

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – MESTRADO ACADÊMICO EM FÍSICA**

PIERRE ALEXANDRE GOMES

**RESTRIÇÕES NOS PARÂMETROS DE MASSA, RAIO E CAMPO MAGNÉTICO NO
MAGNETAR 3XMM-J185246 POR UMA ATMOSFERA PARCIALMENTE
IONIZADA DE CARBONO**

JOINVILLE

2021

PIERRE ALEXANDRE GOMES

**RESTRIÇÕES NOS PARÂMETROS DE MASSA, RAIo E CAMPO MAGNÉTICO NO
MAGNETAR 3XMM-J185246 POR UMA ATMOSFERA PARCIALMENTE
IONIZADA DE CARBONO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós–Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Rafael Camargo Rodrigues de Lima

**JOINVILLE
2021**

Ficha catalográfica elaborada pelo(a) autor(a), com
auxílio do programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC

Gomes, Pierre Alexandre

Restrições nos parâmetros de massa, raio e campo magnético no Magnetar 3XMM-J185246 por uma atmosfera parcialmente ionizada de Carbono / Pierre Alexandre Gomes. - Joinville, 2021.

76 p.

Orientador: Rafael Camargo Rodrigues de Lima.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville, 2021.

1. Astrofísica Relativística. 2. Estrelas de Nêutrons.
3. Pulsares. 4. Relatividade Geral. I. Lima, Rafael Camargo Rodrigues de . II. , . III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Física. IV. Título.

PIERRE ALEXANDRE GOMES

**RESTRIÇÕES NOS PARÂMETROS DE MASSA, RAIO E CAMPO MAGNÉTICO NO
MAGNETAR 3XMM-J185246 POR UMA ATMOSFERA PARCIALMENTE
IONIZADA DE CARBONO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Rafael Camargo Rodrigues de Lima

BANCA EXAMINADORA:

ORIENTADOR:

Prof. Dr. Rafael Camargo Rodrigues de Lima
UDESC - CCT

Membros:

Prof. Dr. Edgard Pacheco Moreira Amorim
UDESC - CCT

Prof. Dr. Jaziel Goulart Coelho
UTFPR, INPE

Joinville, 04 de novembro de 2021

Action is consolatory. It is the enemy of thought
and the friend of flattering illusions. - Joseph
Conrad.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família – Minha mãe e vó. Foram meus pilares de criação e educação. Em particular, aos estigmas de mãe solteira que assombravam os anos 90. Mas não foi isso que a parou. Dedicou intensa parte da vida a me ensinou valores morais e sociais nos quais carrego até hoje. Muitos anos mais tarde, me ensinou que nunca é tarde para recomeçar. À elas, todo o meu apreço pelos momentos mais difíceis, não só na graduação, mas também na pós. Agora, apenas me resta à reconstituição daquilo que deixaram para trás para que eu obtivesse algo.

À minha grande admiração ao professor Jorge Gonçalves Cardoso, no qual eu considero o melhor Físico Relativístico do país. Sua sagacidade, tanto como pesquisador e docente, me fizeram ter um deslumbramento fabuloso sobre a Relatividade Geral. Suas anotações são raras e difíceis de encontrar. Contém parte de sua grande sabedoria ao percorrer seus estudos no Paquistão e em Oxford com o Professor Dr. Roger Penrose. Deixo marcado aqui o orgulho que tive como seu aluno em Relatividade Geral e Mecânica Quântica Relativística.

Aos meus colegas do grupo de pesquisa – Caroline Meurer de Liz e Rodrigo da Silva. Muitas conversas sobre o futuro da ciência no momento mais assombroso que esse país passa. Muita ajuda mútua nessa vasta área que é a Astrofísica Relativística.

Ao meu orientador, Rafael Camargo Rodrigues de Lima, por ter me proporcionado fazer parte desse grande projeto. O meu apreço às respostas em dias e horas não apropriadas para cada dúvida que me surgiisse. Ao longo desse processo me ensinou a absorver diversas ferramentas complexas de astro-estatística. E, não por menos, das disciplinas em modo remoto sobre objetos compactos que trouxeram júbilo aos meus dias.

À CAPES pelo suporte financeiro. Não somente pelos usuais vinte e quatro meses, mas também pela extensão de seis meses devido às instabilidades e contratemplos provocados pela pandemia.

Afinal, não há nada mais agradável e curioso do que estudar essas estrelas compactas e mortas. Destarte, somos os legistas das estrelas.

“I bow low. I have observed the apparition of a guest star. Its color was an iridescent yellow....The land will know prosperity” (Yang Wei-T’e, Imperial Astronomer of the Sung Dynasty, 1054.)

RESUMO

O magnetar 3XMM J185246.6+003317 foi detectado das explosões na faixa de raios-X em setembro de 2008 próximo ao remanescente de supernova Kes 79 pelo satélite XMM-Newton. Esse objeto compacto não aparenta possuir companheiras binárias ou discos de acreção, tornando mais complexa a determinação de sua massa. As curvas de luz de desse magnetar, que a partir de agora será abreviado por motivos práticos para 3XMM-J185246, foram obtidas pelo satélite e comparadas ao modelo de perfil de pulso desse trabalho. O espaço-tempo fora da estrela é descrita pela métrica de Schwarzschild devido à baixa rotação de $P = 11,66$ s do magnetar. Considera-se assim que a radiação é oriunda de regiões quentes e circulares de tamanhos arbitrários na superfície da estrela. Com isso, o modelo adotou três regiões circulares emissoras na superfície do objeto compacto e uma atmosfera parcialmente ionizada de carbono. A atmosfera permite uma maior restrição do conjunto de parâmetros que foram obtidos com auxílio de ferramentas estatísticas computacionais como Algoritmo Genético e Cadeias de Markov via Monte Carlo. Assim, com três observações em datas diferentes, o melhor modelo de perfil de pulso foi com uma massa de $M = 0,58 M_{\odot}$, raio $R = 15,9$ km e campo magnético $B = 10^{12,79}$ G. Estas análises sugerem um campo magnético multipolar com componentes toroidais que são características típicas de magnetares. Ademais, é perceptível o desvio da cauda de Wien em comparação com o espectro de corpo negro. A cauda deste é mais rígida e altamente polarizada no modo normal extraordinário.

Palavras-chave: Estrelas de Nêutrons. Magnetares. Astrofísica Relativística.

ABSTRACT

The magnetar 3XMM J185246.6+003317 was detected from X-ray outbursts in September 2008 near to the non-remnant of Kes 79 supernova by the 3XMM-Newton satellite. This compact object does not appear to have binary companions or accretion clubs, then loses part of mass precision. The light curves of this magnetar which from now on will be abbreviated for practical reasons to 3XMM-J185246 were obtained by the satellite and compared to the pulse profile model of this work. The spacetime outside the star is reduced by the Schwarzschild metric due to a low rotation of $P = 11,66$ s of the magnetar. The radiation is considered to originate from hot, circular regions of arbitrary sizes on the surface of the star. The model adopted three circular emitting regions on the surface of the compact object and a partially ionized carbon atmosphere. The atmosphere allows for a greater restriction of the set of parameters that were obtained with the aid of computational statistical tools such as Genetic Algorithm and Markov Chains Monte Carlo. With three useful in different data, the best pulse profile model was with a mass of $M = 0,58M_{\odot}$, radius $R = 15,9k$ km and magnetic field $B = 10^{12,79}$ G. These analyzes obtained a multipolar magnetic field with toroidal components, which disregards the 3XMM-J185246 object as a typical isolated canonical neutron star. Furthermore, the deviation of the Wien tail in comparison to the blackbody spectrum is noticeable. The tail is more hard and highly polarized in extraordinary normal mode.

Keywords: Neutron Star. Magnetar. Relativistic Astrophysics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<p>Figura 1 – A imagem à esquerda mostra a Nebulosa do Caranguejo. É o remanescente de supernova observado pela primeira vez pelos chineses em 1054. À direita mostra a região interna da nebulosa, onde é possível encontrar um pulsar. CRÉDITOS: NASA.</p> <p>Figura 2 – Primeiras observações dos pulsos emitidos por CP 1919 em 1967. CRÉDITOS: Cambridge University.</p> <p>Figura 3 – Em estrelas de massa elevada o ciclo evolutivo só termina quando o núcleo é formado por ferro e camadas constituídas por diferentes elementos. CRÉDITOS: NASA.</p> <p>Figura 4 – O modelo que ilustra o interior das ES são subdivididos em camadas. Puro quark é rodeado por uma mistura de fase cristalina com hadrons imersos em quarks até atingirem a crosta iônica. FONTE: Imagem retirada da referência (GLENDENNING, 2012).</p> <p>Figura 5 – Espaço de fase (campo magnético de superfície <i>versus</i> período) das classes e subclasses das populações de estrelas de nêutrons. FONTE: (HARDING, 2013).</p> <p>Figura 6 – À esquerda: A estrela de nêutrons com regiões de linhas de campo aberta e fechada dentro do cilindro de luz. À direita: Uma ampliação da magnetosfera mostrando o processo de produção de elétrons-pósitrons e radiação. FONTE (LORIMER; KRAMER, 2004)</p> <p>Figura 7 – Representação da ES dentro do cilindro de luz imaginário com as linhas de campo magnético, eixo de rotação e dipolo magnético. FONTE (LORIMER; KRAMER, 2004)</p> <p>Figura 8 – Modelo de um campo magnético toroidal em um magnetar. FONTE: (TURROLLA; ZANE; WATTS, 2015)</p> <p>Figura 9 – Reação estrutural de três átomos (H, He, Zn) a um campo magnético da ordem de $B = 10^{12}$ G. FONTE: (MÉSZÁROS, 1992)</p> <p>Figura 10 – Movimento helicoidal de uma partícula carregada em um campo magnético B. FONTE: (MÉSZÁROS, 1992)</p> <p>Figura 11 – Fluxo espectral <i>versus</i> energia (keV). Observa-se os elementos químicos hidrogênio, hélio, ferro e se compara com o espectro de corpo negro nas linhas pontilhadas. O efeito atmosférico exibe um comportamento diferente do espectro de corpo negro por prolongar a cauda no eixo de energia. Ilustração retirada de: (ZAVLIN; PAVLOV, 2002).</p> <p>Figura 12 – Comparação da distorção espaço-temporal causada pelo Sol e por três objetos compactos (anã branca, estrela de nêutron e buraco negro). FONTE: (JUWIG, 2017)</p>	<p>19</p> <p>20</p> <p>21</p> <p>22</p> <p>23</p> <p>26</p> <p>27</p> <p>27</p> <p>28</p> <p>28</p> <p>33</p> <p>36</p>
--	---

Figura 13 – Exemplo de uma relação linear entre x_1 e y . Fonte: (HILBE; SOUZA; ISHIDA, 2017)	43
Figura 14 – Resultados de uma regressão linear. Os pontos expressam os dados sintéticos observados. A linha sólida diagonal é o melhor encaixe dos dados com a RL. As linhas verticais são os resíduos ε_i . Autor: (HILBE; SOUZA; ISHIDA, 2017)	44
Figura 15 – Dados iniciais são inseridos e passam pelo processo MCMC para gerar a distribuição posterior. Autor: (KIPPING, 2016)	46
Figura 16 – Imagem da observação 0550670201 feita pela câmera MOS 2 . A imagem está na escala logarítmica; unidades são contadas por pixel. Fonte e região de fundo feita através do Satélite XMM-Newton. Fonte: (ZHOU et al., 2014)	52
Figura 17 – Modelo geométrico do Magnetar ilustrando a trajetória curva de um fóton. Fonte: (LIMA et al., 2019).	53
Figura 18 – Geometria para uma única região emissora na cor laranja. LOS está representado pelo vetor $\hat{\mathbf{I}}$. A região pontilhada é o limite de visualização θ_F . Além disso, o vetor unitário $\hat{\mathbf{c}}$ é perpendicular à superfície e é possível observar a restrição de ϕ_θ . Fonte: (TUROLLA; NOBILI, 2013)	54
Figura 19 – Visão da geometria esférica da ES. São representadas $N = 3$ regiões emissoras com vetores unitários ($\hat{\mathbf{c}}$, $\hat{\mathbf{r}}$ e $\hat{\mathbf{I}}$) indicando o a direção da região polar, de rotação e LOS, respectivamente. Fonte: (LIMA et al., 2019)	56
Figura 20 – Possibilidade de interpolação do NSMAXG para espectros de temperatura de 0,3 - 0,8 keV. A primeira figura possui um campo magnético de 10^{12} G, a segunda figura mostra a interpolação de $10^{12.5}$ G com última de 10^{13} G. Fonte: Autor.	57
Figura 21 – Quantidade de pontos de luz por segundo para do magnetar durante seu período de rotação para os casos I, II e III respectivamente. Fonte: Autor.	62
Figura 22 – Os parâmetros (caso I) campo magnético, massa, raio e a terceira latitude, respectivamente. Com um número total de 100 caminhantes (<i>walkers</i>) para 1000 passos (<i>steps</i>). Fonte: Autor.	63
Figura 23 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso I. Fonte: Autor.	64
Figura 24 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso II. Fonte: Autor.	65
Figura 25 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso III. Fonte: Autor.	66
Figura 26 – A figura demonstra a evolução de um campo multipolar. Fonte: (LASKY et al., 2011)	67
Figura 27 – Espectro atmosférico para uma atmosfera de carbono com campo magnético radial. Uma interpolação de temperatura é feita de 0,3 – 0,8 keV. Fonte: Autor.	69

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Quantidades necessárias para uma boa evolução dos parâmetros através do GA.	50
Tabela 2 – Lista de parâmetros livres e seus espectros utilizados pelo GA para o ajuste do feixe de fôtons. A primeira região quente é referência para as demais longitudes e colatitudes.	50
Tabela 3 – Cada modelo (<i>Switch</i>) corresponde à uma determinada atmosfera. Uma interpolação entre os modelos otimiza o conjunto de parâmetros do magnetar.	58
Tabela 4 – Tabela dos parâmetros L_a , k_a e Q . Fonte: (CHANDRASEKHAR, 1960)	59
Tabela 5 – Escolha manual para os limites inferiores e superiores para a procurar de parâmetros pelo GA.	59
Tabela 6 – Resultado dos modelos testados	61

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AG	Algoritmo genético
MCMC	Monte Carlo Markov Chain
ES	Estrelas de nêutrons
CDQ	Cromodinâmica Quântica
PAR	Pulsar alimentado por rotação
ENI	Estrela de nêutrons isolada.
PBMX	Pulsar que emite raio-X com companhia binária de baixa massa.
PAMX	Pulsar que emite raio-X com companhia binária de grande massa
PMS	Pulsares de milisegundos
CL	Cilíndro de luz
NICER	Satélite Neutron Star Composition Explorer
OC	Objetos Compactos
RG	Relatividade Geral

LISTA DE SÍMBOLOS

M_{\odot}	Massa Solar
\hbar	Constante de Planck reduzida
e	Carga do elétron
m_e	Massa do elétron
c	velocidade da luz
k	Constante de Boltzmann
G	Constante gravitacional
\mathfrak{M}	Manifold (variedade topológica)
λ	Comprimento de onda de de Broglie
Z	Número atômico
\dot{P}	Taxa de variação do período com o tempo
τ_{age}	Idade da estrela

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	16
2	ESTRELAS DE NÊUTRONS	19
2.1	DESCOBERTA E FORMAÇÃO	19
2.2	TIPOS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS	22
2.3	CARACTERÍSTICAS BÁSICAS	24
2.4	EFEITOS QUÂNTICOS EM FORTES CAMPOS MAGNÉTICOS	29
2.5	OS NÍVEIS DE ENERGIA DE UM ÁTOMO MAGNETIZADO	30
2.6	RELAÇÃO MASSA-RAIO	31
2.7	ATMOSFERA	32
3	RELATIVIDADE GERAL	36
3.1	INTRODUÇÃO	36
3.2	SOLUÇÃO DE SCHWARZSCHILD	40
3.3	REDSHIFT GRAVITACIONAL	41
3.4	EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF	42
4	CONSIDERAÇÕES ESTATÍSTICAS	43
4.1	ESTATÍSTICA FREQUENTISTA VS BAYESIANA	43
4.2	MÉTODO MONTE CARLO MARKOV CHAINS	45
4.3	DIAGNÓSTICO DE GELMAN-RUBIN	46
4.4	O CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE	48
4.5	ALGORITMO GENÉTICO	48
5	METODOLOGIA	51
5.1	MAGNETAR 3XMM J185246	51
5.2	MODELO DO PERFIL DE PULSO	52
5.3	CONSTRUÇÃO DO MODELO ATMOSFÉRICO	55
6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	61
6.1	ANÁLISE DOS DADOS ESTATÍSTICOS	61
6.2	ANÁLISE DO ESPECTRO ATMOSFÉRICO	68
7	CONCLUSÕES	71
7.1	PERSPECTIVAS FUTURAS	72
	REFERÊNCIAS	74

1 INTRODUÇÃO

As Estrelas de nêutrons (ES) são os objetos compactos (OC) resultantes da morte de estrelas massivas em uma violenta explosão em supernova que retira grande quantidade de sua matéria. Com isso, é possível atingir densidades nucleares $\sim 10^{14}$ g/cm³ e no modelo canônico (GLENDENNING, 2012) possuem aproximadamente 10 – 15 km de raio e massa $1,4 M_{\odot}$. As ES possuem enormes campos magnéticos entre $10^{10} \sim 10^{15}$ G e campos gravitacionais de 2×10^{12} m/s², o que é em torno de 2×10^{11} mais forte que o da Terra. Assim, com a combinação de extremos campos gravitacionais, campos magnéticos e densidades nucleares, esses OC são excelentes laboratórios para provar teorias físicas desde à eletrodinâmica quântica à teoria da relatividade geral.

Com os avanços tecnológicos nas observações de altas energias, foi possível identificar uma nova classe de OC – os magnetares. Esses são totalmente isolados e emitem pulsos de raios-X com propriedades peculiares. Atualmente, essa classe de estrelas mortas se divide em duas subclasses: Os Repetidores de Raio Gamma Suave (RGS) e os Pulsares Anômalos de Raios-X (PAX). O primeiro emite pequenas, porém, intensas explosões na parte rígida de raios-X e suave no espectro do raio-gamma e, como exemplo, nosso objeto de estudo – magnetar 3XMM J185246 . O último, identificado como pulsar emissor de raios-X suave (< 10 keV) são chamados de anômalos por causa da alta luminosidade ($10^{34} - 10^{36}$ ergs s⁻¹) que não pode ser facilmente explicado aplicando as teorias convencionais de outras classes de pulsares; e.g., acreção de uma companheira binária ou a injeção de energia rotacional na magnetosfera (TUROLLA; ZANE; WATTS, 2015).

O satélite *XMM-Newton* detectou, em 2008, o magnetar 3XMM-J185246 próximo ao remanescente de supernova Kes 79. O objeto estava em atividade e as explosões foram observadas no espectro de raios-X. Possui um período $P = 11.66$ s, uma taxa variacional no período $\dot{P} < 1.4 \times 10^{-13}$ s/s com um campo magnético de superfície de $B < 4.1 \times 10^{13}$ G, idade $\tau_{age} = 1.3$ Myrs e luminosidade de rotação $L < 3.6 \times 10^{30}$ ergs/s (PEREIRA; COELHO; LIMA, 2019).

O objetivo desse trabalho foi criar um modelo teórico do perfil de pulso incorporando os efeitos de uma atmosfera de carbono. Com isso, é possível obter uma maior restrição dos principais parâmetros – massa, raio e campo magnético. Além disso, os efeitos de um campo magnético subcrítico com uma atmosfera de plasma causam grande anisotropia e polarização da radiação observada. Essa atmosfera foi adicionada através do pacote *Neutron Star with a Magnetic Atmosphere* (NSMAXG) que incorpora os espectros atmosféricos obtidos pelos autores (MORI; HO, 2007) e (POTEKHIN; CHABRIER, 2004). Ambos autores levaram em consideração equações de estados (EDE) mais atualizadas da época, efeitos de opacidade, alta densidade de plasma e energias $E \simeq 0.05 - 10$ keV.

Assim, foram utilizados três conjuntos de dados, cada um referente a uma época distinta de observação realizada em 2008 pelo satélite *XMM-Newton* para efeito de comparação com o nosso modelo teórico. Esse incorpora três regiões circulares quentes e emissoras térmicas com aberturas arbitrárias em qualquer latitude, longitude ou colatitude. É importante notar que cada região é altamente magnetizada e pode possuir qualquer temperatura, tamanho e posição. Dessa forma, a interpolação obtida por NSMAXG garante qualquer espectro atmosférico seja obtido a partir dos parâmetros resultantes das funções de distribuições de probabilidades.

Uma grande e importante parte deste trabalho foi a incorporação de métodos estatísticos para aumentar a eficiência e velocidade de convergência dos dados computacionais e analisar os parâmetros em gráficos multidimensionais. Para isso, a inferência clássica ou frequentista foi abandonada, pois essas previsões são feitas com dados disponíveis, enquanto na inferência bayesiana é possível adicionar modelos preditivos. Ou seja, é mais eficiente por possibilitar a inclusão de informações e dados coletados através do próprio pesquisador. Assim, o modelo utiliza algoritmo genético (GA) para obter os melhores parâmetros iniciais e, então, o método *Monte Carlo Markov Chain* (MCMC) faz a busca em todo o espaço de parâmetros pela melhor solução possível. Dessa forma, o MCMC permite construir uma função de densidade de probabilidade posterior e, assim, é possível evoluir o conjunto de parâmetros que serão descritos nesse trabalho.

A dissertação foi dividida da seguinte forma:

- Fundamentação teórica contemplando os tópicos históricos, sobre formação e características básicas das EN. Além disso, incorpora os efeitos atmosféricos e a interação matéria e radiação em um plasma denso com campos magnéticos que causam polarização e anisotropia da radiação. E, também, a estrutura matemática da relatividade geral (RG) e a métrica abordada no espaço-tempo ao redor de objetos compactos.
- As considerações estatísticas serão os fundamentos para toda metodologia devido ao abandono da estatística clássica e a migração para estatística Bayesiana. Nessa parte será descrito com detalhes como funciona o algoritmo genético (AG), assim como o método das cadeias de Markov via Monte Carlo (MCMC). Além disso, os critérios de parada foram implementados com o diagnóstico de Gelman-Rubin e o critério de informação de Akaike.
- Na abordagem metodológica será mostrado como foi criado o perfil de pulso teórico, a

incorporação de uma atmosfera de carbono e é exposto o conjunto de parâmetros que será utilizado com a incorporação estatística.

- Resultados, discussões e conclusões fecham essa dissertação ressaltando os principais parâmetros obtidos computacionalmente e sugestões para novos estudos, como por exemplo, encontrar as EDE que descrevam adequadamente as propriedades internas do magnetar.

2 ESTRELAS DE NÊUTRONS

2.1 DESCOBERTA E FORMAÇÃO

A existência de uma estrela formada por nêutrons foi cogitada por Baade e Zwicky (1934) enquanto investigavam energias liberadas por explosões em supernovas. Inspirados pela descoberta dos nêutrons por Chadwick (1932), acreditaram que existiriam OC formados por nêutrons degenerados e que estes estariam no fim do processo de fusão nuclear que determina a vida estelar. Assim, a explosão dessas estrelas em supernova liberaria uma energia de ligação gravitacional que explicaria o motivo desses objetos serem vistos à luz do dia (GLENDENNING, 2012).

Em 1939, muitos anos antes da descoberta das EN, Oppenheimer, Volkof e Tolman obtiveram um modelo físico para os OC através da redução das equações de Einstein para o interior de uma estrela, estática, esférica e relativística. Nesse modelo o raio seria $R \simeq 10$ km e a massa $M \simeq 3M_{\odot}/4$ (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 2008). Um ano depois, Woltjer estimou que a conservação do fluxo magnético durante o colapso da estrela produziria campos da ordem de 10^{12} G e isso poderia ser a fonte da energia observada na nebulosa do Caranguejo (Figura 1).

