

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC**  
**CENTRO CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO – FÍSICA**

**VICTOR HUGO SOUZA DA SILVA**

**PRODUÇÃO DE DILÉPTONS EM PROCESSOS FOTO-INDUZIDOS**

**JOINVILLE**

**2022**

**VICTOR HUGO SOUZA DA SILVA**

**PRODUÇÃO DE DILÉPTONS EM PROCESSOS FOTO-INDUZIDOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira.

**JOINVILLE**

**2022**

Para gerar a ficha catalográfica de teses e  
dissertações acessar o link:  
<https://www.udesc.br/bu/manuais/ficha>

da Silva, Victor Hugo Souza  
Produção de Diléptons em Processos Foto-Induzidos /  
Victor Hugo Souza da Silva. - Joinville, 2022.  
93 p. : il. ; 30 cm.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado  
de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,  
Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville 2022.

1. Colisões de íons pesados. 2. Colisões periféricas.  
3. Produção de diléptons. 4. Interação fóton-fóton.  
I. da Silva Moreira, Prof. Dr. Bruno Duarte . II.  
Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro  
de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação  
em Física. III. Produção de Diléptons em Processos  
Foto-Induzidos.

**VICTOR HUGO SOUZA DA SILVA**

**PRODUÇÃO DE DILÉPTONS EM PROCESSOS FOTO-INDUZIDOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira

**BANCA EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Bruno Duarte da Silva Moreira  
Universidade do Estado de Santa Catarina (presidente/orientador)

Membros:

Prof. Dr. Julio César Sagás  
Universidade do Estado de Santa Catarina

Prof. Dr. André Veiga Giannini  
Universidade Estadual de Campinas

Joinville, 02 de março de 2022

Aos que acreditam que em algum lugar, algo  
incrível está esperando para ser descoberto!

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao meu orientador, Bruno Moreira, por aceitar conduzir o meu trabalho de pesquisa e com muita excelência me direcionar até o objetivo. De igual maneira, agradeço o professor colaborador, Victor Gonçalves, por todo conhecimento compartilhado e apoio prestado.

Aos meus pais e minha avó que sempre estiveram ao meu lado me apoiando ao longo de toda a minha trajetória, especialmente a minha mãe, Estela. Sou grato aos demais familiares pelo apoio que sempre me deram durante toda a minha vida.

A minha namorada e companheira, Wenny Lobato, por toda paciência, apoio e conforto nos dias que pareciam infundáveis. Amo-te.

Como disse Snoop Dog: "Eu quero me agradecer por acreditar em mim mesmo, quero me agradecer por todo esse trabalho duro. Quero me agradecer por não tirar folgas. Quero me agradecer por nunca desistir. Quero me agradecer por ser generoso e sempre dar mais do que recebo. Quero me agradecer por tentar sempre fazer mais o certo do que o errado. Quero me agradecer por ser eu mesmo o tempo inteiro".

Deixo um agradecimento especial ao meu orientador pelo incentivo e pela dedicação do seu escasso tempo ao meu projeto de pesquisa.

Por fim, agradeço ao Programa de Bolsas de Monitoria de Pós-Graduação (PROMOP) e ao Programa de Pós-Graduação em Física da UDESC.

"Passo a passo. Não consigo pensar em nenhum  
outro modo de se realizar algo."(Michael  
Jordan, [20??])

## RESUMO

Recentemente, a colaboração STAR Mediu experimentalmente a produção de dielétrons em colisões periféricas de íons pesados e um significativo excesso comparado ao coquetel hadrônico (modelo teórico que considera a produção de diléptons por meio dos canais hadrônicos conhecidos) foi observado em baixo momento transversal. O excesso é caracterizado por pares com momento transversal  $p_T < 0.15$  GeV/c e é mais proeminente em colisões periféricas ouro-ouro e urânio-urânio. Um resultado similar foi obtido pela colaboração ALICE em colisões periféricas chumbo-chumbo para diléptons decaindo a partir do  $J/\Psi$ . A descrição desse conjunto de dados é ainda um objeto de intenso debate. Em colisões periféricas espera-se a dominância de processos hadrônicos então, usualmente, a produção de diléptons é estudada com modelos baseados em interações fortes, que consideram o alargamento da função espectral  $\rho$  no meio e/ou contribuições associadas a radiação do Plasma de Quarks e Glúons (QGP). Entretanto, esses modelos não são capazes de descrever os dados, motivando a proposição de fontes adicionais de diléptons. Uma alternativa plausível, é a produção de diléptons via interação fóton-fóton em colisões de íons pesados. Considerando energias ultrarelativísticas, os núcleos pesados são fontes de intensos campos eletromagnéticos, que podem ser descritos em termo de um espectro de fótons equivalentes. Assim a seção de choque associada ao processo pode ser expressa em termos do espectro de fótons dos núcleos incidentes e da seção de choque do subprocesso  $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ . Neste trabalho, nós estimamos a seção de choque total e as distribuições em rapidez e massa invariante para a produção de pares de léptons em colisões periféricas de íons pesados em energias do RHIC e LHC, considerando diferentes centralidades e diferentes tratamentos para o fator de forma nuclear. Nós apresentamos nossas previsões para os modelos pontual, monopolo e realístico, demonstrando que a aproximação pontual para o cálculo do espectro de fótons, presente no gerador de eventos STARLight, subestima o número de diléptons produzidos em colisões periféricas de íons pesados em todas as centralidades, assim como o fator de forma de monopolo. Nós apresentamos, ainda, um procedimento para aprimorar o modelo de produção de diléptons usando STARLight Monte Carlo, que permite-nos obter previsões mais realísticas. Nosso resultado indica que a produção de diléptons via interação fóton-fóton em colisões periféricas de íons pesados não é negligenciável e deve ser considerada a fim de descrever os recentes dados.

**Palavras-chave:** Colisões de íons pesados. Colisões periféricas. Produção de diléptons. Interação fóton-fóton.

## ABSTRACT

Dielectron production in peripheral heavy ion collisions was recently measured by the STAR Collaboration and a significant excess with respect to the hadronic cocktail was observed at low transverse momenta. The excess occurs for pairs with transverse momenta  $p_T < 0.15$  GeV/c and it is most prominent in peripheral gold-gold and uranium-uranium collisions. A similar result has been obtained by the ALICE Collaboration in peripheral lead-lead collisions for dileptons from the  $J/\Psi$  decay. The description of these data sets is still a subject of intense debate. In peripheral collisions we expect a dominance of hadronic processes so, usually, the dilepton production is studied with models based on strong interactions, which consider the in-medium broadening of the  $\rho$  spectral function and/or the contribution associated to the QGP radiation. However, these models are not able to describe the data, which has motivated the proposition of additional sources of dileptons. An alternative is the dilepton production by photon–photon interactions in heavy ion collisions. At ultrarelativistic energies, the heavy nuclei are sources of strong electromagnetic fields, which can be described in terms of an equivalent photon spectrum and the associated total cross section for the process can be expressed in terms of the photon spectra of the incident nuclei and the cross section for the  $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$  subprocess. In this contribution we estimate the total cross sections and the rapidity and invariant mass distributions for the dielectron and dimuon production in peripheral heavy ion collisions at RHIC and LHC energies considering distinct centralities and different treatments for the nuclear form factor. We present our predictions for the realistic and point like models and demonstrate that the point like approximation for the calculation of the photon spectra, present in the STARLight Monte Carlo, underestimates the number of dileptons produced in peripheral heavy ion collisions at all centralities. We present a procedure to improve the modelling of the dilepton production using the STARLight Monte Carlo, which allows us to derive more realistic predictions. Our results indicate the dilepton production by photon–photon interactions in peripheral heavy ion collisions are not negligible and must be considered in order to describe the recent data.

**Keywords:** Heavy ion collision. Peripheral collisions. Dileptons production. Photon-photon interaction.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Produção de diléptons por interação $\gamma\gamma$ em colisões hadrônicas. . . . .	15
Figura 2 – Vértice fundamental da QED. . . . .	20
Figura 3 – Espalhamento elétron-pósitron em todas as topologias. . . . .	21
Figura 4 – Diagrama de Feynman para a aniquilação de pares em dois fótons. . . . .	23
Figura 5 – Processo de aniquilação de pares no referencial do laboratório. . . . .	25
Figura 6 – Relação entre $\theta$ e $\tilde{\theta}$ . . . . .	27
Figura 7 – Diagrama de Feynman para a criação de pares de léptons via interação de dois fótons. . . . .	28
Figura 8 – Seção de choque de foto-produção em função da massa invariante do par de léptons criados. . . . .	30
Figura 9 – Fluxo de fótons virtuais associado as linhas de campo de uma partícula carregada no limite ultrarelativístico. . . . .	32
Figura 10 – (a): Diagrama para interação de um fóton real interagindo com uma partícula carregada; (b): Diagrama para um processo semelhante ao de (a), porém o fóton interagente é um fóton virtual emitido por outra partícula carregada. . . . .	33
Figura 11 – Relação entre o vetor polarização e vetor momento 3D do fóton. . . . .	36
Figura 12 – Fluxo de fótons equivalentes associados ao próton. . . . .	39
Figura 13 – Fluxo de fótons equivalentes. . . . .	43
Figura 14 – Colisões hadrônicas para diferentes parâmetros de impacto. . . . .	44
Figura 15 – Produção de pares de léptons via interação $\gamma\gamma$ em uma colisão hadrônica. . . . .	45
Figura 16 – Geometria da colisão em interações hadrônicas. . . . .	46
Figura 17 – Dependência do espectro de massa invariante de $e^+e^-$ com a centralidade. . . . .	48
Figura 18 – Distribuição em $p_T$ do par $e^+e^-$ . . . . .	49
Figura 19 – Distribuições em rapidez para produção de pares de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo a 60-80% de centralidade com diferentes fatores de forma e em diferentes energias. . . . .	53
Figura 20 – Distribuições em rapidez para produção de pares de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades, fatores de forma e energias. . . . .	54
Figura 21 – Distribuições em massa invariante para produção de pares de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo a 60-80% de centralidade em diferentes energias e com diferentes fatores de forma. . . . .	57
Figura 22 – Distribuições em massa invariante para produção de pares de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades, fatores de forma e energia. . . . .	59
Figura 23 – Dependência do fluxo de fótons com a distância. . . . .	63

Figura 24 – Distribuições diferenciais em seção de choque para a foto-produção de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. . . . .	64
Figura 25 – Distribuição de rapidez para a foto-produção de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. . . . .	65
Figura 26 – Razão da distribuição de rapidez com o fator de forma pontual modificado e a distribuição com realístico para a foto-produção de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em $\sqrt{s} = 5.02$ TeV. . . . .	66
Figura 27 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV no LHC para diferentes centralidades. . . . .	75
Figura 28 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV no LHC para diferentes centralidades. . . . .	76
Figura 29 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 10,6$ TeV no HE-LHC para diferentes centralidades. . . . .	77
Figura 30 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 39$ TeV no FCC para diferentes centralidades. . . . .	78
Figura 31 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV no LHC para diferentes centralidades. . . . .	80
Figura 32 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV no LHC para diferentes centralidades. . . . .	81
Figura 33 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 10,6$ TeV no HE-LHC para diferentes centralidades. . . . .	82
Figura 34 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 39$ TeV no FCC para diferentes centralidades. . . . .	83
Figura 35 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	86
Figura 36 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	87
Figura 37 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 10,6$ TeV no HE-LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	88
Figura 38 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 39$ TeV no FCC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	89

