
Elétrica. III. Título.

CLEYSON AMORIM COSTA

**CONTROLE ESCALAR ROBUSTO LPV APLICADO NO  
ACIONAMENTO DE ALTO DESEMPENHO DE MOTORES  
DE INDUÇÃO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Elétrica.

**Banca Examinadora:**

Orientador:

---

**Prof. Prof. Ademir Nied, Dr.**  
UDESC

Membros:

---

**Prof. José de Oliveira, Dr.**  
UDESC

---

**Prof. Sergio Vidal Garcia Oliveira, Dr.**  
UDESC

---

**Prof. Fabrício Gonzalez Nogueira, Dr.**  
UFC

---

**Jacques Roberth Ruthes, Dr.**  
WEG

Joinville, SC, 29 de setembro de 2022

*Este trabalho é dedicado às crianças adultas que,  
quando pequenas, sonharam em se tornar cientistas.*

## **AGRADECIMENTOS**

Os agradecimentos principais são direcionados à minha família que são o motivo e a base para a realização deste sonho. Em especial, dedico este trabalho a minha amada mãe Noeme e a meu querido tio Elizeu que sempre acreditaram e financiaram este sonho. Agradeço a minha amada esposa Ellen Costa por todo apoio e paciência durante o desenvolvimento deste trabalho. Dedico ao meu filho Daniel que esta conquista venha no futuro inspirá-lo em sua vida profissional. Dedico aos meus irmãos Alex e Tarcísio que esta conquista venha alegrar seus corações e inspirá-los em sua caminhada... Por último, mas não menos importante, agradeço aos meus pastores que tem sido bons amigos nas horas difíceis e ajudam-me na minha caminha espiritual em Cristo Jesus.

Agradecimentos especiais são direcionados aos professores da Universidade Estadual de Santa Catarina (UDESC), em especial ao meu orientador Ademir Nied, à Universidade Federal do Ceará (UFC), em especial ao Professor Fabricio Nogueira que contribuiu de forma significativa para o progresso deste trabalho. Agradeço a empresa WEG que esteve em parceria com este trabalho e toda a equipe do setor de drives seriados: equipe de hardware e software do CFW900 e a equipe do CFW500. Este trabalho é também o fruto do esforço de cada um de vocês.

*“Para se conhecer a sabedoria e a instrução; para se entenderem, as palavras da prudência.  
Para se receber a instrução do entendimento, a justiça, o juízo e a eqüidade;  
Para dar aos simples, prudência, e aos moços, conhecimento e bom siso;  
O sábio ouvirá e crescerá em conhecimento, e o entendido adquirirá sábios conselhos;  
Para entender os provérbios e sua interpretação; ...  
O temor do Senhor é o princípio do conhecimento; ...  
(Bíblia Sagrada, Provérbios 1:2-7)*

## RESUMO

Este trabalho apresenta o projeto de um estabilizador robusto e adaptativo para o amortecimento das oscilações eletromecânicas presentes no motor de indução trifásico, quando o mesmo está operando em baixas frequências, com baixo nível de carga e sendo acionado pelo método de controle escalar. A metodologia utilizada para sintonia do controlador robusto e adaptativo é baseada na Teoria de Sistema Lineares Discretos com Parâmetros Variantes LPV (*Linear Parameter Varying*). Estudos da influência dessas oscilações na estabilidade do sistema e a influência da variação dos parâmetros elétricos e mecânicos do motor são realizados para analisar o impacto na estabilidade do sistema. Dois métodos de identificação paramétrica são utilizados para a estimativa do modelo discreto que apresente o comportamento dinâmico das oscilações eletromecânicas. O primeiro método de identificação apresentado é baseado na identificação paramétrica com algoritmos de mínimos quadrados para identificação de modelos locais lineares e invariantes no tempo. O segundo método de identificação paramétrica é baseado na Teoria LPV o qual é utilizado para obter um modelo discreto e adaptativo que apresente a dinâmica do sistema de acordo com a mudança do ponto de operação do sistema. Um controlador baseado na alocação polinomial de polos é apresentado para a sintonia dos estabilizadores locais, que são sintonizados a partir dos modelos discretos locais identificados. Um segundo controlador baseado na Teoria LPV é projetado a partir do modelo discreto LPV identificado usando métodos de otimização baseado em inequações lineares LMI (*Linear Matrix Inequation*). Por fim, são apresentados os testes experimentais realizados em um sistema real de escala reduzida de 7,5 kW. Os testes experimentais têm o propósito de avaliar o desempenho do controlador LPV proposto para amortecer as oscilações eletromecânicas presentes no motor de indução trifásico. Para critério de comparação, os resultados experimentais obtidos com o controlador LPV proposto são comparados com o controlador local proposto neste trabalho e com outras estratégias já apresentadas na literatura.

**Palavras-chave:** Motor de Indução Trifásico, Controle LPV, Identificação Paramétrica LPV, Controle Escalar.

## ABSTRACT

This work presents the design of a robust and adaptive stabilizer used to damp the low-frequency electromechanical oscillations that appear in the induction machine drives system. These oscillations are presented when this system is operating at a low frequency and low load level in scalar control mode. The robust stabilizer design is based on the Linear Parameter Varying (LPV) Theory. A discrete LPV model is identified to allow the robust LPV controller design. The influence of these electromechanical oscillations on the system stability is studied and the influence of the electrical and mechanical parameters variation on the system stabilizer is analyzed. Two parametric identification methods are used to estimate the discrete model that presents the dynamic behavior of electromechanical oscillations. A parametric identification method based on the LPV Theory is used to obtain a discrete and adaptive model that presents the system dynamics according to the operating point of the system. An LPV controller is designed from this identified discrete LPV model, using an optimization method based on linear inequalities LMI (Linear Matrix Inequality). Finally, the experimental tests performed on a real system of a reduced scale of 7.5 kW are presented. The experimental tests are intended to evaluate the performance of the proposed LPV controller.

**Keywords:** Induction Mahcine, LPV Control, LPV Identification, Scalar Control.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Diagrama de bloco do acionamento de motor em aplicações de cabo longo.	20
Figura 2 – Diagrama de bloco do controle escalar tradicional.	30
Figura 3 – Diagrama de bloco do controle escalar em malha fechada.	31
Figura 4 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade.	34
Figura 5 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para motores de 75 kW e 185 kW, 4 polos.	35
Figura 6 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para motores de 150 kW.	35
Figura 7 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a constante de inércia.	36
Figura 8 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a resistência estatórica	37
Figura 9 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a resistência rotórica	37
Figura 10 – Controle escalar em malha fechada com o controlador estabilizador.	38
Figura 11 – Estabilizador digital proposto para amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução em baixas frequências.	39
Figura 12 – Diagrama de blocos do modelo paramétrico ARX.	41
Figura 13 – Comparação entre o sinal estimado do modelo e o sinal medido.	43
Figura 14 – Análise de FAC e FCC dos resíduos do modelo ARX.	44
Figura 15 – Diagrama de blocos do circuito de geração do sinal SBPA.	45
Figura 16 – Diagrama de blocos do ensaio de levantamento da frequência de oscilação de modo local.	46
Figura 17 – Desvio da potência elétrica para um distúrbio de tipo pulso.	47
Figura 18 – Dados coletados para estimativa do modelo paramétrico.	48
Figura 19 – Espectro de frequência dos sinais de entrada e saída coletados.	48
Figura 20 – Comparação do sinal estimado e medido do sistema.	49
Figura 21 – Mapa de polos dos modelos ARXs estimados.	50
Figura 22 – Deslocamento dos polos de malha fechada a partir do deslocamento transversal de polos.	52
Figura 23 – Resposta do sistema diante de uma pequena perturbação.	53
Figura 24 – Deslocamento dos polos de malha aberta via alocação radial de polos.	53
Figura 25 – Diagrama de bloco de um sistema de controle digital.	54
Figura 26 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de $\zeta_d$ usando o EST-Local-450rpm.	57
Figura 27 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de $\zeta_d$ usando o EST-Local-300rpm.	58

Figura 28 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de $\zeta_d$ usando o EST-Local-600rpm. . . . .	59
Figura 29 – Diagrama de bloco da estratégia P-LMS ou P-RLS. . . . .	64
Figura 30 – Dados coletados para a identificação do modelo LPV. . . . .	66
Figura 31 – Espectro de frequência dos sinais $\Delta P_e$ e SBPA para identificação do modelo LPV. . . . .	66
Figura 32 – Mapa de polos de malha aberta para modelos LPVs segundo sua ordem ARXs. . . . .	67
Figura 33 – Polos de malha aberta do modelo LPV para uma variação de $N$ . . . . .	68
Figura 34 – Polos de malha aberta do modelo LPV considerando a influência do nível de carga $T_l$ . . . . .	69
Figura 35 – Polos de malha aberta do modelo LPV considerando a influência do nível de carga $T_l$ . . . . .	70
Figura 36 – Polos de malha fechada para a faixa de operação $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$ . . . . .	78
Figura 37 – Polos de malha fechada para a faixa de operação $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$ . comparando com a estratégia (QIAN; LEE, 2018) . . . . .	79
Figura 38 – Polos de malha fechada para a faixa de operação $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$ . comparando com a estratégia (MA; LIN, 2016). . . . .	79
Figura 39 – Grupo dinamômetro e CFW utilizados para a realização dos testes experimentais. . . . .	81
Figura 40 – Sistema de potência do teste experimental. . . . .	82
Figura 41 – Sistema de controle do teste experimental. . . . .	83
Figura 42 – Resposta a perturbação pulso em 600rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4. . . . .	84
Figura 43 – Resposta a perturbação pulso em 600rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI. . . . .	85
Figura 44 – Resposta a perturbação pulso em 450rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4. . . . .	85
Figura 45 – Resposta a perturbação pulso em 450rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI. . . . .	86
Figura 46 – Resposta a perturbação pulso em 300rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4. . . . .	86
Figura 47 – Resposta a perturbação pulso em 300rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI. . . . .	87
Figura 48 – Resultado ISE $\Delta P_e$ (a) e $u_{stz}$ (b). Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4. . . . .	87
Figura 49 – Resultado ISE $\Delta P_e$ (a) e $u_{stz}$ (b). Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI. . . . .	88

Figura 50 – Desvio do sinal de potência ativa durante um degrau de carga em 600rpm (a), 450rpm (b) and 300rpm (c). . . . .	90
Figura 51 – Desvio do sinal de potência ativa durante uma reversão de velocidade. .	91
Figura 52 – Desvio do sinal de potência ativa durante uma rampa de velocidade. .	91
Figura 53 – Dinâmica do sinal de corrente estatórica em 300rpm sem (a) o estabilizador LPV e o (b) sinal FFT de corrente. . . . .	92
Figura 54 – Dinâmica do sinal de corrente estatórica em 300rpm com (a) o estabilizador LPV e o (b) sinal FFT de corrente. . . . .	92

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Índice de correlação cruzada com relação a ordem do modelo. . . . .	50
Tabela 2 – Índice de correlação cruzada para cada modelo ARX661 estimado. . . . .	51
Tabela 3 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-450rpm. . . . .	57
Tabela 4 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-300rpm. . . . .	58
Tabela 5 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-600rpm. . . . .	58
Tabela 6 – Índice de correlação cruzada com relação a ordem do modelo. . . . .	67
Tabela 7 – Parâmetros dos motores de indução. . . . .	82
Tabela 8 – Coeficientes dos Modelos locais $[b_i \ a_i]$ . . . . .	104
Tabela 9 – Coeficientes dos estabilizadores locais $[r_i \ s_i]$ . . . . .	105
Tabela 10 – Modelo de malha aberta LPV ARX661. . . . .	107
Tabela 11 – Ganhos do controlador PI. . . . .	107

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARX	Do inglês, <i>Auto-Regressive with Exogenous inputs.</i>
EST	Estabilizador
FFT	Do inglês, <i>Fast Fourier Transform.</i>
FAC	Função de Auto-Correlação.
FCC	Função de Correlação Cruzada.
ISE	Do inglês, <i>Integral Square Error.</i>
LMI	Do inglês, <i>Linear Matrix Inequalities.</i>
LMS	Do inglês, <i>Least Mean Squares.</i>
LPV	Do inglês, <i>Linear Parameter Varying.</i>
MIT	Motor de Indução Trifásico.
MQR	Mínimos Quadrados Recursivo.
PRLS	Do inglês, <i>Parallel Recursive Least Square.</i>
PRBS	Do inglês, <i>Pseudo-Random Binary Sequence.</i>
PLMI	Do inglês, <i>Parameterized Linear Matrix Inequalities.</i>
PLMS	Do inglês, <i>Parallel Least Mean Squares.</i>
PI	Controlador Proporcional Integral
RLS	Do inglês, <i>Recursive Least Square.</i>
SBPA	Sinal Binário Pseudo-Aleatório.
SOS	Do inglês, <i>Sum-of-Squares.</i>
Local-600rpm	Estabilizador projetado para o ponto de operação de 600rpm
Local-450rpm	Estabilizador projetado para o ponto de operação de 450rpm
Local-300rpm	Estabilizador projetado para o ponto de operação de 300rpm

## LISTA DE SÍMBOLOS

$u_{stz}$	Ação de controle do estabilizador
$i_{sd}, i_{sq}$	Corrente estatórica de eixo d,q respectivamente
$\Omega$	Conjunto semi-algébrico que contém o vetor $\theta$
$\zeta_n$	Coeficiente de amortecimento natural do sistema
$\zeta_d$	Coeficiente de amortecimento desejado
$\Delta P_e$	Desvio de potência ativa
$\omega_n$	Frequência natural não amortecida
$\psi_{sd}, \psi_{sq}$	Fluxo estatórico de eixo d,q respectivamente
$\psi_{rd}, \psi_{rq}$	Fluxo rotórico de eixo d,q respectivamente
$f_{osc}$	Frequência de oscilação eletromecânica
$\sigma$	Fator de indutância
$\alpha$	Fator de contração linear aplicado aos polos discretos
$\mu$	Índice de desempenho do estimador paramétrico
$L_m$	Indutância de magnetização
$L_s, L_r$	Indutância do estator e do rotor, respectivamente
$\Psi(k)$	Matriz de regressão do modelo do algoritmo LMS
$\Theta(k)$	Matriz de regressão do modelo da planta LPV
$\Theta_c(k)$	Matriz de regressão do modelo do controlador LPV
$L(k, \delta)$	Matriz LMI parametrizada
$\Pi_{1,2}$	Matrizes constantes
$P$	Matriz linear que representa um mapa linear
$n_p$	Número de polos do motor
$N_{cel}$	Número de células do sinal SBPA
$N$	Ordem do modelo LPV
$T_{SBPA}$	Período do sinal SBPA

$T_{bit}$	Período de deslocamento de célula do sinal SBPA
$R_s, R_r$	Resistência do estator e do rotor, respectivamente
$\delta$	Vetor de ajuste do modelo do controlador LPV
$\theta$	Vetor de ajuste do modelo da planta LPV
$\omega_e, \omega_r$	Velocidade síncrona e rotórica, respectivamente
$\omega_{sl}$	Velocidade de escorregamento

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>19</b>
1.1	MOTIVAÇÃO . . . . .	22
1.2	OBJETIVOS, TRABALHOS CORRELATOS E CONTRIBUIÇÕES . . . . .	23
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO . . . . .	26
1.4	PERIÓDICOS PUBLICADOS . . . . .	27
<b>2</b>	<b>MODELO E CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO . . . . .</b>	<b>28</b>
2.1	MODELO MATEMÁTICO DO MOTOR DE INDUÇÃO . . . . .	28
2.2	CONTROLE ESCALAR PARA MOTOR DE INDUÇÃO . . . . .	29
2.2.1	<b>Controle escalar em malha fechada . . . . .</b>	<b>31</b>
2.3	ESTABILIDADE DO MOTOR DE INDUÇÃO . . . . .	32
2.3.1	<b>Estabilizador para o Motor de Indução . . . . .</b>	<b>38</b>
2.4	CONCLUSÃO . . . . .	39
<b>3</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO DOS MODELOS LINEARES LOCAIS . . . . .</b>	<b>40</b>
3.1	MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA . . . . .	40
3.1.1	<b>Representações Lineares em Tempo Discreto . . . . .</b>	<b>40</b>
3.1.2	<b>Estimação dos parâmetros do modelo ARX . . . . .</b>	<b>41</b>
3.2	VALIDAÇÃO DE MODELOS . . . . .	43
3.3	SELEÇÃO DO SINAL DE EXCITAÇÃO DO SISTEMA . . . . .	44
3.4	ENSAIOS EXPERIMENTAIS . . . . .	46
3.4.1	<b>Determinação da frequência de oscilação <math>f_{osc}</math> . . . . .</b>	<b>46</b>
3.4.2	<b>Projeto do sinal SBPA . . . . .</b>	<b>47</b>
3.4.3	<b>Estimação dos modelos ARXs . . . . .</b>	<b>47</b>
3.5	CONCLUSÃO . . . . .	51
<b>4</b>	<b>PROJETO DOS ESTABILIZADORES LOCAIS . . . . .</b>	<b>52</b>
4.1	SINTONIA POR ALOCAÇÃO RADIAL DE POLOS . . . . .	52
4.2	PROJETO DO ESTABILIZADOR POR ALOCAÇÃO RADIAL DE POLOS . . . . .	54
4.3	SINTONIA DOS ESTABILIZADORES LOCAIS . . . . .	56
4.3.1	<b>Determinação das variáveis <math>\omega_n</math> e <math>\zeta_n</math> . . . . .</b>	<b>56</b>
4.3.2	<b>Especificação do coeficiente de amortecimento desejado <math>\zeta_d</math> . . . . .</b>	<b>56</b>
4.4	CONCLUSÃO . . . . .	59
<b>5</b>	<b>IDENTIFICAÇÃO DO MODELO LINEAR LPV . . . . .</b>	<b>60</b>
5.1	MODELO DISCRETO LPV . . . . .	60
5.2	IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA MODELO LPV . . . . .	61

5.2.1	Algoritmo de mínimos quadrados não recursivo LMS . . . . .	62
5.2.2	Algoritmo de mínimos quadrados recursivo RLS . . . . .	63
5.2.3	Condição de persistência de excitação . . . . .	64
5.2.3.1	<i>Algoritmo P-LMS</i> . . . . .	65
5.2.3.2	<i>Algoritmo P-RLS</i> . . . . .	65
5.3	ENSAIOS REALIZADOS EXPERIMENTALMENTE . . . . .	65
5.3.1	Aquisição dos dados para identificação do modelo LPV . . . . .	65
5.3.2	Determinação da ordem do modelo ARX para os modelo LPV . . . . .	66
5.3.3	Determinação da ordem dos polinômios $a_i$ e $b_i$ . . . . .	67
5.3.4	Determinação da variável de ajuste do modelo LPV . . . . .	68
5.3.5	Análise das estratégias de identificação PRLS e RLS . . . . .	69
5.4	CONCLUSÃO . . . . .	70
<b>6</b>	<b>PROJETO DO ESTABILIZADOR LPV . . . . .</b>	<b>71</b>
6.1	MODELO DISCRETO DO CONTROLADOR LPV . . . . .	71
6.2	PROJETO DO CONTROLADOR LPV . . . . .	72
6.2.1	Determinação do polinômio central $C(q^{-1})$ . . . . .	73
6.2.2	Relaxação e solução da PLMI . . . . .	73
6.2.3	Algoritmo de projeto do estabilizador LPV . . . . .	74
6.2.4	Análise dos polos de malha fechada . . . . .	77
6.3	CONCLUSÃO . . . . .	80
<b>7</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS . . . . .</b>	<b>81</b>
7.1	INTRODUÇÃO . . . . .	81
7.2	SISTEMA DE ESCALA REDUZIDA . . . . .	81
7.3	TESTES EXPERIMENTAIS . . . . .	83
7.3.1	Ensaio de resposta ao pulso na referência de velocidade $\omega_e^*$ . . . . .	83
7.3.2	Ensaio de degrau de carga . . . . .	88
7.3.3	Ensaio de variação da referência de velocidade $\omega_e^*$ . . . . .	89
7.3.4	Ensaio com o compensador de tempo morto desativado . . . . .	89
7.4	CONCLUSÃO . . . . .	93
<b>8</b>	<b>CONCLUSÃO FINAL . . . . .</b>	<b>94</b>
8.1	PESQUISAS FUTURAS . . . . .	95
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>96</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>102</b>
	<b>APÊNDICE A – . . . . .</b>	<b>103</b>

<b>APÊNDICE B –</b>	<b>104</b>
<b>APÊNDICE C –</b>	<b>105</b>
<b>APÊNDICE D –</b>	<b>106</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A demanda pelo uso de máquinas elétricas com alta eficiência está aumentando constantemente nos setores de consumo industrial, residencial e comercial. Isso tem conduzido a indústria a focar na substituição de métodos de acionamentos menos eficientes, como partida direta ou compensadores estáticos, por inversores de frequência variável (ALMEIDA; FERREIRA; BAOMING, 2014).

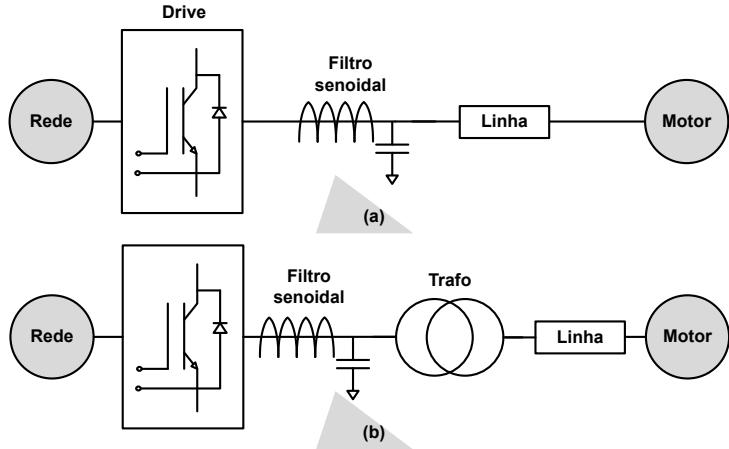
Nas últimas décadas, um esforço considerável foi realizado pelos pesquisadores das áreas de controle, máquinas elétricas, sistemas de potência, entre outros, para desenvolver algoritmos robustos e confiáveis que possibilitem o acionamento das máquinas elétricas com o uso da estratégia de controle vetorial *sensorless* ou com encorder. Entretanto, mesmo diante de vários trabalhos publicados nestas áreas, existem aplicações onde o método de controle vetorial pode não ser uma alternativa viável. Dentre essas aplicações, pode-se citar a aplicação petrolífera, ventiladores ou bombas hidráulicas. Nessas aplicações, é comum o motor estar separado do inversor de acionamento por uma linha de média/longa distância (CUNHA A. J. ROSSA; CARDOSO, 2017).

Neste tipo de sistema, quando o inversor é utilizado para acionamento da máquina, e não uma fonte senoidal, existe a ocorrência de picos de tensão nos enrolamentos estatóricos do motor, sendo este efeito denominado de efeito reflexão. Estes picos de tensão podem alcançar a amplitude de duas vezes o valor do barramento de tensão contínua do inversor. Desta forma, o acionamento da máquina, a partir de inversores de frequência, se torna uma alternativa inviável, pois os picos de tensão podem destruir o isolamento das bobinas do estator do motor (FEDIDA; QU, 2019).

Uma solução proposta para estas aplicações é a utilização de um filtro senoidal na saída do inversor, conforme ilustrado na Figura 1(a). Assim, com a utilização do filtro, é possível eliminar os efeitos danosos do efeito de reflexão e possibilitar o acionamento da máquina. Porém, neste caso, com a adição do filtro, é necessário adicionar mais um modelo, não-linear e de segunda ordem, ao modelo do motor, aumentando a complexidade para a implementação dos algoritmos necessários para o funcionamento do controle vetorial. Tal exigência apresenta alguns desafios que podem tornar o controle vetorial inviável para essas aplicações. Principalmente, pela dificuldade de elaborar modelos complexos que possibilitem rotinas de estimação de parâmetros para os ajustes das funções de estimativa de velocidade e fluxo do controle vetorial. Outro efeito danoso neste sistema com filtro senoidal, é a presença de oscilações não sustentáveis nas variáveis de controle devido à frequência de ressonância do filtro senoidal.

Entretanto, mesmo com as dificuldades apresentadas nesta aplicação, é possível aplicar o método de controle vetorial para o acionamento do motor de indução. Diante deste desafio, nos últimos anos, vários trabalhos foram publicados abordando soluções

Figura 1 – Diagrama de bloco do acionamento de motor em aplicações de cabo longo.



Fonte: Produção do autor.

para aumentar a robustez dos controladores utilizados no método de controle vetorial quando o motor de indução é acionado por um inversor de frequência com filtro senoidal na saída. Dentre as técnicas utilizadas, tem-se o controlador *deadbeat* (KOJIMA K. HIRABAYASHI; T.KAWABATA, 2004), a linearização de *feedback* desacoplada não-linear baseada em observador (SALOMAKI; LUOMI, 2006), o controle em cascata desacoplado *feed-forward* no quadro de referência de fluxo do rotor (MUKHERJEE; PODDAR, 2007) e o controlador preditivo de corrente do estator (LACZYNSKI; MERTENS, 2009). Essas técnicas de controle (KOJIMA K. HIRABAYASHI; T.KAWABATA, 2004; MUKHERJEE; PODDAR, 2007) são computacionalmente complexas, e controladores adicionais proporcionais-integrais (PI) também são necessários em (LACZYNSKI; MERTENS, 2009). O projeto dos controladores, nesses trabalhos, não são abordados e a sintonia dos parâmetros dependem da manipulação dos modelos complexos de elevada ordem do sistema, uma vez que deve-se combinar o modelo do filtro senoidal com o modelo do motor de indução. Tais restrições impõem dificuldades na repetitividade das técnicas em outros sistemas semelhantes.

Em (MISHRA; PATIL, 2019; MISHRA; MAHESHWARI, 2020) é apresentada uma abordagem simples para amortecimento das oscilações de ressonância do filtro senoidal e possibilidade de acionamento de uma máquina de indução com a utilização do controle vetorial *sensorless*. A abordagem estabiliza efetivamente o ponto de operação instável do sistema de malha fechada sem alterar os parâmetros dos controladores usados no controle vetorial. Entretanto, o estabilizador utilizado na abordagem não tem confiabilidade e robustez diante das variações paramétricas do sistema. Neste caso, foi utilizado um controlador proporcional como estabilizador. O ganho do estabilizador deve ser ajustado manualmente de acordo com a mudança do ponto de operação do sistema.

A implementação das técnicas abordadas estão sujeitas a algumas restrições. Uma delas o conhecimento prévio dos parâmetros do motor e do filtro senoidal, para sintonia

dos parâmetros dos controladores e observadores do controle vetorial. Não é possível, com as técnicas publicadas de estimativa paramétrica para motor de indução (GASHTIL V. PICKERT; DAHIDAH, 2019; BIJAN M. AL-BADRI; ANGERS, 2018), estimar os parâmetros do motor com a presença do filtro senoidal na saída. Esta restrição pode impossibilitar a utilização do controle vetorial, pois, na prática, é comum não ter o conhecimento dos parâmetros elétricos e mecânicos do motor. Este requisito cabe ao inversor industrial identificar a partir de rotinas de auto-ajuste. Outra restrição é a impossibilidade, muitas das vezes, de retirar o filtro senoidal para poder realizar as rotinas de identificação paramétrica, pois o mesmo já está conectado na estrutura do painel do inversor industrial. Desta forma, torna-se inviável a utilização do controle vetorial para acionamento do motor quando tais restrições não podem ser respeitadas.

Na Figura 1(b), é apresentado um segundo caso típico dessas aplicações de cabo de longa distância. Neste caso, para diminuir as perdas de condução do cabo, é utilizado um transformador elevador para o acionamento de um motor de alta tensão. Assim, as dificuldades encontradas na aplicação da abordagem da Figura 1(a) são aumentadas para este caso, devido à utilização do transformador (LIU T. NONDAHL; SCHMIDT, 2020). Até a presente pesquisa deste trabalho, não foram encontradas publicações abordando a utilização de técnicas de controle vetorial para esta aplicação. Cabe ressaltar que a instalação de sensor de velocidade para a operação do controle vetorial nem sempre é possível ou viável devido o sistema estar sujeito a ambientes hostis, pressões e temperatura extremas, como aplicações petroquímicas. Isto pode tornar a instalação do sensor impraticável (PACAS, 2011).

Outra aplicação que apresenta dificuldade para a utilização do controle vetorial é a aplicação de elevadores comerciais. Os elevadores comerciais modernos têm um sub-sistema mecânico complexo para garantir e satisfazer os requisitos de confiabilidade, segurança e conforto solicitados pelo usuário. Este sistema mecânico é caracterizado pela presença de oscilações eletromecânicas de baixa frequência (frequência ressonantes) que podem ser observadas nas componentes elétricas e mecânicas do motor, como corrente e velocidade, respectivamente (WANG; TANG; KRSTIC, 2020). Estas oscilações de baixa frequência não podem ser eliminadas simplesmente pela utilização de um filtro passa-baixa, pois iria diretamente comprometer o desempenho do controlador de corrente da estrutura do controle vetorial, pois esta malha de corrente é projetada para operar com uma largura de banda bem maior que a faixa de frequência destas oscilações eletromecânicas.

Diversos trabalhos têm sido apresentados para solucionar esta problemática e viabilizar a aplicação com a utilização do controle vetorial (OTHMAN; MOHAMMED; MOHAMMED, 2021; SHI; ZHANG; WU, 2022; QIU et al., 2020; LENZ et al., 2020; CHEN et al., 2020). A solução mais comum apresentada na literatura é a determinação das oscilações eletromecânicas e a eliminação delas pela utilização de um filtro do tipo

*notch*, o qual é utilizado na saída do regulador de velocidade da estrutura do controle vetorial (KNEZEVIC; BLANUSA; MARCETIC, 2017).

Em (SUL, 2000), é mostrado que o uso deste filtro *notch* na saída do regulador de velocidade compromete o seu desempenho dinâmico, deixando a resposta dinâmica mais lenta. Em (KNEZEVIC; BLANUSA; MARCETIC, 2017), é proposto determinar as frequências ressonantes do sistema a partir do algoritmo de Goertzel (ZÁPLATA; KASAL, 2014). Assim, uma vez estimados estas frequências é possível sintonizar o filtro *notch*. Este procedimento exige uma alta capacidade de memória para o processador utilizado, inviabilizando, assim, sua aplicação em inversores de baixo custo.

Portanto, diante das dificuldades encontradas nestas aplicações, o controle escalar se torna uma opção viável, e em muitos dos casos a única opção para o acionamento do motor utilizando inversores industriais. Entretanto, as máquinas de indução trifásicas, quando acionadas utilizando o método de controle escalar, em baixas frequências e com baixa carga, apresentam oscilações eletromecânicas que podem ocasionar instabilidade no sistema, inviabilizando seu acionamento. Desta forma, há a necessidade de implementar estabilizadores nas malhas de controle para garantir o acionamento adequado e seguro da operação do sistema.

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Muitas aplicações industriais e domésticas de uso geral, como ventiladores, bombas e compressores, não são consideradas aplicações de alto desempenho. Assim, o controle escalar oferece a solução mais simples e de menor custo para essas aplicações, evitando os esforços computacionais geralmente altos de técnicas de controle robustas, auto-comissionamento, sensibilidade de parâmetros, entre outras questões (PUGACHEV; JONES, 2017; ZHANG; LIU; BAZZI, 2017; WANG et al., 2016).

Para a aplicação geral de inversores de frequência, o controle escalar é ainda mais atraente se o sistema não precisar de uma resposta dinâmica rápida. A literatura atual sobre o método de controle escalar relata melhorias no desempenho dinâmico em baixa velocidade. Um simples compensador de tensão e um compensador da velocidade de escorregamento foram propostas para aprimorar o desempenho dinâmico do controle escalar em aplicações de baixa velocidade e partida com carga (A.MUNOZ-GARCIA; T.A.LIPO; D.W.NOVOTNY, 1997; A.MUNOZ-GARCIA; T.A.LIPO; D.W.NOVOTNY, 1998; SMITH et al., 2013a; ZHANG; LIU; M.BAZZI, 2017; KOGA; UEDA; SONODA, 1992; COSTA et al., 2019). Esses métodos sugeridos têm um bom desempenho dinâmico e são simples de implementar em unidades industriais.

No entanto, a influência de uma malha de realimentação na estrutura do controle escalar diminui a margem de estabilidade do sistema. Em geral, ao aplicar os compensadores

de tensão e velocidade na estrutura de controle, o coeficiente de sincronismo do sistema aumenta, mas o coeficiente de amortecimento diminui (KUNDUR; BALU; LAUBY, 1994). A degradação do coeficiente de amortecimento pode ser observada quando o motor está operando em baixas velocidades e com baixo nível de carga (LIU; GAO, 2018; GUHA et al., 2017). Nesta região, sob estas circunstâncias, é observado uma oscilação eletromecânica com amplitude elevada. Estas oscilações, em geral, são apresentadas em sistemas com grande momento de inércia e são capazes de deteriorar a capacidade de transferência de energia e reduzir a margem de estabilidade do sistema de energia. Em aplicações petroquímicas, por exemplo, onde o comprimento do eixo do rotor é elevado, estas oscilações podem gerar torque regenerativo a ponto de comprometer a estrutura do rotor da máquina, comprometendo, assim, a confiabilidade de um sistema de alto custo.