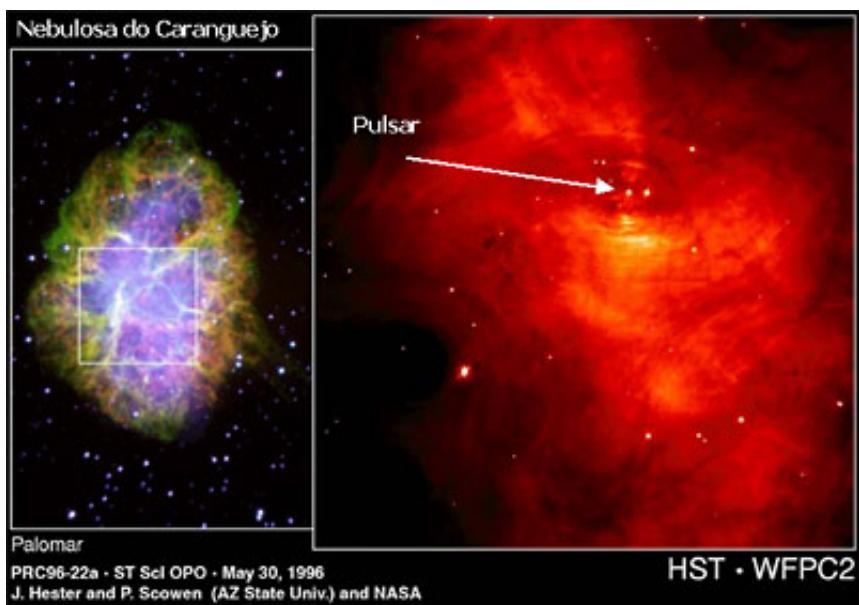


Figura 1 – A imagem à esquerda mostra a Nebulosa do Caranguejo. É o remanescente de supernova observado pela primeira vez pelos chineses em 1054. À direita mostra a região interna da nebulosa, onde é possível encontrar um pulsar. CRÉDITOS: NASA.

A estudante de graduação Jocelyn Bell fazia parte do grupo de pesquisa liderado por Antony Hewish quando descobriu, em 1967, pulsos de rádio (com período de 1,337 s) que apareciam todos os dias durante quatro minutos. Trinta e quatro anos depois da sugestão de Baade e Zwicky que estrelas de nêutrons deveriam ser a fonte da energia de ligação gravitacional

encontrada em supernovas, o grupo liderado por Hewish publicou sobre o primeiro pulsar descoberto, denominado CP1919 (Figura 2). Com essa descoberta, Gold postulou em 1968 que pulsares são estrelas de nêutrons que rotacionam rapidamente.

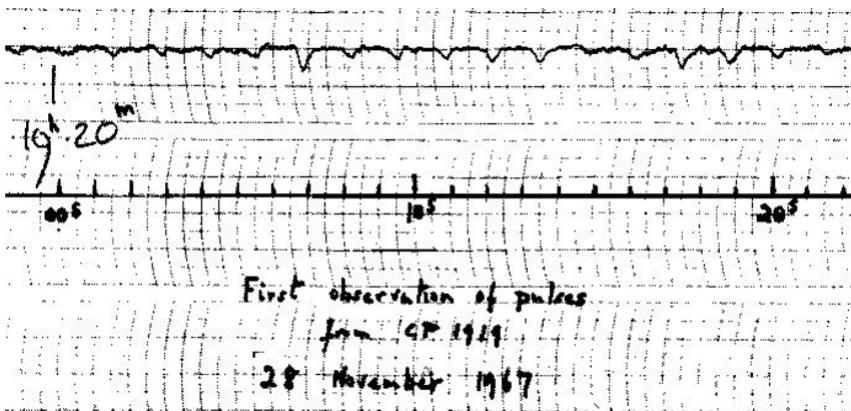
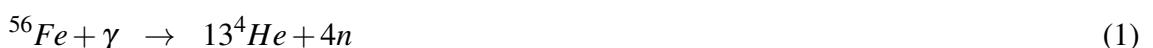


Figura 2 – Primeiras observações dos pulsos emitidos por CP 1919 em 1967. CRÉDITOS: Cambridge University.

As ES são o resultado do colapso de estrelas com massas entre $10 \leq \frac{M}{M_{\odot}} \leq 20$ (TUROLLA; ZANE; WATTS, 2015) que passam por uma violenta explosão quando ocorre um desequilíbrio entre a pressão termonuclear e a força gravitacional. Esta ocorre pois o processo de fusão de elementos do grupo do ferro (Fe, Ni, Co) é endotérmico, necessitando assim de energia para ocorrer. Dessa forma, não há mais uma pressão de radiação que se equilibre com o peso da própria estrela e o colapso é inevitável.

Nesse estágio, com uma temperatura em torno de $T \simeq 10^9$ K, a única força a se opor à força gravitacional e ao colapso final da estrela, é a força resultante da pressão de elétrons degenerados não-relativísticos. Quando a densidade do núcleo cresce até chegar ao limite de Chandrasekhar ($1,4 M_{\odot}$) ocorre um processo de fóton-desintegração favorecendo a quantidade de nêutrons no núcleo:



Após o processo de fusão de cada elemento, envoltórios concêntricos são criados (Figura 3) com os elementos estabilizados em um gradiente do mais pesado ao mais leve. A explosão retira massa o suficiente da estrela (as camadas externas ao núcleo) e inicia-se uma queda em direção ao seu centro de massa. Uma onda de choque surge quando a matéria em queda encontra o caroço duro do núcleo de ferro. As partes mais externas dos elementos leves que explodiram passam a cair até atingir a frente de choque, que forma um espaço entre essa e o núcleo da estrela. Ao aumentar a contracção do caroço nuclear, os elétrons se tornam relativísticos

e passam a capturar prótons através do decaimento β inverso: $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ por ser um processo energeticamente mais favorável.

O núcleo se torna rico em nêutrons e a pressão degenerada destes fermions, no caroço estelar, é capaz de se equilibrar à força gravitacional e conter o colapso. Devido à alta temperatura, alguns neutrinos ν_e que carregam grande quantidade de energia cinética e eletromagnética, conseguem escapar. Esses neutrinos podem ser detectados, e.g. supernova SN 1987A, revelando uma energia de ligação gravitacional da ordem de 10^{53} ergs/s (KOMATSU; ERIGUCHI; HACHISU, 1989).

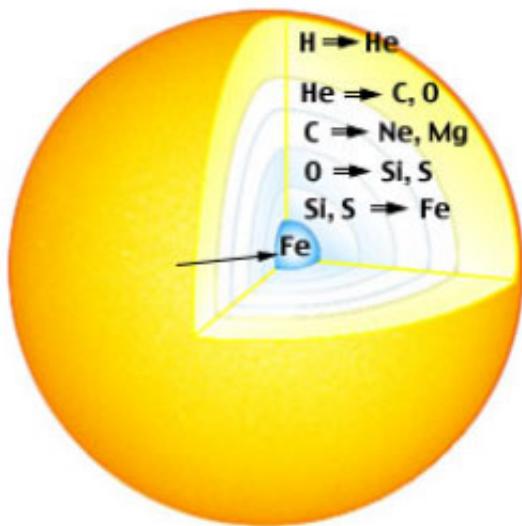


Figura 3 – Em estrelas de massa elevada o ciclo evolutivo só termina quando o núcleo é formado por ferro e camadas constituídas por diferentes elementos. CRÉDITOS: NASA.

Devido a pressão intensa da energia de ligação gravitacional, espera-se que a matéria seja esmagada até estar em seus constituintes mais elementares. De fato, muito da teoria de estrelas de nêutrons retrata a constituição feita de léptons, bariôns e quarks (Figura 4). Assim, permanecem no seu nível de energia de Fermi mais baixo (GLENDENNING, 2012). Isso é consequência de não terem mais de onde retirar energia, já que a estrela terminou o processo de fusão nuclear. Nesse estágio, o corpo celeste permanece estável devido ao equilíbrio da força gravitacional, a pressão da energia fermiônica e a força nuclear forte.

Na parte subatômica, a cromodinâmica quântica (CDQ) demonstra que em temperaturas e/ou densidades extremas, ocorre uma transição de fase da matéria bariônica. Nessas condições, quarks confinados dentro de hadrons transitam para uma nova fase da matéria chamada quark-gluon-plasma e podem vagar juntamente com os gluons sem as restrições bariônicas.

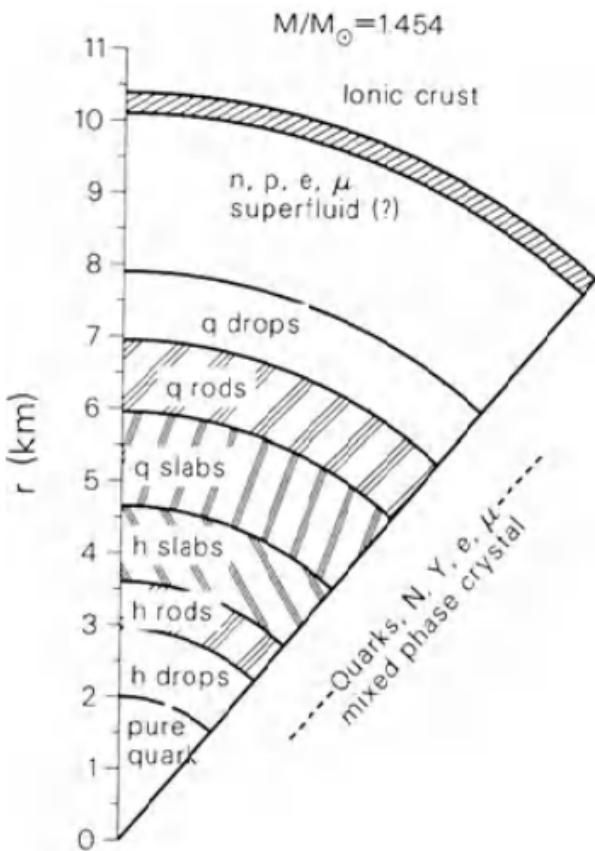


Figura 4 – O modelo que ilustra o interior das ES são subdivididos em camadas. Puro quark é rodeado por uma mistura de fase cristalina com hadrons imersos em quarks até atingirem a crosta iônica. FONTE: Imagem retirada da referência (GLENDENNING, 2012).

Em quesitos de RG, os observatórios interferômetros *VIRGO* e *LIGO*¹ detectaram ondas gravitacionais nos eventos GW170817 e GRB170817A (HOWELL et al., 2019) que permitiu uma maior restrição nas EDE. Essas permitem obter respostas do estado físico do sistema e a maneira que a matéria se comporta a altas densidades, campos gravitacionais e magnéticos intensos. No interior das estrelas de nêutrons, (ORSARIA et al., 2019) demonstra que as EDE sugerem que existe transição de fase entre quarks e hadrons de forma aguda (sharp) e suave (mixed).

2.2 TIPOS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

As ES podem ser divididas em classes e subclasses de acordo com a própria fonte primária de energia e evolução rotacional: pulsar alimentado por rotação (PAR) tem sua energia derivada da rotação da ES, magnetares retiram a energia do próprio campo magnético, estrelas de nêutrons isoladas (ENI) tem como fonte de energia o calor latente de sua matéria e também

¹ Observatório de Ondas Gravitacionais por Interferômetro Laser (em inglês: Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory).

há as ES que são alimentadas por acreção de uma companheira binária. Nessa última, há uma subclasse na qual as explosões são percebidas no espectro de raios-X quando a matéria acretada entra em contato com os pólos magnéticos da estrela.

Além disso, existem sistemas estelares binários: pulsares que emitem raios-X com companhia binária de baixa massa (PBMX) e os pulsares que emitem raios-X com com companhia binária de alta massa (PAMX). Ademais, a primeira é progenitora dos pulsares de milisegundos (PMS). Uma última subclasse são os objetos compactos centrais (OCC) que são fontes de *Soft* (suave) de raios-X nos remanescentes de supernovas (HARDING, 2013). Essas classes e subclasses podem ser representadas no diagrama de fase do período de rotação *versus* campo magnético (Figura 5).

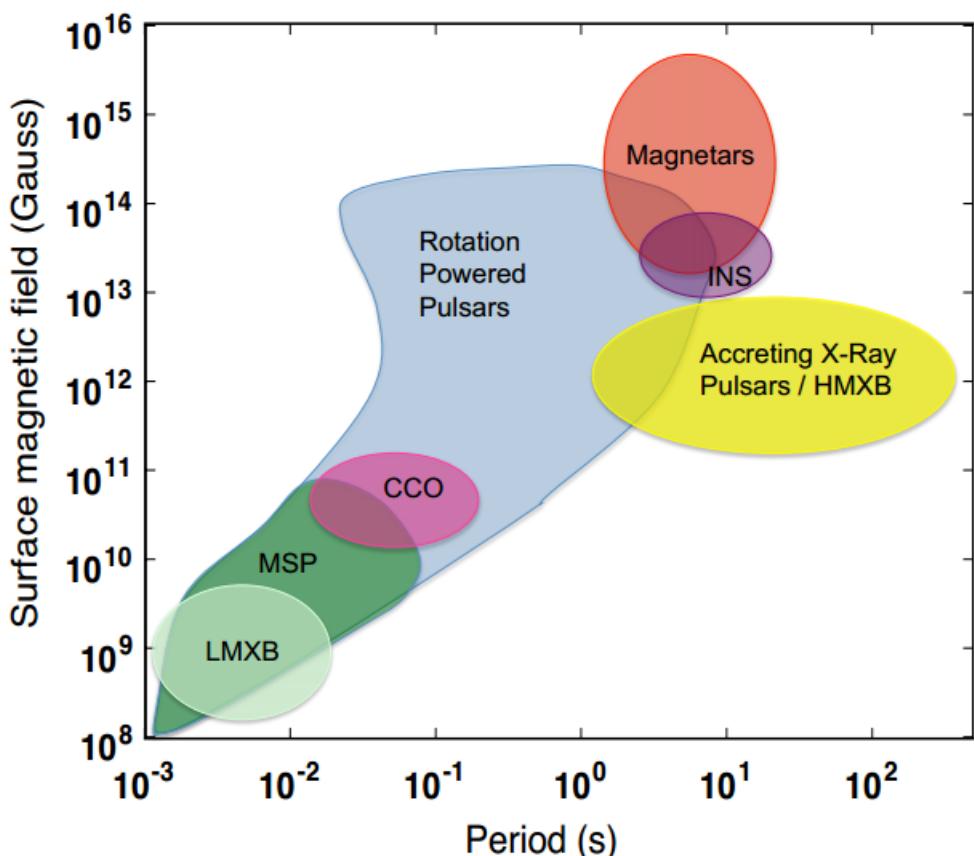


Figura 5 – Espaço de fase (campo magnético de superfície *versus* período) das classes e subclasses das populações de estrelas de nêutrons. FONTE: (HARDING, 2013).

Há uma sobreposição entre magnetares que ficam na porção final das PAR e as ENI. Através da figura é possível inferir que aqueles que possuem a maior intensidade de campo magnético de superfície possuem o maior período. Além disso, as binárias PBMX possuem pequenos campos, mas longos períodos de rotação. Por fim, os pulsares que emitem raios-X por acreção tem períodos e campos magnéticos similares às PAR mais antigas. A idade característica τ do pulsar pode ser estimada através de seu período de rotação P com sua a taxa de decréscimo

no tempo \dot{P} .

$$\tau = P/\dot{P} . \quad (3)$$

2.3 CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

As estrelas de nêutrons mais conhecidas na literatura, e que, representam o modelo canônico são chamadas de PAR e tem como fonte de energia primária a própria rotação. O que por sua vez, é resultado de torques de radiação do próprio dipolo magnético. Assim como a emissão de partículas e tem um amplo espectro de radiação, desde comprimentos de ondas de rádio até raios-X e raios- γ (HARDING, 2013).

No momento do colapso de uma estrela massiva há grande perda de massa para um objeto compacto como as ES e, como consequência, o momento de inércia I diminui em até dez vezes (LORIMER; KRAMER, 2004). Por conseguinte, o período de rotação pode atingir milisegundos devido a compensação oriunda da velocidade angular devido a conservação do momento angular $L = I\omega$. Além disso, ocorre a diminuição de uma seção de área A que gera um aumento, da mesma proporção, da densidade das linhas de campo magnético. Esses podem atingir cerca de $B \approx 10^{12}$ G em virtude da conservação do fluxo magnético.

O período P é muito estável. Eventos chamados *glitches* podem ocorrer e são diminuições do período de rotação que são recuperados em alguns dias ou semanas. Os pulsares tendem a diminuir a velocidade de rotação conforme o tempo devido à perda de energia de rotação E_{ROT} . Assim, é possível relacionar a taxa do aumento do período ($\dot{P} = \frac{dP}{dt} \geq 0$) com a taxa de energia irradiada do pulsar \dot{E} :

$$\dot{E} \equiv -\frac{dE_{ROT}}{dt} = -\frac{d(I\Omega^2/2)}{dt} = -I\Omega\dot{\Omega} = 4\pi\dot{P}P^{-3} , \quad (4)$$

onde Ω e $\dot{\Omega}$ é a velocidade angular da estrela e a taxa dessa velocidade em relação ao tempo, respectivamente.

Essa energia cinética de rotação é transformada em energia de alta radiação, em particular, energia de dipolo magnético e os chamados ventos de pulsares (LORIMER; KRAMER, 2004). É interessante estimar essa energia utilizando o modelo canônico, com o momento de inércia $I = 10^{45} \text{ gcm}^2$, massa $M = 1,4M_\odot$ e raio $R = 10 \text{ km}$, então:

$$\dot{E} \simeq 3.95 \times 10^{31} \text{ ergs}^{-1} \left(\frac{\dot{P}}{10^{-15}} \right) \left(\frac{P}{s} \right)^{-3} . \quad (5)$$

O modelo canônico das ES são basicamente dipolos magnéticos rotacionais cuja a forma é $|\mathbf{m}| = \mathbf{B}R^3$ (JACKSON, 2007) e atuam como um disco de Faraday (gerador unipolar). Se $|\mathbf{m}|$

está inclinado ao eixo de rotação por um ângulo α , tem um fluxo de Poynting resultante E_{rad} medida através da equação:

$$\dot{E} = \frac{2}{3c^3} (BR^3 \sin \alpha)^2 \left(\frac{2\pi}{P} \right)^4, \quad (6)$$

onde P é o período de rotação do pulsar, $(BR^3 \sin \alpha)^2$ a componente do campo magnético que vale B no equador e faz um ângulo α com o eixo de rotação. Dessa forma, o campo magnético estimado é:

$$B \sin \alpha = \left(\frac{3c^3 I P \dot{P}}{8\pi^2 R^6} \right)^{1/2}. \quad (7)$$

A evolução temporal do período \dot{P} impõe que a velocidade angular Ω também deve variar no tempo. Com efeito, tal restrição pode ser relacionada com as equações (4) e (6) :

$$\dot{\Omega} = - \left(\frac{2|m|^2 \sin^2 \alpha}{3Ic^3} \right) \Omega^3. \quad (8)$$

De uma maneira mais geral, é possível escrever a equação (8) em forma de lei de potência:

$$\dot{V} = -K V^n, \quad (9)$$

na qual K é constante e n vai depender da forma como a energia é irradiada, assim como do tipo de campo magnético envolvido. Por exemplo, $n = 3$, representada na equação (8) é para dipolos magnéticos no vácuo.

Os pulsos de rádio captados são originados na magnetosfera das ES através de uma sequência de processos de produção de pares elétron-pósitron (Figura 6). Portanto, a força total de Lorentz que atua em uma partícula carregada é:

$$\mathbf{F} = q \left[\mathbf{E} + \frac{1}{c} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \right]. \quad (10)$$

Através da atuação da força de Lorentz, as partículas carregadas se redistribuem uniformemente na região equatorial criando um potencial eletrostático de até 10^{16} V (LORIMER; KRAMER, 2004) que anula o campo magnético interno, de forma que $\mathbf{F} = 0$. Esse potencial é responsável por um campo elétrico intenso que no vácuo pode ser calculado como por:

$$E = \Omega \times r \times B. \quad (11)$$

Esse campo elétrico intenso supera a força gravitacional e é responsável por arrancar e lançar partículas carregadas da superfície da estrela em direção à magnetosfera. Com efeito, algumas linhas de campo magnético atravessam o cilindro de luz² que possui um raio de

² Cilindro imaginário centrado no pulsar que gira com velocidade c e coincide com o eixo de rotação. É útil para verificar até onde o plasma é ligado gravitacionalmente com a estrela devido à velocidade de rotação.

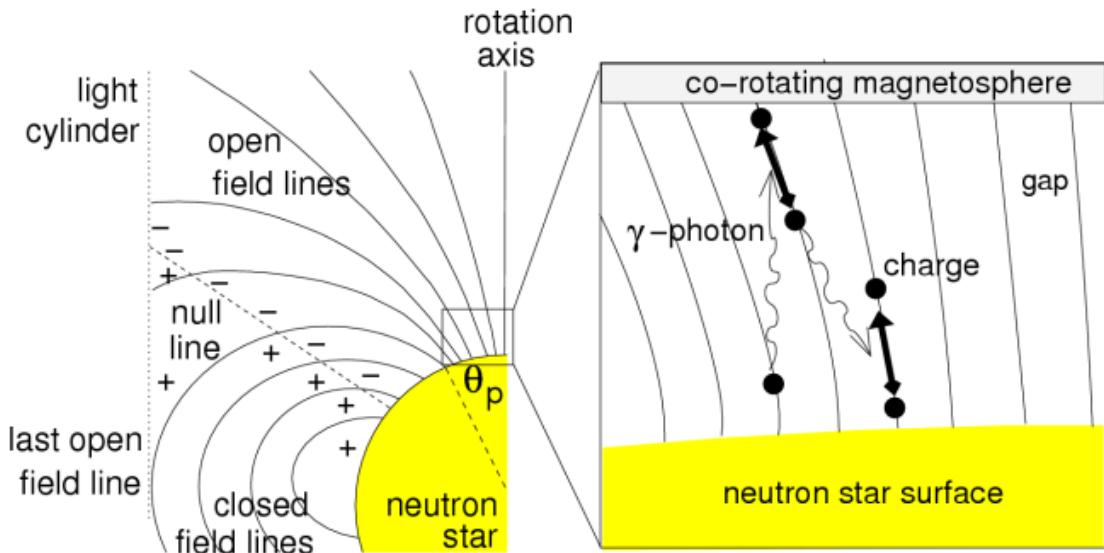


Figura 6 – À esquerda: A estrela de nêutrons com regiões de linhas de campo aberta e fechada dentro do cilindro de luz. À direita: Uma ampliação da magnetosfera mostrando o processo de produção de elétrons-pósitrons e radiação. FONTE (LORIMER; KRAMER, 2004)

$R_{LC} = \frac{\Omega}{c}$ (Figura 7) no qual as partículas carregadas podem ser aceleradas através das linhas curvas produzindo radiação de curvatura³. Essa radiação de alta energia interage com as linhas de campo magnético e produzem pares de elétron-pósitron, que novamente são acelerados em trajetórias curvas e produzem novamente radiação de curvatura. Assim, é produzido um efeito cascata no qual a radiação resultante é detectada através de ondas eletromagnéticas em um amplo espectro.

A medida que o pulsar vai perdendo energia através da radiação emitida pela magnetosfera, o dipolo magnético retira energia de rotação da estrela e por consequência aumenta o período P . Dessa forma, a derivada temporal do período é sempre positiva $\dot{P} \geq 0$.

É válido citar que estudos atuais sugerem que ES com campos magnéticos na ordem de $B \simeq 10^{15}$ G são mais complexos que simples dipolos magnéticos rotacionais. Há evidências de que esses magnetares possuem complexos campos toroidais internos (Figura 8) e um pedaço da crosta magnetizada pode ser rotacionada por um ângulo $\Delta\phi$. Essa pequena rotação é devido às reações da própria crosta contra forças magnéticas que são paralelas à superfície das linhas equipotenciais de campo (TUROLLA; ZANE; WATTS, 2015).

As ES, em geral, possuem fortes campos magnéticos. Em alguns casos possuem um valor B tão alto que a estrutura atômica é diferente do que para casos não-magnéticos. Campos magnéticos muito fortes são capazes de vencer o campo coulombiano e deformar os átomos

³ É a radiação eletromagnética emitida por uma carga movendo-se com velocidades relativísticas ao longo de uma trajetória curva.