Figura 39 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 2,76$ TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	90
Figura 40 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 5,02$ TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	91
Figura 41 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 10,6$ TeV no HE-LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	92
Figura 42 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de $l^+l^-$ em colisões periféricas de Pb-Pb em $\sqrt{s} = 39$ TeV no FCC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico. . . . .	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Três processos que são relacionados por simetria de cruzamento. . . . .	28
Tabela 2	– Seções de choque para foto-produção de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades e energias. . . . .	61
Tabela 3	– Taxas de produção para foto-produção de $\mu^+\mu^-$ em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades e energias. . . . .	61
Tabela 4	– Valores para o limite de integração inferior em $r$ usando o modelo pontual que permitem reproduzir distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma de monopolo e realístico. . . . .	64
Tabela 5	– Valores para o limite de integração inferior em $b$ usando o modelo pontual que permitem reproduzir distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma realístico. . . . .	84

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO . . . . .</b>	<b>14</b>
<b>2</b>	<b>ELETRODINÂMICA QUÂNTICA . . . . .</b>	<b>17</b>
2.1	LAGRANGIANA DA QED E O PRINCÍPIO DE GAUGE . . . . .	18
2.2	REGRAS DE FEYNMAN . . . . .	20
<b>2.2.1</b>	<b>Regras de Feynman . . . . .</b>	<b>22</b>
2.3	ANIQUELAÇÃO DE PARES DE LÉPTONS PRODUZINDO DOIS FÓTONS	23
2.4	CRIAÇÃO DE PARES DE LÉPTONS VIA ANIQUELAÇÃO DE DOIS FÓTONS . . . . .	27
2.5	CONCLUSÃO . . . . .	30
<b>3</b>	<b>APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES . . . . .</b>	<b>31</b>
3.1	DERIVAÇÃO QUÂNTICA DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES	32
3.2	FLUXO DE FÓTONS EQUIVALENTES INDEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO . . . . .	38
3.3	FLUXO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO . . . . .	39
3.4	FATOR DE FORMA NUCLEAR . . . . .	41
3.5	COLISÕES PERIFÉRICAS E CORTES EM PARÂMETRO DE IMPACTO	43
3.6	CONCLUSÃO . . . . .	46
<b>4</b>	<b>PRODUÇÃO DE DILÉPTONS EM COLISÕES HADRÔNICAS . . . .</b>	<b>47</b>
4.1	O EXCESSO DE DILÉPTONS EM COLISÕES PERIFÉRICAS . . . . .	47
4.2	CINEMÁTICA DA COLISÃO NO REFERENCIAL DO CENTRO DE MASSA	49
4.3	PREDIÇÕES PARA DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ . . . . .	52
4.4	PREDIÇÕES PARA DISTRIBUIÇÕES EM MASSA INVARIANTE . . . .	56
4.5	PREDIÇÕES PARA SEÇÕES DE CHOQUE TOTAIS E TAXAS DE EVENTOS . . . . .	60
4.6	MELHORIAS PARA PREDIÇÕES REALIZADAS NO STARLIGHT MONTE CARLO . . . . .	62
4.7	CONCLUSÃO . . . . .	66
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS . . . . .</b>	<b>68</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>69</b>
	<b>APÊNDICE A – OUTRAS DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ . . . . .</b>	<b>74</b>
	<b>APÊNDICE B – OUTRAS DISTRIBUIÇÕES EM MASSA INVARIANTE . . . . .</b>	<b>79</b>
	<b>APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÕES DIFERENCIAIS COM FATOR DE FORMA PONTUAL AJUSTADO PARA REPRODUZIR O REALÍSTICO. . . . .</b>	<b>84</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No ano de 1932, Crockcroft e Walton - motivados por Ernest Rutherford – construíram um dos primeiros aceleradores de partículas que se tem conhecimento e quebraram o átomo de lítio com feixes de prótons à 400 keV. Esta foi a primeira quebra completamente controlada de um átomo [1]. Desde de então, um rápido desenvolvimento foi feito até os dias de hoje e um aumento na energia, em média, de uma ordem de grandeza e meia por década.

Atualmente, vivemos a era dos grandes colisores de partículas relativísticos, que são capazes de acelerar não apenas prótons, mas também íons pesados em altíssimas energias. Tal realidade, possibilita configurações físicas nunca antes alcançadas, possibilitando a investigação de mecanismos da matéria que estão na fronteira da Física de Altas Energias.

Dentre os mais de 30 mil aceleradores em funcionamento hoje, no tocante a colisões de íons pesados, dois colisores possuem grande destaque, são eles: RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) e LHC (Large Hadron Collider). Dentre os vários objetivos científicos deste aceleradores, destaca-se o estudo do estado desconfinado da matéria partônica [2] – Plasma de Quarks e Glúons - e, principalmente, o estudo do chamado "ponto crítico" do diagrama de fase da Cromodinâmica Quântica (que é o ponto na qual ocorre a transição de um meio confinado para um meio desconfinado).

Para sondar as propriedades desse meio quente e denso criado em colisões de íons pesados, pares lépton-antilépton  $l^+l^-$  tem sido propostos como “sondas penetrantes” [3], já que são produzidos durante toda a evolução da matéria partônica e não estão sujeitos às interações fortes presentes no meio [4]. Dada a sua importância, inúmeras medições para a produção de diléptons tem sido feitas desde os primeiros dias dos colisores de íon pesados [5–9].

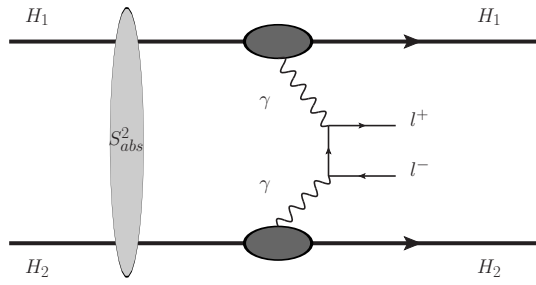
Dentre os vários processos pelo qual os pares de lépton-antilépton podem ser produzidos em colisores hadrônicos, destacam-se aqui processos induzidos por fótons, que nos últimos anos tem ganhado notoriedade na literatura com uma grande quantidade de resultados experimentais para diferentes estados finais e novos estudos futuramente esperados [10–16].

Processos induzidos por fótons são relevantes porque íons pesados possuem grande número de prótons ( $Z$ ) e consequentemente geram campos eletromagnéticos muito intensos. Sendo assim, em colisões do tipo hádron-hádron, há grandes chances de uma parcela significativa do estado final desse processo ser proveniente de interações do tipo fóton-fóton e/ou fóton-núcleo.

Em interações do tipo fóton-núcleo, fótons virtuais que são emitidos por um dos núcleos podem interagir com um núcleo por inteiro (processo coerente) ou com um nucleon individual de um dos núcleos (processo incoerente) podendo gerar no estado final, por exemplo, mésons vetoriais ( $\gamma + A \rightarrow V + A$ ), que podem decair, entre as inúmeras possibilidades, em diléptons. Já em interações do tipo fóton-fóton, os fótons virtuais emitidos pelos dois núcleos interagem, gerando pares de léptons no estado final ( $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ ).

Neste trabalho, estamos interessados em processos via interações fóton-fóton. Estas interações podem ser estudadas em colisões de íons pesados por meio da Eletrodinâmica Quântica

Figura 1 – Produção de diléptons por interação  $\gamma\gamma$  em colisões hadrônicas.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

(Quantum Electrodynamics - QED), onde via aproximação de Weiszäcker-Williams (também conhecida como aproximação de fóton equivalentes), considerando limites ultrarelativísticos, pode-se associar aos intensos campos eletromagnéticos dos íons um fluxo de fótons virtuais.

Na Fig. 1, é apresentado o diagrama para a criação de pares de léptons via interação fóton-fóton. As linhas externas representam hádrons viajando em sentidos opostos. As linhas internas, fótons emitidos por cada um dos núcleos, que vão interagir com possibilidade de gerar no estado final um dado par de léptons. A elipse na cor cinza representa o efeito de absorção, que nos permite - através de um tratamento no parâmetro de impacto - considerar o estudo de uma classe específica de colisões hadrônicas.

Tratando-se de colisões hadrônicas, é útil definir três classes distintas: centrais, periféricas e ultraperiféricas – cada uma definida geometricamente por meio do parâmetro de impacto [17]. Colisões centrais são caracterizadas por  $b \approx 0$  e são dominados pela interação forte, já colisões periféricas são especificadas por terem parâmetro de impacto  $b < R_1 + R_2$  e serem dominadas por interações fortes, entretanto com presença não negligenciável de interações eletromagnéticas. Por fim, colisões ultraperiféricas (Ultra-Peripheral Collisions - UPC) possuem  $b > R_1 + R_2$  e são dominadas por interações eletromagnéticas. Neste trabalho, nosso interesse são colisões periféricas.

Convencionalmente, processos induzidos por fótons foram amplamente estudados sem considerar como background processos hadrônicos, isto é, em UPC [18–20]. Entretanto, recentemente, a colaboração ALICE observou um significativo excesso de pares de múons com baixo momento transversal ( $p_T < 0.3$  GeV/c) comparado ao produto vindo de fontes hadrônicas conhecidas, em colisões periféricas de núcleos de chumbo em 2.76 TeV [21]. De forma semelhante, a colaboração STAR mediu excesso de pares de elétrons em baixíssimo momento transversal ( $p_T < 0.15$  GeV/c) com relação a contribuição a partir de fontes hadrônica (coquetel hadrônico) em colisões periféricas de núcleos de ouro e urânio, a energia de 200 GeV e 193 GeV, respectivamente [22].

Ambos os excessos medidos pelas colaborações estão em concordância com o esperado a partir de processos induzidos por fótons. Precisamente, o excesso de pares de múons pode ser descrito qualitativamente por mecanismo de produção coerente fóton-núcleo. Enquanto na colaboração STAR, o excesso detectado é atribuído à produção coerente via interação fóton-fóton.

Logo, os resultados recentes reforçam que medições experimentais e estudos teóricos para a produção de pares de léptons em baixo momento transversal a partir de diferentes sistemas de colisões e energias são necessários para verificar e limitar as interações induzidas por fótons em colisões de íons pesados com sobreposição hadrônicas.

Desse modo, essa dissertação tem por objetivo contribuir para a pouca literatura existente sobre interações via QED em colisões periféricas, realizando o estudo da foto-produção de diléptons em colisões periféricas nas energias do LHC e RHIC. Além disso, avaliaremos os diferentes tratamentos do fator de forma para esta classe de colisões. Para tal, faremos previsões de distribuições diferenciais, seção de choque total e taxa de eventos para as reações estudadas.

Nos capítulos 2 e 3 pontuamos importantes conceitos para o processo elementar de foto-produção de pares de léptons. Relembramos aspectos fundamentais da eletrodinâmica quântica e das regras de Feynman. Em seguida, derivamos a aproximação de fótons equivalentes com e sem dependência da distância e utilizamos diferentes tratamentos para o fator de forma nuclear para o estudo do fluxo de fótons. Por fim, esclarecemos como é possível o estudo de colisões periféricas por meio de um tratamento no parâmetro de impacto.

No capítulo 4, abordamos a produção de diléptons em colisões periféricas. Apresentamos, em detalhes, o excesso de diléptons detectados pelas colaborações STAR e ALICE em colisões deste tipo. Posteriormente, apresentamos a cinemática da colisão no referencial do centro de massa. Logo após, apresentamos nossos resultados para distribuições em rapidez e massa invariante, além das seções de choque totais e taxas de eventos das colisões de núcleos de ouro (nas energias do RHIC) e núcleos chumbo, nas energias do LHC, HL-LHC, HE-LHC e FCC. Demonstramos que a aproximação pontual para o cálculo do espectro de fótons, presente no STARLight Monte Carlo, subestima o número de diléptons produzidos em colisões periféricas de íons pesados em todas as centralidades, assim como a aproximação de monopolo. Apresentamos, ainda, um procedimento para aprimorar o modelo de produção de diléptons usando STARLight Monte Carlo, que permite-nos obter previsões mais realísticas. Por último, apresentamos nossas conclusões e perspectivas.

Os resultados presentes nessa dissertação foram apresentados nos seguintes eventos: XLI Encontro Nacional de Física de Partículas e Campos (2021), XV Hadrons Physics (2021) e são objeto de um artigo em elaboração.