Diante de tal problemática, o acionamento das máquinas para estas aplicações sofrer bastante limitação tanto ao utilizar a abordagem de controle vetorial como o controle escalar. Perante o exposto, o objetivo deste trabalho é apresentar uma proposta de projeto para sintonia de um estabilizador robusto responsável em amortecer as oscilações eletromecânicas de baixa frequência. Assim, tornando-se uma solução viável para as aplicações onde a utilização do controle vetorial seja de certa forma penosa, como por exemplo: a aplicação de cabo longo, ilustrado na Figura 1, ou ainda para soluções para aplicação em elevadores comerciais.

## 1.2 OBJETIVOS, TRABALHOS CORRELATOS E CONTRIBUIÇÕES

O estudo da estabilidade das máquinas de indução acionadas por inversores, com a utilização do controle escalar, é um assunto bem estudado na literatura nas últimas décadas. Os problemas de instabilidade são geralmente ocasionados pela presença de oscilações eletromecânicas de baixas frequências, que tem sua amplitude amplificada quando o motor de indução está operando em baixas frequências e com baixo nível de carga (R.H.NELSON; T.A.LIPO; P.C.KRAUSE, 1969; R.UEDA et al., 1992). Essas oscilações podem sofrer amplificação quando o motor está sendo acionado por um inversor industrial, devido a influência dos efeitos do tempo morto do inversor (GUHA; NARAYANAN, 2016b), saturação (Y.K.HE; T.A.LIPO, 1983), oscilações no barramento CC (NONAKA; ITOH, 1978; QIAN; LEE, 2018) e a frequência de chaveamento.

Recentemente, pesquisadores tem focado em apresentar estratégias de controle que possibilitem melhorar a estabilidade do motor de indução quando operando em baixas frequências e com o controle escalar. Uma abordagem é injetar um sinal de realimentação, proporcional a amplitude da oscilação eletromecânica, na referência de tensão ou de velocidade do controle escalar, com o intuito de aumentar o coeficiente de amortecimento do sistema (MA; ZHENG; LIN, 2006; WEI et al., 2008). Em (LEE et al., 2013), um novo método de amortecimento desta oscilação é apresentado para solucionar este problema

de instabilidade. Este método é baseado em um estudo detalhado usando um modelo de pequenos sinais para demonstrar o deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com as variações de carga e velocidade do sistema, mas este artigo não propõe um controlador robusto adequado às variações paramétricas observadas em seu estudo.

Embora exista um grande número de artigos publicados abordando essas questões, eles não garantem o desempenho dinâmico desejado para essa incerteza paramétrica do sistema. Isso acaba sendo a maior desvantagem desses métodos que não usam um controlador robusto para essas variações paramétricas no sistema.

O objetivo principal deste trabalho é apresentar um estabilizador robusto, capaz de amortecer as oscilações eletromecânicas presentes na máquina de indução, operando em baixa velocidade e garantir o desempenho dinâmico desejado para o sistema, mesmo sob incertezas paramétricas causadas por variações de velocidade e carga. O projeto do estabilizador robusto é baseado na Teoria LPV (*Linear Parameter Varying*). Em um primeiro momento, será identificado um modelo discreto LPV aprimorado, no qual a dinâmica não-linear do sistema é modelada usando uma variável de ajuste, mais especificamente a velocidade do rotor. Em seguida, é projetado um estabilizador adaptativo LPV robusto a partir do modelo discreto LPV.

Os sistemas LPV são sistemas não-lineares descritos por modelos matemáticos lineares, nos quais os coeficientes do modelo linear variam em função de um parâmetro de ajuste (SHAMMA, 1988). Nas últimas duas décadas, muitos artigos foram publicados sobre os métodos de identificação LPV e o projeto do controlador LPV para diferentes aplicações industriais: motores automotivos (M.MORATO et al., 2019), robótica (KAZEMI; JABALI, 2018), turbinas (PEREZ-ESTRADA et al., 2018), entre outros. Entretanto, mesmo com a contribuição desta estratégia no setor industrial, ainda são poucos os trabalhos científicos utilizando a abordagem LPV em aplicações com sistemas reais, o que deixa aberto no ramo científico uma vasta área de oportunidades.

Neste trabalho, o modelo LPV do motor de indução é identificado usando um algoritmo recursivo quadrático (*Recursive Least Square - RLS*) proposto em (BAMIEH; GIARRE, 1999; BAMIEH; GIARRE, 2000; BAMIEH; GIARRE, 2002a). Os artigos mencionados apresentam uma estrutura amigável para a identificação do modelo LPV de entrada e saída através de um algoritmo de regressão linear.

Em (NOGUEIRA et al., 2015), esse método de identificação é avaliado em um sistema de energia em pequena escala de 10 kVA e em um gerador hidrelétrico de 350 MVA. Em (GIARRE et al., 2006), a mesma abordagem de identificação é usada em um modelo de Moore-Greitzer que captura fenômenos de surto e paralisação em compressores. Uma abordagem semelhante é proposta em (YAN et al., 2018) para identificar um modelo dinâmico não-linear de amostra rápida usando as entradas de amostra rápida e saídas de amostra lenta para processos químicos industriais.

Em (DONG, 2019), uma nova abordagem para identificar um modelo LPV para um processo químico usando modelos NARX (auto-regressivo não linear com entradas exógenas) é apresentada. Outros trabalhos interessantes usando a mesma abordagem (estruturas de modelo de entrada e saída) para identificação de LPV podem ser encontrados em (PIGA et al., 2015; A.A.BACHNAS et al., 2014; GHOSH et al., 2018; RIZVI et al., 2018).

Neste artigo, a abordagem de (HENRION, 2013) é usada para projetar o controlador LPV. Nessa nova abordagem, as variáveis do controlador aparecem explicitamente como variáveis de decisão em uma estrutura LMI (*Linear Matrix Inequalities*), suavizando a análise e o projeto do controlador LPV. Um estabilizador de sistema de energia é projetado usando este método em (NOGUEIRA et al., 2015). Em (GILBERT et al., 2010), a mesma abordagem é aplicada aos motores de *turbofan* de aeronaves.

O trabalho apresentado em (ALI; ABBAS; WERNER, 2011) tem uma abordagem semelhante para um projeto de controlador LPV de estrutura fixa MIMO, que é proposto um método robusto para selecionar o polinômio central que é escolhido heuristicamente em (HENRION, 2013). Uma solução para superar o problema de relaxamento da LMI parametrizada encontrada em (HENRION, 2013) pode ser vista em (WOLLNACK; WERNER, 2015; WOLLNACK et al., 2017), onde uma condição LMI para análise de estabilidade de sistemas LPV é proposta usando condições de Desigualdade de Matriz Bilinear (BMI) para Síntese do controlador LPV.

As principais contribuições desta tese são:

**(i)** Apresentar o projeto de um estabilizador robusto para amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução trifásico operando em baixas frequências e utilizando o controle escalar. Tal abordagem ainda não foi proposta pela literatura até a presente pesquisa;

**(ii)** Apresentar uma proposta de identificação de modelos paramétricos para o sistema em estudo, com o objetivo de possibilitar o projeto do estabilizador robusto. Tal abordagem ainda não foi utilizada neste sistema;

**(iii)** Fornecer um estudo detalhado da estabilidade do sistema baseado no deslocamento polinomial dos polos do sistema identificados a partir de modelos discretos do tipo LPV;

**(iv)** Apresentar uma análise detalhada da influência do nível de carga e da velocidade de operação do motor na estabilidade do sistema. Tal análise é realizada a partir do mapa de polos e zeros discretos identificados para vários pontos de operação;

**(v)** Contribuir na disseminação da técnica de identificação paramétrica e controle LPV, a qual é ainda pouco explorada e aplicada em sistemas dinâmicos reais e industriais. Neste caso, a mesma foi implementada e utilizada em um drive comercial e industrial CFW900. Algo não evidente na literatura até o presente momento desta pesquisa.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho é organizado nos seguintes capítulos:

Capítulo 2, são apresentados o modelo matemático do motor de indução trifásico, métodos distintos de controle escalar para aumentar o torque do motor em baixas velocidades, estudo da estabilidade do motor quando operando em baixas frequências e a uma proposta de estabilizador digital para amortecer as oscilações eletromecânicas presentes durante a operação do motor de indução nesta faixa de frequência.

No Capítulo 3, é apresentado o método de identificação, do tipo caixa-preta, já utilizado em (Nogueira, 2008) e (Moraes, 2011), com o objetivo de modelar o comportamento dinâmico do sistema em torno de uma determinada condição de operação e, em seguida, obter um modelo matemático linear que possibilite o projeto de um controlador linear estudado no Capítulo 3.

No Capítulo 4, é apresentado o método de sintonia de controladores por alocação radial de polos. Este método foi selecionado para o projeto do controlador estabilizador responsável em amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução operando em baixas rotações com o acionamento de um inversor de frequência.

No Capítulo 5, é apresentado uma metodologia de identificação paramétrica de modelos discretos do tipo LPV que represente o comportamento dinâmico do motor diante de variações de velocidade e carga em baixas velocidades.

No Capítulo 6, é apresentado a sintonia de um estabilizador robusto, considerando variações paramétricas e as incertezas do sistema, e adaptativo conforme o ponto de operação do sistema. O estabilizador é estruturado baseado no modelo LPV e a sintonia dos parâmetros do controlador LPV é realizada a partir da solução de um problema de otimização de LMI.

No Capítulo 7, são apresentados os testes experimentais realizados em um sistema real de escala reduzida de 7,5 kW. Os testes têm o propósito de avaliar o desempenho dos estabilizadores locais e LPV propostos neste trabalho, para o amortecimento das oscilações eletromecânicas, presentes no motor de indução trifásico, quando operando em baixas frequências. Os ensaios são realizados utilizando distúrbios do tipo pulso na referência de velocidade, degrau de carga e reversão de velocidade.

No Capítulo 8, são apresentadas as conclusões finais do trabalho e as propostas de melhorias e trabalhos futuros a serem realizados neste sistema.

## 1.4 PERIÓDICOS PUBLICADOS

**1.** C. A. Costa, A. Nied, F. G. Nogueira, M. d. A. Turquetti, A. J. Rossa, T. J. May Dezuo and W. Barra Jr. "Robust LPV Scalar Control Applied in High Performance Induction Motor Drives," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, Oct. 2020, doi: 10.1109/TIE.2020.3031519.

**2.** C. A. Costa, M. A. A. Costa, M. d. A. Turquetti, A. J. Rossa, A. Nied and F. G. Nogueira, "Enhanced Braking Control for the Induction Machine Using Scalar Control," in IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 67, no. 11, pp. 9133-9142, Nov. 2020, doi: 10.1109/TIE.2019.2956402.

## 2 MODELO E CONTROLE DO MOTOR DE INDUÇÃO

Neste Capítulo, são apresentados o modelo matemático do motor de indução trifásico, métodos distintos de controle escalar para aumentar o torque do motor em baixas velocidades, estudo da estabilidade do motor quando operando em baixas frequências e uma proposta de estabilizador digital para amortecer as oscilações eletromecânicas presentes durante a operação do motor de indução nesta faixa de frequência.

### 2.1 MODELO MATEMÁTICO DO MOTOR DE INDUÇÃO

O modelo matemático do motor de indução trifásico é largamente conhecido e está presente em diversos trabalhos científicos publicados nestas últimas décadas (LIPO, 1996). Por isto, de forma simplificada, sem necessidade de demonstração, o modelo dinâmico do motor de indução no referencial síncrono  $dq$ , orientado ao campo do rotor, é dado por

$$\frac{di_{sd}}{dt} = -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} i_{sd} + \omega_e i_{sq} + \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{sd} + \frac{\omega_r}{\sigma L_s} \psi_{sq} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{sd} \quad (2.1)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = -\omega_e i_{sd} - \frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} i_{sq} - \frac{\omega_r}{\sigma L_s} \psi_{sd} + \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} \psi_{sq} + \frac{1}{\sigma L_s} u_{sq} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\psi_{sd}}{dt} = -R_s i_{sd} + \omega_e \psi_{sq} + u_{sd} \quad (2.3)$$

$$\frac{d\psi_{sq}}{dt} = -R_s i_{sq} - \omega_e \psi_{sd} + u_{sq} \quad (2.4)$$

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} (\psi_{sd} i_{sq} - \psi_{sq} i_{sd}) - \frac{n_p}{J} T_l \quad (2.5)$$

onde  $\omega_r$  e  $\omega_e$  são a velocidade rotórica e síncrona, respectivamente. As variáveis  $(\psi_{rd}, \psi_{rq})$  representam o fluxo rotórico,  $(i_{sd}, i_{sq})$  representam a corrente estatórica,  $(u_{sd}, u_{sq})$  representam o sinal de tensão do estator,  $T_l$  representa o torque de carga,  $J$  representa a constante de inércia,  $R_s$  a resistência estatórica,  $R_r$  a resistência do rotor,  $L_m$  a indutância mutua,  $n_p$  o número de polos e  $\sigma$  é o fator de indutância definido por

$$\sigma = \left(1 - \frac{L_s L_r}{L_m^2}\right). \quad (2.6)$$

Para este modelo, considera-se que as indutâncias mutuas são iguais e que o circuito magnético é linear, ou seja, é desconsiderado a saturação magnética do motor. Assim, as indutâncias  $L_s$  e  $L_r$  sempre são constantes.

A partir do modelo apresentado em (2.1)-(2.5), é possível representá-lo em um modelo de espaço de estados, onde as variáveis de estado  $x$  e entrada do modelo  $u$  são

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \frac{di_{sd}}{dt} \\ \frac{di_{sq}}{dt} \\ \frac{d\psi_{sd}}{dt} \\ \frac{d\psi_{sq}}{dt} \\ \frac{d\omega_r}{dt} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = A \underbrace{\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{sd} \\ \psi_{sq} \\ \omega_r \end{bmatrix}}_x + B \underbrace{\begin{bmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \\ T_l \end{bmatrix}}_u \quad (2.7)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} & \omega_e & \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{1}{\sigma L_s} \omega_r & 0 \\ -\omega_e & -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} & -\frac{1}{\sigma L_s} \omega_r & \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ -R_s & 0 & 0 & \omega_e & 0 \\ 0 & -R_s & -\omega_e & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \psi_{sq} & \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \psi_{sd} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{n_p}{J} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

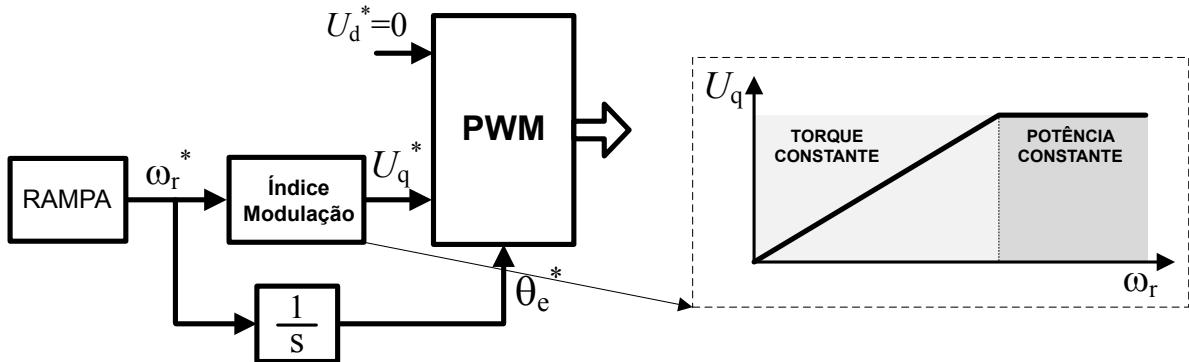
Este modelo pode ser utilizado para a implementação de algoritmos pertinentes a estratégia do controle vetorial, como observadores de velocidade e torque, estimadores de fluxo, identificação paramétrica, entre outros, conforme a necessidade da aplicação. Este modelo é não-linear, onde pode-se observar um acoplamento entre os eixos  $dq$ . Desta forma, para um estudo detalhado sobre a estabilidade do motor de indução, diante de sua variação paramétrica e variações do ponto de operação (mudança de velocidade e nível de carga), é necessário obter um modelo linearizado de pequenos sinais.

## 2.2 CONTROLE ESCALAR PARA MOTOR DE INDUÇÃO

O acionamento dos motores de indução, no modo de controle escalar, é amplamente conhecido há décadas e seu princípio é bem entendido, como pode ser visto no diagrama de bloco apresentado na Figura 2. O método de controle escalar consiste basicamente em manipular a magnitude das grandezas de tensão e frequência, imposta pelo inversor no estator do motor, mantendo o fluxo constante no entreferro através da relação tensão/frequência ( $V/f$ ). De uma forma geral, esta razão ( $V/f$ ) é mantida constante em toda faixa de frequência abaixo da frequência nominal do motor. Para valores de frequências acima da nominal, a tensão é mantida constante no valor nominal. Essa região de operação é chamada de região de enfraquecimento de campo. Nesta região, é necessário limitar a tensão do motor para que não ocorra dano elétrico no estator.

A função rampa é responsável por criar uma curva de velocidade com os tempos de aceleração e desaceleração pré-ajustados. A função de índice de modulação é responsável por determinar a tensão de referência  $u_q^*$  de acordo com a velocidade de referência  $\omega_r^*$ ,

Figura 2 – Diagrama de bloco do controle escalar tradicional.



Fonte: Produção do autor.

gerada pela função rampa. A função de índice de modulação pode ser alterada de acordo com a aplicação do sistema.

O projeto do controle escalar para o motor de indução é baseado em seu modelo matemático no referencial síncrono. Tal modelo é bastante conhecido no meio científico e sua demonstração pode ser facilmente encontrada em vários artigos (LIPO, 1996):

$$u_s = R_s i_s + \frac{d\lambda_s}{dt} + j\omega_e \lambda_s \quad (2.9)$$

onde  $u_s$ ,  $i_s$ ,  $\lambda_s$ ,  $\omega_e$  são a tensão, a corrente, o fluxo do estator e a velocidade síncrona, respectivamente. Para desacoplamento dos eixos e simplificação do modelo apresentado em (2.9), este modelo matemático pode ser alinhado ao eixo síncrono direto ( $\lambda_{sd}$ ) e suas componentes em regime permanente tornam-se iguais a

$$u_{sd} = R_s i_{sd}, \quad (2.10)$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + j\omega_e \lambda_{sd}, \quad (2.11)$$

onde  $i_{sd}$  e  $i_{sq}$  são, respectivamente, as componentes de corrente de eixo direto e quadratura da corrente estatórica  $i_s$ .

Este modelo simplificado considera a resistência do estator do motor  $R_s$ . No entanto, em uma aplicação industrial, que utiliza o método de controle escalar, os parâmetros do motor não são conhecidos, pois não é realizado o processo de identificação paramétrica. Em regra geral, não é considerado, no modelo do motor, o efeito da queda de tensão na resistência do estator. Assim, o modelo matemático simplificado do motor em estado estacionário é

$$u_{sd}^* = 0, \quad (2.12)$$

$$u_{sq}^* = j\omega_e^* \lambda_{sd}, \quad (2.13)$$

onde  $\lambda_{sd}$  é mantido constante, neste trabalho, dentro da função de índice de modulação.

Este acionamento é realizado normalmente em malha aberta, na qual distúrbios de torque e velocidade, não são compensados. Em alta velocidade, a queda de tensão na resistência do estator e o erro de velocidade podem ser negligenciados. Entretanto, em aplicações que operam em baixas velocidades, os efeitos da queda de tensão na resistência do estator e o erro de velocidade tornam-se consideráveis, degradando o desempenho dinâmico da estratégia de controle escalar.

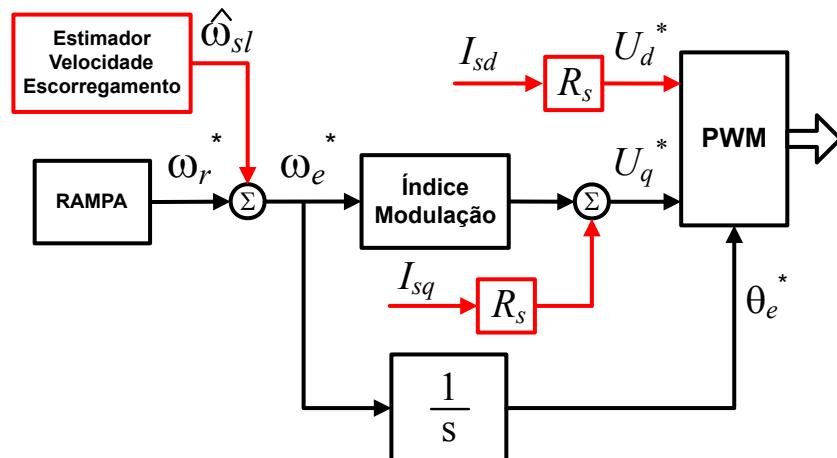
Assim, para aplicações que necessitam operar em baixas frequências, é recomendado o uso do controle vetorial. Porém, conforme tratado na Capítulo 1, para aplicações onde o controle vetorial não é uma alternativa viável, pode-se utilizar estratégias de controle escalar, com realimentação de estado, para melhorar o desempenho dinâmico em baixas velocidades. Tal estratégia é denominada na literatura como controle escalar em malha fechada (*closed-loop scalar control*).

### 2.2.1 Controle escalar em malha fechada

Nas últimas décadas, vários trabalhos foram publicados com o propósito de apresentar melhorias na estrutura do controle escalar, quando o mesmo é utilizado em aplicações que operam em baixas frequências e com alto nível de carga (M.P.; NAGAMANI; ILANGO, 2017; VLADIMIR; DMITRY, 2018). Dentre os diversos trabalhos publicados, foi selecionado, para este trabalho, a proposta apresentada em (SMITH et al., 2013b), pois se considera que a mesma apresenta uma abordagem fácil de implementação e com pouca necessidade paramétrica, algo que é primordial para aplicações industriais.

Na Figura 3, é apresentado em diagrama de blocos a estratégia proposta em (SMITH et al., 2013b). Esta estratégia é dividida em duas etapas. A primeira é composta por um compensador de tensão (*voltage boost*), controlado por uma realimentação de corrente.

Figura 3 – Diagrama de bloco do controle escalar em malha fechada.



Fonte: Produção do autor.

A segunda etapa da estratégia é um estimador de velocidade de escorregamento

para compensar a queda de velocidade do rotor. No referencial do fluxo do estator, o eixo  $d$  é alinhado com o fluxo do estator, enquanto a corrente do eixo  $q$  controla o torque elétrico. Nessa estrutura, o torque pode ser dado como

$$T_e = K\lambda_{sd}i_{sq}, \quad (2.14)$$

onde  $K$  representa um constante de proporcionalidade que depende das características elétricas do motor (LIPO, 1996).

Na região de operação de torque constante (abaixo da frequência nominal), o torque desenvolvido depende da frequência de escorregamento e é proporcional à corrente do eixo  $q$ . Assim, uma relação linear de torque/escorregamento pode ser dada como

$$\hat{\omega}_{sl} = \frac{i_{sq}}{I_{sn}}\omega_{sln}, \quad (2.15)$$

onde  $I_{sn}$  e  $\omega_{sln}$  representam a corrente nominal e a frequência de escorregamento nominal do motor, respectivamente.

Na região de operação de torque constante, a razão de torque e escorregamento está relacionada. Portanto, para operação com velocidade variável para o mesmo torque, a mesma frequência de escorregamento deve ocorrer, o escorregamento é alterado conforme  $\omega_e$  varia, mas o termo da frequência de escorregamento permanece constante. No entanto, na região de enfraquecimento de campo (potência constante), a frequência de escorregamento aumenta com  $\omega_e$ . Por simplicidade, a influência da constante de tempo do rotor na frequência de escorregamento é ignorada, eliminando assim a necessidade de estimativa e adaptação de  $R_r$  e  $L_r$ .

As realimentações de estado realizadas no controle escalar melhoram o desempenho dinâmico do sistema. Entretanto, um estudo da estabilidade do sistema se torna necessário devido à realimentação de estado do vetor corrente na estratégia de controle escalar. Assim, é necessário conhecer o fator de impacto desta realimentação na estabilidade do sistema e, por conseguinte, estudar e projetar estabilizadores que venham aumentar o coeficiente de amortecimento do sistema, garantindo a estabilidade em toda faixa de operação do sistema.

## 2.3 ESTABILIDADE DO MOTOR DE INDUÇÃO

Uma forma de estudar a estabilidade do motor de indução, operando em baixas frequências, é através de modelos linearizados. O método de linearização de pequenos sinais é usado para analisar a estabilidade de um sistema para um determinado ponto de operação. Ao tomar uma pequena perturbação, em um ponto operacional de estado estacionário, e negligenciar termos não lineares de ordem superior, o modelo de pequeno sinal do motor de indução pode ser derivado como (2.16) com base no modelo apresentado

em (2.7):

$$\dot{\Delta x} = \tilde{A}\Delta x + \tilde{B}\Delta u, \quad (2.16)$$

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} & \omega_{sl}^0 & \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} & \frac{1}{\sigma L_s} \omega_r^0 & \frac{1}{\sigma L_s} \psi_{sq}^0 + i_{sd}^0 \\ -\omega_{sl}^0 & -\frac{(L_m^2 R_r + L_r^2 R_s)}{\sigma L_s L_r} & -\frac{1}{\sigma L_s} \omega_r^0 & \frac{R_r}{\sigma L_s L_r} & -\frac{1}{\sigma L_s} \psi_{sd}^0 - i_{sq}^0 \\ -R_s & 0 & 0 & \omega_e^0 & 0 \\ 0 & -R_s & -\omega_e^0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \psi_{sq}^0 & \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} \psi_{sd}^0 & \frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} i_{sq}^0 & -\frac{3}{2} \frac{n_p^2}{J} i_{sd}^0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.17)$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{n_p}{J} \end{bmatrix}, \quad (2.18)$$

onde  $\omega_e^0$ ,  $\omega_r^0$ ,  $\omega_{sl}^0$ ,  $\psi_{sdq}^0$  e  $i_{sdq}^0$  representam os valores atuais das grandezas para cada ponto de operação do sistema.

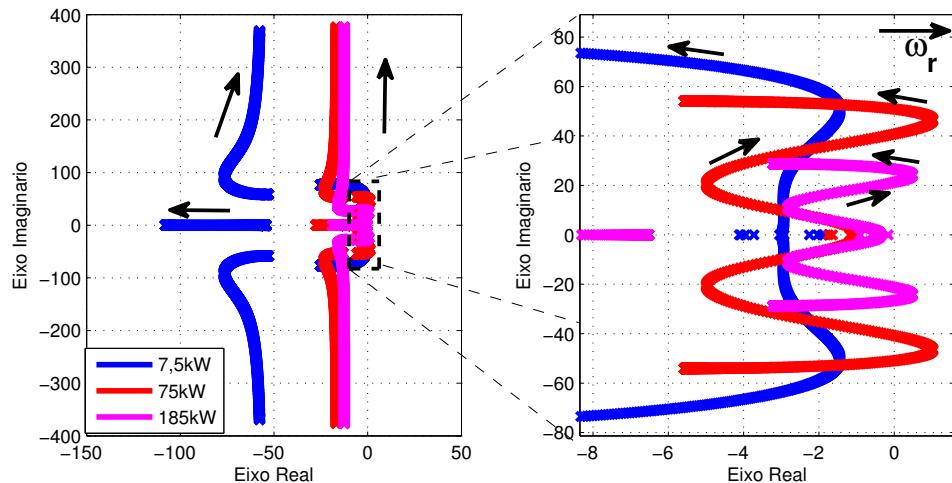
O estudo da estabilidade do motor de indução, quando acionado pelo método de controle escalar, pode ser realizado com a análise dos auto-valores da matriz  $\tilde{A}$ . Neste momento, vários motores de indução, de diferentes níveis de potência, são utilizados para analisar a estabilidade do sistema para diferentes pontos de operação de carga e velocidade. No APÊNDICE A, são apresentados os parâmetros elétricos destes motores em estudo.

Na Figura 4, é apresentado o deslocamento dos polos, no plano contínuo, para os motores MIT1, MIT2 e MIT3 (veja APÊNDICE A). Esses motores têm o mesmo número de polos e a mesma frequência estatórica, mas níveis de potência distintos. Esta análise é realizada para a toda faixa de frequência até a nominal. O torque mecânico é mantido constante e igual a zero. Como observado na Figura 4, existem polos instáveis na região de baixa frequência para os motores de elevada potência. Enquanto que no motor MIT1, de potência reduzida, não se observa esta instabilidade. De fato, esta instabilidade, em baixa frequência, torna-se mais presente quando a faixa de potência do sistema é maior. Nos motores de baixa frequência, não é observado de forma consistente.

A região de frequência com polos instáveis, é comumente denominada de região de frequências evitáveis. Assim, em termos práticos ou no setor industrial, é recomendado não operar o motor em tais regiões. O acionamento do motor, em geral, é realizado por uma rampa de aceleração. O tempo de aceleração é sempre ajustado de acordo com a necessidade da aplicação, mas sempre respeitando os limites mecânicos do sistema. Caso, a rampa passe por esta região de forma rápida, é possível realizar o acionamento do motor sem observar a instabilidade pontual do sistema. Entretanto, para motores de elevada

potência, é inevitável que a rampa seja ajustada com um tempo de aceleração elevado. Esta limitação exige que o motor opere nesta região de instabilidade por um tempo elevado, podendo, assim, provocar no sistema uma instabilidade. Esta instabilidade, em geral, se manifesta como uma sobrecorrente ou sobretensão no barramento CC.

Figura 4 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade.



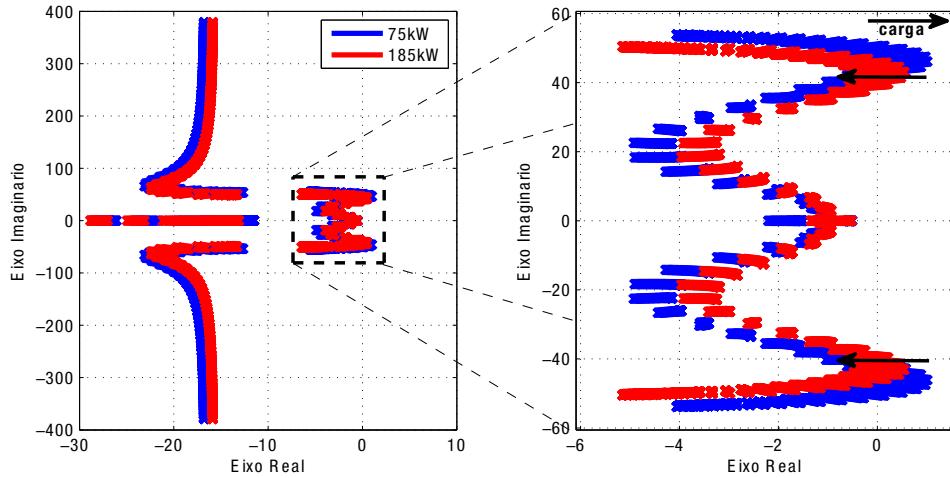
Fonte: Produção do autor.

Uma forma para aumentar a estabilidade do sistema, é realizar o acionamento do motor com um pequeno nível de carga (próximo de 10% do valor nominal) acoplada ao sistema. Na Figura 5, é apresentado o deslocamento dos polos para os motores MIT2 e MIT3, onde para cada ponto de frequência, é realizado uma variação do nível de carga até seu valor nominal. Observa-se que ao aumentar o nível de carga, os polos do sistema, em geral, são deslocados para a região de estabilidade do plano contínuo. Este efeito, naturalmente, aumenta a estabilidade do sistema, permitindo que o motor possa ser acionado.

Na Figura 6, é apresentado o deslocamento dos polos para os motores MIT4, MIT5 e MIT6 (veja APÊNDICE A). Estes motores têm a mesma potência e frequência elétrica, mas apresentam número de polos distintos. O objetivo é analisar o impacto da variação do número de polos do motor na estabilidade do sistema. A análise é realizada de forma semelhante ao realizado na Figura 4. Como pode-se observar, todos os motores apresentaram uma região de instabilidade em baixas frequências, independente do número de polos. Neste caso, particularmente, o motor de 6 polos apresentou uma região de instabilidade maior que os outros motores em análise.

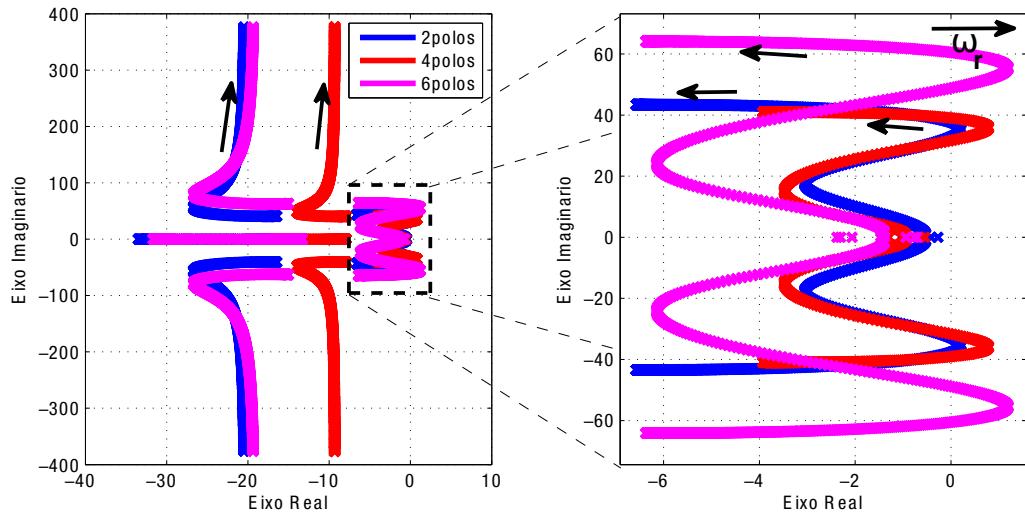
Na Figura 7, é apresentado o deslocamento dos polos para o motor MIT2, considerando uma variação na inércia do sistema. O motor sempre está sujeito a um acoplamento ao sistema, que inevitavelmente irá aumentar a constante de inércia do sistema. O objetivo é analisar o impacto desta variação na estabilidade do sistema. A análise é realizada

Figura 5 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para motores de 75 kW e 185 kW, 4 polos.