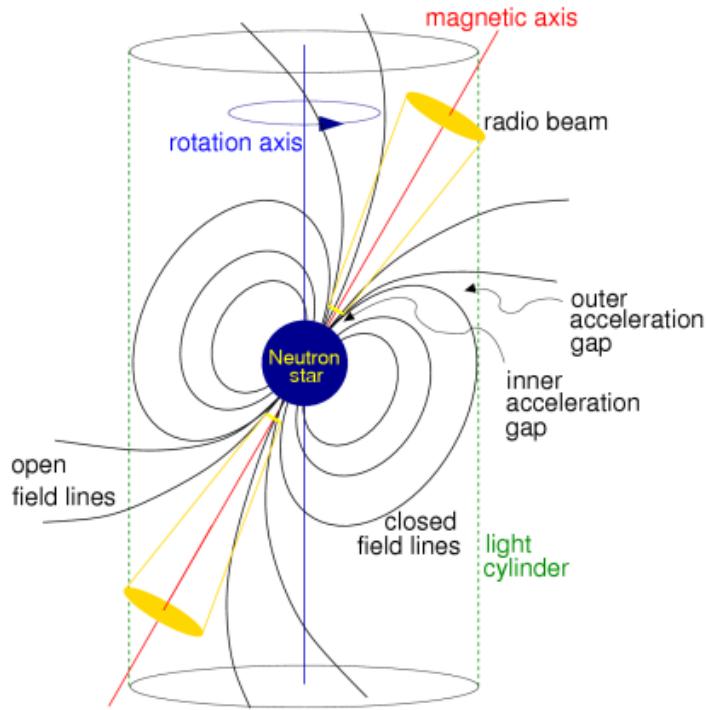


Figura 7 – Representação da ES dentro do cilindro de luz imaginário com as linhas de campo magnético, eixo de rotação e dipolo magnético. FONTE (LORIMER; KRAMER, 2004)

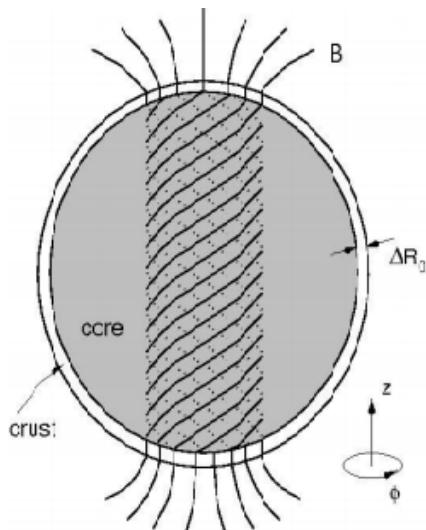


Figura 8 – Modelo de um campo magnético toroidal em um magnetar. FONTE: (TUROLLA; ZANE; WATTS, 2015)

em uma forma cilíndrica (Figura 9), com o parâmetro $\beta_z > 1$ para regimes de Landau e pode ser representado matematicamente por:

$$\beta_z = \frac{B}{4.7 \times 10^9 Z^2 G}, \quad (12)$$

com Z sendo o número atômico do elemento químico em questão.

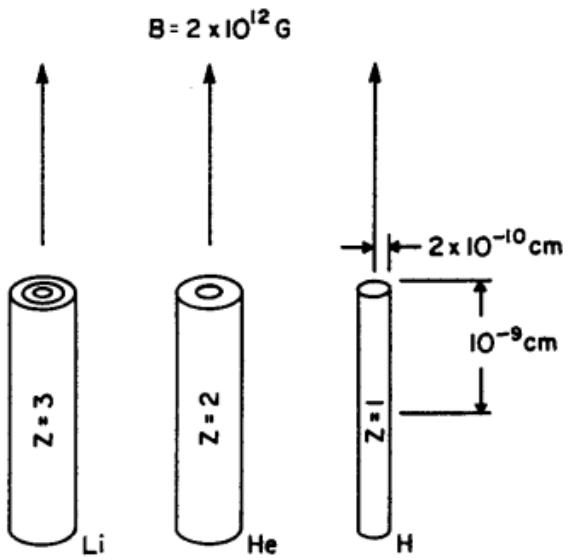


Figura 9 – Reação estrutural de três átomos (H, He, Zn) a um campo magnético da ordem de $B = 10^{12} \text{ G}$. FONTE: (MÉSZÁROS, 1992)

Mesmo em regimes relativísticos, a trajetória de partículas carregadas quando projetadas em um plano perpendicular à \mathbf{B} , representam um movimento circular e outro longitudinal. Quando combinados formam uma trajetória helicoidal (Figura 10) com frequência de rotação $\omega = eB/\gamma m_e c$. O raio em um plano perpendicular ao campo magnético é chamado de raio de Larmor do elétron:

$$r_L = \frac{\gamma v_\perp m_e c}{eB},$$

com $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ e o fator $\beta = v/c$.

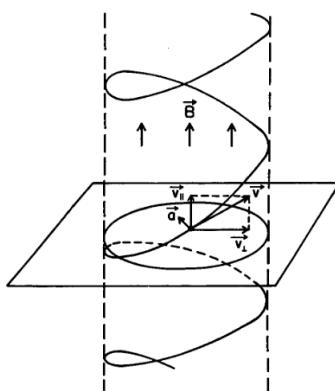


Figura 10 – Movimento helicoidal de uma partícula carregada em um campo magnético \mathbf{B} . FONTE: (MÉSZÁROS, 1992)

2.4 EFEITOS QUÂNTICOS EM FORTES CAMPOS MAGNÉTICOS

Um tratamento quântico se torna necessário em campos magnéticos na ordem de $B \sim 10^{12} - 10^{13}$ G. É importante notar que se o raio de Larmor se tornar comparável ou menor que o comprimento de onda de de Broglie, a localização do elétron não pode mais ser descrita com a mecânica clássica (MÉSZÁROS, 1992). Assim, efeitos quânticos importantes no campo magnético acontecem quando:

$$B \geq \gamma^2 \beta_{\perp}^2 B_Q , \quad (13)$$

onde B_Q é o campo crítico denotado por:

$$B_Q = \frac{m^2 c^3}{e\hbar} = 4.413 \times 10^{13} G \quad (14)$$

É possível relacionar o raio clássico de Larmor e o comprimento de onda de de Broglie e obter o comprimento magnético λ^4 característico . Assim, para circunferência da órbita do elétron $2\pi r_L = \hbar/p$ se obtém a relação:

$$\lambda = \frac{\hbar c}{eB} = 2.6 \times 10^{-10} B_{12}^{1/2} \text{ cm} ,$$

onde $B_{12} = (B/10^{12} G)$.

Com o hamiltoniano (sem o efeito de spin) é possível analisar a órbita do elétron em fortes campos magnéticos. Com o auxílio do vetor potencial $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \times \mathbf{r})/2$ e considerando apenas a componente z do campo:

$$H = \frac{1}{2m} \left(\mathbf{p} - \frac{e\mathbf{A}}{c} \right)^2 ,$$

com o momento canônico substituído por: $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} - (e/c)\mathbf{A}$.

O momento físico do elétron é representado por:

$$\boldsymbol{\pi} = \mathbf{p} + \frac{e}{c} \mathbf{A} . \quad (15)$$

Assim, é possível colocar a função hamiltoniana em função das componentes do momento físico:

$$H = \frac{1}{2} (\pi_x^2 + \pi_y^2 + \pi_z^2) . \quad (16)$$

⁴ Denotado por λ , o comprimento magnético característico é o tamanho no qual estão contidas as órbitas de Landau no plano transversal.

Com a livre escolha de calibre, assume-se que esse seja assimétrico: $\mathbf{A} = \frac{1}{2}(-By, Bx, 0)$. Dessa forma, o hamiltoniano pode ser escrito como:

$$H = \frac{1}{2} \left[\left(p_x - \frac{eBy}{2c} \right)^2 + \left(p_y + \frac{eBx}{2c} \right)^2 + p_z^2 \right]. \quad (17)$$

Definindo a quantidade $Q_x = \frac{c}{eB}\pi_y$ e reescrevendo a equação (17):

$$H = \frac{1}{2m} (\pi_x^2 + \omega_c^2 Q_x^2) + \frac{1}{2m} p_z^2, \quad (18)$$

onde $\omega_c = \frac{eB}{mc}$ é a frequência de ciclotron.

A equação (17) representa o movimento de um oscilador hármonico com frequência ω_c . Além disso, possui uma superposição de movimentos, um livre na direção z e outro como movimento harmônico no plano x,y . Os autovalores da energia são gerados por:

$$E = (n + 1/2)mc^2 \left(\frac{B}{B_Q} \right) + \left(\frac{1}{2m} \right) p_z^2,$$

$$n = 0, 1, 2\dots$$

Não há restrições de movimentos ao longo do eixo z . Na direção transversal, os níveis são discretos. Esses são chamados de níveis de Landau para o caso magnético.

As comutações mostram que $[\pi_{\perp}^2, x] = 0$ e $[\pi_{\perp}^2, y] = 0$, com $\pi_{\perp}^2 = \pi_x^2 + \pi_y^2$ e x, y as coordenadas do movimento do elétron no plano transversal. É trivial a conclusão de que o nível fundamental de Landau ($n = 0$), assim como todos os outros, são infinitamente degenerados (MÉSZÁROS, 1992). É importante notar que o hamiltoniano é invariante sob o calibre, o que significa que a adição do gradiente de um campo escalar ao potencial vetor magnético \mathbf{A} altera a fase global da função de onda por um valor correspondente ao campo escalar. Porém as propriedades físicas não são influenciadas pela escolha específica do calibre.

2.5 OS NÍVEIS DE ENERGIA DE UM ÁTOMO MAGNETIZADO

Em campos magnéticos críticos e subcríticos $B = 10^{12} - 10^{13}$ G, a função hamiltoniana de um elétron no campo Coulombiano tem a forma:

$$H = \frac{1}{2m} (\pi_x^2 + \pi_y^2 + \pi_z^2) - \frac{e^2}{(r_{\perp}^2 + z^2)^{1/2}},$$

com $r_{\perp}^2 = x^2 + y^2$

Para campos magnéticos fortes, as funções são separáveis (MÉSZÁROS, 1992):

$$\Psi_{0,s,v} = \phi_{0,s}(r_{\perp}^2) \mathcal{F}_v(z). \quad (19)$$

Com $\phi_{0,s}$ sendo uma função de onda transversal do elétron livre no nível fundamental de Landau ($n = 0$). Os índices n, s, v são os níveis e números quânticos dos movimentos das órbitas de Landau e o último relacionado a função de onda longitudinal, respectivamente.

Permanecendo no nível fundamental de Landau e sem o aumento do raio das órbitas, $s = 0$, é possível utilizar apenas dois números quânticos m e v . O primeiro está relacionado ao momento angular e o último com o movimento longitudinal ao longo das linhas do campo magnético.

Um elétron ligado no regime de Landau que possui $v = 0$, garante um estado fortemente ligado. Caso $v > 0$, possui estados fracamente ligados (MORI; HO, 2007). Com efeito, uma maneira de estimar a ligação do átomo com seus respectivos elétrons é feita com o parâmetro admimensional η (MÉSZÁROS, 1992).

$$\eta = \left(\frac{B}{Z^3 4.6 \times 10^9 G} \right)^{1/2} \quad (20)$$

2.6 RELAÇÃO MASSA-RAIO

A estimativa de um raio mínimo e máximo para a ES é constituído no fato de que as EoS tenham uma velocidade de propagação de som menor que a velocidade da luz. Esse arranjo canônico reproduz uma transição suave no gradiente de densidade ρ do interior da estrela (GLENDENNING, 2012):

$$R_{min} \simeq 1.5R_s = \frac{3GM}{c^2} = 6.2km \left(\frac{M}{1.4M_\odot} \right), \quad (21)$$

onde R_s é o raio de Schwarzschild. E para o raio canônico máximo:

$$R_{max} \simeq \left(\frac{GM\rho^2}{4\pi^2} \right)^{1/3} = 16.8km \left(\frac{M}{1.4M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{\rho}{ms} \right)^{2/3} \quad (22)$$

O modelo canônico fornece uma massa $M = 1.4M_\odot$ e raio de $R \approx 10$ km e é conveniente para um estudo básico de estrelas de nêutrons. Porém, uma análise mais detalhada é necessária para encontrar as EDE à densidades nucleares $\rho \simeq 2.7 \times 10^{14}$ g/cm³ (ÖZEL, 2012).

Atualmente, a física de altas energias têm se desenvolvido de maneira significativa. Ao observar o espectro eletromagnético obtido através da *Neutron Star Composition Explorer* (NICER), *X-Ray Timming and Polarimetry Mission* (eXTP) e *Spectroscopic Time-Resolving Observatory for Broadband Energy X-rays* (STROBE-X) é possível restringir parâmetros não degenerados tais como, a massa e o raio, para criar um modelo físico dos pulsos emitidos por uma ES. Essas observações coletam dados no espectro de raio-X que saem da superfície da estrela como

radiação térmica. Essas regiões quentes e circulares da superfície da estrela são chamadas, na literatura, de *hot spots*. Os pulsos observados em raios-X podem revelar propriedades intrínsecas das ES, como informações sobre o campo gravitacional e o comportamento dos *hot spots* ao longo do tempo (LIMA et al., 2019).

Por vezes, pares de elétrons-pósitrons são criados na magnetosfera e podem bombardear as regiões quentes na superfície, que por sua vez, aquecerá e reemitirá radiação térmica na faixa ultravioleta até raios-X. Pode-se estabelecer uma taxa de bombardeamento \dot{N} considerando a densidade de cargas na magnetosfera, atingindo um hot spot com raio R_{hs} à velocidade da luz c (ÖZEL, 2012):

$$\dot{N} = c N_{GJ} \pi R_{hs}^2 \approx 10^{30} \left(\frac{R}{10^6 \text{ cm}} \right)^3 \left(\frac{B}{10^{12} \text{ G}} \right) \left(\frac{P}{1 \text{ s}} \right)^{-2} \text{ s}^{-1}, \quad (23)$$

onde N_{GJ} é densidade de cargas na magnetosfera dada pelo modelo de Goldreich-Julian (1969).

2.7 ATMOSFERA

O estudo sistemático das emissões em raios-X por ES se iniciou com o lançamento dos observatórios espaciais *EINSTEIN* e *EXOSAT* (ZAVLIN; PAVLOV, 2002). Os resultados mostraram a existência de duas componentes em raios-X, uma térmica e outra não-térmica. A primeira é de interesse imediato para estudo do campo magnético da superfície, componentes químicos, temperatura e restrição do raio e massa. Esses dois últimos parâmetros podem sofrer erros aproximados em 20% para o raio e 10% para a massa se desconsiderar os efeitos de uma atmosfera na estrela (LIMA et al., 2019).

As regiões quentes e circulares na superfície da estrela emitem radiação que atravessam a atmosfera, e por consequência, tem um espectro desviado do espectro de corpo negro (Figura 11). Isso se deve à anisotropia da distribuição angular da radiação e da influência do campo magnético na opacidade das partículas que interagem com os fôtons. Além desses fatores, também há dependência da energia com os coeficientes de absorção *free-free* e transição *free-bound*⁵. Quanto mais profunda a radiação emergente na fotosfera, mais energia o fóton terá e maior será a temperatura no espectro.

A atmosfera da ES é formada por queda de matéria, seja por disco de acreção de matéria interestelar, de uma companhia binária ou por materiais próximos que foram gerados na explosão em supernova. Devido ao intenso poço gravitacional gerado pela estrela, é esperado que a atmosfera seja feita por elementos químicos leves, como hidrogênio ou hélio, já que os elementos mais pesados afundam na intensa gravidade local $g \approx 10^{14}, 10^{15} \text{ cm/s}^2$ (ZAVLIN; PAVLOV,

⁵ Free-free: Emissão ou absorção de radiação por um elétron que não está ligado à um átomo antes e depois do evento. Free-bound: É a emissão de radiação quando um elétron livre é capturado por um íon.

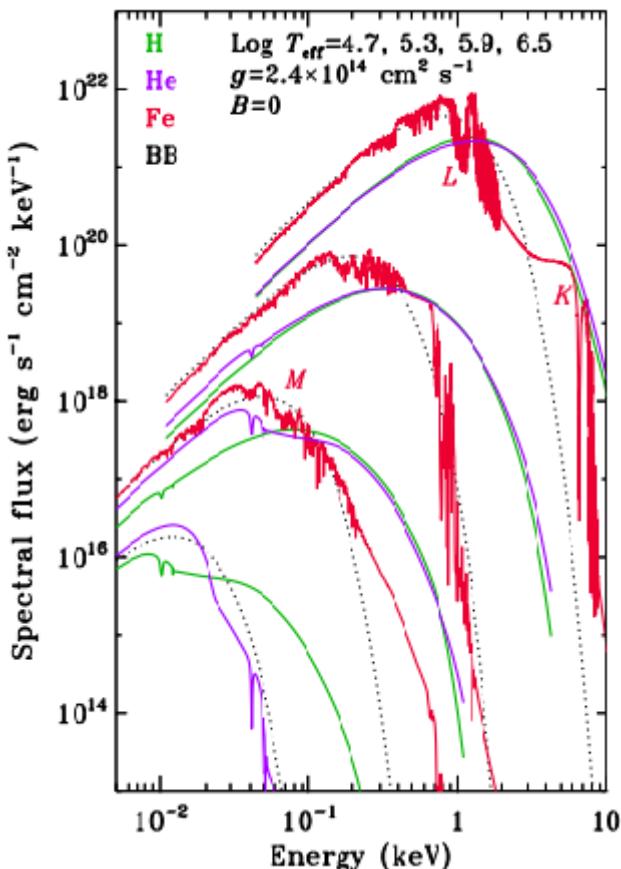


Figura 11 – Fluxo espectral *versus* energia (keV). Observa-se os elementos químicos hidrogênio, hélio, ferro e se compara com o espectro de corpo negro nas linhas pontilhadas. O efeito atmosférico exibe um comportamento diferente do espectro de corpo negro por prolongar a cauda no eixo de energia. Ilustração retirada de: (ZAVLIN; PAVLOV, 2002).

2002). E também, por consequência, a atmosfera deve ser extremamente fina comparada com o raio da estrela. Dessa forma, é útil utilizar o modelo atmosférico plano-paralelo à superfície. É possível estimar a altura h da atmosfera através da equação:

$$h \approx \frac{2kT}{m_p g} \simeq 8.8 \left(\frac{T}{10^7 K} \right) \left(\frac{R}{10Km} \right)^2 \left(\frac{M}{1.4M_\odot} \right)^{-1} cm, \quad (24)$$

essa altura pode variar entre 1 à 10 cm.

Campos magnéticos da ordem de $B \sim 10^{11} - 10^{14}$ G mudam drasticamente as propriedades do fluxo de radiação emergente devido à anisotropia gerada pelo campo. Além disso, campos magnéticos **B** no plasma restringem a onda eletromagnética (com vetor de onda **k**) a se propagarem em dois modos. O primeiro é chamado de modo-extraordinário (modo-X) e é perpendicular ao plano **k** – **B**. O segundo é o modo-ordinário (modo-O), polarizado paralelo ao plano **k** – **B**. Quando esses modos forem aproximadamente perpendiculares e a mudança de fase entre os modos forem maiores que o livre caminho médio⁶, os parâmetros de Stokes se reduzem

⁶ É a distância média ou o espaço médio percorrido entre duas colisões sucessivas das moléculas de um gás.

à apenas esses dois modos. Outro efeito notável é fazer com que a condutividade do calor na crosta seja na direção dos campos, em direção à magnetosfera, causando um gradiente térmico na superfície.

(POTEKHIN; CHABRIER, 2004) construiu as EDE para atmosferas de hidrogênio parcialmente ionizadas e altamente magnetizadas baseado na minimização de energia livre de Helmholtz. Considerando um plasma com volume V composto por N_p , N_e , N_H , número de prótons, elétrons e de hidrogênio respectivamente, é possível representar a equação de Helmholtz por:

$$F = F_{id}^e + F_{id}^p + F_{id}^{neu} + F_{ex}^C + F_{id}^{eu}, \quad (25)$$

no qual F_{id}^e , F_{id}^p e F_{id}^{neu} representam as energias livres de gases ideais de elétrons, prótons e constituintes neutros. F_{ex}^C e F_{id}^{eu} remetem à energia de Coulomb não idealizada no plasma e à interação que surge entre átomos ligados e entre os elétrons, respectivamente. Dessa forma, a condição de equilíbrio de ionização é dada pela minimização de F .

A minimização da energia livre pode ser levada em consideração para cálculos da opacidade na atmosfera magnetizada. Como discutido anteriormente, a radiação eletromagnética imersa em plasma fortemente magnetizado pode se propagar apenas em dois modos normais. Esses modos possuem diferentes vetores de polarização e_j e diferente opacidades de espalhamento e absorção que dependem do ângulo Θ_B que se refere a direção de propagação do fóton com o campo magnético. A interação entre esses modos ocorre por meio do espalhamento que pode ser representado como:

$$\begin{aligned} \kappa_j^a(\Theta_B) &= m_H^{-1} \sum_{\alpha=-1}^1 |e_{j,\alpha}(\Theta_B)|^2 \sigma_\alpha^a, \\ \kappa_{jj'}^s(\Theta_B) &= \frac{3}{4} \sum_{\alpha=-1}^1 |e_{j,\alpha}(\Theta_B)|^2 \frac{\sigma_\alpha^s}{m_H} \int_0^\pi |e_{j',\alpha}(\Theta'_B)|^2 \sin \Theta'_B d\Theta'_B. \end{aligned} \quad (26)$$

As equações acima consideram o campo magnético \mathbf{B} ao longo do eixo z e $\alpha = 0, \pm 1$ com o vetor de polarização ao longo desse eixo representado por $e_{j,0} = e_{j,z}$ e as componentes circulares como $e_{j,\pm 1} = \frac{(e_{j,x} \pm i e_{j,y})}{\sqrt{2}}$. Os coeficientes de absorção e espalhamento são representadas por κ_j^a , $\kappa_{jj'}^s$ respectivamente, e σ_α^a a seção de choque transversal que mede a probabilidade de colisão por unidade de volume (cm^3).

Para (MORI; HO, 2007), as EDE que os levaram a construir o modelo atmosférico levam em conta a pressão total P em função da densidade ρ e da temperatura T :

$$P(\rho, T) = P_{id}^e + P_{id}^i + P_{ex}^{ee} + P_{ex}^{ei} + P_{ex}^{ii}, \quad (27)$$

no qual os primeiros dois termos P_{id}^e e P_{id}^i consideram a pressão de um gás ideal de elétrons e íons, P_{id}^e ainda considera quantização de Landau e a degeneração de elétrons num campo

magnético forte. As perturbações externas são induzidas pela alta densidade do plasma, no qual efeitos não ideais são perceptíveis e induzem uma pressão negativa – P_{ex}^{ee} , P_{ex}^{ei} e P_{ex}^{ii} representando a interação elétron-elétron, elétron-íon e íon-íon, respectivamente.

Além disso, o autor inclui a pressão radiativa através do equilíbrio hidrostático com a equação:

$$\frac{dP_{rad}}{d\tau} = \frac{\sigma_{SB} T_{eff}^4}{c^2} \frac{\kappa^F}{\kappa_0^{es}} . \quad (28)$$

A profundidade de Thomson é $\tau = -\kappa_0^{es} \int \rho dz$ com $\kappa_0^{esp} = (Z/A) \sigma_T / m_p$ com A representando o número de massa atômico e σ_T a seção de choque de Thomson e κ^F :

$$\kappa^F = \frac{1}{F} \sum_j \int_0^\infty dv \int d\Omega \kappa_j^{tot} F_j , \quad (29)$$

com F , F_j representando o fluxo total e o fluxo por modo j , respectivamente. A pressão do gás é obtida subtraíndo a pressão de radiação pela pressão total.

3 RELATIVIDADE GERAL

3.1 INTRODUÇÃO

A teoria da Relatividade Geral (RG), proposta em 1916 por Albert Einstein, é uma teoria da gravitação que descreve o espaço-tempo curvo através da geometria Riemanniana. Assim, uma determinada massa ou energia determinará a geometria do campo e esse a sua distribuição no contínuo espaço-tempo. Quanto maior for a interação matéria, energia e campo, mais perceptíveis são os efeitos da teoria.

As ES são objetos com extremas densidades (em níveis nucleares) que distorcem de maneira relevante a geometria do espaço-tempo. Assim, estudá-las é uma excelente forma corroborar a teoria da RG. E, de fato, as ES binárias em rota de colisão são uma das maiores provas da radiação gravitacional em espectros contínuos (WATTS et al., 2008), uma característica que já era previsível pela RG. Com isso, estudar os principais tópicos da teoria tornam-se compulsórios em trabalhos envolvendo objetos compactos, como estrelas de nêutrons, anãs brancas e buracos negros (Figura 12).

