

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

GABRIEL HERMANN NEGRI

**ALGORITMO DE CONTROLE DE CAMINHADA PARA ROBÔS BÍPEDES
UTILIZANDO GERAÇÃO DE REFERÊNCIA POR MODELO PASSIVO**

JOINVILLE

2020

GABRIEL HERMANN NEGRI

**ALGORITMO DE CONTROLE DE CAMINHADA PARA ROBÔS BÍPEDES
UTILIZANDO GERAÇÃO DE REFERÊNCIA POR MODELO PASSIVO**

Tese de Doutorado submetida ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

Orientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalcanti

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Celiberto Jr.

JOINVILLE

2020

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UEDESC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Negri, Gabriel Hermann
Algoritmo de Controle de Caminhada para Robôs Bípedes
utilizando Geração de Referência por Modelo Passivo / Gabriel
Hermann Negri. -- 2020.
147 p.

Orientadora: Mariana Santos Matos Cavalca
Coorientador: Luiz Antonio Celiberto Jr.
Tese (doutorado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina,
Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Elétrica, Joinville, 2020.

1. MPC. 2. NMPC. 3. Robótica Bípede. 4. Dinâmica Passiva. I.
Cavalca, Mariana Santos Matos. II. Celiberto Jr., Luiz Antonio. III.
Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências
Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.
IV. Título.

GABRIEL HERMANN NEGRI

ALGORITMO DE CONTROLE DE CAMINHADA PARA ROBÔS BÍPEDES UTILIZANDO GERAÇÃO DE REFERÊNCIA POR MODELO PASSIVO

Tese aprovada como requisito parcial para a obtenção do grau de doutor, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEEL) da Universidade do Estado de Santa Catarina.

Banca Examinadora

Orientadora: Profa. Dra. Mariana Santos Matos Cavalca
UEDESC

Coorientador: Prof. Dr. Luiz Antonio Celiberto Jr.
UFABC

Membros: Prof. Dr. Roberto Kawakami Harrop Galvão
ITA

Prof. Dr. Reinaldo Augusto da Costa Bianchi
FEI

Prof. Dr. Douglas Wildgrube Bertol
 UDESC

Prof. Dr. Celso José Faria de Araújo
 UDESC

Joinville, 29 de setembro 2020.

Dedico este trabalho à minha querida esposa
Nataly Syssy.

AGRADECIMENTOS

À minha esposa Nataly, por me incentivar a estudar e me ajudar diariamente a evoluir como professor.

Aos meus pais, Guido e Mari, meu irmão Lucas, minha cunhada Yujuan, meus sogros Cristina e Silvano e meus avós (e a Elvira, é claro!), por sempre me apoiarem.

Ao Arthur Bartsch, por toda a parceria desde o início do curso de graduação até a preparação para a defesa da tese, e a todos os colegas de laboratório.

Aos meus orientadores, professores Mariana e Luiz, por toda a ajuda e suporte necessários para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, professores Kawakami, Bianchi, Douglas e Celso, pelas importantes contribuições.

*You can feel the waves coming on
Let them destroy you or carry you on
You're fighting the weight of the world
But no one can save you this time
Close your eyes
You can find all you need in your mind
(Dream Theater - Take the Time)*

Já é sábado? (Sexta-feira, às 21h).

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um sistema de geração de referências de trajetória e controle para robôs bípedes (*walkers*) aqui denominado RPCP (Referência Passiva e Controle Preditivo). Utilizam-se trajetórias provenientes da dinâmica passiva de *walkers* com joelhos para a geração das trajetórias das pernas no plano sagital, enquanto o critério ZMP (do inglês *Zero Moment Point*) é aplicado através de uma malha MPC (do inglês *Model Predictive Control*) para a geração de trajetórias para o centro de massa (CoM, do inglês *Center of Mass*). O rastreamento de tais referências é feito de forma simultânea através de uma malha MPC não linear, ou NMPC (do inglês *Nonlinear MPC*). Com o sistema RPCP, observam-se características de caminhada semelhante à humana provenientes das referências de dinâmica passiva, a desnecessidade do uso da cinemática inversa do robô para gerar as trajetórias das juntas e a inclusão da dinâmica das juntas e da realimentação das posições angulares na malha de controle. Como estudo de caso, apresenta-se a aplicação do RPCP em três diferentes modelos de robôs, através de simulações no *software* V-REP. Os resultados mostram as características do sistema proposto e como este se adapta para a aplicação em diferentes robôs.

Palavras-chave: MPC; NMPC; Robótica Bípede; Dinâmica Passiva.

ABSTRACT

In this work a reference generation and control system for biped robots (walkers), namely RPCP (from Portuguese *Referência Passiva e Controle Preditivo*) is presented. Joint trajectories from the dynamics of passive walkers with knees are used to obtain the sagittal trajectories, while the ZMP (Zero Moment Point) criterion is used for obtaining the trajectories for the Center of Mass (CoM) through an MPC (Model Predictive Control) loop. Tracking of such reference trajectories is performed simultaneously with a Nonlinear MPC (NMPC) loop. From the RPCP system the following characteristics can be observed: human-like walking, due to use of passive dynamics in the reference generator; non-necessity of using inverse kinematics for generating joint trajectories and; the inclusion of joint dynamics and angular position feedback in the NMPC loop. As a case study, the application of RPCP on three different walker models simulated with V-REP software. Results show the characteristics of the proposed RPCP system and how it adapts for the application on different walkers.

Keywords: MPC; NMPC; Biped Robotics; Passive Dynamics

LISTA DE FIGURAS

2.1	Função custo com apenas um mínimo e com múltiplos mínimos locais	31
2.2	Exemplo de custo do erro de rastreamento de uma saída y_j com custos restritivos. A curva em linha sólida mostra o custo com a adição dos custos restritivos, enquanto a curva em linha tracejada mostra o custo sem a adição de custos restritivos.	34
2.3	Modelo de neurônio artificial	35
2.4	Exemplo de RNA do tipo FCC	35
3.1	Direções no espaço cartesiano e planos sagital, coronal e transversal.	38
3.2	Geração da trajetória do CoM por MPC utilizando o critério ZMP	42
4.1	<i>Walker</i> com modelo de compasso	46
4.2	<i>Walker</i> antes e depois do <i>heelstrike</i>	48
4.3	Resultados de simulação do <i>walker</i> com modelo de compasso: posições e velocidades angulares	50
4.4	Ilustração da animação gráfica gerada através da simulação do <i>walker</i> com modelo de compasso	51
4.5	Modelo do <i>walker</i> com joelhos	52
4.6	Resultados de simulação do <i>walker</i> com joelhos: posições e velocidades angulares .	57
4.7	Ilustração da animação gráfica gerada através da simulação do <i>walker</i> com joelhos	57
5.1	Visão esquemática sagital e frontal do robô a ser controlado. Todas as posições medidas são dependentes de k , sendo tal dependência omitida para simplificação na visualização da figura.	61
5.2	Ganho aplicado a $u_{TO}(k)$ para a geração de $u_{TOq}(k)$ com diferentes valores de g_l . . .	63
5.3	Posicionamento das juntas com e sem a movimentação lateral. Todos os ângulos medidos são dependentes de k , sendo a dependência omitida para simplificação da Figura.	64
5.4	Representação em blocos dos servomotores e sensores do robô.	65
5.5	Resposta dinâmica de primeira ordem, conforme a Equação (5.5) para diferentes valores de v_1	66
5.6	RNA geradora de referência	70
5.7	Exemplo de execução de um gerador de referências criado pelo Método 1 para o robô GCSbot, que possui pernas com tamanho total de 16,2 cm.	70
5.8	Exemplo de execução de um gerador de referências criado pelo Método 2 para o robô ASTI, que possui pernas com tamanho total de 52 cm.	71

5.9	Exemplo genérico de ajuste linear para suavização da resposta de uma das juntas no início de um passo.	72
5.10	Representação em bloco do Gerador PRA.	73
5.11	Representação em bloco do Gerador CoM-MPC.	73
5.12	Problemas de <i>tilt</i> e deslizamento.	74
5.13	Integração da velocidade $s_p[t_n(k), s_r(k)]$ para a obtenção do tempo $t_n(k)$	75
5.14	Representação em bloco do controlador NMPC.	79
5.15	Diagrama de blocos do sistema RPCP	80
6.1	Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	85
6.2	Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	86
6.3	Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	86
6.4	Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	87
6.5	Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	87
6.6	Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	87
6.7	<i>Screenshots</i> da simulação do RoboFEI com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).	88
6.8	<i>Screenshots</i> da simulação do RoboFEI com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.	89
6.9	Trajetórias de $p_{xCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.	90
6.10	Trajetórias de $p_{yCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.	90
6.11	Trajetórias de $p_{zCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.	91
6.12	Trajetórias no plano coronal.	91
6.13	Simulação com inclinação do solo crescente.	92
6.14	Simulação com inclinação do solo decrescente.	93
6.15	Posição angular do torso $\theta_{TI}(k)$ no plano sagital, com inclinação do solo crescente.	93
6.16	Posição angular do torso $\theta_{TI}(k)$ no plano sagital, com inclinação do solo decrescente.	94
6.17	Trajetórias no plano transversal: testes com e sem perturbação.	95
6.18	Trajetórias no plano transversal: testes com e sem perturbação.	95
6.19	Resposta de $\theta_1(k)$ e $u_1(k)$ no teste com perturbação.	96
6.20	ASTI: Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	97
6.21	ASTI: Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	97
6.22	ASTI: Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	98
6.23	ASTI: Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	98
6.24	ASTI: Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	98
6.25	ASTI: Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	99

6.26	ASTI: <i>Screenshots</i> da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.	100
6.27	ASTI: <i>Screenshots</i> da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).	100
6.28	ASTI: Trajetórias no plano coronal com diferentes velocidades.	101
6.29	GCSbot: Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	102
6.30	GCSbot: Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	102
6.31	GCSbot: Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	103
6.32	GCSbot: Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	103
6.33	GCSbot: Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	104
6.34	GCSbot: Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.	104
6.35	GCSbot: <i>Screenshots</i> da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.	105
6.36	GCSbot: <i>Screenshots</i> da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).	106
6.37	GCSbot: Trajetórias no plano coronal com diferentes velocidades.	106
B.1	<i>Heelstrike</i> : antes da transição	137
B.2	<i>Heelstrike</i> : depois da colisão	137
C.1	Custo mínimo e médio da população ao longo do processo de otimização.	142
C.2	Posição angular inicial q_1^0 do indivíduo de custo mínimo, dentro da população, ao longo do processo de otimização.	143
C.3	Condições iniciais de velocidade do indivíduo de custo mínimo, dentro da população, ao longo do processo de otimização.	143
D.1	Erro quadrático total para a posição angular q_1	145
D.2	Erro quadrático total para a posição angular q_2	145
D.3	Erro quadrático total para a posição angular q_3	145

LISTA DE TABELAS

2.1	Parâmetros do algoritmo DE	32
4.1	Parâmetros para simulação do <i>walker</i> passivo com modelo de compasso	49
4.2	Parâmetros para simulação do <i>walker</i> passivo com joelhos	56
5.1	Parâmetros mínimos do robô necessários para o controle	64
6.1	Parâmetros de sintonia do controlador para o RoboFEI.	85
6.2	Parâmetros de sintonia do controlador para o robô ASTI.	96
6.3	Parâmetros de sintonia do controlador para o GCSbot.	101
C.1	Parâmetros utilizados no algoritmo DE para encontrar as condições iniciais para o <i>walker</i> passivo com joelhos	142
E.1	Conjuntos de sintonia do controlador para o RoboFEI	147
E.2	Testes de sintonia do controlador para o RoboFEI	147

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

API	<i>Application Programming Interface</i>
BOBYQA	<i>Bound Optimization By Quadratic Approximation</i>
CARIMA	<i>Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving Average</i>
CAD	<i>Computer Aided Design</i>
CoM	<i>Center of Mass</i>
CoM-MPC	Gerador de trajetória para CoM baseado em MPC
DE	<i>Differential Evolution</i>
DMC	<i>Dynamic Matrix Control</i>
FCC	<i>Fully Connected Cascade</i>
GA	<i>Genetic Algorithm</i>
GPC	<i>Generalized Predictive Control</i>
IDCOM	<i>Identification and Command</i>
MPC	<i>Model Predictive Control</i>
MPHC	<i>Model Predictive Heuristic Control</i>
MuJoCo	<i>Multi-Joint Dynamics with Contacts</i>
NMPC	<i>Nonlinear Model Predictive Control</i>
PRA	Dinâmica Passiva, RNA e Ajuste Linear
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
RNA	Rede Neural Artificial
RPCP	Referência Passiva e Controle Preditivo
SQP	<i>Sequential Quadratic Programming</i>
V-REP	<i>Virtual Robot Experimentation Platform</i>
ZMP	<i>Zero Moment Point</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

k	Instante de amostragem
L	Lagrangiano [J]
K_e	Energia cinética [J]
P_e	Energia potencial [J]
q_i	i -ésima posição angular de um <i>walker</i> passivo [rad]
$p_{(x,y,z)}$	Eixos de coordenadas cartesianas
$p_{(x,y)ZMP}$	Posição do ZMP nos eixos p_x e p_z [m]
H_q	Horizonte de controle
H_p	Horizonte de predição
J_c	Função custo para MPC/NMPC
J_s	Custo secundário e/ou restritivo
$o(k+i k)$	Predição de uma variável a para $k+i$ dadas informações até k
Δ	Operador de diferença entre dois instantes de amostragem
Q	Matriz de ponderação de erros de predição de saída
R	Matriz de ponderação de energia na ação de controle
λ_i	Peso individual para o erro da i -ésima saída
ρ_i	Peso individual para o energia da i -ésima entrada
$\mathbf{y}(k)$	Vetor de saída
$\mathbf{x}(k)$	Vetor de estado
$\mathbf{u}(k)$	Vetor de entrada
$\mathbf{y}_r(k)$	Vetor de referência
$Y(k)$	Matriz de predição de saída
$U(k)$	Matriz de predição de ações de controle

$y_j(k)$	j -ésima saída contida em \mathbf{y}
y_{jref}	Referência para a j -ésima saída
$\Delta \mathbf{u}_{(max,min)}$	Vetor de restrições na variação da ação de controle
$\mathbf{u}_{(max,min)}$	Vetor de restrições na excursão da ação de controle
$\mathbf{y}_{(max,min)}$	Vetor de restrições na excursão da saída
δ_j	Limite de restrição para a j -ésima saída
λ_{δ_j}	Peso de custo restritivo para a j -ésima saída
$f_x[x(k),k]$	Função de transição de estado
$h[\mathbf{x}(k),k]$	Função de saída
J_{y_j}	Custo instantâneo do erro para a saída y_j
ΔU_0	Ponto de partida para a otimização sobre ΔU
N_{DE}	Número de iterações para o algoritmo DE
f_{min}	Taxa mínima de mutação para o algoritmo DE
f_{max}	Taxa máxima de mutação para o algoritmo DE
CR	Constante de <i>crossover</i> para o algoritmo DE
S_{pop}	Tamanho da população no algoritmo DE
H	Matriz de inércia para o <i>walker</i> passivo com modelo de compasso
C	Matriz de Coriolis para o <i>walker</i> passivo com modelo de compasso
G	Matriz de termos gravitacionais para o <i>walker</i> passivo com modelo de compasso
H_u	Matriz de inércia de joelho livre para <i>walker</i> com joelhos
H_L	Matriz de inércia de joelho travado para <i>walker</i> com joelhos
C_u	Matriz de Coriolis de joelho livre para <i>walker</i> com joelhos
C_L	Matriz de Coriolis de joelho travado para <i>walker</i> com joelhos
G_u	Vetor de termos gravitacionais de joelho livre para <i>walker</i> com joelhos
C_L	Vetor de termos gravitacionais de joelho travado para <i>walker</i> com joelhos

τ	Vetor de torques nas juntas
θ_i	Posições angulares absolutas no <i>walker</i> [rad]
θ'_i	Posições angulares próprias no <i>walker</i> [rad]
$p_{0(x,y,z)}$	Posição da origem no <i>walker</i> [m]
$p_{A1(x,y,z)}$	Posição do tornozelo da perna de suporte no <i>walker</i> [m]
$p_{1(x,y,z)}$	Posição da junta de joelho da perna de suporte no <i>walker</i> [m]
$p_{K1(x,y,z)}$	Posição do joelho da perna de suporte no <i>walker</i> [m]
$p_{2(x,y,z)}$	Posição da junta de quadril perna de suporte no <i>walker</i> [m]
$p_{H(x,y,z)}$	Posição central do quadril no <i>walker</i> [m]
$p_{K2(x,y,z)}$	Posição do joelho da perna flutuante no <i>walker</i> [m]
$p_{3(x,y,z)}$	Posição da junta de joelho da perna flutuante no <i>walker</i> [m]
$p_{4(x,y,z)}$	Posição do tornozelo da perna flutuante no <i>walker</i> [m]
$p_{SF(x,y,z)}$	Posição da sola do pé da perna flutuante no <i>walker</i> [m]
$p_{HT(x,y,z)}$	Posição da junta do torso no <i>walker</i> [m]
$p_T(x,y,z)$	Posição do centro de massa do torso no <i>walker</i> [m]
$a_{1,2}, b_{1,2}$	Medidas do <i>walker</i> passivo com joelhos [m]
l_s	Comprimento da parte inferior da perna <i>walker</i> passivo com joelhos [m]
l_t	Comprimento da parte superior da perna <i>walker</i> passivo com joelhos [m]
L_w	Comprimento da perna estendida do <i>walker</i> com joelhos [m]
l	Comprimento da perna do <i>walker</i> com modelo de compasso [m]
m_f	Massa do pé do <i>walker</i> com modelo de compasso [m]
m_h	Massa do quadril de um <i>walker</i> passivo [m]
m_s	Massa da parte inferior da perna do <i>walker</i> com joelhos [m]
m_t	Massa da parte superior da perna do <i>walker</i> com joelhos [m]
$\zeta(k)$	Variável binária de ocorrência de <i>heelstrike</i>

$\xi(k)$	Vetor de saída dos sensores dos pés do <i>walker</i>
$\theta'(k)$	Vetor de posições angulares próprias dos servomotores
$\Theta_{134ref}(k)$	Matriz de referências futuras geradas pelo Gerador PRA
$CoM_{ref}(k)$	Matriz de referências futuras geradas pelo Gerador CoM-MPC
$t_n(k)$	Tempo virtual normalizado
$s_r(k)$	Velocidade de referência
$s_p(k)$	Velocidade de passagem do tempo $t_n(k)$
$\alpha_{x,y}$	Ganhos proporcionais nas referências de CoM

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	Contextualização e justificativa do trabalho	22
2	CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO	25
2.1	Função custo e problema de otimização	26
2.1.1	Horizonte de controle e função custo	26
2.1.2	Horizonte retrocedente e <i>warm-starting</i>	28
2.2	Método de otimização	29
2.2.1	BOBYQA	30
2.2.2	Evolução Diferencial - DE	31
2.2.3	Tratamento de restrições	32
2.3	Uso de RNAs com MPC	34
2.4	Resumo do capítulo	36
3	ROBÓTICA MÓVEL BÍPEDE E MPC	37
3.1	Trabalhos relacionados a robótica bípede e MPC	39
3.2	Geração da trajetória para CoM através de MPC	41
3.3	Resumo do capítulo	42
4	WALKERS PASSIVOS	44
4.1	O mais simples <i>walker</i> passivo: modelo de compasso	45
4.2	<i>Walker</i> passivo com joelhos	51
4.2.1	Fase de movimentação com joelho livre	52
4.2.2	Transição <i>kneestrike</i> (travamento de joelho da perna flutuante)	53
4.2.3	Fase de movimentação com joelho travado	54
4.2.4	Transição <i>heelstrike</i>	54
4.2.5	Simulação do <i>walker</i> passivo com joelhos	55
4.3	Resumo do capítulo	58
5	ALGORITMO DE CONTROLE PROPOSTO - RPCP	59
5.1	Modelo cinemático do robô mínimo para o RPCP	60
5.1.1	Estratégia de movimento lateral	62
5.1.2	Parâmetros do robô	64
5.2	Modelo dinâmico das juntas	65

5.3	Montagem do Gerador PRA	66
5.3.1	Método 1 - Variando a inclinação do solo	66
5.3.2	Método 2 - Variando a massa da parte superior das pernas e as condições iniciais .	67
5.3.3	Mapeamento do comportamento obtido	69
5.3.4	Ajuste linear durante a execução do controlador	72
5.4	Gerador CoM-MPC	73
5.5	Fases de partida e finalização do passo	73
5.6	Controlador NMPC	75
5.6.1	Ganho proporcional nas referências de CoM	78
5.6.2	Sintonia de parâmetros	78
5.6.3	Representação em bloco	79
5.7	Algoritmos de preparação e execução	80
5.8	Resumo do capítulo	82
6	ESTUDOS DE CASO	83
6.1	Simulações com o modelo baseado no RoboFEI	84
6.1.1	Simulação com aumento progressivo do tamanho do passo	85
6.1.2	Simulação com aumento progressivo de velocidade	90
6.1.3	Simulações com variação na inclinação do solo	92
6.1.4	Simulação com perturbação em uma junta	94
6.2	Simulações com o robô ASTI	95
6.3	Simulações com o GCSbot	99
6.4	Resumo do Capítulo	107
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	108
7.1	Continuidade do trabalho	109
7.2	Publicações	110
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	112
	APÊNDICE A – Desenvolvimento do modelo de compasso	118
	APÊNDICE B – Desenvolvimento do modelo do <i>walker</i> passivo com joelhos	123
	APÊNDICE C – Otimizador baseado em DE para obtenção de condições	
	iniciais para o <i>walker</i> passivo com joelhos	142

APÊNDICE D – Treinamento das RNAs e comparação com modelo de regressão por ajuste linear	144
APÊNDICE E – Resultados dos testes de sintonia dos controladores	147

1 INTRODUÇÃO

Os métodos de Controle Preditivo Baseado em Modelo ou MPC (do inglês *Model Predictive Control*) têm sido estudados desde a década de 1970 (QIN; BADGWELL, 2003). Suas primeiras aplicações foram na indústria petroquímica, com plantas de dinâmica lenta. Posteriormente, MPC passou a ser aplicado em diferentes tipos de processos, incluindo acionamentos elétricos e robótica, com modelos de planta lineares ou não lineares (RAHMAN; IKEURA, 2017; AHMED; KOH; LEE, 2018; HEYDARI; FARROKHI, 2017).

Dentre as principais características de MPC, tem-se a possibilidade de antecipar a resposta a variações futuras nas referências e também o tratamento de sistemas com múltiplas entradas e saídas (MACIEJOWSKI, 2002). Tais características são vantajosas para a aplicação de MPC em robótica, pois usualmente se utilizam trajetórias de referência e não *set-points* fixos (DENG et al., 2017; WANG et al., 2018), além dos sistemas robóticos possuírem, usualmente, múltiplos atuadores. Dessa forma, a característica de antecipação de referência é uma ferramenta útil para reduzir o erro de rastreamento (MORADZADEH; BOEL; VANDEVELDE, 2014).

Dentre os sistemas de robótica em foco na literatura científica, pode ser citada a robótica bio-inspirada, que é inspirada no comportamento e na fisiologia de seres vivos. São exemplos de robótica bio-inspirada os *hexapods* (ZHONG; CHEN; DENG, 2017) e os robôs bípedes ou *walkers* (WESTERVELT; GRIZZLE; WIT, 2003; MCGEER, 1990; HEYDARI; FARROKHI, 2017).

O projeto controle de robôs do tipo *walker* se divide entre diversos subproblemas, como: controle dos atuadores, geração de trajetórias de referência, coordenação das malhas de controle de cada junta e manutenção do equilíbrio durante a caminhada. Logo, o uso de um método de MPC com modelo de predição não linear (NMPC, do inglês *Nonlinear Model Predictive Control*) multivariável se enquadra na solução de tais subproblemas. No modelo de predição podem ser incluídas variáveis referentes ao centro de massa (CoM, do inglês *Center of Mass*) e aos motores de cada junta, para assegurar que tais pontos estejam dentro da região de equilíbrio definida pela área do pé de suporte do robô (HEYDARI; FARROKHI, 2017), enquanto se realiza o controle dos atuadores nas juntas do *walker*.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E JUSTIFICATIVA DO TRABALHO

O presente trabalho se baseia em duas linhas de pesquisa que envolvem MPC aplicado a robótica bípede e o estudo da dinâmica de *walkers* passivos.

Uma das linhas de pesquisa sobre controle de robôs bípedes, ou *walkers*, como são chamados no presente trabalho, envolve o uso de MPC para o controle do CoM e da cinemática inversa do *walker* para a geração das referências para as juntas a partir da trajetória definida para o CoM. Para que o *walker* se mantenha equilibrado durante a caminhada, um dos critérios adotados é do ponto de momento zero (ZMP, do inglês *zero moment point*) existir dentro da área do pé de apoio, o que é resultante da trajetória do CoM e sua aceleração (VUKOBRATOVIC; BOROVAC, 2004). Entretanto, para que seja possível realizar uma caminhada contínua, sem parar a movimentação das pernas para transferir o suporte de um pé ao outro, é necessário realizar a movimentação do CoM com antecedência à mudança do pé de apoio. Para tanto, Kajita et al. (2003) apresentaram um método de geração de trajetória para o CoM utilizando a antecipação da referência para o ZMP, caracterizando uma aplicação de MPC. E, a partir desta ideia principal, foram apresentadas diversas contribuições, envolvendo por exemplo o posicionamento da pisada e uso de restrições. Entre os objetivos buscados nesta linha, encontram-se preocupações em relação a custo computacional (NAVEAU et al., 2017) e postura semelhante à humana (BRASSEUR et al., 2015).

Uma outra linha de pesquisa, relacionada à robótica bípede, estudada principalmente a partir de McGeer (1990), envolve o estudo da dinâmica de *walkers* passivos, com juntas livres, que realizam movimento de caminhada em superfícies inclinadas a partir da força da gravidade. Tais *walkers* apresentam características semelhantes a caminhada humana. Assim, podem ser encontrados trabalhos que tratam dos *walkers* passivos e o estudo de sua dinâmica (CHEN, 2007; GARCIA et al., 1998) assim como proposta de sistemas de controle baseados na dinâmica observada nos *walkers* passivos. Neste sentido, encontram-se trabalhos com o foco do uso de tal dinâmica no controle para o *walker* passivo sem joelhos com aplicação em modelos bidimensionais.

Neste trabalho, propõe-se a combinação de MPC para geração da trajetória de referência para o CoM e uma segunda malha NMPC para realizar o controle das juntas de forma a realizar o seguimento da referência do CoM e também seguir trajetórias de referência para a movimentação das pernas. Para a geração das referências para a movimentação das pernas, propõe-se o uso do mapeamento da dinâmica de um *walker* passivo com joelhos através de Redes Neurais Artificiais (RNAs). O uso de tal estratégia elimina a necessidade do uso da cinemática inversa durante a execução do controle ao utilizar referências previamente aprendidas pelas RNAs. Dessa forma, buscou-se observar as seguintes contribuições pelo sistema proposto:

- uso do modelo de caminhada passivo com joelhos como referência, que apresenta características semelhantes às da caminhada natural humana;

- realização de caminhada no plano sagital, mas com aplicação em *walkers* tridimensionais, considerando adaptações necessárias para o uso da dinâmica do *walker* passivo bidimensional;
- possibilidade de inclusão das dinâmicas das juntas na malha de controle NMPC, que permite que o controlador receba amostras futuras de referência, o que é útil para minimizar erros de rastreamento;
- com o gerador de referências previamente treinado, reduz-se o custo computacional ao se eliminar a busca *online* por trajetórias, possibilitando o uso de uma malha NMPC que atue tanto no CoM quanto na trajetória das juntas, utilizando sem modificações um conhecido método de otimização, com período de amostragem de 50 ms, suficiente para atuação em malha fechada sobre a dinâmica dos motores das juntas;
- possibilidade de variação do tamanho do passo com o uso de RNAs treinadas com os dados obtidos através de simulações com parâmetros variados.

A ideia principal do presente trabalho foi publicada em Negri et al. (2020). Aqui, apresenta-se além da ideia principal, uma continuação do trabalho, envolvendo principalmente uma variação no método de geração de referências para permitir criar referências para tamanhos de passo relativamente menores e heurísticas para suavização da resposta transitória nos momentos de troca de pé de apoio.

O presente trabalho está dividido em sete Capítulos, iniciando por esta introdução. No Capítulo 2, apresenta-se uma visão sobre os conceitos MPC e otimização envolvidos no trabalho. No Capítulo 3, apresenta-se a robótica bípede com enfoque no uso de MPC. No Capítulo 4, apresenta-se um estudo sobre *walkers* passivos. O sistema de controle e geração de trajetória proposto encontra-se no Capítulo 5. O Capítulo 6 traz resultados de estudos de caso e as considerações finais são apresentadas no Capítulo 7.

2 CONTROLE PREDITIVO BASEADO EM MODELO

MPC é uma categoria de métodos de controle caracterizada pela otimização *online* das ações de controle, com base em uma função de custo, a partir da utilização de um modelo de predição da planta (MAYNE, 2014). Tais métodos de controle surgiram na década 1970, impulsionados pela necessidade de melhoria desempenho de controle em usinas de energia e refinarias de petróleo (QIN; BADGWELL, 2003).

Os dois primeiros algoritmos apresentados no meio acadêmico foram o IDCOM (do inglês *Identification and Command*), conhecido também por MPHC (do inglês *Model Predictive Heuristic Control*) (QIN; BADGWELL, 2003; RICHLET et al., 1976, 1978) e o algoritmo DMC (do inglês *Dynamic Matrix Control*) (QIN; BADGWELL, 2003; CUTLER; RAMAKER, 1979). Ambos os métodos se caracterizam por uma identificação numérica da planta através da resposta ao impulso e da resposta ao degrau, respectivamente, considerando o modelo da planta linear. IDCOM e DMC podem ser chamados de primeira geração de MPC, com considerável influência no meio industrial (QIN; BADGWELL, 2003).

Na década de 1980, outro método significativo de MPC foi apresentado: o Controle Preditivo Generalizado ou GPC (do inglês *Generalized Predictive Controller*) (CLARKE; MOHTADI; TUFFS, 1987). Entre outras contribuições, tal método de controle consegue lidar com plantas instáveis em malha aberta, utilizando um modelo de predição do tipo CARIMA (do inglês *Controlled Auto-Regressive and Integrated Moving-Average*).

Com o aumento da capacidade computacional dos dispositivos de controle, mais funcionalidades foram adicionadas aos métodos classificados como MPC. Fundamentais ao sucesso do MPC, podem ser citados o tratamento de restrições (MACIEJOWSKI, 2002) e o uso de modelos de predição não lineares (CANNON, 2004; FINDEISEN et al., 2003; DÆHLEN; EIKREM; JOHANSEN, 2014). Ainda, MPC é conhecido por tratar sistemas multivariáveis, com atrasos e de fase não mínima (LU et al., 2010).

A distinção entre MPC linear e MPC não linear (NMPC, do inglês *Nonlinear Model Predictive Control*) pode ser feita de acordo com a seleção da função custo, das restrições e do modelo de predição. Controladores que utilizam um modelo de predição linear, restrições lineares e função de custo quadráticos são considerados métodos de MPC lineares. Caso seja utilizado um modelo de predição não linear, ou uma função custo não quadrática ou considerando que restrições não lineares sejam utilizadas, o controlador pode ser classificado como NMPC (FINDEISEN et al., 2003).

2.1 FUNÇÃO CUSTO E PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

As ações de controle geradas por um MPC são soluções ótimas ou sub-ótimas para a minimização de uma função de custo J_c , que é computada sobre um horizonte de predição de H_p períodos de amostragem futuros, sendo que o problema de otimização pode estar sujeito a restrições. A função de custo é usualmente composta principalmente por um custo de erro de rastreamento de referência e um custo relacionado à energia empregada na ação de controle. Tais parcelas de custo usualmente compõem o objetivo primário. Objetivos secundários e custos restritivos¹ podem também ser incluídos para gerar comportamentos específicos. O conjunto de ações de controle preditas pode ser substituído por um conjunto de variações ou incrementos na ação de controle, para, junto a outras estratégias presentes em MPC, permitir uma ação de controle integral e erro nulo em regime permanente para entradas do tipo degrau (RUSCIO, 2013). Neste trabalho, a formulação para MPC será apresentada diretamente considerando um vetor de incrementos na ação de controle como variáveis manipuladas para os algoritmos de otimização.

2.1.1 Horizonte de controle e função custo

O horizonte de controle H_q representa o número de variações na ação de controle, dentro do horizonte de predição, consideradas na função custo, sendo $1 \leq H_q \leq H_p$. Utilizar $H_q = 1$ (mínimo) resulta, usualmente em uma ação de controle mais conservativa e minimiza o custo computacional. Já o uso de um H_q maior cria uma resposta usualmente mais agressiva e robusta, no sentido de capacidade de manter a estabilidade sob incertezas de modelo, desde que o modelo de predição seja suficientemente preciso, mas aumenta o custo computacional do controlador (GARRIGA; SOROUGH, 2010). Logo, H_q deve ser projetado de acordo com a especificação de custo computacional, buscando atender aos requisitos de projeto dentro do possível. Garriga e Soroush (2010) apresentam uma revisão de formas de sintonia para MPC, citando diversos trabalhos em relação à escolha de H_q , mostrando que para diferentes estratégias MPC são sugeridos diferentes métodos de sintonia. A notação $o(k+i|k)$ é utilizada para representar a predição de uma variável genérica o para o instante de tempo $k+i$ a partir das informações coletadas até o instante k . Ainda, define-se $\Delta o(k) = o(k) - o(k-1)$. No caso veto-

¹ Refere-se aqui a custos restritivos como penalizações por condições específicas, que não são de fato restrições, mas geram a tendência de que tais condições sejam evitadas.

res $\mathbf{o}(k+i|k)$, tem-se $\Delta \mathbf{o}(k) = \mathbf{o}(k) - \mathbf{o}(k-1)$. Deste modo, a função de custo pode ser escrita como (MACIEJOWSKI, 2002; CANNON, 2004):

$$J_c[\Delta U(k)] = \sum_{i=1}^{H_p} \mathbf{y}_e(k+i|k)^T Q \mathbf{y}_e(k+i|k) + \sum_{j=0}^{H_q} \Delta \mathbf{u}(k+j|k)^T R \Delta \mathbf{u}(k+j|k) + J_s \quad (2.1)$$

na qual

$$\mathbf{y}_e(k+i|k) = \mathbf{y}_r(k+i) - \mathbf{y}(k+i|k) \quad (2.2)$$

é o erro de rastreamento entre a saída e a referência e J_s representa a combinação de custos secundários e restritivos, podendo incluir, por exemplo, um custo terminal adicional, relativo à predição de $\mathbf{y}(k+H_p|k)$. Q e R são matrizes de ponderação, utilizadas para ajustar as prioridades entre rastreamento de referência e energia nas ações de controle. Q e R são matrizes simétricas, com $Q \geq 0$ e $R > 0$.² Uma formulação simplificada usualmente empregada, para um sistema com n_y variáveis de saída e n_u de entrada, para Q e R é:

$$Q = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_{n_y} \end{bmatrix} \quad R = \begin{bmatrix} \rho_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \rho_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \rho_{n_u} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

com $\lambda_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, n_y$ e $\rho_j > 0, j = 1, 2, \dots, n_u$.

As saídas preditas para a planta são computadas usando o modelo de predição, que pode ser descrito no espaço de estado como:

$$\mathbf{x}(k+1) = f_x[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k), k] \quad (2.4)$$

$$\mathbf{y}(k) = h[\mathbf{x}(k), k] \quad (2.5)$$

$$\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}(k) \quad (2.6)$$

Em uma forma matricial, é possível definir:

$$\Delta U(k) = [\Delta \mathbf{u}(k|k)^T, \Delta \mathbf{u}(k+1|k)^T, \dots, \Delta \mathbf{u}(k+H_q-1|k)^T]^T \quad (2.7)$$

² Q é dita semi-positivo-definida e R positivo-definida.

Utilizando o modelo de predição, obtém-se a predição das H_p amostras futuras de saída, utilizando o vetor de variações na ação de controle $\Delta U(k)$, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k|k) &= \mathbf{u}(k-1) + \Delta \mathbf{u}(k|k) \\ \mathbf{x}(k+1|k) &= f[\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k|k), k] \\ \mathbf{y}(k+1|k) &= h[\mathbf{x}(k+1|k), k+1] \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(k+1|k) &= \mathbf{u}(k) + \Delta \mathbf{u}(k+1|k) \\ \mathbf{x}(k+2|k) &= f[\mathbf{x}(k+1|k), \mathbf{u}(k+1|k), k+1] \\ \mathbf{y}(k+2|k) &= h[\mathbf{x}(k+2|k), k+2] \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ \mathbf{u}(k+H_q-1|k) &= \mathbf{u}(k+H_q-2) + \Delta \mathbf{u}(k+H_q-1|k) \\ \mathbf{x}(k+H_q|k) &= f[\mathbf{x}(k+H_q-1|k), \mathbf{u}(k+H_q-1|k), k+H_q-1] \\ \mathbf{y}(k+H_q|k) &= h[\mathbf{x}(k+H_q|k), k+H_q] \\ \mathbf{x}(k+H_q+1|k) &= f[\mathbf{x}(k+H_q|k), \mathbf{u}(k+H_q-1|k), k+H_q] \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} &\vdots \\ \mathbf{x}(k+H_p|k) &= f[\mathbf{x}(k+H_p-1|k), \mathbf{u}(k+H_p-1|k), k+H_p] \\ \mathbf{y}(k+H_p|k) &= h[\mathbf{x}(k+H_p|k), k+H_p] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Desta forma, é possível obter um vetor de saídas preditas $Y(\Delta U, k)$, sendo que o estado e a ação de controle em k são condições iniciais para a predição, dado por:

$$Y[\Delta U(k), k] = [\mathbf{y}(k+1|k)^T, \mathbf{y}(k+2|k)^T, \mathbf{y}(k+3|k)^T, \dots, \mathbf{y}(k+H_p|k)^T]^T \quad (2.12)$$

Utilizando os elemento do vetor de saídas preditas em (2.12) a partir de $\Delta U(k)$ e também as amostras de referências futuras $\mathbf{y}_r(k+i)$, $1 \leq i \leq H_p$ para o cálculo do erro predito em (2.2), e então aplicando $\mathbf{y}_r(k+i)$, $1 \leq i \leq H_p$ à função custo em (2.1), pode-se escrever o problema de otimização em função de $\Delta U(k)$ e das condições iniciais dadas em k , conforme (RUSCIO, 2013):

$$\min_{\Delta U(k)} J_c[\Delta U(k), k] \quad (2.13)$$

sujeito ao modelo de predição descrito nas Equações (2.4), (2.5) e (2.12) e possíveis restrições a serem impostas, como, por exemplo, limites de excursão das variáveis de saída e entrada.

2.1.2 Horizonte retrocedente e *warm-starting*

Calcular uma sequência de H_q futuras variações na ação de controle e aplicar cada uma das amostras sequencialmente a cada período de amostragem leva o sistema a atuar em malha aberta

por H_q amostras. Dessa forma, é utilizado o conceito de horizonte retrocedente³, que significa que a cada período de amostragem k , o horizonte de predição é deslocado uma amostra para o futuro, fazendo com que uma nova sequência $\Delta U(k+1)$ de incrementos no vetor de ações de controle seja calculada por meio do algoritmo de otimização. A cada nova otimização, a primeira amostra da sequência, $\Delta \mathbf{u}(k|k)$, é somada à ação de controle. Entretanto, com o uso do horizonte retrocedente, as amostras de variações de controle além da primeira tipicamente são descartadas.

Os métodos numéricos de otimização para MPC usualmente são configurados, em um instante k , com um valor inicial para $\Delta U(k)$, que é iterativamente atualizado até que se chegue a uma solução ótima ou subótima. Para reduzir o tempo de computação do algoritmo até atingir uma determinada precisão e também inicializar o algoritmo com uma solução factível ou próximo de uma solução factível, pode-se utilizar o conceito de *warm-starting*, inicializando o algoritmo a partir de uma solução calculada no período de amostragem anterior (CANNON, 2004; WANG; BOYD, 2010). Para tanto, considera-se que a função custo em $k-1$ e em k são similares (DÆHLEN; EIKREM; JOHANSEN, 2014). Como a cada período de amostragem o horizonte de predição é deslocado uma amostra para o futuro é possível inicializar o ponto de partida para a próxima otimização ΔU_0 , buscando minimizar o tempo de execução para atingir a convergência, como:

$$\Delta U_0 = [\Delta \mathbf{u}(k+1|k)^T, \Delta \mathbf{u}(k+2|k)^T, \dots, \Delta \mathbf{u}(k+H_q-1|k)^T, \mathbf{0}^T]^T \quad (2.14)$$

2.2 MÉTODO DE OTIMIZAÇÃO

Um método de otimização deve ser empregado para resolver o problema de minimização a cada instante de amostragem e gerar as ações de controle do MPC. Para um modelo de predição, restrições ou função custo não lineares, existem tanto métodos baseados em gradientes da função custo como métodos livres de gradientes. No presente trabalho, os métodos livres de gradientes BOBYQA (do inglês *Bound Optimization By Quadratic Approximation*) (POWELL, 2009) e DE (Evolução Diferencial, do inglês *Differential Evolution*) (STORN; PRICE, 1997) foram empregados, seguindo a justificativa e a metodologia apresentada previamente em (NEGRI et al., 2017). Apesar de haver métodos eficientes para obter as derivadas da dinâmica de corpos acoplados (CARPENTIER; MANSARD, 2018), decidiu-se por utilizar BOBYQA para otimização dentro da malha MPC com base em resultados que mostram custos computacionais semelhantes comparando BOBYQA com um algoritmo SQP (DÆHLEN; EIKREM; JOHANSEN, 2014).

³MPC também é conhecido como *Receding Horizon Control*, ou Controle por Horizonte Retrocedente.

De acordo com as características da função custo, esta pode apresentar apenas um ponto de mínimo global, sendo classificada como monomodal, sem pontos de mínimo locais, de forma que a partir de qualquer ponto inicial, o algoritmo de otimização convergirá para o ponto de mínimo. Entretanto, a função custo pode também apresentar múltiplos mínimos locais, sendo chamada de multimodal (BACK; HAMMEL; SCHWEFEL, 1997). Isto significa que existem pontos em que o custo é menor do que o de todos os pontos de sua vizinhança imediata, mas há, dentro do espaço de busca, pontos com custo menor.

Algoritmos de otimização que utilizam a atualização iterativa de uma única solução candidata, como o de descida de gradiente, em que a próxima solução candidata é vizinha à solução encontrada anteriormente, possuem rápida resposta para funções de custo como a mostrada na Figura 2.1a. Entretanto, tais algoritmos podem ficar presos a mínimos locais (STORN; PRICE, 1997), em funções de custo como a mostrada na Figura 2.1b. Dessa forma, pode-se dividir os algoritmos de otimização entre os tipos local e global.

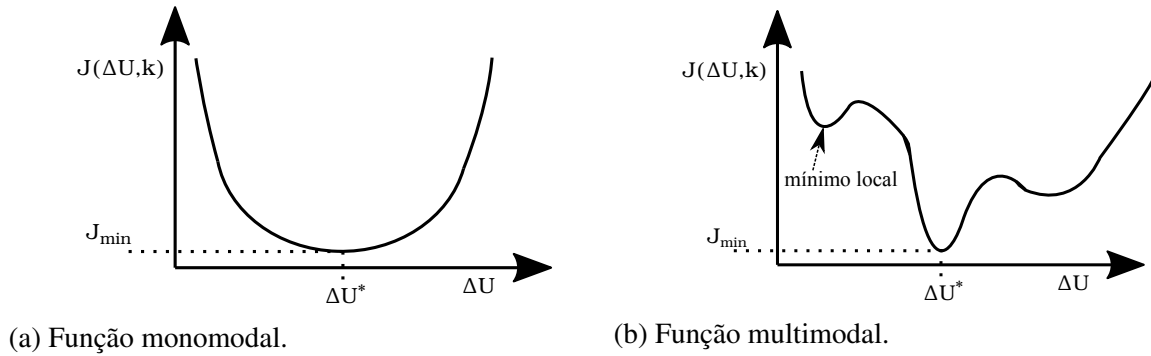
Algoritmos de otimização local buscam o ponto de mínimo iterativamente através de atualizações na solução candidata atual. Isto faz com que a solução seja direcionada a uma nova solução vizinha com custo menor que a solução atual. Métodos como descida de gradiente (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010) e BOBYQA (POWELL, 2009) são exemplos de otimizadores locais.

Já os algoritmos de otimização global possuem mecanismos para escapar de mínimos locais, mas apresentam custos computacionais usualmente maiores que os métodos locais. Uma das formas de se fazer isso é utilizando estratégias populacionais, em que um conjunto de soluções candidatas, distribuídas no espaço de busca são avaliadas a cada iteração. Dessa forma, diversos mínimos locais podem ser encontrados e comparados entre si para encontrar a solução global dentro do espaço de busca (BACK; HAMMEL; SCHWEFEL, 1997). Tais algoritmos possuem em geral, mecanismos de *exploitation* e *exploration*, traduzidos aqui como intensificação e diversificação, conforme Migliorini, André e Parpinelli (2015). A intensificação é responsável por aprimorar uma solução candidata localmente, enquanto a diversificação é utilizada para que diferentes regiões de soluções candidatas sejam avaliadas. Algoritmos como GA (Algoritmos Genéticos, do inglês *Genetic Algorithms*) (MITCHELL, 1998) e DE (Evolução Diferencial, do inglês *Differential Evolution*) são exemplos de otimizadores globais populacionais.