Fonte: Produção do autor.

Figura 6 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para motores de 150 kW.

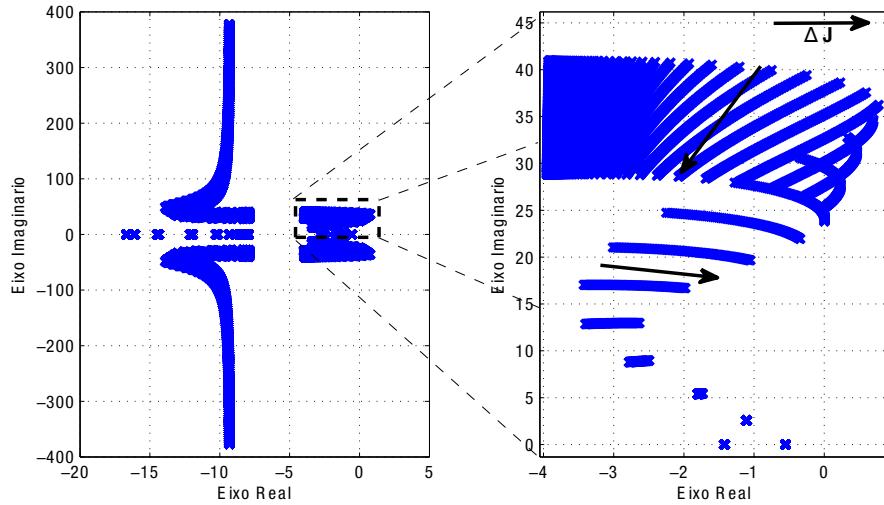


Fonte: Produção do autor.

de forma semelhante ao realizado na Figura 4. Neste caso, é realizado uma variação na constante de inércia até 2.0 vezes seu valor nominal. Como pode-se observar, em baixas frequências, ao aumentar a constante, o sistema tende a ficar mais instável. Os polos se deslocam em direção a região de instabilidade. Porém, para frequências acima de 300rpm, a tendência do movimento dos polos é o oposto. Os polos se deslocam em direção a região de estabilidade. Assim, pode-se concluir que ao acoplar o motor no sistema, com o aumento da constante de inércia, o sistema tornou-se mais instável em baixas frequências e mais estável em altas frequências.

Na Figura 8, é apresentado o deslocamento dos polos para o motor MIT2, considere-

Figura 7 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a constante de inércia.



Fonte: Produção do autor.

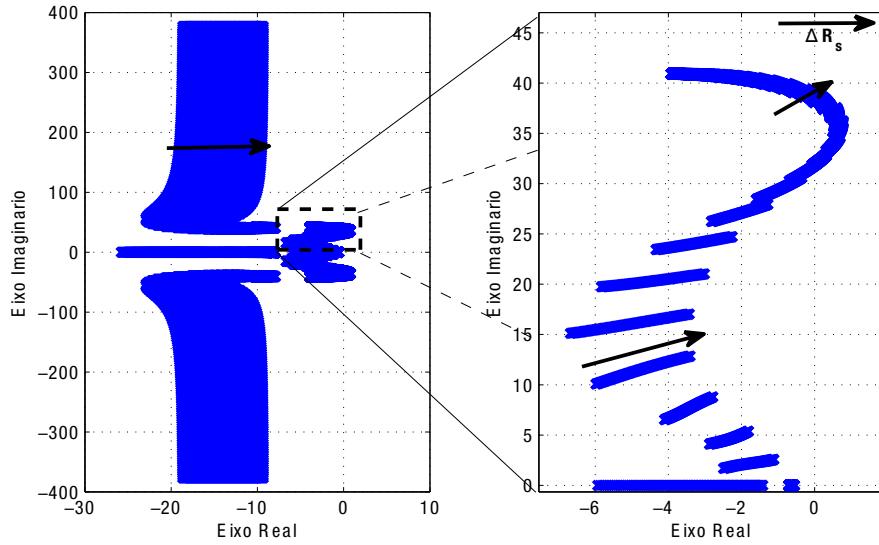
rando uma variação na resistência estatórica. Esta variação é realizada para cada ponto de velocidade, considerando o torque mecânico nulo. O objetivo é analisar a estabilidade do sistema quando o motor está em seu processo de estabilização de temperatura. Neste caso, a resistência do estator aumenta com o aumento da temperatura da carcaça do estator. Nesta análise, é realizado uma variação na resistência do estator até 1,5 vezes seu valor a frio. Como pode-se observar, ao aumentar a resistência do estator, os polos são deslocados para a região de instabilidade. A amplitude deste deslocamento é pouco significante com o aumento da frequência estatórica. Assim, entende-se que, em frequências altas, o aquecimento do motor pouco afeta a margem de estabilidade do sistema.

Na Figura 9, é apresentado o deslocamento dos polos para o motor MIT2, considerando uma variação na resistência rotórica. A análise é realizada de forma semelhante ao realizado para o caso da resistência estatórica. Nesta análise, é realizado uma variação na resistência rotórica de até 1,5 vezes seu valor a frio. Neste caso, observa-se, novamente, na região de baixa frequência, o deslocamento dos polos para a região de instabilidade. Entretanto, para a região de alta frequência, o aumento da resistência do rotor aumenta a margem de estabilidade do sistema.

Na região de alta frequência, a contribuição da variação da resistência do rotor para a estabilidade do sistema é superior ao deslocamento realizado pela resistência do estator. Assim, durante o aquecimento do motor, a margem de estabilidade do sistema aumenta, caso o motor esteja operando em frequências altas. Caso contrário, se o motor estiver operando em baixas frequências, a margem de estabilidade diminui, podendo conduzir o sistema a uma instabilidade.

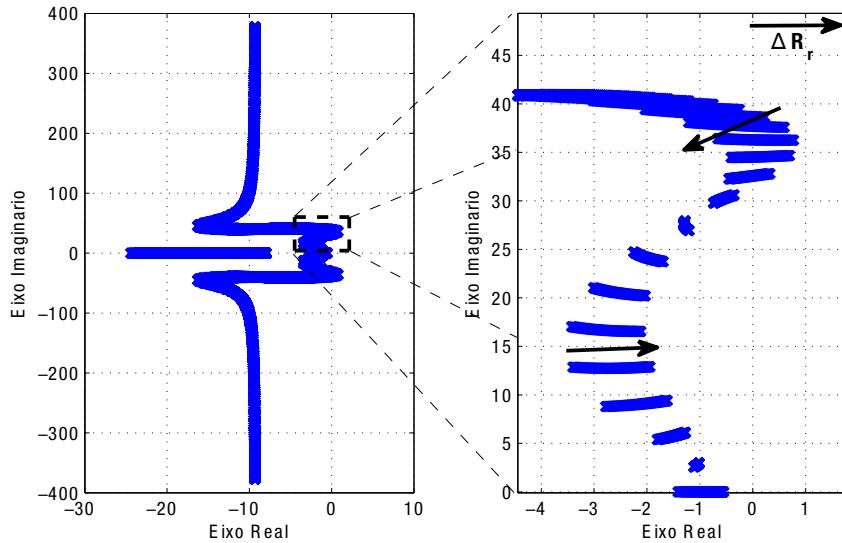
A análise da estabilidade do acionamento do motor de indução é realizada conside-

Figura 8 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a resistência estatórica



Fonte: Produção do autor.

Figura 9 – Deslocamento dos polos de malha aberta de acordo com a velocidade para o motor MIT2, variando a resistência rotórica



Fonte: Produção do autor.

rando um acionamento ideal, sem perdas e sem o atraso do tempo morto. De modo geral, pode-se concluir que o motor de indução apresenta uma margem de estabilidade pequena na região de baixa frequência. Caso sejam considerados os efeitos reais do chaveamento do inversor de frequência, pode-se observar uma degradação maior na margem de estabilidade do motor na região de baixa frequência (GUHA; NARAYANAN, 2016a).

Essas regiões de instabilidade podem se tornar uma limitação para o acionamento da máquina e a operação do sistema. Desta forma, é necessário a utilização de um estabilizador

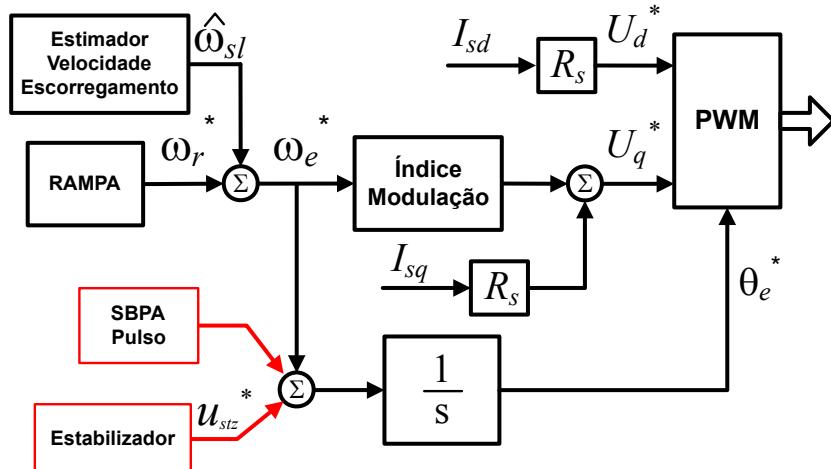
para garantir a estabilidade do motor em toda a faixa de operação do sistema.

### 2.3.1 Estabilizador para o Motor de Indução

O estabilizador proposto para garantir a estabilidade do motor de indução, em toda a faixa de operação do sistema, tem como objetivo aumentar o coeficiente de amortecimento do sistema. Este estabilizador irá atuar com o objetivo de amortecer as oscilações eletromecânicas presentes nas regiões de baixa frequência. Estas oscilações são devido à presença de polos marginalmente estáveis ou até instáveis no sistema.

Na Figura 10, é apresentado o diagrama de blocos do controle escalar em malha fechada com a presença do controlador estabilizador. A ação de controle deste estabilizador ( $u_{stz}^*$ ) será adicionada na frequência síncrona  $\omega_e^*$ . O intuito do estabilizador, em termos práticos, é funcionar como um pêndulo invertido. Assim, quando houver uma oscilação positiva no sistema, o estabilizador irá injetar uma oscilação negativa no controle, para que a oscilação seja compensada. Do contrário, na presença de uma oscilação negativa no sistema, o estabilizador irá injetar uma compensação positiva na estrutura de controle.

Figura 10 – Controle escalar em malha fechada com o controlador estabilizador.

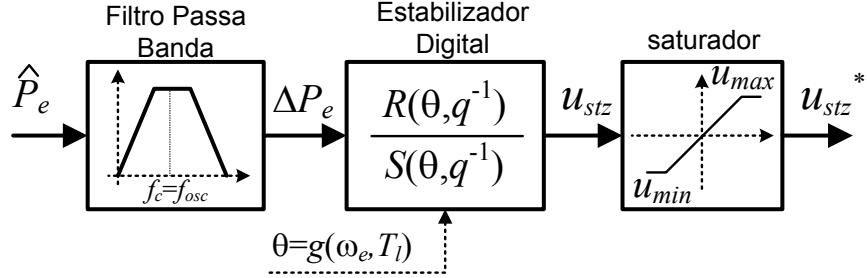


Fonte: Produção do autor.

Em termos teóricos, esta realimentação na estrutura de controle tem a capacidade de deslocar os polos pouco amortecidos para a região de estabilidade do plano contínuo. Deste modo, o estabilizador garante a estabilidade do sistema. Na Figura 11, é apresentado o diagrama de blocos da estrutura do estabilizador. A oscilação eletromecânica, presente no sistema, pode ser observada a partir da oscilação no sinal de potência ativa. A oscilação  $\Delta P_e$  pode ser detectada a partir de um filtro passa-banda, cuja frequência central deve ser ajustada em torno da frequência de oscilação eletromecânica.

O estabilizador digital é estruturado na forma canônica, cuja função de transferência

Figura 11 – Estabilizador digital proposto para amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução em baixas frequências.



Fonte: Produção do autor.

$R(\theta, q^{-1})/S(\theta, q^{-1})$  pode ser apresentada na forma

$$R(\theta, q^{-1}) = r_0(\theta)q^{-1} + \dots + r_{n_r}(\theta)q^{-n_r}, \quad (2.19)$$

$$S(\theta, q^{-1}) = 1 + s_1(\theta)q^{-1} + \dots + s_{n_s}(\theta)q^{-n_s}, \quad (2.20)$$

onde  $q^{-1}$  representa o operador de atraso,  $n_r$  e  $n_s$  são a ordem dos polinômios  $R(\theta, q^{-1})$  e  $S(\theta, q^{-1})$ , respectivamente. A variável  $\theta$  representa o vetor de ajuste dos parâmetros para o modelo LPV. Neste trabalho, é considerado que a variável  $\theta$  é um vetor variável no tempo, de variáveis exógenas que pode ser medida em tempo real e pertence a um conjunto semi-almébrico

$$\Omega := \{\theta \in \mathbb{R}^n : g_i(\theta) \geq 0, i = 1, \dots, r\}, \quad (2.21)$$

onde  $g_i(\theta)$  são funções polinomiais parametrizadas em  $\theta$ . Os detalhes desta estrutura LPV serão abordados no Capítulo 6.

Os blocos de SPBA e Pulso, apresentados na Figura 10, são utilizados no processo de identificação paramétrica dos modelos discretos necessários para sintonias dos estabilizadores. Detalhes sobre estas funções serão apresentados no Capítulo 3.

## 2.4 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 2 são apresentados o modelo do motor de indução e métodos de acionamento utilizando a estrutura do controle escalar. Um estudo detalhado da estabilidade do motor de indução, quando acionado com o método de controle escalar, mostrou que o sistema pode apresentar modos instáveis nas regiões de baixa frequência. Estes modos oscilantes são manifestados na presença de oscilações eletromecânicas nas variáveis de estado do sistema. Estas oscilações podem danificar a estrutura mecânica do rotor ou provocar falhas indevidas durante o processo de acionamento da máquina. Assim, mostrou-se a necessidade de adicionar um estabilizador na estrutura de controle para amortecer as oscilações eletromecânicas e garantir a estabilidade do sistema em toda a faixa de operação.

### 3 IDENTIFICAÇÃO DOS MODELOS LINEARES LOCAIS

No Capítulo 2, foi apresentado o modelo matemático do motor de indução trifásico, e pôde-se observar que seu comportamento dinâmico é não linear e variável devido tanto à mudança do seu ponto de operação quanto às perturbações que podem ocorrer no sistema. Tais modelos são de elevada complexidade e de difícil obtenção. Assim, o emprego deles no projeto de controladores baseados em teoria de sistemas dinâmicos lineares torna-se algo penoso. Em virtude do exposto, é utilizado, neste capítulo, um método de identificação, do tipo caixa-preta, já utilizado em (NOGUEIRA et al., 2011), com o objetivo de modelar o comportamento dinâmico do sistema em torno de uma determinada condição de operação e, em seguida, obter um modelo matemático linear que possibilite o projeto de um controlador linear apresentado no Capítulo 2.

#### 3.1 MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA

O comportamento dinâmico de um dado sistema em estudo pode ser representado a partir de modelos matemáticos que podem ser obtidos a partir de dois métodos de identificação: não-paramétrico e paramétrico. O primeiro método fornece uma representação gráfica que caracteriza a dinâmica do sistema, como por exemplo: a resposta ao impulso e a resposta em frequência. O segundo método fornece um modelo matemático, formado por parâmetros, que representem o comportamento dinâmico do sistema em estudo, tal como uma função de transferência, equações de diferenças e equações de estado. Assim, obviamente, o método de identificação paramétrica é mais vantajoso quando o interesse no modelo matemático de um sistema tem a finalidade de análise e projeto de controladores lineares.

##### 3.1.1 Representações Lineares em Tempo Discreto

Os sistemas podem ser representados por modelos matemáticos de diversas maneiras, dentre elas a representação linear em tempo discreto. Esta representação é mais adequada à identificação dos parâmetros do sistema a partir de algoritmos de métodos de estimativa paramétrica (COELHO, 2004). Vale ressaltar que os sistemas não-lineares são representados por modelos lineares a partir de linearizações realizadas em torno de um ponto de operação. Portanto, tal modelo não pode fornecer comportamentos dinâmicos globais do sistema longe do ponto de operação especificado.

Existem na literatura vários procedimentos para auxiliar a seleção da estrutura que melhor represente o comportamento dinâmico dos sistemas em estudo (Aguirre, 2004). Neste trabalho, é abordado apenas o modelo auto-regressivo com entrada externa (ARX, do inglês *AutoRegressive with Exogenous Input*), cuja representação matemática é apresentada

na forma.

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k) + v(k), \quad (3.1)$$

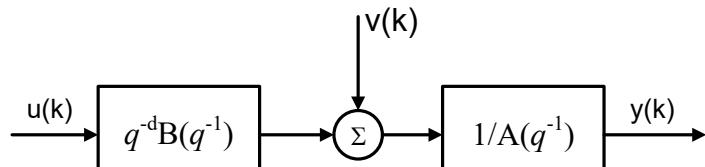
onde  $u(k)$  e  $y(k)$  são, respectivamente, a entrada e a saída dos sinais medidos no teste experimental,  $d$  é o atraso de tempo medido em períodos de amostragem,  $v(k)$  é o erro de modelagem,  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  são os polinômios do modelo da planta no domínio discreto, definido por

$$B(q^{-1}) = b_1q^{-1} + \dots + b_{n_B}q^{-n_B}, \quad (3.2)$$

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1q^{-1} + \dots + a_{n_A}q^{-n_A}, \quad (3.3)$$

sendo  $a_{n_A}$  e  $b_{n_B}$  os parâmetros do modelo a serem estimados pelo algoritmo de mínimos quadrados,  $n_A$  e  $n_B$  são a ordem dos polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$  respectivamente. A Figura 12 ilustra o diagrama de blocos do modelo ARX.

Figura 12 – Diagrama de blocos do modelo paramétrico ARX.



Fonte: Produção do autor.

### 3.1.2 Estimação dos parâmetros do modelo ARX

Uma das formas de estimar os parâmetros de um modelo a partir de um conjunto de dados de entrada e saída é utilizando a técnica de mínimos quadrados recursivo (MQ) (AGUIRRE, 2007). Esta técnica de otimização encontra o melhor ajuste, para um conjunto de dados, com o objetivo de minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre os valores estimados e os dados coletados. A diferença entre o valor estimado e o valor real é denominada resíduo. Um dos requisitos mais importante para a técnica MQ é que o sinal de erro  $v(k)$  seja considerado como um sinal aleatório. A Equação (3.4) apresenta o cálculo dos parâmetros de uma função  $f(x)$  através do método de mínimos quadrados.

$$Q = \sum_{k=1}^N [y_i(k) - f(x_i)]^2, \quad (3.4)$$

sendo  $x_i$  e  $y_i$  os valores de entrada e saída coletados, respectivamente.

O modelo do sistema na forma de equações de diferenças recursivas pode ser apresentado como

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n_A) = b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n_B) + v(k), \quad (3.5)$$

onde  $u(k - n)$  é o sinal de entrada,  $y(k - n)$  é o sinal de saída. Os coeficientes do modelo do sistema são apresentados pelo vetor

$$\theta^T = [a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{nA} \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{nB}], \quad (3.6)$$

onde  $\theta^T$  é denominado matriz de parâmetros. O vetor de medidas  $\varphi^T$  é dado por

$$\varphi^T = [-y(t-1) - y(t-2) \dots - y(t-n_a) \ u(t-1)u(t-2) \dots \ u(t-n_b)], \quad (3.7)$$

Portanto, o modelo dinâmico apresentado em (3.1), pode ser representado por uma equação matricial na forma

$$y(k) = \varphi^T \theta + v, \quad (3.8)$$

A função custo para modelos ARX pode ser apresentada de acordo com (3.9). O propósito desta função é minimizar o vetor de resíduo com o objetivo de encontrar a resposta mais precisa possível.

$$J = v^T v = \sum_{k=0}^N v^2(k), \quad (3.9)$$

A seguir é apresentado um algoritmo simplificado de um estimador de mínimos quadrados recursivo que é atualizado a cada passo de amostragem. Neste caso, a cada passo de amostragem, novas medidas de entrada  $u(k)$  e saída  $y(k)$  são atualizadas e utilizadas para determinar um novo erro de modelagem  $v(k)$ . Este erro de predição é realimentado no modelo de estimação para determinar novas estimativas para o vetor de parâmetros  $\theta(k)$ .

(i) - Atualização do vetor de medidas

$$\varphi^T(k) = [-y(t-1) - y(t-2) \dots - y(t-n_a) \ u(t-1)u(t-2) \dots \ u(t-n_b)], \quad (3.10)$$

(ii) - Cálculo do erro de predição

$$v(k) = y(k) - \varphi^T(k)\theta(k), \quad (3.11)$$

(iii) - Cálculo do ganho do estimador:  $P(0) = 0$ .

$$K(k) = \frac{P(k-1)\varphi(k)}{1 + \varphi^T(k)P(k-1)\varphi(k)} \quad (3.12)$$

(iv) - Cálculo do matriz de parâmetros

$$\theta(k) = \theta(k-1) + K(k)v(k), \quad (3.13)$$

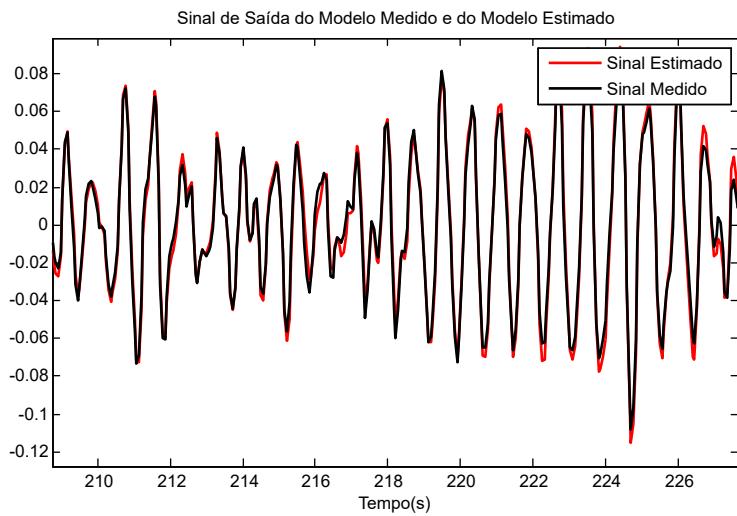
(iv) - Cálculo da matriz de covariância

$$P(k) = P(k-1) - K(k)(P(k-1)\varphi(k))^T, \quad (3.14)$$

### 3.2 VALIDAÇÃO DE MODELOS

Uma vez estimado os parâmetros do modelo linear ARX é necessário validar tal modelo (COELHO, 2004). Existem vários métodos de validação do modelo estimado, dentre todos os mais utilizados são o método de comparação no domínio do tempo e a análise das funções de autocorrelação (FAC) e correlação cruzada (FCC) dos resíduos. O primeiro método compara a resposta do sinal estimado com relação ao sinal selecionado para estimação no domínio do tempo para uma janela de dados. Assim, é importante que o pacote de dados coletados, utilizados para identificação do modelo, seja selecionado uma porcentagem do pacote para o processo de estimação e outra porcentagem do pacote para a validação do modelo. Na Figura 13, é apresentado um exemplo do resultado da análise da comparação, no domínio do tempo, do modelo estimado, onde é apresentada uma parte do sinal estimado em comparação ao sinal utilizado para estimação do modelo.

Figura 13 – Comparação entre o sinal estimado do modelo e o sinal medido.



Fonte: Produção do autor.

A confiabilidade do modelo estimado pode ser analisada a partir do coeficiente de correlação cruzada, definido como

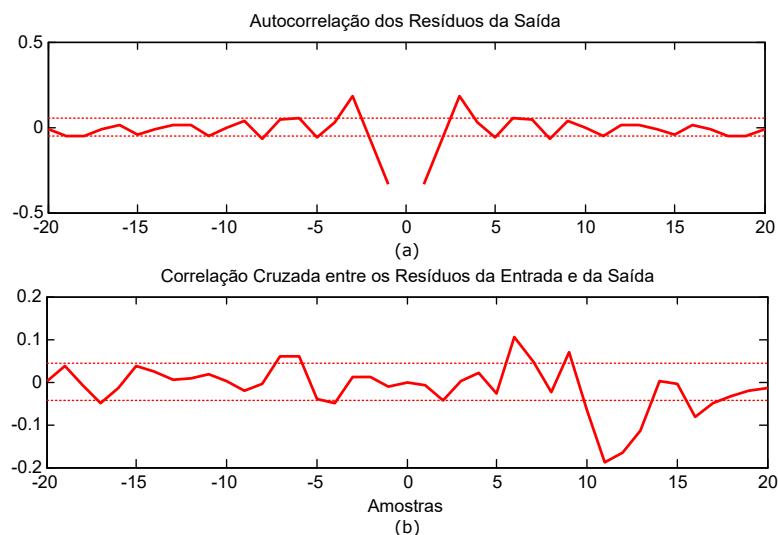
$$\mu = 1 - \frac{\sum_{k=1}^K [y(k) - \hat{y}(k)]^2}{\sum_{k=1}^K [y(k) - \bar{y}(k)]^2}, \quad (3.15)$$

onde  $y(k)$  é o sinal de saída medido,  $\hat{y}(k)$  é o sinal de saída estimado and  $\bar{y}(k)$  é a média das  $K$  amostras usadas no processo de identificação. Esse coeficiente indica a precisão do modelo estimado. Assim, quanto mais próximo o mesmo é de 1 mais confiável é o modelo.

Na Figura 14, é apresentado um exemplo dos resultados referentes ao processo de validação do modelo pela análise do resíduo. Neste tipo de validação, um conjunto de teste é realizado com o objetivo de validar a aleatoriedade do sinal de resíduo. Assim, caso o vetor de resíduo apresente um comportamento aproximadamente aleatório, isso

significa que o modelo estimado conseguiu capturar de forma satisfatória as informações determinísticas da dinâmica do sistema contida no conjunto de dados usados no processo de identificação do modelo. Para auxiliar este processo de validação, é utilizada a teoria de processo estocástico. Nesta teoria, é afirmado que se um vetor qualquer for linearmente aleatório, então sua FAC será nula para todos os valores de atraso diferente de zero. Na Figura 14(a), é ilustrada a função autocorrelação do vetor. Observa-se que para todos os valores diferentes de zero, com uma pequena tolerância aceitável para projeto, o valor da FAC é aproximadamente nula, exceto na amostra zero que o valor trunca para um, o que se assemelha a FAC de um ruído branco. Uma segunda análise realizada é quanto à FCC do vetor resíduo e os dados de saída utilizados no processo de identificação do modelo, conforme ilustrado na Figura 14(b). Neste caso, como o valor da FCC é aproximadamente nula para quase todas as amostras, com uma pequena tolerância aceitável, significa que o vetor de resíduo não depende do conjunto de dados utilizados.

Figura 14 – Análise de FAC e FCC dos resíduos do modelo ARX.



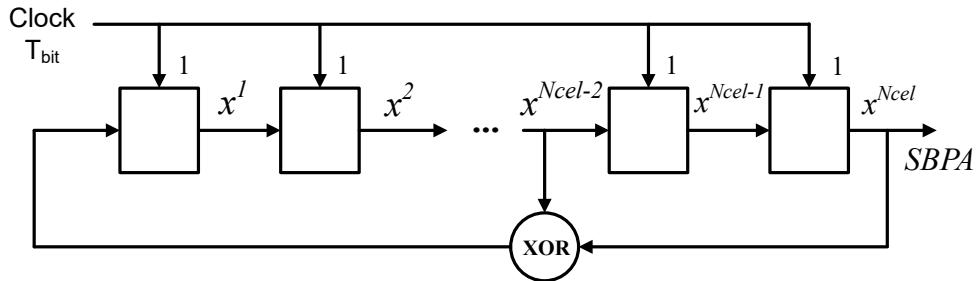
Fonte: Produção do autor.

### 3.3 SELEÇÃO DO SINAL DE EXCITAÇÃO DO SISTEMA

No processo de estimção dos parâmetros do modelo matemático do sistema é necessário que o sinal de entrada selecionado seja capaz de excitar os modos de frequência de interesse. Dentre os vários sinais possíveis para excitar um sistema, o sinal binário pseudo-aleatório (SBPA) ou PRBS (do inglês, *Pseudo-Random Binary Sequence*) é um sinal rico em espectro de frequência de modo a abranger os modos de interesse dos fenômenos desejados da planta a ser identificada. Uma das vantagens do sinal SBPA é que ele é relativamente simples de ser produzido na prática. A sequência binária SBPA é gerada por um registrador de deslocamento com  $N_{cel}$  células, que a cada período  $T_{bit}$  atualiza a saída com uma nova amostra. Uma característica importante deste sinal é que

a mudança em seus valores é realizada de forma determinística, assim o mesmo sinal pode ser gerado repetidas vezes. Na Figura 15, é ilustrado um circuito utilizado para gerar um sinal SBPA, tal circuito executa a operação OU-Exclusivo entre alguns bits do registrador de deslocamento para gerar o sinal de saída aleatório (HOROWITZ; HILL, 1989).

Figura 15 – Diagrama de blocos do circuito de geração do sinal SBPA.



Fonte: Produção do autor.

O período do sinal SBPA é determinado em função do número de células e do período de deslocamento (AGUIRRE, 2007):

$$T_{SBPA} = (2^{N_{cel}-1})T_{bit}. \quad (3.16)$$

No projeto do SBPA, deve-se atentar para a seleção do período de deslocamento  $T_{bit}$ , pois ele deve ser compatível com a frequência do modo de interesse que se deseja identificar. Caso  $T_{bit}$  seja muito grande, o sistema interpretará o sinal SBPA como um degrau, sinal de características pobres para a maioria dos métodos de identificação. Por outro lado, se  $T_{bit}$  for muito pequeno, o sistema não terá tempo de responder a uma transição antes de chegar à próxima e as características de aleatoriedade desejada para o sinal SBPA serão comprometidas. Portanto, uma relação que fornece bons resultados para o cálculo de  $T_{bit}$  é (HOROWITZ; HILL, 1989)

$$f_{min} = \frac{1}{(2^{N_{cel}} - 1)T_{bit}} < f_{osc} < f_{max} = \frac{0.44}{T_{bit}}, \quad (3.17)$$

onde  $f_{osc}$  é a frequência do modo de interesse na identificação. É importante perceber que a amplitude do SBPA normalmente será de baixa amplitude, pois ele não deve comprometer o funcionamento do sistema nem levar o sistema a operar em outra faixa de operação indesejada. Outro critério que deve ser observado na determinação do valor de  $T_{bit}$ , é que o mesmo deve ser maior que o período de chaveamento do conversor  $T_{sw}$ .

O valor selecionado para  $N_{cel}$  deve ser suficiente para atender os requisitos de (3.17), de tal forma que o período do sinal SBPA (3.16) não seja menor que o tempo de acomodação do sistema que deseja-se identificar. De outra forma, o sinal SBPA não terá as propriedades de aleatoriedade desejáveis para o processo de identificação do sistema.

Para implementações em sistema embarcados, deve-se selecionar o valor  $T_{bit}$  múltiplo inteiro de  $T_{sw}$ , pois valores de  $T_{bit}$  menores que  $T_{sw}$  fará com que o gerador SBPA esteja

atuando com uma frequência maior que o conversor de frequência. Neste caso, para a aplicação deste trabalho, o valor de  $T_{bit}$  é muito maior que o valor de  $T_{sw}$ , pois o sistema SBPA é projetado para detectar frequências eletromecânicas abaixo de 10 Hz.

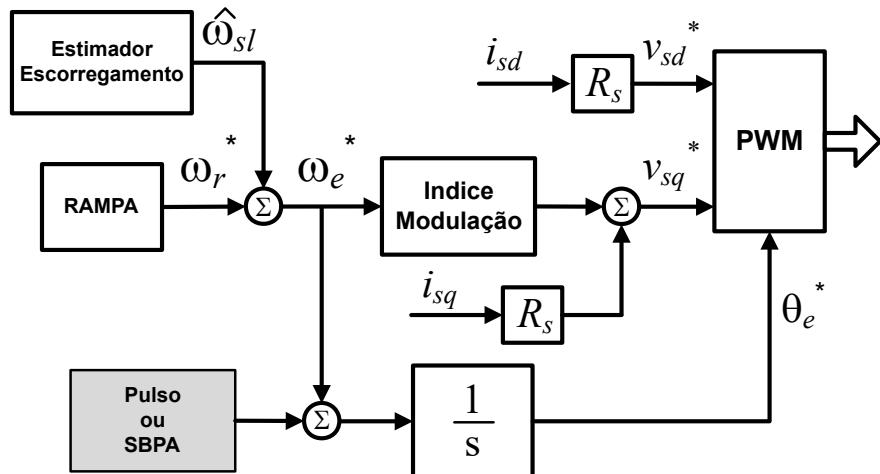
### 3.4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS

O objetivo desta seção é utilizar a metodologia de identificação paramétrica, apresentada nas seções anteriores, para estimar os parâmetros da planta, em uma condição de operação específica, necessários para o projeto dos estabilizadores locais.