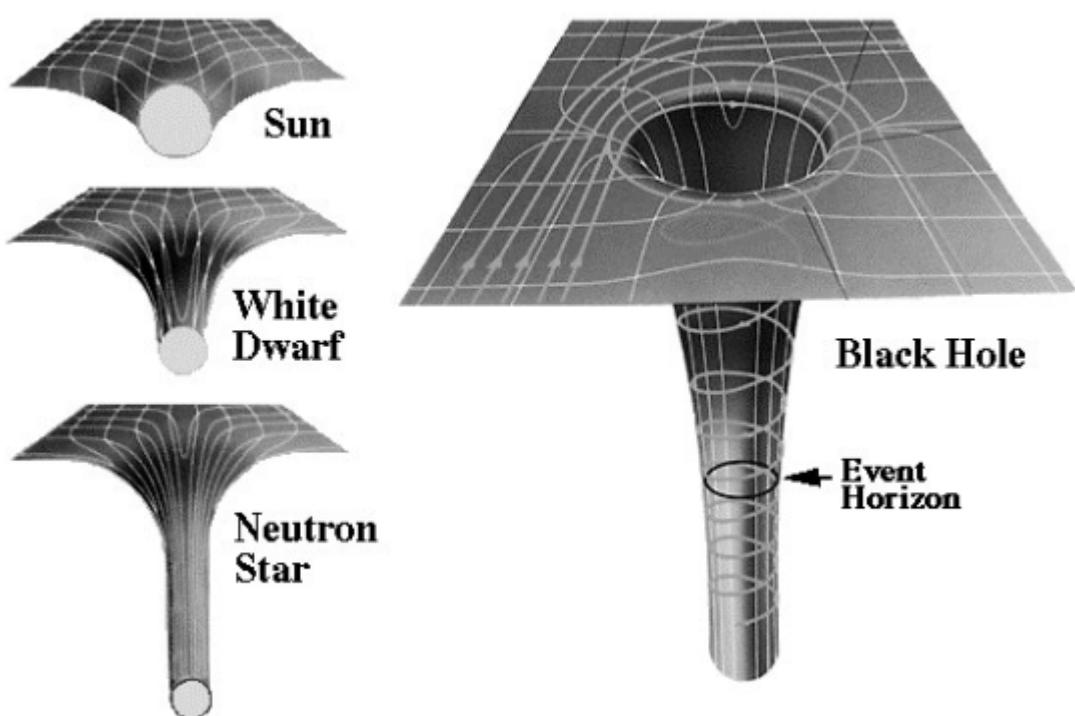


Figura 12 – Comparação da distorção espaço-temporal causada pelo Sol e por três objetos compactos (anã branca, estrela de nêutron e buraco negro). FONTE: (JUWIG, 2017)

Na mecânica relativística, uma partícula pode descrever uma trajetória no espaço quadridimensional que é denominada linha de mundo no cone de luz. É válido lembrar também que, nesse espaço, o tempo é uma coordenada com mesma importância que as coordenadas espaciais. Assim, o deslocamento infinitesimal nesse espaço pseudo-euclidiano pode ser representado pelo

elemento de linha (ou tempo próprio):

$$ds^2 = -cdt^2 + dx^2 + dy^2 + dz^2 . \quad (30)$$

Esse elemento de linha é invariante ao grupo de Lorentz, ou seja, independe do observador situado no espaço quadridimensional. Entretanto, se utilizarmos um referencial não-inercial, a equação (30) deverá ser reescrita pelo fato de não serem mais quadrados infinitesimais perfeitos das coordenadas. Portanto, é compulsório a utilização de uma forma mais genérica para representar o elemento de linha:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu ,$$

onde $g_{\mu\nu}$ é chamado de tensor métrico e depende das coordenadas x^μ com $\mu = 0, 1, 2, 3$, no qual $x^i = 1, 2, 3$ e está relacionado as coordenadas espaciais e $x^0 = ct$ com a coordenada temporal.

Além disso, é simétrico, ou seja, $g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu}$ e possui dez componentes. Uma mudança no tensor métrico descreve os campos gravitacionais, ou seja, descreve a geometria local do espaço-tempo em função das coordenadas dx^μ . Além disso, a simetria de $g_{\mu\nu}$ implica na existência de um tensor contravariante $g^{\mu\nu}$ no qual satisfação a relação:

$$g_{\mu\nu}g^{\nu\rho} = \delta_\mu^\rho , \quad (31)$$

onde δ_μ^ρ é o delta de Kronecker. A relação dada pela equação (31) é útil para levantar ou abaixar índices, desde que seja no mesmo sistema de coordenadas.

A teoria da relatividade restrita é fundamentada em espaços pseudo-euclidianos, nos quais podemos unir os eventos um a um sem prejudicar as propriedades globais da estrutura. No entanto, os referenciais não-inerciais foram considerados na criação da RG e como consequência há o surgimento de um espaço curvo não-Euclidiano. Com isso, é necessário uma formulação mais abstrata do espaço temporal.

Dessa forma, é necessário descobrir as soluções geométricas sem interferir nas propriedades globais da estrutura do espaço-tempo, e assim, naturalmente surge a ideia de variedade \mathcal{M} (WALD, 2007). Essa é um conjunto que tem as estruturas diferenciais locais de \mathbb{R}^n mas não necessariamente suas propriedades globais. Assim, \mathcal{M} pode ser definida grosseiramente como sendo feita de partes que constituem subconjuntos de \mathbb{R} que podem ser juntadas suavemente.

A escolha do sistema de coordenadas é arbitrário em \mathcal{M} e segue uma lei de transformação $x'^u = x'^u(x^0, x^1, x^2, x^3) = x'^u(x)$ sendo x'^u as novas e x as antigas coordenadas. O jacobiano é definido como variações do novo sistema de coordenadas em relação ao antigo e deve ser sempre diferente de zero.

Para realizar deslocamentos tensoriais de um plano tangente para outro em \mathfrak{M} , é necessário assentar derivadas covariantes em pontos vizinhos $x^a + dx^a$ com a implicação de que dx^a possua linearidade, homogeneidade e satisfaça a propriedade de Leibniz (WILLIAMS, 2015). Seja a derivada covariante definida em \mathfrak{M} como:

$$\nabla_\mu v_\lambda = \partial_\mu v_\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\sigma v_\sigma , \quad (32)$$

$$\nabla_\mu v^\lambda = \partial_\mu v^\lambda + \Gamma_{\mu\sigma}^\lambda v^\sigma . \quad (33)$$

De maneira clara, a equação (32) mostra como a derivada covariante juntamente com a conexão afim atuam em um tensor covariante de primeira ordem e a equação (33) para um tensor contravariante de primeira ordem. Ainda, generalizando para tensores de valência arbitrária $T_{\mu\dots\nu}^{\alpha\dots\beta}$:

$$\nabla_\sigma T_{\mu\dots\nu}^{\alpha\dots\beta} = \partial_\sigma T_{\mu\dots\nu}^{\alpha\dots\beta} - \Gamma_{\sigma\mu}^\lambda T_{\lambda\dots\nu}^{\alpha\dots\beta} - \dots - \Gamma_{\sigma\nu}^\lambda T_{\mu\dots\lambda}^{\alpha\dots\beta} + \Gamma_{\sigma\lambda}^\alpha T_{\mu\dots\nu}^{\alpha\dots\beta} + \dots + \Gamma_{\sigma\lambda}^\beta T_{\mu\dots\nu}^{\alpha\dots\lambda} . \quad (34)$$

E, também:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\mu\nu}^\sigma g_{\sigma\lambda} ,$$

$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ é chamado de símbolo Christoffel da conexão afim em \mathfrak{M} , que é função das coordenadas e é simétrico em $\mu\nu$.

É evidente que $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ possui uma parte homogênea e outra inhomogênea que destrói o seu caráter tensorial. Entretanto, é possível assentar um ∇_μ cujo $\Gamma_{\mu\nu}^\lambda$ é assimétrico em μ e ν :

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{(\mu\nu)}^\lambda + \Gamma_{[\mu\nu]}^\lambda , \quad (35)$$

onde o segundo termo a direita da equação (35) apresenta caráter tensorial. O símbolo Christoffel é definido como:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{\tau\rho}^\sigma \frac{\partial x^\lambda}{\partial x'^\sigma} \frac{\partial x'^\tau}{\partial x^\mu} \frac{\partial x'^\rho}{\partial x^\nu} + \frac{\partial^2 x'^\sigma}{\partial x^\mu \partial x^\nu} \frac{\partial x^\lambda}{\partial x'^\sigma} \quad (36)$$

No contexto da RG, a parte assimetria da equação (35) é identicamente igual a zero, isso implica em uma estrutura espaço-temporal sem torção. Assim, as condições que estabelecem a estrutura da RG são:

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = \Gamma_{(\mu\nu)}^\lambda , \quad (37)$$

$$\nabla_\mu g_{\lambda\sigma} = 0 . \quad (38)$$

Com a equação (38) representando a condição de compatibilidade métrica.

As curvaturas em \mathfrak{M} aparecem como uma diferença invariante entre dois tensores que são deslocados ao longo de dois caminhos de um laço que tenha o mesmo ínicio e fim. O tensor de Riemann é uma ferramenta útil para obter informações descritas por esses dois tensores e é definido (para conexões sem torções) como:

$$2\nabla_{[\mu}\nabla_{\nu]}u^\lambda = [\nabla_\mu, \nabla_\nu]u^\lambda = R_{\mu\nu\sigma}^\lambda u^\sigma \quad (39)$$

e

$$2\nabla_{[\mu}\nabla_{\nu]}w_\lambda = [\nabla_\mu, \nabla_\nu]w_\lambda = -R_{\mu\nu\lambda}^\sigma w_\sigma . \quad (40)$$

Uma condição suficiente e necessária para que não exista curvaturas no espaço é:

$$R_{\mu\nu\sigma}^\lambda = 0 . \quad (41)$$

O tensor de Riemann possui algumas propriedades advindas da simetrização e antisimetriação (ver mais em (PENROSE; RINDLER, 1984)). Essas são de grande interesse para introduzir de maneira clara o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$, que descreve a geometria local do espaço-tempo.

O tensor de Ricci e seu escalar podem ser calculados da seguinte forma:

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^\lambda = g^{\sigma\rho} R_{\mu\sigma\nu\rho} , \quad (42)$$

tem-se que $R_{\mu\nu} = R_{(\mu\nu)} = R_{\mu\nu}$ no qual a simetria advém da simetria dos pares $R_{\mu\nu\lambda\sigma}$. Para obter o escalar de Ricci através do tensor métrico:

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = R_\mu^\mu . \quad (43)$$

Com todas as ferramentas descritas acima é possível encontrar as equações de campo de Einstein, a qual descreve como a matéria e energia constroem a geometria do espaço-tempo.

O operador reversão de traço $\hat{\tau}$ pode ser aplicado em $R_{\mu\nu}$ para obter o tensor de Einstein, que é definido como:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \hat{\tau}R_{\mu\nu} , \quad (44)$$

no qual $G_{\mu\nu}$ descreve a geometria do espaço-tempo local em \mathfrak{M} .

Assim, pode-se sintetizar as equações de campo da seguinte maneira:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = -\kappa T_{\mu\nu}. \quad (45)$$

A representação na equação (45) é conhecida como equações de campo de Einstein e possui dez soluções com quatro variáveis independentes. Na equação $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$, na qual G é a constante gravitacional e $T_{\mu\nu}$ um tensor que descreve a distribuição de massa e energia no campo gravitacional que é descrito como:

$$T^{\mu\nu} = (p + \rho)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu}, \quad (46)$$

onde $p(x^\lambda)$ descreve a pressão local, $\rho(x^\lambda)$ é a densidade de energia local e $u^\mu(x^\lambda)$ é a quadri-velocidade de um elemento infinitesimal do fluido descrito pelo evento x^λ .

3.2 SOLUÇÃO DE SCHWARZSCHILD

As equações de campo de Einstein são hiperbólicas, diferenciais parciais e não lineares, o que as tornam de difícil resolução. Entretanto, Schwarzschild propôs uma solução para um caso especial – um campo gravitacional descrito por um objeto esfericamente simétrico, eletricamente neutro e com a constante cosmológica¹ e momento angular identicamente igual à zero. Dessa forma, o elemento de linha ds é escrito em coordenadas esféricas:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right)dt^2 + \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1}dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2). \quad (47)$$

A solução da equação (47) foi proposta por Schwarzschild em 1916, apenas um ano após Einstein publicar a Teoria da Relatividade Geral. Essa solução computa corretamente os valores para campos esfericamente simétricos produzidos por um objeto de massa M e raio R fora da superfície e no vácuo. É notável que quando $r = 2M$, haverá uma singularidade. Além disso, outra possível singularidade no qual $r = 0$ pode ser facilmente contornada escolhendo diferentes sistemas de coordenadas.

Há de se notar um aparente equívoco ao escolher a métrica de Schwarzschild – Como escolher tal métrica que é estática com momento angular identicamente nulo? Afinal, se as ES são conhecidas por serem os objetos com as maiores velocidades de rotação no universo, a melhor opção seria a métrica de Kerr, no qual inclui efeitos de rotação (é utilizada para buracos negros). O fato é que para uma rápida ES, há efeitos significativos devido ao formato oblato adquirido pela rotação, que não pode ser conhecido sem possuir as EDE. Dessa forma, quanto

¹ Einstein inicialmente adotou a constante cosmológica pois acreditava em um universo estático. Com a confirmação de Hubble que o universo estava em expansão, Einstein abandonou a constante (RUGH; ZINKERNAGEL, 2002). Hoje em dia, é vastamente utilizada e relacionada aos valores de densidade da energia escura.

maior for a deformação oblata do objeto, não haverá diferença significativa na escolha de uma métrica que seja esférica (FALKNER, 2012). Então, utilizar a métrica de Schwarzschild traz menor complexidade e funciona tão bem quanto a métrica de Kerr.

3.3 REDSHIFT GRAVITACIONAL

Como visto anteriormente nas equações de campo de Einstein, uma determinada massa ou energia interage com o espaço-tempo lhe determinando sua geometria. Essa, por sua vez, interage com a matéria determinando como será sua distribuição e trajetórias num determinado evento. Assim, objetos compactos como as ES criam um grande poço gravitacional e, como consequência, comprometem a trajetória e a energia dos fótons que saem da superfície.

Conforme o fóton se propaga da superfície da estrela ao observador terrestre, perde uma quantidade de energia determinada pela profundidade do poço gravitacional. Dessa forma, há uma perda de energia $E = h\nu$ e como consequência a frequência ν diminui e percebe-se seu desvio para o vermelho.

A frequência ν viajando ao longo do caminho $x^\mu(\lambda)$ medida por um observador se movendo com uma quadri-velocidade U^μ é dado por:

$$\nu = -g_{\mu\nu}U^\mu \frac{dx^\nu}{d\lambda}. \quad (48)$$

Utilizando a métrica de Schwarzschild para um observador estático nessas coordenadas, obtém-se a componente U^0 :

$$U^0 = \epsilon \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1/2}, \quad (49)$$

onde ϵ é uma constante que se pode obter com a relação $U_\mu U^\mu$. Combinando a equação (48) e (49):

$$\begin{aligned} \nu &= -g_{00}U^0 \frac{dt}{d\lambda}, \\ &= \epsilon \left(1 - \frac{R_s}{r}\right)^{-1/2} \end{aligned} \quad (50)$$

Para uma relação entre as razões de frequência fóton emitido em R e um observador distante:

$$\frac{\nu_{OBS}}{\nu_0} = \left(1 - \frac{R_s}{R}\right)^{1/2}, \quad (51)$$

onde ν_{OBS} é a frequência obtida pelo observador do fóton a uma distância $r \rightarrow \infty$ que foi emitido da superfície da estrela com uma frequência ν_0 .

3.4 EQUAÇÃO DE TOLMAN-OPPENHEIMER-VOLKOFF

Para entender um pouco mais sobre a estrutura das ES é necessário a resolução das equações de campo de Einstein para o interior estelar. Diferentemente da solução de Schwarzschild, no qual o tensor de Ricci e seu escalar resultam em zero nas regiões $r > R$, é necessário encontrar o tensor de Einstein $G_{\mu\nu}$ para analisar a geometria interna.

Após uma série de manipulações de muita complexidade se chega ao que se chama de massa interna do sistema de coordenadas r :

$$M(r) \equiv 4\pi \int_0^r \varepsilon(r) r^2 dr , \quad (52)$$

onde $\varepsilon(r)$ é a densidade de energia em r .

Para uma completa descrição de uma família de estrelas com determinada densidade de energia ε é comum escrever as chamadas EDE. Estas são usualmente representadas como:

$$\begin{aligned} p &= p(\varepsilon) , \\ \varepsilon &= \varepsilon(p) , \end{aligned} \quad (53)$$

onde p , representando a pressão, e ε , estão em um referencial de repouso num fluido.

O tensor de Einstein, que descreve a geometria local de uma dada distribuição de matéria e energia, resulta numa relação entre pressão p e distância do centro da estrela até r :

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{[p(r) + \varepsilon(r)][M(r) + 4\pi r^3 p(r)]}{r[r - 2M(r)]} . \quad (54)$$

A equação (54) é chamada de equação de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) e descreve a variação da pressão radialmente. Com as equações (52), (53) e (54) é possível resolver o sistema e encontrar a distribuição radial $p(r)$ e consequentemente para $\varepsilon(r)$. Dessa forma, para um determinado raio fixo R consegue-se encontrar a massa M e vice-versa. Embora as EDE para as ES seja um problema aberto atualmente devido ao desconhecimento sobre o comportamento da matéria em altas densidades, as equações TOV podem ser uma ferramenta útil para encontrar ou excluir possibilidades de existência de famílias estelares.

4 CONSIDERAÇÕES ESTATÍSTICAS

Neste capítulo serão fundamentados os principais tópicos para compreender o modelamento estatístico utilizado para esse trabalho. Até o final desse capítulo, o leitor terá noção do funcionamento de métodos atuais e inovadores que estão sendo utilizados atualmente na astroestatística. Entre esses, o GA, fundamentado na teoria da evolução e utilizado para escolher os melhores parâmetros iniciais para o magnetar 3XMM-J185246 e o método MCMC para convergência dos dados. Por fim, será apresentado a utilidade do diagnóstico de Gelman-Rubin e o critério de informação de Akaike cuja função é analisar convergência e a qualidade dos dados obtidos, respectivamente.

4.1 ESTATÍSTICA FREQUENTISTA VS BAYESIANA

A análise de dados astronômicos foi estruturada por anos na chamada estatística frequentista. Assim, modelar amostragens de dados a partir de distribuições Gaussianas e regressões lineares (RL) faziam parte da rotina de astrofísicos até o final do século XX. Na descrição tradicional, os pesquisadores procuram a melhor relação linear descrevendo a variável exploratória, x , e a variável de resposta y . Por exemplo, um evento astrofísico que contenha uma quantidade suficiente de dados pode ser explorada através da visualização de um gráfico de espalhamento (Figura 13).

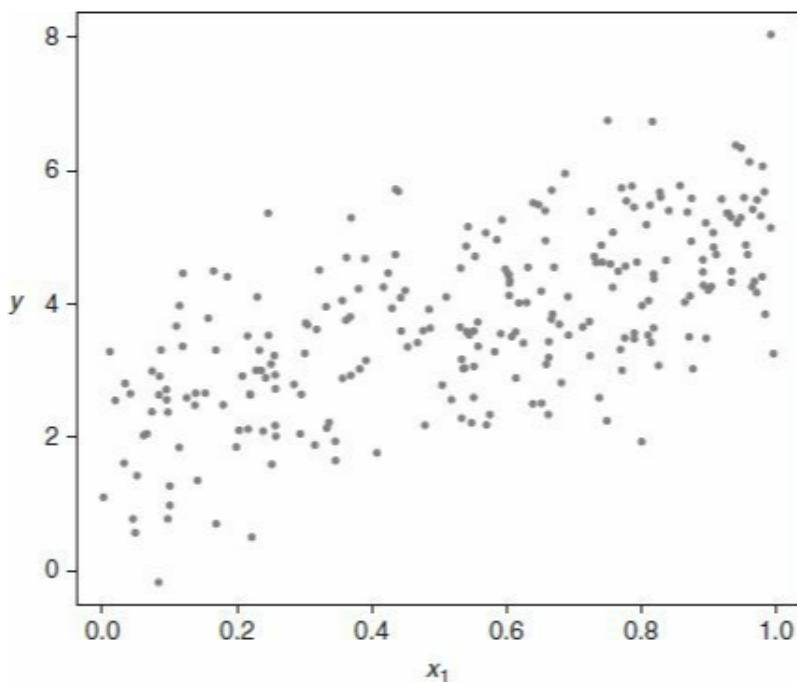


Figura 13 – Exemplo de uma relação linear entre x_1 e y . Fonte: (HILBE; SOUZA; ISHIDA, 2017)

Ao analisar o comportamento entre duas entidades é possível perceber se há relação linear entre ambas. Dessa forma, é possível construir um modelo através da regressão linear

expressada por:

$$y_i = ax_i + b , \quad (55)$$

x_i e y_i são as quantidades medidas com os índices $i = 1, \dots, n$ e a e b são os parâmetros do modelo a serem identificados. O referencial da inferência frequentista assume minimizar o resíduo ε_i entre cada predição e medição feita para as entidades y_i e x_i (Figura 14). Na linguagem matemática:

$$\varepsilon_i = y_i - ax_i - b , \quad (56)$$

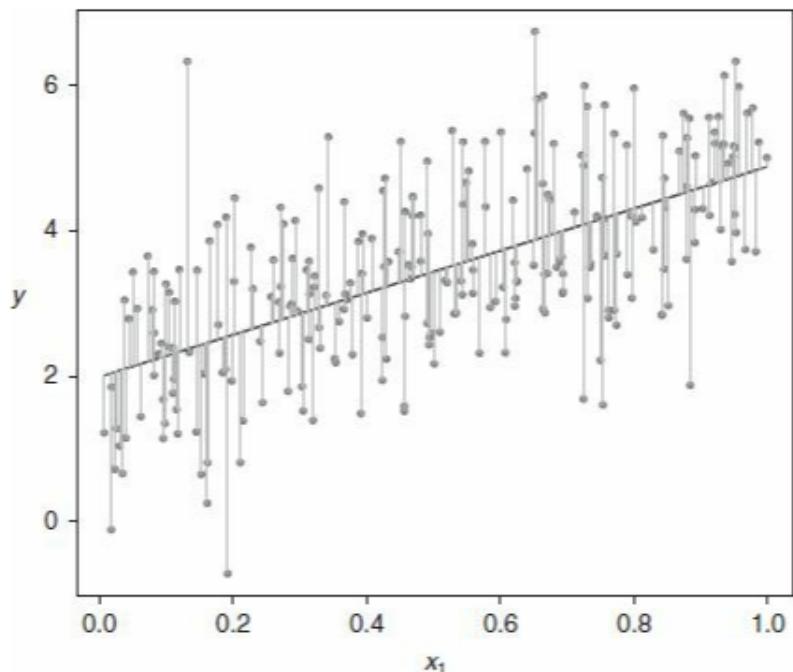


Figura 14 – Resultados de uma regressão linear. Os pontos expressam os dados sintéticos observados. A linha sólida diagonal é o melhor encaixe dos dados com a RL. As linhas verticais são os resíduos ε_i . Autor: (HILBE; SOUZA; ISHIDA, 2017)

Assumindo uma distribuição Gaussiana cujas medições são independentes umas das outras, é possível descrever a verossimilhança (*likelihood*) para essa distribuição:

$$L(dados|a,b) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{2\sqrt{\pi\sigma^2}} \exp\left[\frac{(y_i - ax_i - b)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (57)$$

Na astronomia é comum trabalhar com números com ordem de grandezas exorbitantes e a notação logarítmica da expressão (57) torna-se apropriada:

$$\mathcal{L} \propto \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N (y_i - ax_i - b)^2 . \quad (58)$$

Em contrapartida, a metodologia utilizada para o referencial de inferência bayesiana ganhou grande destaque com o avanço da computação. Com o aumento de memória e rapidez dos computadores no século XXI, foi possível a expansão dessa área estatística com o desenvolvimento de programas impulsionados por comunidades de cientistas que promoverem o mercado bayesiano.