2.2.1 BOBYQA

O algoritmo BOBYQA, apresentado por Powell (2009), possui as características de incluir restrições nas variáveis manipuladas e não necessitar de uma formulação prévia para o

Figura 2.1 – Função custo com apenas um mínimo e com múltiplos mínimos locais



Fonte: próprio autor.

gradiente da função de custo. Essas duas características se apresentam como vantagens para a aplicação do algoritmo como otimizador para malhas NMPC. Em primeiro lugar, é comum em MPC aplicar restrições aos incrementos das ações de controle (RUSCIO, 2013), o que é tratado diretamente pela inclusão das restrições no otimizador. E, em segundo lugar, o gradiente da função custo em NMPC pode ser de difícil obtenção devido às não linearidades e múltiplas variáveis envolvidas, de forma que o uso de um método livre de gradiente simplifica o projeto da malha de controle. Uma desvantagem, entretanto, de um método livre de gradiente em relação a métodos baseados em gradientes, é o custo computacional possivelmente mais alto. BOBYQA foi empregado em trabalhos anteriores do presente grupo de pesquisa relativos a NMPC apresentando custo computacional compatível com os períodos de amostragem utilizados e sucesso na aplicação da malha de controle NMPC (NEGRI et al., 2017; NEGRI; CAVALCA; CELIBERTO-Jr, 2017).

Uma implementação do algoritmo BOBYQA em linguagem de programação C pode ser encontrada na biblioteca Nlopt (JOHNSON, 2015).

2.2.2 Evolução Diferencial - DE

DE é um algoritmo populacional para solução de problemas de otimização multimodais considerando um espaço de busca contínuo (STORN; PRICE, 1997). Tal algoritmo possui características comuns a outros métodos populacionais, como GA e Otimização por Enxame de Partículas (PSO, do inglês *Particle Swarm Optimization*) (KENNEDY; EBERHARDT, 1995). Entre tais características, podem ser citados o equilíbrio intrínseco entre diversificação e intensificação, o uso de operadores de mutação aleatória e de recombinação entre soluções candidatas ou *crossover*. Uma revisão sobre métodos de otimização populacionais, incluindo DE, pode ser encontrada em Boussaïd, Lepagnot e Siarry (2013).

DE foi escolhido como método para otimização global, em detrimento a GA e PSO, por ter apresentado convergência com menor custo computacional, sendo eficaz inclusive para funções de custo com descontinuidades, conforme estudado anteriormente em Negri et al. (2015).

Para a sintonia do otimizador com DE utilizam-se os parâmetros apresentados na Tabela 2.1 (STORN; PRICE, 1997):

Tabela 2.1 – Parâmetros do algoritmo DE

Parâmetro	Descrição
N_{DE}	Número de iterações
f_{min}	Taxa mínima de mutação
f_{max}	Taxa máxima de mutação
CR	Constante de <i>crossover</i>
S_{pop}	Tamanho da população

O tamanho da população, S_{pop} define quantas soluções candidatas serão consideradas por iteração, enquanto os parâmetros CR , f_{min} e f_{max} controlam a prioridade do algoritmo entre diversificação e intensificação. Estudos prévios do uso de DE como otimizador em MPC e sintonia de tais parâmetros foram realizados pelo presente grupo de pesquisa e apresentados em Negri et al. (2015) e Negri et al. (2017).

No presente trabalho, DE foi utilizado a partir de uma implementação própria em linguagem C++ para resolver o problema de encontrar condições iniciais para a simulação com caminhada periódica do *walker* passivo com joelhos, que está apresentado no Capítulo 4. Tais soluções formam parte do gerador de trajetórias utilizado para a caminhada do robô atuado, conforme mostrado no Capítulos 5.

2.2.3 Tratamento de restrições

Os problemas de controle podem envolver restrições físicas ou operacionais (MACIE-JOWSKI, 2002). As restrições físicas referem-se a limitações como as de excursão ou velocidade em atuadores, que não podem excedidas na prática. Assim, caso o controlador calcule um sinal de controle que minimize a função custo, mas que ultrasse alguma restrição física, o sinal reproduzido será diferente do calculado, distorcendo a resposta do sistema. As restrições operacionais, por sua vez, referem-se a limites impostos no projeto do controlador buscando, por exemplo, preservar atuadores, ou impedir alguma condição que possa ser perigosa. Dessa forma, são limites que na prática podem, mas não devem, ser violados.

Algumas das restrições mais usualmente empregadas em MPC são feitas sobre a taxa de variação da ação de controle, excursão da ação de controle e excursão dos sinais de saída, dadas respectivamente por (RUSCIO, 2013):

$$\Delta \mathbf{u}_{min} \leq \Delta \mathbf{u}(k + i_c | k) \leq \Delta \mathbf{u}_{max} \quad (2.15)$$

$$\mathbf{u}_{min} \leq \mathbf{u}(k + i_c | k) \leq \mathbf{u}_{max} \quad (2.16)$$

$$\mathbf{y}_{min} \leq \mathbf{y}(y + i_p | k) \leq \mathbf{y}_{max} \quad (2.17)$$

com

$$0 \leq i_c \leq H_q - 1 \quad (2.18)$$

$$1 \leq i_p \leq H_p \quad (2.19)$$

considerando comparações elemento a elemento.

Nas Equações (2.15)-(2.17), considera-se que as comparações entre vetores são feitas elemento a elemento, de forma que a restrição não é respeitada caso algum elemento do vetor esteja fora dos limites impostos. A forma de lidar com os tais restrições, aqui utilizadas, segue a metodologia apresentada previamente em Negri et al. (2017).

Ambos os métodos de otimização citados não lidam explicitamente com restrições além dos limites para as variáveis livres. No presente caso, a restrição sobre a variação da ação de controle é imposta no momento da instanciação do objeto referente do algoritmo de otimização.

Já a restrição sobre a excursão da ação de controle pode ser incluída com a adição de saturadores no modelo de predição. Dessa forma, um aumento na ação de controle que a levaria acima do limite superior, por exemplo, não ocasiona nenhuma mudança na predição de saída, mas causa um aumento no função custo devido ao incremento utilizado. Assim, o algoritmo de otimização deve chegar à solução que minimize a energia sem, portanto, gerar soluções que ultrapassem as restrições.

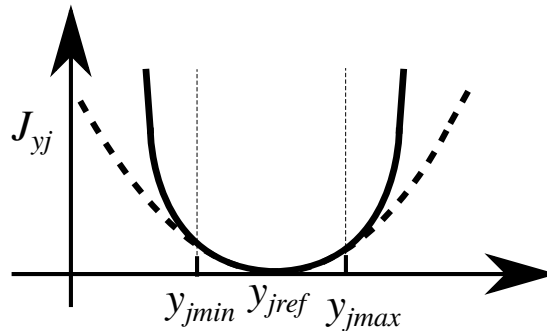
Finalmente, as restrições de excursão de saída são tratadas neste trabalho como *soft constraints*, resultando em uma tendência da saída a se manter dentro dos limites impostos, mas permitindo pequenos excessos. Isto é feito através de um custo restritivo adicional proporcional ao quadrado da amplitude da violação da restrição, conforme mostra o Algoritmo 1. Em tal algoritmo, o índice j é utilizado para representar a predição de uma saída $y_j(k + i | k)$, contida no vetor de predição das variáveis de saída $\mathbf{y}(k + i | k)$. Os limites de restrição em relação à referência y_{jref} são dados por $\pm \delta_j$. O peso do custo restritivo é dado por $\lambda_{\delta_j} \geq 0$. O termo $custo_j(k + i | k)$ é usado para representar a parcela de custo relativa a uma amostra de predição da saída $y_j(k + i | k)$.

Algoritmo 1 Computando o custo para a predição do erro de uma variável saída $y_j(k+i|k)$ com custo adicional restritivo

1. $custo_j(k+i|k) \leftarrow \lambda_j [y_j(k+i|k) - y_{rj}(k+i)]^2$
 2. **Se:** $y_j(k+i|k) > y_{jref}(k+i) + \delta_j$ **então:**
 $custo_j(k+i|k) \leftarrow custo_j(k+i|k) + \lambda_{\delta_j} \{y_j(k+i|k) - [y_{jref}(k+i) + \delta_j]\}^2$
 - Senão se:** $y_j(k+i|k) < y_{jref}(k+i) - \delta_j$ **então:**
 $custo_j(k+i|k) \leftarrow custo_j(k+i|k) + \lambda_{\delta_j} \{y_j(k+i|k) - [y_{jref}(k+i) - \delta_j]\}^2$
 - Fim se**
-

A Figura 2.2 ilustra um exemplo do custo relativo a uma predição de saída y_j , dado por J_{yj} , considerando que a referência para tal saída é y_{jref} , a restrição inferior é y_{jmin} e a restrição superior é y_{jmax} . A curva tracejada em forma de parábola mostra como seria o custo, de forma quadrática, se não houvesse restrições. A linha sólida ilustra o custo com a adição das restrições. Dentro do intervalo ao redor de y_{jref} , o custo não se modifica. Entretanto, após as restrições a inclinação da curva de custo é aumentada de forma manter a saída y_j dentro dos limites. Tal estratégia foi empregada neste trabalho para manter a projeção do centro de gravidade dentro da área do pé de suporte na malha de controle do *walker*.

Figura 2.2 – Exemplo de custo do erro de rastreamento de uma saída y_j com custos restritivos. A curva em linha sólida mostra o custo com a adição dos custos restritivos, enquanto a curva em linha tracejada mostra o custo sem a adição de custos restritivos.

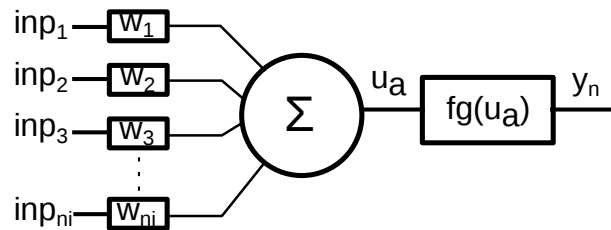


Fonte: próprio autor.

2.3 USO DE RNAS COM MPC

As Redes Neurais Artificiais (RNAs) são funções matemáticas, resultantes da interligação de diversas unidades funcionais, chamadas de neurônios artificiais. O neurônio artificial é constituído de uma quantidade de entradas ponderadas de dados, sendo os pesos de ponderação chamados de pesos sinápticos, um somador e uma função de ativação, usualmente não linear, como mostra a Figura 2.3.

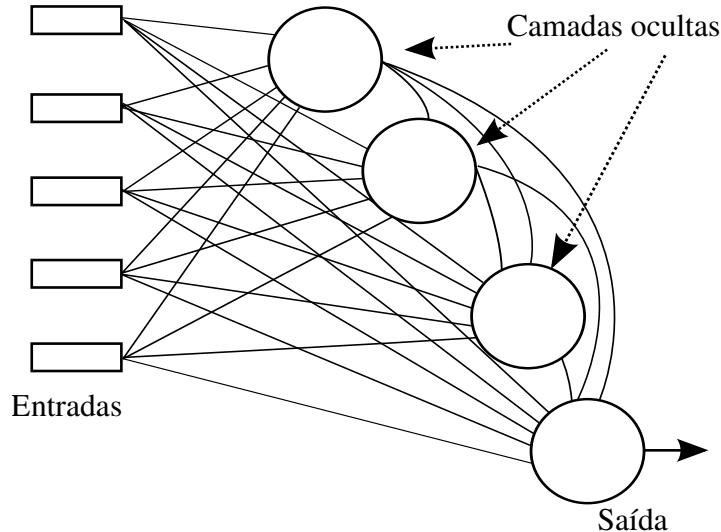
Figura 2.3 – Modelo de neurônio artificial



Fonte: próprio autor, com base em (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

Ao conectar-se a saída de um neurônio à alguma entrada de outro neurônio, tem-se o modelo de rede neural. A Figura 2.4 mostra um exemplo de RNA com conexões do tipo FCC (*Fully Connected Cascade*) (WILAMOWSKI, 2009), em que a saída de um neurônio é conectada à entrada de todos os neurônios seguintes. Na Figura 2.4, cada círculo representa um neurônio como o mostrado na Figura 2.3. Os neurônios cujas saídas são utilizadas como saídas finais da rede estão na chamada camada de saída, enquanto os demais neurônios estão nas camadas ocultas. Através da interligação dos neurônios, é possível mapear fenômenos não lineares através do ajuste dos pesos sinápticos (SILVA; SPATTI; FLAUZINO, 2010).

Figura 2.4 – Exemplo de RNA do tipo FCC



Fonte: traduzido de Negri et al. (2017).

Em estratégias de MPC, RNAs são utilizadas usualmente para mapear fenômenos não-lineares, o que permite que a RNA sirva como modelo de predição quando o modelo dinâmico fenomenológico do sistema a ser representado não está disponível ou apresenta significativa complexidade. Portanto, podem ser utilizadas para detectar comportamentos de falha, atuar como modelo de predição e também para gerar de controle (TINÓS, 1999; PATAN, 2015).

No presente trabalho, utilizaram-se RNAs para a geração de sinais de referência, mapeando o comportamento da dinâmica passiva de bípedes não atuados, como está apresentado na sequência do trabalho.

2.4 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo, foram apresentados os conceitos de MPC necessários para o desenvolvimento do trabalho. Além do exposto, as técnicas de MPC abrangem uma grande diversidade de aplicações e variações. Foram apresentados os conceitos de função custo, problema de otimização e tratamento de restrições através dos métodos de otimização empregados. No próximo capítulo, apresentam-se conceitos básicos da área de robótica bípede, com ênfase na aplicação de MPC para a realização do controle.

3 ROBÓTICA MÓVEL BÍPEDE E MPC

Sistemas robóticos estão, de forma crescente, presentes na indústria, em aplicações domésticas, na medicina e em outras áreas. Entre os diferentes tipos de robôs, os *walkers* (robôs caminantes) estão atraindo atenção de pesquisadores nas áreas da própria robótica, neurociências e controle. Mais especificamente, a caminhada bípede tem sido pesquisada, pois a observação da caminhada natural humana contribui no desenvolvimento de robôs bípedes aprimorados e o conhecimento sobre caminhada alcançado através do estudo de caminhada robótica é útil para resolver problemas na área de ortopedia (HUANG; WANG, 2016).

Os robôs possuem dinâmicas usualmente não lineares, forças gravitacionais dependentes das posições angulares das juntas, efeitos de Coriolis e inércia (CHEN, 2007). Dessa forma, um conjunto de equações diferenciais pode ser utilizado para representar a dinâmica de um robô articulado de juntas rotativas, como é o caso dos bípedes e dos robôs manipuladores, através de uma equação no espaço de estados dada por (JANARDHAN; KUMAR, 2017):

$$H[q(t)]\ddot{q}(t) + C[q(t), \dot{q}(t)]\dot{q}(t) + G[q(t)] = \tau(t) \quad (3.1)$$

sendo $q(t)$ o vetor de coordenadas generalizadas, contendo as posições angulares das juntas, $H[q(t)]$ a matriz de inércia, $C[q(t), \dot{q}(t)]$ a matriz de efeito Coriolis, $G[q(t)]$ o vetor de termos gravitacionais e $\tau(t)$ o vetor de torques de atuadores. A tarefa de controlar um robô bípede, entretanto, não está apenas em aplicar técnicas de controle não linear para as juntas do robôs, pois a definição das trajetórias de referência para as juntas precisa também ser trabalhada para atingir passos ou pisadas seguidas e manter uma caminhada cíclica.

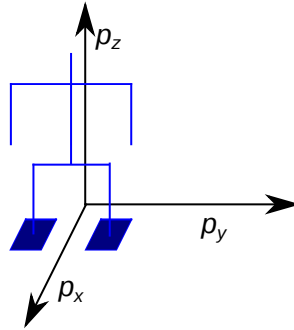
A robótica humanoide é uma área crescente tanto no mundo acadêmico como no industrial, sendo impulsionada principalmente pelos avanços tecnológicos nos campos de *software* e *hardware*. Dentro de tal área, destaca-se a parte referente à caminhada bípede, cuja principal origem no meio acadêmico pode ser datada na década de 1970 (JANARDHAN; KUMAR, 2017). Atualmente, além de aplicações práticas, podem ser encontrados na literatura trabalhos de perfil teórico, baseados em simulações, buscando resolver situações ainda não completamente resolvidas na prática e aproximar as soluções à caminhada natural humana, assim como trabalhos relacionados à construção e implementação prática dos robôs (HEYDARI; FARROKHI, 2017; ANDRÉ et al., 2015; SAPUTRA et al., 2016). Dentre os desafios tratados atualmente na literatura, podem ser citados a locomoção em ambientes previamente desconhecidos, desviar de obstáculos e subir e descer escadas (JANARDHAN; KUMAR, 2017).

A locomoção de um robô pode ser classificada como a movimentação dentro de um determinado ambiente. No caso de robôs bípedes, o problema da locomoção pode ser definido

através de três subproblemas, que devem ser resolvidos conjuntamente: criação de restrições de equilíbrio, envolvendo a trajetória do centro de massa (CoM, do inglês *Center of Mass*); determinação da trajetória ou posição final desejada para o pé em movimento, nas etapas de duplo suporte e suporte simples; e tratamento dos graus de liberdade redundantes, usualmente buscando otimizar o consumo de energia (WRIGHT; JORDANOV, 2015) ou manter uma postura ereta.

Neste trabalho, as três direções no espaço cartesiano são definidas por p_x , p_y , e p_z , conforme a Figura 3.1. Considerando que o *walker* está alinhado para caminhada ao longo do eixo p_x , são definidos os plano $p_x p_z$ como sagital, $p_y p_z$ como coronal e $p_x p_y$ como transversal.

Figura 3.1 – Direções no espaço cartesiano e planos sagital, coronal e transversal.



Fonte: próprio autor.

O conceito de equilíbrio (*balance*), que define o tipo de caminhada, pode ser estabelecido em duas categorias. explicadas a seguir (HWANG; LIN; YEH, 2015):

- Equilíbrio estático: a projeção do CoM no plano de caminhada está sempre dentro do polígono de suporte; isto é, o CoM sempre está verticalmente alinhado à área do pé de suporte do robô; as coordenadas do CoM são dadas por:

$$p_{xCoM}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N_m} m_i p_{xi}(t) \quad (3.2)$$

$$p_{yCoM}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N_m} m_i p_{yi}(t) \quad (3.3)$$

$$p_{zCoM}(t) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N_m} m_i p_{zi}(t) \quad (3.4)$$

em que M é a massa total do sistema e m_i é a massa de cada ponto de massa com coordenadas $p_{xi}(t)$, $p_{yi}(t)$, $p_{zi}(t)$.

- Equilíbrio dinâmico: o ponto de momento zero (ZMP, do inglês *Zero Moment Point*), no plano da área de contato entre o pé de suporte e o solo, está sempre dentro da área do pé de suporte do robô. Considerando a posição nas direções p_x , p_y e p_z e a média das posições

dos pontos de massa ponderadas por suas respectivas massas, a posição do ZMP no plano $p_x p_y$ pode ser calculado como (MAXIMO, 2017; WRIGHT; JORDANOV, 2015):

$$p_{xZMP}(t) = p_{xCoM}(t) - \frac{p_{zCoM}^-}{g} p_{xCoM}''(t) \quad (3.5)$$

$$p_{yZMP}(t) = p_{yCoM}(t) - \frac{p_{zCoM}^-}{g} p_{yCoM}''(t) \quad (3.6)$$

em que p_{zCoM}^- é a altura média do centro de massa em relação ao solo, considerada como uma constante, por simplificação. Assumindo que tal altura é aproximadamente constante, elimina-se a segunda derivada de $p_{zCoM}(t)$.

O conceito de ZMP foi introduzido por Vukobratovic e Juricic (1969), Vukobratovic e Stepanenko (1972) e Vukobratovic e Stokic (1975), apesar de não ter sido chamado inicialmente por este termo (VUKOBRATOVIC; BOROVAC, 2004). Vukobratovic e Borovac (2004) mencionam que um robô completamente atuado, em que cada junta rotativa consiste em um servo-sistema, possui um grau de liberdade passivo adicional, que é a rotação da extremidade do pé de apoio sobre o chão e que tal grau de liberdade não pode ser diretamente controlado. Entretanto, o controle deste grau de liberdade pode ser feito indiretamente através do restante da estrutura do bípede, evitando que haja rotações que levem à queda do bípede. Considerando sua aplicação em robótica bípede, o ZMP é definido como um ponto, dentro da área de contato entre o pé de apoio e o chão, tal que o momento angular resultante das forças inerciais e gravitacionais em relação a esse ponto é nulo nos eixos p_x e p_y , de forma que não haverá rotação do pé de apoio em relação ao solo, desde que a força de atrito entre o pé e o solo seja suficiente. Se este ponto existir, dentro da área de suporte, o bípede encontra-se em equilíbrio (WRIGHT; JORDANOV, 2015)¹.

Empregar o critério de equilíbrio estático usualmente resulta em velocidades de caminhada menores em superfícies planas do que a caminhada com estabilidade dinâmica. Estratégias baseadas em equilíbrio dinâmico permitem que a projeção do CoM esteja fora da área de suporte, desde que o ZMP esteja dentro de tal área, sendo, portanto, menos restritivas em relação às trajetórias possíveis (HWANG; LIN; YEH, 2015).

3.1 TRABALHOS RELACIONADOS A ROBÓTICA BÍPEDE E MPC

A realização da caminhada utilizando o critério do equilíbrio dinâmico, com base no ZMP, permite com que o tempo em duplo suporte seja minimizado, pois é possível realizar a movimentação do CoM em direção ao ponto da pisada, mantendo o ZMP sobre o pé de apoio

¹Nas publicações em inglês, utiliza-se o termo *balance*

anterior. E, além disso, é possível obter-se uma trajetória para o CoM que resulte em uma transição em forma de degrau no ZMP. Tal ideia está apresentada em Kajita et al. (2003) e, a partir de tal proposta, diversas contribuições foram apresentadas.

Naveau et al. (2017) apresentam um gerador de trajetórias baseado em MPC, visando o desvio de obstáculos, gerando trajetórias para o CoM e a posição da pisada. Para o desvio de obstáculos, utilizam-se restrições não lineares. Os autores mencionam que um desafio da área é conseguir atender ao custo computacional para aplicações reais, o que é alcançado no trabalho apresentado realizando uma iteração do otimizador de trajetória por período de amostragem. A ideia é que uma solução sub-ótima seja suficiente para atender aos requisitos de controle em uma aplicação real. O trabalho, assim como outros mencionados a seguir, se baseia em um modelo de pêndulo invertido para a dinâmica do CoM, o qual consiste em considerar um único ponto equivalente de massa com altura constante, no critério ZMP e no uso de cinemática inversa para geração das referências para as juntas. O trabalho de Sherikov (2012) também utiliza como base o modelo de pêndulo invertido, critério ZMP e o uso de MPC para geração das trajetórias do CoM e do ponto de pisada (*footstep position*) e da cinemática inversa para as juntas. O foco de tal trabalho é no método de otimização, considerando casos com e sem restrições para a geração das trajetórias.

O uso de MPC para controle de um humanoide, voltado a outras tarefas, como levantar e ajoelhar pode ser encontrado em Erez et al. (2013), no qual é introduzido a combinação da *engine* de física MuJoCo (*Multi-Joint dynamics with Contacts*, que permite considerar a dinâmica resultante do acoplamento de múltiplas juntas com possibilidade de inclusão de contatos com objetos externos, com MPC. Uma aplicação prática da *engine* MuJoCo é encontrada em (Koenemann et al., 2015), no qual são apresentados experimentos em que o robô utiliza contatos, como o apoio pelas mãos em uma mesa para manter o equilíbrio.

Um estudo detalhado do uso de MPC para controle de caminhada bípede está apresentado em Herdt (2012), no qual são apresentados detalhes para aumentar a eficiência da caminhada, incluindo a oscilação da altura do CoM em relação ao solo e também a dinâmica dos dedos nos pés para possibilitar a minimização da carga nas juntas.

A caminhada em condições adversas de terreno é tratada em Brasseur et al. (2015), em que a caminhada sobre escadas é obtida enquanto uma postura humano-similar também é considerada. A trajetória para o CoM é gerada sob restrições de ZMP, e os ângulos de referências para as juntas são calculados através da cinemática inversa. Para obter uma postura ereta, é estabelecido um objetivo no problema de otimização para manter o CoM a uma altura desejada, o que faz com que as juntas dos joelhos sejam mais abertas (pernas estendidas) e o torso mantido mais ereto em comparação a trabalhos similares.

3.2 GERAÇÃO DA TRAJETÓRIA PARA COM ATRAVÉS DE MPC

Conforme visto nos trabalhos envolvendo o uso de MPC para o controle da trajetória do CoM, é possível obter trajetórias contínuas para o CoM, combinando posição e aceleração, de forma a se ter uma trajetória do ZMP na forma de degraus. Assim, pode-se fazer com que o ZMP seja transferido da posição de um pé à posição do outro em poucos ou até mesmo em um único período de amostragem (KAJITA et al., 2003).

A formulação de tal estratégia é aqui apresentada conforme Maximo (2017), que se baseia na solução do problema de minimização da função custo dada na Eq. (??). Como a equação (3.5), envolve a segunda derivada do CoM, é possível obter-se um sistema contínuo controlável definindo como ação de controle a terceira derivada da variável referente ao CoM² e realizando-se a discretização do sistema para controle via MPC. Apresenta-se nas Equações (3.7)-(3.13) a formulação para a direção p_x , sendo que outra malha MPC, da mesma forma, deve ser utilizada para gerar a referência de trajetória do CoM na direção p_y .

$$J_{ZMP}(k) = \sum_{i=1}^{H_{ZMP}} \frac{\alpha_{ZMP}}{2} p_{xCoM}^{\ddot{\cdot}}(k+i|k)^2 + \frac{\gamma_{ZMP}}{2} [p_{xZMP}(k+i|k) - p_{xZMPref}(k+i)]^2 \quad (3.7)$$

Considerando a direção p_x , a ação de controle é $p_{xCoM}^{\ddot{\cdot}}(t)$. O vetor de variáveis de estado $\mathbf{x}(t)_{3 \times 1}$ é composto pela posição do CoM $p_{xCoM}(t)$, sua primeira derivada e sua segunda derivada. $A_{3 \times 3}$, $B_{3 \times 1}$, $C_{1 \times 3}$ representam os termos constantes que definem a relação entre as variáveis de estado entre si, com a ação de controle e com a saída.

$$\dot{\mathbf{x}}(t)_{3 \times 1} = A_{3 \times 3} \mathbf{x}(t) + B_{3 \times 1} p_{xCoM}^{\ddot{\cdot}}(t) \quad (3.8)$$

$$p_{xZMP}(t) = C_{1 \times 3} \mathbf{x}(t) \quad (3.9)$$

$$\mathbf{x}(t)_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} p_{xCoM}(t) & \dot{p}_{xCoM}(t) & \ddot{p}_{xCoM}(t) \end{bmatrix}^T \quad (3.10)$$

$$A_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$B_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (3.12)$$

$$C_{1 \times 3} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{p_{xCoM}^{\ddot{\cdot}}}{g} \end{bmatrix}^T \quad (3.13)$$

O conjunto de Equações representa (3.8)-(3.13), no espaço de estado, a relação entre a posição $p_{xCoM}(t)$, com suas derivadas no tempo, e $p_{xZMP}(t)$. Aplicando uma discretização com

²O termo *jerk* é utilizado para a terceira derivada de uma posição nas publicações em inglês

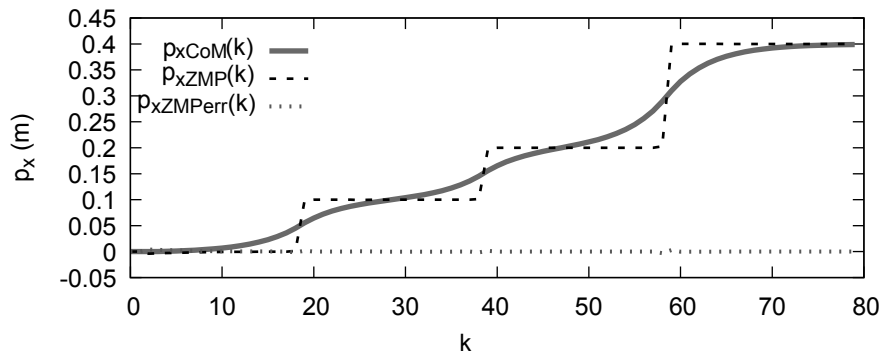
período de amostragem T_s do modelo mostrado nas Equações (3.8)-(3.13), utilizando as mesmas variáveis de estado, Maximo (2017) demonstra a solução para o problema de otimização, aqui apresentado de forma resumida, como:

$$p_{xCoM}^{\ddot{}}(k) = K(\rho, T_s, p_{zCoM}^-)[\mathbf{p}_{xZMP,ref}(k) - \Phi(T_s, p_{zCoM}^-)\mathbf{x}(k)] \quad (3.14)$$

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} p_{xCoM}(k) & p_{x\dot{CoM}}(k) & p_{x\ddot{CoM}}(k) \end{bmatrix}^T \quad (3.15)$$

em que ρ é a relação entre o peso da ação de controle sobre o peso da saída e $\mathbf{p}_{xZMP,ref}(k)$ é um vetor contendo as H_p amostras de referência futuras para $p_{xCoM}(k)$. As matrizes K e Φ são calculadas em função dos parâmetros dos quais dependem e mantidas constantes. O procedimento para a obtenção de tais matrizes pode ser encontrado em Maximo (2017). Assim, para um rastreamento aproximadamente perfeito, pode-se utilizar um valor de ρ próximo a zero. A resposta de $p_{xCoM}(k)$ em malha fechada do sistema virtual apresentado acima é utilizada como referência para o CoM. A Figura 3.2 exemplifica um resultado de tal malha MPC, utilizando $p_{zCoM}^- = 0,5$ m, dois passos de tamanho 0,1 m e um passo de tamanho 0,2 m e período de amostragem de 50 ms. Na Figura apresenta-se a trajetória resultante para $p_{xCoM}(k)$ que leva à obtenção de $p_{xZMP}(k)$ na forma de degraus, de forma que o ZMP fique sobre o pé de apoio enquanto o CoM realiza um movimento contínuo, considerando que o mesmo deve ser feito para as variáveis no eixo p_y . O erro $p_{xZMPerr}(k)$ entre $p_{xZMP}(k)$ e a referência utilizada atingiu um valor absoluto máximo de 0,004 m ao longo da simulação.

Figura 3.2 – Geração da trajetória do CoM por MPC utilizando o critério ZMP



Fonte: próprio autor.

3.3 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste capítulo foram apresentados conceitos básicos e trabalhos relacionados à robótica bípede e ao uso de MPC para geração das trajetórias do CoM e ZMP. Trabalhos relacionados

foram apresentados para contextualizar a contribuição do presente trabalho, que tem por objetivo apresentar um método de geração de trajetórias e controle para *walkers* bípedes totalmente atuados. No próximo Capítulo, serão apresentados conceitos e simulações de *walkers* passivos, que serão utilizados para a obtenção de geradores de trajetórias para as juntas para o controlador proposto.

4 WALKERS PASSIVOS

Uma metodologia útil no desenvolvimento de estratégias de controle para locomoção bípede é a observação e uso da dinâmica de modelos de *walkers* passivos. A ideia de observar tal dinâmica foi colocada em prática no trabalho de McGeer (1990), no qual um robô bípede com apenas uma junta no quadril, pernas rígidas e pés curvados mostrou uma caminhada passiva através de um empurrão externo inicial. Um modelo matemático para o *walker* mais simples possível, chamado de *simplest walker*, foi apresentado em 1998 por Garcia et al. (1998), com pés pontuais e de massa infinitesimal. Modelos baseados em Garcia et al. (1998) são também chamados de modelos de compasso. Mais tarde, um modelo para um *walker* passivo simples¹, mas com juntas de joelho foi apresentado no trabalho de Chen (2007). Em tal trabalho, é comentado que o objetivo em desenvolver um modelo com joelhos foi de reduzir a distância entre trabalhos teóricos e práticos existentes na literatura na área de caminhada bípede.

Trabalhos posteriores em relação ao *walker* passivo com resultados interessantes podem ser encontrados em Safa, Saadat e Naraghi (2007), no qual a superfície plana e inclinada, considerada nos trabalhos citados no parágrafo anterior foi substituída por degraus; e em Sushko, Honeycutt e Reed (2012), em que um modelo de bípede passivo com joelhos foi utilizado para auxílio no projeto de uma prótese de perna. Os *walkers* passivos, entretanto, apenas mantêm uma caminhada equilibrada se a inclinação do chão estiver dentro de uma faixa de valores e as condições iniciais adequadas forem configuradas. Portanto, para realizar a caminhada em diferentes inclinações, velocidades, tipos de passada e com acomodação de perturbações, é necessário empregar uma malha de controle que explore a dinâmica passiva, mas que utilize atuadores para manter o equilíbrio. Entre os métodos de controle utilizados para tanto, é possível encontrar na literatura de robótica a aplicação de controle com linearização por *feedback* (BUONDONNO; LUCA, 2016), RNAs (REEVE; HALLAM, 2005), controle de torque por rigidez (*torque-stiffness control*) (HUANG; WANG, 2016) e MPC (HEYDARI; FARROKHI, 2017).

O uso de um padrão de caminhada passivo é tratado em Neves e Ventura (2016), para desenvolver uma caminhada semi-passiva buscando a minimização do uso de energia. Os autores utilizam MPC aplicado ao *simplest walker*. As ações de controle são aplicadas apenas quando o estado do *walker* resultaria, passivamente, em uma situação de falha, como cair ou se deslocar para trás. Caso contrário, se o estado estiver dentro do domínio de atração, não se utiliza atuação. Uma desvantagem citada é o custo computacional inadequadamente alto para a geração de referências para a malha de controle.

¹Na prática, o *walker* implementado possuía atuadores auxiliares.

Nesta seção é apresentada a modelagem e resultados de simulação para dois modelos de *walkers* passivos. O primeiro é o modelo de compasso, sem joelhos, para o qual apresenta-se a modelagem matemática considerando massas não-nulas nos pés. Na sequência, é apresentada o *walker* passivo com joelhos, baseado em Chen (2007), cuja dinâmica foi explorada para a geração de trajetórias para as juntas das pernas no sistema proposto no presente trabalho, apresentado no Capítulo 5.

4.1 O MAIS SIMPLES WALKER PASSIVO: MODELO DE COMPASSO

O modelo mais simples para um *walker* passivo foi apresentado por Garcia et al. (1998). Em tal modelo considera-se um robô com duas pernas rígidas, sem joelhos, conectadas por uma junta rotativa ideal sem atrito, sendo tal junção chamada de quadril. Com um dos pés fixo no chão (pé de suporte), o *walker* possui dois graus de liberdade: um no quadril e outro na rotação do pé de suporte. O outro pé, que não está em contato com a chão, é chamado de *swing foot*, aqui traduzido como “pé flutuante”. Para a máxima simplificação do modelo, considera-se que a massa do *walker* se concentra nos dois pés e no quadril; e que a massa do quadril é muito maior que a massa dos pés. Possuindo apenas uma massa significativa e duas pernas de mesmo comprimento, o modelo pode ser simplificado a ponto de não depender de parâmetros construtivos. O comprimento das pernas afeta apenas o período e a largura da passada, mas não a resposta dos ângulos das juntas. A Figura 4.1 mostra uma adaptação do modelo de compasso original, em que os ângulos são medidos separadamente para cada perna em relação a um eixo vertical alinhado com a gravidade ².

Por não possuir atuadores, o *walker* necessita de um impulso inicial, ou seja, condições iniciais não nulas de velocidade e posição angulares e que o solo seja inclinado para manter a caminhada de forma equilibrada. A inclinação do solo é dada por γ , conforme a Figura 4.1.

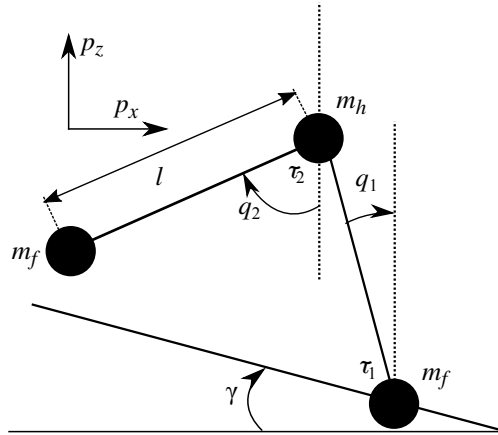
Como desenvolvimento inicial, as Equações de Lagrange foram utilizadas, no presente trabalho, para obter o modelo de compasso considerando massas significativas nos pés e atuadores de torque nas juntas, seguindo a Figura 4.1. As Equações de Lagrange são úteis para a modelagem de sistemas com elos acoplados e são dadas por (ORTEGA; SPONG, 1988):

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L(t)}{\partial \dot{q}_i(t)} - \frac{\partial L(t)}{\partial q_i(t)} = \tau_i(t) \quad (4.1)$$

sendo $q_i(t)$ a posição angular da junta i , na qual o atuador i produz um torque $\tau_i(t)$. No caso dos *walkers* passivos $\tau_i(t) = 0$. O termo $L(t)$ é o Lagrangiano, dado por:

²No modelo original de Garcia et al. (1998), foi utilizado um ângulo θ , medido entre a reta normal ao solo inclinado, que parte do solo até o ponto do quadril, e a reta que passa sobre a perna de apoio, e um ângulo ϕ , que representa a abertura entre as duas pernas.

Figura 4.1 – Walker com modelo de compasso



Fonte: próprio autor, com base em Garcia et al. (1998).

$$L(t) = K_e(t) - P_e(t) \quad (4.2)$$

em que $K_e(t)$ é a energia cinética total do sistema e $P_e(t)$ a energia potencial.

Definem-se também as variáveis $p_{xh}(t)$, $p_{xf}(t)$, $p_{zh}(t)$ e $p_{zf}(t)$, que são as coordenadas em p_x , do quadril e do pé flutuante, e em p_z , do quadril e do pé flutuante, respectivamente. Para simplificação de notação, a dependência temporal (t) foi omitida nas expressões a partir deste ponto no texto para q_i , τ_i , L , K_e , P_e , p_{xh} , p_{xf} , p_{zh} e p_{zf} .

A energia cinética é proporcional ao quadrado da velocidade no espaço de cada ponto de massa do sistema, enquanto a energia potencial é proporcional à altura em relação ao ponto de apoio, na direção da gravidade, de cada ponto de massa. Portanto, é necessário obter as posições de cada ponto de massa, o que corresponde a obter o modelo cinemático direto do *walker* e as derivadas de cada posição em relação ao tempo para que as velocidades sejam obtidas.

A seguir, apresenta-se a modelagem dos *walkers* passivos com e sem joelhos. O sobrescrito \rightarrow foi utilizado para designar vetores de posição e velocidade.

As posições do quadril (\vec{p}_h) e do pé flutuante (\vec{p}_f), conforme mostrado na Figura 4.1 e considerando que o primeiro elemento dos vetores é a componente no eixo p_x e o segundo elemento a componente no eixo p_z , são dadas respectivamente por:

$$\vec{p}_h = \begin{bmatrix} p_{xh} \\ p_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l \sin(q_1) \\ l \cos(q_1) \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\vec{p}_f = \begin{bmatrix} p_{xf} \\ p_{zf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l \sin(q_1) - l \sin(q_2) \\ l \cos(q_1) - L \cos(q_2) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

As velocidades do quadril (\vec{v}_h) e do pé flutuante (\vec{v}_f), obtidas através da diferenciação no tempo das posições, são dadas respectivamente por:

$$\vec{v}_h = \begin{bmatrix} \dot{p}_{xh} \\ \dot{p}_{zh} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l \cos(q_1) \dot{q}_1 \\ -l \sin(q_1) \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$\vec{v}_f = \begin{bmatrix} \dot{p}_{xf} \\ \dot{p}_{zf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -l \cos(q_1) \dot{q}_1 - l \cos(q_2) \dot{q}_2 \\ -l \sin(q_1) \dot{q}_1 + l \sin(q_2) \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

Dessa forma, pode-se escrever a energia potencial como:

$$P_e = \sum_{i=f,h} m_i g p_{zi} \quad (4.7)$$

e a energia cinética total como:

$$K_e = \sum_{i=f,h} \frac{1}{2} m_i |\dot{v}_i|^2 \quad (4.8)$$

Combinando as Equações (4.1)-(4.8), obtém-se o modelo para simulação da dinâmica do *walker* dado por:

$$H_{u2 \times 2} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + C_{u2 \times 2} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + G_{u2 \times 1} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

Utilizando a notação $c_a = \cos(a)$, $c_{ab} = \cos(a+b)$, $c_{a-b} = \cos(a-b)$, $s_a = \sin(a)$, $s_{ab} = \sin(a+b)$, $s_{a-b} = \sin(a-b)$, os termos das matrizes da Eq. (4.9) são dados por:

$$H_{u11} = (m_h + m_f) l^2 \quad (4.10)$$

$$H_{u12} = H_{u21} = m_f l^2 c_{12} \quad (4.11)$$

$$H_{u22} = m_f l^2 \quad (4.12)$$

$$C_{u11} = C_{u22} = 0 \quad (4.13)$$

$$C_{u12} = C_{21} = -m_f l^2 s_{12} \quad (4.14)$$

$$G_{u1} = -g(m_h + m_f) l s_1 \quad (4.15)$$

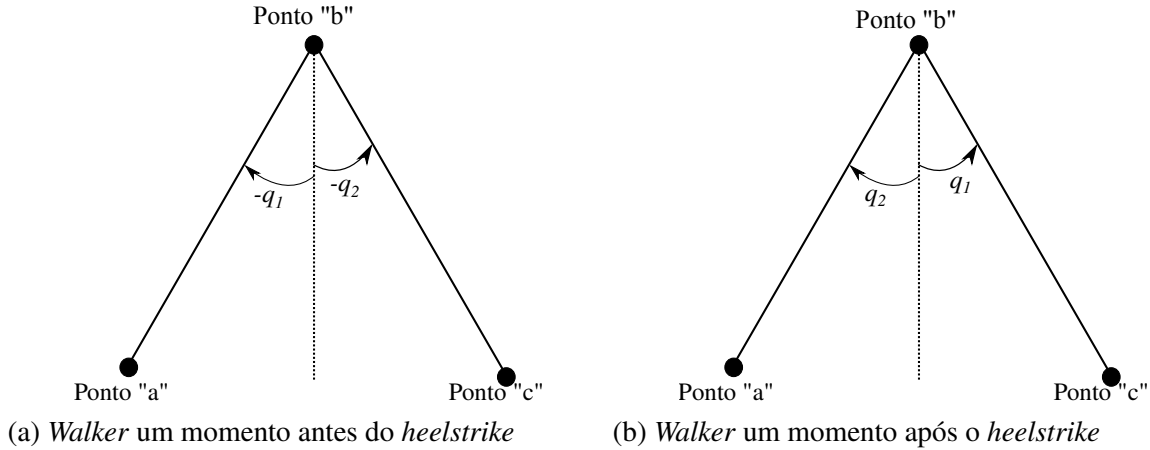
$$G_{u2} = g(m_f) l s_2 \quad (4.16)$$

As deduções dos termos apresentados nas Eqs. (4.10)-(4.16) estão apresentadas no Apêndice A.

No momento em que $q_2 = q_1 + 2\gamma$, ocorre a pisada ou transição *heelstrike* (GARCIA et al., 1998). Quando o pé flutuante toca o solo ocorre uma colisão, que se considerada instantânea, gera uma mudança instantânea nas velocidades angulares e as pernas de suporte e flutuante trocam de função entre si.

O equacionamento da transição *heelstrike* é feito com base na conservação do momento angular de todo o *walker* em relação ao ponto de contato com o solo e também da perna flutuante em relação à junta do quadril (GOMES, 1999).

Figura 4.2 – Walker antes e depois do *heelstrike*



Fonte: próprio autor.

O momento angular é calculado pela soma dos produtos vetoriais da posição de cada ponto de massa em relação ao ponto de impacto “c” pelo seu momento linear (massa multiplicada pela velocidade). Na Figura 4.2a observa-se que apenas a massa do quadril apresenta velocidade e posição não nulas. Assim, o momento de inércia do sistema todo em relação ao ponto de impacto “c” \vec{H}_c^- é dado por (GOMES, 1999):

$$\vec{H}_c^- = \vec{r}_{hc} \times m_h \vec{v}_h \quad (4.17)$$

sendo $v_h = \dot{r}_{ha}$ pois o ponto de apoio e utilizado como origem para o cálculo da posição espacial do quadril é o ponto “a”. Como as posições e velocidades estão no plano $p_x p_z$, o momento angular resultante possui apenas uma componente no eixo p_y . O resultado para H_c^- é:

$$\vec{H}_c^- = m_h l^2 \dot{q}_1^- c_{12} j_y \quad (4.18)$$

sendo j_y o vetor unitário no eixo p_y . A notação \dot{q}_1^- indica o uso da variável avaliada instantaneamente antes da transição.