### 3.4.1 Determinação da frequência de oscilação $f_{osc}$

O projeto do sinal de excitação SBPA é realizado a partir da frequência de oscilação  $f_{osc}$  dos modos poucos amortecidos do sistema. O procedimento para determinar a frequência de oscilação é ilustrado na Figura 16. Um distúrbio, do tipo pulso, é aplicado na referência de velocidade  $\omega_e^*$  que é utilizada para determinar o ângulo síncrono. A posição selecionada para a aplicação do distúrbio é estratégica para não aplicar distúrbios em outros sinais de controle, como o sinal de referência de tensão  $u_{sd}^*$ .

Figura 16 – Diagrama de blocos do ensaio de levantamento da frequência de oscilação de modo local.



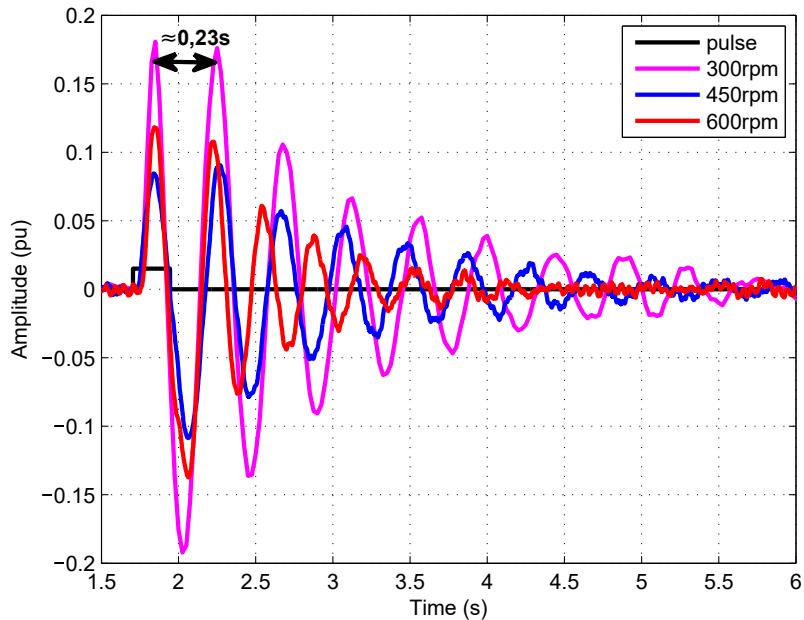
Fonte: Produção do autor.

Para determinar a frequência do modo pouco amortecido, é necessário determinar o desvio de potência elétrica  $\Delta P_e$  ou qualquer outro sinal que forneça, de forma direta ou indireta, a dinâmica do modo pouco amortecido. Neste trabalho, a frequência de oscilação será determinada a partir do desvio de potência elétrica.

Ao aplicar o distúrbio, do tipo pulso, no sistema de controle, conforme ilustrado na Figura 16, o sinal de  $\Delta P_e$  apresentará uma oscilação pouco amortecida. A frequência  $f_{osc}$  pode ser medida entre as duas cristas consecutivas deste sinal. Na Figura 17, é apresentado

a medição desta frequência para o sistema em estudo neste trabalho. Neste ensaio, o motor é ajustado para operar em três pontos de velocidade distintos (300, 450 e 600 rpm). Em cada ponto de operação, é aplicado um distúrbio, do tipo pulso, de 0,01pu de amplitude e 0,25s. A frequência  $f_{osc}$  pode ser determinada em um valor aproximadamente de 5,0 Hz. O valor desta frequência é praticamente constante na faixa de velocidade analisada (300-600rpm).

Figura 17 – Desvio da potência elétrica para um distúrbio de tipo pulso.



Fonte: Produção do autor.

### 3.4.2 Projeto do sinal SBPA

Para o projeto do SBPA, é necessário determinar a faixa de frequência de excitação do sistema ( $f_{min}$  e  $f_{max}$ ). Isto é possível apenas a partir do conhecimento de  $f_{osc}$  (3.17). Esta faixa de excitação deve ser o suficiente para excitar o modo pouco amortecido de interesses no sistema. Desta forma, deve ser selecionada esta faixa de frequência, de tal forma a evitar, o máximo possível, excitar outros modos do sistema.

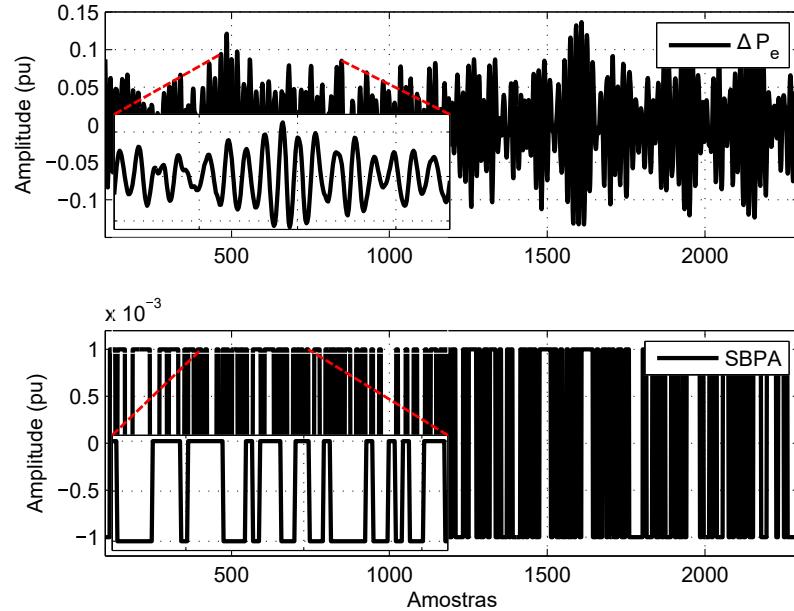
Neste trabalho foi selecionado para o projeto do SBPA um  $T_{bit} = 70ms$  e  $N_{cel} = 9$ , que corresponde a um valor de  $f_{max} = 6,28Hz$  e  $f_{min} = 0,028Hz$ .

### 3.4.3 Estimação dos modelos ARXs

Para a determinação do modelo paramétrico linear, para um determinado ponto de operação do sistema, é necessário coletar dados de entrada (SBPA) e saída ( $\Delta P_e$ ) do sistema e aplicá-los ao estimador recursivo. O sinal de excitação (SBPA) é aplicado no mesmo ponto de teste do sinal distúrbio, conforme ilustrado na Figura 16. Na Figura 18,

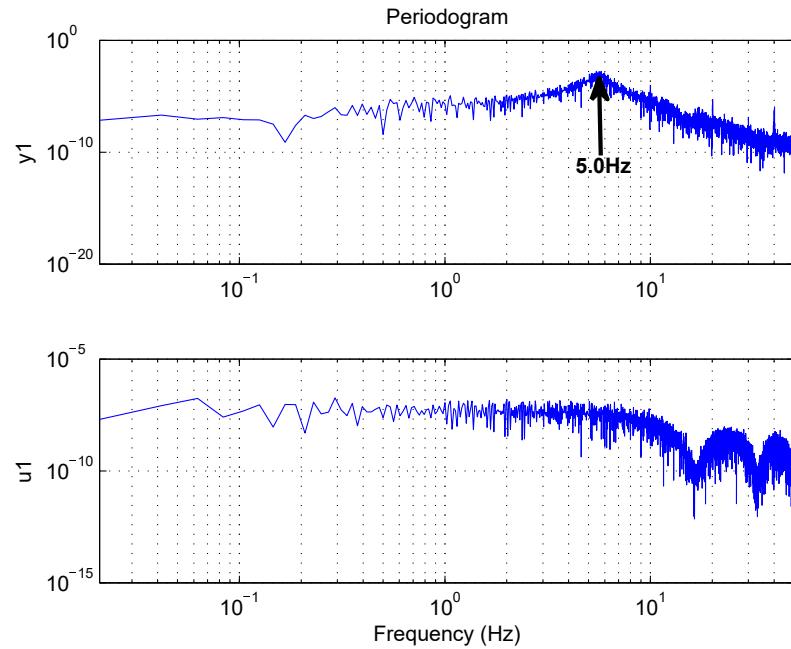
são apresentados os dados de entrada e saída do sistema operando em 450rpm à vazio. Os dados foram coletados em uma taxa de amostragem  $T_s = 10ms$ .

Figura 18 – Dados coletados para estimativa do modelo paramétrico.



Fonte: Produção do autor.

Figura 19 – Espectro de frequência dos sinais de entrada e saída coletados.



Fonte: Produção do autor.

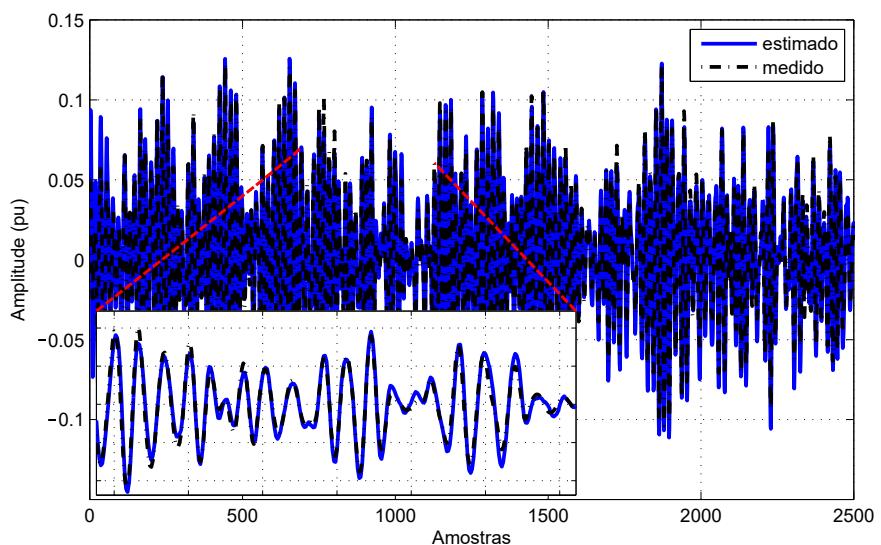
Na Figura 19, é apresentado o espectro de frequência do sinal  $\Delta P_e$  e  $SBPA$  coletados no teste experimental. O espectro de frequência do sinal  $\Delta P_e$  apresenta um pico de ressonância próximo da frequência de 5,0Hz, que corresponde ao modo oscilação

eletromecânico pouco amortecido do motor de indução operando em baixas frequências. O espectro de frequência do sinal *SBPA* é constante e seu módulo é próximo de zero, durante a faixa de operação que o mesmo foi projetado. Portanto, o comportamento dinâmico do sistema pode ser representado pela dinâmica do sinal  $\Delta P_e$ .

Os dados coletados para a estimação do modelo paramétrico foram divididos em dois pacotes de igual tamanho. Uma parte deste pacote é utilizado para a identificação do modelo e a segunda parte é utilizada para a validação do modelo estimado. Para a obtenção do modelo paramétrico, a partir do algoritmo de identificação recursivo, é necessário especificar a ordem do modelo. A ordem do modelo deve ser selecionada buscando o melhor custo-benefício entre um modelo de menor ordem (menor complexidade) e maior índice de correlação cruzada (3.15). Desta forma, foram estimados diversos modelos de 3<sup>a</sup> a 7<sup>a</sup> ordem para poder analisar a confiabilidade do modelo em relação a ordem do modelo estimado.

Na Tabela 1, são apresentados o índice de correlação cruzada em relação a ordem do modelo estimado. O modelo de 6<sup>a</sup> ordem ARX661 foi selecionado com o objetivo de obter o melhor custo-benefício complexidade/erro de estimação. Na Figura 20, são apresentados os sinais de medição  $\Delta P_e$  e o sinal estimado pelo modelo ARX661. Neste caso, pode-se observar que o modelo estimado consegue estimar de forma satisfatória a dinâmica do sinal  $\Delta P_e$ .

Figura 20 – Comparação do sinal estimado e medido do sistema.

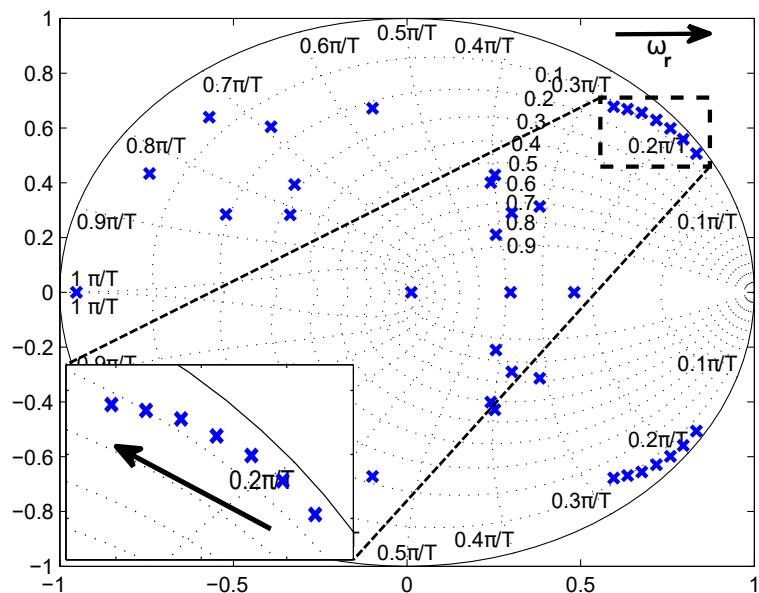


Fonte: Produção do autor.

Este processo de estimação foi repetido para outros pontos de operação do motor de indução. No caso, foram estimados sete modelos paramétricos referentes a sete pontos de velocidade distintas, na faixa de rotação de 300-600rpm, com um passo de 50rpm. Na Tabela 2, são apresentados os índices de correlação cruzada para cada modelo estimado ARX661.

Na Figura 21, é apresentado o mapa de polos dos modelos estimados neste processo de identificação de modelos paramétricos locais. Neste caso, pode-se observar que os polos dominantes do sistema (polos próximos a circunferência) apresentam baixo coeficiente de amortecimento, mostrando, assim, a necessidade de um controlador estabilizador para garantir a robustez e a confiabilidade do sistema nas suas diversas condições de operação. Em termos práticos, para o sistema em estudo, o coeficiente de amortecimento deve ter valor próximo de 0,25. Os coeficientes dos modelos ARX661-300rpm, ARX661-450rpm e ARX661-600rpm são apresentados na Tabela 8 no Apêndice B.

Figura 21 – Mapa de polos dos modelos ARXs estimados.



Fonte: Produção do autor.

Tabela 1 – Índice de correlação cruzada com relação a ordem do modelo.

Ordem	Modelo ARX	Índice $\mu$
3 <sup>a</sup> ordem		0,68
4 <sup>a</sup> ordem		0,89
5 <sup>a</sup> ordem		0,94
6 <sup>a</sup> ordem		0,96
7 <sup>a</sup> ordem		0,96

Tabela 2 – Índice de correlação cruzada para cada modelo ARX661 estimado.

Ordem Modelo ARX661	Índice $\mu$
300 rpm	0,85
350 rpm	0,86
400 rpm	0,95
450 rpm	0,93
500 rpm	0,95
550 rpm	0,94
600 rpm	0,96

### 3.5 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 3, são apresentadas técnicas de modelagem e identificação de sistemas não lineares referentes ao comportamento dinâmico do motor de indução operando com inversor de frequência em baixa frequência.

Os modelos paramétricos, que representam o comportamento dinâmico dos modos pouco amortecidos do motor de indução, são estimados a partir do algoritmo de mínimos quadrados recursivo. A eficiência dos modelos ARX, selecionados a partir dos métodos de estimação e validação dos modelos paramétricos, são analisados a partir das curvas do somatório do erro quadrático, os quais mostram que o modelo ARX de 6<sup>a</sup> ordem apresenta um bom desempenho e uma boa relação custo – benefício com relação as outras ordens.

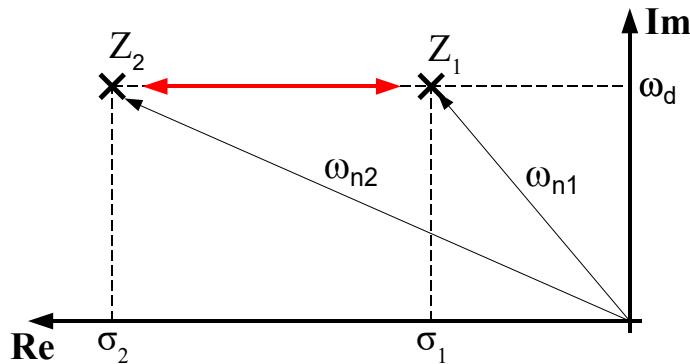
## 4 PROJETO DOS ESTABILIZADORES LOCAIS

Neste capítulo, será apresentado o método de sintonia de controladores por alocação radial de polos. Este método foi selecionado para o projeto do controlador estabilizador responsável em amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução operando em baixas rotações com o acionamento de um inversor de frequência.

### 4.1 SINTONIA POR ALOCAÇÃO RADIAL DE POLOS

No projeto do controlador estabilizador pelo método de alocação de polos, o objetivo é aumentar o coeficiente de amortecimento do modo pouco amortecido do sistema sem que haja alteração no modo de frequência natural não amortecida do sistema  $\omega_d$ , conforme pode ser observado na Figura 22.

Figura 22 – Deslocamento dos polos de malha fechada a partir do deslocamento transversal de polos.

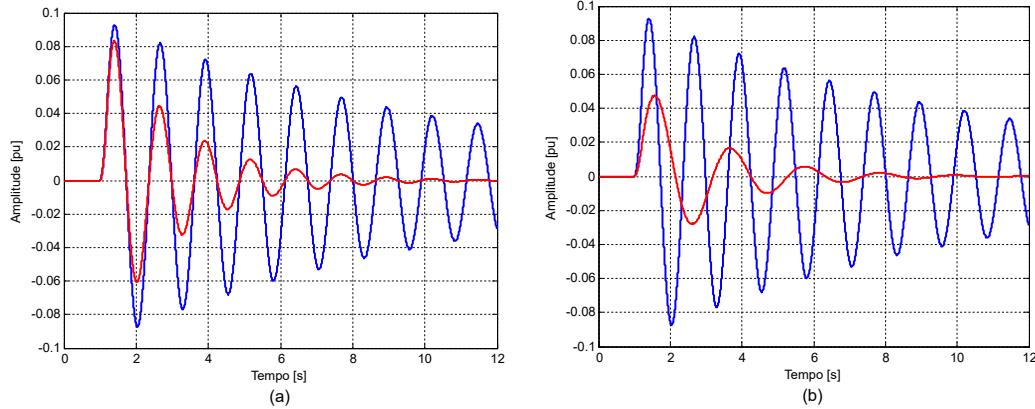


Fonte: Produção do autor.

A frequência natural não amortecida está relacionada com o comportamento dinâmico do sistema. Portanto, caso haja uma alteração de forma significante em seu valor, a resposta dinâmica das variáveis de controle podem apresentar comportamentos totalmente indesejáveis, conforme pode ser observado na Figura 23, onde são apresentados o comportamento do sistema diante de uma pequena perturbação. Na Figura 23 (a) é apresentado o comportamento com (vermelho) e sem (azul) o controlador estabilizador, sendo que neste projeto não há alteração da frequência natural não amortecida. Assim, pode-se observar que ambos os sinais apresentam a mesma frequência de oscilação, a diferença está apenas na intensidade do amortecimento da oscilação. Enquanto na Figura 23 (b) é apresentado o comportamento, onde os polos não foram perfeitamente deslocados transversalmente, alterando, assim, a frequência natural não amortecida do sistema. Como efeito, a resposta dinâmica do sistema apresentou um comportamento diferente do desejado.

No projeto de controladores por alocação radial de polos no plano z, os polos de malha aberta são deslocados radialmente em direção à origem do círculo unitário do

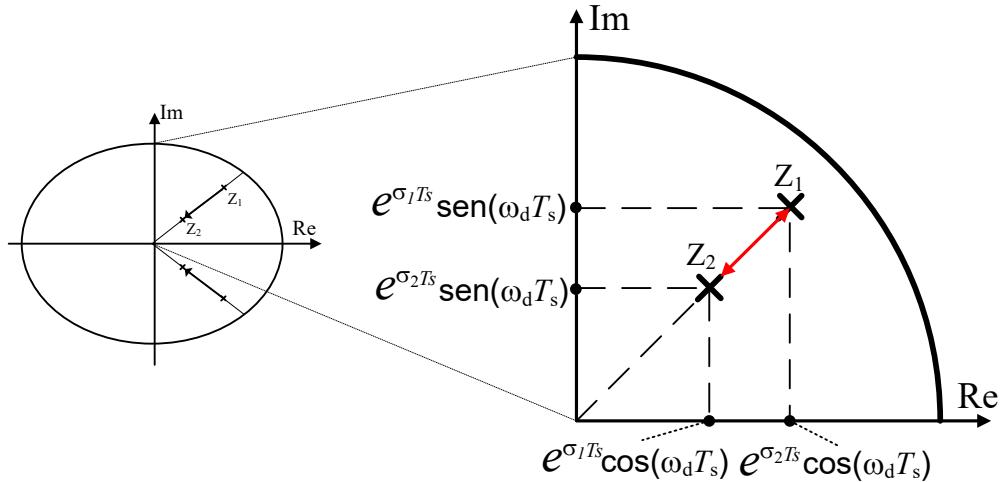
Figura 23 – Resposta do sistema diante de uma pequena perturbação.



Fonte: Produção do autor.

plano z, conforme é apresentado na Figura 24. Isto faz com que a frequência natural não amorteçida do sistema não seja alterada, e o amorteçimento do sistema seja aumentado.

Figura 24 – Deslocamento dos polos de malha aberta via alocação radial de polos.



Fonte: Produção do autor.

Ao observar o deslocamento radial dos polos no plano z, pode-se concluir que há uma relação matemática entre os polos, de tal forma que:

$$\alpha = \frac{z_2}{z_1} = \frac{e^{-\zeta_d \omega_d T_s}}{e^{-\zeta_n \omega_n T_s}}, \quad (4.1)$$

sendo  $\alpha$  definido como um fator de contração linear aplicado aos polos discretos com o objetivo de diminuir seu módulo. Assim, pode-se concluir que o fator de contração é uma relação entre a posição do polo original e a posição do polo desejado. Portanto, seu valor pode ser determinado por:

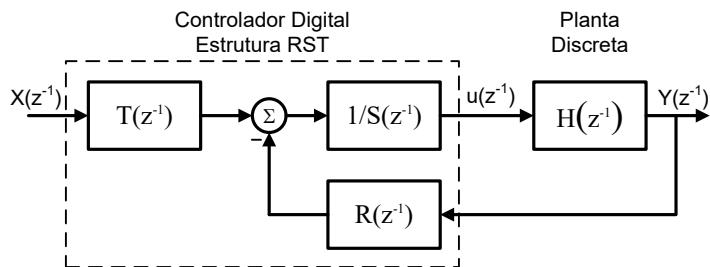
$$\alpha = e^{-(\zeta_d - \zeta_n) \omega_n T_s}, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (4.2)$$

onde  $\zeta_n$  e  $\zeta_d$  são o coeficiente de amorteçimento dos polos originais e desejados, respectivamente. O valor do coeficiente de amorteçimento desejado é especificado pelo projetista.

## 4.2 PROJETO DO ESTABILIZADOR POR ALOCAÇÃO RADIAL DE POLOS

Na Figura 25, é apresentado o diagrama de blocos de um sistema de controle digital com a estrutura canônica RST. Esta estrutura permite o projeto de controladores digitais com a técnica de alocação polinomial de polos com a vantagem de ter dois graus de liberdade, podendo desacoplar o rastreamento da regulação do sinal de referência. Esta técnica foi selecionada devido a facilidade de sintonia de controladores, por alocação polinomial de polos, para sistemas lineares e estáveis sem restrições quanto a ordem da planta (LANDAU; ZITO, 2006).

Figura 25 – Diagrama de bloco de um sistema de controle digital.



Fonte: Produção do autor.

O modelo de uma planta discretizada deve obedecer à seguinte função de transferência

$$H(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})}{A(z^{-1})}, \quad (4.3)$$

onde  $d$  representa o atraso de tempo medido em múltiplos inteiros do período de amostragem e os polinômios da planta devem ser expressos nas seguintes formas canônicas

$$B(z^{-1}) = b_1z^{-1} + \dots + b_{nB}z^{-nB}, \quad (4.4)$$

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + \dots + a_{nA}z^{-nA}, \quad (4.5)$$

Os polinômios do controlador devem ser expressos nas seguintes formas canônicas

$$R(z^{-1}) = r_0 + r_1z^{-1} + \dots + r_{nR}z^{-nR}, \quad (4.6)$$

$$S(z^{-1}) = 1 + s_1z^{-1} + \dots + s_{nS}z^{-nS}. \quad (4.7)$$

O polinômio  $T(z^{-1})$  pode ser selecionado de duas formas, conforme o grau de liberdade desejado para o sistema em malha fechada.

$$T(z^{-1}) = R(z^{-1}) \quad ou \quad R(1). \quad (4.8)$$

A seleção do polinômio  $T(z^{-1})$  é realizada a partir da análise da ação de controle do sistema ilustrado pela Figura 25.

$$u(z^{-1}) = \underbrace{\frac{T(z^{-1})x(z^{-1})}{S(z^{-1})}}_{rastreamento} - \underbrace{\frac{R(z^{-1})y(z^{-1})}{S(z^{-1})}}_{regulação} \quad (4.9)$$

Desta forma, pode-se observar que ao selecionar  $T(z^{-1}) = R(z^{-1})$  é acrescentado zeros próximos dos polos característicos de malha fechada. Estes zeros descaracterizam as especificações pré-determinadas para os polos dominantes. Por outro lado, caso seja selecionado  $T(z^{-1}) = R(1)$ , não serão adicionados zeros próximos aos polos dominantes do sistema em malha fechada.

Os graus dos polinômios  $R(z^{-1})$  e  $S(z^{-1})$  devem atender às seguintes restrições

$$n_R = n_A - 1, \quad (4.10)$$

$$n_S = n_B + d - 1. \quad (4.11)$$

A solução deste sistema de controle linear e invariante no tempo é baseada na solução da Equação de Diofantina, dada por

$$Mx = P, \quad (4.12)$$

sendo  $M$  a matriz de Sylvester associada aos coeficientes dos polinômios da planta  $H(z^{-1})$ . Assim, com base em (4.13), apenas é possível obter uma solução e determinar os parâmetros do controlador, representado pelo vetor  $x$ , se a matriz  $M$  for não-singular. A matriz  $M$  será sempre singular se os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  forem co-primos. Desta forma, uma condição necessária para a determinação dos parâmetros do controlador, utilizando este método de sintonia, é o cancelamento prévio dos polos e zeros iguais e estáveis entre os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$ .

O vetor  $P$  está associado aos coeficientes do polinômio característico de malha fechada, de acordo com o diagrama de bloco ilustrado pela Figura 25. Neste caso, a função de transferência de malha fechada é dada por

$$H_{MF}(z^{-1}) = \frac{z^{-d}B(z^{-1})T(z^{-1})}{S(z^{-1})A(z^{-1}) + R(z^{-1})B(z^{-1})}, \quad (4.13)$$

e o polinômio  $P$  é dado por

$$P(z^{-1}) = S(z^{-1})A(z^{-1}) + R(z^{-1})B(z^{-1}), \quad (4.14)$$

$$P(z^{-1}) = 1 + p_1z^{-1} + \dots + p_{np}z^{-np}, \quad (4.15)$$

cujo grau do polinômio deve atender a seguinte restrição

$$n_P \leq n_A + n_B + d - 1. \quad (4.16)$$

Neste caso, em particular, o interesse é deslocar radialmente os polos de malha aberta em direção a origem, com o objetivo de aumentar a margem de estabilidade do sistema. O polinômio desejado do polo de malha aberta que deseja-se deslocar radialmente

$D(z^{-1})$  deve ser igual ao polinômio da planta  $A(z^{-1})$  multiplicado pelo fator de contração  $\alpha$  (4.2). De maneira que, o polinômio desejado de malha aberta seja

$$D(z^{-1}) = A(\alpha z^{-1}), \quad (4.17)$$

$$D(z^{-1}) = 1 + a_1 \alpha z^{-1} + \dots + a_{nA} \alpha^{nA} z^{-nA}. \quad (4.18)$$

O vetor  $x$  está associado aos coeficientes do controlador e podem ser determinados segundo a equação matricial (4.19). Os coeficientes  $s_i$  e  $r_i$  são obtidos dos polinômios  $S(z^{-1})$  e  $R(z^{-1})$ , respectivamente. Os vetores  $P$  e  $x$  devem possuir  $n_A + n_B + d$  elementos.

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & b_1 & 0 \\ a_1 & 1 & b_2 & b_1 \\ \vdots & \ddots & a_1 & \vdots & \ddots & b_2 \\ a_{nA} & \vdots & b_{nB} & \vdots \\ 0 & a_{nA} & 0 & b_{nB} \end{bmatrix}}_M \underbrace{\begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_{nS} \\ r_1 \\ \vdots \\ r_{nr} \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} a_1(\alpha - 1) \\ a_2(\alpha^2 - 1) \\ \vdots \\ a_{nA}(\alpha^{nA} - 1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}}_P \quad (4.19)$$

### 4.3 SINTONIA DOS ESTABILIZADORES LOCAIS

Uma vez estimados os modelos lineares locais do sistema, é possível determinar controladores lineares para o sistema (veja Capítulo 3). Nesta seção, será apresentado a sintonia do estabilizador local por alocação radial de polos. Dentre os setes modelos locais estimados no Capítulo 3, serão estimados apenas três estabilizadores para os pontos de operação de 300, 450 e 600rpm.

#### 4.3.1 Determinação das variáveis $\omega_n$ e $\zeta_n$

Para a determinação do fator de contração (4.1) é necessário determinar o coeficiente de amortecimento e a frequência natural do par de polos que se deseja deslocar radialmente. Neste caso, os polos eletromecânicos pouco amortecidos devem ter um valor  $\zeta_n$  baixo e uma frequência natural  $\omega_n$  pequena, comparado com os outros polos do modelo estimado. Na Tabela 3, são apresentados os polos do modelo ARX661-450rpm, o módulo, o coeficiente de amortecimento e a frequência natural. Para este modelo, os polos pouco amortecidos que devem ser compensados tem  $\zeta_n = 0,0577$  e  $\omega_n = 35,8 \text{ rad/s}$ .

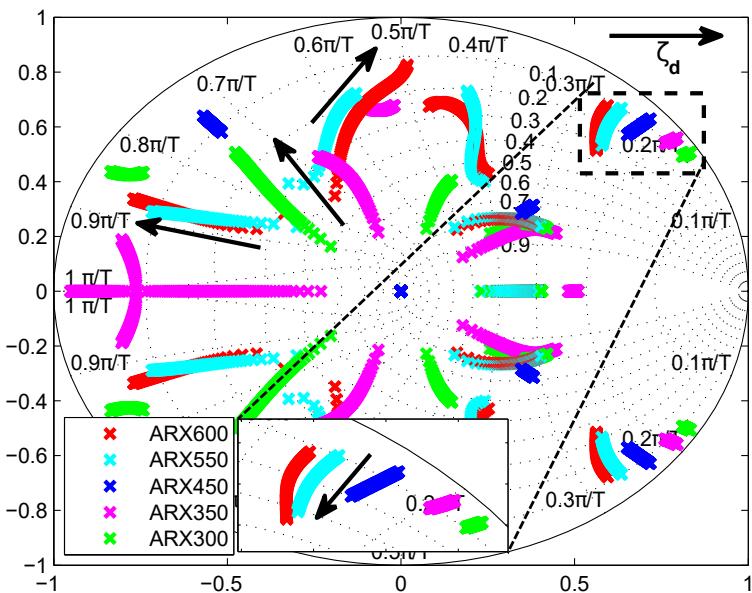
#### 4.3.2 Especificação do coeficiente de amortecimento desejado $\zeta_d$

Para especificar o valor de  $\zeta_d$ , deve-se ter o cuidado para que a ação de controle do estabilizador local não afete outros modos do sistema que não foram identificados pelo modelo estimado ARX. Desta forma, deve-se evitar aumentar de forma demasiada o

Tabela 3 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-450rpm.

polos	modulo	$\zeta_n$	$\omega_n(rad/s)$
0,917 + 0,343i	0,980	0,0577	35,8
0,917 - 0,343i	0,980	0,0577	35,8
0,377 + 0,179i	0,417	0,8920	98,0
0,377 - 0,179i	0,417	0,8920	98,0
-0,377 + 0,879i	0,956	0,0227	198,0
-0,377 - 0,879i	0,956	0,0227	198,0

amortecimento natural do modo em interesse. Na Figura 26, são apresentados os polos de malha fechada do sistema, obtidos a partir de um estabilizador local atuando nos diversos pontos de operação identificados no Capítulo 3. O estabilizador local utilizado foi projetado utilizando o modelo local ARX661-450rpm. Este estabilizador será chamado de EST-Local-450rpm. Nesta figura, são apresentados, para cada ponto de operação testado, a variação dos polos de malha fechada em função do coeficiente de amortecimento  $\zeta_d$  especificado para o projeto do estabilizador local. Neste caso, foi realizado uma varredura de  $\zeta_d$  no intervalo de 0,005 a 0,3. Devido a isto, pode-se observar que alguns pontos de operação perdem estabilidade com o aumento do valor de  $\zeta_d$  (valores próximos de 0,3), alguns polos tendem a ficar fora do círculo unitário.

Figura 26 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de  $\zeta_d$  usando o EST-Local-450rpm.