O cerne desse método estatístico foi desenvolvido por Thomas Bayes (1702–1761) ao estudar a noção de probabilidade inversa, hoje conhecida como probabilidade posterior. O teorema de Bayes estabelece a probabilidade de um determinado evento, baseado em algum conhecimento a priori, que pode estar relacionado a este evento. De forma simplória, dois eventos **A** e **B** com $P(\mathbf{B}) \neq 0$, no qual $P(\mathbf{A}|\mathbf{B})$ (**A** condicionada por **B**) e $P(\mathbf{B}|\mathbf{A})$ (**B** condicionada por **A**):

$$P(\mathbf{A}|\mathbf{B}) = \frac{P(\mathbf{B}|\mathbf{A})P(\mathbf{A})}{P(\mathbf{B})}. \quad (59)$$

Através da metodologia bayesiana, é possível estimar a função de densidade de probabilidade ($P(\theta|y)$) de um determinado grupo de parâmetros θ . Para isso, é necessário ter a função de probabilidade da verossimilhança (*likelihood*) $L(\theta)$ e a anterior $\pi(\theta)$. Dessa forma, utilizando o teorema de Bayes a equação (59) torna-se:

$$p(\theta|y) = \frac{L(\theta)\pi(\theta)}{\int L(\theta|y)\pi(\theta)d\theta}, \quad (60)$$

com o denominador levando em conta todos os valores do grupo de parâmetros e certificando que a integração seja igual à 1.

Na inferência bayesiana, o modelo de parâmetros devem ser descritos por uma determinada função de probabilidade. Os dados iniciais, descritos pela função *likelihood*, é combinada com informações externas à saber do pesquisador. Assim, os dados de saída são uma mistura de combinações de várias distribuições de funções de verossimilhança que devem descrever determinadas distribuições especificadas para cada parâmetro no grupo de parâmetros θ .

4.2 MÉTODO MONTE CARLO MARKOV CHAINS

A metodologia bayesiana descrita na seção anterior é geralmente combinada com métodos como de Monte Carlo Markov Chains (MCMC) para uma maior facilidade da convergência das distribuições dos parâmetros (distribuição de probabilidade posterior).

O método MCMC foi desenvolvido por Nicholas Metropolis e Stanislaw Ulam no Laboratório Nacional de Los Alamos em 1949 e foi refinado por vários autores no decorrer de décadas. Com os avanços feitos por Gelfand e Smith em 1990 e Tanner e Wong foi possível

obter distribuições posteriores de parâmetros e variáveis latentes de modelos complexos (HILBE; SOUZA; ISHIDA, 2017). A comunidade astronômica também foi beneficiada com os avanços dos algoritmos bayesianos e com a implementação de softwares cada vez mais rápidos graças a trabalhos como amostragem Nested (Feroz e Hobson, 2008) e *Affine-invariant Ensemble Sampler* para MCMC (Foreman-Mackey, 2013).

As cadeias de Markov (*Markov chain*) foram criadas pelo matemático Russo Andrei Markov (1856-1922) e configura um sistema com vários passos em uma série de variáveis aleatórias no qual um determinado valor é encontrado através de um elemento prévio. É um sistema estocástico no qual o futuro depende apenas do presente, excluindo a possibilidade de eventos passados interferirem nos resultados futuros. Uma matriz de transição é empregada para regular o espectro de valores escolhidos aleatoriamente durante o processo. Assim, aplicado para encontrar as distribuições posteriores, o programa MCMC exige um grande número de amostras até convergir a forma da função de distribuição dos parâmetros no grupo θ . A visualização do processo MCMC pode ser visto na figura (15).

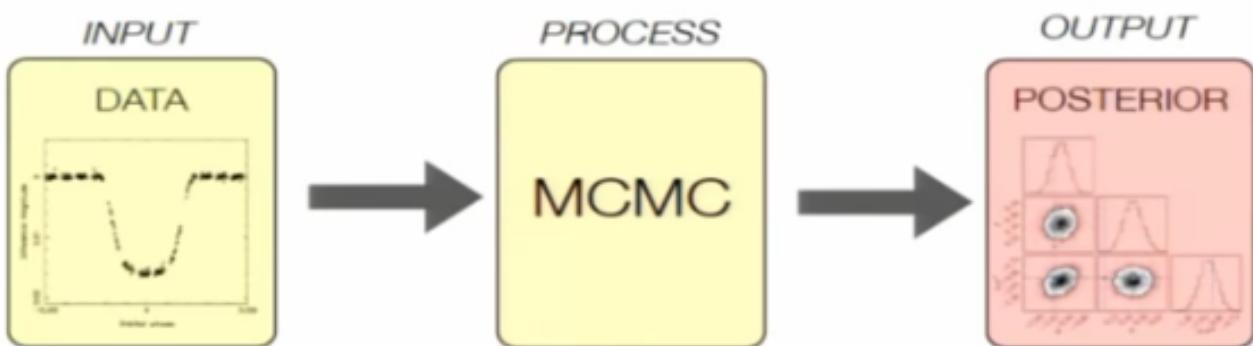


Figura 15 – Dados iniciais são inseridos e passam pelo processo MCMC para gerar a distribuição posterior. Autor: (KIPPING, 2016)

Por fim, o método MCMC é caracterizado por possuir uma série de ingredientes para o processo: dados a serem analisados, um modelo aproximadamente compatível com os dados observados, um verificador de amostras, uma equação para a verossimilhança e outra para a distribuição prévia (priori).

4.3 DIAGNÓSTICO DE GELMAN-RUBIN

Uma vez que o MCMC está rodando, deve-se pensar num critério de parada. Com isso, a idéia principal da estatística proposta por Gelman-Rubin (GRS) é começar com múltiplas cadeias paralelas com valores iniciais diferentes até eventualmente atingir uma distribuição estacionária. Dessa forma, depois de uma quantidade finita de tempo deve ser impossível distinguir uma

cadeia paralela de outra. Ou seja, todas convergiriam para uma mesma distribuição (VATS; KNUDSON, 2018).

Uma maneira de relacionar as cadeias paralelas seria comparar essas entre si com as variações dentro das próprias cadeias. Se a variação for perto de zero, é possível afirmar que o diagnóstico sugere que as cadeias são semelhantes e quase indistinguíveis entre si.

Assim, é possível supor que $x_1^n, x_2^n \dots$ são amostras da n-ésima cadeia de Markov com n cadeias em paralelo com diferentes valores iniciais. Para cada cadeia, é possível descartar um determinado número de passos iniciais D e permanecer com o restante L :

$$x_D^n, x_{D+1}^n, \dots, x_{D+L-1}^n . \quad (61)$$

Então, calcula-se a cadeia média, a grande média, os valores entre as variações da cadeia e entre as cadeias, respectivamente representados na forma matemática por:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{L} \sum_{t=1}^L x_t^n , \quad (62)$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n \bar{x}^n , \quad (63)$$

$$B = \frac{1}{n-1} \sum_{n=1}^n (\bar{x}^n - \bar{x})^2 , \quad (64)$$

$$s_n^2 = \frac{1}{L-1} \sum_{t=1}^L (x_t^n - \bar{x}_n)^2 , \quad (65)$$

$$W = \frac{1}{n} \sum_{n=1}^n s_n^2 , \quad (66)$$

O parâmetro W pode ser relacionado com o diagnóstico de Gelman-Rubin através da equação:

$$R = \frac{\frac{L-1}{L}W + \frac{1}{L}B}{W} , \quad (67)$$

na qual se percebe que se $L \rightarrow \infty$, $B \downarrow 0$, então $R \rightarrow 1$. Dessa forma, o parâmetro R deve convergir para 1, como por exemplo, 1.1 ou 1.2.

4.4 O CRITÉRIO DE INFORMAÇÃO DE AKAIKE

O critério de informação de Akaike (AIC) é uma ferramenta estatística utilizada para mensurar a qualidade de um modelo estatístico. Logo, o AIC determina qual é o melhor ajuste para os dados. É calculado através do número de variáveis independentes usadas para construir o modelo e estima qual o melhor valor para a máxima verossimilhança.

Quando um modelo estatístico é usado para representar um processo é inevitável a perda de informações. Assim, o AIC estima a quantidade de dados perdidos durante esse processo. Logo, quanto menor for o valor de AIC maior será a qualidade e mais adequado é determinado modelo. A definição é dada por:

$$\text{AIC} \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{\max} + 2p , \quad (68)$$

onde \mathcal{L}_{\max} é o valor máximo da função de verossimilhança e p o número de parâmetros livres no modelo. Esse método penaliza modelos mais complexos, ou seja, o sobreajuste de dados. Pode ser relacionados à *Ockham's razor*¹, no qual a resposta (nesse caso, o modelo) mais simples tem a maior chance de estar correto.

4.5 ALGORITMO GENÉTICO

O GA é um método estocástico global de otimização. É inspirado na teoria da evolução que permite otimizações de um conjunto de parâmetros através da seleção natural. Nessa metodologia, as famílias de parâmetros são chamadas de cromossomos e individualmente genes. Assim, por exemplo, massa M , raio R , ângulos i e j são os genes que passam por uma série de evoluções, cruzamentos e mutações para a escolha do melhor conjunto de parâmetros (LIMA et al., 2019). A introdução desse método de otimização é feita em um ambiente virtual com python 2.7 com o auxílio da biblioteca Pyevolve.

O fenótipo ideal é criado a partir dos pulsos reais obtidos através do satélite XMM-Newton. Assim, é feita uma compatibilidade dos cromossomos. Compreende seis passos:

1) Inicialização. Gerar uma população de soluções (cromossomos):

Aqui entra a criação de uma população de parâmetros a serem investigados de acordo com o princípio de variação de Darwin. Com uma população de milhares de opções geradas aleatoriamente de acordo com os limites pré estabelecidos para os parâmetros (Tabela 2). Assim, cada gene traz um DNA virtual que descreverá como o dado membro da população irá se comportar.

¹ É um princípio advindo da escolástica no qual postula que diante de múltiplas explicações possíveis para o mesmo fenômeno, deve-se escolher a mais simples.

2) Evolução do fenótipo. Calcula-se as melhores soluções de cada modelo:

Para o GA funcionar adequadamente é necessário criar um critério de encaixe das melhores soluções. Esse critério é determinado por χ^2 (será apresentado no próximo capítulo) e representa uma pontuação numérica para cada membro da população.

3) Selecionar as melhores soluções:

O princípio da seleção natural é aplicado nessa parte. Assim, as melhores opções para reprodução dos parâmetros serão selecionadas nessa etapa.

4) Reprodução - os genes das melhores soluções são recombinados:

A ideia de reproduzir os melhores genes para próxima geração mantém o princípio da hereditariedade de Darwin². Aqui envolve a troca de genes entre dos pais para o filho através do *Crossing Over*.

5) Mutação - os genes são aleatoriamente selecionados e modificados:

Enquanto ocorre a troca de genes (*Crossing Over*) é possível implementar mutações para aumentar a variabilidade genética.

6) Repor a população:

Repetir os procedimentos 2 até 6 inúmeras vezes para um melhor resultado.

Existe um número específico de geração, população, taxa de mutação e cruzamento (Tabela 1) para cada pulso individual F_{OBS} captado pelo satélite *XMM-Newton*. Os cromossomos possuem limites pré-estabelecidos (Tabela 2) que são utilizados pelo GA para encontrar o melhor conjunto de parâmetros iniciais. Nessa tabela se encontram todos os parâmetros que serão procurados através da incorporação do método estatístico no programa (ver o capítulo de metodologia).

A qualidade de ajustes (GoF) de uma dada solução é calculada pelo quadrado da diferença entre o modelo e os dados observados. Isto é, uma soma sobre o período e o perfil pulsado.

$$GoF = \sum_k \left[\bar{F}_k^{TOT} - \bar{F}_k^{OBS} \right]^2, \quad (69)$$

² Os filhos herdam características e propriedades intrínsecas dos pais.

na qual $k = 1 - N$, sendo N o número de pontos observados da curva de luz. Os fluxos acima (\bar{F}) serão introduzidos de maneira adequada na seção de metodologia. Com isso, será possível perceber a dependência temporal com a fase de rotação da estrela. O caso ideal seria com $GoF = 0$. Dessa forma, o objetivo se torna minimizar esse parâmetro o máximo possível. Dessa forma, o GA permite ao programador chegar à valores mais próximo possível da função distribuição de probabilidade. Com GoF minimizado, os cromossomos (conjunto de parâmetros) terá uma utilidade fundamental para convergir com mais facilidade as distribuições de probabilidade geradas pelo MCMC.

Geração	5000
População	25
Taxa de Mutação	0.2
Taxa de Reprodução	0.9

Tabela 1 – Quantidades necessárias para uma boa evolução dos parâmetros através do GA.

Parâmetros	Definição	Prévio
$M(M_{\odot})$	Massa Estelar	0.1 – 2.5
$R(\text{km})$	Raio Estelar	7.0 – 16.0
$\log(B/G)$	Campo Magnético	10.0 – 14.0
i	ângulo entre LOS e o eixo de rotação	0 – 90
j	ângulo entre a região polar e o eixo de rotação	0 – 90
θ_{c1}	Semi-abertura da região 1	0 – 90
$T_1 (\text{keV})$	Temperatura da região 1	0.0 – 1.0
θ_{c2}	Semi-abertura da região 2	0 – 90
θ_2	Colatitude da região 2	0 – 180
ϕ_2	Longitude da região 2	0 – 360
$T_2 (\text{keV})$	Temperatura da região 2	0.0 – 1.0
θ_{c3}	Semi-abertura da região 3	0 – 90
θ_3	Colatitude da região 3	0 – 180
ϕ_3	Longitude da região 3	0 – 360
$T_3 (\text{keV})$	Temperatura da região 3	0.0 – 1.0

Tabela 2 – Lista de parâmetros livres e seus espectros utilizados pelo GA para o ajuste do feixe de fótons. A primeira região quente é referência para as demais longitudes e colatitudes.

5 METODOLOGIA

5.1 MAGNETAR 3XMM J185246

O satélite de observações de fontes astrofísicas *X-Ray Multi-Mirror Newton* (XMM-Newton) foi lançado pela primeira vez em 10 de dezembro de 1999 pela Agência Espacial Européia. Entre suas características principais possui duas câmeras feitas por óxido de metal semicondutor (MOS1 e MOS2) e possui uma resolução temporal de 2.6 s.

Em 2008, XMM-Newton detectou fontes de raio-X vindas de explosões de um objeto compacto próximo ao remanescente de supernova Kes 79, que foi nominado como Magnetar 3XMM J185246. Através da coleta de fótons de uma região circular de 40" com aproximadamente mesma dimensão para o fundo foi possível coletar dados em 19-29 de setembro, 16-25 de março e 4-23 de abril de 2009. Entre esses, foram escolhidos três observações, identificadas como ObsIDs 0550670201 (2008, 19 de setembro), 0550671501(2008, 29 de Setembro) e 0550671601(2008, 10 de Outubro). Essas observações são denominadas neste trabalho caso I, II e III respectivamente.

Os primeiros dados foram tratados com funções padrão através do programa *Software Analysis Science* (SAS) com calibragem de arquivos de 2013. Com o auxílio desse programa, foi possível reconstruir a região de fundo através da tarefa *task ebkgreg*, que confere a melhor otimização da região se baseando no detector geométrico (Figura 16). Além disso, as bibliotecas *barycen* e *epiclccorr* refinaram os dados convertendo o tempo de chegada dos fótons na referência do tempo do satélite para o referencial do baricentro do sistema solar e minimizando os efeitos que podem comprometer a eficácia da produção da imagem da região de fundo com a subtração dos feixes de fótons, respectivamente.

O objeto compacto 3XMM J185246 possui um período $P = 11.55871346(6)$ s e distância $d = 7$ kpc com perfil de pulso bem definido e acurácia de 90% (REA et al., 2014). Além disso, a taxa de evolução do período com o tempo é de $\dot{P} < 1.4 \times 10^{-13}$ s/s, o que implica um limite para um campo magnético dipolar de superfície $B < 4.1 \times 10^{13}$ G. Com isso, a idade característica do magnetar é $\tau_{\text{age}} > 1.3$ Myr e luminosidade $L_{\text{sd}} < 3.6 \times 10^{30}$ erg/s (PEREIRA; COELHO; LIMA, 2019).

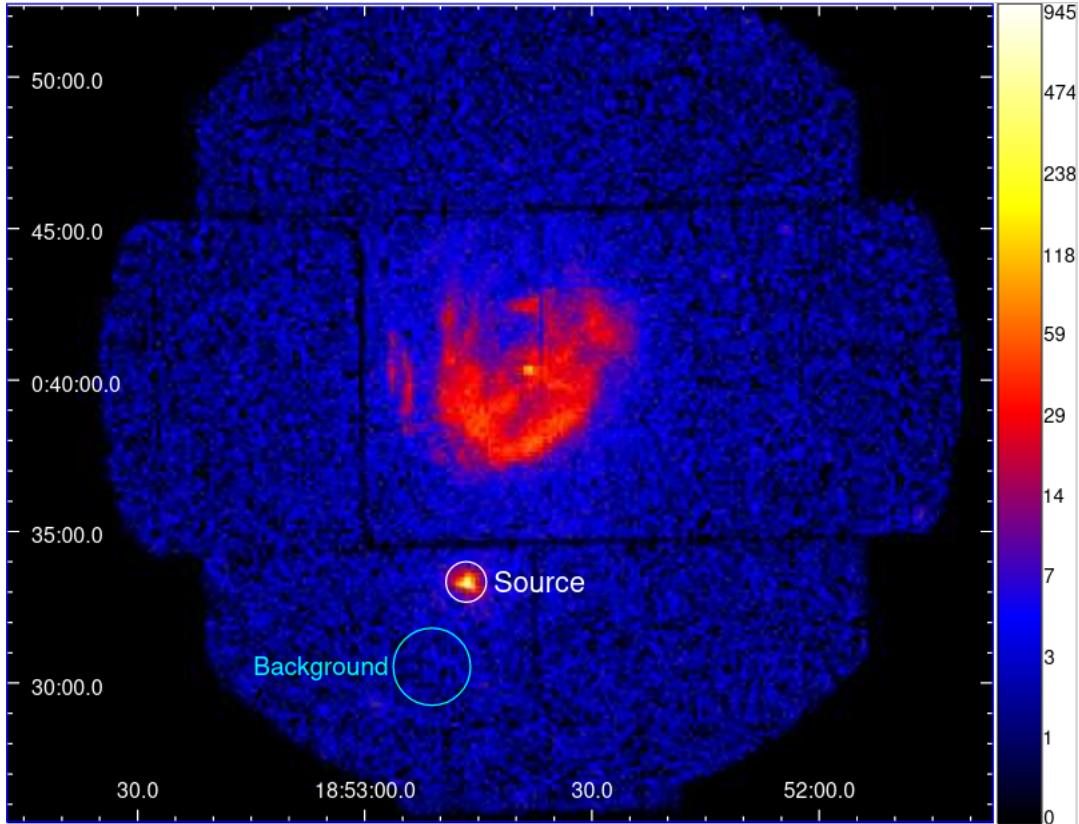


Figura 16 – Imagem da observação 0550670201 feita pela câmera MOS 2 . A imagem está na escala logarítmica; unidades são contadas por pixel. Fonte e região de fundo feita através do Satélite XMM-Newton. Fonte: (ZHOU et al., 2014)

5.2 MODELO DO PERFIL DE PULSO

O cálculo do fluxo de uma ES que emite radiação térmica de um determinado número de regiões circulares e com posições arbitrárias entre si é considerado por (TUROLLA; NOBILI, 2013).

Para calcular o fluxo emitido por essas regiões, o espaço-tempo fora da estrela é descrito pela métrica de Schwarzschild, pois o magnetar 3XMM-J185246 possui uma rotação lenta de $P = 11.55$ s. Consequentemente, não é necessário levar em consideração o efeito de arraste de referencial. Com isso, considera-se o magnetar com massa M , raio R e um sistema de coordenadas esféricas centrado na origem do objeto compacto (Figura 17).

O fóton emerge de uma região da superfície $dS = R^2 \sin \theta d\theta d\phi$ fazendo um ângulo α com a normal à superfície e a trajetória do fóton descreve uma geodésica com um ângulo extra β devido à distorção do espaço tempo e o ângulo total observado por um referencial no infinito $r \rightarrow \infty$ é $\psi = \alpha + \beta$. A relação entre os ângulos α e θ possui solução matemática analítica

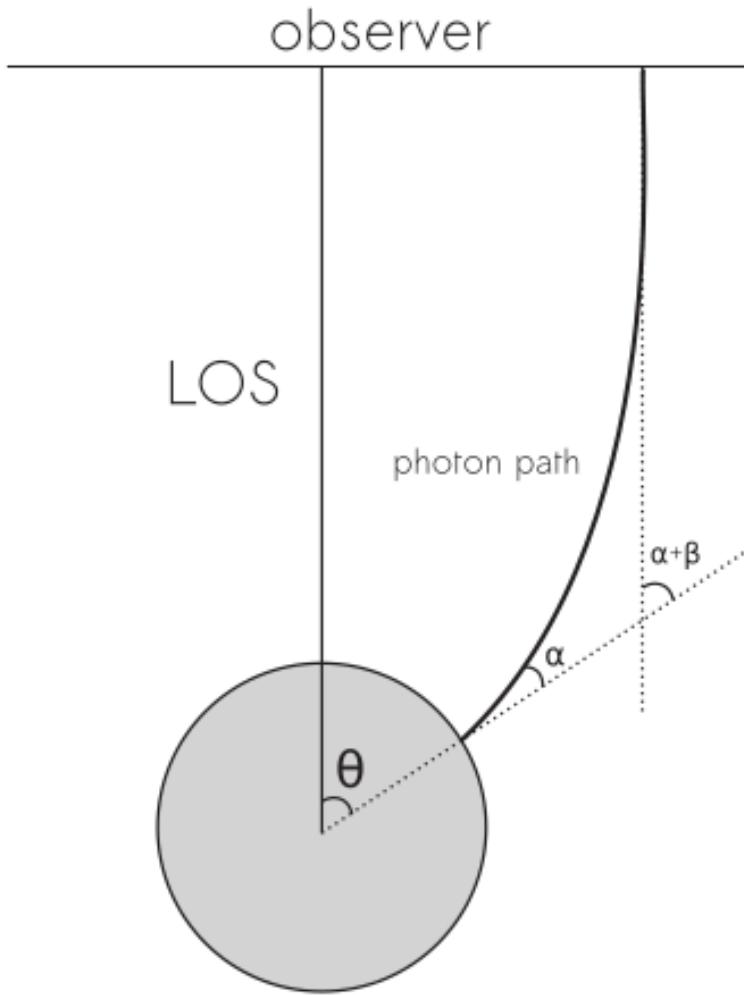


Figura 17 – Modelo geométrico do Magnetar ilustrando a trajetória curva de um fóton. Fonte: (LIMA et al., 2019).

devido ao trabalho de (BELOBORODOV, 2002):

$$1 - \cos \alpha = (1 - \cos \theta) \left(1 - \frac{R_s}{R}\right), \quad (70)$$

onde R_s é o raio de Schwarzschild e a equação (70) funciona com pequenos erros $\lesssim 1\%$ para raios de $R \geq 3R_s$, típicos de ES.