## 2 ELETRODINÂMICA QUÂNTICA

Até o fim do século XIX, uma ampla classe de fenômenos físicos era consideravelmente compreendida por meio da Mecânica Clássica e Teoria Clássica do Eletromagnetismo, formuladas por Newton e Maxwell, respectivamente. A partir da necessidade de explicar novos fenômenos, especialmente os encontrados em escala atômica e, além disso, a necessidade de adequar as teorias para que as previsões se tornassem independentes do observador, surgiu a necessidade de modificá-las. Tal necessidade desempenhou o papel de força motriz para o surgimento da Mecânica Quântica (MQ) e da Teoria da Relatividade Restrita (TRR) [23].

Em suma, a MQ foi desenvolvida para dar conta de descrever fenômenos em escalas atômicas e menores, já a TRR para fenômenos envolvendo velocidades próximas a da luz no vácuo. Precisamente, a TRR está fundamentada na exigência de que as leis físicas independem da escolha do referencial inercial, ou seja, as leis físicas devem ter formas matemáticas idênticas em diferentes referenciais inerciais frente às transformações de Lorentz.

Contudo, à medida que as leis do eletromagnetismo clássico permaneciam invariantes frente às transformações de Lorentz, a equação de Schrödinger, que desempenha quase um papel de lei na MQ, não satisfazia essa condição, o que impossibilitava a descrição da dinâmica de interações eletromagnéticas em sistemas quânticos relativísticos. Sendo assim, tornou-se um objetivo construir um formalismo para a descrição da fenomenologia de partículas fundamentais que fossem consistentes com as ideias (bem sucedidas) da MQ e com as ideias (bem sucedidas) da TRR, isto é, uma Mecânica Quântica Relativística [23].

Para atingir esse objetivo, Klein e Gordon propuseram uma equação semelhante à equação de Schrödinger, capaz de satisfazer a condição de invariância relativística, contudo o formalismo dava conta de descrever apenas partículas livres de spin zero. Como alternativa, Dirac propôs sua equação para a Mecânica Quântica Relativística, onde suas soluções mostraram-se bem sucedidas na descrição de propriedades fundamentais de partículas de spin-1/2.

Em consequência do resultado alcançado, a construção de um novo formalismo teórico capaz de descrever as interações entre partículas relativísticas fazia-se necessário. Nesse contexto, surgiu a Teoria Quântica de Campos, que está fundamentada em atribuir às soluções das equações de ondas relativísticas o significado de campos relativísticos. Logo, o formalismo da teoria eletromagnética, como uma teoria de campo quantizada, capaz de descrever fenômenos eletromagnéticos nos regimes da física quântica e relativística é nomeada Eletrodinâmica Quântica (QED).

A QED é a mais antiga, mais simples e a mais bem sucedida das teorias dinâmicas. As demais, são conscientemente modeladas nela. Com ela, podemos descrever as interações entre todas as partículas que possuem carga elétrica por meio da troca de fótons (bósons de gauge da QED) [24].

Neste capítulo, faremos uma breve abordagem dos princípios da QED que nos permitem realizar o cálculo de seções de choque para diferentes processos envolvendo partículas carregadas

eletricamente, especialmente, para a aniquilação de um par lépton-antilépton dando origem a dois fótons e criação de diléptons via interação de dois fótons.

## 2.1 LAGRANGIANA DA QED E O PRINCÍPIO DE GAUGE

A QED descreve um sistema acoplado de um campo de Maxwell e um campo de Dirac eletricamente carregado, cujo acoplamento é dado pela corrente de Dirac  $j^\mu = e\bar{\Psi}\gamma^\mu\Psi$  [25]. Esse sistema regido pela seguinte densidade lagrangiana [26]:

$$\mathcal{L}_{QED} = \mathcal{L}_{EM} + \mathcal{L}_{Dirac} + \mathcal{L}_{Int} \quad (1)$$

Onde,

$$\mathcal{L}_{EM} = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \quad (2)$$

$$\mathcal{L}_{Dirac} = \bar{\Psi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\Psi \quad (3)$$

e

$$\mathcal{L}_{Int} = -e\bar{\Psi}\gamma_\mu\Psi A^\mu \quad (4)$$

sendo  $\mathcal{L}_{EM}$  a densidade lagrangiana para o campo eletromagnético de Maxwell e descreve partículas de spin-1 (a exemplo, fótons),  $\mathcal{L}_{Dirac}$  a densidade lagrangiana de Dirac, que descreve partículas de spin-1/2 (múons, elétrons e quarks). A quantidade  $\mathcal{L}_{Int}$  é a densidade lagrangiana de interação, representando a interação entre o campo eletromagnético e o de Dirac. Em (2),  $F^{\mu\nu}$  é o tensor do campo eletromagnético, definido por,

$$F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$$

e  $A^\mu$  é o quadripotencial. Em (3),  $\Psi$  é o espinor de Dirac - que é a solução da equação de Dirac - e  $\bar{\Psi}$  é o espinor adjunto, definido como  $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger\gamma^0$ . Enquanto que  $\gamma^\mu$  são as matrizes de Dirac. Por meio da densidade lagrangiana da QED, somos capazes de derivar as regras de Feynman as quais, nas próximas seções, utilizaremos para construir a seção de choque para o processo de nosso interesse.

No tocante à dinâmica dos processos presentes na QED assim como nas demais teorias de campos quantizadas presentes no Modelo Padrão da Física de Partículas (como a Cromodinâmica Quântica), existe um pilar central que possibilita os estudos das interações: o princípio de Gauge [24, 27]. Por meio dele, somos capazes de provar que não existe outra forma de partículas carregadas interagirem a não ser por troca de fótons.

Para demonstrar isso, vamos considerar a MQ não relativística e impor que a nossa teoria é invariante frente a transformação,

$$\Psi'(x) = e^{iq\lambda(x)}\Psi(x). \quad (5)$$

Partindo dessa imposição, utilizamos a equação de Schrödinger para uma partícula livre,

$$-\frac{1}{2m}\vec{\nabla}^2\psi'(x) = i\frac{\partial}{\partial t}\psi'(x) \quad (6)$$

onde  $x = x^\mu$  é a quadriposição. Em seguida, utilizando (5), identificamos que (6) muda sua forma, portanto não sendo invariante sobre esse calibre. Entretanto, ainda somos capazes de tornar (6) invariante. Para isso, além de utilizar (5), usamos a seguinte prescrição,

$$\vec{\nabla} \rightarrow \vec{D} \quad (7)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow D^0. \quad (8)$$

Em que,

$$\vec{D} = \vec{\nabla} - iq\vec{A} \quad (9)$$

e

$$D^0 = \frac{\partial}{\partial t} + iq\phi, \quad (10)$$

onde  $\vec{A}$  é o potencial vetor e  $\phi$  o potencial escalar. Com essa prescrição, temos que

$$-\frac{1}{2m}\vec{D}^2\psi(x) = iD^0\psi(x) \rightarrow -\frac{1}{2m}\vec{D}'^2\psi'(x) = iD'^0\psi'(x),$$

ou seja, preservamos a forma da equação (6), tornando-a invariante de gauge sob a transformação utilizada. Além disso, utilizando (5), (7) e (8) em (6) obtemos

$$-\frac{1}{2m}\vec{D}^2\psi(x) = iD^0\psi(x) \rightarrow \left\{ \frac{1}{2m}(-i\vec{\nabla} + q\vec{A})^2 + q\phi \right\} \psi(x) = i\frac{\partial\psi(x)}{\partial t}, \quad (11)$$

que é a equação de Schrödinger para uma carga  $q$  na presença de um campo eletromagnético. Executando esse procedimento, além de restaurar a invariância de gauge, notamos que os dois novos operadores (7) e (8) podem ser escritos na forma covariante dando origem à conhecida derivada covariante

$$D^\mu = \partial^\mu + iqA^\mu. \quad (12)$$

Com esses resultados, fazemos algumas considerações importantes:

1. A derivada covariante (12) carrega em sua definição um termo de interação onde está presente o campo quadripotencial  $A^\mu$  comumente chamado de campo de gauge, cuja transformação é dada por,

$$A^\mu \rightarrow A'^\mu = A^\mu - \partial^\mu\lambda(x). \quad (13)$$

2. Dado a presença de  $A^\mu$  em (12), identificamos que as partículas carregadas interagem pela troca de partículas associadas a este campo que, mais precisamente, representa o campo do fóton na teoria quântica de campos. Ou seja, partículas carregadas interagem por meio da troca de fótons (bóson de gauge da QED).
3. Uma teoria livre - isto é, que descreve partículas carregadas livres - não pode ser invariante frente às transformações de gauge. Para que uma teoria seja invariante para a MQ, se faz necessário que essa teoria envolva um campo quadritetorial  $A^\mu$ , ou seja, que ela seja interagente.

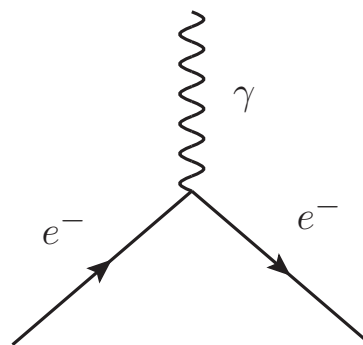
## 2.2 REGRAS DE FEYNMAN

O cálculo de diversos processos como as interações eletromagnéticas de aniquilação e, especialmente, criação de partículas (principal interesse desse trabalho), podem ser feitos de forma prática utilizando as regras de Feynman. Através delas, os cálculos para determinar um processo podem ser feitos de maneira significativamente mais simples comparado à outras abordagens, associando, a cada termo que deve ser calculado, uma representação gráfica, os conhecidos diagramas de Feynman [28]. A importância dos diagramas de Feynman se dá porque para calcular a probabilidade de um determinado processo ocorrer, precisamos determinar a amplitude de probabilidade  $M_{fi}$  que conecta um estado inicial  $|\psi_i\rangle$  a um estado final  $|\psi_f\rangle$ .

Estes diagramas representam todos os ordenamentos temporais em que um processo pode ocorrer. Conforme comumente encontrado na literatura, o lado esquerdo do diagrama representa o estado inicial e o lado direito representa o estado final [24, 27]. Na QED, todos os fenômenos eletromagnéticos podem ser, a nível mais fundamental, reduzidos ao processo elementar conhecido como vértice fundamental da QED (Fig. 2),

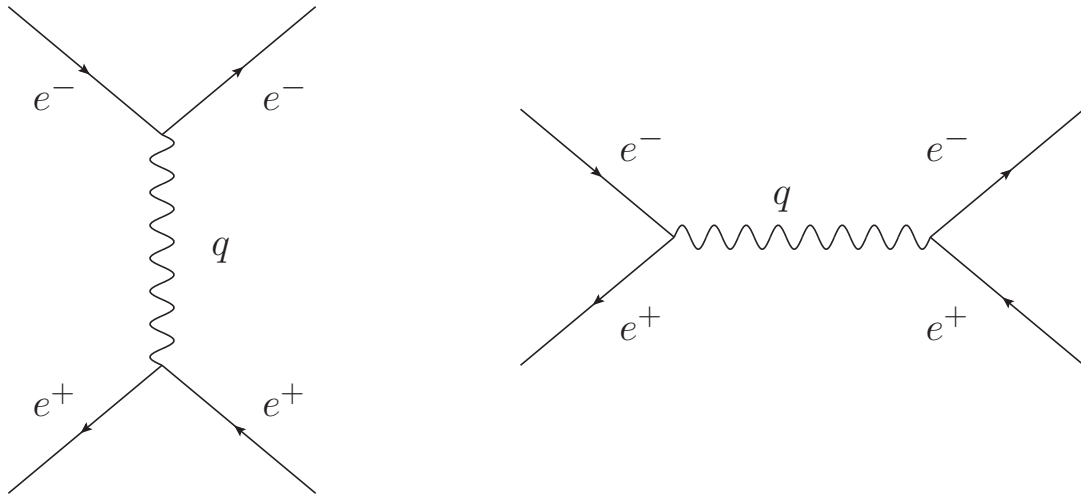
Na Fig. 2, o tempo flui da esquerda para a direita. Logo, podemos entender esse processo como uma partícula  $e$  (representada pela linha reta) que no estado inicial apresenta uma dada configuração, em seguida emite (ou absorve) um fóton  $\gamma$  - representado pela linha ondulada - e no estado final tem seu momentum ou energia alterados pela interação. Neste diagrama, assumimos

Figura 2 – Vértice fundamental da QED.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Figura 3 – Espalhamento elétron-pósitron em todas as topologias.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

que a partícula carregada é um elétron, porém qualquer outra partícula carregada como quarks ou múons poderiam ser representadas.