300rpm) e 600rpm (EST-local-600rpm). Os polos de malha aberta destes pontos são apresentados, respectivamente, nas Tabelas 4 e 5:

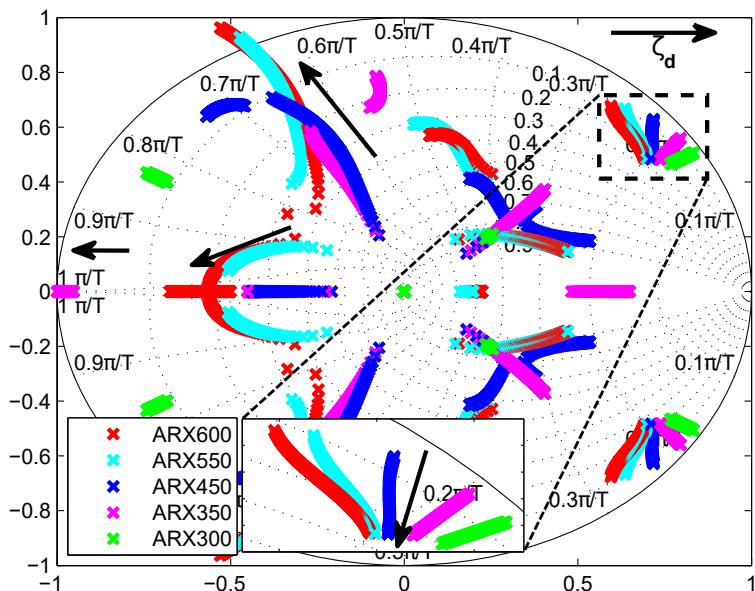
Tabela 4 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-300rpm.

polos	modulo	$\zeta_n$	$\omega_n(rad/s)$
0,872 + 3,860i	0,954	0,1133	41,9
0,872 - 3,860i	0,954	0,1133	41,9
0,368 + 0,315i	0,484	0,7150	101,0
0,368 + 0,315i	0,484	0,7150	101,0
-0,645 + 0,482i	0,805	0,0863	251,0
-0,645 + 0,482i	0,805	0,0863	251,0

Tabela 5 – Polos de malha aberta do modelo ARX661-600rpm.

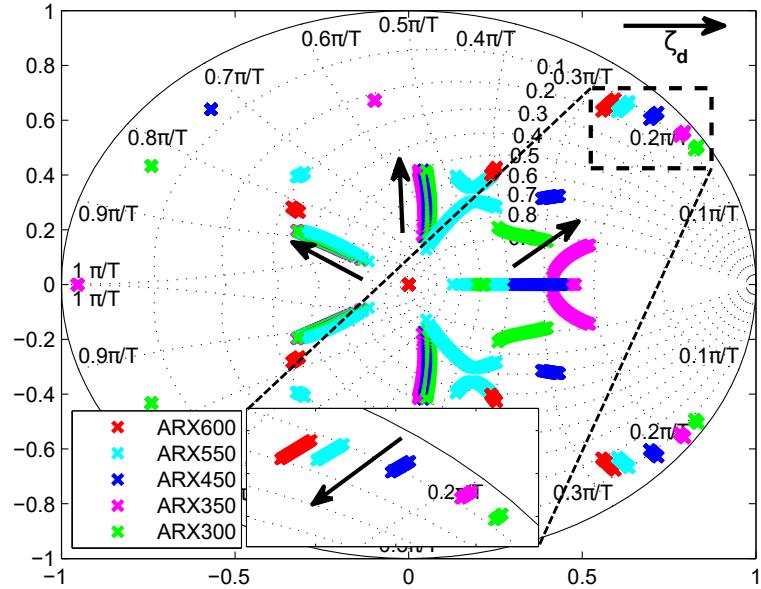
polos	modulo	$\zeta_n$	$\omega_n(rad/s)$
0,957 + 0,268i	0,994	0,0214	27,3
0,957 - 0,268i	0,994	0,0214	27,3
0,234 + 0,835i	0,867	0,0109	131,0
0,234 + 0,835i	0,867	0,0109	131,0
-0,334 + 0,568i	0,659	0,1950	214,0
-0,334 + 0,568i	0,659	0,1950	214,0

Figura 27 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de  $\zeta_d$  usando o EST-Local-300rpm.



Fonte: Produção do autor.

Figura 28 – Mapa de polos de malha fechada para uma variação de  $\zeta_d$  usando o EST-Local-600rpm.



Fonte: Produção do autor.

Nas Figuras 27 e 28, são apresentados o deslocamento dos polos de malha fechada em função do coeficiente de amortecimento desejado  $\zeta_d$  especificado para os devidos estabilizadores locais. Nestas figuras, é possível, novamente, observar que ao especificar valores muito alto para  $\zeta_d$ , polos de malha fechada se deslocam para fora do círculo unitário, direcionando o sistema para uma instabilidade. Desta forma, para evitar instabilidade com a utilização destes estabilizadores locais, foi especificado para o projeto destes estabilizadores um valor de  $\zeta_d = 0,15$ . Os coeficientes destes estabilizadores locais são apresentados no Apêndice C nas Tabelas 9. A perda de robustez dos estabilizadores será estudado e uma solução será apresentada no Capítulo 6.

#### 4.4 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 4, foi abordada uma metodologia para sintonia de controladores lineares utilizando a técnica de alocação polinomial radial de polos. Esta técnica foi utilizada para sintonizar estabilizadores para operação de motor de indução em baixas frequências. Os estabilizadores mostraram ser eficientes em deslocar os polos pouco amortecidos do sistema. Entretanto, tais estabilizadores se mostram bastante sensíveis às variações paramétricas do sistema. Este problema será abortado e uma solução mais robusta para os estabilizadores serão apresentadas no Capítulo 6.

## 5 IDENTIFICAÇÃO DO MODELO LINEAR LPV

O comportamento dinâmico do motor de indução está continuamente mudando devido a variação de velocidade e carga no sistema. Por esta razão, obter um modelo matemático confiável que represente o comportamento dinâmico não-linear da máquina é altamente complexo. Neste capítulo, será apresentada uma metodologia de identificação paramétrica de modelo discreto do tipo LPV que represente o comportamento dinâmico do motor diante de suas variações de velocidade e carga em baixas velocidades.

### 5.1 MODELO DISCRETO LPV

A representação matemática para modelos ARXs estruturados para representar um sistema LPV é dado por

$$A(\delta, q^{-1})y(q^{-1}) = q^{-d}B(\delta, q^{-1})u(q^{-1}) + v(q^{-1}), \quad (5.1)$$

onde  $u(q^{-1})$  e  $y(q^{-1})$  são, respectivamente, os sinais de entrada e saída do sistema,  $d$  é o atraso de tempo,  $v(q^{-1})$  é o erro de modelagem, o qual é considerado ser ruído branco de média zero.

O parâmetro  $\delta$  representa o vetor de ajuste do modelo LPV. Esse parâmetro é considerado ser um vetor variante no tempo de uma variável exógena que pode ser medido em tempo real. Uma condição necessária, para este parâmetro, é que o mesmo pertença ao semi-plano algébrico

$$\Omega := \{\delta \in \mathbb{R}^n : g_i(\delta) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r\}, \quad (5.2)$$

onde  $g_i(\delta)$  são funções polinomiais parametrizadas em  $\delta$ .

Os coeficientes  $A(\delta, q^{-1})$  e  $B(\delta, q^{-1})$  tem a seguinte forma estruturada

$$A(\delta, q^{-1}) = 1 + a_1(\delta)q^{-1} + \dots + a_{n_A}(\delta)q^{-n_A}, \quad (5.3)$$

$$B(\delta, q^{-1}) = b_1(\delta)q^{-1} + \dots + b_{n_B}(\delta)q^{-n_B}, \quad (5.4)$$

onde  $a_i(\delta)$  e  $b_i(\delta)$  são os parâmetros do modelo que devem ser estimados. Os polinômios dos coeficientes  $a_i(\delta)$  e  $b_i(\delta)$  são definido por

$$a_i(\delta) = a_{i1} + a_{i2}\delta + \dots + a_{iN}\delta^{N-1}, \quad (5.5)$$

$$b_j(\delta) = b_{j1} + b_{j2}\delta + \dots + b_{jN}\delta^{N-1}, \quad (5.6)$$

onde  $N$  representa a ordem do polinômio dos coeficientes  $a_i(\delta)$  e  $b_j(\delta)$ . Observe que, se  $N = 1$ , o método de identificação se torna um algoritmo de mínimos quadrados recursivo (MQR) clássico (3.8-3.16), no qual a variável de ajuste de modelo  $\delta$  é uma constante e o modelo LPV se torna semelhante ao modelo tradicional Linear-Invariável no Tempo (LTI).

O modelo LPV pode ser representado, a partir (5.1)-(5.6), na seguinte forma de regressão linear

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_A 1} & \cdots & a_{n_A N} \\ b_{11} & \cdots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n_B 1} & \cdots & b_{n_B N} \end{bmatrix}, \quad (5.7)$$

onde  $\Theta \in \mathbb{R}^{(n_A+n_B) \times N}$  é a matriz composta de todos os parâmetros do modelo e que devem ser estimados pelo identificador MQR.

A matriz de regressão estendida  $\Psi(k)$ , definida para um determinado instante de tempo discreto  $k$ , é formada pelo pacote de dados de entrada-saída do sistema  $\phi(k)$  e o polinômio da variável de ajuste do modelo LPV  $\pi(k)$ . A matriz  $\Psi(k)$  é definido como

$$\Psi(k) = \phi(k)\pi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_A) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \delta & \cdots & \delta^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Portanto, a partir de (5.7)-(5.8), é possível verificar que o sinal de saída estimado do modelo  $\hat{y}(k)$  pode ser apresentado na forma

$$\hat{y}(k) = \langle \Theta(k), \Psi(k) \rangle, \quad (5.9)$$

onde  $\langle A, B \rangle$  é o produto interno entre as matrizes  $A$  e  $B$ . Este produto é definido como

$$\langle A, B \rangle = \text{traço}(A^T B) = \text{traço}(B^T A), \quad (5.10)$$

onde  $A^T$  e  $B^T$  representa a transposta da matriz  $A$  e  $B$ , respectivamente. Maiores detalhes sobre (5.9) podem ser encontrados em (S., 1989).

## 5.2 IDENTIFICAÇÃO PARAMÉTRICA MODELO LPV

Uma vez que o modelo LPV pode ser representado em uma forma de matriz de regressão linear (5.9), é possível considerar problemas de identificação do tipo mínimos quadrados para identificação paramétrica do sistemas LPV. Em (BAMIEH; GIARRE, 2002b), são apresentados dois métodos de identificação paramétrica para sistema LPV baseados nos algoritmo de mínimos quadrados não-recursivo LMS ("linear mean square") e recursivo RLS ("recursive linear square"). A comprovação matemática e a condição de persistência de excitação para a convergência dos algoritmos são apresentados de forma detalhada em (BAMIEH; GIARRÉ, 2000).

### 5.2.1 Algoritmo de mínimos quadrados não recursivo LMS

Para identificação de sistemas de forma *off-line*, o método LMS é mais apropriado, pois opera com uma quantidade de amostra maior por interação. O estimador LMS pode ser desenvolvido a partir dos seguintes passos:

(i) Determinação da matriz de regressão  $\Psi(k)$

$$\Psi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_A) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \delta & \dots & \delta^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (5.11)$$

Assim, neste passo, deve-se definir os valores das ordens dos polinômios  $A(q^{-1})$  e  $B(q^{-1})$ , a partir de  $n_A$  e  $n_B$ , respectivamente. O valor da ordem dos polinômios dos coeficientes  $a_i$  e  $b_i$  deve ser selecionado neste passo, a partir do valor de  $N$ .

(ii) Determinação do erro de estimativa  $v(k)$

$$v(k) = y(k) - \langle \Theta(k), \Psi_i(k) \rangle \quad (5.12)$$

$$v(k) = y(k) - \text{traço}(\Theta^T(k), \Psi_i(k)) \quad (5.13)$$

(iii) Determinação do passo de integração do estimador  $\Delta\Theta(k)$

$$\Delta\Theta(k) = \alpha v(k) \Psi(k) \quad (5.14)$$

onde  $\alpha$  pode ser considerado como o ganho do estimador. O valor de  $\alpha$  é ajustado arbitrariamente de acordo com a experiência do projetista.

Em termos práticos, o valor selecionado para  $\alpha$  está associado com o conhecimento prévio de  $\Theta(k)$ . Uma vez que para o estimador iniciar é necessário apresentar um valor inicial para  $\Theta(k=0)$ . Desta forma, se a estimativa inicial de  $\Theta(k)$  é pobre, é necessário um valor alto de  $\alpha$ . Caso contrário, pode-se utilizar um valor pequeno. Diante disto, durante o processo de convergência do estimador, é conveniente diminuir o valor de  $\alpha$  quando o erro do estimador for diminuindo. Em (NOGUEIRA et al., 2015), é utilizado o valor de  $\alpha$  como uma função linear em função do tempo discreto

$$\alpha(k) = \alpha_i - (k/N_{loop})(\alpha_i - \alpha_f) \quad (5.15)$$

onde  $N_{loop}$  é o número de integrações desejadas para o estimador,  $k$  é o passo de integração do estimador,  $\alpha_i$  e  $\alpha_f$  são os valores iniciais e finais desejados para  $\alpha$ , respectivamente.

(iv) Determinação da matriz de parâmetro  $\Theta(k)$

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + \Delta\Theta(k) \quad (5.16)$$

Uma vez determinado o valor de  $\Theta(k)$ , deve-se aplicar o modelo estimado em um processo de validação para avaliar sua confiabilidade. Dentre as várias possibilidades de verificação, é utilizado o fator de correlação cruzada  $\mu$  (3.15). Caso o valor de  $\mu$  seja inferior ao valor mínimo especificado, repita o processo de estimação.

### 5.2.2 Algoritmo de mínimos quadrados recursivo RLS

Para identificação de sistema *on-line*, o método RLS é mais apropriado, pois não exige o armazenamento de uma quantidade elevada de dados do sistema. A cada período de amostragem, novas medidas tornam-se disponíveis e são utilizadas para estimar um novo modelo do sistema. O estimador RLS pode ser desenvolvido nos seguintes passos:

(i) Determinação da matriz de regressão  $\Psi(k)$

$$\Psi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_A) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_B) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \delta & \dots & \delta^{N-1} \end{bmatrix}. \quad (5.17)$$

(ii) Determinação do erro de estimação  $v(k)$

$$v(k) = y(k) - \langle \Theta(k), \Psi_i(k) \rangle \quad (5.18)$$

(iii) Determinação do ganho do estimador  $K(k)$

$$K(k) = \frac{P(k-1)\Psi(k)}{1 + \langle \Psi(k), P(k-1)\Psi(k) \rangle} \quad (5.19)$$

(iv) Determinação da matriz de parâmetro  $\Theta(k)$

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + K(k)v(k) \quad (5.20)$$

(v) Determinação da matriz de covariância  $P(k)$

$$P(k) = P(k-1) - K(k)\langle \Psi(k), P(k-1) \rangle. \quad (5.21)$$

Para a operação do estimador RLS, é necessário iniciar o estimador com valores iniciais de  $\Theta(k=0)$  e  $P(k=0)$ . A regra de seleção desses valores iniciais é semelhante ao valor de  $\alpha(k)$  apresentado no estimador LMS. Desta forma, é utilizado para a matriz de covariância  $P(k)$  a seguinte relação

$$P(k) = P_i - (k/N_{loop})(P_i - P_f) \quad (5.22)$$

onde  $P_i$  e  $P_f$  são os valores iniciais e finais, respectivamente, desejados para a matriz de covariância  $P(k)$ .

### 5.2.3 Condição de persistência de excitação

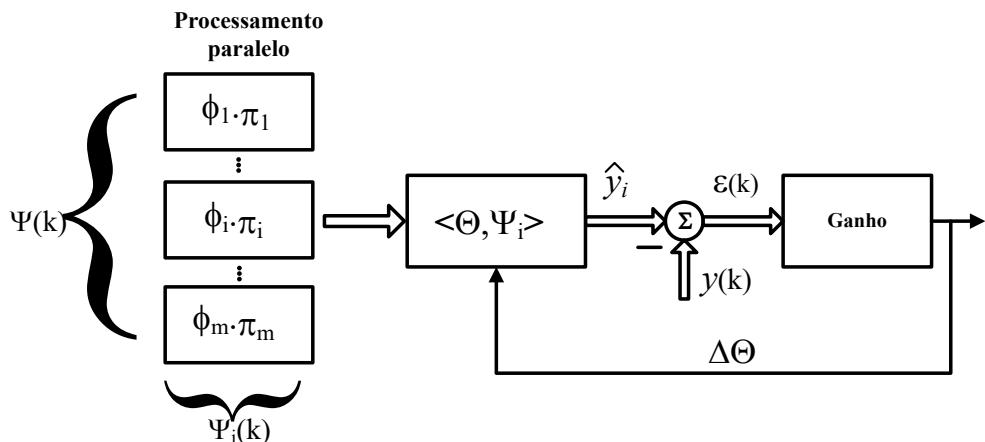
Para a convergência do algoritmo de identificação, é necessário que os dados de entrada e saída  $\phi(k)$ , utilizados no estimador, satisfaçam determinadas condições de persistência. Em (BAMIEH; GIARRÉ, 2000), são apresentados conceitos matemáticos referentes a estas condições de persistência de excitação para identificação de modelos discretos LPV.

Neste caso, para este trabalho, estas condições de persistência de excitação são garantidas ao utilizar um sinal do tipo ruído branco SBPA para excitar uniformemente a dinâmica do sistema em uma determinada faixa de frequência de interesse. Uma segunda abordagem no método de identificação utilizado, para melhorar a convergência do estimador, é interpolar, de forma paralela, os dados utilizados para identificação do modelo, conforme realizado em (NOGUEIRA et al., 2015). Esta técnica, é chamada de P-LMS (*Parallel Least Mean Square*), mas pode ser aplicada para o método de estimação RLS.

Na Figura 29, é apresentado o diagrama de bloco da estratégia P-LMS/RLS. Esta estratégia consiste em dividir o pacote de dados utilizados para identificação, em  $m$  sub-pacotes de dados. Assim, são determinados  $m$  matrizes de regressão  $\Psi_m(k)$ , que são processadas em paralelo para a determinação da mesma matriz de parâmetros  $\Theta(k)$ . Esta estratégia é equivalente a interpolação de  $m$  modelos locais lineares para formar o modelo LPV. Outra vantagem desta estratégia, é o aumento de vezes que a variável de ajuste  $\delta$ , do modelo LPV, alcança os valores máximo e mínimo durante o processo de identificação do estimador, respeitando, assim, um dos critérios da condição de persistência de excitação apresentado em (BAMIEH; GIARRÉ, 2000).

Diante das modificações da estratégia P-LMS/RLS, são necessárias adaptações na estrutura matemática dos algoritmos de identificação recursivo LMS e RLS, apresentados nas sub-seções (5.2.1) e (5.2.2). A seguir, são apresentados os algoritmos de identificação P-LMS/RLS.

Figura 29 – Diagrama de bloco da estratégia P-LMS ou P-RLS.



Fonte: Produção do autor.

### 5.2.3.1 Algoritmo P-LMS

$$v(k) = y(k) - \sum_{i=1}^m \langle \Theta(k), \Psi_i(k) \rangle \quad (5.23)$$

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + \alpha v(k) \sum_{i=1}^m \Psi_i \quad (5.24)$$

### 5.2.3.2 Algoritmo P-RLS

$$\varepsilon(k) = y(k) - \sum_{i=1}^m \langle \Theta(k), \Psi_i(k) \rangle \quad (5.25)$$

$$K_i(k) = \sum_{i=1}^m \frac{P_i(k-1)\Psi_i(k)}{1 + \langle \Psi_i(k), P_i(k-1)\Psi_i(k) \rangle} \quad (5.26)$$

$$\Theta(k) = \Theta(k-1) + \sum_{i=1}^m K_i \varepsilon_i(k) \quad (5.27)$$

$$P_i(k) = P_i(k-1) - K_i \sum_{i=1}^m \langle \Psi_i(k), P_i(k) \rangle. \quad (5.28)$$

## 5.3 ENSAIOS REALIZADOS EXPERIMENTALMENTE

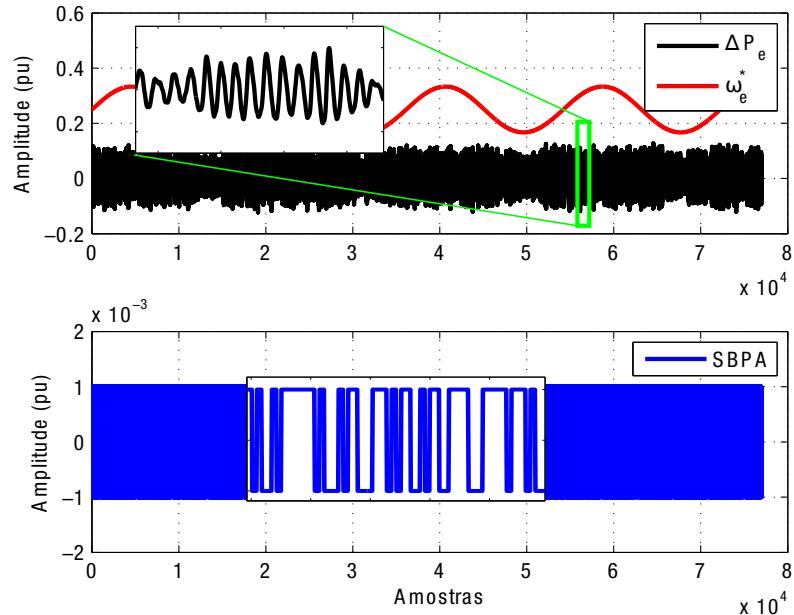
A identificação do modelo LPV é realizada de forma semelhante ao processo utilizado no Capítulo 3 para a identificação dos modelos lineares locais. O sinal SBPA é injetado na referência de velocidade  $\omega_e^*$ , correspondendo ao sinal de entrada  $u(q^{-1})$  apresentado em (5.1). As especificações do sinal SBPA utilizado nesta etapa de identificação são as mesmas que foram utilizadas no processo de identificação dos modelos locais.

### 5.3.1 Aquisição dos dados para identificação do modelo LPV

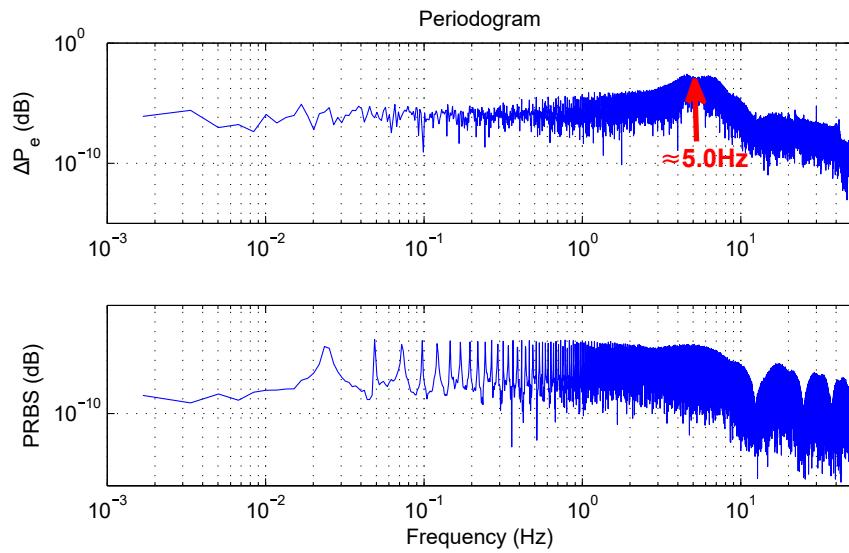
Na Figura 30, são apresentados os dados coletados para a identificação do modelo LPV. Neste caso, a velocidade do motor, que é a variável de ajuste do modelo LPV ( $\delta = \omega_e^*$ ), foi ajustada senoidalmente entre as velocidades de 300rpm e 600rpm. A frequência da senoide, neste ensaio, foi de 3,0 Hz.

A amplitude do sinal SBPA é selecionada para obter um bom compromisso entre a amplitude do sinal  $\Delta P_e$  e seu ruído. Desta forma, é importante observar que a amplitude da oscilação do sinal  $\Delta P_e$  não deve ser tão elevada para prevenir que outros modos de oscilação, não desejados para este estudo, sejam excitados. Na Figura 31, são apresentados os espectros de frequência do sinal  $\Delta P_e$  e SBPA. Diante disto, pode-se observar que o espectro de frequência do sinal  $\Delta P_e$  apresenta seu pico de ressonância próximo da frequência de oscilação do modo eletromecânico de interesse neste sistema.

Figura 30 – Dados coletados para a identificação do modelo LPV.



Fonte: Produção do autor.

Figura 31 – Espectro de frequência dos sinais  $\Delta P_e$  e SBPA para identificação do modelo LPV.

Fonte: Produção do autor.

### 5.3.2 Determinação da ordem do modelo ARX para os modelo LPV

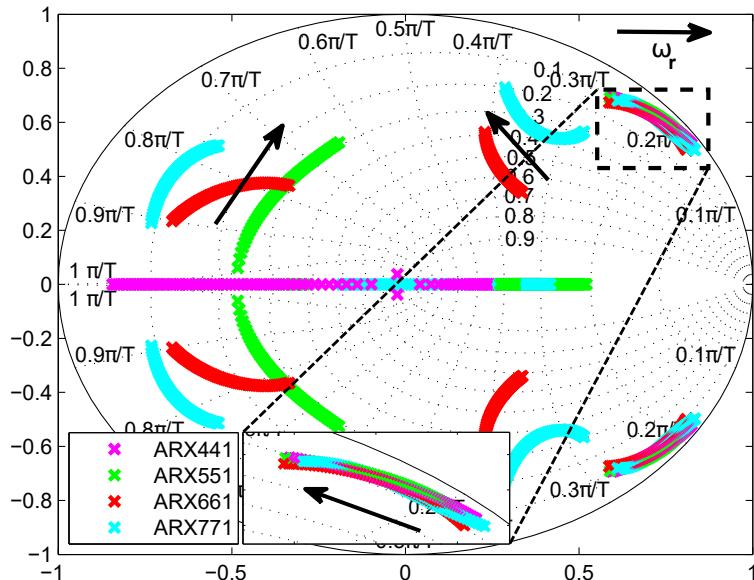
A seleção da ordem do modelo ARX para o modelo LPV é baseado no valor do índice de desempenho  $\mu$  (3.15). O modelo ARX deve ser selecionado buscando o melhor compromisso entre confiabilidade do modelo versus complexidade. Por isto, foram estimados vários modelos LPVs com ordem ARX distintas. Na Tabela 6, é apresentado o valor de  $\mu$  para cada modelo ARX estimado. O modelo ARX661 apresentou melhor índice de desempenho e, portanto, foi selecionado para ser utilizado neste trabalho.

Tabela 6 – Índice de correlação cruzada com relação a ordem do modelo.

Ordem Modelo ARX	Índice $\mu$
4º ordem	0,85
5º ordem	0,88
6º ordem	0,92
7º ordem	0,91

Na Figura 32, são apresentados os polos de malha aberta do modelo LPV para cada ordem ARX estimado. Os polos de malha aberta, que representam a dinâmica eletromecânica, apresentam a mesma trajetória, independente da ordem do modelo selecionado. Tal resultado mostra que os modelos estimados apresentam elevada confiabilidade na representação da dinâmica eletromecânica em estudo. Assim, em caso de necessidade de redução da ordem do modelo por motivo de desempenho do microcontrolador, possivelmente não haveria uma perda elevada no modelo dinâmico do sistema.

Figura 32 – Mapa de polos de malha aberta para modelos LPVs segundo sua ordem ARXs.



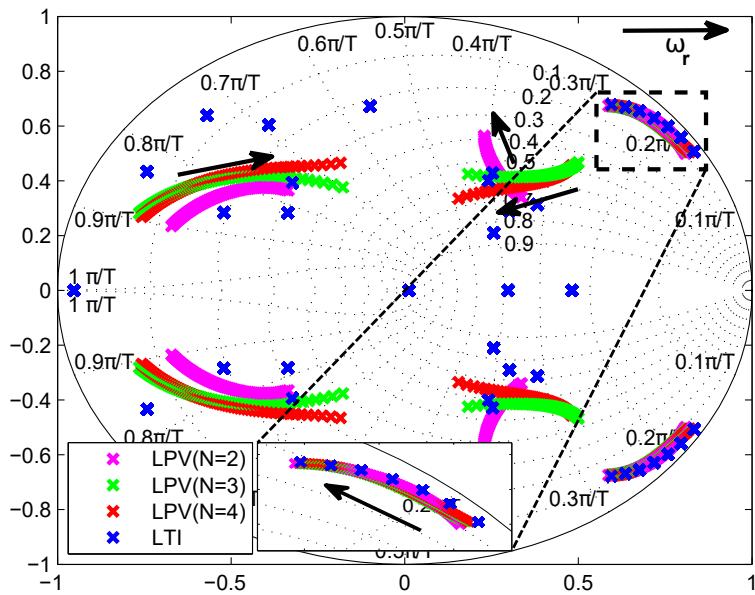
Fonte: Produção do autor.

### 5.3.3 Determinação da ordem dos polinômios $a_i$ e $b_i$

Diante dos dados coletados para a identificação do modelo LPV, é necessário especificar a ordem dos polinômios  $a_i$  e  $b_i$ , conforme apresentado em (5.11). A variável em questão é  $N$ . Diante disto, para poder selecionar o melhor valor para  $N$ , buscando o compromisso de confiabilidade do modelo versus complexidade, foram identificados três modelos LPVs para uma variação de  $N$  de 2 a 4.

Na Figura 33, são apresentados os polos de malha aberta do modelo LPV para a variação de  $N$ . Observe que o deslocamento dos polos em interesse apresentam trajetória semelhante mesmo aumentando a ordem dos polinômios de  $a_i(\theta)$  e  $b_i(\theta)$ . Portanto, por motivo de diminuir a complexidade do modelo LPV, foi selecionado  $N = 2$  para este trabalho. Vale ressaltar, que para esta identificação, apenas a velocidade do motor foi considerada como variável de ajuste do modelo LPV. Neste ensaio, o torque do motor foi mantido constante e igual a 1,0 pu.

Figura 33 – Polos de malha aberta do modelo LPV para uma variação de  $N$ .



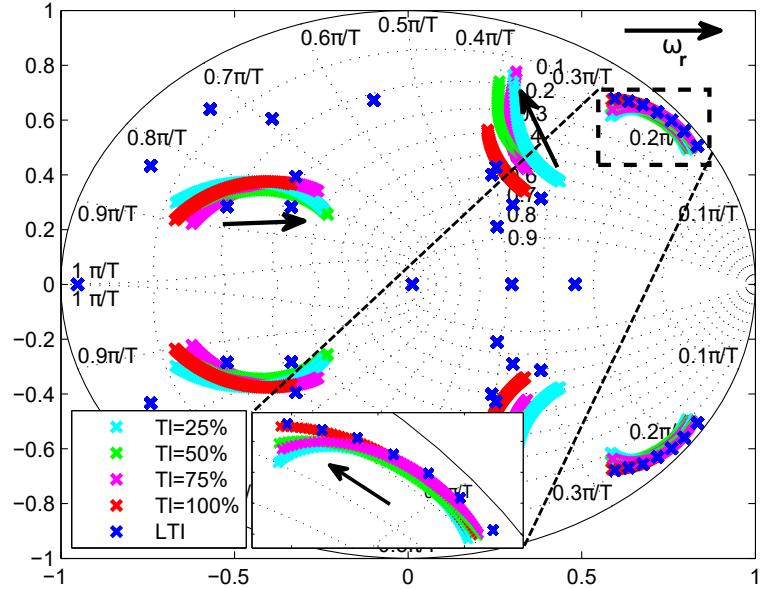
Fonte: Produção do autor.

Os polos de malha aberta do modelo LPV estimado são comparados com os polos de malha aberta dos modelos locais estimados. Esses resultados mostraram que a estabilidade do motor aumenta com a velocidade do rotor, pois aumenta o coeficiente de amortecimento dos polos de malha aberta.

#### 5.3.4 Determinação da variável de ajuste do modelo LPV

Na Figura 34, é apresentada a influência do nível de carga na trajetória dos polos de malha aberta do modelo LPV estimado. Diante disto, é possível analisar que a trajetória dos polos pouco amortecidos não é afetada pela variação do nível de carga do motor. Portanto, para este trabalho, será utilizado apenas a velocidade elétrica do motor  $\omega_e^*$  como variável de ajuste do modelo LPV. Os modelos LPVs estimados foram identificados utilizando  $N = 2$ .

Figura 34 – Polos de malha aberta do modelo LPV considerando a influência do nível de carga  $T_l$ .

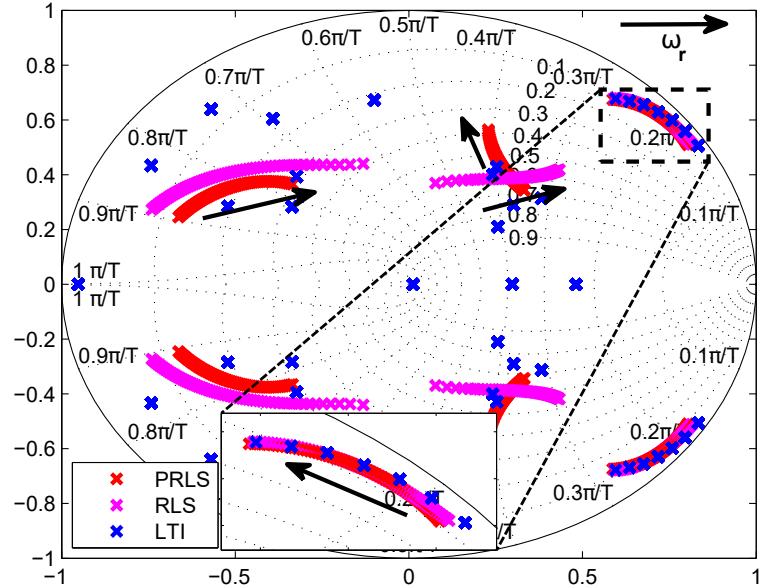


Fonte: Produção do autor.