Assume-se que a região quente emissora tenha um espectro atmosférico local e o fluxo observado provém principalmente dessas regiões. Dessa forma, o fluxo é proporcional a região emissora visível de área S_V com uma correção relativística. Com a intensidade $T_V(T)$ dependendo da temperatura para cada frequência v .

$$F_V = N \left(1 - \frac{R_s}{R}\right) \int_{S_V} I_V(T) \cos \alpha \frac{d \cos \alpha}{d(\cos \theta)} dS, \quad (71)$$

onde o fator de normalização $N = (R_\infty/D)^2$ com $R_\infty = R \left(1 - \frac{2GM}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

No sistema de coordenadas polares fixado na origem da estrela, a região emissora circular possui uma semi-abertura θ_0 . Devido à geometria da estrela, a região circular é restrita pela função ϕ_b , na qual $0 \leq \phi_b \leq \pi$:

$$\phi_b = \left[\frac{\cos \theta_c - \cos \theta_0 \cos \theta}{\sin \theta_0 \sin \theta} \right]. \quad (72)$$

Apenas uma parte visível da estrela deve ser considerada, a região emissora é limitada por uma constante θ_F ,

$$\theta_F = \arccos \left(1 - \frac{c^2 R}{2GM} \right)^{-1}. \quad (73)$$

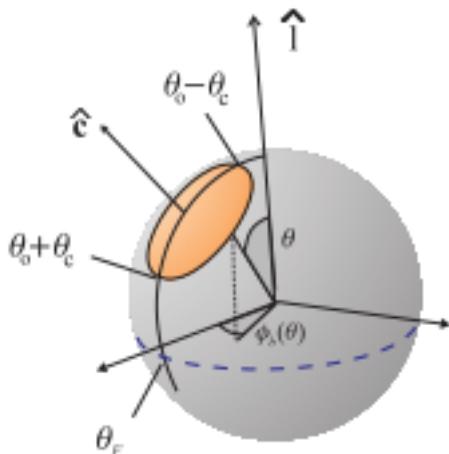


Figura 18 – Geometria para uma única região emissora na cor laranja. LOS está representado pelo vetor $\hat{\mathbf{I}}$. A região pontilhada é o limite de visualização θ_F . Além disso, o vetor unitário $\hat{\mathbf{c}}$ é perpendicular à superfície e é possível observar a restrição de ϕ_b . Fonte: (TUROLLA; NOBILI, 2013)

Por fim, utilizando a aproximação de Belodorov (70) na equação do cálculo do fluxo (71) e integrando em ϕ :

$$F_V = 2N \left(1 - \frac{R_s}{R} \right)^2 \int_{\theta_{min}}^{\theta_{max}} I_V(T) A(\theta) \sin \theta \phi_b(\theta) d\theta, \quad (74)$$

onde

$$A(\theta) = \left[\frac{R_s}{R} + \left(1 - \frac{R_s}{R} \right) \cos \theta \right], \quad (75)$$

$$\theta_{min} = \min[\max(0, \theta_0 - \theta_c), \theta_F], \quad (76)$$

$$\theta_{max} = \min[\theta_0 + \theta_c, \theta_F]. \quad (77)$$

Além disso, deve-se considerar o fluxo total produzido por cada N_σ regiões emissoras, no qual a região σ -ésima tem uma semi-abertura $\theta_{c\sigma}$ e temperatura T_σ . Assim, o fluxo total somado com cada região emissora:

$$F_v^{TOT} = \sum_{\sigma} F_v(T_\sigma) . \quad (78)$$

Ainda é possível determinar o perfil de pulso entre dois espectros com frequências v_1 e v_2 para uma uma determinada região σ :

$$F_\sigma(v_1, v_2) = \int_{v_1}^{v_2} F_v(T_\sigma) dv . \quad (79)$$

Logo, para compactar a equação, é possível escrever um somatório de cada fluxo em uma determinada banda de frequência para encontrar o fluxo total:

$$F^{TOT} = \sum_{\sigma} F_\sigma(v_1, v_2) . \quad (80)$$

É útil introduzir os ângulos i, j . O primeiro é o ângulo entre a linha de visão do observador (LOS) e a calota polar \mathbf{c} . E, o último entre (LOS) e o vetor unitário de rotação \mathbf{r} . Em termos matemáticos:

$$\cos i = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{l}} \text{ e } \cos j = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{c}} \quad (81)$$

Conforme o objeto compacto rotaciona, a região emissora com vetor unitário perpendicular à superfície $\hat{\mathbf{c}}$ também é rotacionada. Dessa forma assume-se uma fase rotacional dada por $\gamma(t) = \Omega t$, um sistema de coordenadas polares com o centro da região emissora θ_0 e a rotação da estrela é descrita por:

$$\cos \theta_0(t) = \cos i \cos j - \sin i \sin j \cos \gamma(t) , \quad (82)$$

na qual a velocidade angular é dada por $\Omega = 2\pi/P$ com i, j mantendo-se fixos

5.3 CONSTRUÇÃO DO MODELO ATMOSFÉRICO

Nesse trabalho foi incorporado uma atmosfera de carbono parcialmente ionizada e magnetizada com energia entre 0.05 – 10 keV no magnetar 3XMM J185246 com três regiões emissoras de radiação distintas, com temperaturas constantes, possivelmente díspares e campo magnético radial. O propósito dessa estratégia é otimizar os principais parâmetros como raio, massa e campo magnético. Visto que até uma fina atmosfera é capaz de mudar a polarização dos

fótons e consequentemente o espectro de energia, levando a erros consideráveis nos principais parâmetros da ES.

Embora os principais parâmetros sejam o raio, massa e campo magnético, existe um conjunto de parâmetros que descrevem a geometria da estrela colapsada. São esses, os ângulos i e j , o número de regiões emissoras N_σ (nesse trabalho $N_\sigma = 3$), $\theta_{c\sigma}$ a σ -ésima semi-abertura da região, T_σ a temperatura (em KeV), θ_σ a colatitude entre as regiões e ϕ_σ a longitude (Figura 19).

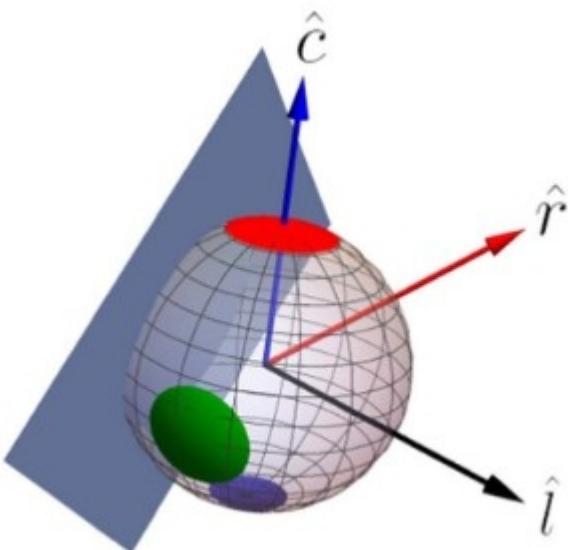


Figura 19 – Visão da geometria esférica da ES. São representadas $N = 3$ regiões emissoras com vetores unitários ($\hat{\mathbf{c}}$, $\hat{\mathbf{r}}$ e $\hat{\mathbf{l}}$) indicando o a direção da região polar, de rotação e LOS, respectivamente. Fonte: (LIMA et al., 2019)

Outro aspecto à se levar em consideração para a construção da atmosfera, é a implementação do programa *Neutron Star with a Magnetic Atmosphere* (NSMAXG). Esse pacote incorpora os resultados citados dos autores (MORI; HO, 2007) e (POTEKHIN; CHABRIER, 2004) (discutidas no capítulo 4) e leva em consideração os resultados das EDE e de opacidade. São calculados para uma atmosfera de carbono magnetizada e parcicalmente ionizada em um plasma de alta densidade.

Com o MCMC é possível encontrar funções de distribuições para uma família de parâmetros que são incorporados ao pacote NSMAXG. Com esse pacote é possível fazer uma interpolação de uma grade de espectros atmosféricos que se ajustem aos parâmetros obtidos pelo MCMC. Por exemplo, se o método estatístico encontrar um valor de campo magnético $\text{Log}(12.5)$, o NSMAXG interpola os valores $\text{Log}(12)$ e $\text{Log}(13)$ (Figura 20).

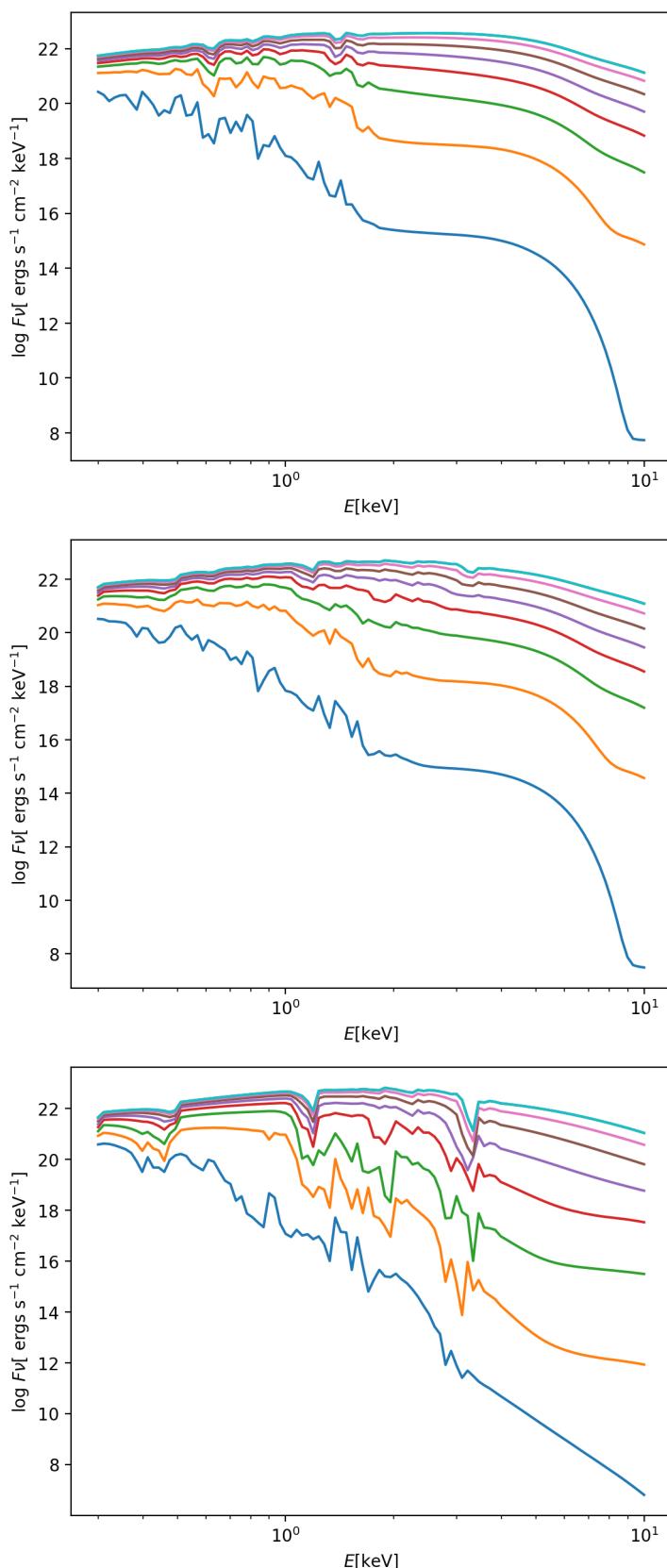


Figura 20 – Possibilidade de interpolação do NSMAXG para espectros de temperatura de 0,3 - 0,8 keV. A primeira figura possui um campo magnético de 10^{12} G, a segunda figura mostra a interpolação de $10^{12.5}$ G com última de 10^{13} G. Fonte: Autor.

Dessa forma, o NSMAXG procura para cada região emissora de radiação duas soluções mais próximas, tanto para temperatura, energia e variação gravitacional. Com isso, faz uma interpolação a ser computada para uma melhor qualidade do espectro final.

O pacote NSMAXG traz consigo vários modelos, que são chamados de *Switchs*, para um conjunto de parâmetros como: campo magnético de superfície \mathbf{B} , logarítmico do valor da gravidade local, temperatura (em KeV) e o espectro de energia (Tabela 3).

Switch	$B(10^{12}B)$	$\log(g) \text{ cm/s}^2$	$\log(T_{eff})$	E (keV)
1000	0.01	2.4	5.5 – 6.7	0.05 – 10
1060	0.04	2.4	5.5 – 6.7	0.05 – 10
1085	0.07	2.4	5.5 – 6.7	0.05 – 10
1100	0.1	2.4	5.5 – 6.7	0.05 – 10
1200	1.0	0.4 – 2.5	5.5 – 6.8	0.05 – 10
1230	2.0	2.4	5.5 – 6.8	0.05 – 10
1260	4.0	2.4	5.5 – 6.8	0.05 – 10
1280	7.0	2.4	5.5 – 6.8	0.05 – 10
1300	10.0	0.4 – 2.5	5.5 – 6.8	0.05 – 10
1330	20.0	2.4	5.6 – 6.8	0.05 – 10
1350	30.0	2.4	5.7 – 6.8	0.05 – 10

Tabela 3 – Cada modelo (*Switch*) corresponde à uma determinada atmosfera. Uma interpolação entre os modelos otimiza o conjunto de parâmetros do magnetar.

Deve-se considerar, também, a colimação dos feixes de fótons através da atmosfera e magnetosfera. Esses feixes emitidos por essas duas regiões devem passar por correções devido à efeitos relativísticos e atmosféricos. Em ambos os casos, a amplitude do perfil de pulso é afetada e se deve considerar a função de Hopf que descreve um feixe de fótons espalhados emergindo de uma atmosfera representada por:

$$I_V(T, \alpha) = \mathcal{I}_V(T)H(\alpha), \quad (83)$$

onde:

$$H(\alpha) = \sum_{a=1}^3 \frac{L_a}{1 + k_a \cos \alpha} - \cos \alpha + Q. \quad (84)$$

A intensidade específica, denotada por $\mathcal{I}_V(T)$, é escolhida de acordo com os elementos do espectro atmosférico que neste trabalho é o carbono. Os parâmetros L_a , α e k_a são adequados para campos magnéticos fracos e com fótons com energia $\geq 1 \text{ keV}$ (Tabela 4).

Parâmetros	k	k_1	k_2	k_3	L_1	L_2	L_3	Q
Primeira Aproximação	0	0	0	0	0	0	0	$1/\sqrt{3}$ -
Segunda Aproximação	0	1.97203	0	0	-0.116675	0	0	+0.96025 -
Terceira Aproximação	0	1.225211	3.202945	-0.101245	-0.02530	0	0	+0.703899 -
Quarta Aproximação	0	1.103188	1.591778	4.45808	-0.083921	-0.036187	-0.009461	+0.706920

Tabela 4 – Tabela dos parâmetros L_a, k_a e Q . Fonte: (CHANDRASEKHAR, 1960)

Para uma melhor interpretação física dos resultados, limites inferiores e superiores para todos os parâmetros (Tabela 5) (principalmente para massa e raio) devem ser estabelecidos e incorporados no programa. Assim, ao executar o GA esses limites estabelecem maior rigor ao modelo teórico e é comparado aos pulsos reais. Os efeitos comparativos (será visto no próximo capítulo) demonstram quão bem estabelecidos são os parâmetros escolhidos e, consequentemente, um menor esforço computacional é obtido.

Limites possíveis para os parâmetros		
Parâmetros	Inferior	Superior
M/M_\odot	0.10	2.5
R	7.0	16
$\log(B)$	10	14
i	0	90°
j	0	90°
θ_{1c}	0	90°
T_1	0	10
θ_{2c}	0	90°
θ_2	0	180°
ϕ_2	0	360°
T_2	0	10
θ_{3c}	0	90°
θ_3	0	180°
ϕ_3	0	360°
T_3	0	10

Tabela 5 – Escolha manual para os limites inferiores e superiores para a procurar de parâmetros pelo GA.

O método MCMC proposto através do referencial da estatística bayesiana é um dos fundamentos nesse trabalho. Esse método é empreendido através da biblioteca - na linguagem Python - *EMCEE* que é uma implementação de *Goodman e Weare's* do método MCMC com invariância afim (*Affine Invariant Ensemble Sampler*).

Nesse trabalho foi utilizado o MCMC para o conjunto de parâmetros:

$$\theta_j = \left\{ M, R, \log(B/G), i, j, \theta_{c1}, T_1, \theta_{c2}, \theta_2, \phi_2, T_2, \theta_{c3}, \theta_3, \phi_3, T_3 \right\},$$

no qual é possível construir a função densidade de probabilidade posterior (verossimilhança):

$$p(D|\theta) \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right), \quad (85)$$

onde

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (F^{obs} - F^{th}(\theta_i))^T \Sigma^{-1} (F^{obs} - F^{th}(\theta_i)), \quad (86)$$

com F^{obs} , F^{th} e Σ^{-1} sendo o fluxo observado, fluxo teórico total produzido por três regiões e a matriz quadrada covariante $N - N$, respectivamente. Por conseguinte é possível encontrar a função de densidade posterior de N amostras θ_i :

$$p(\theta_i, \alpha|D) = \frac{1}{Z} p(\theta, \alpha) p(D|\theta, \alpha), \quad (87)$$

na qual $p(\theta, \alpha)$ e $p(D|\theta, \alpha)$ são a distribuição prévia e a função (posterior) verossimilhança, respectivamente. Os parâmetros D e α são de dados observacionais e possíveis perturbações. A quantidade Z é o fator de normalização.

Com todos os ingredientes citados acima, é possível estabelecer a metodologia MCMC através da implementação da função *Ensemble Sampler* para obter as cadeias de parâmetros desejadas. Por fim, se utiliza o critério de convergência de Gelman-Rubin $R - 1 < 0.01$.

Para fins estatísticos, o AIC é a medida mais adequada para analisar o modelo em estudo em comparação com o modelo de referência. Dessa forma, é estabelecido como parâmetro de referência AIC em torno de 70 ± 5 que pode ser calculado para cada época através da equação:

$$AIC \equiv -2 \ln \mathcal{L}_{max} + 2p, \quad (88)$$

onde \mathcal{L}_{max} é o valor máximo da distribuição de verossimilhança e p o número de parâmetros livres. É importante notar que quanto menor for o valor obtido pelo AIC, mais confiança a função de distribuição têm. Isso se deve justamente ao fato da "entropia de informação" ser menor e o resultado possuir maior qualidade.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

6.1 ANÁLISE DOS DADOS ESTATÍSTICOS

Através dos dados obtidos pelo satélite 3XMM-Newton foi possível verificar que três fluxos observacionais, em datas diferentes, concordam com o modelo do fluxo teórico. Dessa forma, os resultados desses três eventos, denominados caso I, II e III foram tratados através de uma extensa abordagem estatística.

O melhor conjunto de parâmetros para massa, raio e campo magnético (Tabela 6) foram obtidos através do MCMC e com ajuda inicial do GA. Desses casos, para um melhor tratamento estatístico que configure qualidade do modelo, o critério Akaike permaneceu em $AIC = 71.02 \pm 5.0$. Dessa forma, os melhores parâmetros são para o caso I, com massa de $M/M_{\odot} = 0.58^{+0.49}_{-0.36}$, raio de $R = 15.9^{+0.058}_{-0.239}$ e campo magnético $\log(B) = 12.79^{+0.26}_{-0.45}$.

Tabela 6 – Resultado dos modelos testados

Parâmetros da Estrela												
Modelo	ObsID	M	R	$\log(B/G)$	χ^2	AIC						
Case I	0550670201	$0.58^{+0.49}_{-0.22}$	$15.9^{+0.058}_{-0.24}$	$12.79^{+0.26}_{-0.45}$	41.02	71.02						
Case II	0550670501	$0.139^{+0.149}_{-0.025}$	$10.49^{+0.57}_{-0.38}$	$10.09^{+0.382}_{-0.067}$	48.81	78.81						
Case III	0550670601	$0.197^{+0.228}_{-0.067}$	$11.94^{+0.76}_{-1.14}$	$10.89^{+0.24}_{-0.74}$	45.76	75.76						
Parâmetros das regiões emissoras												
Modelo	i	j	θ_{e1}	T_1	θ_{e2}	θ_e	ϕ_2	T_2	θ_{e3}	θ_3	ϕ_3	T_3
Case I	$83.65^{+0.73}_{-0.95}$	$59.3^{+1.2}_{-1.1}$	$75.81^{+0.84}_{-0.78}$	0.455 ± 0.047	$79.0^{+1.4}_{-1.1}$	$139.3^{+1.4}_{-1.6}$	$9.46^{+0.99}_{-1.29}$	-	$67.3^{+1.4}_{-1.7}$	$29.8^{+1.4}_{-1.1}$	$285.27^{+1.01}_{-0.95}$	-
Case II	$31.52^{+0.78}_{-0.64}$	$47.4^{+1.9}_{-1.2}$	$6.08^{+1.12}_{-0.93}$	$0.922^{+0.0063}_{-0.322}$	$2.15^{+0.93}_{-1.79}$	$36.8^{+1.1}_{-1.0}$	$262.10.0^{+0.95}_{-0.87}$	$0.13^{+0.37}_{-0.11}$	$82.3^{+1.1}_{-1.4}$	$26.5^{+1.5}_{-1.4}$	$271.5^{+1.27}_{-0.9}$	$0.980^{+0.015}_{-0.056}$
Case III	$25.7^{+2.1}_{-1.2}$	$54.7^{+1.5}_{-1.4}$	$35.9^{+3.2}_{-3.6}$	-	$26.6^{+1.4}_{-1.8}$	$32.2^{+4.1}_{-3.1}$	$147.3^{+1.5}_{-1.7}$	-	$57.1^{+2.0}_{-1.3}$	14.3 ± 3.2	$276.8^{+1.6}_{-2.0}$	$0.977^{+0.018}_{-0.085}$

O GA propôs uma forma direta e eficaz de obter parâmetros iniciais que poderiam ser comparados diretamente com os fluxos observacionais oriundos do satélite 3XMM-Newton. Essas comparações (Figura 21) possibilitaram uma melhor escolha da família de parâmetros para obter a forma final dos melhores resultados. Com isso, a convergência dos resultados foi mais rápida e exigiu menos esforço computacional.

Visto que as curvas de pontos de luz por segundo provindas do satélite 3XMM-Newton são compatíveis com as propostas pelo modelo teórico, a determinação final do conjunto de parâmetros é feita pelo MCMC. O funcionamento desse é representado na Figura (22), na qual os caminhantes partem de parâmetros iniciais vizinhos que foram escolhidos pelo GA e podem convergir a um número determinado de passos. Entretanto, devido a natureza estatística desse trabalho, nem todos os parâmetros convergem como se espera. Ou seja, há muita divergência principalmente entre os caminhantes dos parâmetros campo magnético e massa. Assim, foi introduzido a terceira longitude como uma forma de comparação pois possui uma melhor convergência. Contudo, como perspectiva futura, uma melhor convergência para os parâmetros campo magnético e a massa podem ser obtidos com um maior número de passos.

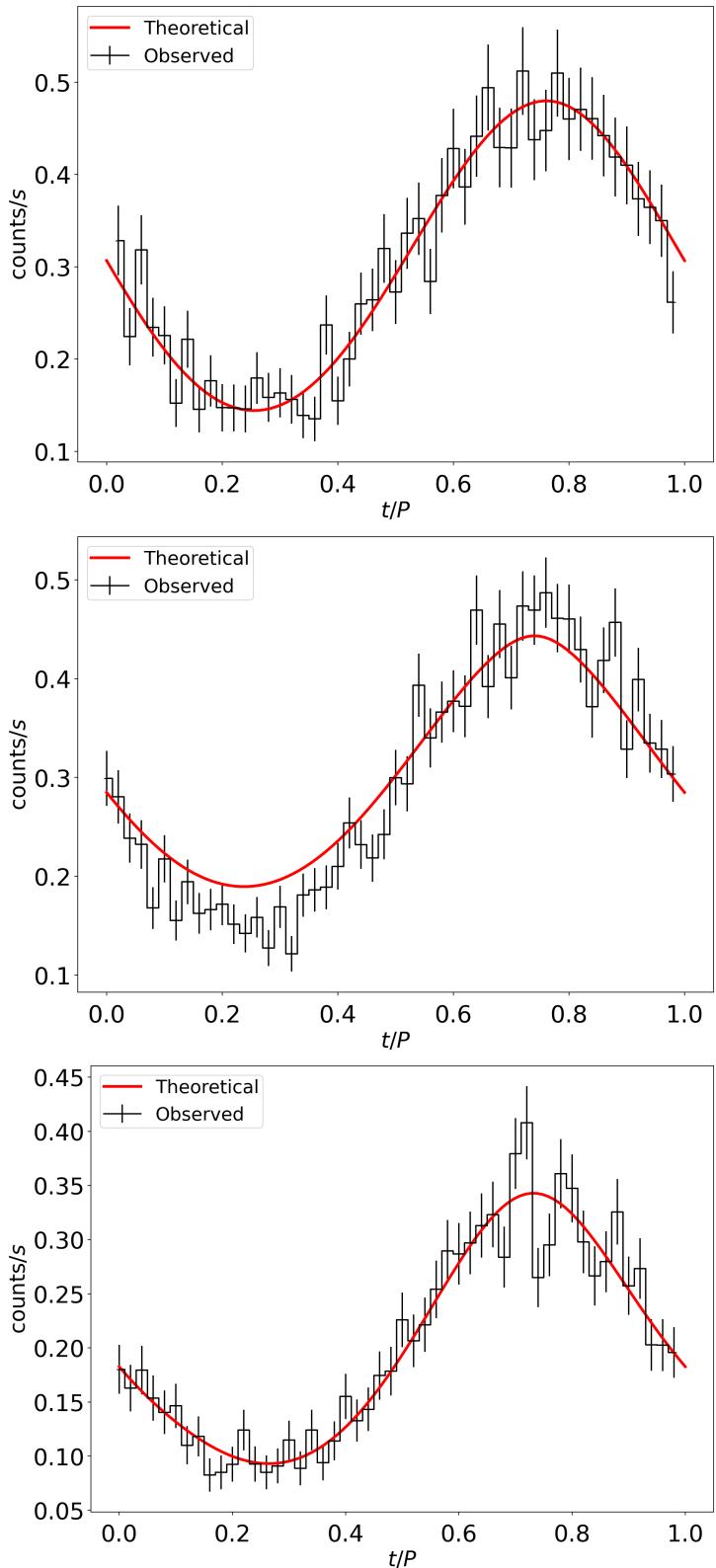


Figura 21 – Quantidade de pontos de luz por segundo para do magnetar durante seu período de rotação para os casos I, II e III respectivamente. Fonte: Autor.