Entretanto, processos reais de mais baixa ordem na QED possuem no mínimo dois vértices, portanto o vértice fundamental por si só não é capaz de descrever tais processos, pois viola a conservação de energia-momentum. Sendo assim, quando estamos interessados em descrever esses processos, nós combinamos duas ou mais réplicas do vértice fundamental.

No caso do espalhamento elétron-pósitron, a Fig. 3 apresenta os diagramas topologicamente distintos para este processo. No primeiro diagrama (à esquerda), o par elétron-pósitron do estado inicial interage via troca de um fóton, onde no estado final tem-se o mesmo par, porém com o momentum ou energia de cada integrante alterado devido a interação. No segundo diagrama (à direita), o par elétron-pósitron se aniquila para formar um fóton que em seguida produz um novo par elétron-pósitron no estado final, que é diferente do par no estado inicial. Nestas figuras, a linha no sentido contrário ao de ordenação temporal (seta apontando para a esquerda), representa uma antipartícula que se propaga para frente no tempo (neste caso, um pósitron). Além disso, são apresentados dois diagramas, que representam as topologias distintas para o mesmo processo (espalhamento elétron-pósitron), pois ambos são necessários para descrever o processo corretamente, como veremos a seguir.

Para que seja possível escrever a expressão matemática da amplitude de probabilidade, se faz necessário o conhecimento das regras de Feynman ou de princípios da Teoria Quântica de Campos. Aqui, utilizaremos as regras de Feynman. Tais regras podem ser obtidas diretamente através da lagrangiana da QED Eq. (1) ou mesmo calculadas por meio da técnica das integrais de caminho [28]. Detalhes de como obtê-las podem ser encontrados em [29] e [30]. Aqui, é de nosso interesse apenas utilizá-las, portanto iremos enunciar o conjunto básico de regras para elétrons (válidas também para qualquer partícula de spin-1/2) e fótons.

### 2.2.1 Regras de Feynman

- Para a  $n$ -ésima ordem em teoria de perturbação, se faz necessário desenhar todos os diagramas topologicamente distintos.
- **Vértices:** Para cada vértice presente no diagrama, incluir um fator do tipo

$$ie\gamma^\mu. \quad (14)$$

- **Linhas externas:**

1. Para um elétron chegando ao vértice, atribui-se um espinor  $u(p, s)$ ;
2. Para um pósitron chegando ao vértice, atribui-se um espinor adjunto  $\bar{v}(p, s)$ ;
3. Para um fóton chegando ao vértice, atribui-se um vetor polarização  $\epsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda)$ ;
4. Para um elétron saindo do vértice, atribui-se um espinor adjunto  $\bar{u}(p, s)$ ;
5. Para um pósitron saindo do vértice, atribui-se um espinor  $v(p, s)$ ;
6. Para um fóton saindo do vértice, atribui-se um vetor polarização  $\epsilon_\mu(\mathbf{k}, \lambda)$ .

Onde,  $u$  é um espinor de partículas e  $v$  um espinor de antipartícula;  $p$  e  $s$  são o quadrimomentum e o spin do elétron (pósitron); já  $k$  e  $\lambda$  são o momentum e estado de polarização do fóton, respectivamente.

- **Linhas internas (propagadores):**

1. Para cada linha interna representando um fóton virtual (portanto, não detectável), atribui-se um fator

$$\frac{-ig_{\mu\nu}}{q^2}. \quad (15)$$

2. Para cada linha interna representando um elétron (pósitron) virtual, atribui-se um fator

$$\frac{i(\not{q} + m)}{q^2 - m^2}. \quad (16)$$

Onde,  $\not{q}$  é definido como  $\not{q} = q_\mu \gamma^\mu$  e representa um quadrimomentum interno.  $g_{\mu\nu}$  é o tensor métrico do espaço de Minkowski.

- **Amplitude total:** Quando há mais de um diagrama topologicamente distinto para uma mesma ordem de perturbação, devemos somar a contribuição de cada uma das amplitudes, porém devemos inserir um sinal negativo entre os diagramas que diferem apenas na troca de dois elétrons (pósitrons) chegando (saindo) ao vértice, ou de um elétron incidente com um pósitron emergente (e vice-versa).

Tendo enunciado as regras de Feynman, podemos utilizá-las para calcular a amplitude total  $-iM_{fi}$  para o processo de criação de pares de léptons a partir da fusão de dois fótons ( $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ ). Assim podemos encontrar a seção de choque total deste evento, que nos permite fazer previsões físicas de interesse. Desse modo, a próxima seção é dedicada para a realização desse cálculo.

### 2.3 ANIQUILAÇÃO DE PARES DE LÉPTONS PRODUZINDO DOIS FÓTONS

Nesta seção, estamos interessados em encontrar a seção de choque de aniquilação para mais baixa ordem em QED. Embora nosso principal interesse esteja na criação de pares indo à dois fótons, seguir o caminho de realizar o cálculo para a aniquilação e em seguida para criação torna o processo menos complicado e mais ágil, conforme feito em [31]. Sendo assim, a Fig. 4 apresenta o diagrama de Feynman deste processo. Aqui, estamos considerando a aniquilação de um par elétron-pósitron indo à pares de fótons ( $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ ). Neste caso,  $p_1(p_2)$  representam, respectivamente, o quadrimomentum do elétron e do pósitron, já  $k_1$  e  $k_2$  os quadrimomenta dos fótons no estado final. Por meio das regras de Feynman, encontramos a amplitude invariante do diagrama (a) e (b) que são dadas por [32]

$$-iM_{if}^{(a)} = -ie^2 \bar{v}(p_2, s_2) \left[ \not{\epsilon}_2 \frac{\not{p}_1 - \not{k}_1 + m}{-2p_1 \cdot k_1} \not{\epsilon}_1 \right] u(p_1, s_1)$$

e

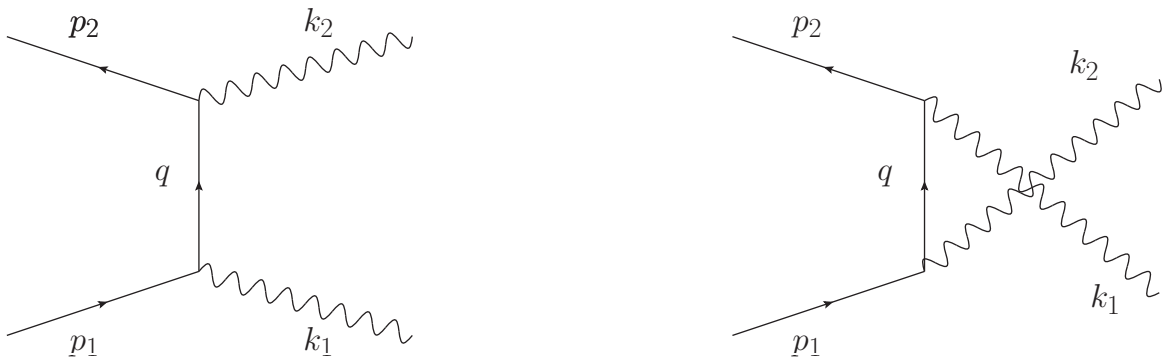
$$-iM_{fi}^{(b)} = -ie^2 \bar{v}(p_2, s_2) \left[ \not{\epsilon}_1 \frac{\not{p}_1 - \not{k}_2 + m}{-2p_1 \cdot k_2} \not{\epsilon}_2 \right] u(p_1, s_1).$$

Logo, a amplitude total  $-iM_{if} = -iM_{if}^{(a)} - iM_{if}^{(b)}$  será:

$$-iM_{fi}^{(b)} = -ie^2 \bar{v}(p_2, s_2) \left[ \not{\epsilon}_2 \frac{\not{p}_1 - \not{k}_1 + m}{-2p_1 \cdot k_1} \not{\epsilon}_1 + \not{\epsilon}_1 \frac{\not{p}_1 - \not{k}_2 + m}{-2p_1 \cdot k_2} \not{\epsilon}_2 \right] u(p_1, s_1). \quad (17)$$

O nosso interesse na amplitude total se dá porque ela carrega toda a dinâmica do processo. Tendo ela em mãos, podemos encontrar a seção de choque diferencial para um processo de

Figura 4 – Diagrama de Feynman para a aniquilação de pares em dois fótons.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

espalhamento de duas partículas no estado inicial indo à  $n$  no estado final, que é dada por [25]:

$$d\sigma = \frac{\mathfrak{S}}{F} |M_{fi}|^2 dQ. \quad (18)$$

Sendo,

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \quad (19)$$

e

$$dQ = N_1 N_2 (2\pi)^4 \delta^4(p_1 p_2 - \sum_{i=1}^n p_i') \prod_{i=2}^n \frac{N_i' d^3 p_i'}{2E_i' (2\pi)^3}, \quad (20)$$

Onde  $F$  é o fluxo das partículas incidentes invariante de Lorentz,  $dQ$  é o espaço de fase invariante das partículas no estado final em que a função delta garante a conservação da energia-momentum.  $\mathfrak{S} = \prod_K 1/g_k!$  é o fator de degenerescência que deve ser incluído se o estado final possuir partículas indistinguíveis (em que  $g_k$  conta a multiplicidade das partículas de espécie  $k$ ).  $N_i$  depende da convenção de normalização usada para diferentes tipos de partículas envolvidas:  $N_i = 1$  para bósons de spin-0 e fótons,  $N_i = 2m$  para partículas de spin-1/2. Tendo em mãos a amplitude total invariante (17), a seção de choque diferencial para um processo geral (18) pode ser escrita como

$$d\sigma = \frac{\alpha^2 m^2 (4\pi)^2}{(2\pi)^2 E_1 E_2 |\mathbf{v}_{\text{rel}}|} \int \delta^4(k_1 + k_2 - p_2 - p_1) |\varepsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \varepsilon_1^\nu|^2 \frac{d^3 k_1}{2\omega_1} \frac{d^3 k_2}{2\omega_2}. \quad (21)$$

Em que consideramos  $N_1 = N_2 = 2m$  e os quadrimomenta  $p_1 = (E_1, \mathbf{0})$  e  $p_2 = (E_2, \mathbf{p}_2)$  para o referencial do laboratório (elétron em repouso), que consequentemente resulta em

$$F = 4\sqrt{(p_1 \cdot p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} = 4m |\mathbf{p}_2| = 4E_1 E^2 |\mathbf{v}_{\text{rel}}|, \quad (22)$$

onde  $|\mathbf{v}_{\text{rel}}|$  é a velocidade relativa entre o par. Além disso, definimos o tensor  $M_{\mu\nu}$ :

$$|M_{fi}|^2 = |\varepsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \varepsilon_1^\nu|^2. \quad (23)$$

Para realizar a integração em seis dimensões no espaço de fase, utilizaremos a função delta a fim de reduzir a integração para duas dimensões. Para isso, consideramos a integral

$$I = \int \frac{d^3 k_1}{2\omega_1} \frac{d^3 k_2}{2\omega_2} \delta^4(k_1 + k_2 - p_2 - p_1) f(k_1, k_2), \quad (24)$$