Após a transição, o momento angular em torno do ponto “c” é recalculado com a atualização das posições angulares. Como após a transição, a massa do pé no ponto “a” entra em movimento. Logo, há dois pontos de massa, o quadril e o novo pé flutuante, com velocidade e posição relativa ao ponto “c” não nulas, o que resulta em:

$$\vec{H}_c^+ = m_h l^2 \dot{q}_1^+ + m_f l^2 \dot{q}_1^+ - m_f l^2 \dot{q}_2^+ + m_f l^2 c_{12} \dot{q}_2^+ - m_f l^2 c_{12} \dot{q}_1^+ j_y \quad (4.19)$$

sendo que notação q_1^+ indica o uso da variável avaliada instantaneamente após a transição.

Considerando também a conservação do momento angular da perna “ab” em relação à junta do quadril (ponto “b”) (GOMES, 1999; CHEN, 2007), tem-se que o momento angular é ocasionado pelo movimento do pé no ponto “a”:

$$\vec{H}_b^- = \vec{r}_{ab} \times m_f \vec{v}_a = 0 \quad (4.20)$$

pois o ponto “a” está em contato com o solo, com velocidade nula.

Após a transição, o pé localizado em torno do ponto “a” perde contato com o solo e passa a ter velocidade não nula, resultando em um momento angular dado por:

$$\vec{H}_b^+ = \vec{r}_{ab} \times m_f \vec{v}_a \quad (4.21)$$

$$\vec{H}_b^+ = m_f (-l^2 \dot{q}_1^+ c_{12} - l^2 \dot{q}_2^+) j_y \quad (4.22)$$

Equacionando os momentos angulares antes e depois da transição, obtém-se a regra de transição para as velocidades angulares:

$$\dot{q}_1^+ = \frac{m_h l^2 c_{12} \dot{q}_1^-}{m_h l^2 + m_f l^2 - m_f l^2 c_{12}^2} \quad (4.23)$$

$$\dot{q}_2^+ = -\dot{q}_1^+ c_{12}; \quad (4.24)$$

E, pela Figura 4.2, verifica-se que a regra de transição das posições angulares é dada por:

$$q_1^+ = -q_2^- \quad (4.25)$$

$$q_2^+ = -q_1^- \quad (4.26)$$

Unindo a Equação de dinâmica (4.9) e as de transição (4.23)-(4.26), pode-se resumir a simulação do *walker* passivo com modelo de compasso através do Algoritmo 2:

Uma simulação foi conduzida para demonstrar o uso do modelo, utilizando programação em linguagens C++, para solução numérica das equações e Python 3, para geração de animações. As condições iniciais e a inclinação do solo foram configuradas conforme a Tabela 4.1. Verificou-se que é necessário que a massa do quadril seja muito maior que as dos pés para haver caminhada equilibrada.

Tabela 4.1 – Parâmetros para simulação do *walker* passivo com modelo de compasso

Parâmetro:	q_1^0	q_2^0	\dot{q}_1^0	\dot{q}_2^0	γ	L	m_h	m_f	T_p
Valor:	0,196	0,216	-0,641	0,587	0,01	1	1	0,01	10^{-4}
Unidade:	rad	rad	rad/s	rad/s	rad	m	kg	kg	s

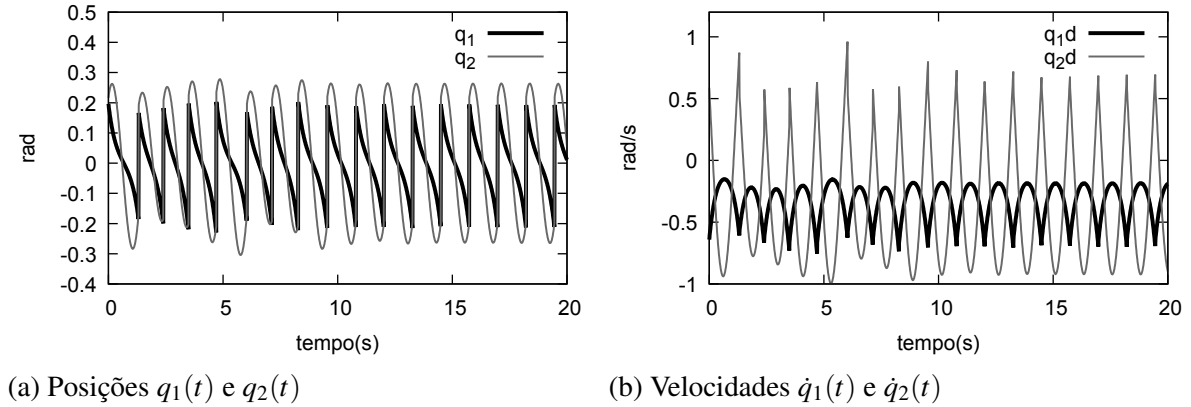
Fonte: próprio autor

Algoritmo 2 Simulação da dinâmica do *walker* passivo com joelhos

1. Defina as condições iniciais $q_1(0)$, $q_2(0)$, $\dot{q}_1(0)$ e $\dot{q}_2(0)$, a inclinação do solo γ , o comprimento das pernas l , a massa do quadril m_h , a massa de cada pé m_f e um período de integração T_p .
 2. Resolva numericamente a Equação 4.9 para uma amostra futura considerando $\tau_1 = \tau_2 = 0$.
 3. Teste se o sinal de $q_2 - q_1 - 2\gamma$ mudou em relação ao passo de simulação anterior, o que significa uma transição *heelstrike*; neste item, deve-se desconsiderar o contato no solo do pé flutuante quando $q_1 = q_2$, ocasionado pela ausência de juntas nas pernas; caso a transição não seja detectada, retorne ao Item 2; caso seja detectada, seguir ao Item 4.
 4. Aplique as regras de transição *heelstrike* utilizando as Equações 4.23-4.26 e retorne ao Item 2.
-

Os gráficos das posições angulares $q_1(t)$ e $q_2(t)$ e das velocidades $\dot{q}_1(t)$ e $\dot{q}_2(t)$ estão mostrados na Figura 4.3a e 4.3b, respectivamente. É possível observar em ambos os gráficos que há uma etapa transiente, até que os sinais tornam-se periódicos a partir de $t = 10$ s, aproximadamente. Utilizar qualquer estado $[q_1(t), q_2(t), \dot{q}_1(t), \dot{q}_2(t)]$ obtido após a estabilização como condição inicial gera uma resposta sem a etapa transiente inicial.

Figura 4.3 – Resultados de simulação do *walker* com modelo de compasso: posições e velocidades angulares

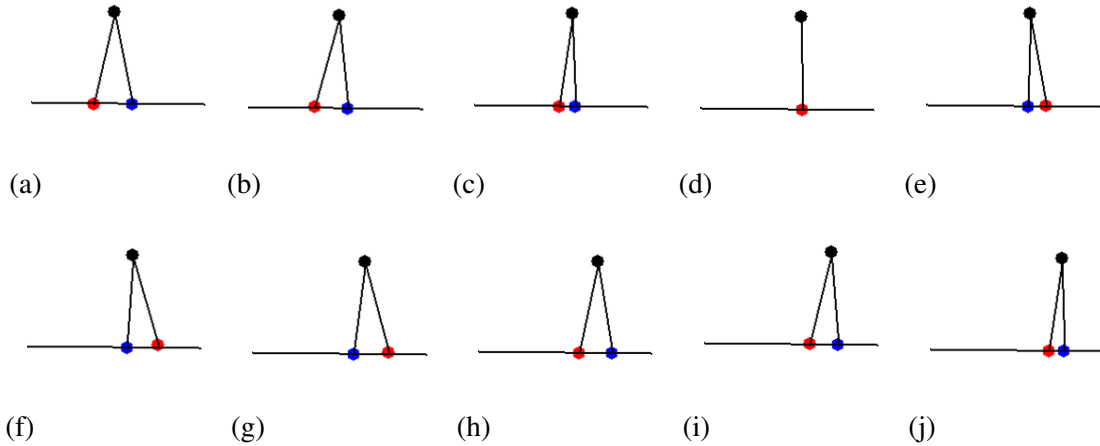


Fonte: próprio autor.

Uma sequência de *screenshots* da animação gerada está mostrada na Figura 4.4, mostrando uma passada dada pelo *walker*. Como a inclinação do solo é relativamente pequena, o pé flutuante não atinge alturas visualmente grandes. No instante mostrado na Figura 4.4d, os dois ângulos $q_1(t)$ e $q_2(t)$ são iguais e as pernas estão alinhadas, ocasionando um contato com o solo. Tal contato é desprezado na simulação, considerando que na prática alguma estratégia para eliminar tal contato deva ser empregada (GARCIA et al., 1998). Entre os instantes mos-

trados nas Figuras 4.4g e 4.4h ocorre o *heelstrike*, trocando a função da perna de suporte para flutuante e vice-versa.

Figura 4.4 – Ilustração da animação gráfica gerada através da simulação do *walker* com modelo de compasso



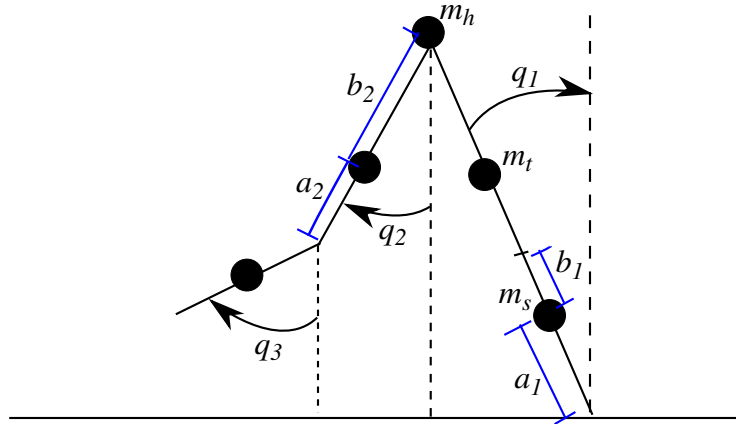
Fonte: próprio autor.

4.2 WALKER PASSIVO COM JOELHOS

Um modelo de *walker* passivo com joelhos foi apresentado no trabalho de Chen (2007). Em tal trabalho, resultados de simulação mostram que o robô dotado de juntas rotacionais nos joelhos apresenta uma faixa maior de inclinações no solo com ciclos limites estáveis, aumentando a versatilidade do *walker* em relação ao modelo de compasso. Além disso, testes com rugosidades (imperfeições) no terreno foram conduzidos, mostrando que o *walker* mantém o equilíbrio em tal condição. A junta de joelho apresenta ainda a vantagem de se poder eliminar o problema da colisão do pé flutuante com o solo no instante em que a perna flutuante passa à frente da perna de suporte, comentado no caso do *walker* sem juntas de joelho. O modelo de simulação em Chen (2007), entretanto, é mostrado somente em sua forma final, e as informações são insuficientes para a reprodução exata do trabalho.

Dessa forma, no presente trabalho, o modelo foi deduzido utilizando Equações de Lagrange e conservação do momento angular, da mesma forma como foi indicado por Chen (2007). Os desenvolvimentos da forma final do modelo encontram-se no Apêndice B. O modelo final obtido é representado em diferentes etapas e equações de transição, conforme apresentado a seguir. As variáveis $q_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ e suas derivadas são dependentes do tempo. Finalmente, a notação de dependência temporal (t) foi omitida por fins de simplificação de leitura.

Figura 4.5 – Modelo do *walker* com joelhos



Fonte: próprio autor, com base em Chen (2007).

4.2.1 Fase de movimentação com joelho livre

O movimento durante esta etapa é descrito pela seguinte equação diferencial no espaço de estado:

$$H_{u3 \times 3} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + C_{u3 \times 3} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_3^2 \end{bmatrix} + G_{u3 \times 1} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

em que \dot{q}_n , $n = 1, 2, 3$ é a derivada de cada posição angular (ou a velocidade angular de cada junta), $H_{u3 \times 3}$ é a matriz de inércia, $C_{u3 \times 3}$ é a matriz de termos de Coriolis (JANARDHAN; KUMAR, 2017) e $G_{u3 \times 1}$ é um vetor de termos gravitacionais. O torque de atuador aplicado em cada junta é dado por τ_n , $n = 1, 2, 3$. Considerando $l_s = a_1 + b_1$, $l_t = a_2 + b_2$ e $L_w = l_s + l_t$ (CHEN, 2007), os termos das matrizes $H_{u3 \times 3}$, $C_{u3 \times 3}$ e $G_{u3 \times 1}$ são dados por:

$$H_{u11} = (m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 + m_s L_w^2) \quad (4.28)$$

$$H_{u12} = (m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w l_t c_{12}) \quad (4.29)$$

$$H_{u13} = (m_s L_w b_1 c_{13}) \quad (4.30)$$

$$H_{u22} = (m_t b_2^2 + m_s l_t^2) \quad (4.31)$$

$$H_{u23} = (m_s l_t b_1 c_{2-3}) \quad (4.32)$$

$$H_{u33} = (m_s b_1^2) \quad (4.33)$$

$$C_{u11} = C_{u22} = C_{u33} = 0 \quad (4.34)$$

$$C_{u12} = C_{u21} = (-m_t L_w b_2 s_{12} - m_s L_w l_t s_{12}) \quad (4.35)$$

$$C_{u13} = C_{u31} (-m_s L_w b_1 s_{13}) \quad (4.36)$$

$$C_{u23} = -C_{u32} = (m_s l_t b_1 s_{2-3}) \quad (4.37)$$

$$C_{u32} = (-m_s l_t b_1 s_{2-3}) \quad (4.38)$$

$$G_{u1} = -g(m_s a_1 + m_t(l_s + a_2) + m_h L_w + m_t L_w + m_s L_w) s_1 \quad (4.39)$$

$$G_{u2} = m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2 \quad (4.40)$$

$$G_{u3} = (m_s g b_1 s_3) \quad (4.41)$$

4.2.2 Transição *kneestrike* (travamento de joelho da perna flutuante)

Quando o joelho da perna flutuante se alinha à direção da coxa da perna flutuante, o que significa que $q_2 = q_3$, ocorre a transição *kneestrike*. A partir do instante em que ocorre tal transição, o ângulo q_2 fica travado a q_3 e o *walker* assume um comportamento tal qual o modelo de compasso. Assumindo que o *kneestrike* ocorre instantaneamente, há uma mudança também instantânea na velocidade angular de cada junta para conservação do momento angular. Através do equacionamento de conservação de momento angular, obtém-se a seguinte equação para a transição *kneestrike*:

$$T_{k2 \times 3}^- \begin{bmatrix} \dot{q}_1^- \\ \dot{q}_2^- \\ \dot{q}_3^- \end{bmatrix} = T_{k2 \times 2}^+ \begin{bmatrix} \dot{q}_1^+ \\ \dot{q}_2^+ \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

na qual q_n^- , $n = 1, 2, 3$ são as posições angulares antes do *kneestrike* e q_m^+ , $m = 1, 2$ são os ângulos após o *kneestrike*. Observe que q_3^+ foi omitido por ser igual a q_2^+ . Os termos das matrizes são dados por:

$$T_{k11}^- = L_w^2 m_s - l_t L_w c_{12} m_s - b_1 L_w c_{13} m_s + L_w^2 m_t - L_w b_2 c_{12} m_t + L_w^2 m_h + (l_s + a_2)^2 m_t + a_1^2 m_s \quad (4.43)$$

$$T_{k12}^- = L_w l_t c_{12} m_s - l_t^2 m_s - b_1 l_t c_{2-3} m_s + L_w b_2 c_{12} m_t - b_2^2 m_t \quad (4.44)$$

$$T_{k13}^- = L_w b_1 c_{13} m_s - l_t b_1 c_{2-3} m_s - b_1^2 m_s \quad (4.45)$$

$$T_{k21}^- = -l_t L_w c_{12} m_s - b_1 L_w c_{13} m_s - L_w b_2 c_{12} m_t \quad (4.46)$$

$$T_{k22}^- = -l_t^2 m_s - b_1 l_t c_{2-3} m_s - b_2^2 m_t \quad (4.47)$$

$$T_{k23}^- = -l_t b_1 c_{2-3} m_s - b_1^2 m_s \quad (4.48)$$

$$T_{k11}^+ = m_s a_1^2 + m_t(l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 - m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w^2 - m_s L_w(l_t + b_1) c_{12} \quad (4.49)$$

$$T_{k12}^+ = m_t L_w b_2 c_{12} - m_s (l_t + b_1)^2 + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12} \quad (4.50)$$

$$T_{k21}^+ = c_{12} [-L_w b_2 m_t - L_w (l_t + b_1) m_s] \quad (4.51)$$

$$T_{k22}^+ = -(l_t + b_1)^2 m_s - b_2^2 m_t \quad (4.52)$$

4.2.3 Fase de movimentação com joelho travado

Após a transição *kneestrike*, o *walker* tem comportamento conforme o modelo de compasso, e sua movimentação pode ser descrita pela seguinte equação diferencial no espaço de estado:

$$H_{L2 \times 2} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + C_{L2 \times 2} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + G_{L2 \times 1} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

na qual o subscrito L (do inglês *locked*) indica a fase de movimentação de joelho travado. Os termos das matrizes são dados por:

$$H_{L11} = m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 + m_s L_w^2 \quad (4.54)$$

$$H_{L12} = H_{L21} = m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12} \quad (4.55)$$

$$H_{L22} = m_t b_2^2 + m_s (l_t + b_1)^2 \quad (4.56)$$

$$C_{L11} = C_{L22} = 0 \quad (4.57)$$

$$C_{L12} = C_{L21} = -m_t L_w b_2 s_{12} - m_s L_w (l_t + b_1) s_{12} \quad (4.58)$$

$$G_{L1} = g s_1 [-m_s a_1 - m_t (l_s + a_2) - m_h L_w - m_t L_w - m_s L_w] \quad (4.59)$$

$$G_{L2} = m_t g b_2 s_2 + m_s g (l_t + b_1) s_2 \quad (4.60)$$

4.2.4 Transição *heelstrike*

A perna flutuante antes do *heelstrike* se torna, após a transição, a nova perna de suporte. Dessa forma, as posições angulares sofrem uma mudança instantânea, assim como as velocidades. Tal transição é modelada por:

$$T_{H4 \times 4}^- \begin{bmatrix} \dot{q}_1^- \\ \dot{q}_2^- \\ q_1^- \\ q_2^- \end{bmatrix} = T_{H4 \times 4}^+ \begin{bmatrix} \dot{q}_1^+ \\ \dot{q}_2^+ \\ q_1^+ \\ q_2^+ \end{bmatrix}. \quad (4.61)$$

A posição e a velocidade angular q_3 e \dot{q}_3 , respectivamente, foram omitidas na Eq. (4.61), pois ambas estão travadas a q_2 e \dot{q}_2 no momento do *heelstrike*, assumindo que a transição *knee-strike* ocorre antes do pé flutuante tocar o chão. Tal comportamento é observado na dinâmica do *walker* passivo com joelhos. Os termos das matrizes relativas ao *heelstrike* são dados por:

$$T_{H11}^+ = m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 - m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w^2 - m_s L_w (l_t + b_1) c_{12} \quad (4.62)$$

$$T_{H12}^+ = m_t L_w b_2 c_{12} - m_s (l_t + b_1)^2 + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12} \quad (4.63)$$

$$T_{H21}^+ = L_w^2 m_t + L_w^2 m_s - L_w b_2 c_{12} m_t - L_w (l_t + b_1) c_{12} m_s \quad (4.64)$$

$$T_{H22}^+ = -(l_t + b_1)^2 m_s - b_2^2 m_t \quad (4.65)$$

$$T_{H13}^+ = T_{H14}^+ = T_{H23}^+ = T_{H24}^+ = 0 \quad (4.66)$$

$$T_{H11}^- = m_s [L_w a_1 c_{12} - a_1 (l_t + b_1)] + m_t [(L_w (l_s + a_2) c_{12} - b_2 (l_s + a_2)] \\ + m_h L_w^2 c_{12} + m_t L_w (l_s + a_2) c_{12} + m_s L_w a_1 c_{12} \quad (4.67)$$

$$T_{H12}^- = m_t b_2 (l_s + a_2) + m_s a_1 (l_t + b_1) \quad (4.68)$$

$$T_{H21}^- = -m_s (l_t + b_1) a_1 - m_t b_2 (l_s + a_2) \quad (4.69)$$

$$T_{H22}^- = 0 \quad (4.70)$$

$$T_{H13}^- = T_{H14}^- = T_{H23}^- = T_{H24}^- = 0 \quad (4.71)$$

As posições angulares trocam de valor entre si com sinal invertido, de forma que:

$$T_{H31}^- = T_{H42}^- = -1; \quad (4.72)$$

$$T_{H31}^+ = T_{H42}^+ = 1; \quad (4.73)$$

$$T_{H32}^- = T_{H33}^- = T_{H34}^- = T_{H41}^- = T_{H43}^- = T_{H44}^- = 0; \quad (4.74)$$

$$T_{H32}^+ = T_{H33}^+ = T_{H34}^+ = T_{H41}^+ = T_{H43}^+ = T_{H44}^+ = 0; \quad (4.75)$$

4.2.5 Simulação do *walker* passivo com joelhos

Os resultados de uma simulação estão mostrados a seguir para demonstrar o uso do modelo obtido. Os parâmetros utilizados são dados na Tabela 4.2:

Tabela 4.2 – Parâmetros para simulação do *walker* passivo com joelhos

Parâmetro:	$q_1(0)$	$q_2(0)$	$q_3(0)$	$\dot{q}_1(0)$	$\dot{q}_2(0)$	$\dot{q}_3(0)$	γ
Valor:	0,1706	0,2706	0,2706	-1,051	-0.337577	-0.337577	0,05
Unidade:	rad	rad	rad	rad/s	rad/s	rad/s	rad
Parâmetro:	m_s	m_t	m_h	a_1	a_2	b_1	b_2
Valor:	0,3	2	2	0,375	0,175	0,125	0,325
Unidade:	kg	kg	kg	m	m	m	m

Fonte: próprio autor

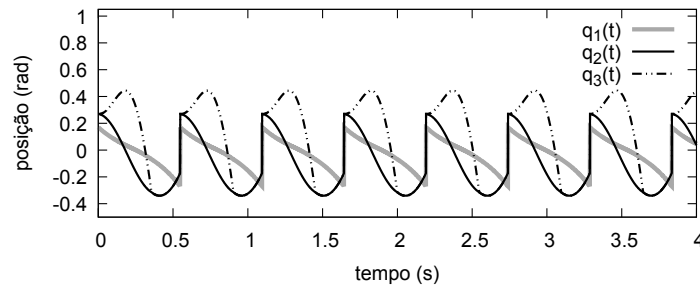
Tais parâmetros foram sintonizados de forma que os elos tenham tamanho proporcional ao robô experimental construído para este trabalho, que está apresentado no Capítulo 4. Utilizou-se $\gamma = 0,05$ rad de forma a demonstrar que a inclinação para o *walker* com joelhos caminhar de forma equilibrada pode ser maior que no caso sem joelhos. Utilizaram-se massas maiores nas coxas e no quadril do que nas partes inferiores das pernas, de forma a favorecer uma condição de equilíbrio (CHEN, 2007).

As condições iniciais de posição e velocidade foram obtidas através de um otimizador DE. Tal otimizador utiliza como variáveis manipuladas as condições iniciais para uma passada no momento instantaneamente após o *heelstrike*, de forma que $q_3 = q_2$ e $\dot{q}_3 = \dot{q}_2$. Detalhes sobre este otimizador estão apresentados no Apêndice C. Dentro da função custo, o *walker* é simulado até atingir duas transições *heelstrike*, ou até a simulação atingir um tempo máximo de 3 s, escolhido empiricamente. Se a simulação atingir o tempo máximo sem ocorrência de *heelstrike*, retorna-se um custo máximo com a subtração da posição final do pé flutuante, o que guia a busca por passos à frente. Tal subtração foi utilizada para que, enquanto as soluções candidatas ainda não apresentem passos completos, nas primeiras iterações do otimizador, tenha-se um critério de qualidade da solução para classificação das soluções candidatas. Caso contrário, o custo retornado pela função é a soma dos quadrados das diferenças entre os valores finais e iniciais de posição e velocidade. Uma solução cujo valor final se iguala ao valor inicial garante uma caminhada equilibrada, pois uma determinada condição inicial provoca deterministicamente uma próxima condição inicial de passada (GARCIA et al., 1998).

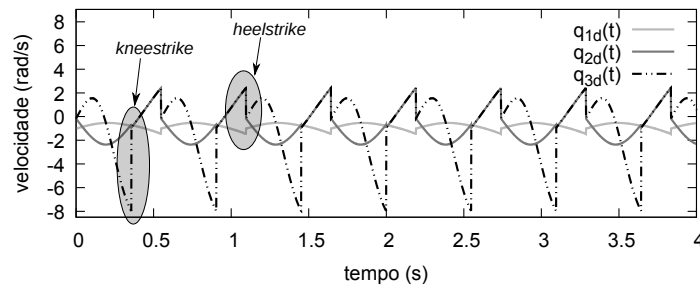
Os resultados da simulação para as condições dadas na Tabela 4.2 estão mostrados na Figura 4.6. Observa-se que, a partir das condições iniciais obtidas pelo otimizador, foi obtida uma trajetória com característica periódica. Observa-se que, dentro de cada passo, a posição q_3 se torna igual a q_2 , caracterizando a transições *kneestrike*, e mantém-se as duas posições iguais até o fim do passo. Nas velocidades, observam-se duas discontinuidades, referentes às transições *kneestrike* e *heelstrike*, conforme indicado na Figura 4.6b.

Foi obtida também uma sequência de *screenshots* da animação gerada através da simulação, mostrada na Figura 4.7. Nas subfiguras, a perna desenhada com uma linha mais espessa

Figura 4.6 – Resultados de simulação do *walker* com joelhos: posições e velocidades angulares



(a) Posições q_1 , q_2 e q_3

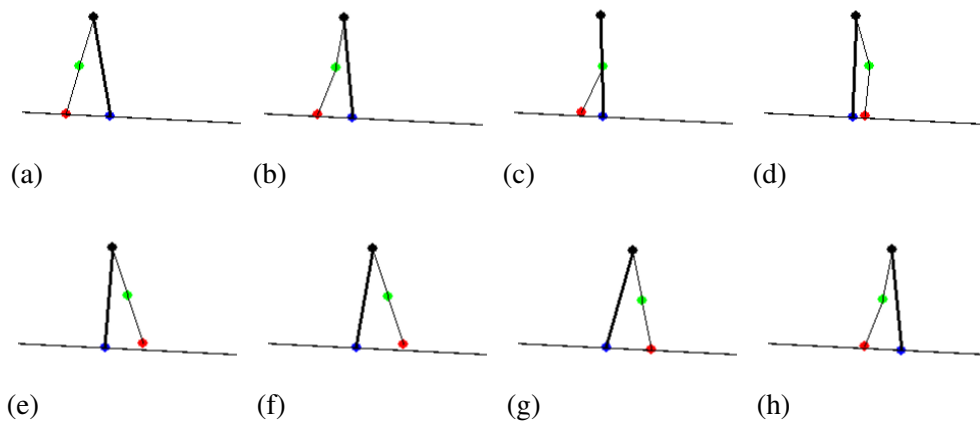


(b) Velocidades \dot{q}_1 , \dot{q}_2 e \dot{q}_3 ("d" indica derivada na legenda do gráfico)

Fonte: próprio autor.

é a perna de suporte. Observa-se que em (a) o *walker* está na condição inicial, passivamente dobra o joelho em (b), e se movimenta até que as partes superiores das duas pernas se alinham em (c). Observa-se que o problema de contato com o solo no ponto de alinhamento das pernas é solucionado pela dobra no joelho da perna flutuante. Em (d) a perna flutuante passa à frente da perna de suporte, atingindo o *kneestrike* em (e). Em (f), o *walker* se comporta como um modelo de compasso, até atingir o *heelstrike* em (g). Em (h) uma nova passada é iniciada.

Figura 4.7 – Ilustração da animação gráfica gerada através da simulação do *walker* com joelhos



Fonte: próprio autor.

4.3 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste Capítulo, foram apresentados os modelos de *walkers* passivos com e sem joelhos, assim como resultados de simulação utilizando tais modelos. As trajetórias das juntas geradas pelo modelo passivo com joelhos foram utilizadas como base para o gerador de referências desenvolvido neste trabalho, conforme mostrado no próximo Capítulo.

5 ALGORITMO DE CONTROLE PROPOSTO - RPCP

A proposta do sistema apresentado neste Capítulo, chamado de RPCP (**R**epreferência **P**assiva e **C**ontrol e **P**reditivo), é permitir a implementação de um sistema de controle para um robô com atuadores que resulte em uma postura próxima da humana, com velocidade e tamanho de passo ajustáveis e geração de referências com eficiência em relação ao custo computacional, considerando as dinâmicas das juntas na malha de controle. Para alcançar tais objetivos, utilizou-se a modelagem do *walker* passivo com joelhos combinada ao uso de RNAs que mapeiam o comportamento do *walker* passivo com diferentes configurações paramétricas, possibilitando diferentes tamanhos de passo. Tais RNAs são utilizadas para gerar referências de trajetória para a posição angular das juntas das pernas do robô atuado no plano sagital. A partir destas referências, uma malha de NMPC é empregada para realizar o controle das juntas do robô atuado enquanto o equilíbrio é mantido através do rastreamento simultâneo da trajetória do CoM. A trajetória do CoM é gerada utilizando a abordagem de MPC linear com o critério ZMP. Desta forma, são utilizadas, simultaneamente, duas estratégias de MPC, sendo uma linear (geração de trajetória do CoM) e outra não-linear (rastreamento das trajetórias das juntas e do CoM). O sistema de geração de referências e controle proposto, RPCP, utiliza esta metodologia para gerar as trajetórias de referência em p_x e p_y do CoM, enquanto as trajetórias para os ângulos das pernas no plano sagital são geradas com base no *walker* passivo.

O controle da inclinação lateral nos tornozelos, braços e quadris, assim como a inclinação do torso, é realizado sem uma referência definida, com o objetivo de realizar o seguimento de trajetória do CoM. O RPCP é uma nova versão do sistema de geração de trajetória e controle apresentado em Negri et al. (2020), incluindo um método adicional para a montagem do gerador de referências para obter uma maior faixa possível de tamanhos de passo, o uso de uma velocidade variável ao longo de cada passo do *walker*, movimentação lateral e custos restritivos para melhoria da resposta nos instantes ao redor da transição *heelstrike*.

Neste Capítulo, são apresentadas as ideias que constituem o sistema de controle RPCP, de acordo com a sequência:

- o modelo esquemático mínimo do robô, mostrando as variáveis de posição angular consideradas, na Seção 5.1;
- o modelo dinâmico das juntas, na Seção 5.2;
- o Gerador PRA (Dinâmica **P**assiva, **R**NAs e **A**juste linear), responsável por gerar as trajetórias de referência para as pernas, conforme mostrado na Seção 5.3;

- O gerador de referências para o CoM, aqui chamado de Gerador CoM-MPC, na Seção 5.4;
- A estratégia de ajuste de velocidade para minimizar problemas de equilíbrio no início e no fim dos passos, conforme a Seção 5.5;
- A estratégia de elevação do quadril, para melhoria de postura e também auxiliar nas transições entre os passos, na Seção 5.1.1;
- O controlador NMPC, com a função custo utilizada e a sintonia dos parâmetros, na Seção 5.6;
- Os algoritmos que resumem as etapas de preparação e execução do sistema RPCP e o diagrama de blocos mostrando a configuração do sistema, na Seção 5.7.

5.1 MODELO CINEMÁTICO DO ROBÔ MÍNIMO PARA O RPCP

O sistema de controle RPCP foi desenvolvido considerando que o robô a ser controlado tenha, no mínimo, os seguintes graus de liberdade (DoF, do inglês *Degrees of Freedom*) atuados:

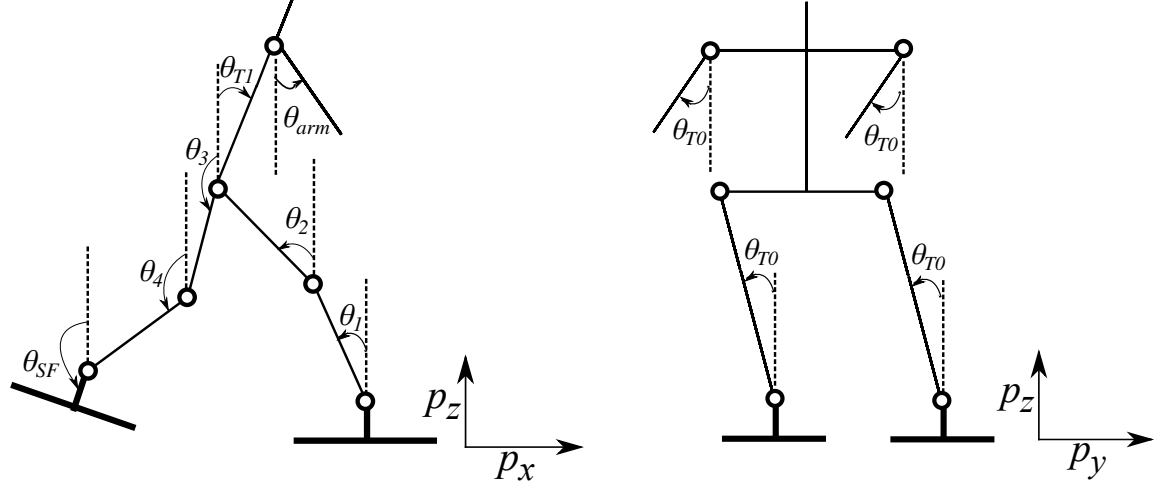
- dois DoFs em cada tornozelo, para movimentação nos planos coronal e sagital;
- um DoF de liberdade em cada joelho, para movimentação no plano sagital;
- dois DoFs em cada uma das duas juntas de perna com quadril, para movimentação nos planos coronal e sagital;
- dois DoFs em cada ombro, para movimentação nos planos coronal e sagital.

A Figura 5.1 mostra uma visão esquemática no plano sagital e outra no plano coronal do robô a ser controlado, com a simbologia das posições angulares em cada junta. Este modelo constitui, junto ao modelo dinâmico das juntas, o modelo de predição para a malha NMPC, habilitando o cálculo da predição do CoM a partir das posições das juntas e os parâmetros de medidas e massas do robô.

Cada motor de junta possui uma malha de controle interna, configurando um servomotor, que recebe sua posição própria de referência a partir de um sinal de controle da malha NMPC. Os termos $\theta'_i(k)$, $i = 1, 3, 4, SF, Tl, T0, T0q, arm$, referem-se às posições próprias dos motores. A variável $\theta_{T0q}(k)$ é a posição angular do motor de rotação no plano coronal do quadril da perna de apoio, conforme apresentado a seguir na Subseção 5.1.1. As referências de posição para estas juntas são dadas respectivamente por $u_i(k)$, $i = 1, 2, 3, 4, SF, Tl, T0, T0q, arm$, que são as ações de controle provenientes da malha NMPC. Os termos $\theta_i(k)$, $i = 1, 3, 4, SF, Tl, T0, T0q, arm$,

referem-se às posições absolutas das juntas, considerando a orientação do tornozelo da perna de apoio como referência. Observa-se que $\theta'_1(k) = \theta_1(k)$, $\theta'_{arm}(k) = \theta_{arm}(k)$ e $\theta'_{T0}(k) = \theta_{T0}(k)$.

Figura 5.1 – Visão esquemática sagital e frontal do robô a ser controlado. Todas as posições medidas são dependentes de k , sendo tal dependência omitida para simplificação na visualização da figura.



(a) Visão do plano sagital.

(b) Visão do plano coronal.

Fonte: adaptado de Negri et al. (2020).

Na Figura 5.1a, os ângulos são medidos em relação a referências absolutas. Observando o plano sagital e desconsiderando, a priori, qualquer inclinação lateral, $\theta_1(k)$ é o ângulo do tornozelo do pé de apoio, $\theta_2(k)$ é a orientação da parte superior perna de apoio e $\theta_3(k)$ e $\theta_4(k)$ os ângulo referentes às orientações das partes superior e inferior da perna flutuante, respectivamente. A orientação do pé flutuante é medida por $\theta_{SF}(k)$ e a orientação do torso é medida por $\theta_{T1}(k)$. Na visão frontal, na Figura 5.1b, utiliza-se a posição angular $\theta_{T0}(k)$ para as juntas dos tornozelos e dos braços, a serem comandadas pela mesma ação de controle do controlador MPC. Assim, configuram-se as ações de controle atuantes em cada junta, como:

- $u_1(k)$, $u_3(k)$, $u_4(k)$, $u_{SF}(k)$, $u_{T1}(k)$, que atuam sobre os motores a partir dos quais são medidas as posições absolutas $\theta_1(k)$, $\theta_3(k)$, $\theta_4(k)$, $\theta_{SF}(k)$ e $\theta_{T1}(k)$, respectivamente;
- $u_{T0}(k)$, que é a referência para os motores que produzem as posições angulares, que em um caso ideal, serão medidas com valores iguais por $\theta_{T0}(k)$;
- $u_{T0q}(k)$, que são as referências para as juntas do quadril, conforme apresentado adiante na Subseção 5.1.1;
- $u_{arm}(k)$, que atua diretamente sobre $\theta_{arm}(k)$.

Não se utiliza uma ação de controle proveniente da malha NMPC para controlar $\theta_2(k)$, pois a referência para esta junta é mantida sempre em zero, de forma a manter a perna de apoio estendida conforme o comportamento do *walker* passivo.

A cada vez em que ocorre a transição da perna de apoio, as ações de controle passam a ser aplicadas conforme a nova configuração. Se $u_1(k)$ estiver sendo aplicada ao motor do tornozelo do pé esquerdo, após a transição esta ação passa a ser aplicada ao motor do tornozelo direito. Para promover uma resposta suave, logo após a transição *heelstrike*, as ações de controle $u_1(k)$, $u_3(k)$, $u_4(k)$, $u_{SF}(k)$ e $u_{TI}(k)$ são configuradas com uma condição inicial igual à posição medida em cada respectivo motor e, então, o controlador passa a modificar o valor da ação de controle a cada período de amostragem. As ações de controle $u_{TO}(k)$ e $u_{arm}(k)$ são sempre aplicadas aos mesmos motores, independentemente da transição do pé de apoio, e não sofrem a transição descontínua citada para as demais ações de controle. Para os motores de movimentação lateral nas juntas das pernas com o quadril, foi utilizado um valor modificado de $u_{TO}(k)$, conforme explicado na Seção 5.1.1, a seguir.

5.1.1 Estratégia de movimento lateral

A dinâmica passiva gera trajetórias para o pé flutuante de forma que este passe próximo ao solo. No caso do *walker* passivo sem joelhos, em sua trajetória ao longo de um passo, existe necessariamente um contato com o solo¹ exatamente quando as duas pernas estão alinhadas, pois estas possuem a mesma medida. Este efeito de arrasto da sola do pé com o solo é chamado de *foot scuffing* em Garcia et al. (1998), no qual são mencionadas formas de evitar este problema, incluindo o uso de joelhos articulados e inclinação lateral (*side-to-side rocking*). O *walker* passivo com joelhos não apresenta geometricamente este contato com o solo, devido à articulação dos joelhos. O robô atuado, controlado pelo método RPCP, entretanto, pode apresentar este problema, principalmente no início de cada passo, considerando que o seguimento da trajetória através da ação do controlador não é perfeito. Assim, incluiu-se no RPCP uma movimentação lateral visando evitar este problema. Segundo a revisão apresentada em (ROSADO, 2016), este tipo de movimentação lateral do quadril, chamada de *pelvic tilt*, também está presente na caminhada humana.

A ação de controle $u_{TO}(k)$, que corresponde ao ângulo de referência para as malhas internas de controle, é aplicada simultaneamente aos seis motores correspondentes à movimentação lateral, que estão presentes nos tornozelos, nas juntas das pernas com o quadril e nos ombros. Para realizar uma elevação do pé flutuante através do movimento lateral, aplicou-se um ganho

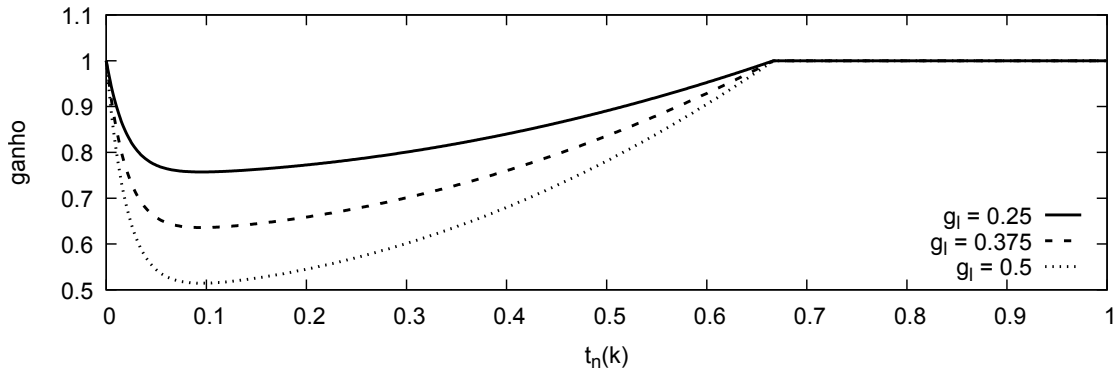
¹Tal contato pode ter seu efeito ignorado apenas em simulações idealizadas, para que não seja gerado um falso *heelstrike* no meio do passo.

menor do que a unidade na ação de controle enviada para os motores presentes no quadril, que recebem a seguinte referência de posição:

$$u_{T0q}(k) = u_{T0}(k) \times \min(1; 1 - g_l \{1 - \exp[-50t_n(k)] - 1.5[t_n(k)]^2\}) \quad (5.1)$$

A função ganho que multiplica a $u_{T0}(k)$ para a geração de $u_{T0q}(k)$ foi definida de forma a promover a maior elevação lateral próxima do início do passo, mas sem variar em forma de degrau, e atingir valor unitário antes do fim do passo, com uma margem de tempo suficiente para não influenciar na etapa de transição do pé de apoio. O parâmetro g_l é ajustado de acordo com as características do robô projetado, de forma a se obter a caminhada sem *foot scuffing* e sem uma inclinação lateral exagerada do torso. A Figura 5.2 mostra graficamente tal função ganho para diferentes valores de g_l . Conforme apresentado adiante na Seção 5.5, a variável $t_n(k)$ representa a contagem do tempo normalizado para a geração das referências, incrementada de forma não linear.

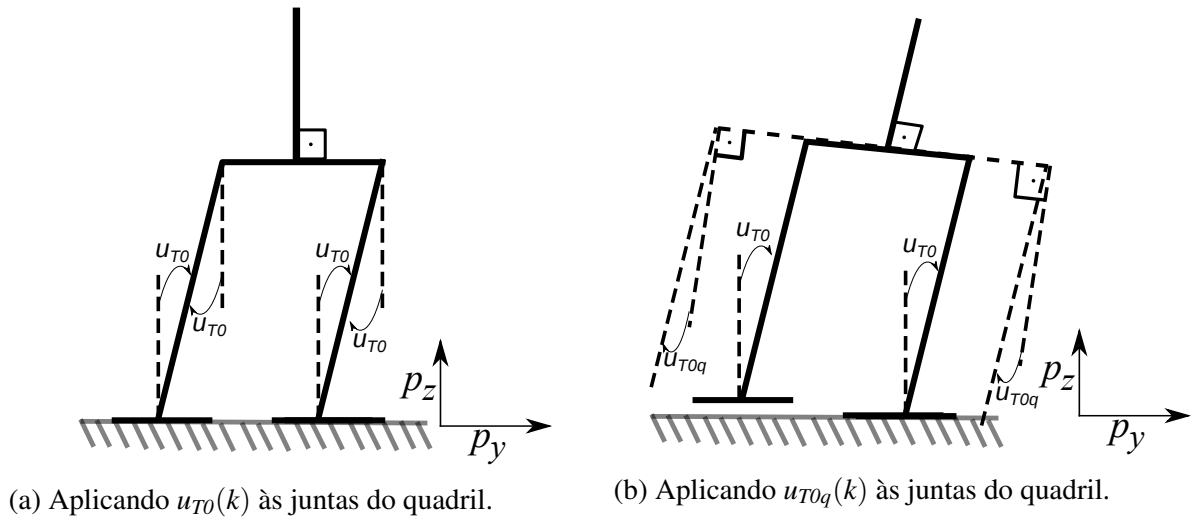
Figura 5.2 – Ganho aplicado a $u_{T0}(k)$ para a geração de $u_{T0q}(k)$ com diferentes valores de g_l .



Fonte: próprio autor.

Com a aplicação da ação de controle modificada, $u_{T0q}(k)$, aos motores citados, nas juntas do quadril, obtém-se um elevação do pé flutuante em relação ao solo, como mostra a Figura 5.3, em uma configuração em que haveria o contato simultâneo dos dois pés com o solo se fosse utilizada a mesma ação de controle para as quatro juntas. Na Figura 5.3, considera-se que as posições angulares do robô coincidem com as referências provenientes da malha NMPC. Os motores presentes nas juntas dos ombros não sofrem alteração, recebendo como referência $u_{T0}(k)$.

Figura 5.3 – Posicionamento das juntas com e sem a movimentação lateral. Todos os ângulos medidos são dependentes de k , sendo a dependência omitida para simplificação da Figura.



Fonte: próprio autor.