Após isso, um módulo da linguagem Python utiliza a biblioteca *matplotlib* para visualizar amostras multidimensionais. Esse trabalho utiliza um espaço de 15 dimensões, e assim, é possível

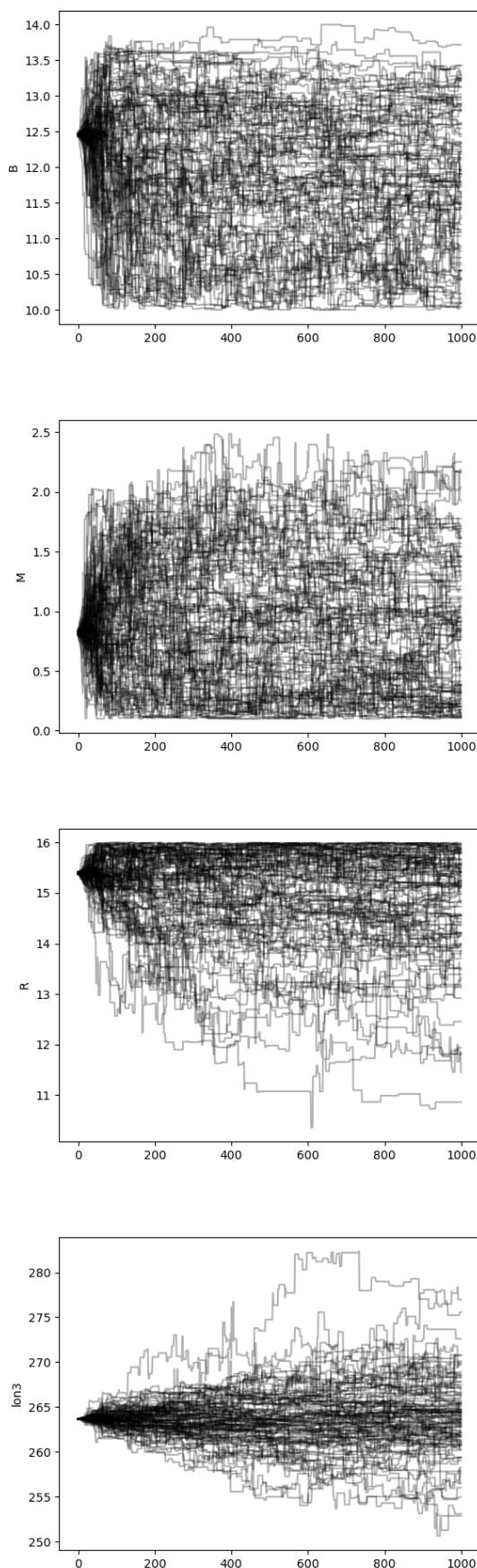


Figura 22 – Os parâmetros (caso I) campo magnético, massa, raio e a terceira latitude, respectivamente. Com um número total de 100 caminhantes (*walkers*) para 1000 passos (*steps*). Fonte: Autor.

observar as Gaussianas aproximadas para cada parâmetro. Entretanto, para uma análise simples dos principais parâmetros como massa, raio e campo magnético é possível visualizar os casos I, II e III nas figuras (23), (24) e (25):

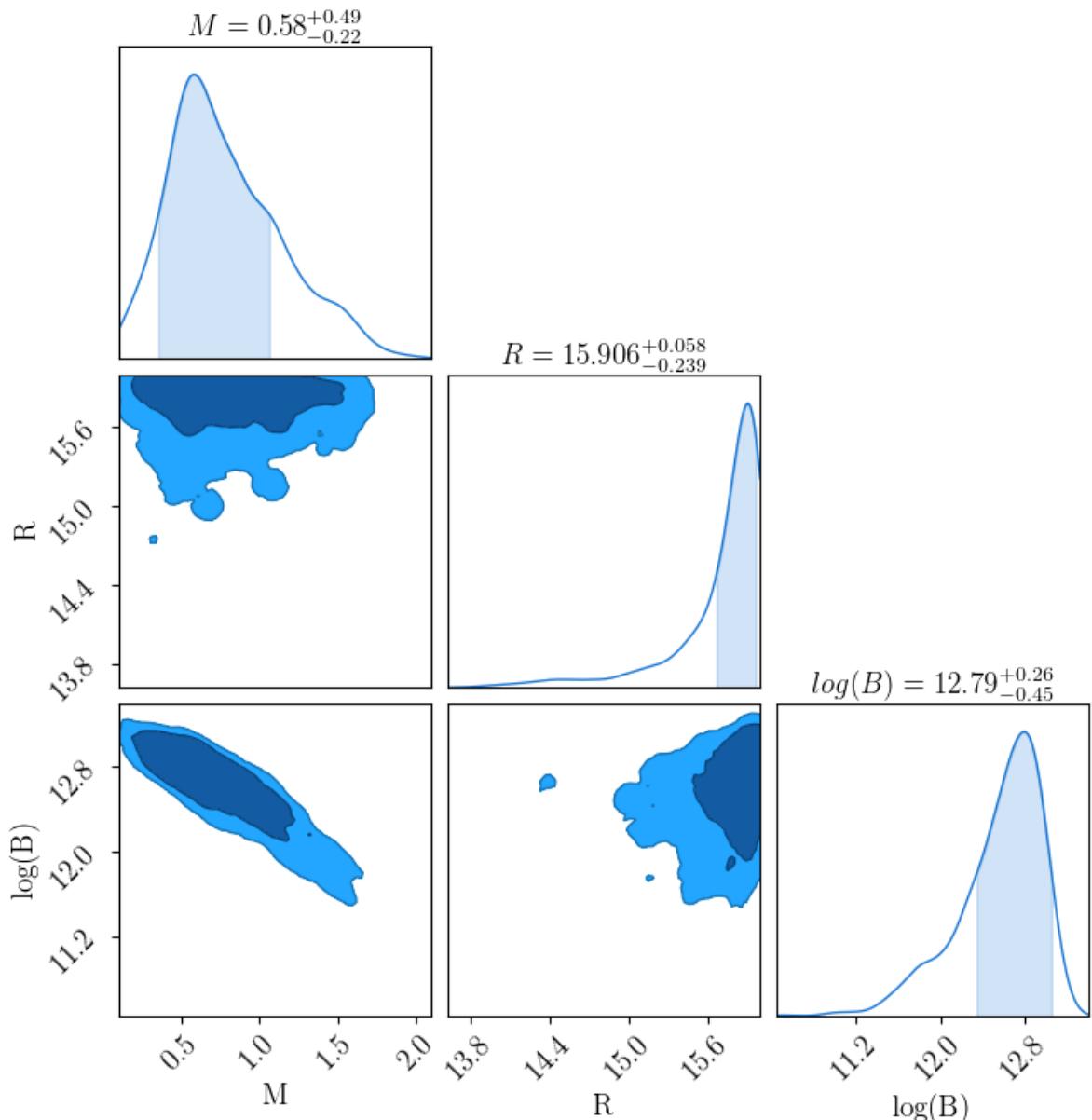


Figura 23 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso I. Fonte: Autor.

A principal característica proporcionada por esse trabalho foi a introdução de uma fina atmosfera parcialmente ionizada de altura $h \leq 1$ cm. Com o auxílio do pacote NSMAXG foi possível testar diversos espectros atmosféricos de diferentes elementos químicos, como

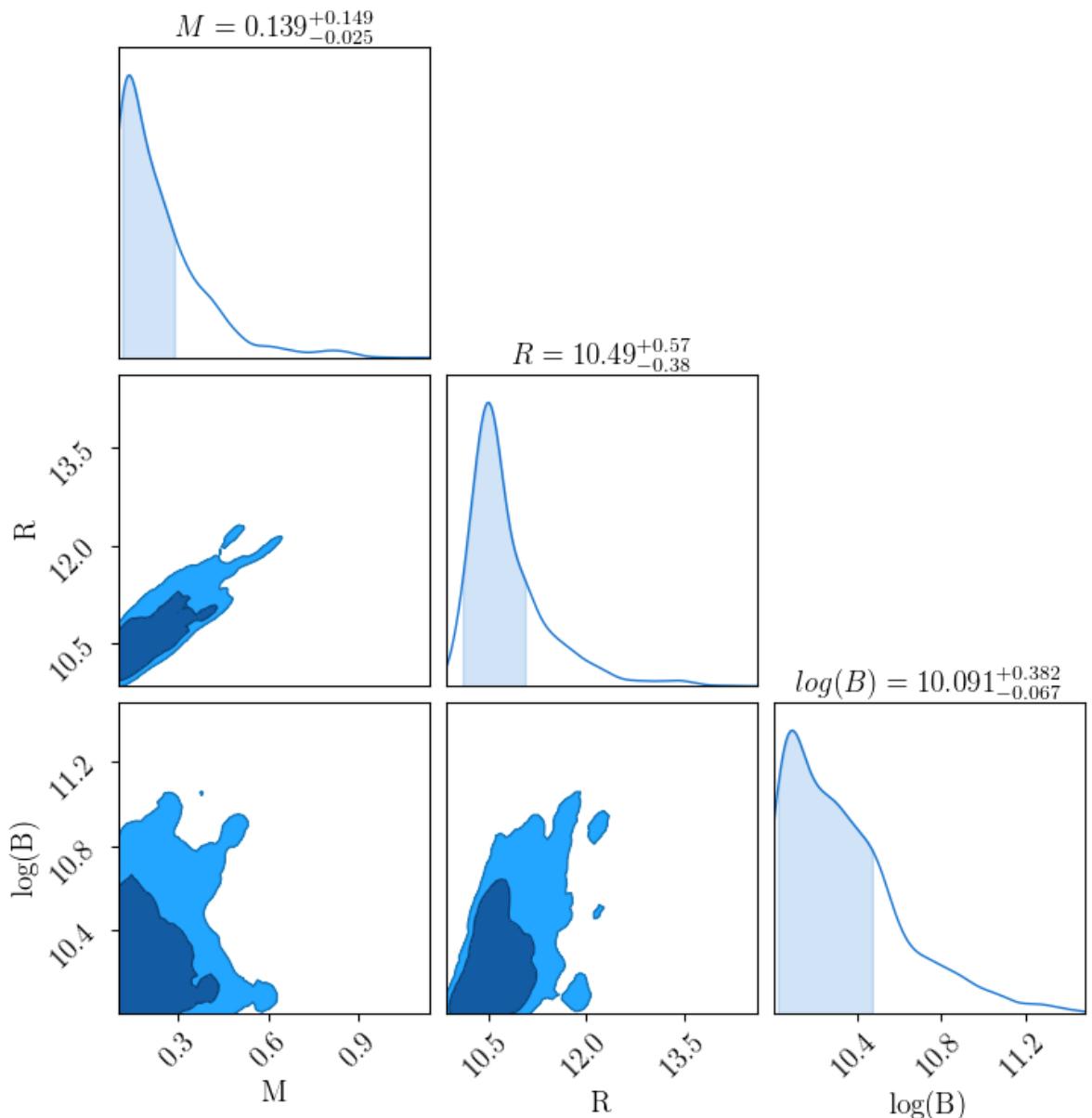


Figura 24 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso II. Fonte: Autor.

hidrogênio, oxigênio, neônio e carbono. Apenas esse último elemento se mostrou promissor nas análises estatísticas que foram introduzidas no modelo teórico desse trabalho. Dessa forma, os resultados abaixo corroboram para a idéia que o magnetar 3XMM-J18546 possui uma fina camada atmosférica parcialmente ionizada de carbono ($h \leq 1$ cm). Assim, esse último elemento em uma atmosfera é razoavelmente adequado para um sistema isolado que possui temperaturas em média maiores que um pulsar de modelo canônico. Para corroborar essa idéia, a luminosidade da fonte (medida em raios-X) é maior que a luminosidade de rotação, o que descarta as PAR canônicas.

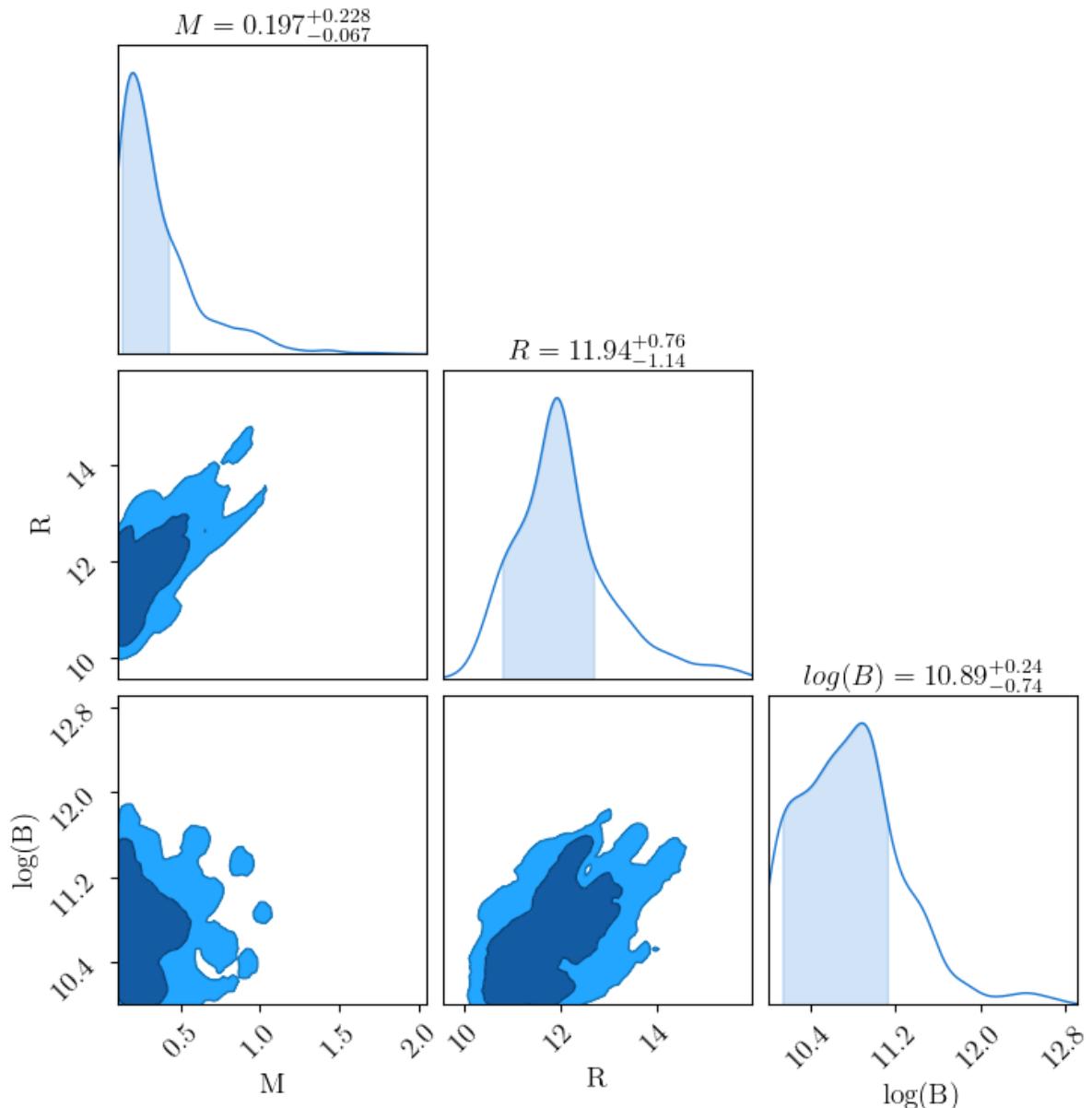


Figura 25 – Representação ilustrativa de diferentes amostras para o caso III. Fonte: Autor.

Medir a massa é uma tarefa desafiadora, já que o magnetar não aparenta estar em um sistema binário. O movimento de uma companhia binária permitiria mais independência na medida da massa. As observações em raios-X das regiões circulares quentes na superfície da estrela ainda traz ambiguidade na interpretação do valor da massa obtida nesse trabalho. Muito embora a análise do perfil de pulso seja a maneira mais efetiva de encontrar tal parâmetro através da curva de luz ao escapar do poço gravitacional intenso da estrela.

As três regiões circulares emissoras da radiação raios-X demonstram que o magnetar em estudo tem uma estrutura de campo magnético multipolar. Esse é uma mistura de campo poloidal e toroidal (Figura 26), o que é comum em objetos compactos isolados (como em magnetares). Nesse trabalho, apenas o caso II possui uma região de semi-abertura pequena em comparação com os outros casos. No entanto, essas regiões quentes se sobrepõem umas às outras.

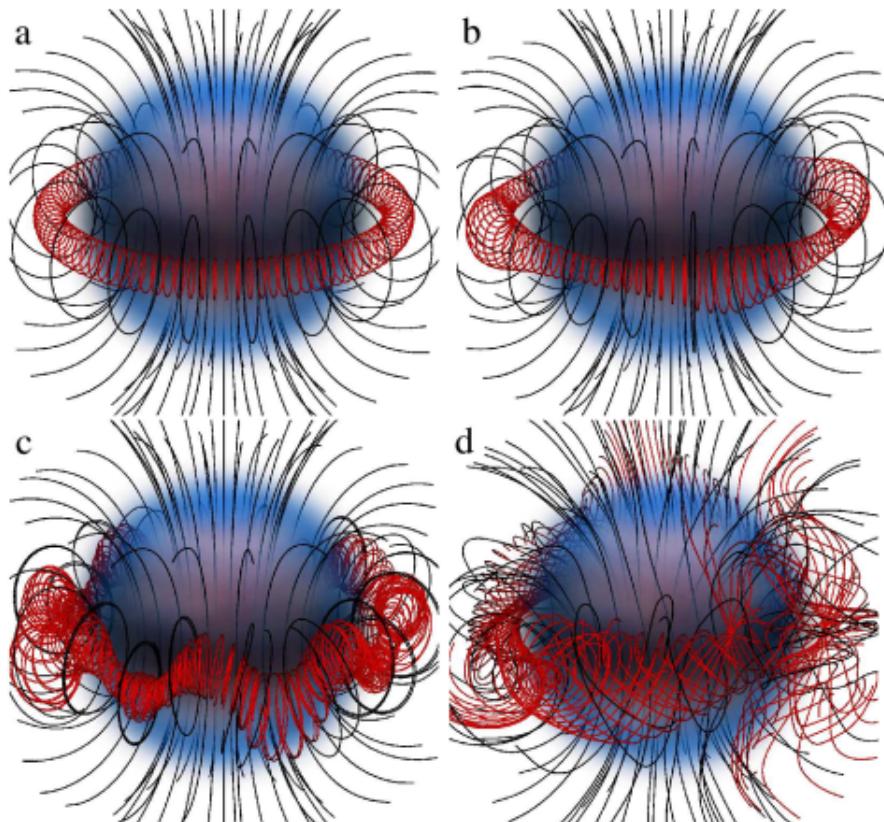


Figura 26 – A figura demonstra a evolução de um campo multipolar. Fonte: (LASKY et al., 2011)

Além disso, magnetares são bem conhecidos na literatura por possuir campos magnéticos toroidais com componentes que interagem com a superfície da estrela até seu limite elástico. Essas deformações elásticas na crosta da estrela induz mudanças nas configurações da corrente magnética. Dessa forma, quanto mais violentas as explosões, assim como os *glitches*, podem ser associados a repentinhas reconfigurações na magnetosfera (TUROLLA; ZANE; WATTS, 2015). Por conter campos magnéticos internos toroidais, os magnetares possuem grande condutividade em sua superfície.

A diferença usual entre estrelas (não compactas) e ES é que na última é esperado que as camadas emissoras sejam comprimidas em apenas uma, o elemento químico mais leve possível e não uma mistura desses. Isso se deve a elementos mais pesados afundarem nas camadas mais profundas devido ao enorme potencial gravitacional da estrela de nêutrons (ALCOCK;

ILLARIONOV, 1980).

Entretanto, para o objeto compacto 3XMM-J18546 os testes estatísticos adotados nesse trabalho mostram que não há nenhuma atmosfera de hidrogênio ou elementos mais pesados como neônio, oxigênio. Contudo, os resultados para uma atmosfera parcialmente ionizada de carbono se demonstrou adequada ao modelo teórico. Uma atmosfera de carbono parece razoável para uma ES isolada que não possui acreções oriundas de companhias binárias, meio interestelar ou queda de uma fração do envelope ejetado durante a explosão em supernova.

Modelos do espectro de corpo negro (sem atmosfera) ou com colimações dos feixes (DEDEO; PSALTIS; NARAYAN, 2001) não se mostraram adequados na análise desse trabalho. Além disso, ainda não há muitos estudos sobre a supernova Kes 79 e de como o magnetar 3XMM-J18546 foi desligado gravitacionalmente. Mas é notável que a presença de elementos pesados na superfície desse magnetar pode estar associado a uma explosão da supernova expulsando o objeto compacto.

6.2 ANÁLISE DO ESPECTRO ATMOSFÉRICO

Nesse trabalho foi avaliado as características do espectro para o caso I (Figura 27). Todos os casos possuem campos magnéticos radiais nas regiões circulares quentes. Além disso, se deve desconsiderar os efeitos da borda, onde o campo magnético torna-se instável e de difícil descrição.

Os espectros atmosféricos para energias mais baixas $1.5 \sim 2$ keV com campo magnético $B = 10^{12}$ G se assemelham ao espectro de corpo negro devido à semelhança com o perfil de temperatura de Grey¹. Em contrapartida, com altas energias, o espectro se torna mais rígido que o de corpo negro para que o equilíbrio radiativo seja mantido. Com isso, as linhas do espectro ultrapassam a cauda de Wien devido à radiação de alta energia emergir de camadas mais profundas e quentes da atmosfera ($E \sim 2$ keV). Logo, com uma alta temperatura e energia, o coeficiente de opacidade é menor e os fôtons conseguem escapar com facilidade. É importante notar que, nessa faixa de energia, a polarização se encontra mais facilmente no modo-X do que no modo-O. Dessa forma, o espectro é fortemente polarizado e dominado por fôtons do modo-X (HO; POTEKHIN; CHABRIER, 2008).

Campos magnéticos subcríticos, como no caso I, ($B \sim 10^{12.79}$ G) possuem linhas de absorção mais discretas que campos críticos ($B \sim 10^{13}$ G). Assim, estes possuem a maioria das

¹ A atmosfera de Grey é útil para fazer aproximações nas equações de transferência radiativa. Considera-se o coeficiente de absorção de radiação independente da frequência.