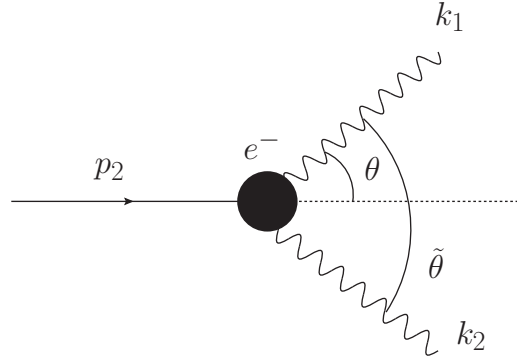
onde  $f(k_1, k_2)$  representa o integrando de (21) dependente do momentum. Agora, nós integramos sobre a variável  $k_2$ , utilizando a fórmula:

$$\frac{d^3 k_2}{2\omega_2} = \int_{-\infty}^{\infty} d^4 k_2 \delta(k_2 \cdot k_2 - 0) \Theta(k_{20}), \quad (25)$$

em que  $\Theta(k_{20})$  é a função degrau de Heaviside, assumindo os valores:

$$\Theta(k_{20}) \begin{cases} 1, & \text{para } k_{20} > 0 \\ 0, & \text{para } k_{20} < 0 \end{cases}$$

Figura 5 – Processo de aniquilação de pares no referencial do laboratório.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Seguindo os passos de [31], a seção de choque diferencial assume a forma:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}} = \alpha^2 \frac{\omega_1^2 m}{m(m + E_2) |\mathbf{p}_2|} |\varepsilon_2^\mu M_{\mu\nu} \varepsilon_1^\nu|^2. \quad (26)$$

A delta ainda impõe que a energia do fóton 1 ( $\omega_1$ ) seja

$$\omega_1 = \frac{m(m + E_2)}{m + E_2 - |\mathbf{p}_2| \cos \theta}, \quad (27)$$

em que  $\theta$  representa o ângulo de espalhamento conforme mostrado na Fig. 5.

Até esse momento, a expressão (26) permanece livremente especificada quanto ao estado de polarização dos fótons e de spin dos elétrons. Dado que experimentos de espalhamento, em grande maioria, envolvem fótons não polarizados colidindo com elétrons em um meio não polarizado [33], nós devemos então fazer a média sobre todos esses estados de spin do par  $e^+e^-$  e dos estados de polarização do fóton, conforme

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} = \frac{1}{4} \sum_{\lambda_1, \lambda_2} \sum_{s_1, s_2} \frac{d\sigma}{d\Omega_{k_1}}(s_1, s_2, \lambda_1, \lambda_2). \quad (28)$$

A média sobre os spins do elétron e do pósitron pode ser realizada utilizando as relações de completude para os espinores de Dirac, resultando em

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_1, \lambda_2) = -\frac{1}{4} \alpha^2 \frac{\omega_1^2}{m(m + E_2)} \frac{m}{|\mathbf{p}_2|} \mathfrak{R}, \quad (29)$$

em que  $\mathfrak{R}$  é o traço:

$$\mathfrak{R} = \text{Tr} \left[ \frac{-\not{p}_2 + m}{2m} \left( \frac{\not{\varepsilon}_2 \not{k}_1 \not{\varepsilon}_1}{2p_1 \cdot k_1} + \frac{\not{\varepsilon}_1 \not{k}_2 \not{\varepsilon}_2}{2p_1 \cdot k_2} \right) \frac{\not{p}_1 + m}{2m} \left( \frac{\not{\varepsilon}_1 \not{k}_1 \not{\varepsilon}_2}{2p_1 \cdot k_1} + \frac{\not{\varepsilon}_2 \not{k}_2 \not{\varepsilon}_1}{2p_1 \cdot k_2} \right) \right] \quad (30)$$

que pode ser calculado conforme demonstrado em [24] e [33]. Utilizando a condição de calibre transversa

$$\varepsilon_1 \cdot p_1 = \varepsilon_2 \cdot p_1 = 0 \quad (31)$$

é possível reduzir (30) à

$$\Re = \frac{2}{4m^2} \left[ -\frac{k_2 \cdot p_1}{k_1 \cdot p_1} - \frac{k_1 \cdot p_1}{k_2 \cdot p_1} + 4(\varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1)^2 - 2 \right], \quad (32)$$

resultando na seção de choque diferencial:

$$\frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{8} \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{m(m+E_2)}{(m+E_2-|\mathbf{p}_2|\cos\theta)^2} \frac{m}{|\mathbf{p}_2|} \left[ \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} + 2 - 4(\varepsilon_2 \cdot \varepsilon_1)^2 \right]. \quad (33)$$

Agora, nos resta realizar a soma sobre os estados de polarização dos fótons. Para isso, consideramos o calibre de radiação, onde  $\varepsilon_i = (0, \mathbf{\varepsilon}_i)$  e usamos que [31]

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2=1}^2 |\varepsilon(\lambda_1) \cdot \varepsilon(\lambda_2)|^2 = (\cos^2\theta + 1). \quad (34)$$

chegando na seção de choque não polarizada para aniquilação de pares:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}} &= \sum_{\lambda_1, \lambda_2=1}^2 \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}(\lambda_1, \lambda_2) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{m^2} \frac{m(m+E_2)}{(m+E_2-|\mathbf{p}_2|\cos\theta)^2} \frac{m}{|\mathbf{p}_2|} \left[ \frac{\omega_2}{\omega_1} + \frac{\omega_1}{\omega_2} + \sin^2\tilde{\theta} \right]. \end{aligned} \quad (35)$$

Aqui, o ângulo  $\tilde{\theta}$  é o ângulo entre os momenta vetoriais  $\mathbf{k}_1$  e  $\mathbf{k}_2$  dos dois fótons, conforme demonstrado na Fig. 5.

Para calcular a seção de choque total devemos integrar (35) sobre o ângulo sólido  $d\Omega_{k_1}$ . Entretanto, ao fazer essa integração, existem duas partículas idênticas no estado final e a eq. (35) descreve o espalhamento de apenas um dos fótons sob o ângulo sólido de integração. Como os fótons são indistinguíveis, qualquer um deles pode ser espalhado. Portanto, para evitar que façamos dupla contagem ao integrarmos  $d\bar{\sigma}/d\Omega_{k_1}$  sobre o ângulo sólido completo  $4\pi$ , devemos multiplicar a seção de choque total por 1/2, conforme

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} \int d\Omega_{k_1} \frac{d\bar{\sigma}}{d\Omega_{k_1}}. \quad (36)$$

Introduzindo a variável  $x$ , que depende do ângulo do fóton

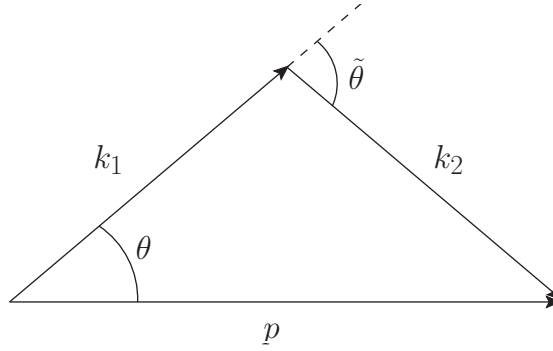
$$x = \frac{p \cdot k_1}{|\mathbf{k}_1|} = E - |\mathbf{p}| \cos\theta$$

e utilizando a dependência  $\tilde{\theta} = \tilde{\theta}(\theta)$ , que pode ser obtida por meio da lei dos senos (conforme Fig. 6):

$$\frac{\sin\theta}{|\mathbf{k}_2|} = \frac{\sin(\pi - \tilde{\theta})}{|\mathbf{p}|} = \frac{\sin\tilde{\theta}}{|\mathbf{p}|},$$

somos capazes de realizar a integração em (36) de forma analítica, conforme [31] e obter a seção de choque total para o processo no referencial do laboratório (onde renomeamos  $|\mathbf{p}_2| = |\mathbf{p}|$ )

$$\bar{\sigma}_{Lab} = \alpha^2 \pi \left[ \frac{(E^2 + 4mE + m^2)}{m|\mathbf{p}|^2(E+m)} \ln \frac{E+|\mathbf{p}|}{m} - \frac{(E+3m)|\mathbf{p}|}{m|\mathbf{p}|^2(E+m)} \right]. \quad (37)$$

Figura 6 – Relação entre  $\theta$  e  $\tilde{\theta}$ .

Fonte: [31]

A fim de expressar esse resultado no referencial de centro de massa (CM), devemos relacionar a energia  $E$  e o momentum  $\mathbf{p}$  da eq. (37) com a velocidade  $v$  das partículas incidentes. Para isso, utilizamos a variável de Mandelstam  $s$  [27] que é definida como o quadrado da energia de centro de massa do sistema, encontrando que

$$E = \frac{\sqrt{s}}{2}$$

e

$$E_L = \frac{s}{2m} - m,$$

em que  $E$  é a energia de cada partícula no referencial CM e  $E_L$  é a energia do pósitron no referencial de laboratório. Assim, obtemos que

$$\frac{(E^2 + 4mE + m^2)}{|\mathbf{p}|^2 (E + m)} = \frac{1}{4m} \frac{(3 - v^4)(1 - v^2)}{v^2}, \quad (38)$$

assim como,

$$\frac{(E + 3m)|\mathbf{p}|}{|\mathbf{p}|^2 (E + m)} = \frac{1}{4m} 2v \frac{(2 - v^2)(1 - v^2)}{v^2}. \quad (39)$$

Portanto, substituindo (38) e (39) em (37) conseguimos a seção de choque total para aniquilação de pares de léptons no CM:

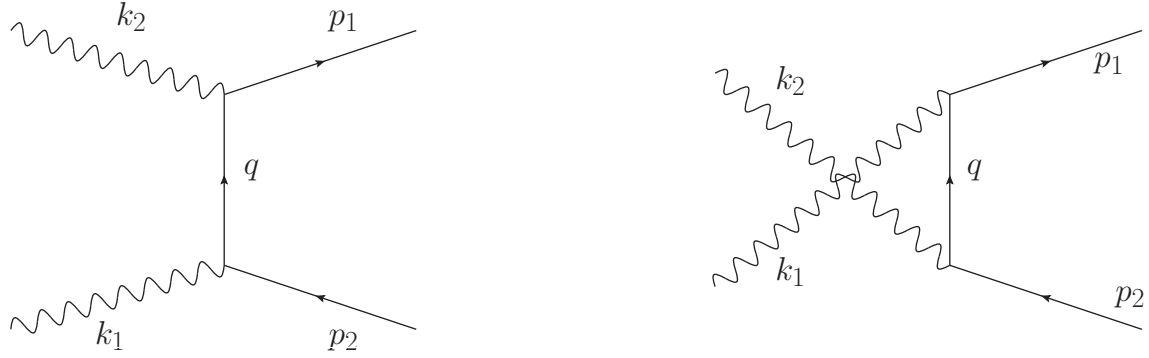
$$\bar{\sigma}_{CM} = \frac{\pi \alpha^2}{4 m^2} \frac{1 - v^2}{v^2} \left[ (3 - v^4) \ln \frac{1 + v}{1 - v} - 2v(2 - v^2) \right]. \quad (40)$$

Com esse resultado em mãos, podemos discutir a criação de pares e obter a seção de choque total para esse processo de forma bem mais simples, conforme faremos na próxima seção.

## 2.4 CRIAÇÃO DE PARES DE LÉPTONS VIA ANIQUILAÇÃO DE DOIS FÓTONS

O processo de criação de pares por interação de dois fótons é descrito pelos diagramas de Feynman da Fig. 7. Podemos observar que, tanto o processo de aniquilação de pares indo

Figura 7 – Diagrama de Feynman para a criação de pares de léptons via interação de dois fótons.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

a dois fótons, quanto o de criação de pares devido a dois fótons e o efeito Compton estão relacionados pela simetria de cruzamento [27]. Essa simetria nos permite, sabendo a amplitude de espalhamento de um processo, obter a amplitude de outro processo onde sejam trocadas partículas por antipartículas. A Tab. 1 apresenta três processos relacionados por simetria de cruzamento e a equivalência entre seus quadrimomenta. Realizando a prescrição de substituição

Tabela 1 – Três processos que são relacionados por simetria de cruzamento.