### 5.3.5 Análise das estratégias de identificação PRLS e RLS

Todos os modelos LPVs apresentados foram estimados utilizando a estratégia PRLS. Na Figura 35, são apresentados os polos de malha aberta dos modelos LPVs estimados utilizando as estratégias RLS e PRLS. Os modelos apresentaram índices de desempenho  $\mu$  0,90 e 0,92, respectivamente. A trajetória dos polos em estudo são basicamente a mesma. Entretanto, durante o processo de identificação foi necessário aproximadamente três vezes o número de passos de integração para a estratégia RLS apresentar o mesmo índice de desempenho referente ao PRLS. Assim, a estratégia PRLS apresenta uma velocidade de convergência maior que o método padrão.

Figura 35 – Polos de malha aberta do modelo LPV considerando a influência do nível de carga  $T_l$ .



Fonte: Produção do autor.

#### 5.4 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 5, foram apresentadas metodologias de identificação paramétrica para modelos LPV baseadas em algoritmos de identificação de mínimos quadrados não-recursivos LMS e recursivo RLS. Foi apresentado uma estratégia para melhorar a convergência do identificador P-LMS e P-RLS. Os métodos foram implementados em ambiente de simulação MatLab, porém os dados utilizados foram obtidos do inversor de frequência. Os modelos LPVs obtidos apresentaram elevada confiabilidade e podem ser utilizados para sintonizar controladores robusto-adaptativo LPV. Este assunto será abordado no Capítulo 6.

## 6 PROJETO DO ESTABILIZADOR LPV

No capítulo 4, foi apresentada a sintonia dos estabilizadores locais, projetados para cada ponto de operação específico. Tais estabilizadores apresentaram desempenho satisfatório nas proximidades do ponto de operação projetado. Entretanto, quando o sistema se afastava deste ponto de operação, os controladores apresentavam uma perda de desempenho diante das variações paramétricas do sistema não-linear. Neste Capítulo 6, será apresentada a sintonia de um estabilizador robusto, frente às variações paramétricas e as incertezas do sistema, e adaptativo conforme o ponto de operação do sistema. O estabilizador será estruturado baseado no modelo LPV e a sintonia dos parâmetros do controlador LPV será realizada a partir da solução de um problema de otimização de LMI.

### 6.1 MODELO DISCRETO DO CONTROLADOR LPV

O modelo discreto do controlador LPV pode ser apresentado na seguinte forma:

$$H(\delta, q^{-1}) = \frac{R(\delta, q^{-1})}{S(\delta, q^{-1})}, \quad (6.1)$$

o qual depende da variável de ajuste  $\delta$ . O objetivo é determinar os coeficientes dos polinômios  $R(\delta)$  e  $S(\delta)$  tal que o sistema em malha fechada seja estável e atenda as especificações de desempenho em malha fechada. Os coeficientes do polinômio  $R(\delta, q^{-1})$  e  $S(\delta, q^{-1})$  tem a seguinte forma estruturada:

$$R(\delta, q^{-1}) = r_1(\delta)q^{-1} + \dots + r_{n_R}(\delta)q^{-n_R}, \quad (6.2)$$

$$S(\delta, q^{-1}) = 1 + s_1(\delta)q^{-1} + \dots + s_{n_S}(\delta)q^{-n_S}, \quad (6.3)$$

onde  $r_i(\delta)$  e  $s_i(\delta)$  são os coeficientes do controlador que devem ser estimados. Os polinômios dos coeficientes  $r_i(\delta)$  e  $s_j(\delta)$  são definidos por

$$r_i(\delta) = r_{i1} + r_{i2}\delta + \dots + r_{iN_c}\delta^{N_c-1}, \quad (6.4)$$

$$s_j(\delta) = s_{j1} + s_{j2}\delta + \dots + s_{jN_c}\delta^{N_c-1}, \quad (6.5)$$

onde  $N_c$  representa a ordem do polinômio dos coeficientes  $r_i(\delta)$  e  $s_j(\delta)$ . Tais coeficientes podem ser apresentados a partir da matriz de regressão linear

$$\Theta_c = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1N_c} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n_R1} & \dots & a_{n_RN_c} \\ s_{11} & \dots & s_{1N_c} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n_S1} & \dots & b_{n_SN_c} \end{bmatrix}. \quad (6.6)$$

## 6.2 PROJETO DO CONTROLADOR LPV

O método utilizado neste trabalho para projetar a matriz  $\Theta_c$  com base em determinadas especificações de robustez e desempenho é encontrado em (GILBERT et al., 2010). A proposta desta abordagem é garantir a estabilidade e as especificações de desempenho em malha fechada a partir da solução de uma LMI.

Para a sintonia do controlador LPV, considere o sistema em malha fechada, representado na seguinte forma estruturada

$$M(\delta, q^{-1}) = \frac{N(\delta, q^{-1})}{D(\delta, q^{-1})} = \frac{R(\delta, q^{-1})B(\delta, q^{-1})}{\underbrace{S(\delta, q^{-1})A(\delta, q^{-1}) + R(\delta, q^{-1})B(\delta, q^{-1})}_P}. \quad (6.7)$$

No projeto deste controlador LPV, é considerado que os polos de malha fechada estarão contidos dentro de um mapa linear representado pela matriz  $F(P)$  (HENRION; M.SEBEK; KUCERA, 2003). A matriz linear é definida por  $F(P) = \Pi_2^T P \Pi_2 - \Pi_1^T P \Pi_1$ , onde as matrizes constantes  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  são definidas da seguinte forma

$$\Pi_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}, \quad \Pi_2 = \begin{bmatrix} 1 & & 0 \\ & \ddots & \vdots \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.8)$$

que assegura que os polos de malha fechada estão contidos no círculo unitário.

O problema de otimização para a sintonia do controlador LPV é formulado a partir de (HENRION, 2013). Neste trabalho, é enunciado que dado um polinômio estável  $C(q^{-1})$ , a função de transferência de malha fechada  $M(\delta, q^{-1})$  é estável e atende restrições de desempenho  $H_\infty$ , se existir uma matriz  $P$  e um escalar  $\lambda > 0$  tal que a matriz LMI

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C^T D(\delta) + D^T(\delta)C - F(P) - \lambda C^T C & N^T(\delta) \\ N(\delta) & \lambda \gamma^2 I_n \end{bmatrix}}_{L(k, \delta)} \geq 0 \quad (6.9)$$

seja atendida. As variáveis de decisão do problema de otimização (parâmetros do controlador, matriz  $P$  e escalar  $\lambda$ ) são compactadas no vetor  $k$ . Assim, a LMI (6.9) pode ser representada pela LMI  $L(k, \delta)$  contida em  $k$  e polinomialmente parametrizada em  $\delta$ . Desta forma, o projeto do controlador LPV ficou restrito em determinar o vetor  $k$  que satisfaça a restrição de positividade da matriz semi-definida (6.9) para todos os valores possíveis da variável  $\delta \in \Omega$ . A LMI proposta inclui restrições de desempenho  $H_\infty$  tal que

$$\|N(\delta, q^{-1})/D(\delta, q^{-1})\|_\infty < \gamma, \quad (6.10)$$

onde  $\gamma$  é uma constante positiva para satisfazer as especificações de desempenho de malha fechada do sistema para toda faixa de variação de  $\delta \in \Omega$ .

Normalmente, a variável de desempenho  $\gamma$  é minimizada automaticamente. No entanto, ela deve ter um determinado valor fixo para a (6.9), já que  $\lambda$  também é uma variável de decisão. O valor de  $\gamma$  adotado para o sistema considerado neste trabalho é 1,5. Este valor foi selecionado por tentativa e erro de acordo com a análise da resposta do sistema.

### 6.2.1 Determinação do polinômio central $C(q^{-1})$

O polinômio estável  $C(q^{-1})$  também é chamado de polinômio central. Ele representa os polos desejados do sistema de malha fechada. No método de sintonia dos controladores LPV, o objetivo é aproximar os polos de malha fechada do modelo LPV para próximo dos polos selecionados para  $C(q^{-1})$ , de modo que o desempenho dinâmico do sistema de malha fechada seja o mais próximo possível da dinâmica especificada em  $C(q^{-1})$ . Desta forma, o comportamento dinâmico desejado para o sistema em malha fechada é especificado através deste polinômio central  $C(q^{-1})$ .

Apresentar uma metodologia única e confiável para à seleção de  $C(q^{-1})$  pode ser uma tarefa difícil, como apresentado em (HENRION; M.SEBEK; KUCERA, 2003). Assim, pode-se comparar esta etapa do projeto à seleção das matrizes  $Q$  e  $R$  no projeto do controle ótimo ou a seleção do coeficiente de amortecimento e ao tempo de acomodação no projeto do controle clássico. Desta forma, para selecionar o polinômio  $C(q^{-1})$  deve-se ter um bom conhecimento do comportamento dinâmico do sistema.

Dentre as possibilidades de especificar as características de desempenho em malha fechada pelo polinômio  $C(q^{-1})$ , está a de determinar um polinômio característico do sistema de malha fechada para uma condição operacional fixa já conhecida (HENRION; M.SEBEK; KUCERA, 2003). Assim, um modelo local do conjunto de modelos LPV identificado no Capítulo 3 pode ser utilizado. Esse modelo local é selecionado para o valor central de  $\delta = 450$  rpm, que corresponde a um sistema de malha aberta em  $G(450, q^{-1})$ , cujos coeficientes podem ser visto no Apêndice D.

Após esta etapa, um controlador local  $R(450, q^{-1})/S(450, q^{-1})$  é ajustado usando o método utilizado no Capítulo 4. Esse controlador local é ajustado para que o sistema de malha fechada apresente um coeficiente de amortecimento desejado próximo de 0,2 no ponto de operação  $\delta = 450$  rpm. Os coeficientes deste controlador podem ser visto no Apêndice D. Assim, o polinômio central  $C(450, q^{-1})$  pode ser determinado como

$$C(450, q^{-1}) = S(450, q^{-1})A(450, q^{-1}) + R(450, q^{-1})B(450, q^{-1}). \quad (6.11)$$

### 6.2.2 Relaxação e solução da PLMI

A LMI  $L(k, \delta)$  é polinomialmente parametrizada em  $\delta$ , a qual deve ser solucionadas para todos os valores possíveis de  $\delta \in \Omega$ . Assim, como  $\Omega$  não é discreto, então,  $L(k, \delta)$  é

semi-infinita. Em outras palavras, existem um número infinito de restrições (uma para cada valor de  $\delta$ ) que devem ser solucionada para um valor finito de variáveis  $k$  e  $P$ . Portanto, a LMI  $L(k, \delta)$  é equivalente a uma família de infinitos LMIs. Esse problema de otimização convexo semi-infinito pode ser resolvido utilizando métodos de relaxação. O método utilizado neste trabalho é baseado na solução apresentada no Teorema 6.2.2 (SCHERER, 2006). Neste Teorema, é provado que existe um vetor  $k$  tal que  $L(k, \delta) > 0$  para todo  $\delta \in \Omega$  se e somente se existir uma matriz polinomial  $M_i(\delta)$  tal que

$$L(k, \delta) = M_0(\delta) + \sum_{i=1}^n g_i(\delta) M_i(\delta). \quad (6.12)$$

onde  $g_i(\delta)$  é um conjunto semi-almóbrico definido por  $\delta \in \Omega$ . Esta metodologia pode ser encontrada na literatura como SOS (*Sum-of-Square*).

*Prova:* A prova pode ser encontrada em (SCHERER, 2006). ■

Com a utilização do método SOS, o problema de otimização para o projeto do controlador LPV é baseado em determinar as variáveis de decisão, compactadas no vetor  $k$ , e as matrizes  $M_i(\delta)$ . Para a solução do problema de otimização, com o método SOS, é utilizado a interface YALMIP (LOFBERG, 2004) no *software* MATLAB. O problema da LMI parametrizada pode ser resolvido com a interface SeDuMi (STURM, 1999).

Uma importante etapa para a solução do problema de otimização apresentado, é a definição dos conjuntos semi-almóbricos  $g_i(\delta)$ , que definem as delimitações dos possíveis valores para a variável  $\delta \in \Omega$ . Neste trabalho, a velocidade síncrona  $\omega_e$  é selecionada como variável de ajuste do modelo LPV ( $\delta = \omega_e^*$ ). As linhas que conectam os valores máximo e mínimo de  $\delta$  são definidos a partir das inequações

$$g_1(\delta) = \delta_{max} - \delta_1 \geq 0 \quad (6.13)$$

$$g_2(\delta) = \delta_1 - \delta_{min} \geq 0 \quad (6.14)$$

onde  $\delta_1 = \omega_e^*$ . Neste trabalho, foram selecionados  $\delta_{max} = 600$  rpm e  $\delta_{min} = 300$  rpm. Os coeficientes do controlador LPV sintonizado são apresentados no Apêndice D.

### 6.2.3 Algoritmo de projeto do estabilizador LPV

A implementação do algoritmo de projeto do estabilizador LPV foi realizada com o auxílio do programa de desenvolvimento MATLAB. Para auxiliar a implementação e solução das matrizes LMIs foram utilizados os *toolboxs*: YALMIP e SeDuMi.

O YALMIP é uma *toolbox* gratuito que pode ser utilizado, em conjunto com o MATLAB, para modelar e solucionar problemas típicos de otimização que estão presentes em sistemas de controle (LOFBERG, 2004). Dentre as diversas funcionalidades desta *toolbox*, está a facilidade de elaborar problemas de programação semi-definida como LMIs. O

YALMIP também tem um módulo para implementação e solução de problemas envolvendo matrizes do tipo SOS. O *toolbox* SeDuMi é utilizado para resolver numericamente as LMIs elaboradas pelo YALMIP.

(i) - Definição dos polinômios  $A(\delta, q^{-1})$  e  $B(\delta, q^{-1})$  do modelo LPV

Após a identificação paramétrica realizada no Capítulo 5, é de conhecimento os dados paramétricos definidos em (5.7) e apresentados na Tabela 10 (Apêndice D). Então, é necessário criar os polinômios  $A(\delta, q^{-1})$  e  $B(\delta, q^{-1})$  e defini-los como variável do tipo *sdpvar*, pois estes polinômios serão variáveis de decisão para o problema de SDP deste sistema. Neste mesmo passo, é necessário definir a variável  $\delta$  como variável do tipo *sdpvar*.

Assim, no final deste passo, as estruturas polinomiais definidas em (5.3)-(5.4) serão do tipo *sdpvar*. A seguir é apresentado, de forma representativa, o algoritmo implementado no MATLAB para a implementação do polinômio  $A(\delta, q^{-1})$ :

```

sdpvar δ;                                for i = 1 : na
A = sdpvar(1, na, 'full');           aδ(i, 1) = a(i, 1);
aδ = sdpvar(na, N, 'full');        for j = 2 : N
for i = 1 : na                      aδ(i, j) = a(i, j) * δ(j-1);
for j = 1 : N                           end
a(i, j) = Θ(i, j);                     A(1, i) = sum(aδ(i, :));
end                                     end
end                                         A(δ) = [1 A];

```

Para a implementação do polinômio  $B(\delta, q^{-1})$ , basta repetir o passo substituindo  $A$  por  $B$ .

(ii) - Definição dos polinômios  $R(\delta, q^{-1})$  e  $S(\delta, q^{-1})$  do controlador LPV

De forma similar ao passo (i), é necessário definir os coeficientes dos polinômios  $R(\delta, q^{-1})$  e  $S(\delta, q^{-1})$  como variável *sdpvar*. Nesta etapa, é necessário definir a ordem do polinômio dos coeficientes, variável  $N_c$ .

A seguir é apresentado, de forma representativa, o algoritmo implementado no MATLAB:

```

r = sdpvar(Nc, nr + 1, 'full');
for i = 1 : nr + 1
for j = 2 : Nc
rδ(i, j) = r(i, j) * δ(j-1);
end
R(δ) = [rδ(i, j)];
end

```

Para a implementação do polinômio  $S(\delta, q^{-1})$ , basta repetir o passo (ii) substituindo  $R$  por  $S$ .

(iii) - Definição dos polinômios  $N(\delta, q^{-1})$  e  $D(\delta, q^{-1})$  do sistema em malha fechada

Assim, tanto os polinômios do controlador quanto os polinômios do sistema já estão definidos como do tipo *sdpvar*. Então, ao determinar os polinômios  $N(\delta, q^{-1})$  e  $D(\delta, q^{-1})$  os mesmos já serão do tipo *sdpvar*:

$$\frac{N(\delta, q^{-1})}{D(\delta, q^{-1})} = \frac{R(\delta, q^{-1})B(\delta, q^{-1})}{\underbrace{S(\delta, q^{-1})A(\delta, q^{-1}) + R(\delta, q^{-1})B(\delta, q^{-1})}_P}. \quad (6.15)$$

(iv) - Definição da matriz  $F(P)$

A matriz  $F(P) = \Pi_2^T P \Pi_2 - \Pi_1^T P \Pi_1$  é formada pelas matrizes  $\Pi_1$  e  $\Pi_2$  (6.8) e pela matriz  $P$  de dimensão  $d \times d$  e do tipo *sdpvar*. Onde,  $d$  é a ordem do polinômio central  $C(q^{-1})$  (6.2.1). A seguir é apresentado, de forma representativa, o algoritmo implementado no MATLAB:

```

d = length(C(q^-1)) - 1;
P = sdpvar(d, d);
Pi1 = [zeros(d, 1) eye(d, d)];
Pi2 = [eye(d, d) zeros(d, 1)];
F(P) = Pi2^T P Pi2 - Pi1^T P Pi1

```

(v) - Definição da matriz LMI robusta -  $L(k, \delta)$

Neste passo, é necessário definir o desempenho do controlador  $H_\infty$ , definido pela variável  $\gamma$ , e criar a constante  $\lambda$  que deve ser do tipo *sdpvar*:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} C^T D(\delta) + D^T(\delta) C - F(P) - \lambda C^T C & N^T(\delta) \\ N(\delta) & \lambda \gamma^2 I_n \end{bmatrix}}_{L(k, \delta)} \geq 0 \quad (6.16)$$

Esta LMI possui como variáveis de decisão os coeficientes dos polinômios do controlador (6.6), a matriz  $P$  e o escalar  $\gamma$ .

(vi) - Relaxação e solução da matriz  $L(k, \delta)$

Para determinar uma solução numérica para a matriz  $L(k, \delta)$  é necessário primeiro

aplicar a relaxação:

$$L(k, \delta) = M_0(\delta) + \sum_{i=1}^n g_i(\delta) M_i(\delta), \quad (6.17)$$

que transformará a matriz robusta  $L(k, \delta)$  em uma matriz do tipo SOS. O módulo SOS da toolbox YALMIP permite manipular e encontrar soluções com restrições SOS. Neste caso, são utilizadas duas principais funções:

$S = sos(L)$  - Define na matriz  $S$  que a matriz  $L$  é SOS;

$H = solvesos(S)$  - Determina uma solução numérica para a restrição  $S$ .

#### 6.2.4 Análise dos polos de malha fechada

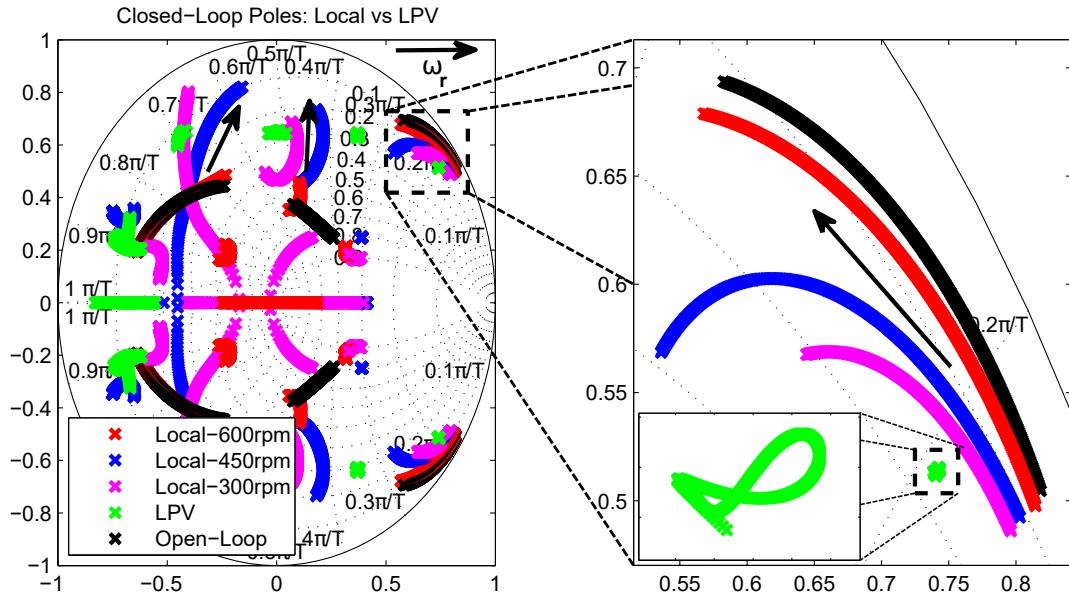
A robustez do controlador LPV projetado é analisada a partir da trajetória dos polos de malha fechada, apresentados no mapa do círculo unitário discreto. Na Figura 36, são apresentados os polos de malha fechada para os controladores locais e para o controlador LPV. Os coeficientes dos controladores locais podem ser vistos no Apêndice B.

Na Figura 36, é possível observar que todos os controladores garantem a estabilidade do sistema em malha fechada, para todas as condições operacionais de  $\delta$ . No entanto, os controladores locais não garantem as especificações de desempenho desejado para o sistema em malha fechada de acordo com a variação de  $\delta$ .

Em um caso especial, o controlador local projetado para  $\delta = 300\text{rpm}$  aumenta o coeficiente de amortecimento para valores maiores que 0,2. Essa ação pode causar instabilidade no sistema porque os polos de alta frequência tendem a deixar o círculo unitário. O controlador local  $\delta = 600\text{rpm}$  tem pouca atuação no amortecimento para a região próximo de 300rpm, pois seus polos de malha fechada pouco alteram a trajetória dos polos de malha aberta. O controlador local  $\delta = 450\text{rpm}$  tem comportamento semelhante ao do controlador local  $\delta = 300\text{rpm}$  na região de operação próximo de 600rpm, podendo apresentar instabilidade devido aos polos de alta frequência.

Em uma visão geral, os controladores locais alcançam o desempenho de malha fechada desejado apenas perto do ponto de operação para o qual foram projetados. Por outro lado, o controlador LPV garante a estabilidade e o desempenho desejado para o sistema em malha fechada para todas as condições operacionais determinadas pela variável de ajuste  $\delta \in \Omega$ . Pode-se observar que os polos dominantes permanecem concentrados em uma região bem definida e bem próxima da região especificada para um coeficiente de amortecimento de 0,2. Os polos de alta frequência também permanecem concentrados em regiões bem próximas, quando comparados com os controladores locais. Assim, não há o risco de instabilidade por deslocamento dos polos para fora da região de estabilidade.

Na Figura 37, são apresentados os polos de malha fechada do sistema utilizando a estratégia apresentada em (LEE W. YAO; LI, 2014). Nesta estratégia, é utilizado,

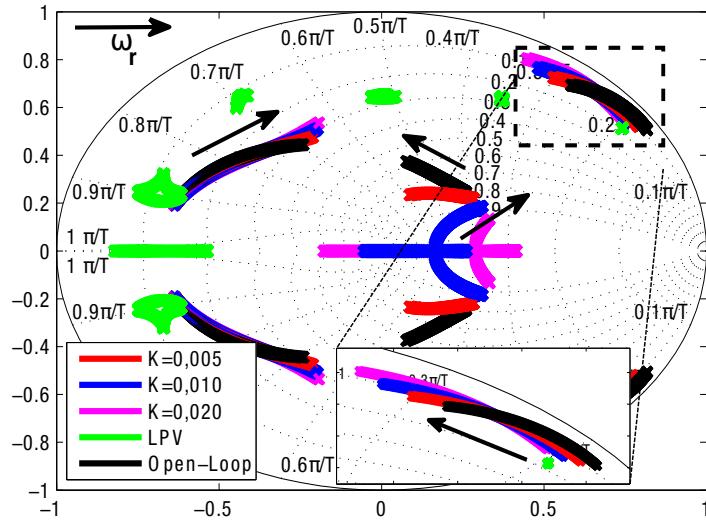
Figura 36 – Polos de malha fechada para a faixa de operação  $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$ .

Fonte: Produção do autor.

como estabilizador, um controlador proporcional constante para toda a faixa de operação necessária. Pode-se observar que devido à baixa robustez deste controlador, os polos de malha fechada não são deslocados para próximo da região de interesse, permanecendo bem dispersos no plano discreto. Para a análise de estabilidade desta abordagem, com relação ao ajuste do ganho proporcional, foram testados três ganhos distintos. Ao aumentar o ganho proporcional, os polos de malha fechada, para a região próxima de 300rpm, tendem a se aproximar da região de interesse de  $\zeta_d = 0,2$ , aumentando a margem de estabilidade do sistema. Entretanto, para a região de operação próxima de 600rpm, ao aumentar o ganho do controlador, os polos de malha fechada se movimentaram em direção a região de instabilidade do círculo unitário. Assim, é observado que ganhos elevados para altas frequências, podem levar o sistema a instabilidade. Uma melhoria para tal metodologia seria adaptar o ganho com o aumento da frequência de operação. Isto poderia atender a questão da instabilidade. Entretanto, a perda de desempenho do controlador diante às variações paramétricas do sistema sempre será uma desvantagem desta estratégia.

Na Figura 38, são apresentados os polos de malha fechada do sistema utilizando a estratégia apresentada em (MA; LIN, 2016). Nesta estratégia, é utilizado, como estabilizador, um controlador PI. Neste modelo, a parte integral do controlador adiciona os polos na origem ( $Z = 1$ , plano discreto). Estes polos na origem tem pouca influência no deslocamento dos polos dominantes e podem apresentar oscilações indesejadas no sistema. A ação integral do controlador é ineficiente para este modelo, pois, na dinâmica do modelo discreto não existe uma dinâmica do tipo degrau para ser regulada ou rastreada. Para esta análise, foram observados o comportamento de três controladores PI com ganhos distintos. Os ganhos do controlador PI3>PI2>PI1, os valores desses ganhos podem ser observados

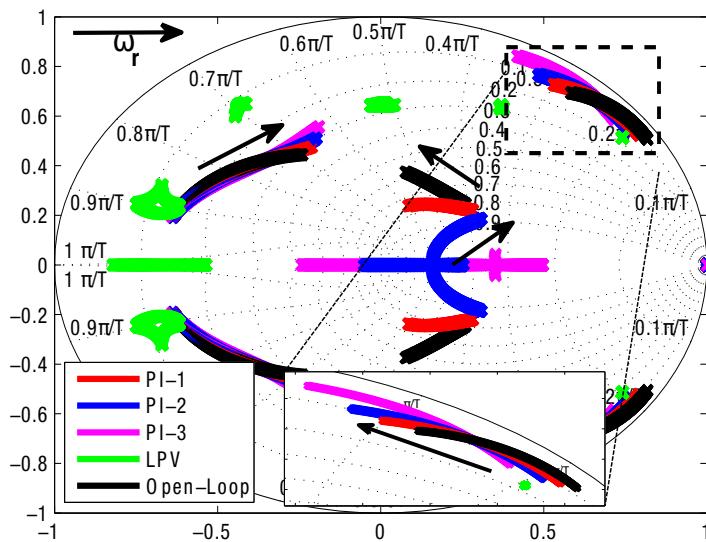
Figura 37 – Polos de malha fechada para a faixa de operação  $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$ . comparando com a estratégia (QIAN; LEE, 2018)



Fonte: Produção do autor.

no Apêndice D, Tabela 11. De forma semelhante ao ocorrido na estratégia (QIAN; LEE, 2018), ao aumentar o ganho do controlador, o sistema tende a instabilidade para a região de operação próxima de 600rpm.

Figura 38 – Polos de malha fechada para a faixa de operação  $\delta = [300\text{rpm}, 600\text{rpm}]$  comparando com a estratégia (MA; LIN, 2016).



Fonte: Produção do autor.

### 6.3 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 6, foi apresentado o método de sintonia do controlador LPV, projetado para amortecer as oscilações eletromecânicas do motor de indução quanto operando em regiões de baixa frequência. O controlador LPV mostrou ser mais robusto que os controladores locais, projetados no Capítulo 4, quando comparado a trajetória dos polos de malha fechada na região do círculo unitário discreto. Os polos de malha fechada do controlador LPV apresentaram pouco deslocamento radial e permaneceram bem próximo da região especificada.

As duas estratégias apresentadas na literatura mostram a falta de robustez de suas propostas frente às variações paramétricas do sistema, não atendendo aos requisitos de desempenho especificado ao projeto. Entretanto, pode-se observar nas Figuras 37 e 38 que o método proposto utilizando o controlador LPV atende os requisitos de desempenho e apresenta robustez superior aos métodos clássicos propostos pela literatura.

## 7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste Capítulo, serão apresentados os testes experimentais realizados em um sistema real de escala reduzida. O teste tem o propósito de avaliar o desempenho dos estabilizadores locais e LPV propostos neste trabalho para o amortecimento das oscilações eletromecânicas, presentes no motor de indução trifásico, quando operando em baixas frequências. Os ensaios serão realizados utilizando distúrbios do tipo pulso na referência de velocidade, degrau de carga e reversão de velocidade.

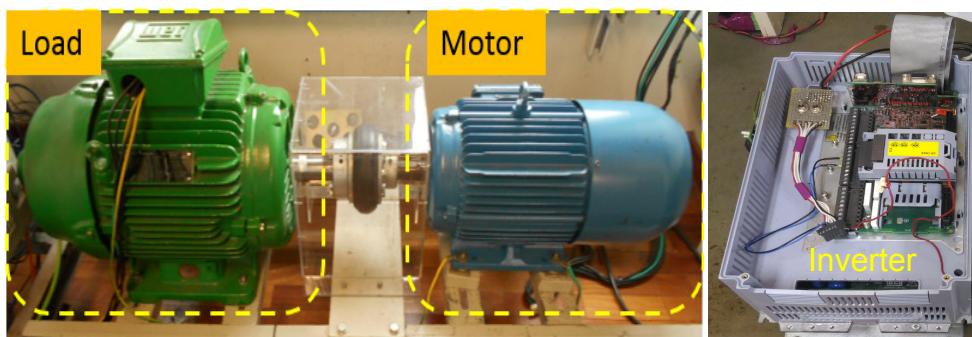
### 7.1 INTRODUÇÃO

Os testes experimentais serão realizados no sistema real apresentado na Figura 39, sendo todos os testes realizados para a faixa de operação abaixo de 600rpm. Assim, quando o ajuste de velocidade está acima de 600rpm, o estabilizador é automaticamente desligado, pois ficou demonstrado, a partir da análise dos polos de malha fechada apresentada no Capítulo 3, que para estas regiões de velocidade não há necessidade de um estabilizador, pois o sistema já apresenta um coeficiente de amortecimento adequado para garantir uma margem de estabilidade segura para a operação do sistema.

### 7.2 SISTEMA DE ESCALA REDUZIDA

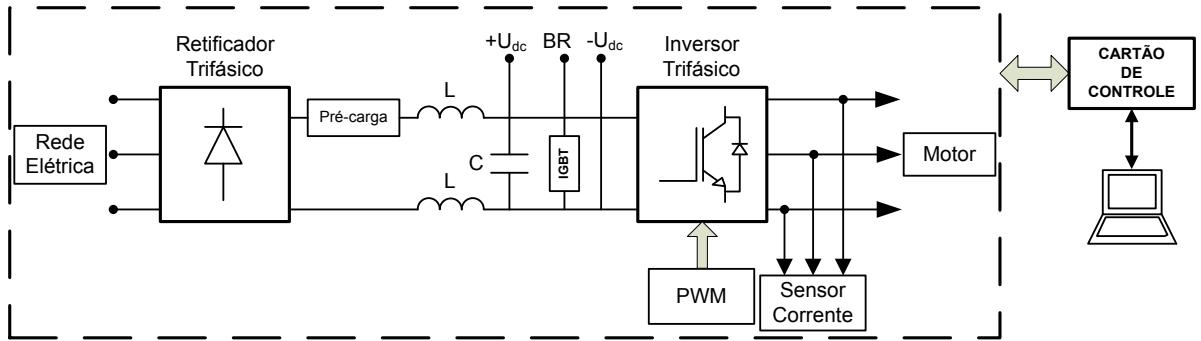
O sistema elétrico utilizado para a realização dos testes experimentais é formado por dois motores de indução acoplados por um acoplador de borracha. Este tipo de sistema é comumente denominado dinamômetro. Este tipo de sistema é ideal para a realização de teste do tipo degrau de carga, reversão de velocidade, partida com carga, etc. Na Figura 39, é apresentado o dinamômetro utilizado neste trabalho. Os motores de indução trifásicos utilizados são fabricados pela empresa WEG e os dados de placa de identificação dos motores podem ser encontrados na Tabela 7.