5.1.2 Parâmetros do robô

Considerando o desenho esquemático do robô a ser controlado, os parâmetros necessários para a implementação do controlador, para o cálculo da cinemática direta e da posição do CoM, estão listados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Parâmetros mínimos do robô necessários para o controle

Parâmetro:	Descrição	Unidade
L_s	Comprimento da canela	m
L_t	Comprimento da coxa	m
T_l	Altura do CoM do torso em relação ao nível do quadril	m
H_w	Largura do quadril (distância em p_y entre as juntas do quadril)	m
A_h	Altura do tornozelo à sola do pé	m
S_w	Largura ombro-a-ombro	m
S_h	Distância vertical dos ombros em relação ao CoM do torso	m
A_l	Distância do CoM do braço à junta do ombro	m
m_s	Massa da canela	kg
m_t	Massa da coxa	kg
m_m	Massa de cada motor	kg
m_h	Massa do elo do quadril	kg
m_{torso}	Massa do torso	kg
m_{arm}	Massa de cada braço	kg
v_1	Parâmetro de dinâmica dos servomotores (ver Seção 5.2)	rad/rad

Fonte: próprio autor

Além das posições dos servomotores, também são lidos do robô sensores que indicam a orientação do pé de apoio, para correção de postura no caso de haver inclinação no solo, e

também sensores de colisão que detectam a transição *heelstrike*. A Figura 5.4 mostra, os blocos, dentro do sistema RPCP, que representam os servomotores e os sensores do robô. O vetores de variáveis de entrada e saída envolvidos são dado por:

$$\mathbf{u}(k) = [u_1(k), u_3(k), u_4(k), u_{SF}(k), u_{Tl}, u_{T0}, u_{T0q}(k), u_{arm}(k)]^T, \quad (5.2)$$

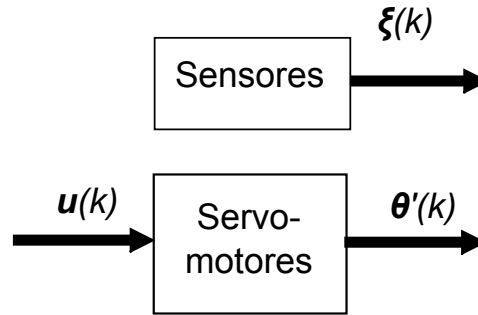
$$\boldsymbol{\theta}'(k) = [\theta'_1(k), \theta'_3(k), \theta'_4(k), \theta'_{SF}(k), \theta'_{Tl}, \theta'_{T0}, \theta'_{arm}(k)]^T \quad (5.3)$$

e

$$\boldsymbol{\xi}(k) = [\theta_{px}(k), \theta_{py}(k), \zeta(k)]^T, \quad (5.4)$$

sendo $\theta_{px}(k)$ e $\theta_{py}(k)$ as rotações sofridas pelo pé de apoio sobre os eixos p_x e p_y devido à inclinação do solo e $\zeta(k)$ uma variável binária que indica se há contato entre a sola do pé flutuante com o solo.

Figura 5.4 – Representação em blocos dos servomotores e sensores do robô.



Fonte: próprio autor.

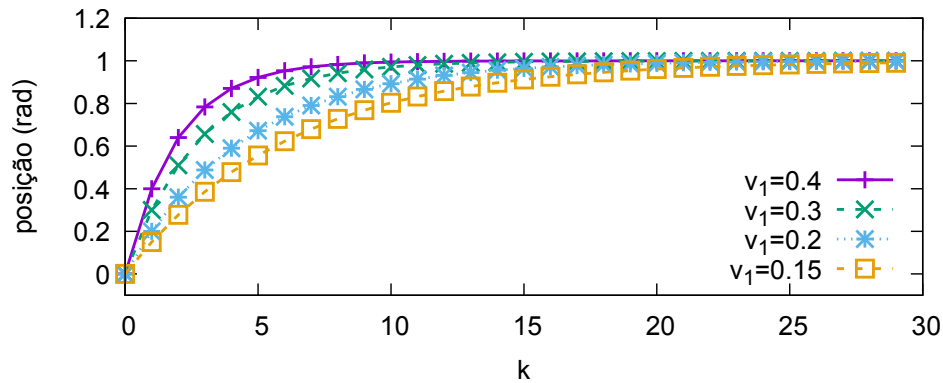
5.2 MODELO DINÂMICO DAS JUNTAS

Cada junta é acionada por um servomotor, que possui uma malha de controle interna. Assim, considerou-se no modelo de predição a dinâmica resultante dos servomotores com suas malhas internas. Considerando que os controladores internos das juntas realizem a compensação de torques externos, têm-se dinâmicas de característica linear, sem erro de regime permanente para referências constantes. Utilizando controladores sintonizados com os mesmo ganhos em todas as juntas, considerou-se que cada junta apresenta uma dinâmica que pode ser modelada por uma equação de diferenças de primeira ordem, de ganho unitário, dada por:

$$\theta_i(k) = v_1 \times u_i(k) + (1 - v_1) \times \theta_i(k - 1), i = 1, 3, 4, SF, Tl, T0, T0q, arm \quad (5.5)$$

em que v_1 é o parâmetro que define a velocidade de resposta dos servomotores. A Figura 5.5 mostra a resposta a um degrau de referência igual a 1 rad, para condições iniciais nulas, período de amostragem de 50 ms e diferentes valores de v_1 . Observa-se que todas as respostas convergem para 1 rad, mas com uma dinâmica mais lenta conforme v_1 é reduzido e se aproxima de zero.

Figura 5.5 – Resposta dinâmica de primeira ordem, conforme a Equação (5.5) para diferentes valores de v_1



Fonte: próprio autor.

5.3 MONTAGEM DO GERADOR PRA

Para a obtenção do Gerador PRA, são extraídas do robô a ser controlado as medidas dos elos das pernas: L_s , que é a distância entre a junta do tornozelo e a junta do joelho e L_t , que é a distância entre a junta do joelho e a junta do quadril.

Dois métodos foram desenvolvidos para a obtenção dos geradores de referência. O primeiro, apresentado em Negri et al. (2020), gera resultados para passos relativamente maiores, enquanto o segundo, para passos relativamente menores. O objetivo de ambos os métodos é gerar um conjunto de amostras que compõem a trajetória das juntas do *walker* passivo com joelhos para passos de diferentes tamanhos. A partir de tal conjunto, três RNAs são utilizadas para mapear as posições das juntas em função do tempo e do tamanho de passo. A seguir, apresentam-se os dois métodos para a obtenção dos conjuntos de dados para o treinamento das RNAs.

5.3.1 Método 1 - Variando a inclinação do solo

A partir das medidas L_s e L_t , e da posição do CoM de cada um dos elos, a_1 e a_2 conforme a Figura 4.5, é necessário configurar as massas m_s , m_t e m_h e as medidas a_1 e b_1 do *walker*

passivo, suas condições iniciais de posições e velocidades das juntas, q_1^0, \dot{q}_1^0 e \dot{q}_2^0 e a inclinação do solo γ^0 . Como se busca uma condição inicial que leve a uma caminhada periódica, tem-se que $q_2^0 = q_1^0 + 2\gamma^0$ (condição de *heelstrike*), $q_3^0 = q_2^0$ e $\dot{q}_3^0 = \dot{q}_2^0$ (pernas totalmente estendidas). O objetivo desta etapa é obter uma simulação bem-sucedida, em que o *walker* apresenta uma caminhada periódica. Para tanto, empregou-se um algoritmo de otimização baseado em DE, que encontra as condições iniciais utilizando m_s, m_t, m_h e γ^0 constantes, definidas pelo usuário. Para realizar a avaliação do custo de cada solução candidata dentro do otimizador, simula-se a caminhada até que o *walker* realize dois passos completos. O uso de dois passos como critério de parada foi empregado pois verificou-se que a busca se mostrou mais eficiente em tempo do que quando um passo apenas foi considerado. Caso o *walker* não complete nenhum passo, a função custo retorna um valor máximo, extremamente elevado. Caso contrário, a função custo retorna o somatório das diferenças ao quadrado entre os valores da condição do *walker* imediatamente após a segunda pisada e os valores de condição inicial. A Equação (5.6) sendo o sobrescrito L utilizado para a condição final e o sobrescrito 0 para condição inicial.

$$C_{DE} = (q_1^L - q_1^0)^2 + (q_2^L - q_2^0)^2 + (\dot{q}_1^L - \dot{q}_1^0)^2 + (\dot{q}_2^L - \dot{q}_2^0)^2. \quad (5.6)$$

Com a solução encontrada pelo algoritmo, considerando que o *walker* com joelhos pode apresentar robustez a pequenas variações no solo (CHEN, 2007), são realizadas sucessivas simulações, cada qual com pequenas variações na inclinação do solo γ , utilizando como condição inicial a condição final da simulação anterior. Desta forma, a dinâmica do *walker* passa por uma etapa transiente, até entrar em uma caminhada periódica como a nova inclinação, obtendo-se a cada simulação um diferente tamanho de passo. Tais sucessivas pequenas variações foram propostas em Suzuki et al. (2001), no qual também é apresentado um método para encontrar as condições iniciais, mas para o *walker* passivo sem joelhos. Utilizando os dados coletados de um passo, após o regime periódico, para cada inclinação γ . O Algoritmo 3 mostra a sequência de etapas para a obtenção dos dados para o treinamento do Gerador PRA através do Método 1.

5.3.2 Método 2 - Variando a massa da parte superior das pernas e as condições iniciais

Com o Método 1, baseado na variação da inclinação do solo γ , verificou-se uma dificuldade em encontrar soluções que permitissem obter uma faixa de tamanhos de passo a partir de uma solução para um passo de tamanho relativamente menor. Caso o Método 1 não se mostre possível, isto é, se não for verificada robustez para gerar a faixa desejada de tamanhos de passo, propôs-se a utilização da variação de outro parâmetro. Com isso, foi verificado que a variação da massa da parte superior das pernas permitiu a obtenção de uma faixa significativa de tamanhos de passo, incluindo tamanhos relativamente menores. Assim, verificou-se que é possível

Algoritmo 3 Obtenção dos dados para treinamento do Gerador PRA - Método 1

1. Defina $a_1, b_1, a_2, b_2, m_s, m_t, m_h$ e γ^0 .
 2. Defina o tamanho de passo mínimo e máximo desejados, como referência para construir o gerador.
 3. Execute o otimizador para obter $q_1^0, \dot{q}_1^0, \dot{q}_2^0$
 4. $\gamma \leftarrow \gamma^0$
 5. Repita:
 - 5.1. Efetue a simulação do *walker* com inclinação γ . Se a trajetória for equilibrada, salve as trajetórias para um passo. Senão, siga ao Item 6.
 - 5.2. Se um tamanho de passo maior for desejado, incremente a inclinação γ . Senão, siga ao Item 6.
 6. Atribua $\gamma \leftarrow \gamma^0$
 7. Repita:
 - 7.1. Efetue a simulação do *walker* com inclinação γ . Se a trajetória for equilibrada, salvar as trajetórias para um passo. Senão, siga ao Item 8.
 - 7.2. Se um tamanho de passo menor for desejado, decmente a inclinação γ . Senão, siga ao Item 8.
 8. Normalize os tempos de cada passo salvo, entre 0 e 1 s, e compile os resultados obtidos. Se a faixa de tamanhos de passo obtida for satisfatória, encerre o algoritmo. Senão, defina um novo valor para γ^0 e retorne ao Item 3. Se não for possível encontrar um valor para γ^0 que resulte em resultado satisfatório, encerre o algoritmo e utilize o Método 2.
-

obter diferentes tamanhos de passo para uma inclinação γ fixa, bem como obter tamanhos de passo relativamente menores em comparação ao Método 1.

No Método 2, aqui apresentado, realiza-se a otimização para diferentes tamanhos de passo, através da fixação do ângulo inicial q_1^0 com diversos valores, e monta-se o conjunto de treinamento a partir de passos obtidos por seguidos resultados de otimização para cada um dos valores de q_1^0 .

Assim, utiliza-se o otimizador DE para encontrar \dot{q}_1^0, \dot{q}_2^0 e m_t , fixando-se $m_s, m_h, a_1, b_1, q_1^0$ e γ . Então, o resultado da simulação com tais parâmetros é armazenado, e repete-se a otimização variando q_1^0 até se obter a faixa de tamanhos de passo desejada. O Algoritmo 4 mostra a sequência de execução do Método 2 para a obtenção do Gerador PRA.

Algoritmo 4 Obtendo o gerador de trajetórias baseado em dinâmica passiva e RNAs - Método 2

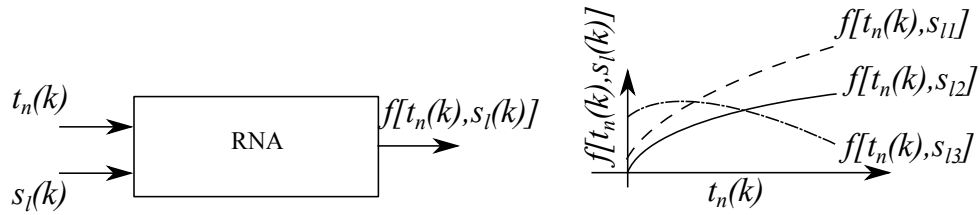
1. Defina a_1, b_1, a_2 e b_2 .
 2. Defina os tamanho de passo mínimo e máximo desejados, como referência para construir o gerador.
 3. Defina uma inclinação do solo γ^0 e um ângulo inicial q_1^0 .
 4. Execute o otimizador para obter $\dot{q}_1^0, \dot{q}_2^0, m_s$ e m_t .
 5. Efetue a simulação do *walker* com os parâmetros obtidos e inclinação γ^0 . Salve as trajetórias para um passo.
 6. Se a faixa de tamanhos de passo obtida até o momento for satisfatória, seguir ao item 7. Senão, incremente ou decmente q_1^0 e retorne ao item 4.
 7. Normalize os tempos de cada passo salvo, de 0 a 1 s, e compile os resultados obtidos. 4.
-

5.3.3 Mapeamento do comportamento obtido

Após a geração de uma série de trajetórias para passos com diferentes tamanhos, utilizando o Método 1 ou o Método 2, utiliza-se um conjunto de três RNAs para mapear as trajetórias, tendo como entradas uma variável aqui chamada de tempo virtual normalizado, $t_n(k)$, e o tamanho do passo desejado, $s_l(k)$, produzindo os ângulos $q_1[t_n(k), s_l(k)]$, $q_2[t_n(k), s_l(k)]$ e $q_3[t_n(k), s_l(k)]$, sendo cada uma das três RNAs treinadas para mapear uma das saídas. O tempo medido em cada amostra dos passos, é normalizado em relação a sua duração, para que todos os passos a serem mapeados pelas RNAs tenham duração unitária. Assim, é possível ter controle sobre a duração dos passos de diferentes tamanhos após o treinamento das RNAs. A manipulação da variável $t_n(k)$ é feita, na malha de controle implementada, de acordo com a velocidade desejada, conforme mostrado adiante na Seção 5.5. A Figura 5.6 mostra a configuração de entrada e saída de uma de tais RNAs, sendo $t_n(k)$ o valor do tempo, normalizado entre 0 e 1 s e $s_l(k)$ o tamanho do passo desejado. A saída, $f[t_n(k), s_l(k)]$, corresponde a um dos ângulos, $q_1[t_n(k), s_l(k)]$, $q_2[t_n(k), s_l(k)]$ ou $q_3[t_n(k), s_l(k)]$. À direita, na Figura 5.6, está apresentado um gráfico que mostra uma família de curvas de trajetórias geradas com tempo entre 0 e 1 s e valores fictícios constantes de $s_l(k)$, chamados de s_{l1} , s_{l2} e s_{l3} .

Foram utilizadas, para o Gerador PRA, RNAs do tipo FCC com 12 neurônios, função de ativação sigmoide simétrica nas camadas ocultas e função de ativação linear na camada de saída. Tal configuração de funções de ativação foi realizada para se obter RNAs aproximadoras de funções, conforme sugerido por Silva, Spatti e Flauzino (2010), enquanto a topologia FCC por ser capaz de produzir uma qualidade de resposta comparável à da clássica topologia

Figura 5.6 – RNA geradora de referência

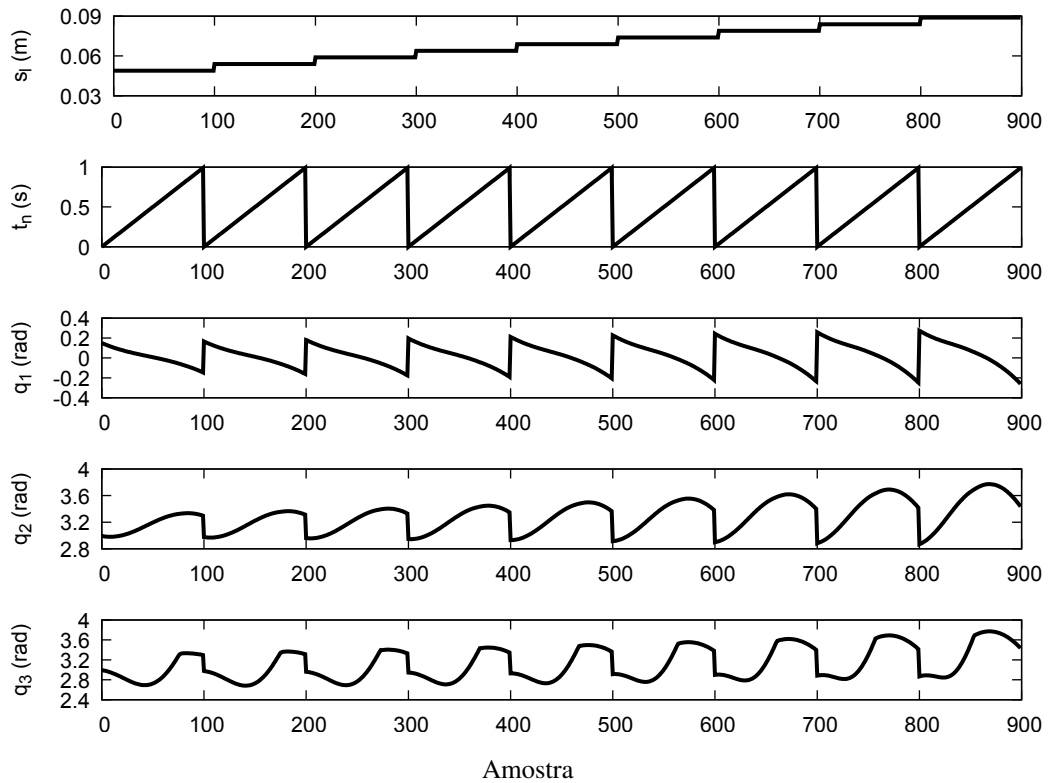


Fonte: adaptado de Negri et al. (2020).

MLP (do inglês *Multi Layer Perceptron*) com um número menor de conexões sinápticas (WILAMOWSKI, 2009; Xie; Yu; Wilamowski, 2011). O número de neurônios foi configurado de forma a não se verificar uma melhora significativa na precisão da resposta das RNAs com o aumento do número de neurônios a partir de tal número. No Apêndice D estão apresentados mais detalhes sobre a configuração de neurônios da RNA e também uma comparação com um modelo de regressão por ajuste linear.

A Figura 5.7 mostra um exemplo das referências obtidas de um gerador criado pelo Método 1 para a simulação com o robô GCSbot, cujos resultados estão apresentados no Capítulo 6.

Figura 5.7 – Exemplo de execução de um gerador de referências criado pelo Método 1 para o robô GCSbot, que possui pernas com tamanho total de 16,2 cm.

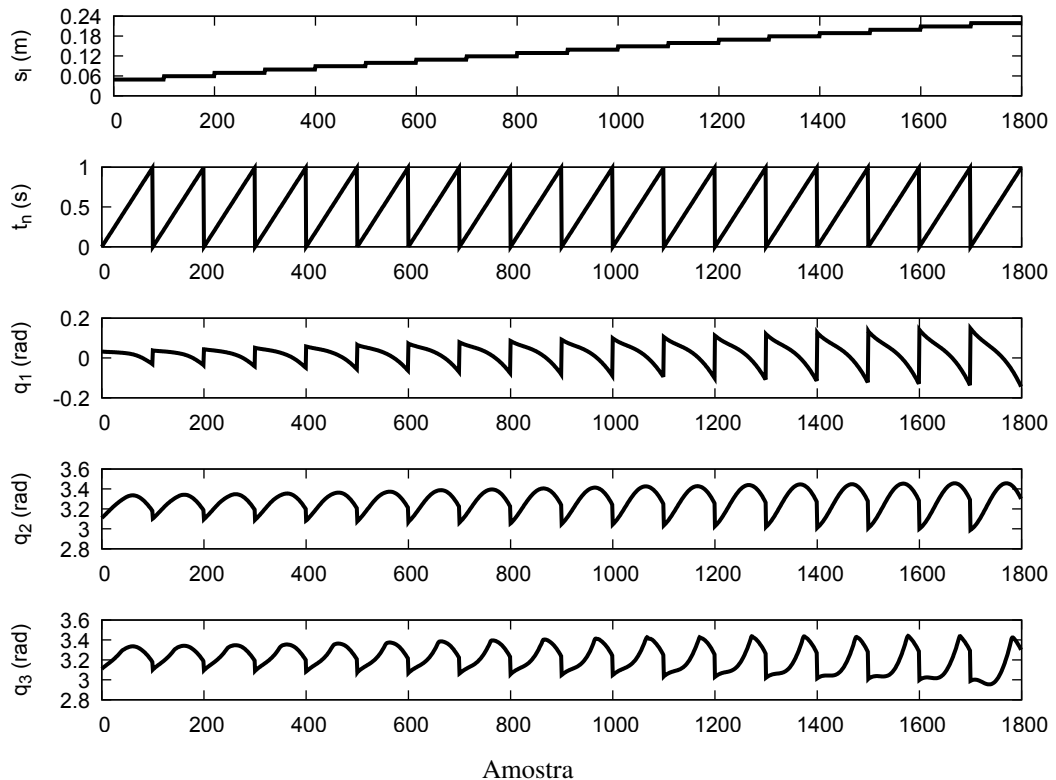


Fonte: próprio autor.

Para a obtenção dos gráficos mostrados na Figura 5.7, o tamanho de passo $s_l(k)$ foi variado de seu valor mínimo até seu valor máximo. Para cada tamanho de passo, o tempo normalizado $t_n(k)$ foi variado linearmente de 0 a 1 s. Os três ângulos gerador para cada combinação de entrada estão apresentados na sequência, conforme as legendas em cada gráfico da Figura 5.7. Observa-se que as excursões dos ângulos em cada passo aumentam com o aumento do tamanho do passo. As trajetórias de $q_1(t)$, $q_2(t)$ e $q_3(t)$, mapeadas pelas RNAs, são utilizadas para formar as referências para as posições $\theta_1(k)$, $\theta_3(k)$ e $\theta_4(k)$, respectivamente, do robô a ser controlado. Com o Método 1, no exemplo mostrado, o menor tamanho de passo obtido foi de aproximadamente 4,8 cm, para um robô com um tamanho total de perna de 16,2 cm, o que representa um tamanho relativo de 30%.

A Figura 5.8 demonstra o resultado da aplicação do Método 2, utilizada no estudo de caso com o robô ASTI, conforme apresentado adiante no Capítulo 6. Foi possível obter um tamanho mínimo de 4,0 cm, para um robô com pernas de 52 cm de comprimento (tamanho relativo de aproximadamente 8%). No resultado com o Método 2 também se observa uma variação no comportamento de $q_3(t)$, que corresponde à movimentação do joelho da perna flutuante mais acentuada nos maiores tamanhos de passo. Os períodos maiores em que tal ângulo se mantém aproximadamente constante correspondem a maiores flexões de joelho.

Figura 5.8 – Exemplo de execução de um gerador de referências criado pelo Método 2 para o robô ASTI, que possui pernas com tamanho total de 52 cm.

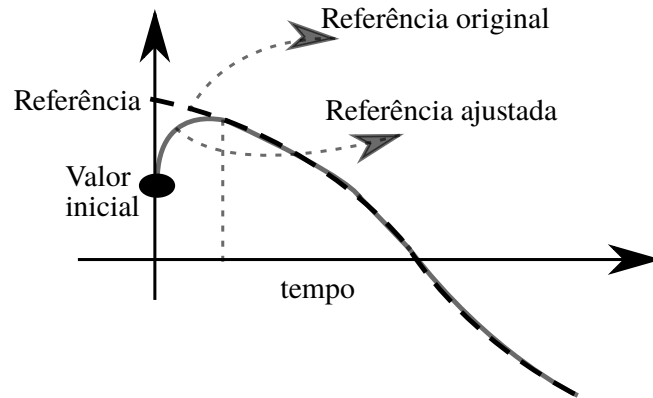


Fonte: próprio autor.

5.3.4 Ajuste linear durante a execução do controlador

Caso a pisada, ao final do passo, ocorra com erros consideráveis na posição angular de uma ou mais juntas, devido à resposta não-ideal das juntas em relação às referências ou uma mudança no tamanho de referência do passo, o próximo passo se iniciará com um erro entre a posição angular de uma ou mais juntas em relação à referência gerada, caracterizando descontinuidades na referência, de forma semelhante a perturbações do tipo degrau. Dessa forma, para suavizar a resposta ao início do passo, foi utilizado o ajuste linear de polinômios de quarta ordem que substituem a função referência gerada por cada RNA, forçando que tais polinômios coincidam com a posição das juntas ao início do passo. O ajuste é feito de forma a minimizar o erro entre a curva gerada pela função polinomial e a curva de referência proveniente da RNA, conforme exemplificado na Figura 5.9.

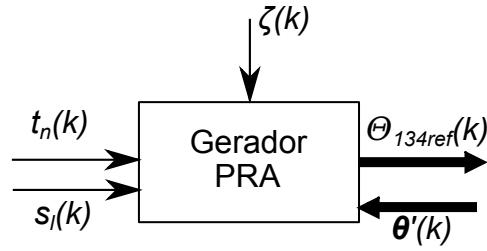
Figura 5.9 – Exemplo genérico de ajuste linear para suavização da resposta de uma das juntas no início de um passo.



Fonte: traduzido de Negri et al. (2020).

A representação em bloco do Gerador PRA está mostrada na Figura 5.10. Como entradas, tem-se $t_n(k)$, que varia de 0 a 1 s, a referência de tamanho de passo $s_l(k)$, e $\zeta(k)$, que informa sobre a ocorrência de uma transição *heelstrike* acionando o novo cálculo da trajetória pela execução das RNAs seguida pela etapa de ajuste linear. Na saída do bloco, tem-se a matriz contendo os vetores com as H_p amostras futuras de referências $\Theta_{134ref}(k) = [\theta_{1ref}(k), \theta_{3ref}(k), \theta_{4ref}(k)]^T$, sendo $\theta_i(k) = [\theta_{iref}(k+1), \theta_{iref}(k+2), \dots, \theta_{iref}(k+H_p)]$, $i = 1, 3, 4$. O bloco recebe a informação das posições angulares do robô, utilizando-se somente uma vez após cada ocorrência da transição *heelstrike* para a realização do ajuste linear.

Figura 5.10 – Representação em bloco do Gerador PRA.

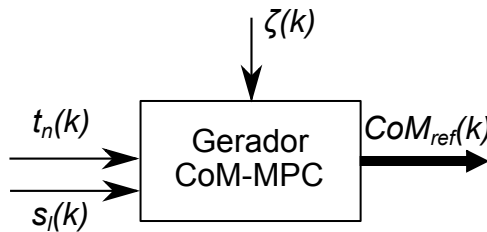


Fonte: próprio autor.

5.4 GERADOR COM-MPC

O gerador de trajetória para o CoM, baseado em MPC, aqui chamado de CoM-MPC, segue a mesma estratégia já apresentada na literatura em Kajita et al. (2003), através do equacionamento apresentado por Maximo (2017). A cada instante de amostragem, executa-se a malha MPC sobre uma variável de CoM virtual para H_p amostras. Desta forma, geram-se as referências para os H_p instante de amostragem futuros. Para cada execução, utiliza-se um horizonte de predição de 35 amostras, suficiente para que o Gerador consiga enxergar a transição *heelstrike* desde o início do passo. As amostras de referências contidas em $\mathbf{p}_{xZMP,ref}(k)$ e $\mathbf{p}_{yZMP,ref}(k)$ são mantidas sobre o pé de apoio, enquanto a predição estiver dentro do passo atual. Para as amostras preditas que ultrapassem o instante esperado para a transição *heelstrike*, acrescenta-se o tamanho de referência do passo $s_l(k)$ na direção p_x e, na direção p_y , faz-se a adição ou a subtração, dependendo de qual é o pé de apoio, da largura do quadril, que corresponde à distância em p_y entre os pés ao fim do passo. A Figura 5.11 mostra a representação em bloco do Gerador CoM-MPC.

Figura 5.11 – Representação em bloco do Gerador CoM-MPC.



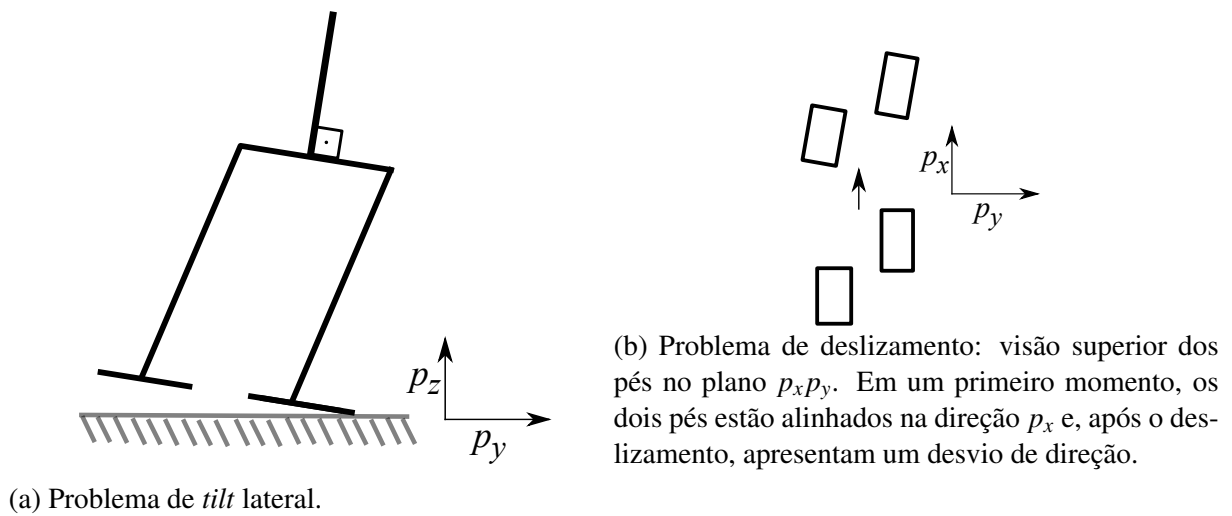
Fonte: próprio autor.

5.5 FASES DE PARTIDA E FINALIZAÇÃO DO PASSO

O *walker* passivo tem como um de seus princípios de funcionamento a colisão do pé flutuante com o chão, de forma a haver uma perda de energia a cada pisada que compense o aumento

da energia ocasionado pela atuação da gravidade. Entretanto, considerando um robô atuado e que possua pés não pontuais, com área significativa, e também a parte superior do corpo, que não está inclusa no modelo passivo empregado, efetuar a pisada com a mesma velocidade da caminhada pode resultar em problemas de *tilt* e deslizamento do pé de apoio, conforme ilustrado na Figura 5.12, considerando também que as juntas possuem respostas dinâmicas não instantâneas. Assim, se a utilização da velocidade total da caminhada passiva resultar em tais problemas, aplica-se uma variação na velocidade nas fases de partida e impacto (finalização). Tais fases fazem parte do ciclo de caminhada usual para um bípede (SHERIKOV, 2012; HERDT, 2012). Na caminhada humana, observa-se nestas etapas um movimento articulado dos dedos dos pés e tornozelo. Como os robôs estudados neste trabalho não possuem tais articulações, optou-se pela redução de velocidade nestas fases, para que o erro de rastreamento possa ser minimizado, bem como para reduzir os problemas de *tilt* e deslizamento, embora isso represente uma diferença em relação à dinâmica passiva.

Figura 5.12 – Problemas de *tilt* e deslizamento.



Fonte: próprio autor.

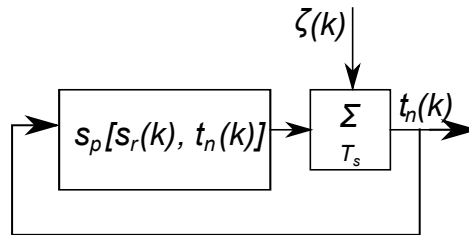
Desta forma, utilizou-se uma função que define a velocidade $s_p[t_n(k), s_r(k)]$ de passagem do tempo virtual $t_n(k)$ em função do próprio $t_n(k)$ e da velocidade de referência $s_r(k)$, conforme a Eq. (5.7). Tal função foi definida de forma a realizar um aumento gradual de velocidade no início do passo, iniciando por uma velocidade igual a um quarto da velocidade de referência e a aumentando linearmente até atingir o valor de referência. Ao final do passo, realiza-se a redução da velocidade até um quarto do valor de referência, mantendo-se este valor constante por um intervalo de tempo na proximidade da ocorrência do *heelstrike*. Os valores de atenuação e critérios de tempo foram definidos empiricamente após a realização de diversos testes com diferentes modelos de robôs, que foram utilizados no estudo de caso mostrado no Capítulo 6, velocidades e tamanhos de passo, observando qualitativamente a dinâmica obtida e a ocorrência

de problemas de equilíbrio. A proposta foi a de encontrar uma única função que se adequasse a todos os modelos testados.

$$s_p[t_n(k), s_r(k)] = \begin{cases} 0,25 \times s_r(k) + 0,75 \times s_r(k) \times \frac{t_n(k)}{0,05} & , \text{ se: } t_n(k) < 0,05 \text{ s} \\ s_r(k) - 0,75 \times \frac{[t_n(k) - 0,85]}{0,075} \times s_r(k) & , \text{ se: } 0,925 \text{ s} > t_n(k) > 0,85 \text{ s} \\ 0,25 \times s_r(k) & , \text{ se: } t_n(k) \geq 0,925 \text{ s} \\ s_r(k) & , \text{ caso contrário.} \end{cases} \quad (5.7)$$

A Figura 5.13 mostra o diagrama de blocos referente à obtenção do instante de tempo normalizado virtual $t_n(k)$, a partir da velocidade $s_p[t_n(k), s_r(k)]$. A cada vez que um passo é finalizado em um determinado instante k , o integrador sofre *reset*, fazendo $t_n(k+1) = 0$, para iniciar a contagem do tempo para o próximo passo. O bloco integrador realiza a integração através do somatório das amostras da velocidade $s_p(k)$ multiplicado pelo período de amostragem T_s .

Figura 5.13 – Integração da velocidade $s_p[t_n(k), s_r(k)]$ para a obtenção do tempo $t_n(k)$.



Fonte: próprio autor.

5.6 CONTROLADOR NMPC

A implementação do controlador para o RPCP requer a configuração de um conjunto de parâmetros para a função custo $J_{RPCP}[\Delta U(k), k]$, que é dada pela Equação (5.8). Todos os termos da Eq. (5.8) são dependentes do matriz de variações preditas nas ações de controle $\Delta U(k)$, pois as saídas preditas são geradas através do modelo de predição com a aplicação de $\Delta U(k)$, e também das condições do robô no instante k , à exceção de $C_{in}[\Delta U(k)]$ que depende somente de $\Delta U(k)$. Define-se o vetor de variações na ação de controle para o instante $k+j$, a partir do instante k pela Eq. (5.11) e matriz de variação na ação de controle $\Delta U(k)$ na Eq (5.12).

$$J_{RPCP}[k, \Delta U(k)] = C_{out}[k, \Delta U(k)] + C_{in}[\Delta U(k)] + C_{rest1}[k, \Delta U(k)] + C_{rest4}[k, \Delta U(k)] + C_{restu4}[k, \Delta U(k)] \quad (5.8)$$

O termo $C_{out}[k, \Delta U(k)]$ se refere ao custo devido aos erros preditos para as saídas em relação às respectivas referências, dado na Eq. 5.9. O custo devido às variações preditas das ações de controle é calculado pela Eq. 5.10.

$$\begin{aligned} C_{out}[k, \Delta U(k)] = & \sum_{i=1}^{H_p} \{ \lambda_1 [\theta_1(k+i|k) - \theta_{1ref}(k+i)]^2 + \lambda_3 [\theta_3(k+i|k) - \theta_{3ref}(k+i)]^2 \\ & + \lambda_4 [\theta_4(k+i|k) - \theta_{4ref}(k+i)]^2 + \lambda_{SF} [\theta_{SFabs}(k+i|k) - \pi - \gamma]^2 \\ & + \lambda_{TI} [\theta_{TIabs}(k+i|k)]^2 + \lambda_{arm} [\theta_{arm}(k+i|k)]^2 \\ & + \lambda_{pxCoG} [p_{xCoM}(k+i|k) - p_{xCoMref}(k+i|k) - \delta_x(k+i|k)]^2 \\ & + \lambda_{pyCoG} [p_{yCoM}(k+i|k) - p_{yCoMref}(k+i|k) - \delta_y(k+i|k)]^2 \} \quad (5.9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_{in}[\Delta U(k)] = & \sum_{j=0}^{H_q-1} \{ \rho_1 [\Delta u_1(k+j|k)]^2 + \rho_3 [\Delta u_3(k+j|k)]^2 + \rho_4 [\Delta u_4(k+j|k)]^2 + \rho_{SF} [\Delta u_{SF}(k+j|k)]^2 \\ & + \rho_{TI} [\Delta u_{TI}(k+j|k)]^2 + \rho_{arm} [u_{arm}(k+j|k)]^2 + \rho_{TO} [u_{TO}(k+j|k)]^2 \} \quad (5.10) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}(k+j|k) = & [\Delta u_1(k+j|k), \Delta u_3(k+j|k), \Delta u_4(k+j|k), \Delta u_{SF}(k+j|k), \\ & \Delta u_{TO}(k+j|k), \Delta u_{TI}(k+j|k), \Delta u_{arm}(k+j|k)], 0 < j < H_q - 1. \quad (5.11) \end{aligned}$$

$$\Delta U(k) = [\Delta \mathbf{u}(k|k), \Delta \mathbf{u}(k+1|k), \dots, \Delta \mathbf{u}(k+H_q-1|k)] \quad (5.12)$$

Os termos $\delta_x(k+i|k)$ e $\delta_y(k+i|k)$, presentes na Equação (5.8) no cálculo do custo devido ao erro da posição do CoM são explicados na Subseção 5.6.1.

Os três últimos termos da Eq. (5.8) são referentes a custos restritivos, conforme apresentado no Capítulo 2. Tais custos só assumem valores não nulos quando algum limite é ultrapassado. No caso do sistema RPCP, tais custos são calculados pelas Eqs. (5.13), (5.14) e (5.15), e foram utilizados para:

- evitar que a posição $\theta_1(k)$ venha a decrescer para um valor abaixo da referência ao final do passo: como ocorre a transição do pé de apoio para o pé que está mais à frente, ob-

servou nos testes realizados um ocasionamento de erro em $\theta_1(k)$, de forma a movimentar e minimizar o erro do CoM na direção p_x . Assim, utilizou-se um custo conforme a Eq. (5.13) para aumentar a precisão da posição angular no momento da pisada, de forma a minimizar problemas de *tilt* e deslizamento, sendo δ_1 um parâmetro de sintonia; utilizou-se o custo a partir de $t_n(k) = 0,8$ s para que o custo se aplique apenas à etapa final do passo, fornecendo mais liberdade à trajetória de $\theta_1(k)$ durante o passo para melhor precisão do controle do CoM;

- aumentar a precisão do movimento do joelho da perna flutuante ao início do passo, buscando minimizar a ocorrência de *foot scuffing* no início do passo, conforme a Eq. (5.14), sendo δ_4 um parâmetro de sintonia; o custo foi aplicado para $t_n(k) < 0,5$ s para promover uma maior flexão do joelho no início do passo para evitar *foot scuffing*, não sendo necessário manter tal custo após este intervalo, e;
- fazer com que a referência para o motor da junta do joelho da perna flutuante tenda a zero, mantendo a perna estendida ao final do passo, conforme a Eq. (5.15), que atribui uma referência final para a ação de controle para $t_n(k) > 0,9$ s, quando a perna flutuante já deve estar totalmente estendida.

$$C_{rest1}(k) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{H_p} \lambda_{cr1} [\theta_1(k+i|k) - \theta_{1ref} - \delta_1]^2 & , \text{ se } \theta_1(k+i|k) < \theta_{1ref} + \delta_1, \text{ e } t_n(k) > 0,8 \text{ s} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (5.13)$$

$$C_{rest4}(k, \Delta U) = \begin{cases} \sum_{i=1}^{H_p} \lambda_{cr1} [\theta_4(k+i|k) - \theta_{4ref} + \delta_4]^2 & , \text{ se } \theta_4(k+i|k) > \theta_{4ref} + \delta_4 \text{ e } t_n(k) < 0,5 \text{ s} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (5.14)$$

$$C_{restu4}(k, \Delta U) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{H_q-1} \lambda_{cru4} [u_4(k+j|k)]^2 & , \text{ se } t_n(k) > 0,9 \text{ s} \\ 0 & , \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (5.15)$$

Tais custos foram utilizados ao invés do simples aumento do peso relativo aos erros de tais saídas, pois o aumento necessário dos pesos de saída para tratar os problemas citados ocasionou comportamentos oscilatórios. Utilizando os custos restritivos, foi verificada a possibilidade de tratar tais problemas sem ocasionar um aumento de oscilações.

Para obter as soluções para o problema de otimização envolvendo a função custo da malha NMPC, utilizou-se o otimizador BOBYQA, conforme apresentado no Capítulo 2.

5.6.1 Ganho proporcional nas referências de CoM

Em MPC, uma formas de reduzir o erro de rastreamento de referência de uma variável de saída é aumentar o peso na função custo relativo ao erro de tal saída ou reduzir o peso da(s) ação(ões) de controle que influencia(m) em sua resposta. No presente caso, observou-se que o aumento dos pesos λ_{pxCoM} e λ_{pyCoM} , de modo a reduzir os erros de rastreamento das referências, passava a causar oscilações nas respostas. Assim, utilizou-se a soma de um valor proporcional ao erro à referência, criando uma referência virtual, de forma a minimizar os erros de $p_{xCoM}(k)$ e $p_{yCoM}(k)$ sem provocar um aumento de oscilações. Definem-se, assim, acréscimos às referências $p_{xCoMref}(k)$ e $p_{yCoMref}(k)$, dados pelas Eqs. 5.16 e 5.17, respectivamente, a cada amostra predita para o instante $k + i$, a partir do instante k , com ganhos $\alpha_{\Delta px}$ e $\alpha_{\Delta py}$.

$$\delta_x(k + i|k) = \alpha_{\Delta px}[p_{xCoM}(k + i|k) - p_{xCoMref}(k + i|k)] \quad (5.16)$$

e

$$\delta_y(k + i|k) = \alpha_{\Delta py}[p_{yCoM}(k + i|k) - p_{yCoMref}(k + i|k)]. \quad (5.17)$$

5.6.2 Sintonia de parâmetros

O método aqui utilizado para a sintonia consiste em realizar sucessivas simulações, considerando uma determinada tarefa de controle. Após a obtenção dos parâmetros físicos do robô e do Gerador PRA, definição do período de amostragem e dos horizontes de controle e predição, a sintonia dos parâmetros da malha NMPC é realizada iniciando todos os parâmetros com valor unitário e realizando ajustes sucessivos, a partir da observação dos resultados. Para cada conjunto de parâmetros testado, são observados os gráficos de resposta e se houve deslizamento ou *tilt*. Os erros quadráticos totais das saídas e entradas são anotados para comparações com os outros conjuntos de parâmetros testados. O conjunto de parâmetros escolhido é um entre os que não apresentarem problemas de deslizamento e *tilt* visíveis e que não seja pior, em termos de erros quadráticos, para todos as variáveis, do que outro que não tenha apresentado deslizamento e *tilt* visíveis.

O período de amostragem deve ser pequeno o suficiente para que o controlador possa atuar sobre a dinâmica das juntas e grande o suficiente para que o otimizador não apresente problemas de convergência. No caso do presente trabalho, todos os testes em diferentes modelos de robôs foram realizados com período de amostragem de 50 ms.

Considerando o período de amostragem, foram utilizados horizontes de controle, H_q , e predição, H_p , iguais, com o maior valor tal que o custo computacional seja compatível com o

período de amostragem. Não foi utilizado $H_p \neq H_q$, pois as referências nunca são constantes, de forma que as ações de controle geradas não serão, de forma geral, mantidas constantes entre períodos de amostragem subsequentes. Assim, foram mantidos horizontes iguais para permitir a variação da ação de controle dentro de todo o horizonte de predição. Para $T_s = 50$ ms, os horizontes foram definidos com valor igual a 3.