Aniquilação de pares ( $e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma$ )	Espalhamento Compton ( $e^- + \gamma \rightarrow \gamma + e^-$ )	Criação de pares ( $\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$ )
$p_1$	$p_i$	$-p_2$
$p_2$	$-p_f$	$-p_1$
$k_1$	$-k$	$-k_1$
$k_2$	$k'$	$-k_2$

Fonte: [31]

dada na Tab. 1 entre o processo de criação e aniquilação, as variáveis de Mandelstam nos revelam que:

$$s_a = (p_1 - p_2)^2 = (k_2 - k_1)^2 \Rightarrow s_c = (-p_1 + p_2)^2 = (-k_2 + k_1)^2;$$

$$t_a = ((-k_1) - p_1)^2 = (k_2 - (-p_2))^2 \Rightarrow t_c = ((-p_1) - k_1)^2 = (p_2 - (-k_2))^2;$$

$$u_a = (p_1 - k_2)^2 = ((-k_1) - (-p_2))^2 \Rightarrow u_c = (-p_1 - (-k_1))^2 = (p_2 - k_1)^2;$$

a troca nos quadrimomenta se compensam, ou seja, não alteram o módulo quadrado da amplitude de espalhamento. Em que  $s_a$ ,  $t_a$  e  $u_a$  são as variáveis de Mandelstam para a aniquilação de pares e  $s_c$ ,  $t_c$  e  $u_c$  para a criação de pares. Devido às simetrias desses processos, a única diferença entre as suas seções de choque será dada exclusivamente pelo fator de fluxo  $F$  Eq. (19), que determina fatores cinemáticos do processo.

Considerando que nosso interesse é um estado final com duas partículas, podemos escrever a seção de choque Eq. (18) do referencial de CM na forma [27]

$$d\bar{\sigma} = \frac{1}{64\pi s} |M_{fi}|^2 \frac{1}{\mathbf{p}_i^2} \frac{dt}{F^2}, \quad (41)$$

onde,  $t$  é o quadrimomentum transferido e  $\mathbf{p}_i^2$  é o momentum linear do estado inicial no referencial de CM. Assim, podemos obter a seção de choque diferencial de aniquilação no CM

$$d\bar{\sigma}_a = \frac{1}{64\pi} \frac{1}{\left(\frac{s}{4} - m^2\right)} |\bar{M}|^2 dt \quad (42)$$

e a seção de choque diferencial de criação neste mesmo referencial

$$d\bar{\sigma}_c = \frac{1}{64\pi} \frac{1}{\left(\frac{s}{4}\right)} |\bar{M}|^2 dt. \quad (43)$$

Realizando a razão entre (42) e (43), obtermos  $d\bar{\sigma}_c/d\bar{\sigma}_a = 1 - 4m^2/s$  que é a velocidade ao quadrado  $v^2$  do elétron (ou do pósitron) no referencial de CM. Então, a seção de choque de criação pode ser obtida a partir da seção de choque de aniquilação pela prescrição:

$$d\bar{\sigma}_c = v^2 d\bar{\sigma}_a. \quad (44)$$

A seção de choque total pode, então, ser obtida integrando (44), com a diferença de que na integração da seção de choque diferencial para aniquilação, incluímos o fator 1/2 devido ao estado final ser caracterizado por partículas idênticas. Contudo, para a criação de pares, isso não se faz necessário já que teremos partículas distinguíveis (elétron e pósitron) no estado final. Logo, a seção de choque total para a criação de pares é dada por:

$$\bar{\sigma}_c = 2v^2 \bar{\sigma}_a = \frac{\pi \alpha^2}{2 m^2} (1 - v^2) \left[ (3 - v^4) \ln \frac{1 + v^2}{1 - v} - 2v(2 - v^2) \right], \quad (45)$$

comumente conhecida como fórmula de Breit-Wheeler. Para o processo  $\gamma + \gamma \rightarrow l^- + l^+$ , é útil expressar (45) em termos da massa invariante do par criado ( $s = W^2$ , em que  $s$  é a variável de Mandelstam):

$$\bar{\sigma}_{(\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-)} = \frac{4\pi\alpha^2}{s} \left[ \left( 2 + \frac{8m^2}{s} - \frac{16m^4}{s^2} \right) \ln \frac{\sqrt{s} + \sqrt{s - 4m^2}}{2m} - \sqrt{1 - \frac{4m^2}{s}} \left( 1 + 4\frac{m^2}{s} \right) \right] \quad (46)$$

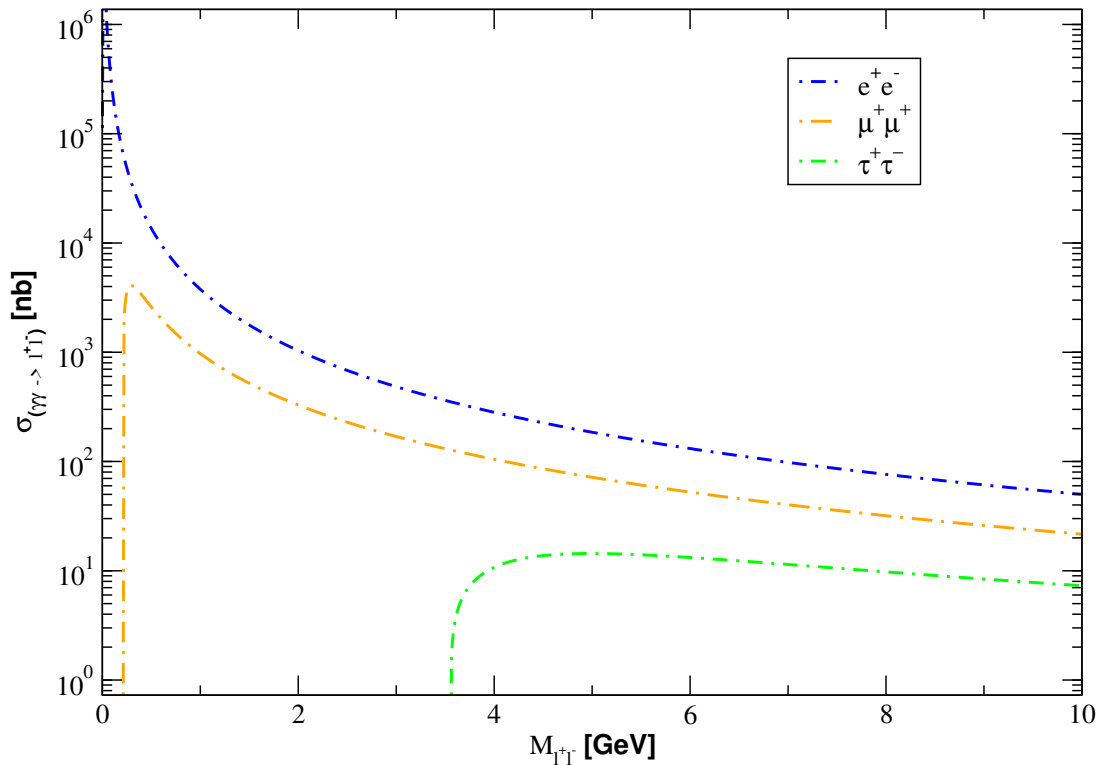
utilizando que  $s = W^2 = 4\omega_1\omega_2$  e  $\omega = \omega_1 + \omega_2$  [ver Ref. [17]] chegamos a forma da expressão de Breit-Wheeler [34] que utilizaremos para fazer nossas contas:

$$\sigma_{(\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-)} = \frac{4\pi\alpha^2}{W_{\gamma\gamma}} \left\{ 2 \ln \left[ \frac{W_{\gamma\gamma}}{2m} (1 + v) \right] \left( 1 + \frac{4m^2 W_{\gamma\gamma}^2 - 8m^4}{W_{\gamma\gamma}^4} \right) - \left( 1 + \frac{4m^2 W_{\gamma\gamma}^2}{W_{\gamma\gamma}^4} \right) v \right\} \quad (47)$$

onde a velocidade dos léptons agora é dada por

$$v = \sqrt{1 - \frac{4m^2}{W_{\gamma\gamma}^2}}. \quad (48)$$

Figura 8 – Seção de choque de foto-produção em função da massa invariante do par de léptons criados.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

Na equação (47),  $\alpha$  é a constante de acoplamento eletromagnética,  $m$  é a massa do lépton e  $W_{\gamma\gamma}$  é a energia do centro de massa fóton-fóton (também chamada de massa invariante do par de léptons criados  $M_{l+l-}$ ). Em suma, esta seção de choque nos dá informações sobre a probabilidade de um dado par de fótons interagir e dar origem a um par lépton-antilépton no estado final. Na Fig. 8, é apresentado o comportamento de  $\sigma_{(\gamma\gamma \rightarrow l+l-)}$  em função da massa invariante do par criado  $M_{l+l-}$  ( $W_{\gamma\gamma}$ ). Esse comportamento evidencia que, como já era esperado devido a conservação da energia, a energia mínima necessária para a produção de um dado par de léptons é duas vezes a massa de repouso de um lépton. Além disso, notamos que quanto menor a massa do par, maior a seção de choque de foto-produção, isto é, maior probabilidade desses pares serem criados. Consequentemente, a seção de choque decresce com o aumento da energia de centro de massa fóton-fóton  $W_{\gamma\gamma}$ .

## 2.5 CONCLUSÃO

Neste capítulo, fizemos uma breve revisão sobre os mínimos conceitos necessários da QED, para a descrição de processos de aniquilação e criação de pares de léptons via interação de dois fótons. Os cálculos apresentados aqui são os fundamentos indispensáveis para a compreensão do processo de criação de pares de léptons em colisões periféricas núcleo-núcleo, que são o objeto de estudo desta dissertação.

### 3 APROXIMAÇÃO DE FÓTONS EQUIVALENTES

Entre os diferentes processos eletromagnéticos de produção de partículas, muita atenção é depositada em foto-produção. O estudo experimental desse processo abre novos caminhos em direção a um número considerável de problemas físicos, por exemplo a possibilidade da investigação de novas regiões em física de altas energias, a investigação do fator de forma de mésons  $K$  e  $\pi$ , pesquisa por novas partículas, etc [35].

Considerando isso, foto-interações foram amplamente estudadas em colisões de altas energias elétron-próton em aceleradores como o HERA (Hadron–Electron Ring Accelerator) [36]. Nestas colisões, os elétrons atuam como fonte de fótons virtuais, que são caracterizados por sua virtualidade  $Q^2 = -q^2$  que é definido em termos do quadrimomentum das partículas envolvidas na reação [37]. De forma mais precisa, considerando uma colisão elétron-próton, ambos os feixes de partículas podem emitir fótons, podendo produzir um estado central, como um par de múons [38].