Figura 39 – Grupo dinamômetro e CFW utilizados para a realização dos testes experimentais.



Fonte: Produção do autor.

Figura 40 – Sistema de potência do teste experimental.



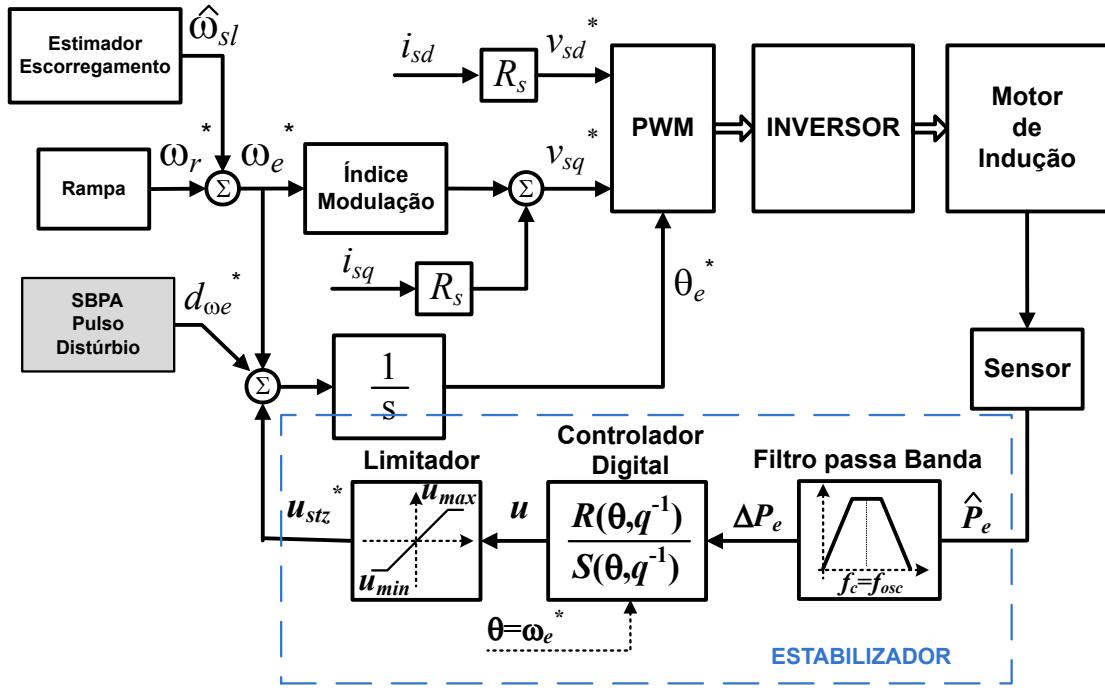
Fonte: Produção do autor.

Tabela 7 – Parâmetros dos motores de indução.

Parâmetro	Unidade	Carga/Motor
Potência	[kW]	30,0/7,5
Velocidade	[rpm]	1750/1630
Tensão	[V]	380
Corrente	[A]	42,0/16,3
Polos	–	4

O *firmware* de controle desenvolvido neste trabalho foi implementado em um inversor trifásico industrial CFW-WEG (WEG, 2018). Na Figura 40, é apresentado, de forma resumida, o sistema de potência do inversor utilizado. A frequência de chaveamento do IGBT é 4,0 kHz. O sistema de potência é conectado a um cartão de controle, responsável por executar todas as rotinas de controle do inversor. Este cartão de controle pode ser conectado a um computador para aquisição de dados. Detalhes maiores sobre o inversor CFW-WEG não podem ser apresentados por razão de segredo industrial. Na Figura 41, é apresentado o sistema de controle do inversor de frequência em conjunto com o diagrama de bloco das malhas de controle utilizadas para a realização dos testes experimentais.

Figura 41 – Sistema de controle do teste experimental.



Fonte: Produção do autor.

## 7.3 TESTES EXPERIMENTAIS

### 7.3.1 Ensaio de resposta ao pulso na referência de velocidade $\omega_e^*$

Os primeiros testes experimentais são realizados aplicando ao sistema uma perturbação do tipo pulso na referência da velocidade síncrona  $\omega_e^*$ , de acordo com a Figura 41. O pulso tem uma amplitude de 0,01pu e duração de 200ms, o que é suficiente para causar uma pequena perturbação no sistema para permitir a análise do desempenho do estabilizador em malha fechada. O desempenho do estabilizador é analisado a partir da dinâmica do sinal de desvio da potência ativa do motor  $\Delta P_e$  e da ação de controle (ou esforço de controle) dos estabilizados  $u_{stz}$ .

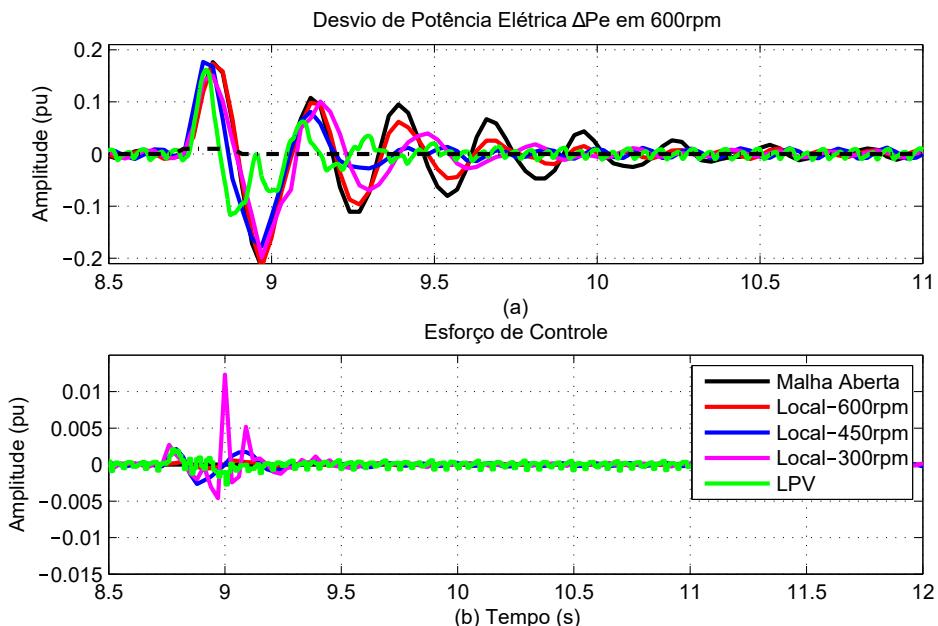
O primeiro teste é realizado operando o motor em uma velocidade de 600rpm. Na Figura 42, são apresentados os resultados obtidos ao utilizar o estabilizador proposto LPV e os estabilizadores locais projetados segundo o Capítulo 4. Na Figura 43, são apresentados os resultados obtidos ao utilizar o estabilizador LPV e o controlador proporcional (LEE W. YAO; LI, 2014) e o controlador PI (QIAN; LEE, 2018).

Na Figura 42, é possível observar um amortecimento eficaz das oscilações eletromecânicas quando comparado com o sistema de malha aberta. A resposta dinâmica está muito próxima de todos os controladores estabilizadores projetados. Os estabilizadores têm um bom desempenho dinâmico neste ponto de operação porque o coeficiente de amortecimento aumenta com a velocidade síncrona, como visto na Figura 21. Devido a isso, um comportamento dinâmico com baixo desempenho não é observado para os estabilizadores

projetados, mas alguns estabilizadores precisam de um esforço de controle extra para compensar a variação paramétrica do sistema, como pode ser visto ao usar o estabilizador local a 300rpm. Esse esforço excessivo de controle significa que os controladores locais estão sendo afetados pela variação paramétrica mais do que o estabilizador robusto LPV.

Na Figura 43, pode-se observar que o comportamento dinâmico da resposta do controlador proporcional e do controlador PI são semelhantes, pois, neste caso, a ação do integrador tem pouco efeito na regulação do sinal, uma vez que o sinal que está sendo regulado não tem dinâmica do tipo degrau. Entretanto, para este caso, o estabilizador LPV apresentou um desempenho dinâmico superior, com uma resposta de compensação maior e com uma ação de controle inferior quando comparado com os dois estabilizadores.

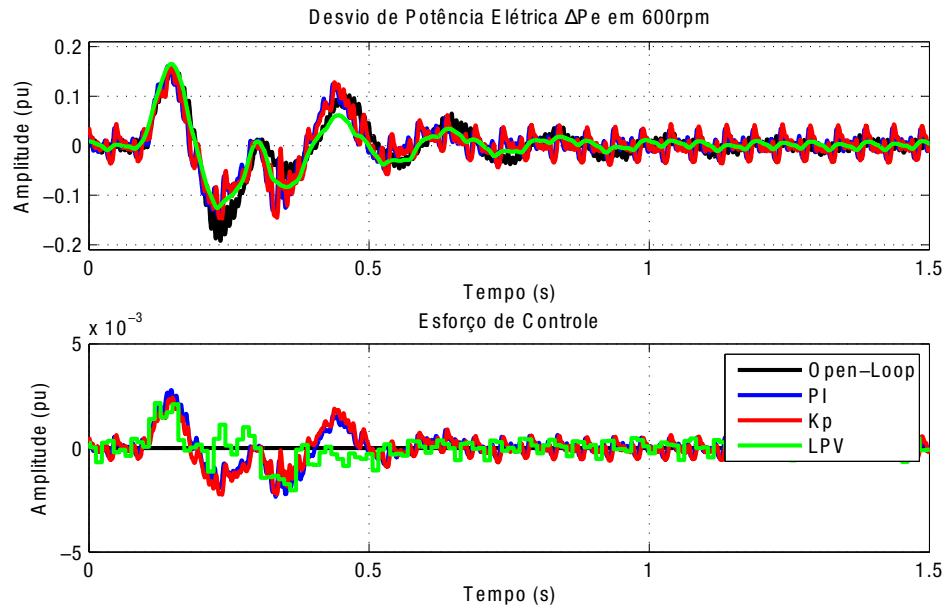
Figura 42 – Resposta a perturbação pulso em 600rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4.



Fonte: Produção do autor.

O segundo teste de resposta ao pulso é realizado a 450rpm. Na Figura 44, é apresentada a resposta para este determinado ponto de operação. Nesse ponto de operação, o coeficiente de amortecimento natural do sistema é menor que o ponto de operação do primeiro teste. Nesse caso, é necessário mais esforço de controle dos estabilizadores. No entanto, observa-se que os estabilizadores locais (600rpm e 300rpm) não mantêm a robustez, mesmo com o aumento de sua ação de controle (Figura 44(b)). Esse efeito mostra que o método usado para projetar os estabilizadores locais tem muita sensibilidade diante da variação paramétrica do sistema. Entretanto, o estabilizador LPV manteve sua robustez mesmo com a variação paramétrica do sistema. De forma semelhante, pode-se observar na Figura 45 que o controlador LPV tem um desempenho dinâmico superior ao controlador proporcional e ao controlador PI, apresentando um desempenho dinâmico superior no

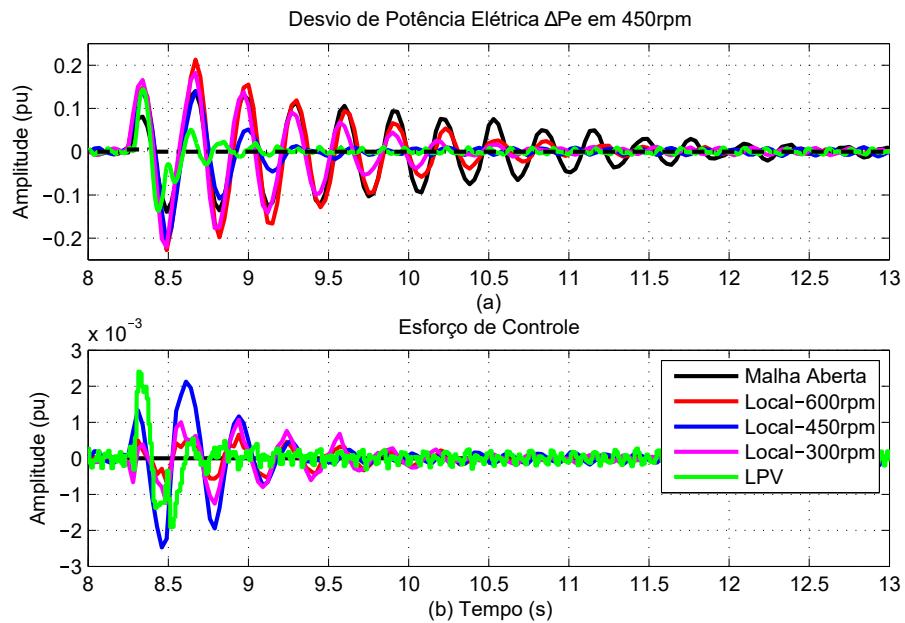
Figura 43 – Resposta a perturbação pulso em 600rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI.



Fonte: Produção do autor.

amortecimento da oscilação eletromecânica  $\Delta P_e$  e com a utilização de uma ação de controle inferior.

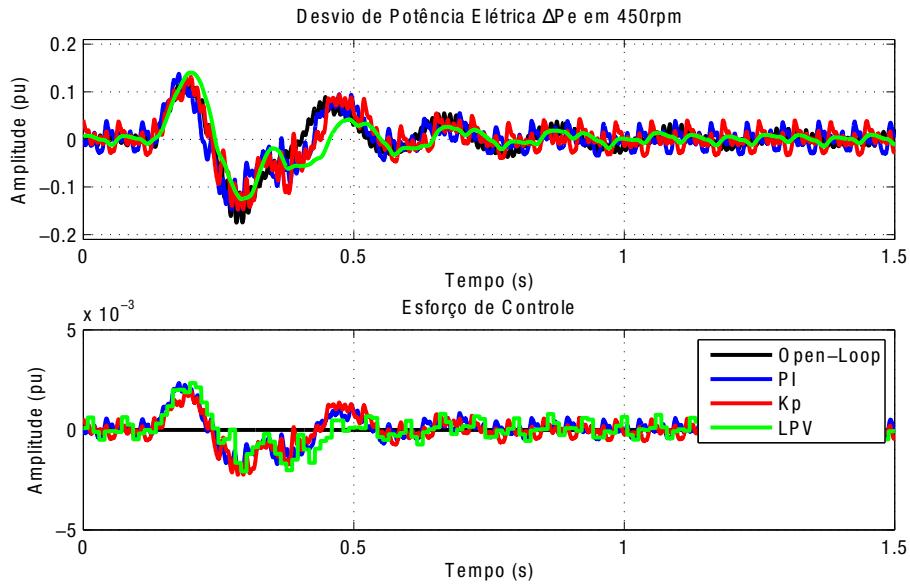
Figura 44 – Resposta a perturbação pulso em 450rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4.



Fonte: Produção do autor.

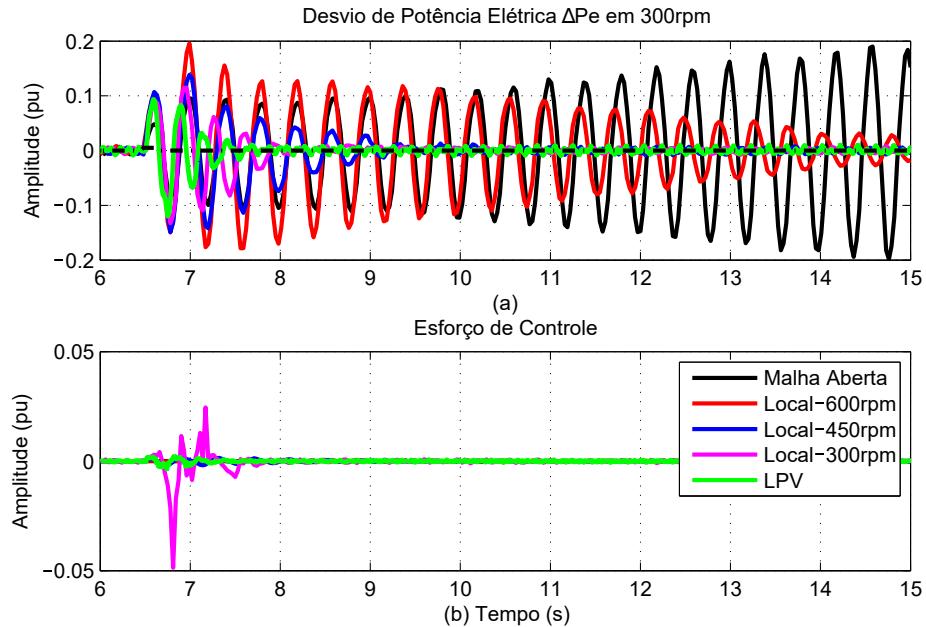
O terceiro teste de resposta ao pulso é realizado a 300rpm e apresentado na Figura 46 (para controladores locais) e na Figura 47 (controlador P e PI). Neste teste,

Figura 45 – Resposta a perturbação pulso em 450rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI.



Fonte: Produção do autor.

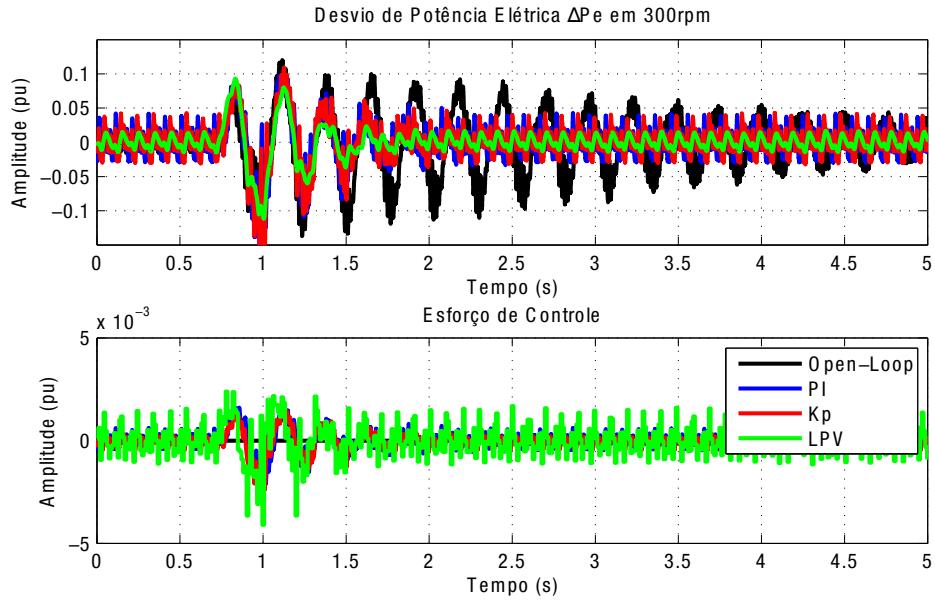
Figura 46 – Resposta a perturbação pulso em 300rpm. Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4.



Fonte: Produção do autor.

o estabilizador local de 600 rpm apresentou um desempenho dinâmico não satisfatório e os outros estabilizadores locais são muito afetados pela variação paramétrica do sistema. No entanto, o estabilizador LPV proposto apresentou um bom desempenho dinâmico e maior robustez em comparação aos estabilizadores locais, ao controlador proporcional e ao controlador PI.

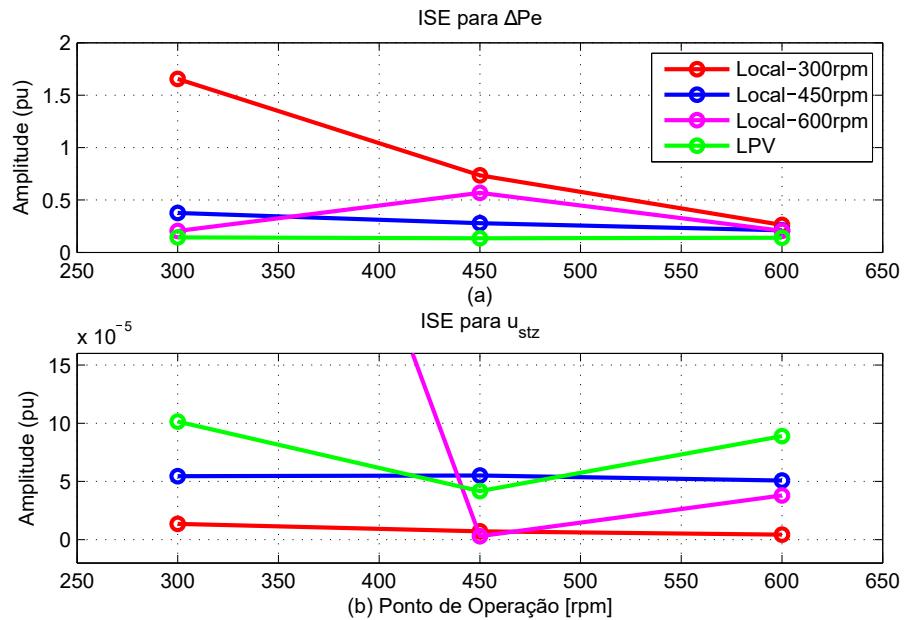
Figura 47 – Resposta a perturbação pulso em 300rpm. Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI.



Fonte: Produção do autor.

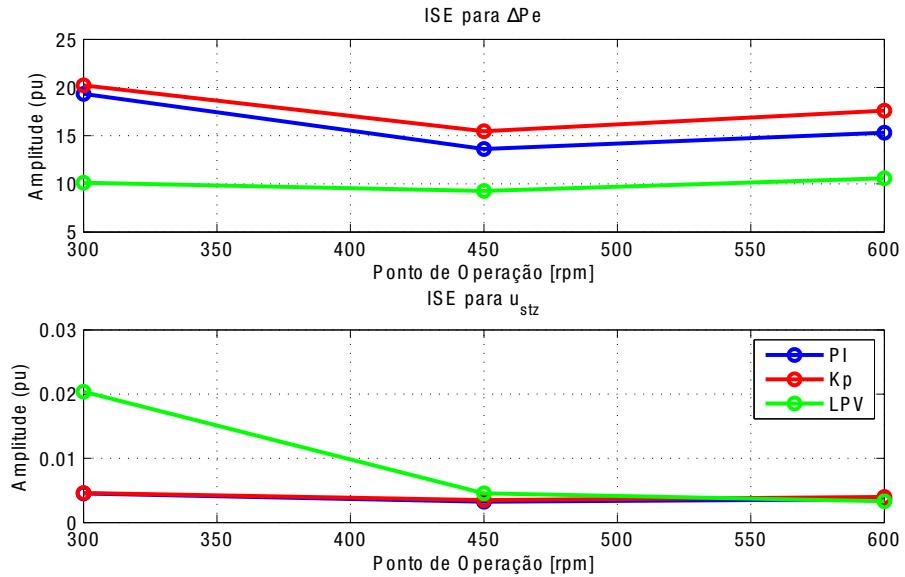
O custo-benefício dos métodos de síntese propostos pode ser avaliado a partir do critério do erro quadrático (*Integral Square Error*-ISE)(SAMBARIYA; MANOHAR, 2015). Na Figura 48 (controladores LPV vs locais) e na Figura 49 (controladores LPV vs P e PI), são apresentados os valores ISE para os sinais  $\Delta P_e$  e  $u_{stz}$  mostrados durante o teste de pulso. Os valores ISE são apresentados para cada ponto de operação realizado nos testes.

Figura 48 – Resultado ISE  $\Delta P_e$  (a) e  $u_{stz}$  (b). Controlador LPV vs controladores locais projetados no Cípítulo 4.



Fonte: Produção do autor.

Figura 49 – Resultado ISE  $\Delta P_e$  (a) e  $u_{stz}$  (b). Controlador LPV vs controladores proporcional e controlador PI.



Fonte: Produção do autor.

Observa-se que em todos os pontos de operação, os valores ISE( $\Delta P_e$ ) para o estabilizador LPV são sempre menores do que para outros estabilizadores em comparação. Portanto, o estabilizador LPV tem melhor desempenho do que os estabilizadores comparados para amortecer as oscilações eletromecânicas no sistema. Os valores ISE( $u_{stz}$ ) mostraram que o estabilizador LPV não precisa de um esforço de controle consideravelmente maior para manter sua robustez durante a perturbação do pulso e a variação paramétrica do sistema.

### 7.3.2 Ensaio de degrau de carga

Na Figura 50, é apresentado o comportamento dinâmico do sinal  $\Delta P_e$ , para uma perturbação do tipo degrau de carga de 0,5pu de amplitude. Durante os testes, foram aplicados vários degraus de carga com amplitudes distintas. Para valores de amplitude maiores de 0,5pu, a resposta de corrente do sistema apresentava picos de correntes elevados na velocidade de 300rpm. Desta forma, para efeito de comparação entre os três pontos de operação (300, 450 e 600rpm), foram apresentados apenas os resultados realizados com 0,5pu de amplitude. Entretanto, vale ressaltar que para outros níveis de carga, os resultados foram semelhantes ao apresentado.

Este teste é considerado como um teste de grande perturbação. Portanto, é importante que os métodos propostos sejam robustos e confiáveis para satisfazer os requisitos de desempenho desejados para o sistema. Neste teste, o distúrbio é constante durante a realização do ensaio, diferente do primeiro ensaio que foi apenas aplicado um sinal do tipo

pulso.

Os resultados mostraram que o estabilizador LPV mantém sua robustez diante desse distúrbio, mesmo com a mudança do ponto de operação do sistema. O sinal  $\Delta P_e$  apresentou um comportamento dinâmico semelhante nos três pontos de operação testados. A amplitude de oscilação do sinal  $\Delta P_e$  foi inferior em relação aos estabilizadores locais. Desta forma, pode-se concluir que a perda de desempenho do estabilizador LPV é quase insignificante diante da variação do ponto de operação. Em vez disso, os estabilizadores locais têm uma perda de desempenho significativa diante das variações paramétricas do sistema, ocorridos devido à mudança de ponto de operação.

### 7.3.3 Ensaio de variação da referência de velocidade $\omega_e^*$

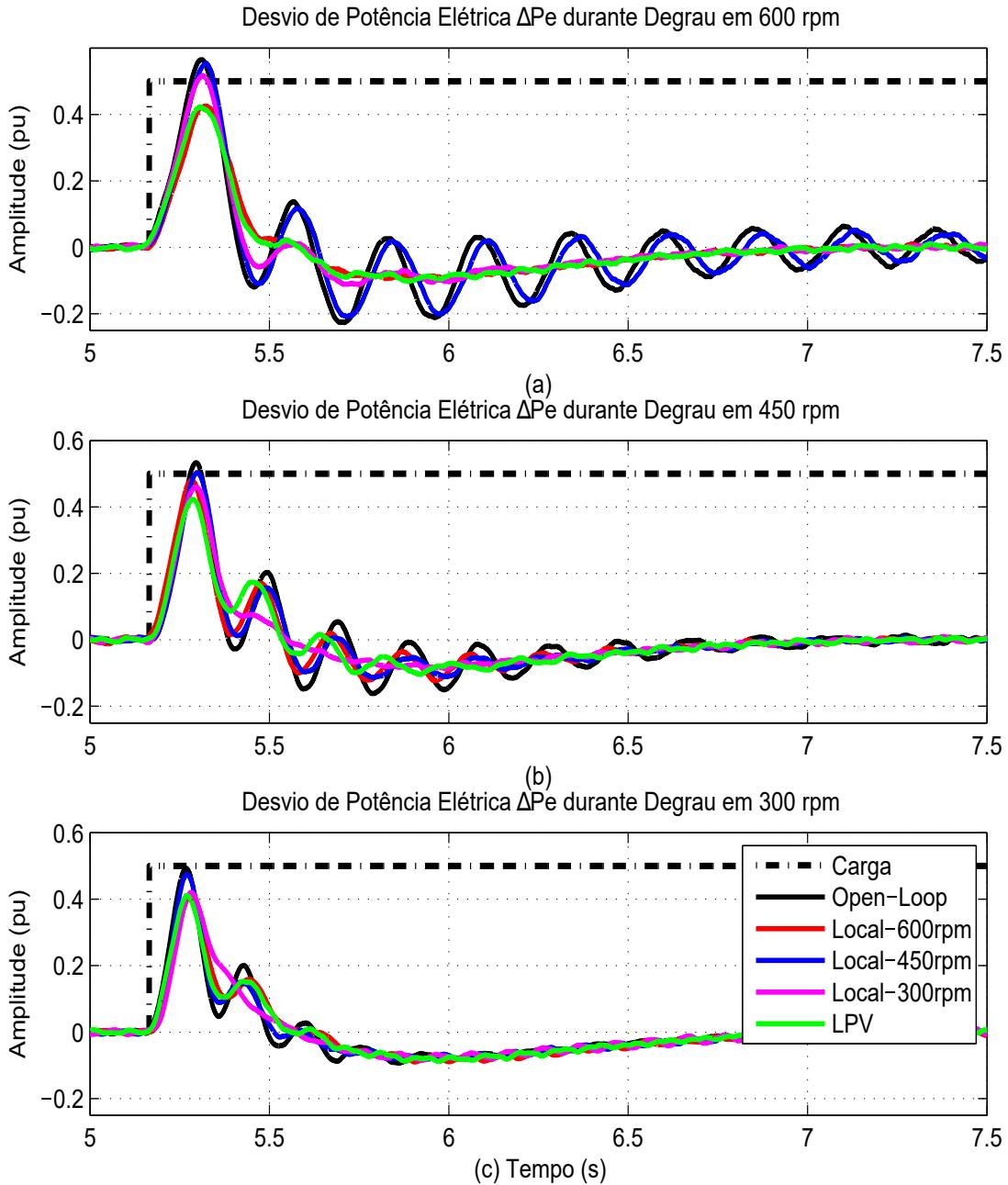
Os testes de variação da referência de velocidade  $\omega_e^*$  são divididos em dois ensaios. No primeiro ensaio, foi realizado uma reversão de velocidade de 600rpm para -600rpm. Na Figura 51, é apresentado o comportamento dinâmico do sinal  $\Delta P_e$  diante da perturbação de reversão de velocidade no sistema. Os tempos das rampas de desaceleração e aceleração, neste ensaio, são iguais a 1,5s. Este tempo foi selecionado observando o comportamento do barramento CC. Para valores de rampa de desaceleração muito pequenos, a regeneração para o barramento CC torna-se elevada, possibilitando falha de sobretensão no barramento CC. Esta regeneração elevada de energia para o barramento CC é presente em sistemas com elevado momento de inércia. Neste caso, o dinamômetro utilizado apresenta elevado momento de inércia. Este efeito é observado para velocidades maiores como de 600rpm, não presente nas velocidades inferiores. Assim, foi selecionado o tempo das rampas de 1,5s para que a rampa de aceleração e desaceleração sejam simétricas.

No segundo ensaio, foi realizado uma perturbação em rampa na referência de velocidade. A referência de velocidade foi ajustada para variar de 300rpm para 600rpm em um tempo de 1,0s. Na Figura 52, é apresentado o teste de variação da rampa de velocidade de 300rpm a 600rpm. Diante do observado, pode-se concluir que o estabilizador LPV apresentou desempenho dinâmico superior em relação aos estabilizadores locais, obtendo uma resposta dinâmica com menor oscilação. Para efeito prático, é de extrema importância que os estabilizadores apresentem desempenho dinâmico satisfatório neste tipo de perturbação, pois, estas perturbações são comuns e frequentes em qualquer operação de sistema real.

### 7.3.4 Ensaio com o compensador de tempo morto desativado

Na Figura 53, é apresentado o comportamento dinâmico do sinal de corrente estatórica sem o estabilizador de corrente. Neste ensaio, o motor está operando a vazio e em 300rpm (10Hz). Este ponto de operação foi selecionado para esta análise, pois, é

Figura 50 – Desvio do sinal de potência ativa durante um degrau de carga em 600rpm (a), 450rpm (b) and 300rpm (c).

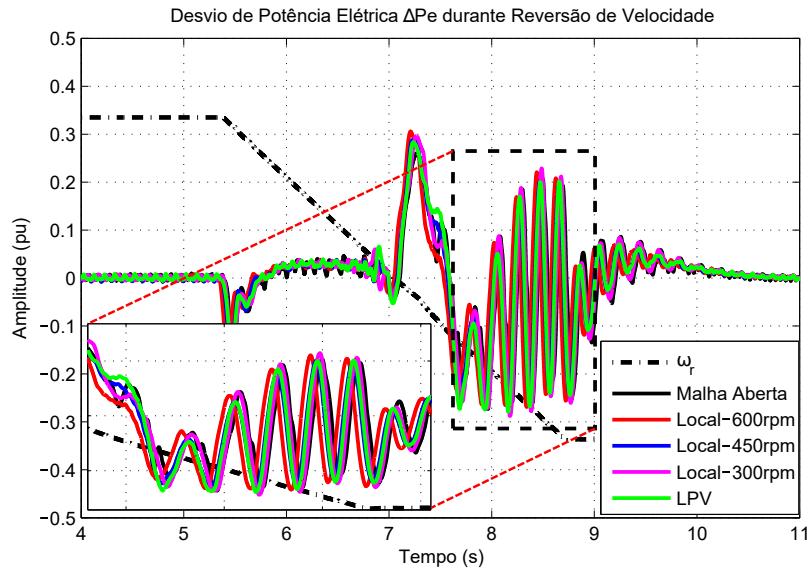


Fonte: Produção do autor.

o ponto de operação com menor coeficiente de amortecimento. Assim, para o estudo e análise deste ensaio, pode-se considerar que é o pior caso para a estabilidade do sistema.