Os ajustes empíricos dos parâmetros da malha NMPC realizados no presente trabalho, de forma geral, foram realizados repetindo-se iterativamente a seguinte ordem:

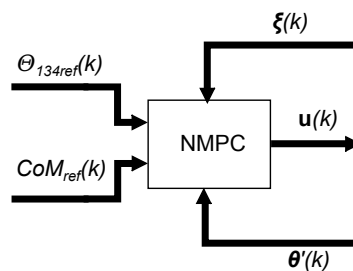
1. Aumentar os pesos dos erros de CoM e o ganho proporcional aplicado na geração de referências para o CoM (aumentar, em todos os casos estudados, conforme os resultados apresentados adiante no Capítulo 6);
2. Reduzir os pesos das ações de controle e de regularização do movimento dos braços e do torso, aumentando a liberdade para o seguimento da trajetória de CoM;
3. Aumentar os pesos dos erros das saídas e dos custos restritivos λ_{CRI} e λ_{CR4} .

No Capítulo 6, que apresenta os estudos de caso, são apresentados os parâmetros sintonizados para cada robô utilizado.

5.6.3 Representação em bloco

A representação em bloco para o controlador NMPC está mostrada na Figura 5.14. O controlador recebe como entradas as referências futuras para as juntas das pernas, $\Theta_{134ref}(k)$, as referências futuras para o CoM, $CoM_{ref}(k)$, a informação sobre *heelstrike* $\xi(k)$ e a realimentação das posições dos servomotores $\theta'(k)$. Como saída, o controlador gera as ações de controle em $u(k)$, considerando que a integração da ação de controle a partir de $\Delta u(k)$ e $u(k-1)$ é feita internamente no bloco NMPC.

Figura 5.14 – Representação em bloco do controlador NMPC.

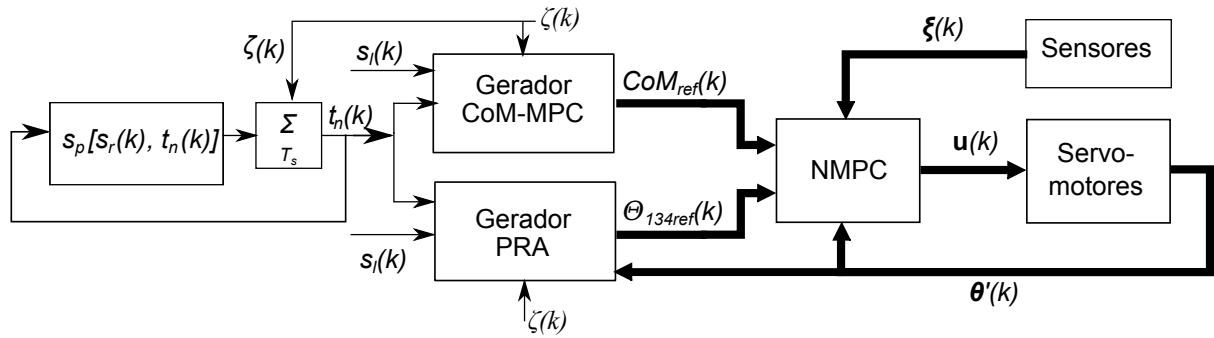


Fonte: próprio autor.

5.7 ALGORITMOS DE PREPARAÇÃO E EXECUÇÃO

A Figura 5.15 mostra o diagrama de blocos do sistema RPCP, envolvendo a geração de referência e a malha de controle, conforme apresentado nas Seções anteriores deste Capítulo. Em resumo, a partir das referências de velocidade, $s_r(k)$, e do tamanho de passo, $s_l(k)$, definidos pelo usuário, os Geradores PRA e CoM-MPC geram as trajetórias de referência, enviando a cada período de amostragem as referências futuras, dentro do horizonte de predição, que são recebidas pelo bloco NMPC. Com base na realimentação das posições dos servomotores e dos sensores adicionais, o bloco NMPC realiza a otimização das ações de controle sobre o modelo de predição e a função custo. A ocorrência de uma transição *heelstrike*, indicada pela variável binária $\zeta(k)$ faz com que $t_n(k)$ seja reiniciado com valor 0 e com que o bloco Gerador PRA recalcule as referências, efetuando o ajuste linear após a execução das RNAs com base nas posições angulares medidas no instante seguinte à ocorrência da transição *heelstrike*.

Figura 5.15 – Diagrama de blocos do sistema RPCP



Fonte: próprio autor.

Considerando todos os tópicos apresentado neste Capítulo, apresentam-se nesta Seção os algoritmos que resumem as etapas de operação para implementação e produção dos resultados por simulação do RPCP. O Algoritmo 5 mostra as etapas para a obtenção do sistema funcionando em simulação com os parâmetros de sintonia definidos.

A execução de uma simulação, a partir de um determinado conjunto de parâmetros de sintonia, se dá através das etapas apresentadas no Algoritmo 6.

Algoritmo 5 Preparação do Gerador PRA e sintonia de parâmetros

1. Colete as medidas e massas do robô, conforme a Tabela 5.1.
 2. Defina a faixa de tamanhos do passo desejada.
 3. Utilize o Método 1 para tentar obter o Gerador PRA. Se o resultado for satisfatório, siga ao Item 5. Senão, siga ao Item 4.
 4. Utilize o Método 2 para obter o Gerador PRA. Se o resultado for satisfatório, siga ao Item 5. Senão, redefina a a faixa de tamanhos do passo desejada e siga ao Item 3.
 5. Repita:
 - 5.1. Configure os pesos para a função e realize a execução, conforme o Algoritmo 6. Caso o resultado seja satisfatório, encerre o algoritmo.
 - 5.2. Ajuste os pesos conforme a Subseção 5.6.2.
-

Algoritmo 6 Execução

1. Faça $t_n(k)=0$.
 2. Obtenha as condições do robô em k .
 3. **Para:** $i = 1, 3, 4, TI, SF$ **faça:**

$$u_i(k) \leftarrow \theta'_i(k).$$
 4. Escolha a velocidade $s_r(k)$ e o tamanho de passo $s_l(k)$ de referência e mantenha tais parâmetros constantes até a próxima transição *heelstrike*.
 5. Execute as RNAs para gerar as referências.
 6. Execute o ajuste linear para corrigir as referências.
 7. Repita:
 - 7.1. Se uma transição *heelstrike* for detectada, retorne ao Item 1.
 - 7.2. Execute o MPC linear e obtenha as referências para o CoM.
 - 7.3. Execute a malha NMPC.
 - 7.4. Incremente as ações de controle.
 - 7.5. Aplique o vetor de ações de controle $\mathbf{u}(k)$ aos servomotores.
 - 7.6. Atribua $t_n(k) \leftarrow t_n(k) + s_p[t_n(k), s_r(k)] \times T_s$ (ver Eq. 5.7).
 - 7.7. Atribua $k \leftarrow k + 1$
 - 7.8. Aguarde o fim do período de amostragem.
-

5.8 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste Capítulo, foram apresentados os diversos tópicos que compõem o sistema RPCP, combinando as ideias de critério de equilíbrio pelo ZMP, uso de uma malha MPC linear para geração de referências para o CoM, a malha NMPC para o rastreamento das referências, as estratégias adicionais à dinâmica passiva para habilitar a caminhada, como as variações de velocidade e a elevação lateral e, por fim, os algoritmos que resumem as etapas de preparação e execução. No próximo Capítulo, são apresentados resultados de estudos de caso sobre a aplicação do RPCP em três modelos de robôs bípedes por meio de simulações.

6 ESTUDOS DE CASO

Estudos de caso do algoritmo de controle foram realizados sobre três modelos de bípede, através de simulação utilizando o *software* V-REP (Rohmer; Singh; Freese, 2013) para a simulação da física do robô, incluindo efeitos gravitacionais, inerciais, contato com o solo e dinâmica das juntas, além da visualização gráfica nas três dimensões. O controlador foi implementado em linguagem de programação C++, realizando a comunicação com o V-REP através da API (do inglês *Application Programming Interface*) disponível no próprio programa. Assim, em um programa em C++, são geradas as referências, as leituras de posição dos motores são feitas e realiza-se o controle do robô ao se executar o algoritmo de controle e enviar as referências para cada junta

O requisito mínimo para a aplicação do método de controle nos modelos de simulação é que estes possuam os graus de liberdade necessários. Os motores das juntas dos modelos utilizados, no V-REP, possuem malhas internas de controle proporcional, que utilizam compensação de torque, resultando em modelos lineares, desde que o torque máximo não seja excedido. Cada modelo foi escolhido por possuir alguma característica relevante para o presente estudo que o diferencia, conforme citado a seguir.

- RoboFEI: robô desenvolvido para competições de futebol de robôs, com características de baixa densidade de massa em relação ao torque dos motores (COELHO, 2020), referenciado aqui pelo nome da equipe desenvolvedora;
- GCSbot: modelo de simulação baseado em um projeto em desenvolvimento na UDESC. Trata-se de um modelo de pequeno porte, com a característica diferencial de massas relativamente maiores nos braços para permitir um controle do CoM minimizando a movimentação do torso, utilizado em Negri et al. (2020);
- ASTI: modelo de humanoide de porte maior que os dois anteriores, disponível na plataforma V-REP, e utilizado para estudos de caso de trabalhos relacionados (OLIVEIRA; ADORNO, 2015; ROSADO, 2016). Possui a característica de uma relação massa por torque dos motores maior que os anteriores, o que acarreta em limitações ao tamanho do passo para a implementação do controle em relação ao dois outros modelos citados.

Para o modelo GCSBot, utilizou-se o Método 1 para a obtenção do Gerador PRA, apresentado no Capítulo 5. Como o modelo foi desenvolvido com o propósito de facilitar a movimentação do CoM, utilizando massas maiores nos braços, foi possível realizar a caminhada com tamanhos de passo relativamente maiores. Para as simulações com o modelo baseado no

RoboFEI e com o robô ASTI, utilizou-se o Método 2, gerando tamanhos de passo relativamente menores. Como o robô ASTI apresenta uma característica de maior massa por torque dos motores, utilizaram-se tamanhos de passo relativos próximos da metade dos tamanhos utilizados no RoboFEI. Com as simulações, buscou-se verificar a capacidade do sistema proposto de realizar o controle baseado em referências da dinâmica passiva e no critério ZMP com tamanhos de passo variados, observar características de variação de velocidade e formas de lidar com perturbações.

Os parâmetros de sintonia utilizadas para cada modelo estão apresentados ao início das respectivas Seções. Em todas as simulações realizadas definiu-se $\delta_1 = 0$ para os custos restritivos, buscando promover maior precisão na resposta final de $\theta_1(k)$ e $\delta_4 = 0,005$, ou seja, com uma pequena margem de tolerância, para evitar respostas abruptas de $\theta_4(k)$ ao início dos passos que ocasionassem deslizamento. Ainda, uma restrição de excursão movimento lateral dos braços foi inclusa no modelo de predição e na função custo para evitar a colisão dos braços com o torso.

6.1 SIMULAÇÕES COM O MODELO BASEADO NO ROBOFEI

Apresentam-se, primeiramente, os resultados com maior enfoque no RoboFEI, por ser no momento o modelo com maior possibilidade de ser utilizado para a realização de testes práticos. Dessa forma, apresentam-se os seguintes resultados de simulação com o RoboFEI:

- Simulação com duração de passo fixa e tamanho variável, a fim de validar esta funcionalidade do sistema RPCP;
- Simulações com tamanho de passo fixo e velocidade variável, observando a característica de trajetória;
- Testes de adaptação a inclinação no solo e com uma perturbação no motor de uma junta do tornozelo.

O modelo de simulação foi construído no *software* V-REP através de peças modeladas em CAD, fornecidas pela equipe desenvolvedora do robô e importadas para o ambiente de simulação. No lugar de cada motor, utilizou-se uma junta rotacional, com torque máximo de 10 Nm, e massas agrupadas às juntas correspondentes a cada motor. As baterias, a câmera localizada na cabeça e os pés foram simplificados por formas primitivas do V-REP. No caso dos pés, foram excluídas as travas presentes nos pés do modelo fornecido para a realizar simulações com solo sólido uniforme. O robô possui uma massa total de aproximadamente 4 kg e altura total de aproximadamente 70 cm. Nos quadris, há ainda servomotores, não utilizados neste trabalho, que habilitam a caminhada em trajetórias não retilíneas.

Os parâmetros de sintonia do controlador estão mostrados na Tabela 6.1. Tais parâmetros foram obtidos por meio de sucessivos testes, avaliando a qualidade da resposta quanto a: ocorrência de problemas de *tilt*, deslizamento e erros quadráticos de resposta das saídas em relação as trajetórias de referência, nesta ordem de prioridade. Nos testes, o robô teve que realizar passos partindo de um valor mínimo de tamanho até um valor máximo, com velocidade constante. No Apêndice E, encontra-se a Tabela E.2, que mostra os resultados quantitativos obtidos para diversos conjuntos de parâmetros. O gerador foi obtido para tamanhos de passo de 2,5 cm até 9,5 cm, sendo que o comprimento total das pernas é de aproximadamente 36 cm.

Tabela 6.1 – Parâmetros de sintonia do controlador para o RoboFEI.

Parâmetro:	ρ_1	ρ_3	ρ_4	ρ_{SF}	ρ_{TI}	ρ_{itarm}	ρ_{T0}	λ_1	λ_3	λ_4
Valor:	1	1	1	0,5	0,5	0,25	1	3	3	3
Parâmetro:	λ_{SF}	λ_{TI}	λ_{arm}	λ_{pxCoG}	λ_{pyCoG}	λ_{cr1}	λ_{cr4}	λ_{cru4}	$\alpha_{\Delta px}$	$\alpha_{\Delta py}$
Valor:	3	1	0,25	20	10	45	30	10	4	2

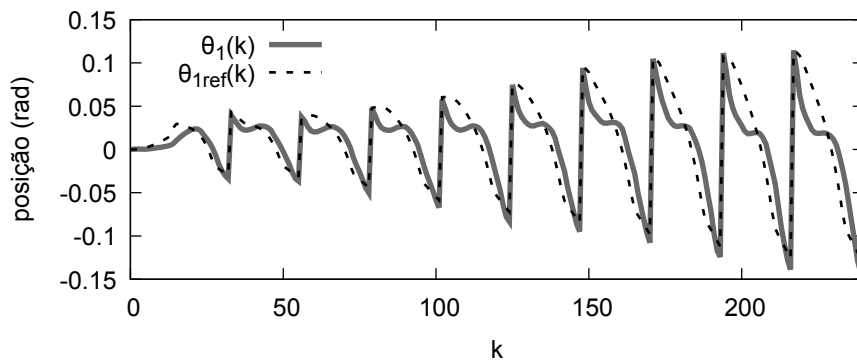
Fonte: próprio autor

6.1.1 Simulação com aumento progressivo do tamanho do passo

Foi realizada uma simulação em que o tamanho de passo, de referência, foi iniciado em 2,5 cm e aumentado no início de cada novo passo em 1 cm até atingir um valor máximo de 9,5 cm. A velocidade de referência s_r foi de 1,4, com o qual o sistema é capaz de realizar caminhadas por toda a excursão de tamanhos de passo sem apresentar problemas *tilt* e deslizamento visíveis.

As referência gerada e a resposta obtida para $\theta_1(k)$, estão mostradas na Figura 6.1. Observa-se que $\theta_1(k)$, apresenta, dentro do período de um passo, uma excursão maior com o aumento do tamanho do passo, e uma trajetória sempre decrescente.

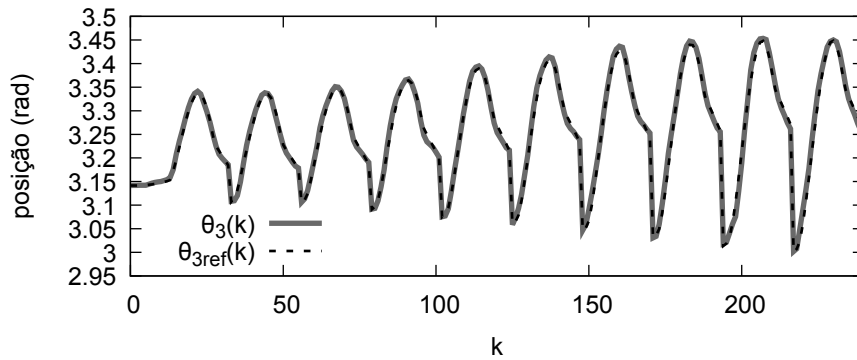
Figura 6.1 – Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

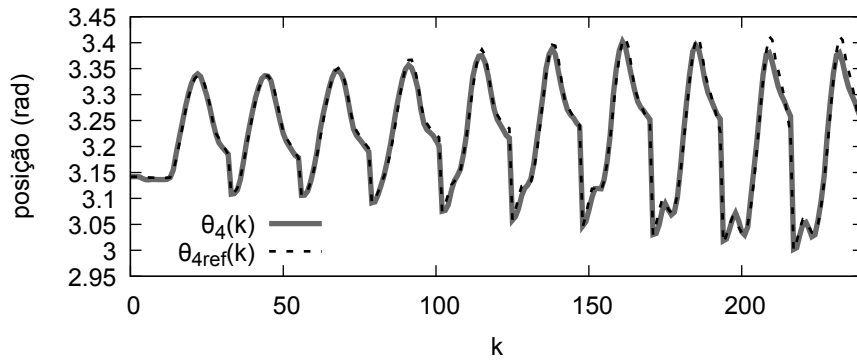
Na resposta de $\theta_3(k)$, mostrada na Figura 6.2, observa-se uma resposta, em cada passo, inicialmente crescente, levando o pé flutuante à frente em p_x , atingindo um pico, e retornando até atingir um valor final, sendo tal comportamento característico da dinâmica passiva. O mesmo se observa na resposta de $\theta_4(k)$, na Figura 6.3, a qual apresenta uma diferença de comportamento significativa observada principalmente no início dos passos maiores. Tal diferença é uma diminuição no valor do ângulo, logo após o início do passo, que é resultado da movimentação na junta do joelho da perna flutuante.

Figura 6.2 – Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Figura 6.3 – Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.

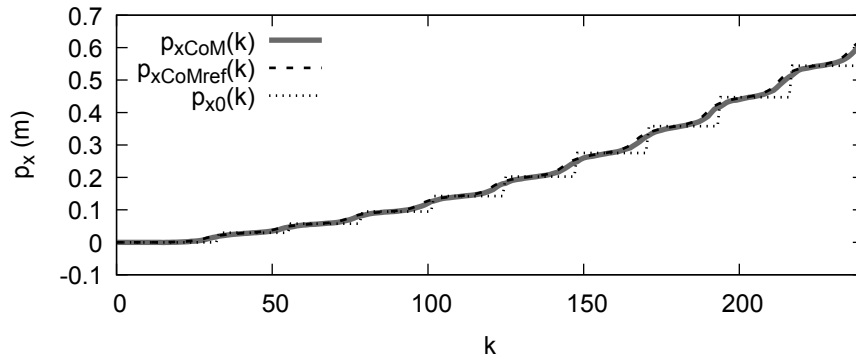


Fonte: próprio autor.

A trajetória, controlada, obtida para $p_{xCoM}(k)$ está apresentada na Figura 6.4, na qual também é mostrada a trajetória de referência gerada e a posição central do pé de apoio $p_{x0}(k)$. Conforme mencionado no Capítulo 3, na Figura 3.2, observa-se que $p_{xCoM}(k)$ não fica fixo na posição do pé de apoio, mas movimenta-se de forma contínua de acordo com a referência sem que haja perda de equilíbrio.

A Figura 6.5 mostra a resposta de $p_{yCoM}(k)$ variando entre as posições em p_y dos dois pés de forma alternada. Assim como observado em $p_{yCoM}(k)$, a trajetória obtida tem uma

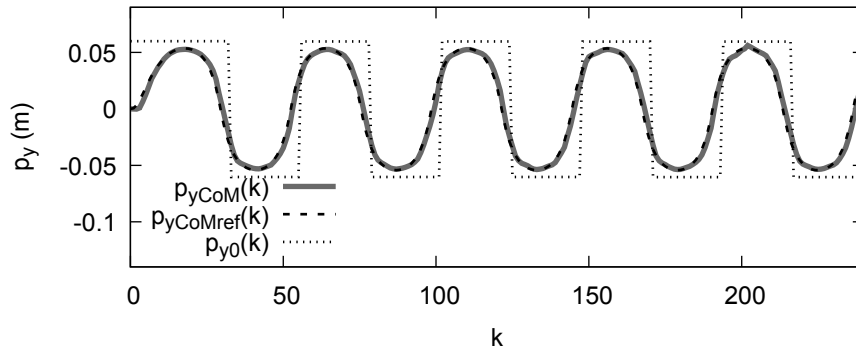
Figura 6.4 – Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

característica contínua e não demonstra variações visíveis com a variação do tamanho do passo, pois excursiona lateralmente de acordo com a largura de quadril do robô.

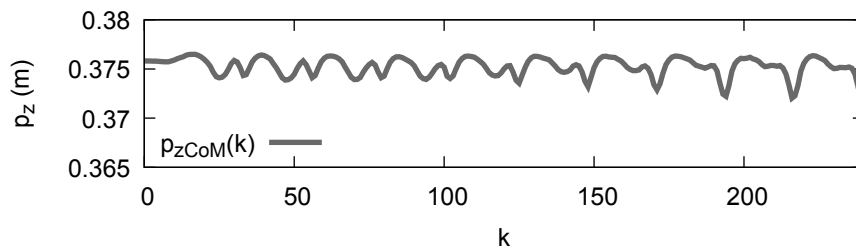
Figura 6.5 – Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Na Figura 6.6, apresenta-se a resposta de $p_{zCoM}(k)$, que não é uma constante, mas que apresenta variações relativamente pequenas, de forma que sua aproximação como uma constante não comprometa a caminhada equilibrada do robô. Observa-se também que com o aumento do tamanho do passo, o valor médio apresenta um leve declínio, devido ao maior movimento rotacional do torso no plano sagital para o controle do CoM na direção p_x .

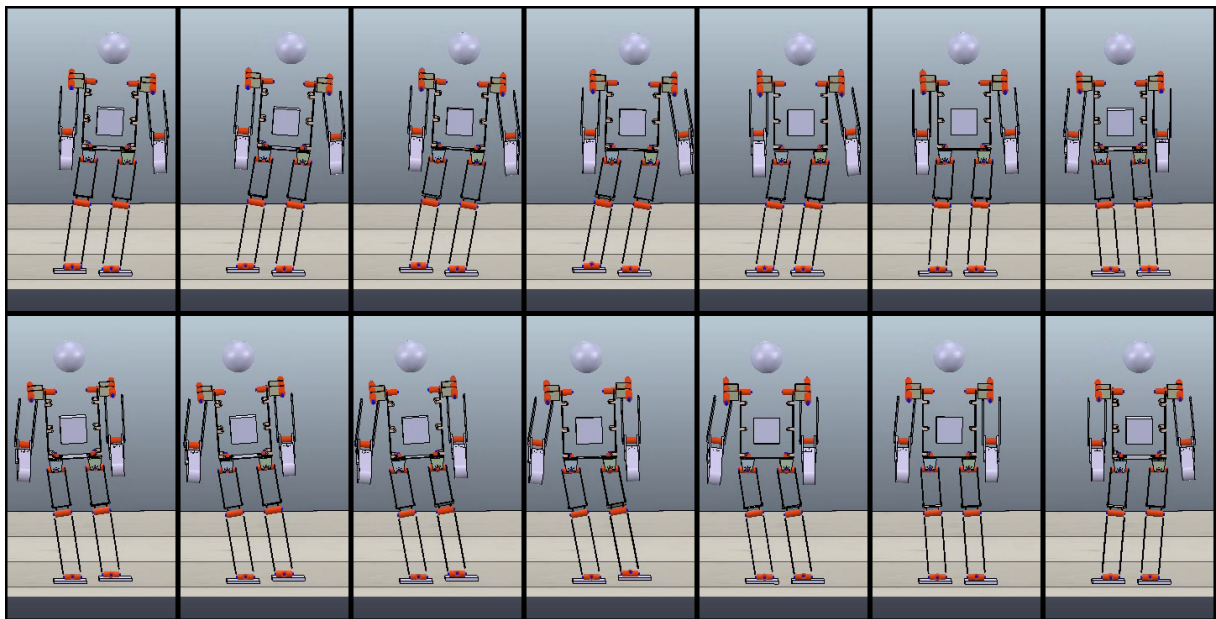
Figura 6.6 – Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Duas transições laterais estão mostradas na Figura 6.7. São apresentados *screenshots* referentes a um passo em cada linha. Observa-se que ao início e ao final de cada passo, o robô não se encontra ainda no valor máximo de inclinação lateral, devido ao uso do critério ZMP para geração das trajetórias. O que se observa, nos dois passos, é uma movimentação lateral contínua, alternando a referência de ZMP entre os dois pés.

Figura 6.7 – *Screenshots* da simulação do RoboFEI com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).



Fonte: próprio autor.

A Figura 6.8 mostra uma sequência de *screenshots* obtida durante a simulação. Cada linha mostra cinco *screenshots* de um passo, com tamanho de passo aumentando a cada linha. É possível observar que a flexão do joelho da perna flutuante torna-se mais acentuada à medida em que o tamanho do passo é aumentado e que o torso mantém-se próximo da orientação vertical, apresentando suas maiores variações durante os instantes de transição, visíveis no primeiro e no último quadro de cada linha.

Quando o tamanho de passo é variado, a configuração final do robô ao final do passo anterior é diferente da referência que seria gerada nos instante iniciais do próximo passo. Esta diferença poderia causar oscilações na resposta, mas com o uso do ajuste linear de referência, as transições são suavizadas. Conforme o teste de simulação apresentado, foi verificada a possibilidade de variação do tamanho de passo, sem problemas de equilíbrio ou apresentação de oscilações durante a mudança de tamanhos entre passos subsequentes, o que se deve também ao procedimento de ajuste de parâmetros ser realizado com base em um teste com variações de tamanho de passo.

Figura 6.8 – *Screenshots* da simulação do RoboFEI com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.



Fonte: próprio autor.

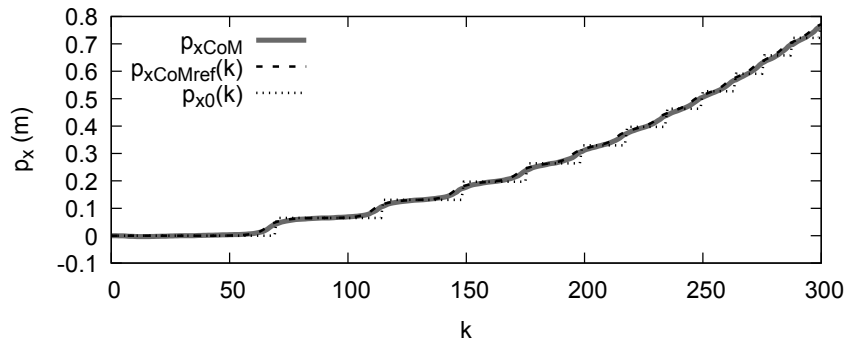
6.1.2 Simulação com aumento progressivo de velocidade

Utilizando um tamanho de passo constante, é possível aumentar a velocidade em relação aos testes anteriores sem provocar *tilt* e deslizamento. Assim, apresenta-se nesta Subseção uma simulação com o aumento progressivo de velocidade, com um tamanho de passo intermediário, de 6 cm, e velocidades de referência $s_r(k)$ iniciando em um valor mínimo de 0,4 até 2,2, velocidade máxima, com $s_l(k) = 6$ cm, constante, e com o conjunto de parâmetros de controle utilizados, a partir da qual o robô começa a apresentar problemas de equilíbrio.

As Figuras 6.9, 6.10 e 6.11 mostram a trajetória do CoM ao longo do tempo nas direções p_x , p_y e p_z , respectivamente, aumentando a velocidade $s_r(k)$ em 0,2 a cada passo, de forma que um passo apenas é realizado com cada velocidade.

O que se observa em $p_{xCoM}(k)$, na Figura 6.9, é que com o aumento da velocidade, a trajetória passa a ser mais próxima de uma reta, sem convergir e manter-se sobre a posição do pé de apoio.

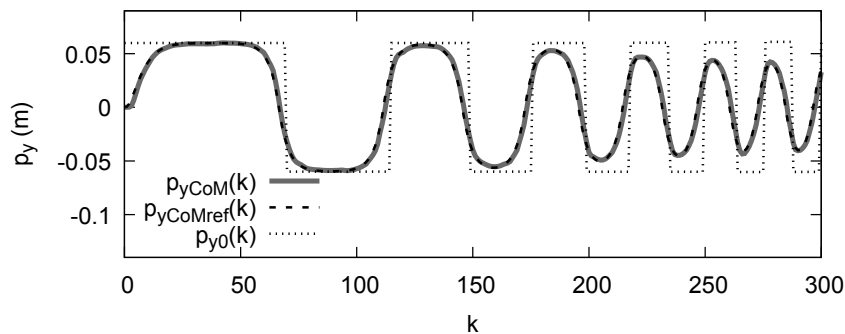
Figura 6.9 – Trajetórias de $p_{xCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.



Fonte: próprio autor.

Em $p_{yCoM}(k)$, conforme mostra a Figura 6.10, pode-se observar que a excursão medida passa a ser menor, minimizando o movimento em p_y no plano coronal.

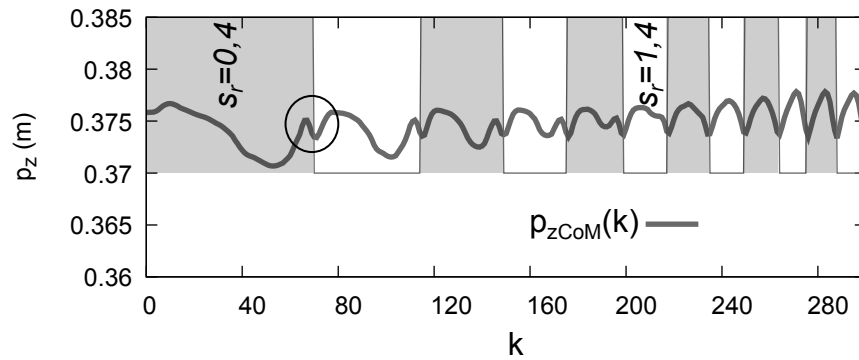
Figura 6.10 – Trajetórias de $p_{yCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.



Fonte: próprio autor.

Na resposta de $p_{zCoM}(k)$, a partir da velocidade $s_r = 1,4$, indicada no gráfico da Figura 6.11, elimina-se um efeito de oscilação, circulado no gráfico, que ocorre para as velocidades menores, devido ao maior tempo em que o robô mantém o CoM próximo à região do pé de apoio.

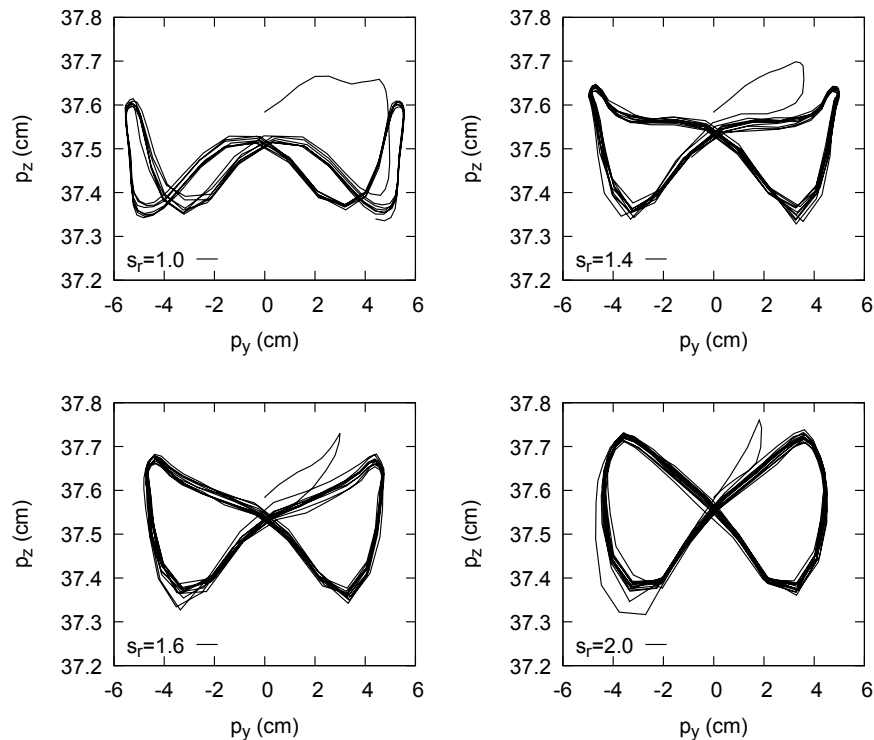
Figura 6.11 – Trajetórias de $p_{zCoM}(k)$ ao longo do tempo com velocidade $s_r(k)$ crescente.



Fonte: próprio autor.

Para verificar a movimentação do CoM no plano coronal, foram realizadas simulações com velocidade variadas, mas executando diversos passos em cada velocidade. A Figura 6.12 mostra os gráficos de trajetória no plano coronal ao longo da caminhada para velocidades $s_r(k)$ iguais a 1, 1,4, 1,6 e 2,0.

Figura 6.12 – Trajetórias no plano coronal.



Fonte: próprio autor.

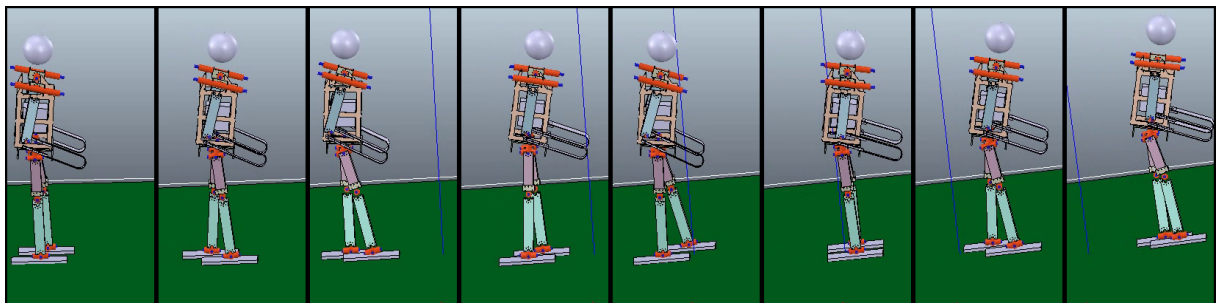
Nas curvas apresentadas na Figura 6.12, observam-se duas características também presentes na caminhada humana. Uma delas é que com o aumento da velocidade, a tendência da curva é apresentar maior excursão vertical e menor excursão lateral (BRASSEUR et al., 2015; ORENDURFF et al., 2004). A outra característica é o formato de borboleta (BRASSEUR et al., 2015) observado para velocidades a partir de 1,4. Para velocidades menores, observa-se que o comportamento apresenta diferenças, devido ao maior tempo em que o CoM é mantido mais próximo da região do pé de apoio. Orendurff et al. (2004) citam que é provável que a dinâmica das juntas na caminhada humana tenda a minimizar o movimento coronal do CoM para uma determinada faixa de velocidades, com menor eficiência em velocidades demasiadamente lentas ou rápidas.

6.1.3 Simulações com variação na inclinação do solo

Para a realização da caminhada em planos inclinados, utilizou-se uma medição da inclinação dos pés diretamente do simulador, considerando sensores ideais. Aplicou-se, então, no modelo cinemático, dentro do modelo de predição, a rotação de todo o robô pelo ângulo medido como se o contato do pé com o solo apresentasse uma junta rotativa. A ideia de tais simulações é verificar que o controlador ajusta a postura do robô de acordo com a inclinação através da minimização do erro no CoM dentro da função custo.

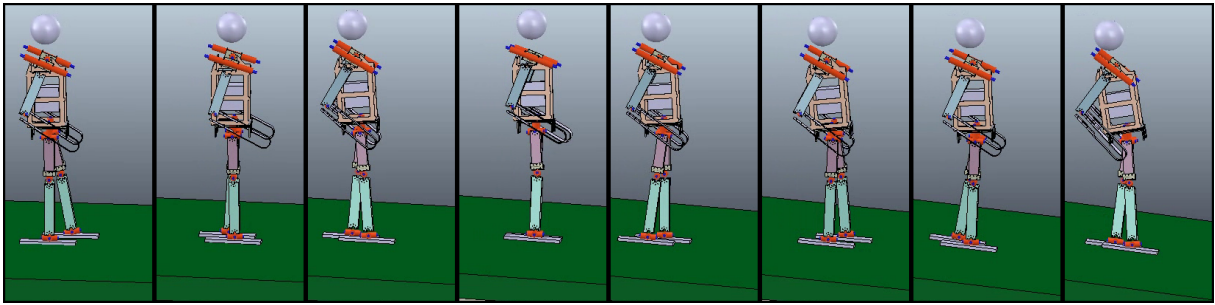
A Figura 6.13 apresenta uma série de *screenshots* obtidos com uma inclinação crescente do solo, enquanto na Figura 6.14 são mostrados *screenshots* da simulação com inclinação decrescente. Em ambas as Figuras, pode-se verificar que sistema realiza a compensação da inclinação através da movimentação do torso e dos braços no plano sagital. Não foram aplicadas variações bruscas ou descontinuidades no solo que causassem perda de equilíbrio pois o RPCP não trata da recuperação de equilíbrio após a perda do mesmo.

Figura 6.13 – Simulação com inclinação do solo crescente.



Fonte: próprio autor.

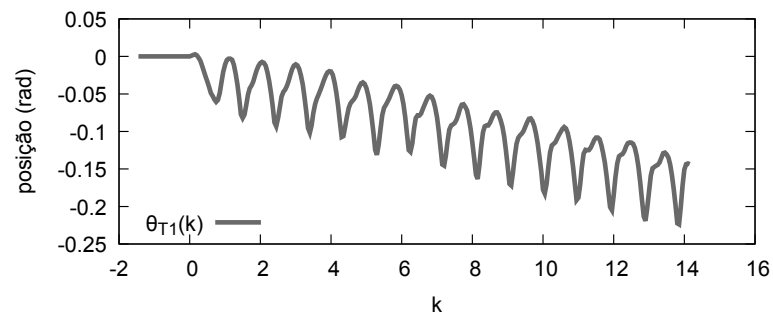
Figura 6.14 – Simulação com inclinação do solo decrescente.



Fonte: próprio autor.

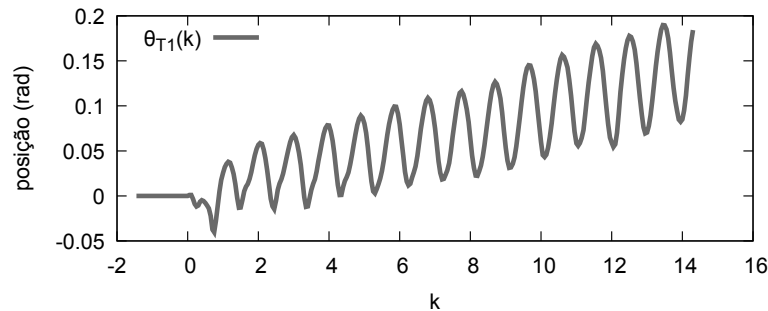
A posição angular do torso, para as duas simulações, com inclinação crescente e decrescente, está mostrada nos gráficos das Figuras 6.15 e 6.16, respectivamente, nos quais se observa a variação de seu valor médio.

Figura 6.15 – Posição angular do torso $\theta_{T1}(k)$ no plano sagital, com inclinação do solo crescente.



Fonte: próprio autor.

Figura 6.16 – Posição angular do torso $\theta_{T1}(k)$ no plano sagital, com inclinação do solo decrescente.



Fonte: próprio autor.

6.1.4 Simulação com perturbação em uma junta

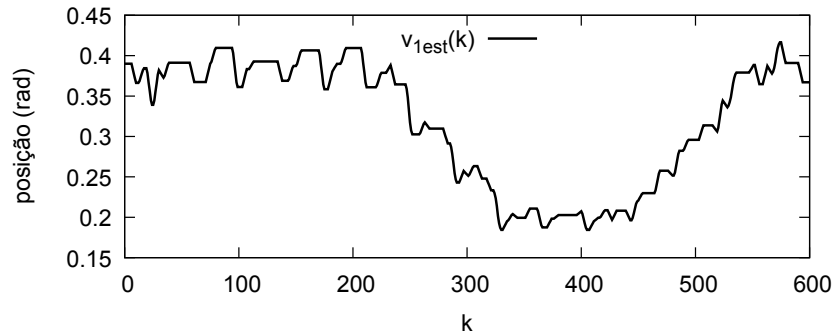
Uma das características do sistema RPCP é a inclusão da dinâmica dos servomotores das juntas na malha de controle. Para explorar tal característica, foi realizada uma simulação considerando perturbações no modelo dinâmico do servomotor de rotação sagital do tornozelo direito. Para tanto, foi aplicada uma perturbação no ganho proporcional da malha interna de tal motor, reduzindo gradualmente o ganho, inicialmente configurado em 0,04, até 0,02, tornando a dinâmica resultante do servomotor mais lenta.

Como a malha NMPC depende do modelo de predição, utilizou-se uma estratégia de estimação de parâmetro conforme a utilizada em Negri, Cavalca e Celiberto-Jr (2017), baseada na minimização do erro quadrático entre a saída do modelo de predição e as amostras de posição medidas do servomotor. Desta forma, o controlador pode adaptar a ação de controle a partir do uso do modelo estimado em adição à robustez intrínseca de uma malha fechada de controle. Utilizou-se um tamanho de passo de referência de 5,5 cm e velocidade de referência $s_r(k) = 1,4$.

O parâmetro $v_{1est}(k)$ representa uma estimação para o parâmetro v_1 , realizada ao longo da simulação, para a função de transferência do servomotor sob perturbação, como mostra a Figura 6.17. Pode-se observar que o parâmetro é estimado em um valor de aproximadamente 0,4, sem perturbação e decresce até um valor mínimo de aproximadamente 0,2, no qual é mantido até retornar gradualmente ao valor inicial. Tais variações são resultantes da variação do ganho na malha interna do servomotor. Observa-se também que na região inicial, mesmo sem a perturbação direta na malha interna, existe um padrão de oscilações proveniente da troca de função do pé direito, que atua alternadamente como apoio e como pé flutuante.

A Figura 6.18 mostra a trajetória no plano transversal obtida no teste com perturbação junto à trajetória obtida em um teste nas mesmas condições, mas sem a perturbação. O que se observa é que as trajetórias são praticamente iguais até o momento em que $p_{xCoM}(k)$ atinge um valor de, aproximadamente, 1 m, que corresponde a quando a perturbação atinge sua influência

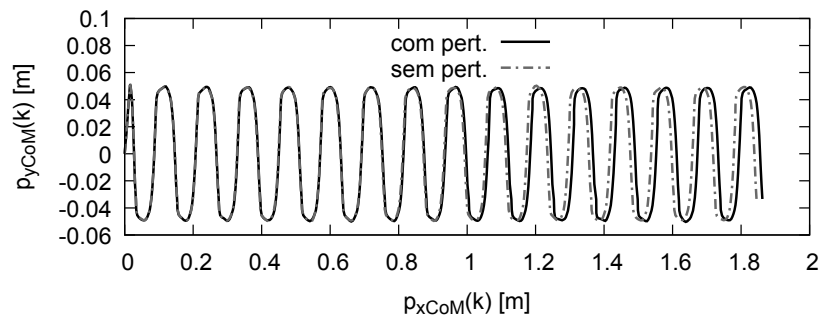
Figura 6.17 – Trajetórias no plano transversal: testes com e sem perturbação.



Fonte: próprio autor.

máxima, provocando uma diferença visível, ocasionada por uma diferença no posicionamento das pisadas. O formato da trajetória, porém, é mantido.

Figura 6.18 – Trajetórias no plano transversal: testes com e sem perturbação.



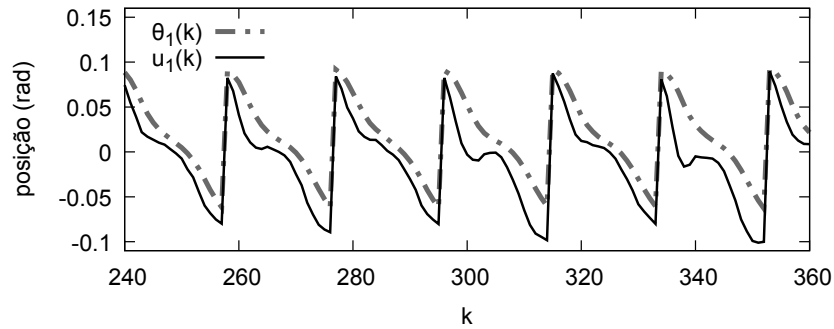
Fonte: próprio autor.

Para verificar a ação da malha de controle, apresenta-se os gráficos de $\theta_1(k)$ e $u_1(k)$ referentes a um trecho da simulação referente à entrada da perturbação até atingir sua influência máxima, na Figuras 6.19. É possível observar que $u_1(k)$ sofre uma redução mais abrupta em torno dos instantes de amostragem $k = 300$ e $k = 340$, de forma a compensar a dinâmica mais lenta do servomotor quando o pé direito é o de apoio. Em comparação, observa-se a ação de controle $u_1(k)$ ao redor dos instantes $k = 280$ e $k = 320$, evidenciando a ação da malha de controle fechada, o que permite se obter uma sincronia suficiente entre o movimento das duas pernas para manter o robô em equilíbrio.