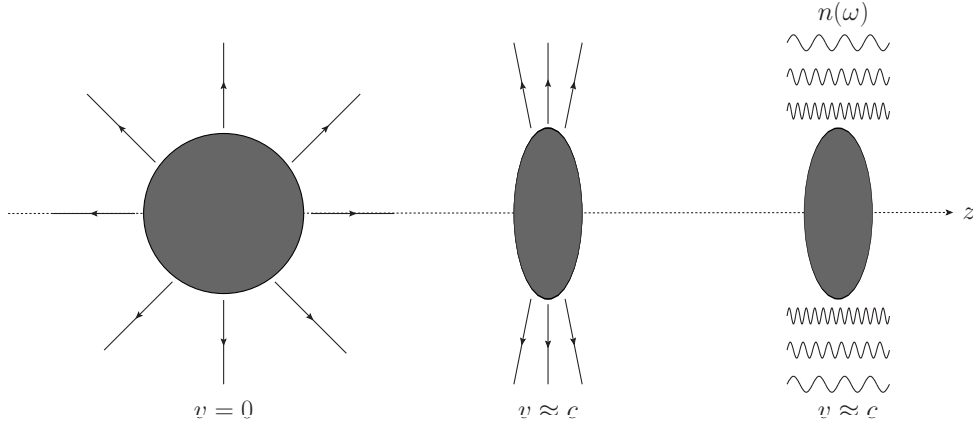
Estado finais, caracterizados por pares de léptons, foram observados em colisões próton-antipróton realizadas no Tevatron [39, 40] e em colisões próton-próton no LHC [41–43]. A partir disso, já que o acoplamento eletromagnético efetivo aumenta como a carga das partículas carregadas, é esperado que colisões núcleo-núcleo sejam um processo onde fóton-interações sejam abundantes. De fato, a foto-produção de pares de léptons têm sido observadas em colisões Au-Au no RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider) [44, 45] e em colisões Pb-Pb no LHC [46], demonstrando que esses aceleradores podem ser, também, considerados como colidores de fótons, permitindo uma variedade de interações foto-induzidas.

Especialmente no limite de altas energias, o processo de produção de partículas via interação fóton-fóton pode ser descrita, com grande sucesso, pelo método da Aproximação de Fótons Equivalentes. Esse método é uma conveniente aproximação para o cálculo da seção de choque de um grande número de processos eletromagnéticos [35]. Ele consiste em descrever a interação eletromagnética de partículas como a interação de uma dessas partículas com o fluxo de fótons equivalentes correspondente ao campo da outra partícula.

A associação de um fluxo de fótons ao campo de uma partícula carregada é possível porque partículas carregadas movendo-se próximas à velocidade da luz emitem um campo eletromagnético transversal à sua direção de deslocamento, conforme a Fig. 9. Logo, um observador no referencial de laboratório não é capaz de distinguir o campo eletromagnético de uma partícula carregada relativística e um pulso de radiação equivalente, que pode ser entendido como um conjunto de fótons virtuais (possuindo um espectro de radiação equivalente) [47]. Dessa forma, podemos estudar a produção de pares de léptons em colisões entre dois hádrons por meio de processos foto-induzidos, onde podem ocorrer interações fóton-fóton.

Este método foi originalmente proposto por Enrico Fermi [48] e, posteriormente, por volta de 1933 C. F. von Weizsäcker [49] e E. J. Williams [50], independentemente, desenvolveram a ideia de Fermi, elaborando um método semi-clássico: um espectro de fótons (quase

Figura 9 – Fluxo de fótons virtuais associado as linhas de campo de uma partícula carregada no limite ultrarelativístico.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

reais) equivalentes para o cálculo de seções de choque para interações de partículas carregadas relativísticas. No fim do século XX, o método de Weizsäcker-Williams foi estendido para que fosse possível considerar o tratamento de fótons virtuais [51, 52].

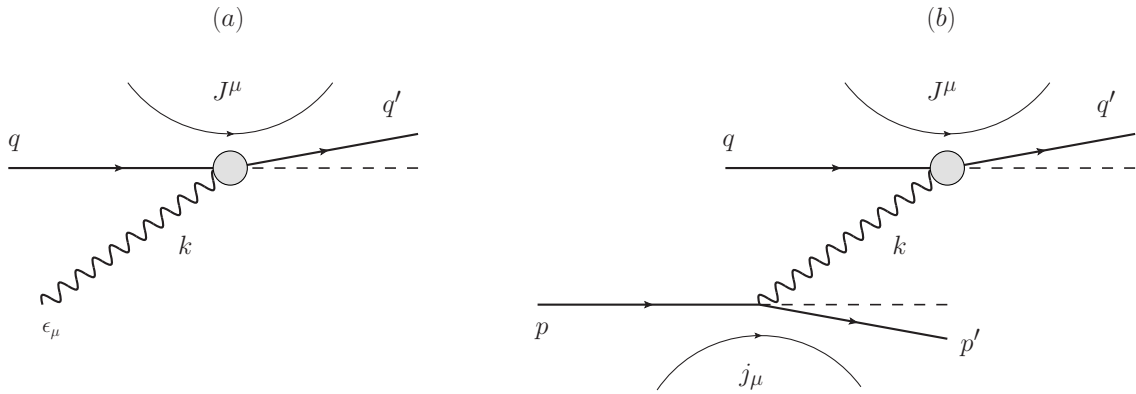
Conforme mencionado, fótons virtuais são caracterizados por sua virtualidade  $Q^2 = -q^2$ , sendo partículas que não possuem realidade física, já que não podem ser detectadas [32]. Contudo, considerando o limite de altas energias e pequenos ângulos de espalhamento, a virtualidade  $Q^2$  dos fótons diminui ao ponto de se comportarem como fótons reais. Portanto, especialmente no caso de partículas ultrarelativísticas, podemos considerar o fluxo de fótons das partículas como de fótons reais.

Em suma, o método da Aproximação de Fótons Equivalentes nos permite fatorizar a seção de choque total de duas partículas carregadas  $\sigma_{AA}$  como o produto da seção de choque de foto-produção de pares  $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}$  e do fluxo de fótons equivalentes  $n_i(\omega_i)$  de cada uma das partículas carregadas, integrado sobre todo o espectro de fótons. Sendo assim, dado a necessidade em conhecer o espectro de fótons equivalentes, apresentamos a seguir a derivação do método segundo a abordagem da Teoria Quântica de Campos (para derivação clássica, ver [32, 47]).

### 3.1 DERIVAÇÃO QUÂNTICA DO ESPECTRO DE FÓTONS EQUIVALENTES

Vamos considerar os dois processos descritos pelos diagramas da Fig. 10. O diagrama (a) representa um fóton real com quadrimomentum  $k$  interagindo com uma partícula carregada que possui quadrimomentum  $q$  (e massa  $m$ ;  $q^2 = m^2$ ), dando origem a um dos possíveis estados finais deste processo com quadrimomentum  $q'$ . O diagrama (b) representa um processo semelhante ao evento de (a), porém com a diferença de que o fóton que interage com a partícula de quadrimomentum  $q$  é emitido por uma outra partícula carregada de quadrimomentum  $p$  e massa  $M$  ( $p^2 = M^2$ ), emitindo um fóton virtual (indetectável) de quadrimomentum  $k = p - p'$  ( $k^2 < 0$ ). Neste último processo, o mesmo estado final do processo (a), com momento  $q'$ , é obtido. Portanto,

Figura 10 – (a): Diagrama para interação de um fóton real interagindo com uma partícula carregada; (b): Diagrama para um processo semelhante ao de (a), porém o fóton interagente é um fóton virtual emitido por outra partícula carregada.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

para ambos os diagramas, temos que

$$(a): \quad k^2 = 0$$

e

$$(b): \quad k^2 = -Q^2 \neq 0$$

Nosso objetivo final é expressar a seção de choque para o processo (b) em termos do processo (a). Para isso ser possível, os fótons virtuais do processo em (b) devem se comportar como fótons reais. Acontece que, se  $|k^2|$  é pequeno, os fótons virtuais são muito semelhantes a fótons reais [53]. Tal situação é completamente possível no caso onde partículas movem-se com velocidades  $v \approx 1$  (onde  $c = 1$ , em unidades naturais).

Naturalmente, para que  $|k^2|$  seja considerado pequeno, algum valor de referência deve ser usado. Logo, no caso onde consideramos hádrons como fontes de fótons (que é o interesse neste trabalho), o valor máximo de  $Q_{max}^2$  é dado pela condição de coerência

$$Q_{max}^2 \leq 1/R^2 \quad (49)$$

onde  $R$  é o raio do hádron. A condição de virtualidade é quem nos garante que os fótons emitidos pelo hádron serão emitidos de forma coerente (fótons emitidos coletivamente por todas as cargas que estão no núcleo).

As amplitudes para os processos (a) e (b) são dadas por [54]:

$$M^{(a)} = -e\epsilon_\mu J^\mu \quad (50)$$

e

$$M^{(b)} = Ze^2 \frac{1}{k^2} j_\mu J^\mu \quad (51)$$

em (50),  $\varepsilon_\mu$  é quadrivetor polarização do fóton e  $J_\mu$  é a corrente de transição correspondente ao vértice do diagrama. Já em (51),  $j_\mu$  é a corrente de transição da partícula  $m$  (vértice inferior do diagrama),  $Ze$  é a carga desta partícula  $p$ . A corrente  $J_\mu$  é igual em ambos os diagramas, já que estamos considerando o limite de altas velocidades, onde  $k^2 = 0$ . A partir daqui, fazemos as seguintes definições:

1. Os cálculos que faremos a seguir serão feitos no referencial de repouso da partícula  $q$ ;
2. Iremos considerar a partícula  $p$  como sendo ultrarelativística e movendo-se na direção positiva do eixo-z.

Sendo assim, temos que

$$q^2 = m^2 \quad (52)$$

e

$$p^2 = M^2 \ll E^2 (= \vec{p}^2 + M^2). \quad (53)$$

Por definição, a mudança no momentum da partícula  $M$  quando um fóton virtual é emitido,  $\mathbf{p} - \mathbf{p}' = \mathbf{k}$ , é pequena comparada ao seu momento inicial  $|\mathbf{p}|$ . Em consequência, podemos considerar  $\mathbf{p} = \mathbf{p}'$ . Considerando que o movimento da partícula  $M$  é retilíneo uniforme e semi-clássico, isto é, a corrente  $j$  independe do spin da partícula, podemos escreve-la como

$$j^\mu = 2p^\mu. \quad (54)$$

Utilizando a condição de transversalidade entre a quadricorrente e o quadrimomentum do fóton ( $j^\mu k_\mu = 2p^\mu k_\mu = 0$ ) no diz que  $E\omega - p_z k_z = 0$ . Consequentemente

$$\omega = vk_z, \quad (55)$$

onde  $v = p_z/E$  é a velocidade da partícula  $M$ . Feito isso, a virtualidade pode ser escrita como

$$\begin{aligned} -k^2 &= -\{(\omega, k_x, k_y, k_z) \cdot (\omega, k_x, k_y, k_z)\} \\ &= -\omega^2 + k_z^2 + \mathbf{k}_\perp^2 \\ &\approx \omega^2(1 - v^2) + \mathbf{k}_\perp^2 \end{aligned} \quad (56)$$

em que  $\mathbf{k}_\perp$  é a componente do vetor  $\mathbf{k}$  transversa ao eixo-z. Como  $1/\gamma^2 = (1 - v^2)$ , obtemos que

$$-k^2 = \frac{\omega^2}{\gamma^2} + \mathbf{k}_\perp^2. \quad (57)$$

Relembrando o que a condição de virtualidade (49) nos diz, analisamos cada termo de (57) para garantir ela seja cumprida. Logo, identificamos que

$$\omega^2 \leq \frac{\gamma^2}{R^2} \quad (58)$$

e

$$\mathbf{k}_\perp^2 \leq \frac{1}{R^2}. \quad (59)$$

Utilizando, novamente a condição de transversalidade  $[J^\mu k_\mu = (J_0, \mathbf{J}) \cdot (\omega, \mathbf{k}) = 0]$ , encontramos que

$$J_0 = \frac{J_z}{v} + \frac{\mathbf{J}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp}{\omega}. \quad (60)$$

Dessa forma, nós obtemos para o produto escalar  $j_\mu J^\mu$ :

$$j_\mu J^\mu = \frac{2E}{\omega} \left\{ \mathbf{J}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp + \frac{\omega M^2}{E^2} J_z \right\}. \quad (61)$$

Com esse resultado, podemos reescrever (51) de uma forma adequada para o nosso propósito. Entretanto, o produto  $\varepsilon_\mu J^\mu$  em (50) também precisa ser reescrito. Para isso, utilizamos o calibre (de Coulomb) transversal ( $\varepsilon_\mu k^\mu = 0$ ), que nos leva a

$$\varepsilon_z = -\frac{\varepsilon_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp}{\omega}. \quad (62)$$