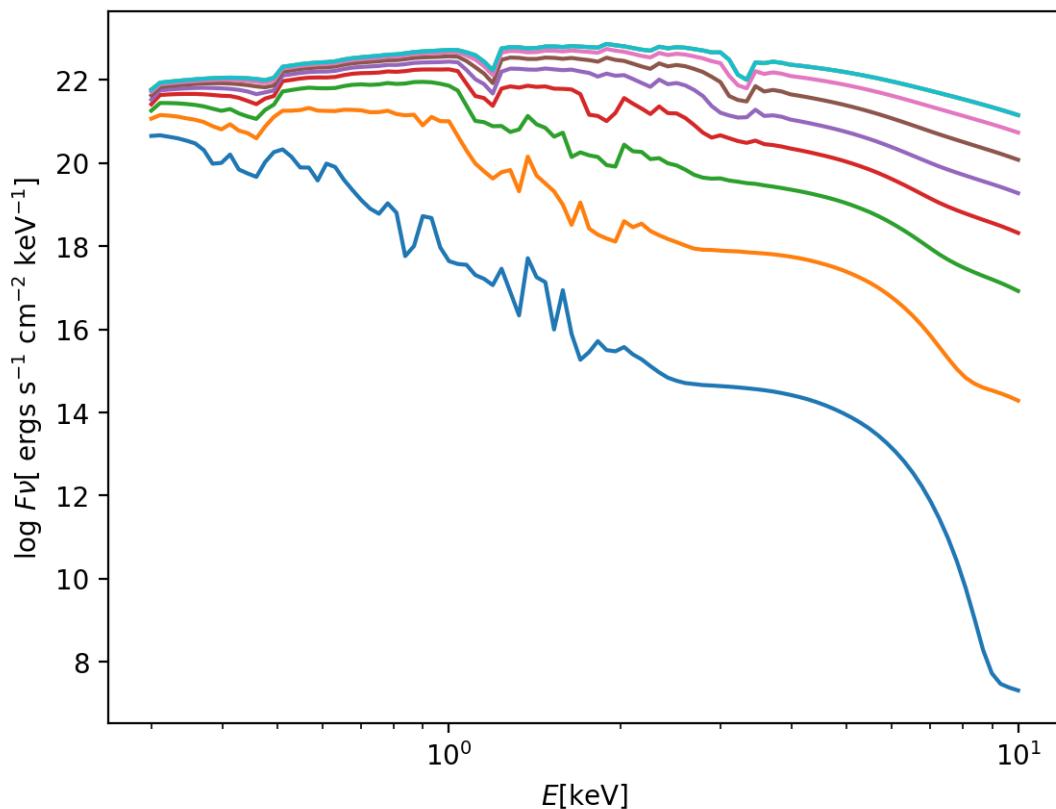


Figura 27 – Espectro atmosférico para uma atmosfera de carbono com campo magnético radial. Uma interpolação de temperatura é feita de 0,3 – 0,8 keV. Fonte: Autor.

linhas de absorção com transições longitudinais ($\Delta m = 0$, $\Delta v = 0$ e modo-O). Além disso, a geometria do campo magnético influencia nas formas das linhas de absorção tornando-as mais longas e pontudas. Para ângulos radiais, é comum observar a partir de $E \sim 2$ keV que os fótons das camadas mais profundas e quentes dominam o espectro e ocorre um prolongamento da cauda de Wien em comparação com o espectro de corpo negro (Figura 28).

É possível estimar a estrutura atômica do átomo de carbono assim como as ligações através dos parâmetros η e $v = 0$, respectivamente. Da equação da seção anterior, com $Z = 6$ para o número atômico do carbono, o parâmetro possui valor $\eta \approx 6.2$. Assim, como o valor obtido acima não é muito maior que 1, é possível entender que há mudanças perceptíveis nos orbitais dos átomos de carbono. Com efeito, alguns orbitais exteriores são deixados vazios para que os elétrons passem para camadas mais internas próximas ao menor nível $v = 0$ de excitação (MÉSZÁROS, 1992). Além disso, o parâmetro longitudinal $v = 0$ no nível fundamental de Landau corresponde à átomos ligados. Assim, mesmo que alguns elétrons e prótons possam formar o denso plasma atmosférico, ainda é possível encontrar átomos de carbono neutros na atmosfera.

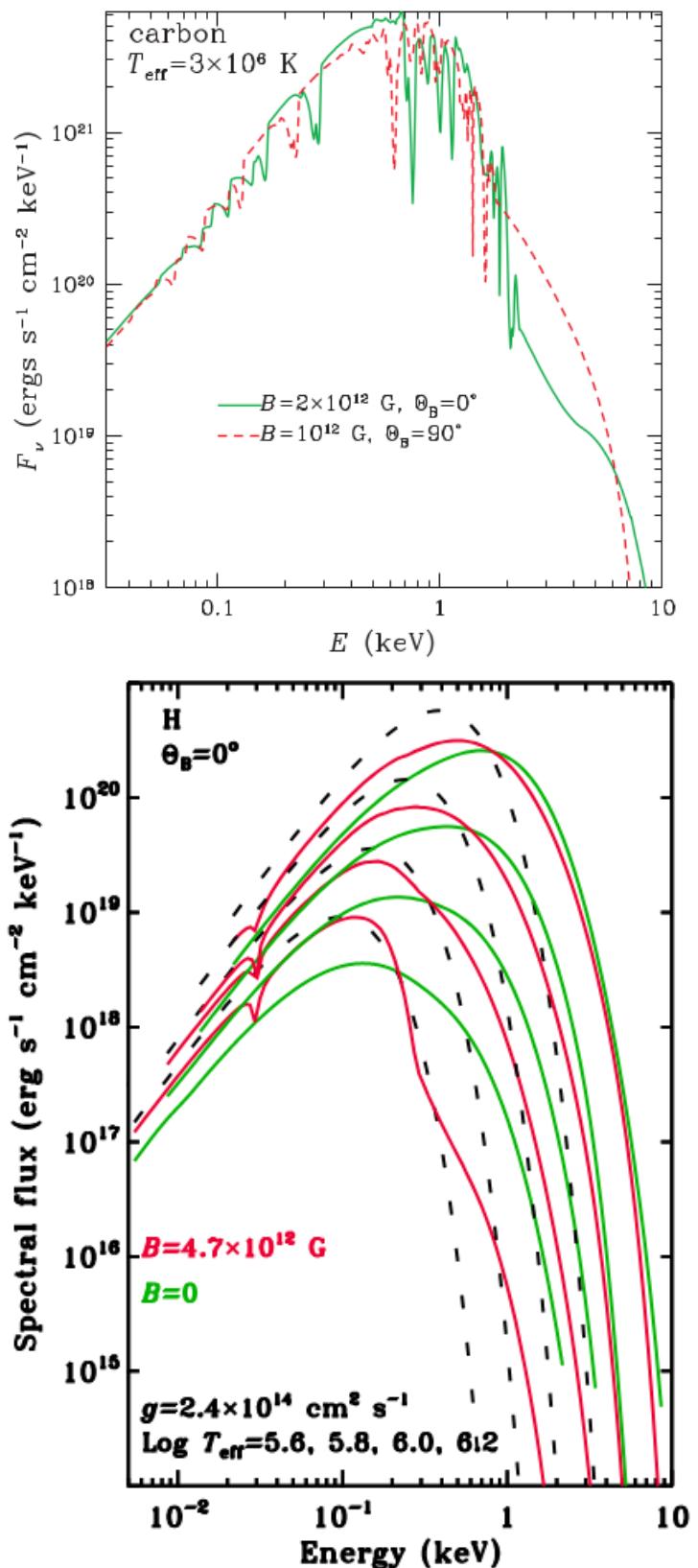


Figura 28 – Com campos magnéticos radiais é comum perceber a rigidez da cauda de Wien. No topo um espectro da atmosfera de carbono para dois ângulos. Fonte: (HO; POTEKHIN; CHABRIER, 2008). Embaixo é perceptível a mesma rigidez, porém, para um espectro atmosférico de hidrogênio. Fonte: (ZAVLIN; PAVLOV, 2002).

7 CONCLUSÕES

As observações feitas pelo satélite 3XMM-Newton próximas à supernova Kes 79, detectaram explosões em comprimento de onda de raios-X. Esses vinham do magnetar 3XMM J185246 em três datas diferentes: 19 e 29 de setembro e 10 de outubro de 2008, denominados nesse trabalho de caso I, II e III respectivamente.

O caso I se encaixou bem no modelo de perfil de pulso teórico estudado nesse trabalho. Demonstrou que a origem de raios-X convergiram para possíveis três regiões circulares na superfície. Essas possuem tamanho arbitrário e podem se sobrepor. Além disso, o modelo passou por um intenso tratamento estatístico e demonstrou que essas regiões são mais quentes que uma estrela de nêutrons canônica. Dessa forma, indica mais um sinal que o objeto compacto em estudo é um magnetar.

A análise estatística com GA e MCMC sugerem fortemente que o conjunto de parâmetros principais - massa, raio e campo magnético não provém de uma PAR. Os valores encontrados computacionalmente foram $M/M_{\odot} = 0.58^{+0.49}_{-0.36}$, $R = 15.9^{+0.058}_{-0.239}$, $\log(B/G) = 12.79^{+0.26}_{-0.45}$. O campo magnético tem valor subcrítico e é multipolar. Isso é característico de magnetares cujos interiores tem um campo toroidal com componentes que deformam plasticamente a crosta de ferro da estrela. A massa da estrela é baixa e sugere que a fonte é estável e não possui discos de acreção nem companhias binárias.

Com o auxílio do pacote NSMAXG foi possível obter interpolações de espectros atmosféricos para o elemento químico carbono. Diversos testes com hidrogênio, hélio e oxigênio não demonstraram serem adequados aos dados observacionais do satélite. Além disso, com esse pacote foi possível ilustrar o espectro atmosférico final do carbono com os parâmetros do caso I e compará-los com os espectros obtidos por (MORI; HO, 2007).

A função Hopf incorporada nesse trabalho melhorou a qualidade dos feixes de fótons advindos da superfície e que ultrapassam a atmosfera. Nesta, considera-se o espalhamento por partículas atmosféricas aquecidas e é adequada para energias $E \gtrsim 1\text{keV}$ (DEDEO; PSALTIS; NARAYAN, 2001).

Com o valor de campo magnético subcrítico $\log(12.79)$ G houve a necessidade de mencionar que haveria efeitos quânticos. Esses, incluem a prisão do elétron em uma órbita quantizada nos níveis de Landau (nesse trabalho $n = 0$) e a dificuldade de localizar o elétron. Pois, provindo da incerteza de Heisenberg, o comprimento de onda compton do elétron se torna compatível ou menor que o raio de Larmor. Além disso, foi possível estabelecer através do parâmetro η as possíveis mudanças dos elétrons nos orbitais do átomo de carbono. Com $v = 0$

para campos subcríticos, há possibilidades de haver elementos de carbono neutro na atmosfera ionizada junto ao plasma.

O espectro atmosférico para o caso I demonstra, como previsto, o desvio na cauda de Wien. Essa rigidez provém da radiação de camadas quentes e internas da atmosfera com alta polarização no modo-X. Ademais, a geometria do próprio campo magnético (radial para cada região quente) demonstra os picos e borões nas linhas de absorção para energias de 1 – 2 keV.

7.1 PERSPECTIVAS FUTURAS

A demanda de tempo computacional para obter dados principalmente de hidrogênio e carbono foram longas. Além disso, inicialmente seriam incorporadas colimações atmosféricas para atmosfera de carbono. Entretanto, o critério de qualidade AIC não demonstrou vantagens sobre a função de Hopf que foi executada nesse trabalho.

Há possibilidades de melhorar a qualidade dos resultados com o aumento do número de passos e caminhantes no MCMC. Isso aumentaria o tempo para obter cada conjuntos de parâmetros. Porém, seria possível uma menor divergência dos parâmetros, principalmente na massa de $M/M_{\odot} = 0.59$. Pois, ao observar a Figura (22) é possível identificar grande diversificação dessa. Porém, uma estrela de nêutrons com tal massa e raio é possível existir, como pode ser visto na Figura (29). É útil perceber que várias linhas de absorções estão presentes, como é esperado em atmosferas com elementos pesados.

Cada linha na Figura (29) representa uma maneira de construção de EDE de uma família de ES. À esquerda contém um painel para estrelas contendo nucleons e em alguns casos contendo hyperions. O painel à direita são para estrelas contendo componentes mais exóticos, como fases mistas dos condensados de Kaon ou matéria de quark estranha, ou até mesmo puro quark estranho ((LATTIMER; PRAKASH, 2001)). Entretanto, o objetivo desse trabalho não foi focar em propriedades nucleares das ES e nem do que são propriamente feitas. Apenas permanece a proposta para uma nova etapa de pesquisa para projetos futuros – encontrar as EDE do magnetar 3XMM-J185246.

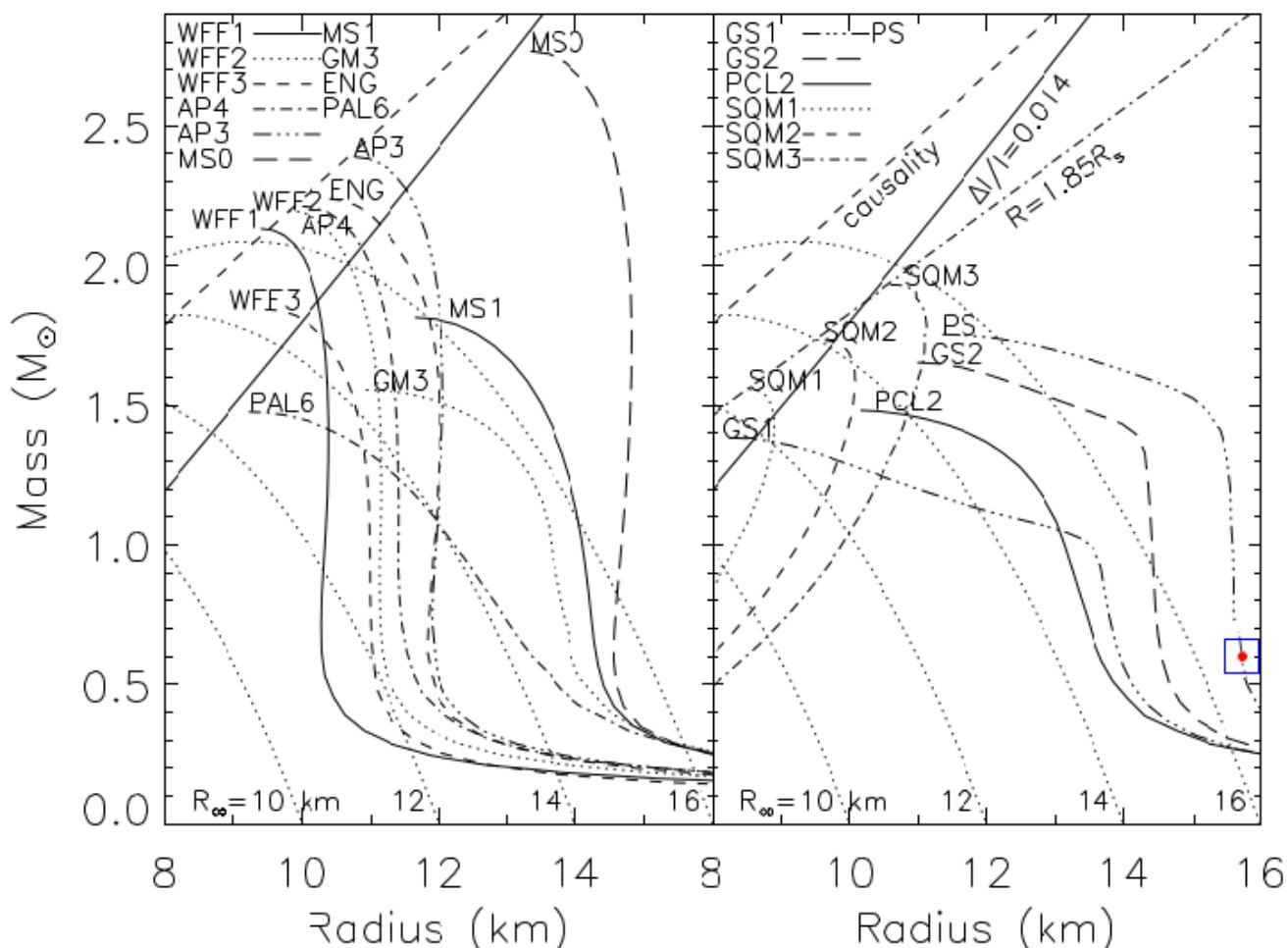


Figura 29 – Várias famílias de curvas para os parâmetros massa e raio de acordo com as EDE. O caso I é ilustrado por um ponto vermelho circundado por um quadrado azul. Fonte: (LATTIMER; PRAKASH, 2001) modificada pelo autor.

REFERÊNCIAS

- ALCOCK, Ch; ILLARIONOV, A. The surface chemistry of stars. i-diffusion of heavy ions in white dwarf envelopes. ii-fractionated accretion of interstellar matter. **The Astrophysical Journal**, v. 235, p. 534–553, 1980. Citado na página 68.
- BELOBORODOV, Andrei M. Gravitational bending of light near compact objects. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 566, n. 2, p. L85, 2002. Citado na página 53.
- CHANDRASEKHAR, S. **Radiative Transfer**. Dover Publications, 1960. (Dover Books on Intermediate and Advanced Mathematics). ISBN 9780486605906. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=zPVQAAAAMAAJ>>. Citado 2 vezes nas páginas 12 e 59.
- DEDEO, Simon; PSALTIS, Dimitrios; NARAYAN, Ramesh. General relativistic constraints on emission models of anomalous x-ray pulsars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 559, n. 1, p. 346, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 71.
- FALKNER, Sebastian. **Light bending around neutron stars**. Tese (Doutorado), 2012. Citado na página 41.
- GLENDENNING, Norman K. **Compact stars: Nuclear physics, particle physics and general relativity**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado 6 vezes nas páginas 9, 16, 19, 21, 22 e 31.
- HARDING, Alice K. The neutron star zoo. **Frontiers of Physics**, Springer, v. 8, n. 6, p. 679–692, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 9, 23 e 24.
- HILBE, Joseph M.; SOUZA, Rafael S. de; ISHIDA, Emille E. O. Frequentist vs. bayesian methods. In: _____. **Bayesian Models for Astrophysical Data: Using R, JAGS, Python, and Stan**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2017. p. 23–45. Citado 4 vezes nas páginas 10, 43, 44 e 46.
- HO, Wynn CG; POTEKHIN, Alexander Y; CHABRIER, Gilles. Model x-ray spectra of magnetic neutron stars with hydrogen atmospheres. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, IOP Publishing, v. 178, n. 1, p. 102, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 11, 68 e 70.
- HOWELL, EJ et al. Joint gravitational wave–gamma-ray burst detection rates in the aftermath of gw170817. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press, v. 485, n. 1, p. 1435–1447, 2019. Citado na página 22.
- JACKSON, John David. **Classical electrodynamics**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2007. Citado na página 24.
- JUWIG, Oliver. **ravitation und Exotische Materie @ONLINE**. 2017. Disponível em: <<https://der-kristall.de/2017/10/gravitation-und-exotische-materie/>>. Citado 2 vezes nas páginas 9 e 36.
- KIPPING, David. Youtube Comment, **A Beginner’s Guide to Monte Carlo Markov Chain MCMC Analysis 2016**. 2016. <<https://www.youtube.com/watch?v=vTUwEu53uzs&list=LL&index=6&t=1100st=28m53>>. In comment section, accessed on 2021/04/07. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 46.

KOMATSU, Hidemi; ERIGUCHI, Yoshiharu; HACHISU, Izumi. Rapidly rotating general relativistic stars–ii. differentially rotating polytropes. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 239, n. 1, p. 153–171, 1989. Citado na página 21.

LASKY, Paul D et al. Hydromagnetic instabilities in relativistic neutron stars. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 735, n. 1, p. L20, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 67.

LATTIMER, JM; PRAKASH, M. Neutron star structure and the equation of state. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 550, n. 1, p. 426, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 11, 72 e 73.

LIMA, Rafael CR de et al. Evidence for a multipolar magnetic field in sgr j1745-2900 from x-ray light-curve analysis. **arXiv preprint arXiv:1912.12336**, 2019. Citado 5 vezes nas páginas 10, 32, 48, 53 e 56.

LORIMER, Duncan Ross; KRAMER, Michael. Handbook of pulsar astronomy. **Handbook of pulsar astronomy, by DR Lorimer and M. Kramer. Cambridge observing handbooks for research astronomers, Vol. 4. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2004**, v. 4, 2004. Citado 5 vezes nas páginas 9, 24, 25, 26 e 27.

MÉSZÁROS, Peter. **High-energy radiation from magnetized neutron stars**. [S.l.]: University of Chicago press, 1992. Citado 6 vezes nas páginas 9, 28, 29, 30, 31 e 69.

MORI, Kaya; HO, Wynn CG. Modelling mid-z element atmospheres for strongly magnetized neutron stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 377, n. 2, p. 905–919, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 16, 31, 34, 56 e 71.

ORSARIA, Milva G et al. Phase transitions in neutron stars and their links to gravitational waves. **Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics**, IOP Publishing, v. 46, n. 7, p. 073002, 2019. Citado na página 22.

ÖZEL, Feryal. Surface emission from neutron stars and implications for the physics of their interiors. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 76, n. 1, p. 016901, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.

PENROSE, Roger; RINDLER, Wolfgang. **Spinors and space-time: Volume 1, Two-spinor calculus and relativistic fields**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1984. v. 1. Citado na página 39.

PEREIRA, Jonas P; COELHO, Jaziel G; LIMA, Rafael CR de. Born-infeld magnetars: larger production of gravitational waves due to larger toroidal magnetic fields. **arXiv preprint arXiv:1904.05753**, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 16 e 51.

POTEKHIN, Alexander Y; CHABRIER, Gilles. Equation of state and opacities for hydrogen atmospheres of magnetars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 600, n. 1, p. 317, 2004. Citado 3 vezes nas páginas 16, 34 e 56.

REA, Nanda et al. 3xmm j185246. 6+ 003317: Another low magnetic field magnetar. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 781, n. 1, p. L17, 2014. Citado na página 51.

RUGH, Svend E; ZINKERNAGEL, Henrik. The quantum vacuum and the cosmological constant problem. **Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, Elsevier, v. 33, n. 4, p. 663–705, 2002. Citado na página 40.

SHAPIRO, Stuart L; TEUKOLSKY, Saul A. **Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. Citado na página 19.

TUROLLA, R; NOBILI, L. Pulse profiles from thermally emitting neutron stars. **The Astrophysical Journal**, IOP Publishing, v. 768, n. 2, p. 147, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 10, 52 e 54.

TUROLLA, Roberto; ZANE, Silvia; WATTS, AL. Magnetars: the physics behind observations. a review. **Reports on Progress in Physics**, IOP Publishing, v. 78, n. 11, p. 116901, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 9, 16, 20, 26, 27 e 67.

VATS, Dootika; KNUDSON, Christina. Revisiting the gelman-rubin diagnostic. **arXiv preprint arXiv:1812.09384**, 2018. Citado na página 47.

WALD, Robert M. **General relativity**. [S.l.]: University of Chicago Press (Chicago, 1984), 2007. Citado na página 37.

WATTS, Anna L et al. Detecting gravitational wave emission from the known accreting neutron stars. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Blackwell Publishing Ltd Oxford, UK, v. 389, n. 2, p. 839–868, 2008. Citado na página 36.

WILLIAMS, Cameron. Advances in general relativity research. **Advances in General Relativity Research**, 2015. Citado na página 38.

ZAVLIN, Vyacheslav E; PAVLOV, GG. Modeling neutron star atmospheres. **Arxiv preprint astro-ph/0206025**, 2002. Citado 5 vezes nas páginas 9, 11, 32, 33 e 70.

ZHOU, Ping et al. Discovery of the transient magnetar 3xmm j185246. 6+ 003317 near supernova remnant kesteven 79 with xmm-newton. **The Astrophysical Journal Letters**, IOP Publishing, v. 781, n. 1, p. L16, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 52.



Assinaturas do documento



Código para verificação: **65TC53RQ**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:



RAFAEL CAMARGO RODRIGUES DE LIMA (CPF: 026.XXX.549-XX) em 06/01/2022 às 17:52:21

Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:40:52 e válido até 30/03/2118 - 12:40:52.

(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwMDAxNTNfMTUzXzlwMjJfNjVUQzUzUIE=> ou o site

<https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo> e informe o processo **UDESC 00000153/2022** e o código **65TC53RQ** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.