6.2 SIMULAÇÕES COM O ROBÔ ASTI

A mesma metodologia utilizada no modelo baseado no RoboFEI foi aplicado ao modelo de simulação do robô ASTI. Os parâmetros de sintonia utilizados no controlador estão na Tabela 6.2, apresentando semelhanças significativas em relação ao parâmetros para o RoboFEI. Tais

Figura 6.19 – Resposta de $\theta_1(k)$ e $u_1(k)$ no teste com perturbação.



Fonte: próprio autor.

semelhanças se justificam pelas malhas internas dos servos terem sido consideradas iguais e o tamanho relativo entre as partes inferior e superior das pernas ser semelhante em ambos. As maiores diferenças a serem observadas são os tamanhos de passo relativamente menores gerados para o robô ASTI, com o intuito de não causar perda de equilíbrio por falta de torque nos motores e largura de quadril relativamente menor no robô ASTI. O modelo do robô ASTI, disponível no V-REP, possui uma massa total de aproximadamente 81 kg, torques máximos dos servomotores de 100 Nm e altura total de 1,25 m.

Tabela 6.2 – Parâmetros de sintonia do controlador para o robô ASTI.

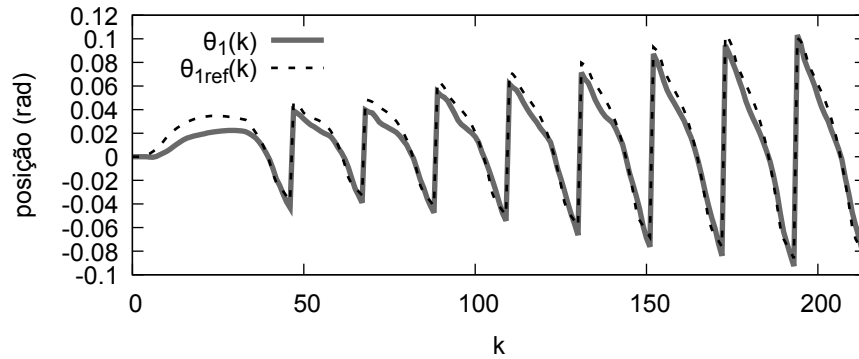
Parâmetro:	ρ_1	ρ_3	ρ_4	ρ_{SF}	ρ_{TI}	ρ_{itarm}	ρ_{T0}	λ_1	λ_3	λ_4
Valor:	1	1	1	1	0,75	0,5	0,25	3	3	3
Parâmetro:	λ_{SF}	λ_{TI}	λ_{arm}	λ_{pxCoG}	λ_{pyCoG}	λ_{cr1}	λ_{cr4}	λ_{cru4}	$\alpha_{\Delta px}$	$\alpha_{\Delta py}$
Valor:	3	0,8	0,1	30	15	90	100	10	4	3

Fonte: próprio autor

Realizou-se a simulação com tamanho de passo variável, iniciando pelo menor valor gerado, de 4 cm, até o valor máximo de 10 cm, com velocidade de referência $s_r(k) = 1,2$. Esta velocidade foi utilizada por resultar em gráficos do tipo borboleta para a trajetória do CoM no plano coronal e ser um valor intermediário entre a máxima velocidade obtida sem problemas de equilíbrio com tamanho de passo intermediário, e a mínima velocidade que gera trajetórias coronais do tipo borboleta.

A resposta da posição angular $\theta_1(k)$ pode ser visualizada na Figura 6.20. Verificou-se que a resposta em cada passo apresenta um erro significativamente menor, principalmente na primeira metade de cada passo, em relação ao observado para o RoboFEI, que apresentou uma redução mais abrupta de $\theta_1(k)$ no início do passo. Isto pode ser atribuído às diferenças no tamanho do passo e aos parâmetros construtivos dos dois *walkers*. No caso do robô ASTI, com o Gerador PRA trabalhando com tamanhos de passo relativamente menores, o controlador realiza o rastreamento das referências de CoM sem necessitar utilizar a movimentação de $\theta_1(k)$.

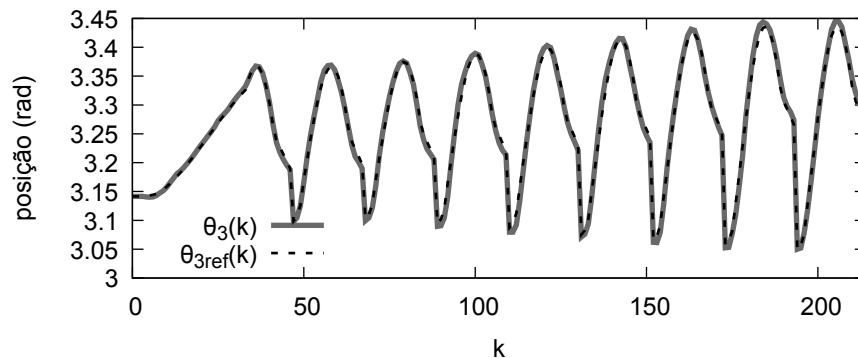
Figura 6.20 – ASTI: Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

A referência para $\theta_3(k)$ é rastreada sem erros visíveis, como se observa na Figura 6.21, enquanto $\theta_4(k)$ apresenta erros maiores para os maiores tamanhos de passo como resultado da minimização da função custo, o que se pode ver na Figura 6.22. A causa de tais desvios é atribuída à contribuição de $\theta_4(k)$ no CoM resultante, pois verificou-se que o aumento do peso relativo ao erro de $\theta_4(k)$ ou a diminuição do peso sobre as variações da ação de controle $u_4(k)$ não apresentou melhoria significativa. Estas diferenças, entretanto, não comprometeram o equilíbrio da caminhada.

Figura 6.21 – ASTI: Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.

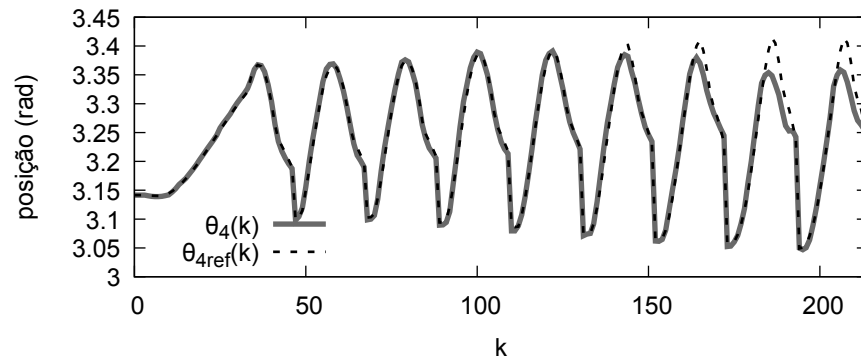


Fonte: próprio autor.

As referências para $p_{xCoM}(k)$ e $p_{yCoM}(k)$ foram rastreadas com erro suficientemente pequeno para que não se observassem problemas de deslizamento ou *tilt* nas simulações. As respostas de $p_{xCoM}(k)$ e $p_{yCoM}(k)$ podem ser observadas nas Figuras 6.23 e 6.24, respectivamente.

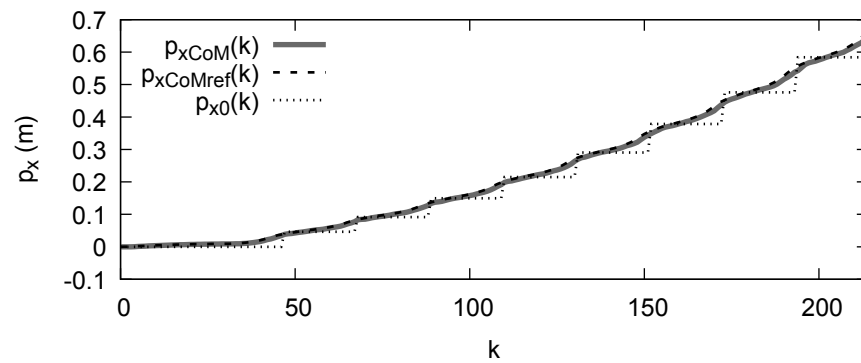
A variação na altura do CoM, dada por $p_{zCoM}(k)$ está mostrada na Figura 6.25, em que podem ser observadas variações que aumentam com o tamanho do passo, mas mantêm-se relativamente pequenas, com valores absolutos menores que 0,5 cm.

Figura 6.22 – ASTI: Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



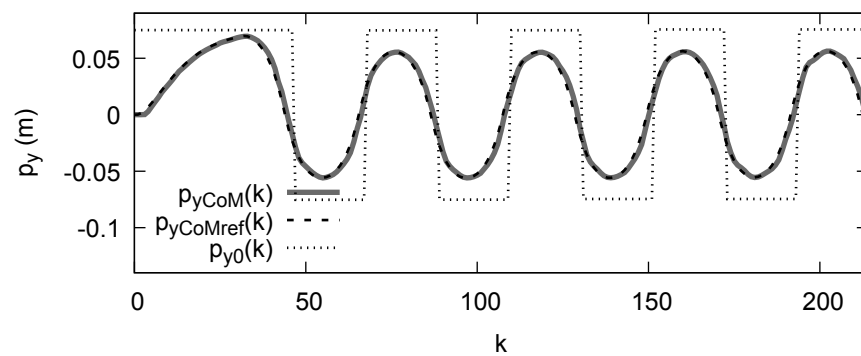
Fonte: próprio autor.

Figura 6.23 – ASTI: Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



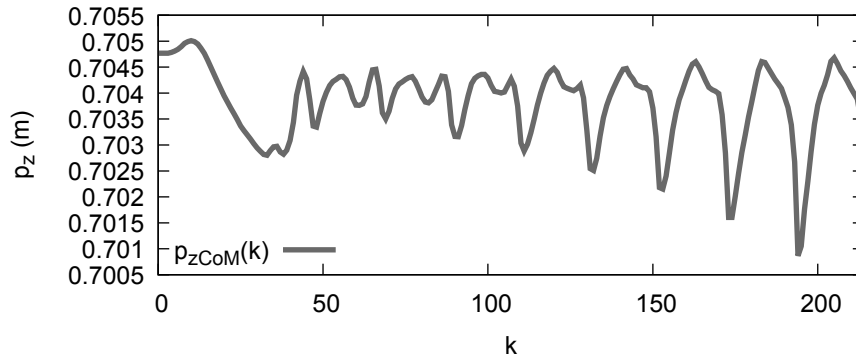
Fonte: próprio autor.

Figura 6.24 – ASTI: Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Figura 6.25 – ASTI: Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Para a validação dos resultados quanto à postura e de características semelhantes a caminhada humana, resultados visuais do robô simulado no V-REP, com tamanhos de passo crescentes, podem ser vistos nas Figuras 6.26, que mostra a visão no plano sagital, e 6.27, que mostra a visão no plano coronal.

Realizou-se também a simulação com tamanho de passo constante, com o valor intermediário de 7 cm, para diferentes valores da velocidade de referência $s_r(k)$. De tais simulações, foram extraídas as curvas de trajetória do CoM no plano coronal. Observou-se que a curva atingiu o formato de borboleta a partir da velocidade $s_r(k) = 1,2$, semelhante ao caso do RoboFEI, na qual observou-se tal formato com $s_r(k) = 1,4$, variando $s_r(k)$ com incrementos de valor 0,1.

6.3 SIMULAÇÕES COM O GCSBOT

O terceiro estudo de caso foi realizado sobre o modelo de simulação GCSbot, que possui como diferencial massas relativamente maiores nos braços. Esta característica foi utilizada como forma de realizar o controle utilizando o Método 1 de geração de referências, que se baseia em um *walker* passivo de parâmetros fixos em diferentes inclinações de solo. O robô apresenta uma massa total de aproximadamente 2 kg, sendo 300 g distribuídos em cada braço, e altura total de 45 cm. Os motores foram configurados com um torque máximo de 10 Nm. Como os tamanhos de passo gerados pelo Método 1 são relativamente maiores, massas maiores nos braços permitem com que o CoM seja controlado por uma maior faixa de excursão sem ocasionar grandes inclinações do torso. Os parâmetros utilizados para o controlador são dados na Tabela 6.3.

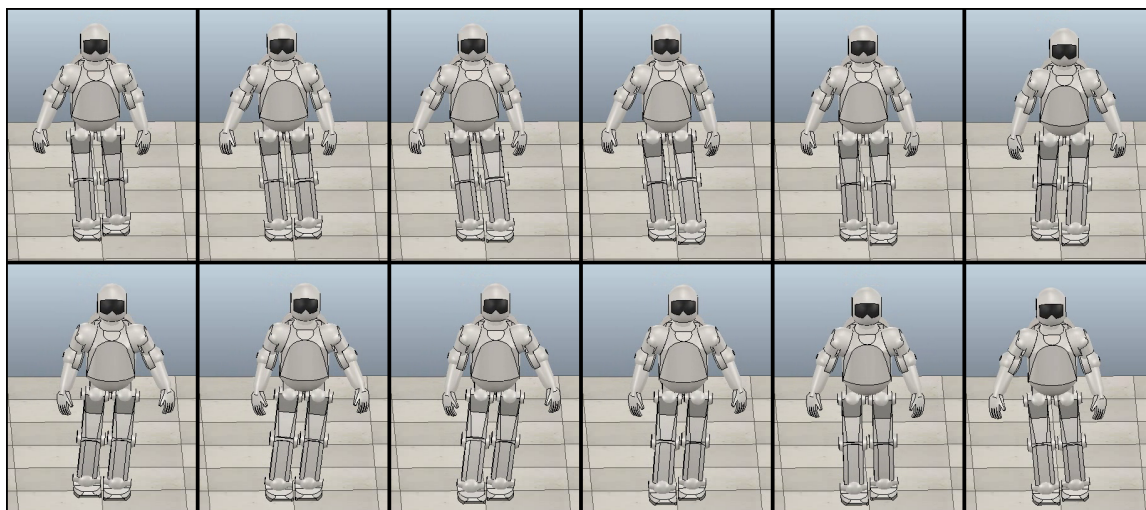
O gerador obtido fornece referências para tamanhos de passo de 4,8 cm a 7,2 cm, faixa para a qual é possível realizar a caminhada sem problemas de equilíbrio. Verificou-se nas simulações que a velocidade máxima, considerando um tamanho de passo fixo de 6,0 cm, sem

Figura 6.26 – ASTI: *Screenshots* da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.



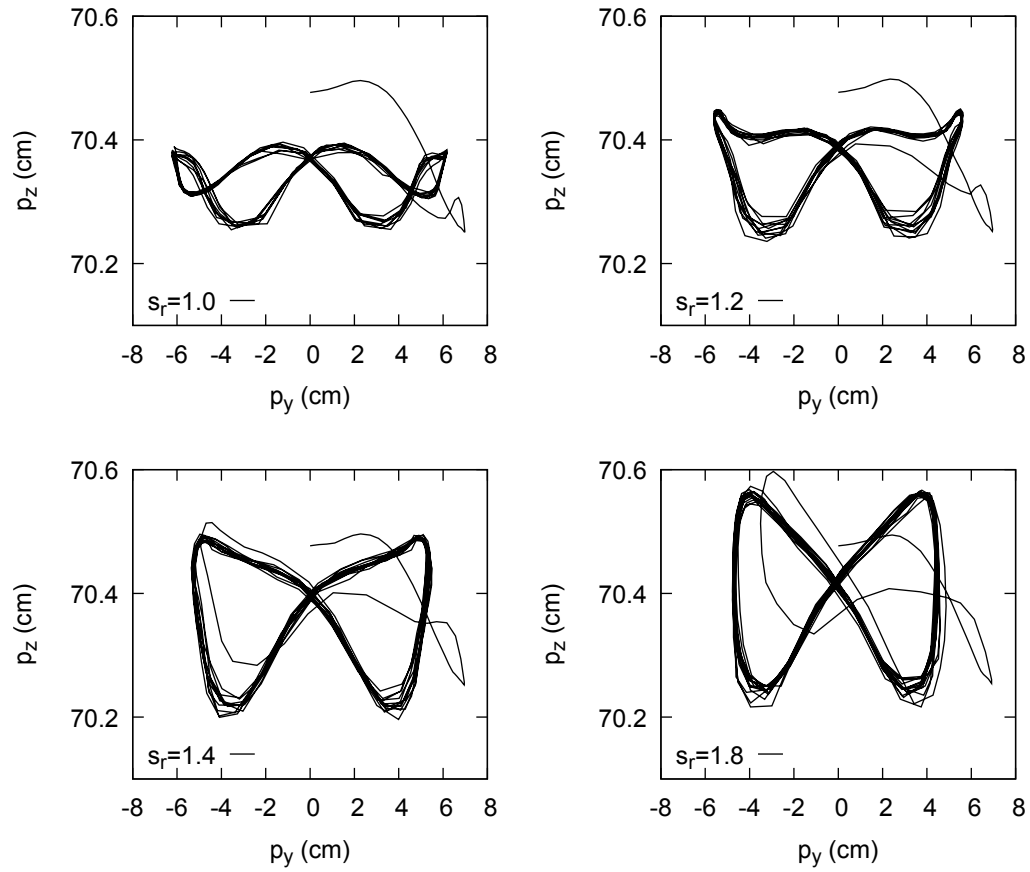
Fonte: próprio autor.

Figura 6.27 – ASTI: *Screenshots* da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).



Fonte: próprio autor.

Figura 6.28 – ASTI: Trajetórias no plano coronal com diferentes velocidades.



Fonte: próprio autor.

Tabela 6.3 – Parâmetros de sintonia do controlador para o GCSbot.

Parâmetro:	ρ_1	ρ_3	ρ_4	ρ_{SF}	ρ_{TI}	ρ_{itarm}	ρ_{T0}	λ_1	λ_3	λ_4
Valor:	1	0,5	1	1	0,25	0,25	0,25	4	2	4
Parâmetro:	λ_{SF}	λ_{TI}	λ_{arm}	λ_{pxCoG}	λ_{pyCoG}	λ_{cr1}	λ_{cr4}	λ_{cru4}	$\alpha_{\Delta px}$	$\alpha_{\Delta py}$
Valor:	1	3,25	0,8	20	10	30	3000	10	3	3

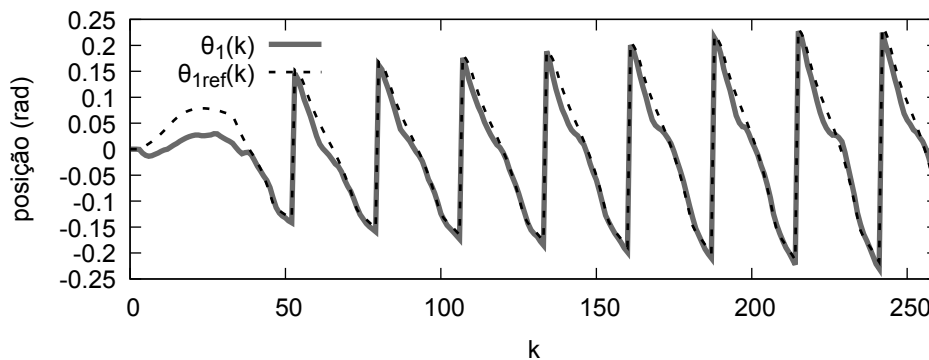
Fonte: próprio autor

ocasionar problemas de equilíbrio foi de $s_r(k) = 1,2$. Assim, as simulações com tamanho de passo variável foram realizadas com $s_r(k) = 1,0$.

As respostas das posições angulares das juntas das pernas, $\theta_1(k)$, $\theta_3(k)$ e $\theta_4(k)$, estão mostradas nas Figuras 6.29, 6.30 e 6.31, respectivamente.

Em $\theta_1(k)$, observa-se uma característica semelhante à observada no RoboFEI, em que há uma rápida redução inicial na posição angular, desviando-se da referência na primeira metade do passo, aproximadamente, como forma de movimentar o CoM na direção p_x ao pé de apoio que está à frente.

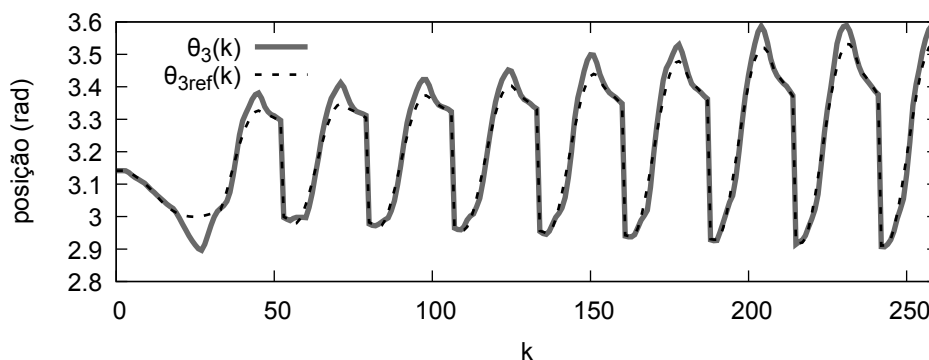
Figura 6.29 – GCSbot: Resposta de $\theta_1(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Assim como nos casos anteriores, $\theta_3(k)$, apresenta uma resposta próxima da referência, à exceção de picos que excedem o valor máximo da referência, que coincidem no tempo, aproximadamente, com os momentos em que $\theta_1(k)$ sofre uma variação de comportamento para se aproximar de sua respectiva referência. Tal questão de acoplamento entre as variáveis pode ser trabalhada através dos parâmetros de sintonia, mas manteve-se o controlador desta forma por se tratar de erros que não comprometem o equilíbrio ou que provoquem uma diferença de comportamento demasiada em relação ao modelo de referência passivo.

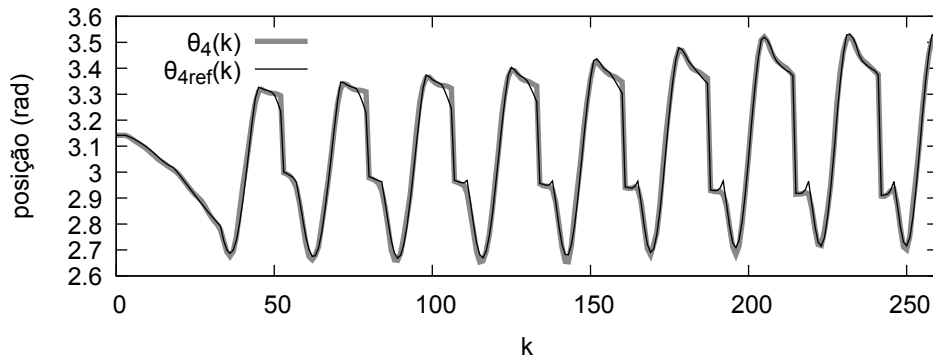
Figura 6.30 – GCSbot: Resposta de $\theta_3(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

Na resposta de $\theta_4(k)$, observam-se erros menos significativos do que os observados em $\theta_3(k)$, com a redução do ângulo no início de cada passo, até valores de aproximadamente 2,7 rad, que correspondem à flexão do joelho. Após atingir o valor mínimo, $\theta_4(k)$ tende à mesma posição de $\theta_3(k)$, resultando na perna flutuante totalmente estendida ao final do passo.

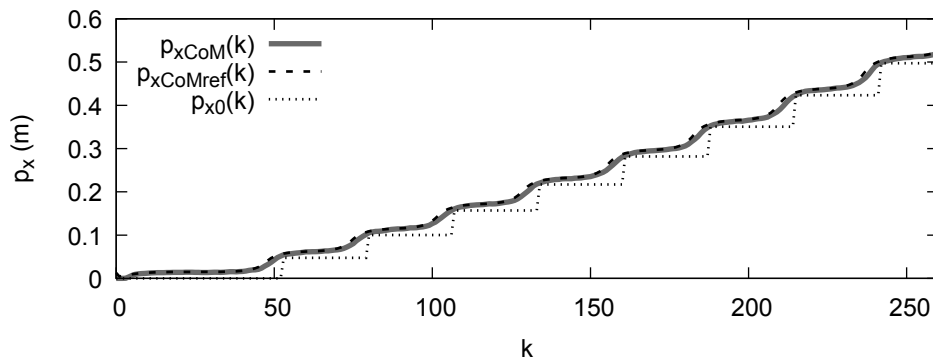
Figura 6.31 – GCSbot: Resposta de $\theta_4(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

As respostas das variáveis referentes ao CoM, $p_{xCoM}(k)$, $p_{yCoM}(k)$ e $p_{zCoM}(k)$ podem ser observadas nas Figuras 6.32, 6.33 e 6.34, respectivamente. As referências de CoM em p_x e p_y foram rastreadas com precisão suficiente para não haver problemas de equilíbrio, enquanto observam-se oscilações em p_z com uma característica mais irregular em comparação aos casos anteriores. Isto se deve à maior influência dos braços no CoM, que são movimentados com excursões significativas, principalmente na direção p_x para o controle do CoM.

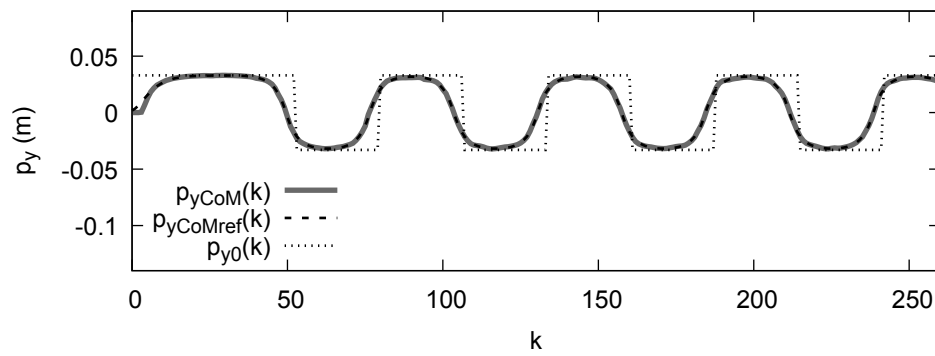
Figura 6.32 – GCSbot: Resposta de $p_{xCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

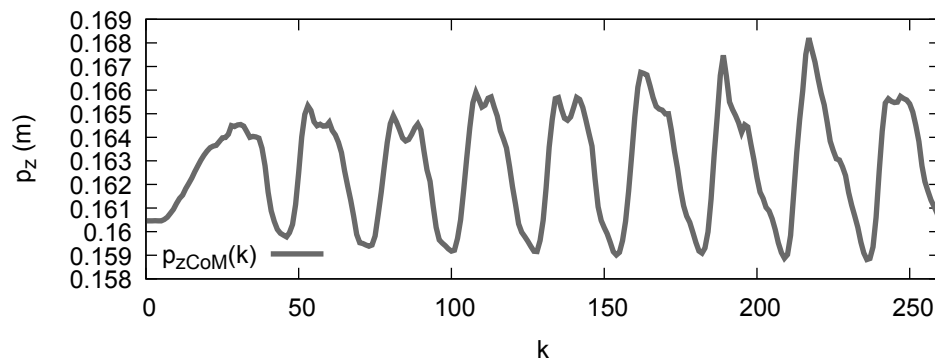
Screenshots sequenciais da simulação gráfica no V-REP estão mostrados na Figura 6.35, que apresenta a visão no plano sagital. Assim como nos casos anteriores, foi possível validar o uso do controlador com diferentes tamanhos de passo sem problemas de equilíbrio. Com o Gerador PRA obtido pelo Método 1, observam-se também flexões mais acentuadas dos joelhos, o que se assemelha ao observado na caminhada humana. Ainda, verifica-se que o uso mais

Figura 6.33 – GCSbot: Resposta de $p_{yCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

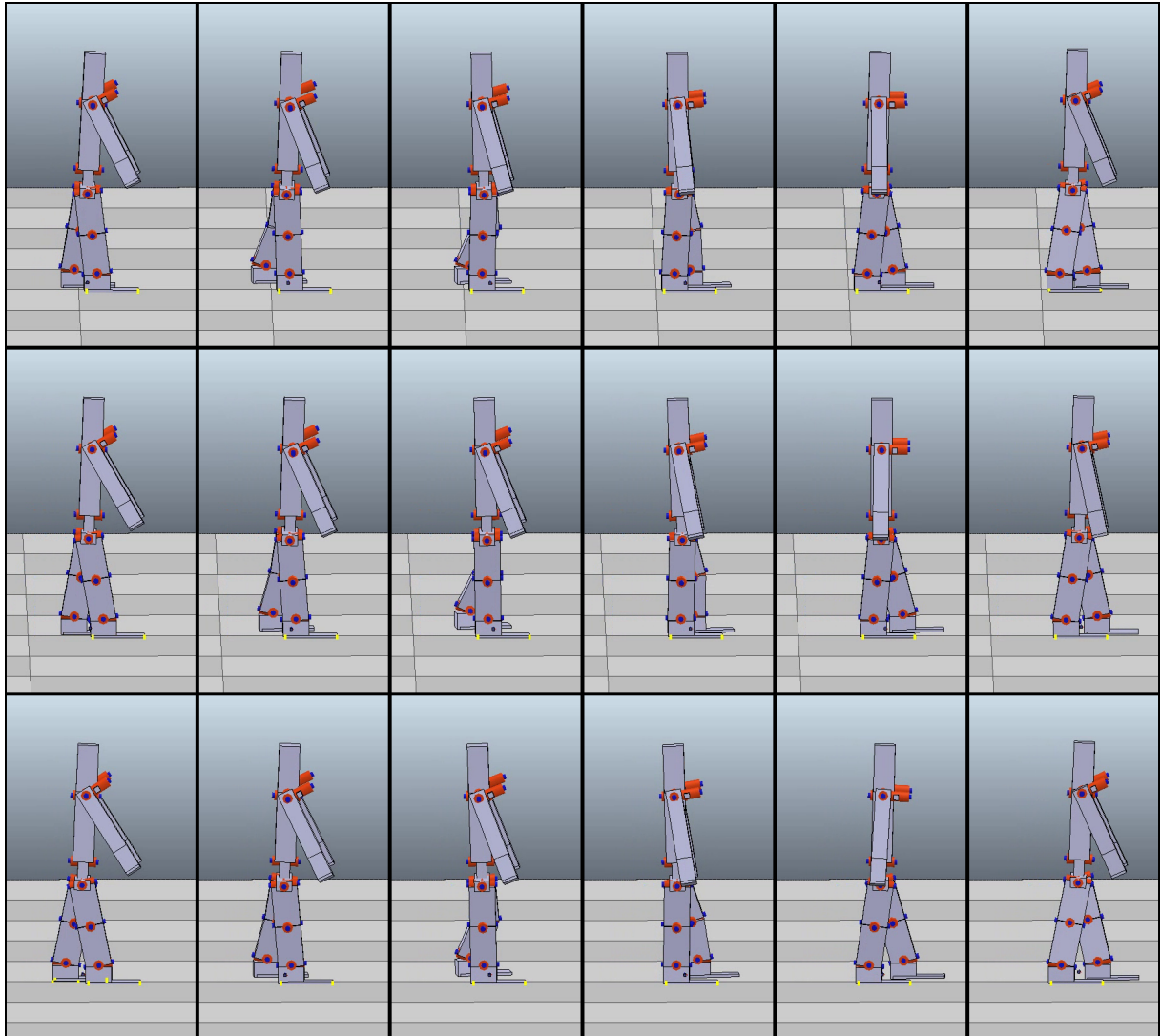
Figura 6.34 – GCSbot: Resposta de $p_{zCoM}(k)$ com aumento progressivo do tamanho do passo.



Fonte: próprio autor.

significativo dos braços no controle do CoM permite manter o torso em posição próxima da vertical durante toda a simulação, como nos dois casos mostrados anteriormente. Na Figura 6.36, que apresenta a visão no plano coronal, observa-se um comportamento semelhante aos casos anteriores.

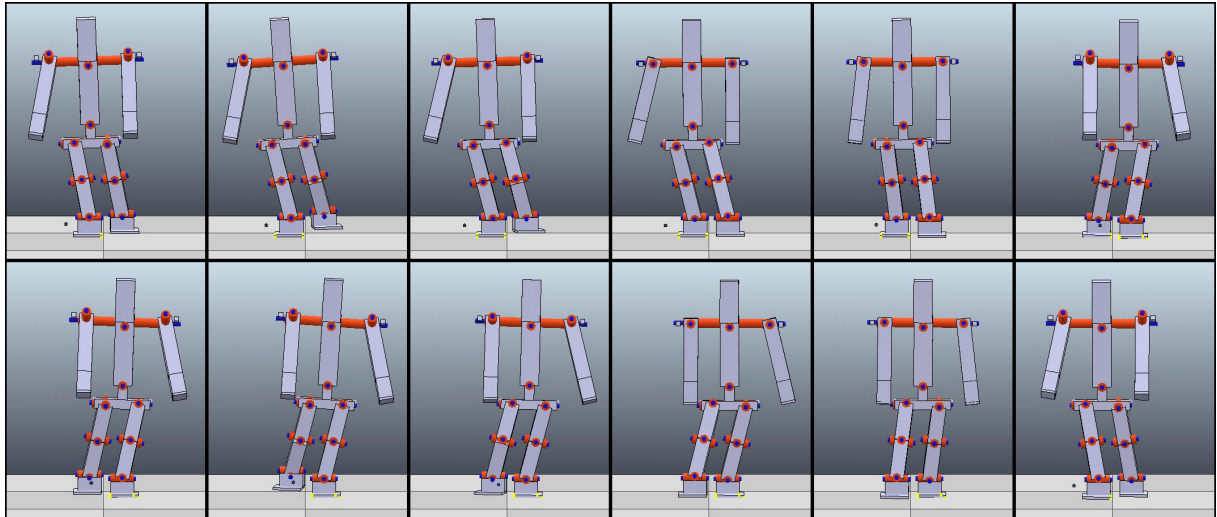
Figura 6.35 – GCSbot: *Screenshots* da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão sagital.



Fonte: próprio autor.

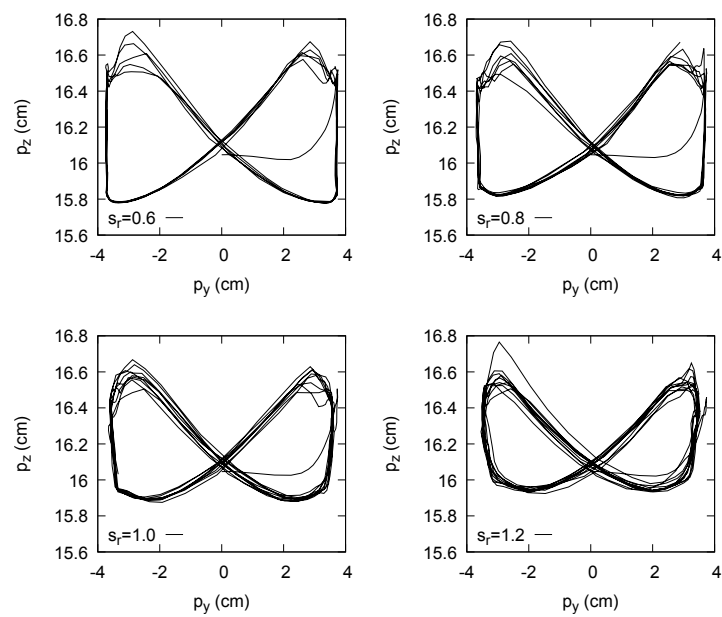
Por fim, apresentam-se na Figura 6.37, as trajetórias do CoM no plano coronal para diferentes velocidades. Aqui observa-se que, mesmo em velocidades mais baixas, em que $p_{yCoM}(k)$ converge para a posição do pé de apoio, mantém-se o formato de borboleta, apesar de não ser verificada a redução da excursão em p_y , a não ser para as velocidades mais altas. Isto pode ser atribuído à forma construtiva do robô, que permite realizar o controle do CoM minimizando o movimento do torso. Entretanto, as massas dos braços são altas em relação a modelos de robôs reais.

Figura 6.36 – GCSbot: *Screenshots* da simulação com aumento progressivo do tamanho do passo: visão frontal (plano coronal).



Fonte: próprio autor.

Figura 6.37 – GCSbot: Trajetórias no plano coronal com diferentes velocidades.



Fonte: próprio autor.

6.4 RESUMO DO CAPÍTULO

Neste Capítulo foram apresentados resultados de estudos de caso com três modelos de robôs, observando como o sistema RPCP se adapta a cada caso. Testes com tamanhos e velocidades de passo variados foram realizados, observando as características resultantes. Os resultados foram apresentados também com o intuito de validar a proposta do sistema, mantendo caminhadas equilibradas nas condições utilizadas.

Verificou-se que foi possível realizar caminhadas com tamanhos de passo variantes, em diferentes velocidades e com variações no solo e na dinâmica de um servomotor. Quando a inclinação do solo foi variada, o controlador realizou uma mudança de postura para compensar a inclinação do solo. No caso da perturbação em um dos servomotores, o controlador foi capaz de realizar a compensação da diferença de dinâmica entre o servomotor com perturbação e os demais através de realimentação, atualizando o modelo de predição e ajustando automaticamente as ações de controle.

Para a aplicação em diferentes modelos de robô, foi possível escolher uma faixa de tamanhos de passo para o gerador e, a partir disso, a implementação do controlador dependeu apenas da sintonia de parâmetros. Ainda, verificou-se que o mesmo procedimento de sintonia de parâmetros foi seguido em todos os três casos, sendo possível encontrar conjuntos de parâmetros que permitiram obter resultados sem problemas de equilíbrio. Vídeos mostrando resultados de simulação estão disponíveis em Negri (2020b).

O próximo Capítulo traz as considerações finais sobre o presente trabalho e propostas de continuidade.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O trabalho realizado teve como objetivo propor um sistema de controle em malha fechada para a área de robótica bípede, combinando a dinâmica das juntas e do CoM na mesma malha de controle. Para tanto, utilizou-se um sistema gerador de referências de trajetória para as juntas das pernas baseado em RNAs e na dinâmica de *walkers* passivos. A geração automática de referência para as pernas através de um sistema previamente treinado permitiu realizar a otimização online com um período de amostragem de 50 ms, utilizando um método de otimização disponível e de fácil acesso em diversas linguagens de programação.

Conforme os resultados obtidos, verificou-se que foi possível obter uma caminhada equilibrada para uma faixa de tamanhos de passo em cada caso, obtendo também o perfil de trajetória coronal do tipo borboleta, mesmo considerando as reduções de velocidade no início e no fim do passo. Assim, foi possível unir duas características de caminhada que se assemelham às observadas em humanos, sendo uma a trajetória no plano coronal e outra a trajetória das pernas baseada no modelo passivo.

Outro aspecto analisado é que a inclusão no mesmo nível da malha de controle do seguimento de trajetória do CoM e também das trajetórias das juntas permite incluir a dinâmica das juntas na malha de controle. Assim, foi possível fornecer informações ao controlador sobre uma falha na forma de variação da dinâmica de uma junta chave para o funcionamento do algoritmo e verificar como o controlador realiza a compensação de tal falha, permitindo a continuidade da caminhada em equilíbrio.

Durante o desenvolvimento do trabalho, verificou-se que utilizar as referências provenientes do *walker* passivo bidimensional diretamente na malha de controle resultou em problemas no início e na finalização dos passos. Ao se utilizar heurísticas adicionais, modificando a velocidade e a inclinação do quadril em etapas do passo, observou-se uma melhora significativa na qualidade do passo.

Finalmente, a aplicabilidade do sistema proposto em diferentes tipos de robôs foi verificada. A partir do desenvolvimento de dois métodos de geração de referências para as pernas a partir da dinâmica passiva, foi possível obter resultados de acordo com as características de cada robô. No caso do robô GCSbot foi possível explorar tamanhos de passo em uma faixa de aproximadamente 15% a 30% da altura do robô, utilizando massas relativamente mais elevadas nos braços. No caso dos outros dois robôs estudados, foi possível gerar trajetórias com passos relativamente menores através do uso do segundo método de geração. Além do método de geração de referências, os parâmetros do controlador também foram configurados para cada robô, seguindo o mesmo procedimento descrito na Subseção 5.6.2, resultando em todos os casos em

caminhadas que resultaram em trajetórias no plano coronal com características semelhantes às da caminhada humana de acordo com a velocidade, e verificou-se equilíbrio com diferentes tamanhos de passo e velocidade nos três casos.

Desta forma, pode-se elencar as principais contribuições propostas no presente trabalho, e verificadas nos estudos de caso realizados, como:

- Aplicação, em diferentes robôs, de um sistema baseado na captura da dinâmica passiva com joelhos, através de dois métodos de geração de referência, com tamanhos de passo variáveis, através do treinamento de um conjunto de RNAs;
- O uso de MPC e do critério ZMP conjunto ao gerador baseado na dinâmica passiva, para a manutenção do equilíbrio com o controle da parte superior do corpo do robô e movimentos laterais através do uso de uma malha NMPC, realizando o controle simultâneo da trajetória das pernas e do CoM, sem utilizar a cinemática inversa do robô;
- Obtenção de caminhada bem sucedida, sem problemas de equilíbrio, sob a influência de uma perturbação na junta do tornozelo através da inclusão da dinâmica das juntas na malha de controle NMPC;
- Tratamento de inclinações no solo através da realimentação da orientação espacial dos pés.

O trabalho foi desenvolvido integralmente com *softwares* gratuitos e os programas serão disponibilizados, também de forma gratuita e aberta, em um repositório *online*. No momento, estão disponibilizados em Negri (2020a).

7.1 CONTINUIDADE DO TRABALHO

Com o algoritmo utilizado, foi possível observar as velocidades máximas, para uma caminhada sem problemas de equilíbrio, obtidas para cada modelo de robô, limitadas pela dinâmica dos motores. Assim, para atingir maiores velocidades, pode-se explorar outras características observadas na caminhada humana que auxiliem na velocidade e no tamanho do passo e na manutenção do equilíbrio. Exemplos disso são a movimentação alternada dos braços em relação às pernas, que auxiliam na redução da possibilidade de deslizamento (MAXIMO, 2017), e a rotação no plano transversal, ao redor do eixo da gravidade, do quadril, que aumenta o tamanho do passo (ROSADO, 2016), sem aumentar a excursão dos ângulos das pernas, enquanto se mantém a posição do pé de apoio mais próxima da região central do robô, minimizando a movimentação lateral. Além disso, a inclusão de tal movimentação no algoritmo de controle habilitará a caminhada em trajetórias omnidirecionais. Para tanto, pode-se utilizar heurísticas,

observação da caminhada humana ou o uso de um modelo passivo tridimensional, com torso, e extrair suas características. A utilização de um modelo passivo mais próximo do robô a ser controlado pode também resultar em um estudo sobre eficiência energética, que é um tema de interesse na linha de pesquisa de *walkers* passivos.

O algoritmo RPCP trata casos de modificações na dinâmica do robô, desde que informações sobre tais modificações sejam fornecidas ao controlador. Foram apresentados aqui testes de caminhada sobre planos inclinados, sem realizar modificações no algoritmo de controle utilizado para o plano sem inclinação, e de uma variação na dinâmica de um dos motores, através da estimação de parâmetros, atualização do modelo de predição e do *feedback* das posições das juntas ao controlador NMPC, no nível alto do sistema. Entretanto, não foi tratada a ocorrência de falhas como a ocorrência de variações abruptas e não informadas no solo ou a aplicação de forças externas. Na literatura, encontram-se diversos estudos tratando sobre a mitigação de tais falhas e que usualmente utilizam redefinições da trajetória ou do ponto de pisada. Como o pé de apoio em geral, não possui fixação ao solo, a capacidade de movimentação sem se perder o ZMP na área do pé de suporte é significativamente limitada. Assim, como também se observa em humanos, tais tipos de falhas são usualmente tratadas com modificações no ponto de pisada. Para tanto, pode-se combinar técnicas que visam o aumento de robustez a perturbações externas ao sistema RPCP para ampliar as possibilidades de aplicação em diferentes condições. Uma forma possível de se aumentar a robustez e adaptabilidade poderia ser o uso de inteligência computacional na forma *end-to-end*, em que o controlador, conforme mostrado neste trabalho, seria o ponto de partida para um processo de aprendizado por reforço.

Outro passo importante para a continuação do presente trabalho é a implementação do sistema RPCP para um robô real. Desta forma, podem ser observadas as não idealidades presentes em um robô real que sejam significativas para a execução do algoritmo.

7.2 PUBLICAÇÕES

Durante o período em que o presente trabalho foi desenvolvido, as seguintes publicações foram realizadas:

- NEGRI, GABRIEL H.; ROSA, LUCAS K. H. ; CAVALCA, MARIANA S. M. ; CELIBERTO, LUIZ A. ; FIGUEIREDO, ELISANDRA B. . Nonlinear predictive control applied to a biped walker with adjustable step length using a passive walking-based reference generator. OPTIMAL CONTROL APPLICATIONS AND METHODS, v. 41, n. 3, p. 729-747, 2020.

- NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; CELIBERTO-JR., L. A. Neural nonlinear model-based predictive control with fault tolerance characteristics applied to a robot manipulator. *International Journal of Innovative Computing, Information and Control*, v. 13, n. 6, p. 1981–1992, Dezembro, 2017.
- NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; ARAÚJO, C. J. F.; CELIBERTO-JR., L. A. Evaluation of nonlinear model-based predictive control approaches using derivative-free optimization and fcc neural networks. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, v. 28, n. 5, p. 623–634, 2017.
- NEGRI, G. H.; NAZÁRIO, F. G.; OLIVEIRA, J.; NIED, A. Back-EMF based rotor position estimation for low cost PMSM drive using fully connected cascade artificial neural networks. *Eletrônica de Potência*, v. 23 n. 1, p. 17-25, 2018.
- NEGRI, G. H.; BARTSCH, A. G.; CAVALCA, M. S. M; NIED, A. Frequency response comparison of PI-based FOC and cascade-free MPC using 1 kHz SVM applied to PMSM drive. *Journal of Applied Instrumentation and Control*, v. 5, n. 2, p. 1-8, 2018.
- BARTSCH, A. G.; NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M; OLIVEIRA, J.; NIED, A. Cost function tuning methodology for FCS-MPC applied to PMSM drives. *Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*, p. 1-6, 2017.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHMED, A. A.; KOH, B. K.; LEE, Y. I. A comparison of finite control set and continuous control set model predictive control schemes for speed control of induction motors. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 14, n. 4, p. 1334–1346, April 2018. ISSN 1551-3203.
- ANDRÉ, J.; TEIXEIRA, C.; SANTOS, C. P.; COSTA, L. Adapting biped locomotion to sloped environments. **Journal of Intelligent and Robotic Systems**, v. 80, p. 625–640, 2015.
- BACK, T.; HAMMEL, U.; SCHWEFEL, H. P. Evolutionary computation: comments on the history and current state. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 1, n. 1, p. 3–17, Apr 1997. ISSN 1089-778X.
- BOUSSAÏD, I.; LEPAGNOT, J.; SIARRY, P. A survey on optimization metaheuristics. **Information Sciences**, v. 237, p. 82–117, 2013.
- BRASSEUR, C.; SHERIKOV, A.; COLLETTE, C.; DIMITROV, D.; WIEBER, P.-B. A robust linear mpc approach to online generation of 3d biped walking motion. In: **2015 IEEE-RAS 15th International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)**. Seoul, Korea: [s.n.], 2015.
- BUONDONNO, G.; LUCA, A. D. Efficient computation of inverse dynamics and feedback linearization for vsa-based robots. **IEEE Robotics and Automation Letters**, v. 1, n. 2, p. 908–915, July 2016.
- CANNON, M. Efficient nonlinear model predictive control algorithms. **Annual Reviews in Control**, v. 28, p. 229–237, 2004.
- CARPENTIER, J.; MANSARD, N. Analytical derivatives of rigid body dynamics algorithms. In: **Robotics: Science and Systems, XIV**. Pittsburgh, Pennsylvania, USA: [s.n.], 2018.
- CHEN, V. F. H. **Passive Dynamic Walking with Knees: A Point Foot Model**. Dissertação (Mestrado) — MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, 2007.
- CLARKE, D.; MOHTADI, C.; TUFFS, P. Generalized predictive control—part i. the basic algorithm. **Automatica**, v. 23, n. 2, p. 137 – 148, 1987. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109887900872>>.
- COELHO, G. C. **Modelagem de um robô humanoide em software de simulação**. São Bernardo do Campo: Centro Universitário FEI, 2020. Trabalho de iniciação científica.
- CUTLER, C. R.; RAMAKER, B. L. Dynamic Matrix Control: a computer control algorithm. In: **AiChE NATIONAL MEETING**. Houston: American Institute of Chemical Engineers, 1979.
- DÆHLEN, J. S.; EIKREM, G. O.; JOHANSEN, T. A. Nonlinear model predictive control using trust-region derivative-free optimization. **Journal of Process Control**, v. 24, p. 1106–1120, 2014.

DENG, H.; XIN, G.; ZHONG, G.; MISTRY, M. Gait and trajectory rolling planning and control of hexapod robots for disaster rescue applications. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 95, p. 13–24, September 2017.

Erez, T.; Lowrey, K.; Tassa, Y.; Kumar, V.; Koley, S.; Todorov, E. An integrated system for real-time model predictive control of humanoid robots. In: **2013 13th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots (Humanoids)**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 292–299.

FINDEISEN, R.; IMSLAND, L.; ALLGOWER, F.; FOSS, B. A. State and output feedback nonlinear model predictive control: An overview. **European Journal of Control**, v. 9, n. 2-3, p. 190–206, 2003.

GARCIA, M.; CHATTERJEE, A.; RUINA, A.; COLEMAN, M. The simplest walking model: Stability, complexity, and scaling. **ASME Journal of Biomechanical Engineering**, v. 120, n. 2, p. 281–288, April 1998.

GARRIGA, J. L.; SOROUSH, M. Model predictive control tuning methods: A review. **Industrial & Engineering Chemistry Research**, v. 49, n. 8, p. 3505–3515, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1021/ie900323c>>.

GOMES, M. W. A Derivation of the Transition Rule at Heelstrike which appears in the paper "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling" by Garcia et al. 1999. Report.

HERDT, A. **Model predictive control of a humanoid robot**. Tese (PhD Thesis) — Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, Paris, 2012.

HEYDARI, R.; FARROKHI, M. Robust model predictive control of biped robots with adaptive on-line gait generation. **International Journal of Control, Automation and Systems**, v. 15, n. 1, p. 329–344, February 2017.

HUANG, Y.; WANG, Q. Torque-stiffness-controlled dynamic walking: Analysis of the behaviors of bipeds with both adaptable joint torque and joint stiffness. **IEEE Robotics Automation Magazine**, v. 23, n. 1, p. 71–82, March 2016. ISSN 1070-9932.

HWANG, K.-S.; LIN, J.-L.; YEH, K.-H. Learning to adjust and refine gait patterns for a biped robot. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, v. 45, n. 12, p. 1481–1490, December 2015.

JANARDHAN, V.; KUMAR, R. P. Generating feasible solutions for dynamically crossing a wide ditch by a biped robot. **Journal of Intelligent and Robotic Systems**, v. 88, 2017.

JOHNSON, S. G. **NLopt**. 2015. Software. Biblioteca de Otimização Não-Linear.

KAJITA, S.; KANEHIRO, F.; KANEKO, K.; FUJIWARA, K.; HARADA, K.; YOKOI, K.; HIRUKAWA, H. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point. In: **Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Robotics & Automation**. Taipei, Taiwan: [s.n.], 2003.

KENNEDY, J.; EBERHARDT, R. Particle swarm optimization. In: **Proceeding of the IEEE International Conference on Neural Networks**. [S.l.: s.n.], 1995. p. 1942–1948.

- Koenemann, J.; Del Prete, A.; Tassa, Y.; Todorov, E.; Stasse, O.; Bennewitz, M.; Mansard, N. Whole-body model-predictive control applied to the hrp-2 humanoid. In: **2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 3346–3351.
- LU, C.-H.; TSAI, C.-C.; LIU, C.-M.; CHARNG, Y.-H. Neural-network-based predictive controller design: An application to temperature control of a plastic injection molding process. **Asian Journal of Control**, v. 12, n. 6, p. 680–691, July 2010.
- MACIEJOWSKI, J. M. **Predictive Control with Constraints**. Harlow: Prentice Hall, 2002.
- MAXIMO, M. R. O. de A. **Automatic Walking Step Duration through Model Predictive Control**. Tese (PhD Thesis) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.
- MAYNE, D. Q. Model predictive control: Recent developments and future promise. **Automatica**, v. 50, n. 12, p. 2967–2986, 2014.
- MCGEER, T. Passive dynamic walking. **Int. J. Rob. Res.**, Sage Publications, Inc., Thousand Oaks, CA, USA, v. 9, n. 2, p. 62–82, mar. 1990. ISSN 0278-3649. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1177/0278364990000900206>>.
- MIGLIORINI, W.; ANDRÉ, L.; PARPINELLI, R. S. Análise das rotinas de intensificação e diversificação no algoritmo inspirado em organismos simbióticos. In: Bastos Filho, C. J. A.; POZO, A. R.; LOPES, H. S. (Ed.). **Anais do 12 Congresso Brasileiro de Inteligência Computacional**. Curitiba, PR: ABRICOM, 2015. p. 1–6.
- MITCHELL, M. **An Introduction to Genetic Algorithms**. Cambridge, MA, USA: MIT Press, 1998. ISBN 0262631857.
- MORADZADEH, M.; BOEL, R.; VANDEVELDE, L. Anticipating and coordinating voltage control for interconnected power systems. **Energies**, v. 7, n. 2, p. 1027–1047, 2014. ISSN 1996-1073. Disponível em: <<http://www.mdpi.com/1996-1073/7/2/1027>>.
- NAVEAU, M.; KUDRUSS, M.; STASSE, O.; KIRCHES, C.; MOMBAUR, K.; SOUÈRES, P. A reactive walking pattern generator based on nonlinear model predictive control. **IEEE Robotics and Automation Letters**, v. 2, n. 1, p. 10–17, 2017.
- NEGRI, G. H. **Programas de simulações com o sistema RCPC**. 2020. Disponível em <https://drive.google.com/drive/folders/11Zx5fbo2tXaiEcOqzvJl7ET0rukARgu-?usp=sharing>. Acesso em setembro de 2020.
- NEGRI, G. H. **Videos de simulações com o sistema RCPC**. 2020. Disponível em <https://drive.google.com/drive/folders/1MUw-Uz1AhmB1R82aaeXOPdKje8liBR6D?usp=sharing>. Acesso em setembro de 2020.
- NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; CELIBERTO-Jr, L. A. Neural nonlinear model-based predictive control with fault tolerance characteristics applied to a robot manipulator. **International Journal of Innovative Computing, Information and Control**, v. 13, n. 6, p. 1981–1992, December 2017. ISSN 1349-4198.

- NEGRI, G. H.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de; ARAÚJO, C. J. F.; CELIBERTO Jr., L. A. Evaluation of nonlinear model-based predictive control approaches using derivative-free optimization and fcc neural networks. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 28, n. 5, p. 623–634, 2017.
- NEGRI, G. H.; PREUSS, V. H. B.; CAVALCA, M. S. M.; OLIVEIRA, J. de. Differential evolution optimization applied in multivariate nonlinear model-based predictive control. In: **2015 Latin America Congress on Computational Intelligence (LA-CCI)**. [S.l.: s.n.], 2015. p. 1–6.
- NEGRI, G. H.; ROSA, L. K. H.; CAVALCA, M. S. M.; JR., L. A. C.; FIGUEIREDO, E. B. de. Nonlinear predictive control applied to a biped walker with adjustable step length using a passive walking-based reference generator. **Optimal Control Applications and Methods**, v. 41, n. 3, p. 729–747, 2020. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/oca.2570>>.
- NEVES, C.; VENTURA, R. Energy efficient mpc for biped semi-passive locomotion. In: **Reis L., Moreira A., Lima P., Montano L., Muñoz-Martinez V. (eds) Robot 2015: Second Iberian Robotics Conference. Advances in Intelligent Systems and Computing**. [S.l.: s.n.], 2016. v. 418, p. 145–146.
- OLIVEIRA, A. de; ADORNO, B. V. Balance control of a humanoid robot based on the cooperative dual task-space framework. In: **Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI**. Natal-RN: [s.n.], 2015. p. 1–6.
- ORENDURFF, M. S.; SEGAL, A. D.; KLUTE, G. K.; BERGE, J. S.; ROHR, E. S.; KADEL, N. J. The effect of walking speed on center of mass displacement. **Journal of Rehabilitation Research & Development**, v. 41, n. 6A, p. 829–834, November/December 2004.
- ORTEGA, R.; SPONG, M. W. Adaptive motion control of rigid robots: a tutorial. In: **Proceedings of the 27th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 1988. p. 1575–1584 vol.2.
- PATAN, K. Neural network-based model predictive control: Fault tolerance and stability. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 23, n. 3, p. 1147–1155, may 2015.
- POWELL, M. J. D. **The BOBYQA algorithm for bound constrained optimization without derivatives**. Technical report DAMTP 2009/NA06. [S.l.], 2009.
- QIN, S. J.; BADGWELL, T. A. A survey of industrial model predictive control technology. **Control Engineering Practice**, v. 11, p. 733–764, 2003.
- RAHMAN, S. M. M.; IKEURA, R. Mpc to optimise performance in power-assisted manipulation of industrial objects. **IET Electric Power Applications**, v. 11, n. 7, p. 1235–1244, 2017. ISSN 1751-8660.
- REEVE, R.; HALLAM, J. An analysis of neural models for walking control. **IEEE Transactions on Neural Networks**, v. 16, n. 3, p. 733–742, May 2005. ISSN 1045-9227.
- RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J.; PAPON, J. Model predictive heuristic control: applications to industrial processes. **Automatica**, v. 14, p. 413–428, 1978.

RICHALET, J.; RAULT, A.; TESTUD, J. L.; PAPON, J. Algorithmic control of industrial processes. In: **Proceedings of the 4th IFAC symposium on identification and system parameter estimation**. [S.l.: s.n.], 1976. p. 1119–1167.

Rohmer, E.; Singh, S. P. N.; Freese, M. V-rep: A versatile and scalable robot simulation framework. In: **2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems**. [S.l.: s.n.], 2013. p. 1321–1326.

ROSADO, J. F. F. **Adaptive Biped Locomotion from a Single Demonstration Using Motion Primitives**. Tese (PhD Thesis) — Universidade de Aveiro, Portugal, 2016.

RUSCIO, D. D. Model predictive control with integral action: A simple mpc algorithm. **Modeling, Identification and Control**, v. 34, n. 3, p. 119–129, 2013. ISSN 890–1328.

SAFA, A. T.; SAADAT, M. G.; NARAGHI, M. Passive dynamic of the simplest walking model: Replacing ramps with stairs. **Mechanism and Machine Theory**, v. 42, n. 10, p. 1314–1325, October 2007.

SAPUTRA, A. A.; BOTZHEIM, J.; SULISTIJONO, I. A.; KUBOTA, N. Biologically inspired control system for 3-d locomotion of a humanoid biped robot. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems**, v. 46, n. 7, p. 898–911, July 2016. ISSN 2168-2216.

SHERIKOV, A. **Model predictive control of a walking bipedal robot using online optimization**. Dissertação (Master's thesis) — Örebro University, Örebro, 2012.

SILVA, I. N. da; SPATTI, D. H.; FLAUZINO, R. A. **Redes Neurais Artificiais para Engenharias e Ciências Aplicadas**. Brasil: Artliber, 2010.

STORN, R.; PRICE, K. Differential Evolution: a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of global optimization**, v. 11, n. 4, p. 341–359, 1997.

SUSHKO, J.; HONEYCUTT, C.; REED, K. B. Prosthesis design based on an asymmetric passive dynamic walker. In: **2012 4th IEEE RAS EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechanics (BioRob)**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1116–1121. ISSN 2155-1774.

SUZUKI, S.; FURUTA, K.; PAN, Y.; HATAKEYAMA, S. Biped walking robot control with passive walker model by new vsc servo. In: **Proceedings of the American Control Conference**. Arlington, VA: [s.n.], 2001.

TINÓS, R. **Detecção e Diagnóstico de Falhas em Robôs Manipuladores via Redes Neurais Artificiais**. Dissertação (Mestrado) — USP - Escola de Engenharia de São Carlos, 1999.

VUKOBRATOVIC, M.; BOROVARAC, B. Zero-moment point - thirty five years of its life. **International Journal of Humanoid Robotics**, v. 1, n. 1, p. 157–173, 2004.

VUKOBRATOVIC, M.; JURICIC, D. Contribution to the synthesis of biped gait. **IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering**, BME-16, p. 1–6, Jan 1969.

VUKOBRATOVIC, M.; STEPANENKO, J. On the stability of anthropomorphic systems. **Mathematical Biosciences**, v. 15, p. 1–37, 1972.

VUKOBRATOVIC, M.; STOKIC, D. Postural stability of anthropomorphic systems. **Mathematical Biosciences**, v. 25, p. 217–236, 1975.

WANG, M.; LUO, J.; YUAN, J.; WALTER, U. Coordinated trajectory planning of dual-arm space robot using constrained particle swarm optimization. **Acta Astronautica**, v. 146, p. 259–272, 2018.

WANG, Y.; BOYD, S. Fast model predictive control using online optimization. **IEEE TRANSACTIONS ON CONTROL SYSTEMS TECHNOLOGY**, v. 18, n. 2, p. 267–278, March 2010.

WESTERVELT, E. R.; GRIZZLE, J. W.; WIT, C. C. de. Switching and pi control of walking motions of planar biped walkers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 48, n. 2, p. 308–312, Feb 2003. ISSN 0018-9286.

WILAMOWSKI, B. M. Neural network architectures and learning algorithms. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, v. 3, n. 4, p. 56–63, 2009.

WRIGHT, J.; JORDANOV, I. Intelligent approaches in locomotion - a review. **Journal of Intelligent & Robotic Systems**, v. 80, p. 255–277, 2015.

Xie, T.; Yu, H.; Wilamowski, B. Comparison between traditional neural networks and radial basis function networks. In: **2011 IEEE International Symposium on Industrial Electronics**. [S.l.: s.n.], 2011. p. 1194–1199.

ZHONG, G.; CHEN, L.; DENG, H. A performance oriented novel design of hexapod robots. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, v. 22, n. 3, p. 1435–1443, June 2017. ISSN 1083-4435.

APÊNDICE A – Desenvolvimento do modelo de compasso

Os vetores de posição do quadril e do pé flutuante são dadas respectivamente por:

$$\vec{p}_h = \begin{bmatrix} -l \sin(q_1) \\ l \cos(q_1) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$$\vec{p}_f = \begin{bmatrix} -l \sin(q_1) - l \sin(q_2) \\ l \cos(q_1) - l \cos(q_2) \end{bmatrix} \quad (\text{A.2})$$

enquanto as velocidades de tais pontos de massa são calculadas pela derivada das posições, conforme:

$$\vec{v}_h = \begin{bmatrix} -l \cos(q_1) \dot{q}_1 \\ -l \sin(q_1) \dot{q}_1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{v}_f = \begin{bmatrix} -l \cos(q_1) \dot{q}_1 - l \cos(q_2) \dot{q}_2 \\ -l \sin(q_1) \dot{q}_1 + l \sin(q_2) \dot{q}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.4})$$

A.1 ENERGIA CINÉTICA

A energia cinética total do sistema, K_e , é modelada conforme segue. Primeiramente, obtém-se os quadrados das velocidades escalares dos pontos de massa.

$$v_h^2 = l^2 \cos^2(q_1) \dot{q}_1^2 + l^2 \sin^2(q_1) \dot{q}_1^2 \quad (\text{A.5})$$

$$v_h^2 = l^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{A.6})$$

$$v_f^2 = l^2 \cos^2(q_1) \dot{q}_1^2 + l^2 \cos^2(q_2) \dot{q}_2^2 + 2l^2 \cos(q_1) \dot{q}_1 \cos(q_2) \dot{q}_2 + \\ l^2 \sin^2(q_1) \dot{q}_1^2 + l^2 \sin^2(q_2) \dot{q}_2^2 - 2l^2 \sin(q_1) \dot{q}_1 \sin(q_2) \dot{q}_2 \quad (\text{A.7})$$

$$v_f^2 = l^2 \dot{q}_1^2 + l^2 \dot{q}_2^2 + 2l^2 [\cos(q_1) \cos(q_2) - \sin(q_1) \sin(q_2)] \dot{q}_2 \dot{q}_1 \quad (\text{A.8})$$

$$v_f^2 = l^2 \dot{q}_1^2 + l^2 \dot{q}_2^2 + 2l^2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_1 \quad (\text{A.9})$$

Aplica-se então a fórmula para energia cinética:

$$K_e = 0.5m_h v_h^2 + 0.5m_f v_f^2 \quad (\text{A.10})$$

$$K_e = 0.5m_h l^2 \dot{q}_1^2 + 0.5m_f [l^2 \dot{q}_1^2 + l^2 \dot{q}_2^2 + 2l^2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_2 \dot{q}_1] \quad (\text{A.11})$$

A.2 ENERGIA POTENCIAL

A energia potencial total do sistema, P_e , é calculada através da coordenada z , que está na direção do vetor gravidade:

$$P_e = m_h g y_h + m_f g y_f \quad (\text{A.12})$$

resultando em:

$$P_e = m_h g l \cos(q_1) + m_f g [l \cos(q_1) - l \cos(q_2)] \quad (\text{A.13})$$

A.3 LAGRANGIANO E EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DE LAGRANGE PARA q_1 e q_2

O Lagrangiano é dado por (ORTEGA; SPONG, 1988):

$$L = K_e - P_e \quad (\text{A.14})$$

Substituindo as expressões para a energia cinética K_e e a energia potencial P_e , obtém-se:

$$L = 0.5m_h l^2 \dot{q}_1^2 + 0.5m_f [l^2 \dot{q}_1^2 + l^2 \dot{q}_2^2 + 2l^2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2] - m_h g l \cos(q_1) - m_f g [l \cos(q_1) - l \cos(q_2)] \quad (\text{A.15})$$

As derivadas necessárias para obter as Equações de Lagrange são calculadas, primeiramente em relação a q_1 :

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = m_h l^2 \dot{q}_1 + m_f l^2 \dot{q}_1 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_2 \quad (\text{A.16})$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} = (m_h + m_f) l^2 \ddot{q}_1 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_2 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_2 \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} &= (m_h + m_f) l^2 \ddot{q}_1 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_2^2 \\ &\quad - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_2 \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_1} = -m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_h g l \sin(q_1) + m_f g l \sin(q_1) \quad (\text{A.19})$$

Assim, a equação diferencial para q_1 é:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial L}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned} (m_h + m_f) l^2 \ddot{q}_1 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_2^2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_2 + m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_h g l \sin(q_1) - m_f g l \sin(q_1) = \tau_1 \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

$$\begin{aligned} (m_h + m_f) l^2 \ddot{q}_1 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_2^2 \\ + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_2 - (m_h + m_f) g l \sin(q_1) = \tau_1 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

As derivadas em relação a q_2 são:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m_f l^2 \dot{q}_2 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m_f l^2 \ddot{q}_2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_1 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_1 \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} = m_f l^2 \ddot{q}_2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1^2 \\ - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_1 \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial L}{\partial q_2} = -m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_f g l \sin(q_2) \quad (\text{A.26})$$

Dessa forma, a equação diferencial para q_2 é:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} - \frac{\partial L}{\partial q_2} = \tau_2 \quad (\text{A.27})$$

$$\begin{aligned} m_f l^2 \ddot{q}_2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1^2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_1 + m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_f g l \sin(q_2) = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

$$\begin{aligned} m_f l^2 \ddot{q}_2 - m_f l^2 \sin(q_1 + q_2) \dot{q}_1^2 \\ + m_f l^2 \cos(q_1 + q_2) \ddot{q}_1 + m_f g l \sin(q_2) = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

A.4 TRANSIÇÃO *HEELSTRIKE*

Para o equacionamento da transição *heelstrike* observa-se que $q_1^+ = -q_2^-$ e $q_2^+ = -q_1^-$, $c_{12}^+ = c_{12}^-$. Primeiramente, a conservação do momento de angular de todo o sistema em torno do ponto de impacto é equacionada, seguida pelo equacionamento da conservação do momento angular da perna de suporte (antes da transição) em relação à junta do quadril.

A.4.1 Todo o sistema em relação ao ponto de impacto

Momento angular antes da transição:

$$H_c^- = m_h l^2 \dot{q}_1 c_{12} \quad (\text{A.30})$$

Momento angular após a transição:

$$H_c^+ = r_{bc} \times m_h \dot{r}_{bc} + r_{ac} \times m_f \dot{r}_{ac} \quad (\text{A.31})$$

Os vetores de posição e velocidade são obtidos por:

$$r_{bc} = -l \sin(q_1) j_x + l \cos(q_1) j_z \quad (\text{A.32})$$

$$\dot{r}_{bc} = -l \cos(q_1) \dot{q}_1 j_x - l \sin(q_1) \dot{q}_1 j_z \quad (\text{A.33})$$

$$r_{ac} = [-l \sin(q_1) - l \sin(q_2)] j_x + [l \cos(q_1) - l \cos(q_2)] j_z \quad (\text{A.34})$$

$$\dot{r}_{ac} = [-l \cos(q_1) \dot{q}_1 - l \cos(q_2) \dot{q}_2] j_x + [-l \sin(q_1) \dot{q}_1 + l \sin(q_2) \dot{q}_2] j_z \quad (\text{A.35})$$

$$m_h \begin{vmatrix} -ls_1 & lc_1 & 0 \\ -lc_1 \dot{q}_1 & -ls_1 \dot{q}_1 & 0 \\ j_x & j_z & j_y \end{vmatrix} = m_h l^2 \dot{q}_1 j_y \quad (\text{A.36})$$

$$m_f \begin{vmatrix} -ls_1 - ls_2 & lc_1 - lc_2 & 0 \\ -lc_1 \dot{q}_1 - lc_2 \dot{q}_2 & -ls_1 \dot{q}_1 + ls_2 \dot{q}_2 & 0 \\ j_x & j_z & j_y \end{vmatrix} = \quad (\text{A.37})$$

$$m_f (l^2 \dot{q}_1 - l^2 \dot{q}_2 - l^2 c_{12} \dot{q}_1 + l^2 c_{12} \dot{q}_2) j_y \quad (\text{A.38})$$

Equacionando os momentos angulares antes e depois da transição:

$$\underbrace{m_h l^2 \dot{q}_1^- c_{12}}_{\text{Antes da transição}} = \underbrace{m_h l^2 \dot{q}_1^+ + m_f l^2 \dot{q}_1^+ - m_f l^2 \dot{q}_2^+ + m_f l^2 c_{12} \dot{q}_2^+ - m_f l^2 c_{12} \dot{q}_1^+}_{\text{Após a transição}} \quad (\text{A.39})$$

A.4.2 Perna de suporte em torno do quadril

Momento angular da perna “ab” em relação ao ponto “b” (quadril) antes da transição:

$$H_{-b} = r_{ab} \times m v_a \quad (\text{A.40})$$

$$v_a = 0 \text{ o ponto “a” está em contato com o solo, não possuindo, assim, velocidade} \quad (\text{A.41})$$

Após a transição:

$$H_{+b} = r_{ab} \times m \dot{r}_{ac} \quad (\text{A.42})$$

$$r_{ab} = -ls_2 j_x - lc_2 j_z \quad (\text{A.43})$$

$$r_{ac} = (-ls_1 - ls_2) j_x + (lc_1 - lc_2) j_z \quad (\text{A.44})$$

$$\dot{r}_{ac} = (-lc_1 \dot{q}_1 - lc_2 \dot{q}_2) j_x + (-ls_1 \dot{q}_1 + ls_2 \dot{q}_2) j_z \quad (\text{A.45})$$

$$H_{+b} = m \begin{vmatrix} -ls_2 & -lc_2 & 0 \\ -lc_1\dot{q}_1 - lc_2\dot{q}_2 & -ls_1\dot{q}_1 + ls_2\dot{q}_2 & 0 \\ j_x & j_z & j_y \end{vmatrix} \quad (\text{A.46})$$

$$H_{+b} = m(-l^2\dot{q}_1c_{12} - l^2\dot{q}_2) \quad (\text{A.47})$$

Equacionando os momentos angulares antes e após a transição:

$$H_{-b} = H_{+b} \quad (\text{A.48})$$

$$0 = m(-l^2\dot{q}_1c_{12} - l^2\dot{q}_2) \quad (\text{A.49})$$

$$\dot{q}_2^+ = -\dot{q}_1^+c_{12} \quad (\text{A.50})$$

Por fim, a substituição de (A.50) em (A.39) resulta em:

$$\dot{q}_1^+ = \frac{m_h l^2 c_{12} \dot{q}_1^-}{m_h l^2 + m_f l^2 - m_f l^2 c_{12}^2}; \quad (\text{A.51})$$

$$\dot{q}_2^+ = -\dot{q}_1^+c_{12}; \quad (\text{A.52})$$

APÊNDICE B – Desenvolvimento do modelo do *walker* passivo com joelhos

Apresenta-se, neste apêndice, a sequência de desenvolvimento das equações para obtenção do modelo de simulação do *walker* passivo com joelhos.

B.1 FASE DE MOVIMENTAÇÃO COM JOELHO LIVRE

1) Posição do quadril (*hip*):

$$p_{xh} = -L_w \sin(q_1) \quad (\text{B.1})$$

$$p_{yh} = L_w \cos(q_1) \quad (\text{B.2})$$

2) Posição do centro de massa da coxa (*thigh*) na perna flutuante:

$$p_{xt} = -L_w \sin(q_1) - b_2 \sin(q_2) \quad (\text{B.3})$$

$$p_{yt} = L_w \cos(q_1) - b_2 \cos(q_2) \quad (\text{B.4})$$

3) Posição do centro de massa da canela (*shank*) na perna flutuante:

$$p_{xs} = -L_w \sin(q_1) - l_t \sin(q_2) - b_1 \sin(q_3) \quad (\text{B.5})$$

$$p_{ys} = L_w \cos(q_1) - l_t \cos(q_2) - b_1 \cos(q_3) \quad (\text{B.6})$$

4) Posição do centro de massa da coxa na perna de suporte:

$$p_{xtt} = -a_1 \sin(q_1) \quad (\text{B.7})$$

$$y_{tt} = a_1 \cos(q_1) \quad (\text{B.8})$$

5) Posição do centro de massa da canela na perna de suporte:

$$p_{xss} = -(l_s + a_2) \sin(q_1) \quad (\text{B.9})$$

$$p_{yss} = (l_s + a_2) \cos(q_1) \quad (\text{B.10})$$

B.1.1 Energia Potencial, Energia Cinética e Lagrangiano

Energia potencial:

$$P_e = m_s g a_1 c_1 + m_t g (l_s + a_2) c_1 + m_h g L_w c_1 + m_t g (L_w c_1 - b c_2) \\ + m_s g (L_w c_1 - l_t c_2 - b_1 c_3) + m_s g (L_w c_1 - l_t c_2 - b_1 c_3) \quad (\text{B.11})$$

Velocidade dos pontos de massa:

$$v_{ss}^2 = (-a_1 c_1 \dot{q}_1)^2 + (-a_1 s_1 \dot{q}_1)^2 = a_1^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{B.12})$$

$$v_{tt}^2 = [-(l_s + a_2)c_1\dot{q}_1]^2 + [-(l_s + a_2)s_1\dot{q}_1]^2 = (l_s + a_2)^2\dot{q}_1^2 \quad (\text{B.13})$$

$$v_h^2 = (-L_w c_1 \dot{q}_1)^2 + (-L_w s_1 \dot{q}_1)^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{B.14})$$

$$v_t^2 = (-L_w c_1 \dot{q}_1 - b_2 c_2 \dot{q}_2)^2 + (-L_w s_1 \dot{q}_1 + b_2 s_2 \dot{q}_2)^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 + b_2^2 \dot{q}_2^2 + 2L_w b_2 c_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.15})$$

$$v_s^2 = (-L_w c_1 \dot{q}_1 - l_t c_2 \dot{q}_2 - b_1 c_3 \dot{q}_3)^2 + (-L_w s_1 \dot{q}_1 + l_t s_2 \dot{q}_2 + b_1 s_3 \dot{q}_3)^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 + l_t^2 \dot{q}_2^2 + b_1^2 \dot{q}_3^2 + 2L_w l_t \dot{q}_1 \dot{q}_2 c_{12} + 2L_w b_1 \dot{q}_1 \dot{q}_3 c_{13} + 2l_t b_1 \dot{q}_2 \dot{q}_3 c_{2-3} \quad (\text{B.16})$$

Energia cinética:

$$K_e = \frac{1}{2}m_s v_{ss}^2 + \frac{1}{2}m_t v_{tt}^2 + \frac{1}{2}m_l v_t^2 + \frac{1}{2}m_s v_s^2 \quad (\text{B.17})$$

Lagrangiano:

$$L = K_e - P_e \quad (\text{B.18})$$

B.1.2 Derivadas das energias potencial e cinética em relação a q_1

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} = 2a_1^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.19})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2a_1^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.20})$$

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.21})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} = 2(l_s + a_2)^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2(l_s + a_2)^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.23})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.24})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.25})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.26})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.27})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 + 2L_w b_2 c_{12} \dot{q}_2 \quad (\text{B.28})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_2 - 2L_w b_2 s_{12} (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \dot{q}_2 \quad (\text{B.29})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_1} = -2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.30})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 + 2L_w l_t c_{12} \dot{q}_2 + 2L_w b_1 c_{13} \dot{q}_3 \quad (\text{B.31})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 + 2L_w l_t c_{12} \ddot{q}_2 - 2L_w l_t s_{12} \dot{q}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + 2L_w b_1 c_{13} \ddot{q}_3 - 2L_w b_1 s_{13} \dot{q}_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_3) \quad (\text{B.32})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_1} = -2L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 2L_w b_1 s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 \quad (\text{B.33})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_1} = 0 \quad (\text{B.34})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_1} \right) = 0 \quad (\text{B.35})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_1} = -m_s g a_1 s_1 - m_t g (l_s + a_2) s_1 - m_h g L_w s_1 - m_t g L_w s_1 - m_s g L_w s_1 \quad (\text{B.36})$$

B.1.3 Equação de Lagrange para q_1

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.37})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_e}{\partial \dot{q}_1} - \frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K_e}{\partial q_1} + \frac{\partial P_e}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.38})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} \right) - \\ \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial q_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial q_1} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial q_1} \right) + \\ (-m_s g a_1 s_1 - m_t g (l_s + a_2) s_1 - m_h g L_w s_1 - m_t g L_w s_1 - m_s g L_w s_1) = \tau_1 \end{aligned} \quad (\text{B.39})$$

$$\begin{aligned}
& m_s a_1^2 \ddot{q}_1 + m_t (l_s + a_2)^2 \ddot{q}_1 + m_h L_w^2 \ddot{q}_1 + m_t L_w^2 \ddot{q}_1 + m_t L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_2 - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\
& + m_s L_w^2 \ddot{q}_1 + m_s L_w l_t c_{12} \ddot{q}_2 - m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + m_s L_w b_1 c_{13} \ddot{q}_3 - m_s L_w b_1 s_{13} \dot{q}_3 (\dot{q}_1 + \dot{q}_3) \\
& + 0 + 0 + 0 + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w b_1 s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\
& - m_s g a_1 s_1 - m_t g (l_s + a_2) s_1 - m_h g L_w s_1 - m_s g L_w s_1 = \tau_1 \quad (\text{B.40})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \overbrace{\ddot{q}_1 (m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 + m_s L_w^2)}^{H_{u11}} + \overbrace{\ddot{q}_2 (m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w l_t c_{12})}^{H_{u12}} + \overbrace{\ddot{q}_3 (m_s L_w b_1 c_{13})}^{H_{u13}} \\
& - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_2^2 - m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_2^2 - m_s L_w b_1 s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 - m_s L_w b_1 s_{13} \dot{q}_3^2 \\
& + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w b_1 s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 \\
& \underbrace{- g(m_s a_1 + m_t (l_s + a_2) + m_h L_w + m_t L_w + m_s L_w) s_1}_{G_{u1}} = \tau_1 \quad (\text{B.41})
\end{aligned}$$

$$\ddot{q}_1 H_{u11} + \ddot{q}_2 H_{u12} + \ddot{q}_3 H_{u13} + \underbrace{\dot{q}_2^2 (-m_t L_w b_2 s_{12} - m_s L_w l_t s_{12})}_{C_{u12}} + \underbrace{\dot{q}_3^2 (-m_s L_w b_1 s_{13})}_{C_{u13}} + G_{u1} = \tau_1 \quad (\text{B.42})$$

$$\ddot{q}_1 H_{u11} + \ddot{q}_2 H_{u12} + \ddot{q}_3 H_{u13} + \dot{q}_2^2 C_{u12} + \dot{q}_3^2 C_{u13} + G_{u1} = \tau_1 \quad (\text{B.43})$$

B.1.4 Derivadas das energias potencial e cinética em relação a q_2

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.44})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.45})$$

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{B.46})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.47})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.48})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{B.49})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.50})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.51})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{B.52})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_2} = 2b_2^2 \dot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \dot{q}_1 \quad (\text{B.53})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 2b_2^2 \ddot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (\text{B.54})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_2} = -2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.55})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} = 2l_t^2 \dot{q}_2 + 2L_w l_t c_{12} \dot{q}_1 + 2l_t b_1 c_{2-3} \dot{q}_3 \quad (\text{B.56})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 2l_t^2 \ddot{q}_2 + 2L_w l_t c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + 2l_t b_1 c_{2-3} \ddot{q}_3 - 2l_t b_1 s_{23} \dot{q}_3 (\dot{q}_2 - \dot{q}_3) \quad (\text{B.57})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_2} = -2L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - 2l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 \quad (\text{B.58})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.59})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.60})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_2} = m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2 \quad (\text{B.61})$$

B.1.5 Equação de Lagrange para q_2

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_2} = \tau_2 \quad (\text{B.62})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_e}{\partial \dot{q}_2} - \frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial K_e}{\partial q_2} + \frac{\partial P_e}{\partial q_2} = \tau_2 \quad (\text{B.63})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} \right) - \\ \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial q_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial q_2} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial q_2} \right) + \\ (m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2) = \tau_1 \quad (\text{B.64}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_t b_2^2 \ddot{q}_2 + m_t L_w b_2 \ddot{q}_1 c_{12} - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ + m_s l_t^2 \ddot{q}_2 + m_s L_w l_t c_{12} \ddot{q}_1 - m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) + m_s l_t b_1 c_{2-3} \ddot{q}_3 - m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_3 (\dot{q}_2 - \dot{q}_3) \\ + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ + m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2 = \tau_2 \quad (\text{B.65}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_2 (m_t b_2^2 + m_s l_t^2) + \ddot{q}_1 (m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w l_t c_{12}) \\ + \ddot{q}_3 (m_s l_t b_1 c_{2-3}) - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1^2 - m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ - m_s l_t L_w s_{12} \dot{q}_1^2 - m_s l_t L_w s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 - m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_3^2 + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \\ + m_s L_w l_t s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2 = \tau_2 \quad (\text{B.66}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 \overbrace{(m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w l_t c_{12})}^{H_{u21}} + \ddot{q}_2 \overbrace{(m_t b_2^2 + m_s l_t^2)}^{H_{u22}} + \ddot{q}_3 \overbrace{(m_s l_t b_1 c_{2-3})}^{H_{u23}} \\ + \dot{q}_1^2 \overbrace{(-m_t L_w b_2 s_{12} - m_s l_t L_w s_{12})}^{C_{u21}} + \dot{q}_3^2 \overbrace{(m_s l_t b_1 s_{2-3})}^{C_{u23}} \\ + \overbrace{(m_t g b_2 s_2 + m_s g l_t s_2)}^{G_{u2}} = \tau_2 \quad (\text{B.67}) \end{aligned}$$

$$\ddot{q}_1 H_{u21} + \ddot{q}_2 H_{u22} + \ddot{q}_3 H_{u23} + \dot{q}_1^2 C_{u21} + \dot{q}_3^2 C_{u23} + G_{u2} = \tau_2 \quad (\text{B.68})$$

B.1.6 Derivadas das energias potencial e cinética em relação a q_3

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_3} = 0 \quad (\text{B.69})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_3} \right) = 0 \quad (\text{B.70})$$

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.71})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.72})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_3} \right) = 0 \quad (\text{B.73})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.74})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.75})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_h^2}{\partial q_3} \right) = 0 \quad (\text{B.76})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.77})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.78})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_t^2}{\partial q_3} \right) = 0 \quad (\text{B.79})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.80})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_3} = 2b_1^2 \ddot{q}_3 + 2L_w b_1 c_{13} \dot{q}_1 + 2l_t b_1 c_{2-3} \dot{q}_2 \quad (\text{B.81})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_s^2}{\partial q_3} \right) = 2b_1^2 \ddot{q}_3 + 2b_1 L_w c_{13} \ddot{q}_1 - 2b_1 L_w s_{13} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_3) + 2l_t b_1 c_{2-3} \ddot{q}_2 - 2l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 (\dot{q}_2 - \dot{q}_3) \quad (\text{B.82})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_3} = -2b_1 L_w s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 + 2l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 \quad (\text{B.83})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_3} = 0 \quad (\text{B.84})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P_e}{\partial q_3} \right) = 0 \quad (\text{B.85})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_3} = m_s g b_1 s_3 \quad (\text{B.86})$$

B.1.7 Equação de Lagrange para q_3

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_3} = \tau_3 \quad (\text{B.87})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_e}{\partial \dot{q}_3} - \frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_3} \right) - \frac{\partial K_e}{\partial q_3} + \frac{\partial P_e}{\partial q_3} = \tau_3 \quad (\text{B.88})$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_3} \right) - \\ \left(\frac{1}{2} m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_h^2}{\partial q_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial q_3} + \frac{1}{2} m_t \frac{\partial v_s^2}{\partial q_3} \right) + \\ (m_s g b_1 s_3 = \tau_3) = \tau_1 \quad (\text{B.89}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_s b_1^2 \ddot{q}_3 + m_s b_1 L_w c_{13} \ddot{q}_1 + m_s l_t b_1 c_{2-3} \ddot{q}_2 \\ - m_s b_1 L_w s_{13} \dot{q}_1^2 - m_s b_1 L_w s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 - m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2^2 + m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 \\ + m_s b_1 L_w s_{13} \dot{q}_1 \dot{q}_3 - m_s l_t b_1 s_{2-3} \dot{q}_2 \dot{q}_3 + m_s g b_1 s_3 = \tau_3 \quad (\text{B.90}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \ddot{q}_1 \overbrace{(m_s b_1 L_w c_{13})}^{H_{u31}} + \ddot{q}_2 \overbrace{(m_s l_t b_1 c_{2-3})}^{H_{u32}} + \ddot{q}_3 \overbrace{(m_s b_1^2)}^{H_{u33}} + \dot{q}_1^2 \overbrace{(-m_s b_1 L_w s_{13})}^{C_{u31}} + \dot{q}_2^2 \overbrace{(-m_s l_t b_1 s_{2-3})}^{C_{u32}} \\ + \overbrace{(m_s g b_1 s_3)}^{G_{u3}} = \tau_3 \quad (\text{B.91}) \end{aligned}$$

$$\ddot{q}_1 H_{u31} + \ddot{q}_2 H_{u32} + \ddot{q}_3 H_{u33} + \dot{q}_1^2 C_{u31} + \dot{q}_2^2 C_{u32} + G_{u3} = \tau_3 \quad (\text{B.92})$$

B.1.8 Combinando as Equações de Lagrange para q_1 , q_2 e q_3

$$\ddot{q}_1 H_{u11} + \ddot{q}_2 H_{u12} + \ddot{q}_3 H_{u13} + \dot{q}_2^2 C_{u12} + \dot{q}_3^2 C_{u13} + G_{u1} = \tau_1 \quad (\text{B.93})$$

$$\ddot{q}_1 H_{u21} + \ddot{q}_2 H_{u22} + \ddot{q}_3 H_{u23} + \dot{q}_1^2 C_{u21} + \dot{q}_3^2 C_{u23} + G_{u2} = \tau_2 \quad (\text{B.94})$$

$$\ddot{q}_1 H_{u31} + \ddot{q}_2 H_{u23} + \ddot{q}_3 H_{u33} + \dot{q}_1^2 C_{u31} + \dot{q}_2^2 C_{u32} + G_{u3} = \tau_3 \quad (\text{B.95})$$

$$\begin{bmatrix} H_{u11} & H_{u12} & H_{u13} \\ H_{u21} & H_{u22} & H_{u23} \\ H_{u31} & H_{u32} & H_{u33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \\ \ddot{q}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{u12} & C_{u13} \\ C_{u21} & 0 & C_{u23} \\ C_{u31} & C_{u32} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \\ \dot{q}_3^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{u1} \\ G_{u2} \\ G_{u3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (\text{B.96})$$

B.2 TRANSIÇÃO *KNEESTRIKE*

Nesta seção apresentam-se as equações de conservação do momento angular de todo o sistema em relação ao ponto “c”.

Antes da transição:

$$\begin{aligned}
 H_c^- = \dot{q}_1 \overbrace{[L_w^2 m_s - l_t L_w c_{12} m_s - b_1 L_w c_{13} m_s + L_w^2 m_t - L_w b_2 c_{12} m_t + L_w^2 m_h + (l_s + a_2)^2 m_t + a_1^2 m_s]}^{T_{k11}^-} \\
 + \dot{q}_2 \overbrace{[L_w l_t c_{12} m_s - l_t^2 m_s - b_1 l_t c_{2-3} m_s + L_w b_2 c_{12} m_t - b_2^2 m_t]}^{T_{k12}^-} \\
 + \dot{q}_3 \overbrace{[L_w b_1 c_{13} m_s - l_t b_1 c_{2-3} m_s - b_1^2 m_s]}^{T_{k13}^-} \quad (B.97)
 \end{aligned}$$

$$H_c^- = \{\dot{q}_1^- T_{k11}^- + \dot{q}_2^- T_{k12}^- + \dot{q}_3^- T_{k13}^-\} j_y \quad (B.98)$$

Depois da colisão:

$$\begin{aligned}
 H_c^+ = \{\dot{q}_1^+ \overbrace{[m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 - m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w^2 - m_s L_w (l_t + b_1) c_{12}]}^{T_{k11}^+} \\
 + \dot{q}_2^+ \overbrace{[m_t L_w b_2 c_{12} - m_s (l_t + b_1)^2 + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12}]}^{T_{k12}^+}\} j_y \quad (B.99)
 \end{aligned}$$

$$H_c^+ = \{\dot{q}_1^+ T_{k11}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k12}^+\} j_y \quad (B.100)$$

Conservação do momento angular da perna “ab” em relação à junta do quadril.