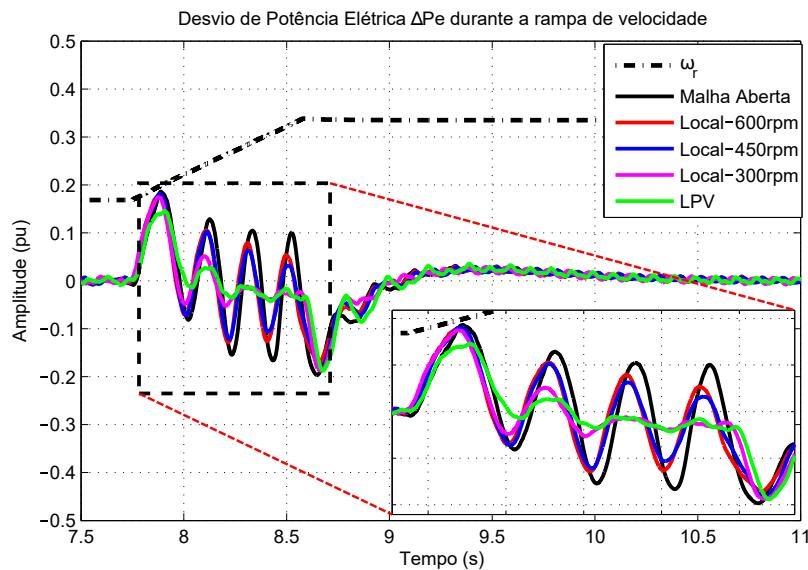
Neste ensaio, pode-se observar duas componentes de baixa frequência próxima de 5,0Hz e 10,0Hz a partir da análise da FFT do sinal de corrente. As distorções do sinal de corrente são causadas pelo baixo amortecimento do sistema nesta faixa de frequência. A amplitude dessas duas componentes de frequência influência diretamente na intensidade da distorção do sinal de corrente do motor. Estas oscilações aumentam quando o compensador

Figura 51 – Desvio do sinal de potência ativa durante uma reversão de velocidade.



Fonte: Produção do autor.

Figura 52 – Desvio do sinal de potência ativa durante uma rampa de velocidade.



Fonte: Produção do autor.

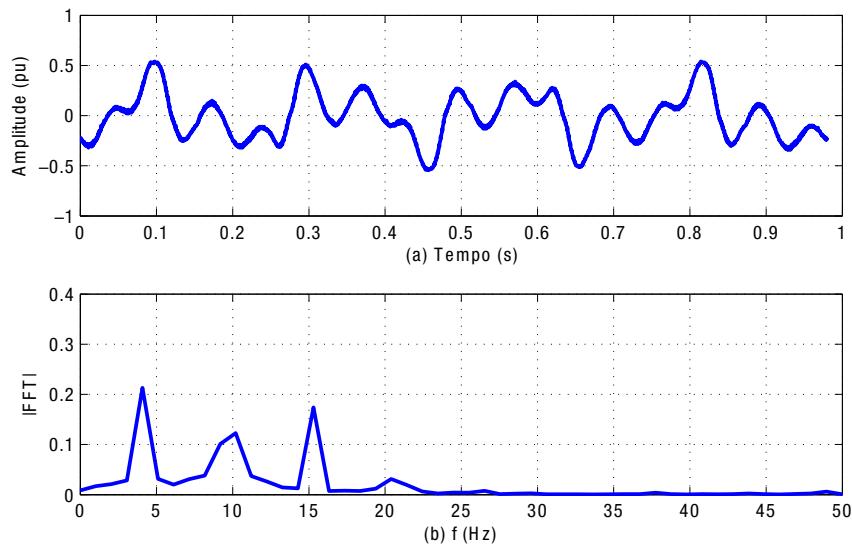
de tempo morto é desligado. Neste caso, quando o compensador de tempo morto é desligado, a referência de tensão imposta ao motor diminui, aumentando, assim, a instabilidade do sistema, que estará operando com fluxo reduzido (MISHRA et al., 2021).

Na Figura 54, é apresentado o mesmo sinal de corrente com a utilização do estabilizador LPV proposto. Neste ensaio, é possível observar que o estabilizador LPV pode aumentar o coeficiente de amortecimento do sistema, aumentando, assim, as margens de estabilidade do sistema. Desta forma, é possível observar que as distorções no sinal de corrente do motor, provocadas pelas oscilações eletromecânicas de baixa frequência (5Hz e 15Hz), são amortecidas pelo estabilizador. Ao analisar o resultado da FFT do sinal de

corrente, pode-se observar que a componente de 5,0Hz e 15,0Hz foram compensadas.

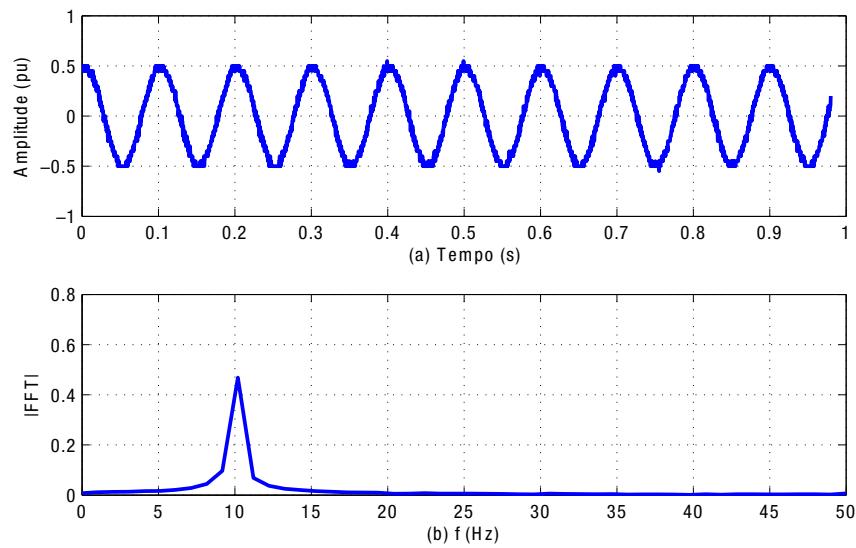
A análise deste ensaio é realizada quando o sistema está em regime permanente. Assim, todos os estabilizadores projetados apresentaram resultados semelhantes, sem diferença significante no comportamento dinâmico do sinal de corrente durante a compensação das oscilações em estado de regime permanente. Por isto, foi apresentado apenas o resultado obtido com o estabilizador LPV proposto neste trabalho.

Figura 53 – Dinâmica do sinal de corrente estatórica em 300rpm sem (a) o estabilizador LPV e o (b) sinal FFT de corrente.



Fonte: Produção do autor.

Figura 54 – Dinâmica do sinal de corrente estatórica em 300rpm com (a) o estabilizador LPV e o (b) sinal FFT de corrente.



Fonte: Produção do autor.

## 7.4 CONCLUSÃO

Neste Capítulo 7, foram apresentados ensaios para avaliação da abordagem de projeto de estabilizador baseada na teoria LPV, que é eficiente no amortecimento de oscilações eletromecânicas em máquinas de indução operando em baixas velocidades. Os testes experimentais realizados para avaliar o desempenho do estabilizador projetado mostraram que os controladores locais são amplamente afetados pela variação paramétrica do sistema e apresentaram um desempenho não satisfatório para um ponto operacional longe do qual foram projetados. Por outro lado, o controlador LPV garantiu a estabilidade e o desempenho dinâmico desejado para todos os pontos de operação do sistema com um esforço de controle aceitável.

## 8 CONCLUSÃO FINAL

Um estudo detalhado da estabilidade do motor de indução, quando acionado com o método de controle escalar, mostrou que o sistema pode apresentar modos instáveis nas regiões de baixa frequência. Estes modos oscilantes são manifestados na presença de oscilações eletromecânicas nas variáveis de estado do sistema. Estas oscilações podem danificar a estrutura mecânica do rotor ou provocar falhas indevidas durante o processo de acionamento da máquina. Assim, mostrou-se a necessidade de adicionar um estabilizador na estrutura de controle para amortecer as oscilações eletromecânicas e garantir a estabilidade do sistema em toda a faixa de operação.

Foram apresentadas duas abordagem de identificação paramétrica de sistemas não lineares referentes ao comportamento dinâmico do motor de indução operando com inversor de frequência em baixa frequência. Os modelos paramétricos, que representam o comportamento dinâmico dos modos pouco amortecidos do motor de indução, são estimados a partir do algoritmo de mínimos quadrados recursivo. A eficiência dos modelos ARX, selecionados a partir dos métodos de estimação e validação dos modelos paramétricos, são analisados a partir das curvas do somatório do erro quadrático, os quais mostraram que o modelo ARX de 6<sup>a</sup> ordem apresenta um bom desempenho e uma boa relação custo – benefício com relação as outras ordens.

A abordagem de identificação paramétrica para modelos LPV baseadas em algoritmos de identificação de mínimos quadrados não-recursivos LMS e recursivo RLS mostrou-se eficiente e superior ao método de idientificação clássico abordado no Capítulo 3. Os métodos foram implementados em ambiente de simulação MatLab, porém os dados utilizados foram obtidos do inversor de frequência. Os modelos LPVs obtidos apresentaram elevada confiabilidade e podem ser utilizados para sintonizar controladores robusto-adaptativo LPV. Esta abortagem de idientificação paramétrica LPV pode com facilidade ser utilizada em outras plantas em sistemas industriais que utilizam inversores de frequência.

Este trabalho apresentou uma abordagem de projeto de estabilizador baseada na teoria LPV que é eficiente no amortecimento de oscilações eletromecânicas em máquinas de indução operando em baixas velocidades. O método de identificação LPV, baseado em um algoritmo de mínimos quadrados recursivo, utilizado para capturar a dinâmica não linear do sistema, se mostra eficiente e viável para ser implementado em sistemas reais. Os testes experimentais realizados para avaliar o desempenho do estabilizador projetado mostraram que os controladores locais são amplamente afetados pela variação paramétrica do sistema e apresentam um desempenho não satisfatório para pontos operacionais distante do qual foram projetados. Por outro lado, o controlador LPV garantiu a estabilidade e o desempenho dinâmico desejado para todos os pontos de operação do sistema em malha fechada com um esforço de controle aceitável.

## 8.1 PESQUISAS FUTURAS

Com o objetivo de contribuir ainda mais na disseminação da técnica de identificação paramétrica e sintonia de controladores utilizando a Teoria LPV, são apresentadas as seguintes sugestões para trabalhos futuros:

- 1.** Estudar e implementar metodologias que estimem valores ótimos para as variáveis do modelo discreto LPV apresentado no Capítulo 5. Neste caso, refere-se a ordem do modelo LPV ( $nA$ ,  $nB$ ) e a ordem dos seus respectivos coeficientes  $N$ . A seleção adequada de tais variáveis contribui diretamente para a precisão do modelo LPV. Nesta tese, estas variáveis foram selecionadas manualmente a partir de observações computacionais;
- 2.** Estudar e implementar metodologias para determinação automática dos ganhos dos estimados LMS e RLS apresentados no Capítulo 5. Neste caso refere-se às variáveis  $\alpha_i$ ,  $\alpha_f$ ,  $P_i$  e  $P_f$ , que nesta tese foram definidos manualmente a partir de exaustivas simulações;
- 3.** Estudar e implementar metodologias para determinação de um polinômio alvo otimizado na sintonia do controlador LPV, apresentado no Capítulo 6. Nesta tese, foi utilizado como polinômio alvo o polinômio central  $C(q^{-1})$ , porém outros polinômios podem apresentar um desempenho dinâmico superior ao central;
- 4.** Sintonia de controladores de corrente e velocidade robustos para aplicações que utilizam controle vetorial com larga faixa de variação de velocidade em sua operação;
- 5.** Estabilização das oscilações ressonantes geradas pelo filtro LC adicionados na saída do drive para aplicações utilizando cabo longo e que necessitam de utilização de controle vetorial *sensorless*.

## REFERÊNCIAS

A.A.BACHNAS et al. A review on data-driven linear parameter varying modeling approaches: A high-purity distillation column case study. *Journal of Process Control*, v. 24, p. 272–285, 2014. Citado na página 25.

AGUIRRE, L. A. Introdução à identificação de sistemas – técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. *Ed. ufmg*, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 41 e 45.

ALI, M.; ABBAS, H. S.; WERNER, H. Mimo controller synthesis for lti and lpv system using input-output models. *IFAC Proceedings*, v. 44, p. 11338–11343, 2011. Citado na página 25.

ALMEIDA, A. de; FERREIRA, F.; BAOMING, G. Beyond induction motors-technology trends to move up efficiency. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 50, n. 3, Jun 2014. Citado na página 19.

A.MUNOZ-GARCIA; T.A.LIPO; D.W.NOVOTNY. A new induction motor open-loop speed control capable of low frequency operation. *IEEE Transactions on Industry Society*, Oct 1997. Citado na página 22.

A.MUNOZ-GARCIA; T.A.LIPO; D.W.NOVOTNY. A new induction motor v/f control method capable of high-performance regulation at low speeds. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 34, n. 4, p. 813–821, July 1998. Citado na página 22.

BAMIEH, B.; GIARRE, L. Identification for linear parameter varying models. *Proceeding of the 38th IEEE Control and Decision Conference*, v. 2, p. 1505–1510, 1999. Citado na página 24.

BAMIEH, B.; GIARRE, L. Identification for linear parameter varying models. *Proceeding of the IFAC System Identification*, v. 2, 2000. Citado na página 24.

BAMIEH, B.; GIARRE, L. Identification for linear parameter varying models. *International Journal of robust and Nonlinear Control*, v. 2, p. 841–853, 2002. Citado na página 24.

BAMIEH, B.; GIARRE, L. Identification of linear parameter varying models. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, v. 12, p. 841–853, 2002. Citado na página 61.

BAMIEH, B.; GIARRÉ, L. Identification for a general class of lpv models. *IFAC Proceedings Volumes*, v. 33, p. 277–282, 12 2000. Citado 2 vezes nas páginas 61 e 64.

BIJAN M. AL-BADRI, P. P. M. G.; ANGERS, P. Induction machine parameter range constraints in genetic algorithm based efficiency estimation techniques. *IEEE Transactions on Industry Applications*, p. 4186–4197, 2018. Citado na página 21.

CHEN, C. et al. Mixed h2/h guaranteed cost control for high speed elevator active guide shoe with parametric uncertainties. *Journal of Mechanics and Industry*, p. 1–2, 2020. Citado na página 21.

COELHO, A. A. R. Identificação de sistemas lineares. *Ed. UFSC*, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 40 e 43.

COSTA, C. A. et al. Enhanced braking control for the induction machine using scalar control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, p. 1–1, 12 2019. Citado na página 22.

CUNHA A. J. ROSSA, J. A. A. G. da; CARDOSO, E. Control of permanent magnet synchronous machines for subsea applications. *2017 Petroleum and Chemical Industry Technical Conference (PCIC)*, v. 5, p. 413–420, 2017. Citado na página 19.

DONG, J. Recursive narx model identification of nonlinear chemical processes with matrix invertibility analysis. *Computer and Chemical Engineering-Elsevier*, v. 121, p. 574–583, 2019. Citado na página 25.

FEDIDA, D. L. V.; QU, R. Rotor slots design based on skin effect to reduce losses in line-start vernier motor. *2019 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, p. 740–744, 2019. Citado na página 19.

GASHTIL V. PICKERT, D. A. D. G. H.; DAHIDAH, M. A case study of real time implementation of extended kalman filter in dual core dsp for the on-line estimation of induction machine parameters. *IEEE 13th International Conference on Compatibility, Power Electronics and Power Engineering (CPE-POWERENG)*, p. 1–7, 2019. Citado na página 21.

GHOSH, D. et al. Optimal identification experiment design for lpv systems using the local approach. *Automatica*, v. 87, p. 258–266, 2018. Citado na página 25.

GIARRE, L. et al. Lpv model identification for gain scheduling control: An application to rotating stall and surge control problem. *Control Engineering Practice*, v. 2, p. 351–361, 2006. Citado na página 24.

GILBERT, W. et al. Polynomial lpv synthesis applied to turbofan engines. *Control Engineering Practice*, v. 18, p. 1077–1083, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 72.

GUHA, A. et al. Theoretical prediction and experimental verification of light-load instability in a 11-kw open-loop induction motor drive. *Sadhana*, v. 42, p. 1263–1273, 2017. Citado na página 23.

GUHA, A.; NARAYANAN, G. Small-signal stability analysis of an open-loop induction motor drive including the effect of inverter dead-time. *IEEE Trans. on Ind. Applications*, v. 52, p. 242–253, 2016. Citado na página 37.

GUHA, A.; NARAYANAN, G. Small-signal stability analysis of an open-loop induction motor drive including the effect of inverter deadtime. *Industry Applications IEEE Trans. on Ind. Appl.*, v. 52, p. 242–253, 2016. Citado na página 23.

HENRION, D. Robust control and linear parameter varying approach. *Lecture notes in Control and Information Sciences*, Springer, v. 437, p. 88–96, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 25 e 72.

HENRION, D.; M.SEBEK; KUCERA, V. Positive polynomials and robust stabilization with fixed-order controllers. *IEEE Trans. Autom. Control*, v. 48, p. 1178–1186, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 72 e 73.

HOROWITZ, P.; HILL, W. The art of electronics. *Cambridge University Press*, 1989. Citado na página 45.

KAZEMI, M. H.; JABALI, M. B. A. State-feedback control of robot manipulators using polytopic lpv modelling with fuzzy-clustering. *Ain Shams Engineering Journal-Elsevier*, v. 9, p. 2841–2848, 2018. Citado na página 24.

KNEZEVIC, B. Z.; BLANUSA, B.; MARCETIC, D. P. A synergistic method for vibration suppression of an elevator mechatronic system. *Journal of Sound and Vibration*, p. 1–2, 2017. Citado na página 22.

KOGA, K.; UEDA, R.; SONODA, T. Constitution of v/f control for reducing the steady-state speed error to zero in induction motor drive system. *IEEE transactions on industry applications*, v. 28, n. 2, p. 463–471, 1992. Citado na página 22.

KOJIMA K. HIRABAYASHI, Y. K. E. C. E. M.; T.KAWABATA. Novel vector control system using deadbeat-controlled pwm inverter with output lc filter. *IEEE Transaction on Industrial Application*, v. 40, p. 162–169, 2004. Citado na página 20.

KUNDUR, P.; BALU, N.; LAUBY, M. Power system stability and control. *Mcgraw-Hill Professional*, New York 1994. Citado na página 23.

LACZYNSKI, T.; MERTENS, A. Predictive stator current control for medium voltage drives with lc filters. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, v. 24, p. 2427–2435, 2009. Citado na página 20.

LANDAU, I. D.; ZITO, G. Digital control systems: Design, identification and implementation. *Ed. Springer*, 2006. Citado na página 54.

LEE, K. et al. A new oscillation controller design and induction machine stability analysis of volts/Hz based industrial adjustable speed drives. *2013 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*, Sept 2013. Citado na página 23.

LEE W. YAO, B. C. Z. L. A. Y. K.; LI, D. Stability analysis and mitigation of oscillation in an induction machine. *IEEE Transactions on Industry Applications*, p. 3767–3776, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 77 e 83.

LENZ, W. et al. High speed elevator dynamic analysis and control on severe conditions. *Jurnal of Mathematics in Engineering, Science and Aerospace*, p. 1–2, 2020. Citado na página 21.

LIPO, T. A. Introduction to ac machine design. *Ed. Wisconsin*, 1996. Citado 3 vezes nas páginas 28, 30 e 32.

LIU, H.; GAO, D. A novel flux oriented v/f control method of induction motor based industrial adjustable speed drives. *IEEE Conference on Ind. Electronics and Applications (ICIEA)*, p. 1739–1744, 2018. Citado na página 23.

LIU T. NONDAHL, J. D. S. R. J.; SCHMIDT, P. A seamless transition scheme of position sensorless control in industrial permanent magnet motor drives with output filter and transformer for oil pump applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 56, p. 2180–2189, 2020. Citado na página 21.

LOFBERG, J. Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab. *Proc. IEEE CACSD Symposium, Taipei, Taiwan*, 2004. Citado na página 74.

MA, T. Z. Z.; LIN, F. Stability improvement of v/Hz controlled PWM inverter-fed induction motors drives. *2006 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, p. 1–4, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 10, 78 e 79.

MA, Z.; ZHENG, T.; LIN, F. Stability improvement of v/Hz controlled PWM inverter-fed induction motors drives. *2006 1ST IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications*, p. 1–4, 2006. Citado na página 23.

MISHRA, P. et al. Dead-time compensation and soft-starting of VSI-fed high-power induction motor drive. *2021 1st International Conference on Power Electronics and Energy (ICPEE)*, p. 1–6, 2021. Citado na página 91.

MISHRA, P.; MAHESHWARI, R. Design, analysis, and impacts of sinusoidal LC filter on pulsewidth modulated inverter fed-induction motor drive. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, v. 67, p. 2678–2688, 2020. Citado na página 20.

MISHRA, R. M. P.; PATIL, D. Stabilization of rotor flux-oriented control of induction motor with filter by active damping. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 66, p. 9173–9183, 2019. Citado na página 20.

M.MORATO, M. et al. Fault estimation for automotive electro-rheological dampers: Lpv-based observer approach. *Control Engineering Practice-Elsevier*, v. 85, p. 11–22, 2019. Citado na página 24.

M.P., S.; NAGAMANI, C.; ILANGO, G. S. An improved algorithm for direct computation of optimum voltage and frequency for induction motors. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, v. 20, p. 1439–1449, 2017. Citado na página 31.

MUKHERJEE, S.; PODDAR, G. Fast control of filter for sensorless vector control SQUID drive with sinusoidal motor voltage. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, v. 54, p. 2435–2442, 2007. Citado na página 20.

NOGUEIRA, F. G. et al. Development and field tests of a damping controller to mitigate electromechanical oscillations on large diesel generating units. *ELECTRIC POWER SYSTEMS RESEARCH*, v. 81, p. 725–732, 2011. Citado na página 40.

NOGUEIRA, F. G. et al. Lpv-based power system stabilizer: Identification, control and field tests. *ELSEVIER-Control Engineering Practice*, v. 48, p. 236–241, 2015. Citado 4 vezes nas páginas 24, 25, 62 e 64.

NONAKA, S.; ITOH, R. Evaluation of relative stability of an induction motor driven by voltage-type inverter via performance indexes. *Trans. IEEJ*, v. 98, n. 1, p. 71–78, 1978. Citado na página 23.

OTHMAN, S.; MOHAMMED, J.-K.; MOHAMMED, F. Variable speed drives in electric elevator systems: A review. *Journal of Physics: Conference Series*, p. 1–2, 2021. Citado na página 21.

PACAS, M. Sensorless drives in industrial applications. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, v. 5, p. 16–23, 2011. Citado na página 21.

PEREZ-ESTRADA, A.-J. et al. Hinfinity generalized dynamic unknown inputs observer design for discrete lpv systems. application to wind turbine. *European Journal of Control-Elsevier*, v. 44, p. 40–49, 2018. Citado na página 24.

PIGA, D. et al. Lpv system identification under noise corrupted scheduling and output signal observations. *Automatica*, v. 53, p. 329–338, 2015. Citado na página 25.

PUGACHEV, A.; JONES, M. Efficiency increasing of induction motor scalar control systems. *2017 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing*, p. 1–5, 2017. Citado na página 22.

QIAN, W. Y. Z.; LEE, K. Stability analysis and improvement of v/Hz controlled adjustable speed drives equipped with small dc-link thin film capacitors. *2018 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, p. 861–866, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 10, 23, 79 e 83.

QIU, L. et al. A vibration-related design parameter optimization method for high-speed elevator horizontal vibration reduction. *Journal of Shock and Vibration*, p. 1–2, 2020. Citado na página 21.

R.H.NELSON; T.A.LIPO; P.C.KRAUSE. Stability analysis of a symmetrical induction machine. *IEEE Transaction Industry*, n. 11, p. 1710–1717, 1969. Citado na página 23.

RIZVI, S. Z. et al. State-space lpv model identification using kernelized machine learning. *Automatica*, v. 88, p. 38–47, 2018. Citado na página 25.

R.UEDA et al. Stability analysis in industry motor driven by v/f controlled general purposed inverter. *IEEE Trans. on Ind. Appl.*, v. 28, n. 11, p. 463–471, 1992. Citado na página 23.

S., S. S. System identification. *Prentice-Hall International: Cambridge*, 1989. Citado na página 61.

SALOMAKI, M. H. J.; LUOMI, J. Sensorless control of induction motor drives equipped with inverter output filter. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, v. 53, p. 1188–1197, 2006. Citado na página 20.

SAMBARIYA, D. K.; MANOHAR, H. Model order reduction by integral squared error minimization using bat algorithm. *2015 2nd International Conference on Recent Advances in Engineering and Computational Sciences (RAECS)*, 2015. Citado na página 87.

SCHERER, C. W. Lmi relaxations in robust control. *European Journal of Control*, v. 10, p. 3–29, 2006. Citado na página 74.

SHAMMA, J. S. Analysis and design of gain scheduling control system. (ph.d. thesis). *Department of Mechanical Engineering, MIT*, 1988. Citado na página 24.

SHI, J.; ZHANG, W.; WU, C. Vertical vibration modeling for 2:1-rope traction elevator system. *Journal of Vibroengineering*, p. 1–2, 2022. Citado na página 21.

SMITH, A. et al. Improved method for the scalar control of induction motor drives. *IET Electric Power Applications*, April 2013. Citado na página 22.

SMITH, A. et al. Improved method for the scalar control of induction motor drives. *IET Electric Power Applications*, v. 7, p. 487–498, 2013. Citado na página 31.

STURM, J. F. Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization Methods and Softwares*, v. 11, p. 625–653, 1999. Citado na página 74.

SUL, J. K. abd S. Vertical-vibration control of elevator using estimated car acceleration feedback compensation. *IEEE Trans. Ind. Electron*, v. 47, p. 91–99, 2000. Citado na página 22.

VLADIMIR, P.; DMITRY, S. To issue of designing scalar closed-loop controllers for frequency controlled induction motor drives. *2018 17th International Ural Conference on AC Electric Drives (ACED)*, p. 1–4, 2018. Citado na página 31.

WANG, J.; TANG, S. X.; KRSTIC, M. Lateral vibration suppression of a disturbed mining cable elevator with flexible guideways. *2020 59th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, p. 4436–4441, 2020. Citado na página 21.

WANG, K. et al. Maximum torque output for volts/Hz controlled induction machines in flux-weakening region. *2016 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*, p. 1–6, 2016. Citado na página 22.

WEG. Cfw11-variable frequency drive.  
<https://static.weg.net/medias/downloadcenter/h73/h04/WEG-cfw-11-variable-frequency-drive-usacf1109-brochure-english.pdf>, 2018. Citado na página 82.

WEI, C. et al. A novel stability improvement method for v/f controlled induction motor drive systems. *2008 International Conference on Electrical Machines and Systems*, p. 1073–1076, 2008. Citado na página 23.

WOLLNACK, S. et al. Fixed-structure lpv-io controllers: An implicit representation based approach. *Automatica-ELSEVIER*, v. 83, p. 282–289, 2017. Citado na página 25.

WOLLNACK, S.; WERNER, H. Stability and l2 performance analysis of lpv-io systems using parameter-dependent lyapunov functions. *2015 American Control Conference (ACC)*, 2015. Citado na página 25.

YAN, W. et al. Identification of systems with slowly sampled outputs using lpv model. *Computers and Chemical Engineering-Elsevier*, 2018. Citado na página 24.

Y.K.HE; T.A.LIPO. Saturation effects in the stability analysis of a vsi induction motor drive. *Proc. IPEC-Tokyo*, v. 1, p. 181–192, 1983. Citado na página 23.

ZHANG, Z.; LIU, Y.; BAZZI, A. M. An improved high-performance open-loop v/f control method for induction machines. *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, p. 1–6, 2017. Citado na página 22.

ZHANG, Z.; LIU, Y.; M.BAZZI, A. An improved high-performance open-loop v/f control method for induction machines. *2017 IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, p. 615–619, 2017. Citado na página 22.

ZÁPLATA, F.; KASAL, M. Using the goertzel algorithm as a filter. *2014 24th International Conference Radioelektronika*, p. 1–3, 2014. Citado na página 22.

## APÊNDICES

## APÊNDICE A -

Dados dos motores de indução utilizados para estudo da estabilidade.

**MTI1:** 460V, 12,05A, 7,5kW, 60Hz, 1760rpm

$X_m = 151,306/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 4,134/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 5,61/3 \Omega$ ,

$R_s = 1,527/3 \Omega$ ,  $R_r = 1,07/3 \Omega$ ,  $J = 0,1125$ ;

**MTI2:** 440V, 143,0A, 75kW, 60Hz, 1785rpm

$X_m = 15,375/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 0,4491/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 0,75/3 \Omega$ ,

$R_s = 0,0513/3 \Omega$ ,  $R_r = 0,0362/3 \Omega$ ,  $J = 2,56$ ;

**MTI3:** 460V, 285,0A, 185kW, 60Hz, 1785rpm

$X_m = 7,661/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 0,223/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 0,358/3 \Omega$ ,

$R_s = 0,0236/3 \Omega$ ,  $R_r = 0,02/3 \Omega$ ,  $J = 6,57$ ;

**MTI4:** 460V, 217,45A, 150kW, 60Hz, 3575rpm

$X_m = 15,147/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 0,26/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 0,26/3 \Omega$ ,

$R_s = 0,0278/3 \Omega$ ,  $R_r = 0,0184/3 \Omega$ ,  $J = 1,75$ ;

**MTI5:** 460V, 234,325A, 150kW, 60Hz, 1785rpm

$X_m = 7,921/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 0,241/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 0,371/3 \Omega$ ,

$R_s = 0,0265/3 \Omega$ ,  $R_r = 0,0218/3 \Omega$ ,  $J = 4,158$ ;

**MTI6:** 460V, 244,0A, 150kW, 60Hz, 1190rpm

$X_m = 6,597/3 \Omega$ ,  $X_{sl} = 0,191/3 \Omega$ ,  $X_{rl} = 0,441/3 \Omega$ ,

$R_s = 0,0306/3 \Omega$ ,  $R_r = 0,0221/3 \Omega$ ,  $J = 6,572$ ;

## APÊNDICE B -

Tabela 8 – Coeficientes dos Modelos locais  $[b_i \quad a_i]$ .

ARX661-600rpm	ARX661-450rpm	ARX661-300rpm
0.598994	0.220174	0.137798
2.345476	1.294645	0.678750
2.323317	1.228386	0.897768
-0.297422	0.406566	0.787296
-2.349789	-1.070522	0.663225
-2.531109	-1.887205	-1.788941
-1.188759	-1.835515	-1.714673
-0.124346	1.481053	1.480405
0.444901	-1.513659	-1.178218
0.396351	1.682190	0.619301
-0.423762	-0.827083	-0.330310
0.138335	0.152602	0.322955

## APÊNDICE C –

Tabela 9 – Coeficientes dos estabilizadores locais  $[r_i \quad s_i]$ .

EST-Local-600rpm	EST-Local-450rpm	EST-Local-300rpm
0,120941	0,228134	0,182350
-0,044742	-0,435299	-0,060736
-0,071304	0,731066	0,062529
0,069466	-0,688517	-0,090945
-0,022784	0,290157	-0,002059
0,002264	-0,047180	-0,042485
0,458894	0,782280	0,544362
0,374965	0,197566	-0,002062
-0,000176	0,593074	-0,113293
-0,251467	0,094980	-0,164859
0,041438	-0,583477	-0,235341

## APÊNDICE D -

Os coeficientes da planta  $G(450, q^{-1}) = [a_i \ b_i]$  são

$$G(450, q^{-1}) = \begin{bmatrix} -1,5970 & 0,9819 \\ -0,8199 & -0,8891 \\ -0,3357 & 0,0683 \\ 0,2548 & 1,5036 \\ 1,5165 & 0,4777 \\ -1,0125 & -2,3275 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.1})$$

Os coeficientes do controlador  $C(450, q^{-1}) = [a_i \ b_i]$  são

$$\begin{bmatrix} -0,026035 & 1,000000 \\ 0,109493 & 0,192516 \\ -0,162521 & -0,117305 \\ 0,113075 & -0,32427 \\ -0,039506 & 0,179862 \\ 0,005773 & -0,017194 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.2})$$

Os coeficientes do controlador LPV  $[r_{iN} \ s_{iN}]^T$  são:

$$\begin{bmatrix} 0,811566 & -5,444301 & 9,324388 \\ -1,472260 & 10,746734 & -19,254045 \\ 0,805115 & -6,177044 & 11,059482 \\ -0,250785 & 1,131432 & -0,509534 \\ 0,537891 & -2,621285 & 2,317329 \\ -0,398241 & 2,311886 & -2,997782 \\ 0,715579 & 0,459329 & -12,347594 \\ -1,251895 & 5,644694 & -0,534268 \\ -1,701946 & 14,741203 & -34,373607 \\ 2,859612 & -20,894227 & 36,888581 \\ 4,065884 & -30,046363 & 52,004293 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.3})$$

Tabela 10 – Modelo de malha aberta LPV ARX661.

Modelo LPV ARX661 $[b_i \quad a_i]$		
-0,933035	0,284670	
-1,567351	7,004295	
1,645925	-5,185626	
-0,110157	1,140372	
-0,293177	0,826673	
0,074104	-0,130717	
-3,771884	29,877389	
2,782581	12,771813	
5,593410	-24,753954	
-4,268223	-0,325674	
-2,376095	-2,842447	
2,995242	-19,177209	

Tabela 11 – Ganhos do controlador PI.

Ganhos $[k_p \quad k_i]$		
PI1	0,005	100
PI2	0,010	100
PI3	0,020	100