Antes da transição:

$$\begin{aligned}
 H_b^- = \dot{q}_1 \overbrace{[-l_t L_w c_{12} m_s - b_1 L_w c_{13} m_s - L_w b_2 c_{12} m_t]}^{T_{k21}^-} \\
 + \dot{q}_2 \overbrace{[-l_t^2 m_s - b_1 l_t c_{2-3} m_s - b_2^2 m_t]}^{T_{k22}^-} + \dot{q}_3 \overbrace{[-l_t b_1 c_{2-3} m_s - b_1^2 m_s]}^{T_{k23}^-} \quad (B.101)
 \end{aligned}$$

$$H_b^- = \{\dot{q}_1^- T_{k21}^- + \dot{q}_2^- T_{k22}^- + \dot{q}_3^- T_{k23}^-\} j_y \quad (B.102)$$

Após a transição:

$$H_b^+ = \dot{q}_1^+ \overbrace{c_{12} [-L_w b_2 m_t - L_w (l_t + b_1) m_s]}^{T_{k21}^+} + \dot{q}_2^+ \overbrace{[-(l_t + b_1)^2 m_s - b_2^2 m_t]}^{T_{k22}^+} \quad (B.103)$$

$$H_b^+ = \{\dot{q}_1^+ T_{k21}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k22}^+\} j_y \quad (B.104)$$

Combinando as duas equações e omitindo o vetor unitário j_y :

$$H_c^- = \dot{q}_1^- T_{k11}^- + \dot{q}_2^- T_{k12}^- + \dot{q}_3^- T_{k13}^- \quad (\text{B.105})$$

$$H_c^+ = \dot{q}_1^+ T_{k11}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k12}^+ \quad (\text{B.106})$$

$$H_b^- = \dot{q}_1^- T_{k21}^- + \dot{q}_2^- T_{k22}^- + \dot{q}_3^- T_{k23}^- \quad (\text{B.107})$$

$$H_b^+ = \dot{q}_1^+ T_{k21}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k22}^+ \quad (\text{B.108})$$

Equacionando os momentos antes e depois da transição:

$$\dot{q}_1^- T_{k11}^- + \dot{q}_2^- T_{k12}^- + \dot{q}_3^- T_{k13}^- = \dot{q}_1^+ T_{k11}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k12}^+ \quad (\text{B.109})$$

$$\dot{q}_1^- T_{k21}^- + \dot{q}_2^- T_{k22}^- + \dot{q}_3^- T_{k23}^- = \dot{q}_1^+ T_{k21}^+ + \dot{q}_2^+ T_{k22}^+ \quad (\text{B.110})$$

$$\begin{bmatrix} T_{k11}^- & T_{k12}^- & T_{k13}^- \\ T_{k21}^- & T_{k22}^- & T_{k23}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^- \\ \dot{q}_2^- \\ \dot{q}_3^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{k11}^+ & T_{k12}^+ \\ T_{k21}^+ & T_{k22}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^+ \\ \dot{q}_2^+ \end{bmatrix} \quad (\text{B.111})$$

B.3 FASE DE MOVIMENTAÇÃO COM JOELHO TRAVADO

Posições dos centros de massa:

$$p_{xss} = -a_1 s_1 \quad (\text{B.112})$$

$$p_{yss} = a_1 c_1 \quad (\text{B.113})$$

$$p_{xtt} = -(l_s + a_2) s_1 \quad (\text{B.114})$$

$$y_{tt} = (l_s + a_2) c_1 \quad (\text{B.115})$$

$$x_h = -L_w s_1 \quad (\text{B.116})$$

$$y_h = L_w c_1 \quad (\text{B.117})$$

$$x_t = -L_w s_1 - b_2 s_2 \quad (\text{B.118})$$

$$y_t = L_w c_1 - b_2 c_2 \quad (\text{B.119})$$

$$x_s = -L_w s_1 - (l_t + b_1) s_2 \quad (\text{B.120})$$

$$y_s = L_w c_1 - (l_t + b_1) c_2 \quad (\text{B.121})$$

Velocidades dos centros de massa:

$$v_{ss}^2 = a_1^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{B.122})$$

$$v_{tt}^2 = (l_s + a_2)^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{B.123})$$

$$v_h^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 \quad (\text{B.124})$$

$$v_t^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 + b_2^2 \dot{q}_2^2 + 2L_w b_2 \dot{q}_1 \dot{q}_2 c_{12} \quad (\text{B.125})$$

$$v_s^2 = L_w^2 \dot{q}_1^2 + (l_t + b_1)^2 \dot{q}_2^2 + 2L_w (l_t + b_1) \dot{q}_1 \dot{q}_2 c_{12} \quad (\text{B.126})$$

B.3.1 Derivadas das velocidades e posições em relação a q_1

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} = 2a_1^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.127})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2a_1^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.128})$$

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.129})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} = 2(l_s + a_2)^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.130})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2(l_s + a_2)^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.131})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.132})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.133})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.134})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.135})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 + 2L_w b_2 c_{12} \dot{q}_2 \quad (\text{B.136})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_2 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (\text{B.137})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_1} = -2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.138})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 + 2L_w (l_t + b_1) c_{12} \dot{q}_2 \quad (\text{B.139})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 + 2L_w (l_t + b_1) c_{12} \ddot{q}_2 - 2L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_2 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (\text{B.140})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_1} = -2L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.141})$$

Energia potencial:

$$P_e = m_s g a_1 c_1 + m_t g (l_s + a_2) c_1 + m_h g L_w c_1 + m_t g (L_w c_1 - b_2 c_2) + m_s g [L_w c_1 - (l_t + b_1) c_2] \quad (\text{B.142})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_1} = 0 \quad (\text{B.143})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P_e}{\partial \dot{q}_1} \right) = 0 \quad (\text{B.144})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_1} = -m_s g a_1 s_1 - m_t g (l_s + a_2) c_1 - m_h g L_w s_1 - m_t g L_w s_1 - m_s g L_w s_1 \quad (\text{B.145})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_1} = g s_1 [-m_s a_1 - m_t (l_s + a_2) - m_h L_w - m_t L_w - m_s L_w] \quad (\text{B.146})$$

B.3.2 Equação de Lagrange para q_1

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_e - P_e)}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial (K_e - P_e)}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.147})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_e)}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial K_e}{\partial q_1} + \frac{\partial P_e}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.148})$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(0.5 m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_1} + 0.5 m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_1} + 0.5 m_h \frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} + 0.5 m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} + 0.5 m_s \frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_1} \right) \\ & - \left(0.5 m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_1} + 0.5 m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_1} + 0.5 m_h \frac{\partial v_h^2}{\partial q_1} + 0.5 m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial q_1} + 0.5 m_s \frac{\partial v_s^2}{\partial q_1} \right) + \frac{\partial P_e}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.149}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_s a_1^2 \ddot{q}_1 + m_t (l_s + a_2)^2 \ddot{q}_1 + m_h L_w^2 \ddot{q}_1 + m_t [L_w^2 \ddot{q}_1 + L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_2 - L_w b_2 s_{12} \dot{q}_2^2 - L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2] \\ & + m_s [L_w^2 \ddot{q}_1 + L_w (l_t + b_1) c_{12} \ddot{q}_2 - L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_2^2 - L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2] \\ & + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{\partial P_e}{\partial q_1} = \tau_1 \quad (\text{B.150}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_1 \overbrace{[m_s a_1^2 + m_t (l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 + m_s L_w^2]}^{H_{L11}} + \ddot{q}_2 \overbrace{[m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12}]}^{H_{L12}} \\ & + \dot{q}_2^2 \underbrace{[-m_t L_w b_2 s_{12} - m_s L_w (l_t + b_1) s_{12}]}_{C_{L12}} + \underbrace{g s_1 [-m_s a_1 - m_t (l_s + a_2) - m_h L_w - m_t L_w - m_s L_w]}_{G_{L1}} = \tau_1 \quad (\text{B.151}) \end{aligned}$$

B.3.3 Derivadas das velocidades e posições em relação a q_2

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.152})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.153})$$

$$\frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{B.154})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} = 0 \quad (\text{B.155})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 0 \quad (\text{B.156})$$

$$\frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_2} = 0 \quad (\text{B.157})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} = 2L_w^2 \dot{q}_1 \quad (\text{B.158})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2L_w^2 \ddot{q}_1 \quad (\text{B.159})$$

$$\frac{\partial v_h^2}{\partial q_1} = 0 \quad (\text{B.160})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_2} = 2b_2^2 \dot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \dot{q}_1 \quad (\text{B.161})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_1} \right) = 2b_2^2 \ddot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (\text{B.162})$$

$$\frac{\partial v_t^2}{\partial q_2} = -2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.163})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} = 2(l_t + b_1)^2 \dot{q}_2 + 2L_w (l_t + b_1) c_{12} \dot{q}_1 \quad (\text{B.164})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} \right) = 2(l_t + b_1)^2 \ddot{q}_2 + 2L_w (l_t + b_1) c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \quad (\text{B.165})$$

$$\frac{\partial v_s^2}{\partial q_2} = -2L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 \quad (\text{B.166})$$

Energia potencial:

$$P_e = m_s g a_1 c_1 + m_t g (l_s + a_2) c_1 + m_h g L_w c_1 + m_t g (L_w c_1 - b_2 c_2) + m_s g [L_w c_1 - (l_t + b_1) c_2] \quad (\text{B.167})$$

$$\frac{\partial P_e}{\partial q_2} = m_t g b_2 s_2 + m_s g (l_t + b_1) s_2 \quad (\text{B.168})$$

B.3.4 Equação de Lagrange para q_2

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_e - P_e)}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial K_e - P_e}{\partial q_2} = \tau_2 \quad (\text{B.169})$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_e)}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial K_e}{\partial q_2} + \frac{\partial P_e}{\partial q_2} = \tau_2 \quad (\text{B.170})$$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left(0.5m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial \dot{q}_2} + 0.5m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial \dot{q}_2} + 0.5m_h \frac{\partial v_h^2}{\partial \dot{q}_2} + 0.5m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial \dot{q}_2} + 0.5m_s \frac{\partial v_s^2}{\partial \dot{q}_2} \right) \\ & - \left(0.5m_s \frac{\partial v_{ss}^2}{\partial q_2} + 0.5m_t \frac{\partial v_{tt}^2}{\partial q_2} + 0.5m_h \frac{\partial v_h^2}{\partial q_2} + 0.5m_t \frac{\partial v_t^2}{\partial q_2} + 0.5m_s \frac{\partial v_s^2}{\partial q_2} \right) + \frac{\partial P_e}{\partial q_2} = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{B.171})$$

$$\begin{aligned} & m_t [2b_2^2 \ddot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1^2 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2] \\ & + m_s [(l_t + b_1)^2 \ddot{q}_2 + L_w (l_t + b_1) c_{12} \ddot{q}_1 - L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1^2 - L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2] \\ & + m_t L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + m_s L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1 \dot{q}_2 + \frac{\partial P_e}{\partial q_2} = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{B.172})$$

$$\begin{aligned} & m_t [2b_2^2 \ddot{q}_2 + 2L_w b_2 c_{12} \ddot{q}_1 - 2L_w b_2 s_{12} \dot{q}_1^2] \\ & + m_s [(l_t + b_1)^2 \ddot{q}_2 + L_w (l_t + b_1) c_{12} \ddot{q}_1 - L_w (l_t + b_1) s_{12} \dot{q}_1^2] \\ & + m_t g b_2 s_2 + m_s g (l_t + b_1) s_2 = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{B.173})$$

$$\begin{aligned} & \ddot{q}_1 \overbrace{[m_t b_2 L_w c_{12} + m_s L_w (l_t + b_1) c_{12}]}^{H_{L21}} + \ddot{q}_2 \overbrace{[m_t b_2^2 + m_s (l_t + b_1)^2]}^{H_{L22}} \\ & + \ddot{q}_1^2 \underbrace{[-m_t L_w b_2 s_{12} - m_s L_w (l_t + b_1) s_{12}]}_{C_{L21}} + \underbrace{m_t g b_2 s_2 + m_s g (l_t + b_1) s_2}_{G_{L2}} = \tau_2 \end{aligned} \quad (\text{B.174})$$

B.3.5 Combinando as Equações de Lagrange para q_1 e q_2

$$\begin{bmatrix} H_{L11} & H_{L12} \\ H_{L21} & H_{L22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & C_{L12} \\ C_{L21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{L1} \\ G_{L2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} \quad (\text{B.175})$$

B.4 TRANSIÇÃO HEELSTRIKE

Figura B.1 – *Heelstrike*: antes da transição

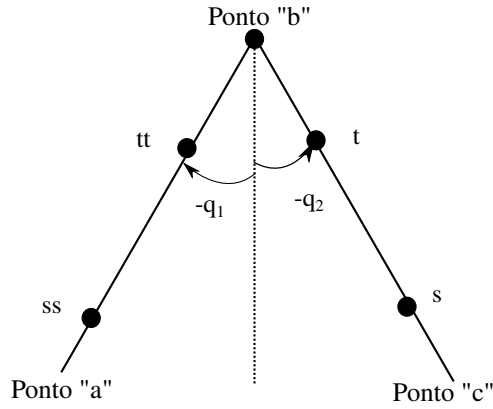
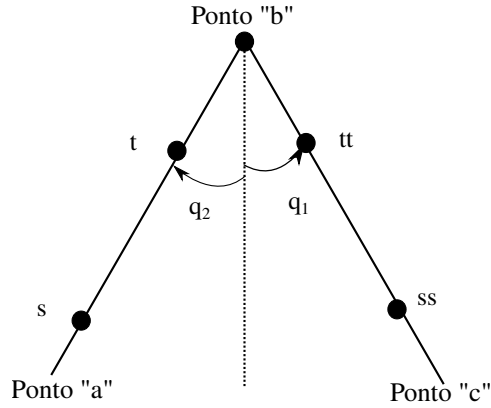


Figura B.2 – *Heelstrike*: depois da colisão



B.4.1 Conservação do momento angular de todo o sistema em relação ao ponto "c"

Antes da transição:

$$H_c^- = \underbrace{r_{ss-c} \times m_s v_{ss}}_1 + \underbrace{r_{tt-c} \times m_t v_{tt}}_2 + \underbrace{r_{h-c} \times m_h v_h}_3 + \underbrace{r_{t-c} \times m_t v_t}_4 + \underbrace{r_{s-c} \times m_s v_s}_5 \quad (\text{B.176})$$

1)

$$r_{ss-c} = [-L_w s_{-2} - (l_t + b_1) s_{-1}] j_x + [L_w c_{-2} - (l_t + b_1) c_{-1}] j_z \quad (\text{B.177})$$

$$r_{ss-c} = [L_w s_2 + (l_t + b_1) s_1] j_x + [L_w c_2 - (l_t + b_1) c_1] j_z \quad (\text{B.178})$$

$$v_{ss} = \dot{r}_{ss-a} = \frac{d[a_1 s_{-1} j_x + a_1 c_{-1} j_z]}{dt} \quad (\text{B.179})$$

$$v_{ss} = a_1 c_1 \dot{q}_1 j_x - a_1 s_2 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.180})$$

$$\underbrace{r_{ss-c} \times m_s v_{ss}}_1 = m_s \dot{q}_1 [L_w a_1 c_{12} - a_1 (l_t + b_1)] j_y \quad (\text{B.181})$$

2)

$$r_{tt-c} = [-L_w s_{-2} - b_2 s_{-1}] j_x + [L_w c_{-2} - b_2 c_{-1}] j_z \quad (\text{B.182})$$

$$r_{tt-c} = [L_w s_2 + b_2 s_1] j_x + [L_w c_2 - b_2 c_1] j_z \quad (\text{B.183})$$

$$v_{tt} = r_{tt-a} = \frac{d[(l_s + a_2) s_{-1} j_x + (l_s + a_2) c_{-1} j_z]}{dt} \quad (\text{B.184})$$

$$v_{tt} = -(l_s + a_2) c_1 \dot{q}_1 j_x - (l_s + a_2) s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.185})$$

$$\underbrace{r_{tt-c} \times m_t v_{tt}}_2 = m_t \dot{q}_1 [L_w (l_s + a_2) c_{12} - b_2 (l_s + a_2)] j_y \quad (\text{B.186})$$

3)

$$r_{h-c} = -L_w s_{-2} j_x + L_w c_{-2} j_z = L_w s_2 j_x + L_w c_2 j_z \quad (\text{B.187})$$

$$v_h = r_{h-a} = \frac{d[L_w s_{-1} j_x + L_w c_{-1} j_z]}{dt} = -L_w c_1 \dot{q}_1 j_x - L_w s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.188})$$

$$\underbrace{r_{h-c} \times m_h v_h}_3 = m_h \dot{q}_1 L_w^2 c_{12} \quad (\text{B.189})$$

4)

$$r_{t-c} = -(l_s + a_2) s_{-2} j_x + (l_s + a_2) c_{-2} j_z \quad (\text{B.190})$$

$$r_{t-c} = (l_s + a_2) s_2 j_x + (l_s + a_2) c_2 j_z \quad (\text{B.191})$$

$$v_t = r_{t-a} = \frac{d[(L_w s_{-1} + b_2 s_{-2}) j_x + (L_w c_{-1} - b_2 c_{-2}) j_z]}{dt} \quad (\text{B.192})$$

$$v_t = (-L_w c_1 \dot{q}_1 - b_2 c_2 \dot{q}_2) j_x + (-L_w s_1 \dot{q}_1 + b_2 s_2 \dot{q}_2) j_z \quad (\text{B.193})$$

$$\underbrace{r_{t-c} \times m_t v_t}_4 = [m_t \dot{q}_1 (L_w (l_s + a_2) c_{12}) + m_t b_2 (l_s + a_2) \dot{q}_2] j_y \quad (\text{B.194})$$

5)

$$r_{s-c} = -a_1 s_{-2} j_x + a_1 c_{-2} j_z = a_1 s_2 j_x + a_1 c_2 j_z \quad (\text{B.195})$$

$$v_s = r_{s-a} = \frac{d\{[L_w s_{-1} + (l_t + b_1) s_{-2}] j_x + [L_w c_{-1} - (l_t + b_1) c_{-2}] j_z\}}{dt} \quad (\text{B.196})$$

$$v_s = [-L_w c_1 \dot{q}_1 - (l_t + b_1) c_2 \dot{q}_2] j_x + [-L_w s_1 \dot{q}_1 + (l_t + b_1) s_2 \dot{q}_2] j_z \quad (\text{B.197})$$

$$\underbrace{r_{s-c} \times m_s v_s}_5 = [m_s \dot{q}_1 (L_w a_1 c_{12}) + m_s \dot{q}_2 a_1 (l_t + b_1)] j_y \quad (\text{B.198})$$

$$H_c^- = \{ \dot{q}_1^- \overbrace{[m_s[L_w a_1 c_{12} - a_1(l_t + b_1)] + m_t[(L_w(l_s + a_2)c_{12} - b_2(l_s + a_2)] + m_h L_w^2 c_{12} + m_t L_w(l_s + a_2)c_{12} + m_s L_w a_1 c_{12}]}^{T_{H11a} + T_{H11b}} + \dot{q}_2^- \underbrace{[m_t b_2(l_s + a_2) + m_s a_1(l_t + b_1)]}_{T_{H12}} \} j_y \quad (\text{B.199})$$

$$T_{H11}^- = T_{H11a}^- + T_{H11b}^- \quad (\text{B.200})$$

$$H_c^- = [\dot{q}_1^- T_{H11}^- + \dot{q}_2^- T_{H12}^-] j_y \quad (\text{B.201})$$

Após a transição:

$$H_c^+ = \underbrace{r_{ss-c} \times m_s \dot{r}_{ss-c}}_1 + \underbrace{r_{tt-c} \times m_t \dot{r}_{tt-c}}_2 + \underbrace{r_{h-c} \times m_h \dot{r}_{h-c}}_3 + \underbrace{r_{t-c} \times m_t \dot{r}_{t-c}}_4 + \underbrace{r_{s-c} \times m_s \dot{r}_{s-c}}_5 \quad (\text{B.202})$$

1)

$$r_{ss-c} = -a_1 s_1 j_x + a_1 c_1 j_z \quad (\text{B.203})$$

$$\dot{r}_{ss-c} = -a_1 c_1 \dot{q}_1 j_x - a_1 s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.204})$$

$$\underbrace{r_{ss-c} \times m_s \dot{r}_{ss-c}}_1 = m_s a_1^2 \dot{q}_1 j_y \quad (\text{B.205})$$

2)

$$r_{tt-c} = -(l_s + a_2) s_1 j_x + (l_s + a_2) c_1 j_z \quad (\text{B.206})$$

$$\dot{r}_{tt-c} = -(l_s + a_2) c_1 \dot{q}_1 j_x - (l_s + a_2) s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.207})$$

$$r_{tt-c} \times m_t \dot{r}_{tt-c} = m_t (l_s + a_2)^2 \dot{q}_1 j_y \quad (\text{B.208})$$

3)

$$r_{h-c} = -L_w s_1 j_x + L_w c_1 j_z \quad (\text{B.209})$$

$$\dot{r}_{h-c} = -L_w c_1 \dot{q}_1 j_x - L_w s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.210})$$

$$\underbrace{r_{h-c} \times m_h \dot{r}_{h-c}}_3 = m_h L_w^2 \dot{q}_1 j_y \quad (\text{B.211})$$

4)

$$r_{t-c} = [-L_w s_1 - b_2 s_2] j_x + [L_w c_1 - b_2 c_2] j_z \quad (\text{B.212})$$

$$\dot{r}_{t-c} = [-L_w c_1 \dot{q}_1 - b_2 c_2 \dot{q}_2] j_x + [-L_w s_1 \dot{q}_1 + b_2 s_2 \dot{q}_2] j_z \quad (\text{B.213})$$

$$\underbrace{r_{t-c} \times m_t \dot{r}_{t-c}}_4 = m_t [L_w^2 \dot{q}_1 - L_w b_2 \dot{q}_1 c_{12} - b_2^2 \dot{q}_2 + L_w b_2 c_{12} \dot{q}_2] j_y \quad (\text{B.214})$$

5)

$$r_{s-c} = [-L_w s_1 - (l_t + b_1) s_2] j_x + [L_w c_1 - (l_t + b_1) c_2] j_z \quad (\text{B.215})$$

$$\dot{r}_{s-c} = [-L_w c_1 \dot{q}_1 - (l_t + b_1) c_2 \dot{q}_2] j_x + [-L_w s_1 \dot{q}_1 + (l_t + b_1) s_2 \dot{q}_2] j_z \quad (\text{B.216})$$

$$\underbrace{r_{s-c} \times m_s \dot{r}_{sc}}_5 = m_s [L_w^2 \dot{q}_1 - L_w(l_t + b_1) \dot{q}_1 c_{12} - (l_t + b_1)^2 \dot{q}_2 + L_w(l_t + b_1) \dot{q}_2 c_{12}] j_y \quad (\text{B.217})$$

$$H_c^+ = \{m_s a_1^2 \dot{q}_1 + m_t(l_s + a_2)^2 \dot{q}_1 + m_h L_w^2 \dot{q}_1 + m_t [L_w^2 \dot{q}_1 - L_w b_2 \dot{q}_1 c_{12} - b_2^2 \dot{q}_2 + L_w b_2 c_{12} \dot{q}_2] + m_s [L_w^2 \dot{q}_1 - L_w(l_t + b_1) \dot{q}_1 c_{12} - (l_t + b_1)^2 \dot{q}_2 + L_w(l_t + b_1) \dot{q}_2 c_{12}]\} j_y \quad (\text{B.218})$$

$$H_c^+ = \{ \dot{q}_1^+ \overbrace{[m_s a_1^2 + m_t(l_s + a_2)^2 + m_h L_w^2 + m_t L_w^2 - m_t L_w b_2 c_{12} + m_s L_w^2 - m_s L_w(l_t + b_1) c_{12}]}^{T_{H11}^+} + \dot{q}_2^+ \underbrace{[m_t L_w b_2 c_{12} - m_s(l_t + b_1)^2 + m_s L_w(l_t + b_1) c_{12}]}_{T_{H12}^+} \} j_y \quad (\text{B.219})$$

$$H_c^+ = \{ \dot{q}_1^+ T_{H11}^+ + \dot{q}_2^+ T_{H12}^+ \} j_y \quad (\text{B.220})$$

B.4.2 Conservação do momento angular da perna “ab” em relação ao quadril (ponto “b”)

Antes da transição:

$$H_b^- = \overbrace{r_{ssb} \times m_s \dot{r}_{ssa}}^1 + \overbrace{r_{ttb} \times m_t \dot{r}_{tta}}^2 \quad (\text{B.221})$$

$$r_{ssb} = -(l_t + b_1) s_{-1} j_x - (l_t + b_1) c_{-1} j_z \quad (\text{B.222})$$

$$r_{ssa} = a_1 s_{-1} j_x + a_1 c_{-1} j_z \quad (\text{B.223})$$

$$\dot{r}_{ssa} = -a_1 c_1 \dot{q}_1 j_x - a_1 s_1 \dot{q}_1 j_z \quad (\text{B.224})$$

$$\overbrace{r_{ssb} \times m_s \dot{r}_{ssa}}^1 = -m_s(l_t + b_1) a_1 \dot{q}_1 j_y \quad (\text{B.225})$$

De forma similar:

$$\overbrace{r_{ttb} \times m_t \dot{r}_{tta}}^2 = -m_t b_2(l_s + a_2) \dot{q}_1 j_y \quad (\text{B.226})$$

$$H_b^- = \dot{q}_1^- \underbrace{[-m_s(l_t + b_1) a_1 - m_t b_2(l_s + a_2)]}_{T_{H21}^-} j_y \quad (\text{B.227})$$

$$T_{H22}^- = 0 \quad (\text{B.228})$$

Após a colisão:

$$H_b^+ = \overbrace{r_{sb} \times m_s \dot{r}_{sc}}^1 + \overbrace{r_{tb} \times m_t \dot{r}_{tc}}^2 \quad (\text{B.229})$$

$$r_{sb} = -(l_t + b_1)s_2j_x - (l_t + b_1)c_2j_z \quad (\text{B.230})$$

$$r_{sc} = [-L_ws_1 - (l_t + b_1)s_2]j_x + [L_wc_1 - (l_t + b_1)c_2]j_z \quad (\text{B.231})$$

$$\dot{r}_{sc} = [-L_wc_1\dot{q}_1 - (l_t + b_1)c_2\dot{q}_2]j_x + [-L_ws_1\dot{q}_1 + (l_t + b_1)s_2\dot{q}_2]j_z \quad (\text{B.232})$$

$$r_{tb} = -b_2s_2j_x - b_2c_2j_z \quad (\text{B.233})$$

$$r_{sc} = [-L_ws_1 - b_2s_2]j_x + [L_wc_1 - b_2c_2]j_z \quad (\text{B.234})$$

$$\dot{r}_{sc} = [-L_wc_1\dot{q}_1 - b_2c_2\dot{q}_2]j_x + [-L_ws_1\dot{q}_1 + b_2s_2\dot{q}_2]j_z \quad (\text{B.235})$$

$$H_b^+ = \dot{q}_1^+ \underbrace{[L_w^2m_t + L_w^2m_s - L_wb_2c_{12}m_t - L_w(l_t + b_1)c_{12}m_s]}_{T_{H21}^+} + \dot{q}_2^+ \underbrace{[-(l_t + b_1)^2m_s - b_2^2m_t]}_{T_{H22}^+} \quad (\text{B.236})$$

Combinando as equações:

$$\dot{q}_1^- T_{H11}^- + \dot{q}_2^- T_{H12}^- = \dot{q}_1^+ T_{H11}^+ + \dot{q}_2^+ T_{H12}^+ \dot{q}_1^- T_{H21}^- + \dot{q}_2^- T_{H22}^- = \dot{q}_1^+ T_{H21}^+ + \dot{q}_2^+ T_{H22}^+ \quad (\text{B.237})$$

$$(\text{B.238})$$

$$\begin{bmatrix} T_{H11}^+ & T_{H12}^+ \\ T_{H21}^+ & T_{H22}^+ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^+ \\ \dot{q}_2^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{H11}^- & T_{H12}^- \\ T_{H21}^- & T_{H22}^- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1^- \\ \dot{q}_2^- \end{bmatrix} \quad (\text{B.239})$$

APÊNDICE C – Otimizador baseado em DE para obtenção de condições iniciais para o *walker* passivo com joelhos

Para encontrar as condições iniciais q_1^0 , \dot{q}_1^0 , \dot{q}_2^0 para um *walker* com massas e medidas conhecidas, o otimizador DE foi configurado com os parâmetros mostrados na Tabela C.1.

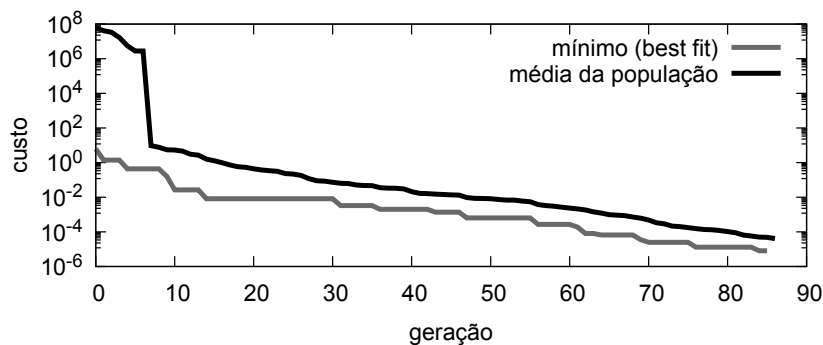
Tabela C.1 – Parâmetros utilizados no algoritmo DE para encontrar as condições iniciais para o *walker* passivo com joelhos

Parâmetro	Valor
N_{DE}	300
f_{min}	0,45
f_{max}	0,95
CR	0,9
S_{pop}	9

O número máximo de gerações com valor relativamente alto, para que um critério de convergência de erro máximo de 10^{-5} , seja sempre atingido dentro da execução. A ideia é que caso o otimizador atinja o número máximo de gerações sem atingir o critério de erro para convergência, provavelmente a busca tenha ficado presa a mínimos locais. Entretanto, em todos os testes realizados, a convergência sempre foi atingida com um número de gerações menor que o máximo. Utilizou-se o fator de intensidade de mutação aleatório entre f_{min} e f_{max} , e o limiar de *crossover* $CR = 0,9$ para promover um equilíbrio entre diversificação e intensificação. O tamanho da população foi configurado como a dimensão do problema, de 3 variáveis a serem encontradas, elevado ao quadrado.

Apresentam-se, a seguir, os gráficos de convergência e evolução das variáveis, para a execução que levou às condições iniciais utilizadas na simulação mostrada no Capítulo 4. A Figura C.1 mostra o custo do melhor indivíduo da população, junto ao custo médio da população. Observa-se, ao redor da geração número 10, uma queda acentuada, no custo médio da população, que representa que as soluções candidatas passaram a apresentar passos completos. Observa-se que o custo da melhor solução fica, por vezes, constante durante a execução, mas isto não significa que o algoritmo atingiu o valor final da solução. Portanto, é necessário observar o custo médio da população, que no exemplo apresentado, permanece decrescendo.

Figura C.1 – Custo mínimo e médio da população ao longo do processo de otimização.

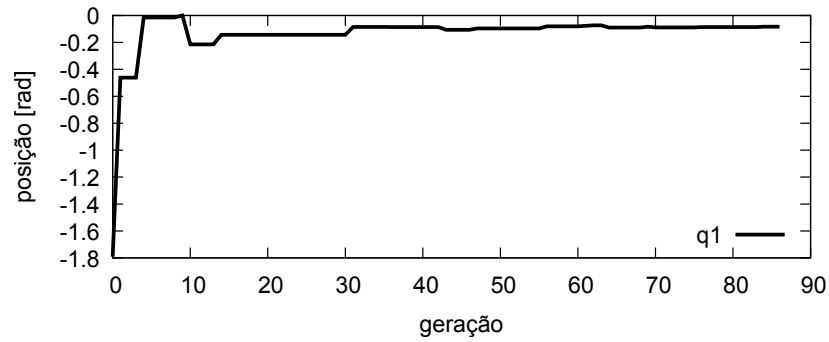


Fonte: próprio autor.

As Figuras C.2 e C.3 mostram, respectivamente, a posição angular q_1^0 e as velocidades iniciais ao longo da execução do algoritmo, para a melhor solução candidata a cada geração.

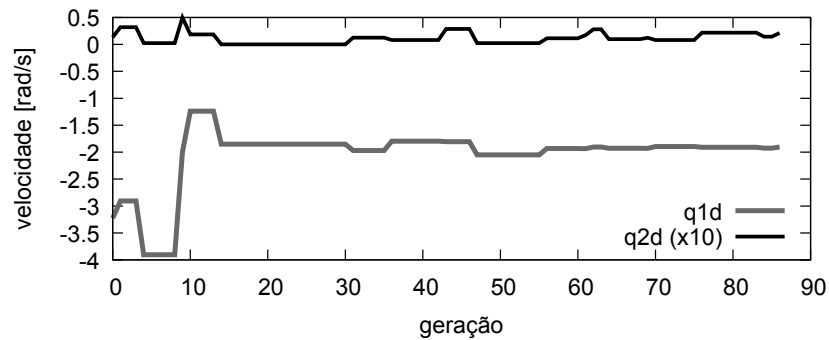
Observam-se variações maiores nas primeiras gerações e, a partir da geração de número 15, aproximadamente, a execução do algoritmo passa a resultar em ajustes mais finos das variáveis buscando a minimização do custo.

Figura C.2 – Posição angular inicial q_1^0 do indivíduo de custo mínimo, dentro da população, ao longo do processo de otimização.



Fonte: próprio autor.

Figura C.3 – Condições iniciais de velocidade do indivíduo de custo mínimo, dentro da população, ao longo do processo de otimização.



Fonte: próprio autor.

APÊNDICE D – Treinamento das RNAs e comparação com modelo de regressão por ajuste linear

Considerando a função de ativação sigmoide simétrica nas camadas ocultas e função linear na camada de saída, conforme apresentado na Subseção 5.3.3, foram realizados testes para a configuração do número de neurônios das RNAs. Foi utilizado o conjunto de treinamento para o RoboFEI, com tamanhos de passo variando entre 2,5 cm e 9,5 cm. Após o treinamento, foi computado o erro quadrático total entre a saída de cada RNA e a saída desejada (o ângulo proveniente do *walker* passivo).

Para fins de comparação com as RNAs, foi utilizado um modelo de regressão por ajuste linear de parâmetros. Tal modelo de regressão, para um dado grau N_g , é dado por ¹:

$$\begin{aligned} q_{out}(t_n, s_l) = & z_0 + z_{1,1}t_n + z_{1,2}s_l + z_{2,1}t_n^2 + z_{2,2}s_l^2 + z_{3,1}t_n^3 + z_{3,2}s_l^3 + \dots + z_{N_g,1}t_n^{N_g} + z_{N_g,2}s_l^{N_g} \\ & + z_{c1,1}t_n \times s_l + z_{c1,2}t_n \times s_l^2 + \dots + z_{c1,N_g-1}t_n \times s_l^{N_g-1} \\ & + z_{c2,1}t_n^2 \times s_l + z_{c2,2}t_n^2 \times s_l^2 + \dots + z_{c2,N_g-2}t_n^2 \times s_l^{N_g-2} \\ & + \dots + z_{cN_g-1,1}t_n^{N_g-1} \times s_l \quad (D.1) \end{aligned}$$

No modelo mostrado na Equação (D.1), os termos são de ordem entre 0 e N_g , e são obtidos pela exponenciação de cada parâmetro e pela multiplicação entre os parâmetros com expoentes cuja soma seja no máximo igual a N_g . Os parâmetros z são obtidos através do método dos mínimos quadrados. O script Octave utilizado foi:

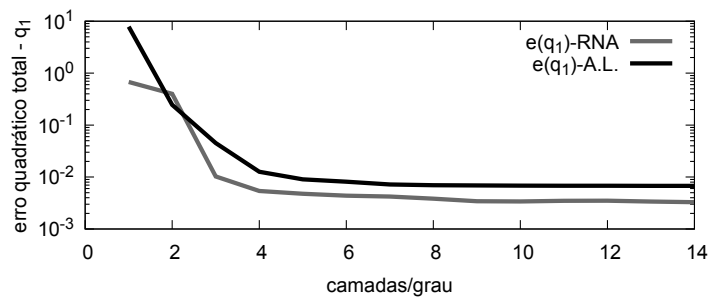
```
train1 = load('octave_pwwk1.train');
Ng = 15; %variar de acordo com o grau utilizado
a = train1(:,1); %t_n
b = train1(:,2); %s_l
Y = train1(:,3); %q
X = [a.^0];
for i = 1:Ng
    X = [X, a.^i, b.^i];
end
for i = 1:Ng
    for j = 1:Ng
        if(i+j<=Ng)
            X = [X, (a.^i).*b.^j];
        end
    end
end
Z = pinv(X)*Y;
yout = [];
eqt = 0; %erro quadratico total
for i = 1:length(Y)
    yout(i) = X(i,:)*Z;
    eqt = eqt + (yout(i)-Y(i))^2;
end
```

¹a dependência do tempo nos parâmetros da função foi omitida para simplificação.

A Figura D.1 mostra o erro quadrático total obtido com o treinamento da RNA do tipo FCC, com número de neurônios variando entre 1 e 14. Os resultados mostrados são referentes à média de 10 execuções do treinamento. Junto à curva do erro obtido com a RNA, mostra-se a curva obtida com o ajuste linear (A.L.)², para o ângulo de saída q_1 . Observa-se que, com o ajuste linear, não há melhoria significativa a partir de do grau 8, aproximadamente e que com a RNA foi possível obter erros menores. O número de neurônios igual a 12 foi definido por considerar-se que não houve melhoria significativa com o uso de mais neurônios e que o aumento do número de neurônio aumenta também o custo computacional.

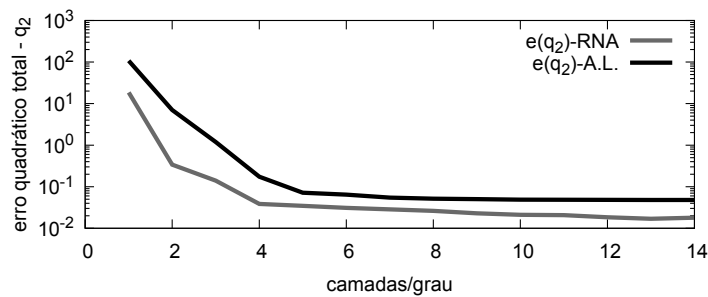
As Figuras D.2 e D.3 mostram os resultados para q_2 e q_3 , respectivamente, sendo a mesma análise feita para q_1 válida para q_2 e q_3 .

Figura D.1 – Erro quadrático total para a posição angular q_1 .



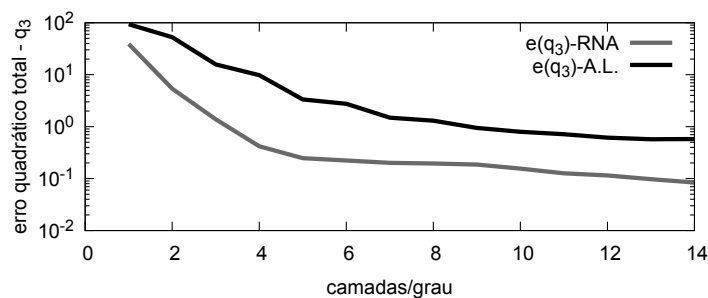
Fonte: próprio autor.

Figura D.2 – Erro quadrático total para a posição angular q_2 .



Fonte: próprio autor.

Figura D.3 – Erro quadrático total para a posição angular q_3 .



Fonte: próprio autor.

²O ajuste é determinístico. Assim, não foi utilizada a média de múltiplas execuções.

Destaca-se que, além dos modelos comparados, é possível também utilizar uma *lookup table*, para o mapeamento de q_1 , q_2 e q_3 , o que resultaria em possivelmente um menor custo computacional de execução, mas um maior uso de memória.

APÊNDICE E – Resultados dos testes de sintonia dos controladores

A Tabela E.1 mostra 11 conjuntos de sintonia testados para o RoboFEI. Observou-se que foi possível atingir um conjunto de parâmetros que resultou em caminhadas sem problemas de deslizamento e *tilt* mantendo $\rho_1 = \rho_3 = \rho_4$, com valor unitário, e $\lambda_1 = \lambda_3 = \lambda_4$. Iniciou-se com todos os parâmetros com valor 1, verificando um resultado muito oscilatório e com problemas de equilíbrio. Aumentou-se então os pesos para o CoM, depois para as de posição das pernas e então foram reduzidos os pesos das ações de controle para os braços, pé flutuante e torso. Depois, foi reduzido o peso que limita o movimento dos braços e então realizada mais uma rodada de aumento dos pesos para o CoM, saídas e custos restritivos e redução de pesos nas ações de controle dos braços. Observou-se na Sintonia 10 um resultado satisfatório, no sentido de não haver deslizamento e *tilt*. Na Sintonia 11 foi aumentado o custo restritivo através do peso λ_{CR4} , o que tornou a resposta de $\theta_4(k)$ mais próxima da referência, mas apresentou leves deslizamentos para alguns tamanhos de passo. Dessa forma, encerrou-se a busca com a Sintonia 10.

Tabela E.1 – Conjuntos de sintonia do controlador para o RoboFEI

S.	ρ_1	ρ_3	ρ_4	ρ_{T0}	ρ_{TI}	ρ_{SF}	ρ_{arm}	λ_1	λ_3	λ_4	λ_{SF}	α_x	α_y	λ_{TI}	λ_{arm}	λ_{CRI}	λ_{CR4}	λ_{pxCoM}	λ_{pyCoM}
1	1	1	1	1	1,0	1,0	1,00	1	1	1	1	1	1	1,0	1,00	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1,0	1,0	1,00	1	1	1	1	1	1	1,0	1,00	1	1	10	5
3	1	1	1	1	1,0	1,0	1,00	2	2	2	2	1	1	1,0	1,00	1	1	10	5
4	1	1	1	1	1,0	1,0	1,00	2	2	2	2	1	1	1,0	1,00	10	10	10	5
5	1	1	1	1	0,5	0,5	0,50	2	2	2	2	1	1	1,0	0,50	10	10	10	5
6	1	1	1	1	0,5	0,5	0,50	2	2	2	2	2	2	1,0	0,50	10	10	20	10
7	1	1	1	1	0,5	0,5	0,25	2	2	2	2	2	2	1,0	0,25	30	30	20	10
8	1	1	1	1	0,5	0,5	0,25	2	2	2	2	3	2	1,0	0,25	30	30	20	10
9	1	1	1	1	0,5	0,5	0,25	3	3	3	3	4	2	1,0	0,25	30	30	20	10
10	1	1	1	1	0,5	0,5	0,25	3	3	3	3	4	2	1,0	0,25	45	30	20	10
11	1	1	1	1	0,5	0,5	0,25	3	3	3	3	4	2	1,5	0,25	60	30	20	10

Fonte: próprio autor

A Tabela E.2 mostra os resultados de erros de saídas e energia das ações de controle resultantes do uso dos conjuntos de parâmetros mostrados na Tabela E.1. Observa-se que os resultados de erros para o CoM na Sintonia 10 estão entre os mais baixos, o que reforça a análise qualitativa de qualidade de resposta avaliada. Ainda, observa-se que o resultado de erros para $\theta_1(k)$ e $\theta_{SF}(k)$ estão entre os menores e o erro para $\theta_4(k)$ está em um valor intermediário, apesar do resultado para $\theta_3(k)$ ter um valor mais alto que os anteriores.

Tabela E.2 – Testes de sintonia do controlador para o RoboFEI

S.	e_{θ_1}	e_{θ_3}	e_{θ_4}	$e_{\theta_{SF}}$	$e_{\theta_{TI}}$	e_{pxCoM}	e_{pyCoM}	e_{u_1}	e_{u_3}	e_{u_4}	$e_{u_{SF}}$	$e_{u_{TI}}$	$e_{u_{T0}}$	$e_{u_{arm}}$
1	0,22	0,23	0,75	0,30	0,25	0,45	0,26	0,17	1,54	1,23	1,19	0,16	0,77	0,00
2	1,42	0,16	0,88	0,30	0,36	0,13	0,04	0,27	1,44	1,25	1,20	0,24	0,92	0,01
3	1,09	0,20	0,58	0,13	0,38	0,15	0,04	0,24	1,47	1,61	1,58	0,19	0,92	0,01
4	0,39	0,23	0,58	0,13	0,67	0,25	0,04	0,20	1,47	1,68	1,62	0,21	0,92	0,03
5	0,40	0,23	0,62	0,05	0,68	0,24	0,05	0,20	1,49	1,67	1,81	0,23	0,94	0,10
6	0,84	0,31	0,72	0,05	2,51	0,10	0,03	0,22	1,61	1,68	1,80	0,33	1,03	0,34
7	0,39	0,34	0,86	0,06	5,15	0,13	0,03	0,22	1,79	1,79	1,84	0,71	1,01	0,62
8	0,35	0,29	0,87	0,05	4,13	0,11	0,03	0,22	1,69	1,82	1,80	0,59	1,03	2,01
9	0,38	0,35	0,81	0,06	5,29	0,09	0,03	0,22	1,76	1,73	1,81	0,71	1,03	2,61
10	0,30	0,46	0,75	0,05	7,76	0,08	0,03	0,22	1,93	1,84	1,98	0,99	1,01	3,60
11	0,28	0,50	0,80	0,04	5,18	0,09	0,03	0,23	1,78	1,83	1,97	0,77	1,01	4,80

Fonte: próprio autor