Dessa forma, podemos reescrever o produto escalar quadrivetorial como

$$J^\mu \varepsilon_\mu = -\varepsilon_\perp \cdot \left\{ \mathbf{J}_\perp - \mathbf{k}_\perp \frac{J_z}{\omega} \right\}. \quad (63)$$

As expressões (61) e (63) são proporcionais se os segundos termos dentro dos parênteses forem desprezíveis. Analisando (61) verificamos que o segundo termo nos parênteses possui a quantidade  $M^2/E^2$ . Dado que estamos considerando o limite ultrarelativístico, temos que  $E^2 \gg M^2$ . Somada a isso, no caso onde a virtualidade é muito pequena, a equação (57) nos diz que a energia do fóton  $\omega$  também deve ser muito pequena e por conservação de energia, não pode ser maior que a energia  $E$  da partícula que o emitiu. Logo, podemos desprezar o segundo termo com segurança. Já para o segundo termo de (63), as condições (58) e (59) nos diz que para um fator  $\gamma$ -lorentz muito grande (como é o caso no limite de altas velocidades), é esperado que  $|\omega| \gg |\mathbf{k}_\perp|$ , que nos indica que este termo também pode ser desprezado. Portanto, no limite ultrarelativístico, (61) e (63) são proporcionais. Utilizando ainda a consideração de que os segundos termos das expressões (61) e (63) são desprezíveis, podemos pensar que em (61) a quantidade que multiplica  $J_z$  deve ser menor que a quantidade que multiplica  $\mathbf{J}_\perp$ . O mesmo raciocínio se aplica à (63). Fazendo isso, nós encontramos as seguintes condições:

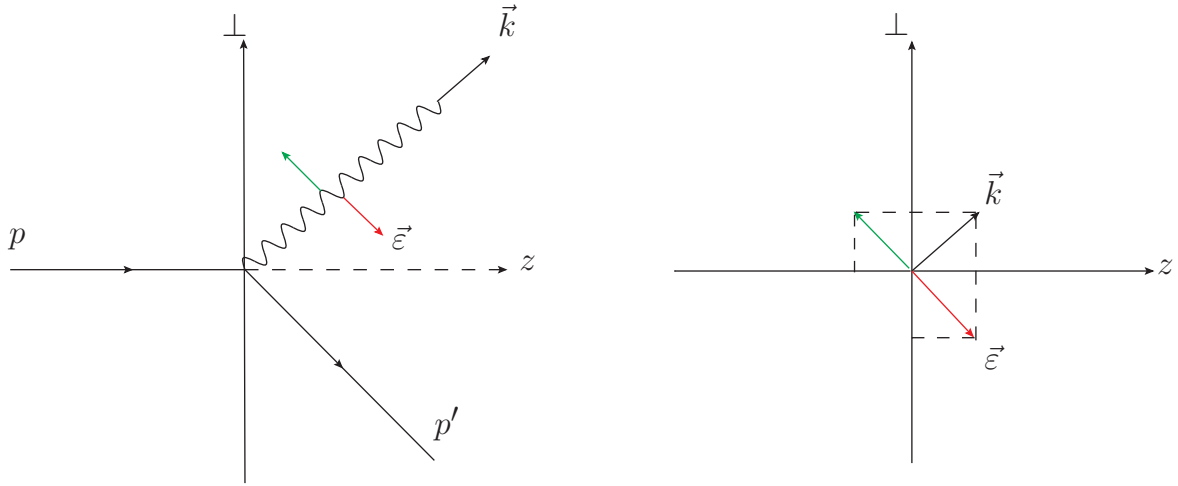
$$\omega \ll \frac{E^2 |\mathbf{k}_\perp|}{M^2} \quad (64)$$

e

$$|\mathbf{k}_\perp| \ll \omega \quad (65)$$

Agora, precisamos saber como  $\mathbf{k}_\perp$  e  $\varepsilon_\perp$  se relacionam. Com esse objetivo, analisamos a Figura 11. Se projetarmos  $\mathbf{k}$  e  $\varepsilon$  no eixo  $\perp$ , identificamos que ambos os vetores serão ou paralelos

Figura 11 – Relação entre o vetor polarização e vetor momento 3D do fóton.



Fonte: Elaborada pelo autor (2021).

ou antiparalelos ( $\mathbf{k}_\perp // \boldsymbol{\varepsilon}_\perp$ ). Além disso, se olharmos para (62), com ajuda de (65), notamos que  $\varepsilon_z$  é igual à uma fração bem pequena de  $\varepsilon_\perp$ , onde concluímos que  $\varepsilon_z \ll |\varepsilon_\perp|$ . Dessa forma, utilizando a condição de normalização do vetor polarização [24] encontramos que

$$\varepsilon^2 \approx \varepsilon_\perp^2 = 1, \quad (66)$$

ou seja,  $\varepsilon_\perp$  é um vetor unitário na direção de  $\mathbf{k}_\perp$ , portanto podemos escrevê-lo como:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_\perp = \frac{\mathbf{k}_\perp}{|\mathbf{k}_\perp|} \quad (67)$$

Após todas essas considerações fundamentadas no regime de altas velocidades, as amplitudes (50) e (51) podem ser escritas como

$$M^{(a)} = e \boldsymbol{\varepsilon}_\perp \mathbf{J}_\perp \quad (68)$$

e

$$M^{(b)} = \frac{Ze^2}{k^2} \frac{2E}{\omega} \mathbf{k}_\perp \mathbf{J}_\perp. \quad (69)$$

Portanto, podemos escrever (68) em termos de (69):

$$M^{(b)} = M^{(a)} \frac{Ze^2}{k^2} \frac{2E}{\omega} \mathbf{k}_\perp \quad (70)$$

A partir de (70) nós podemos encontrar a relação entre as correspondentes seções de choque. No referencial de repouso da partícula  $m$ , as seções de choques para os processos (a) e (b) são, respectivamente [53]

$$d\sigma_{(a)} = \left| M^{(a)} \right|^2 (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \frac{1}{4m\omega} d\rho_{q'} \quad (71)$$

e

$$d\sigma_{(b)} = \left| M^{(a)} \right|^2 (2\pi)^4 \delta^4(P_f - P_i) \frac{1}{4m\omega} \frac{d^3\mathbf{p}'}{2E(2\pi)^3} d\rho_{q'}, \quad (72)$$

em que  $d\rho_{q'}$  representa o espaço de fase do estado final caracterizado pelo quadrimomentum  $q'$ . Utilizando que  $e^2 = 4\pi\alpha$  e (57), conseguimos escrever

$$d\sigma = \frac{d\sigma_\gamma}{\omega} \left\{ \frac{Z^2\alpha}{\pi^2} \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{(\omega^2/\gamma^2 + \mathbf{k}_\perp^2)^2} \right\} d^3\mathbf{p}', \quad (73)$$

onde escrevemos  $d\sigma_{(b)} = d\sigma$  e  $d\sigma_{(a)} = d\sigma_\gamma$  representando a seção de choque diferencial da interação entre as partículas  $m$  e  $M$ ; e a seção de choque diferencial de foto-interação, respectivamente.  $d^3\mathbf{p}'$  é o espaço de fase da partícula emissora de fótons, no seu estado final. Assim, nós definimos:

$$n(\mathbf{k}) = \frac{Z^2\alpha}{\pi^2} \frac{\mathbf{k}_\perp^2}{(\omega^2/\gamma^2 + \mathbf{k}_\perp^2)^2} \quad (74)$$

que pode ser interpretado como a densidade de fótons equivalentes (no espaço de  $\mathbf{k}$ ) ao campo eletromagnético da partícula carregada  $p$ .

Como a integração em  $d^3\mathbf{p}'$  é equivalente à uma sobre  $d^3\mathbf{k} = d\omega d^2k_\perp$ , já que  $\mathbf{k} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ , podemos integrar (73) sobre  $d^2k_\perp$ , obtendo a seção de choque para o processo onde a energia total  $E$  do sistema de partículas  $q'$  situa-se em uma dada faixa de energia  $dE = d\omega$ . Uma integração sobre todas as direções de  $\mathbf{k}_\perp$  significa a média sobre todas as direções de polarização do fóton incidente. Por fim, multiplicando por  $2\pi$ , o resultado é:

$$d\sigma = \frac{n(\omega)}{\omega} d\sigma_\gamma(\omega) d\omega, \quad (75)$$

onde,

$$n(\omega) = \int_0^{2\pi} \int_0^{1/R} n(\mathbf{k}) |\mathbf{k}_\perp| d|\mathbf{k}_\perp| d\phi \approx \frac{2Z^2\alpha}{\pi} \ln\left(\frac{\gamma}{\omega R}\right). \quad (76)$$

A aproximação inserida aqui é conhecida como *aproximação de logaritmo dominante* e significa que a integral sobre  $d|\mathbf{k}_\perp|$  diverge logaritmicamente quando  $\mathbf{k}_\perp$  é grande. Nela, é assumido que não apenas o argumento do logaritmo é grande, mas que ele próprio também é. Para a precisão que precisamos, é satisfatório tomar o limite superior de integração como  $|\mathbf{k}_\perp| \approx 1/R$ , que é o limite superior da desigualdade (59). Além disso, é válido mencionar que através de (76) obtemos informações importantes sobre a distribuição de fótons equivalentes, identificando que a distribuição de fótons é grande para pequeno  $\omega$  e pequena para grande  $\omega$ .

A partir de (75), podemos obter a seção de choque total para um processo fóton-próton, por exemplo, dado por

$$\sigma = \int \frac{n(\omega)}{\omega} \sigma_\gamma(\omega) d\omega. \quad (77)$$

Podemos, então, fazer uma generalização desse resultado para tratar uma colisão próton-próton considerando que um próton atua como fonte de fótons, que irão interagir com o próton alvo.

Sendo assim, para o caso onde duas partículas atuam como fonte de fótons, os quais interagem entre si, (77) pode ser generalizada como

$$\sigma = \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{n(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n(\omega_2)}{\omega_2} \sigma_{\gamma\gamma}(\omega_1, \omega_2), \quad (78)$$

onde  $\sigma_{\gamma\gamma}(\omega_1, \omega_2)$  é a seção de choque de interação fóton-fóton. Então, (78) nos possibilita estudar a produção de um estado final  $X$  devido a interação fóton-fóton em uma colisão de partículas carregadas, por exemplo, próton-próton.

### 3.2 FLUXO DE FÓTONS EQUIVALENTES INDEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

Até o momento, a equação (76) é uma aproximação de fótons equivalentes onde as fontes de fótons são partículas sem estrutura interna. Por outro lado, o objetivo dessa dissertação é a análise de foto-produção de diléptons em interações hadrônicas. Sendo assim, consideremos o caso onde as partículas emissoras de fótons possuem estrutura interna. Dessa forma, o espectro de energia pode ser calculado como [55]

$$f(x) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \int_{Q_{min}^2}^{\infty} \frac{Q^2 - Q_{min}^2}{Q^4} |F(Q^2)|^2 dQ^2, \quad (79)$$

em que

$$xf(x) = n(\omega) \quad ; \quad x = \frac{\omega}{E} \quad (80)$$

e onde  $\omega$  é a energia do fóton,  $E$  e  $F(Q^2)$  são, respectivamente, a energia e o fator de forma da partícula fonte de fótons.  $x$  é a fração da energia do hádron emissor, carregada por um determinado fóton. Além disso,  $Q^2$  é o quadrimomentum transferido do projétil de massa  $M$  e  $Q_{min}^2$  é uma função de  $x$ , que, em boa aproximação, é dada por  $Q_{min}^2 = (xM)^2/(1-x)$ .

Utilizando o fator de forma de dipolo elétrico

$$F_E(Q^2) = \frac{1}{(1 + Q^2/0,71 GeV^2)^2}, \quad (81)$$

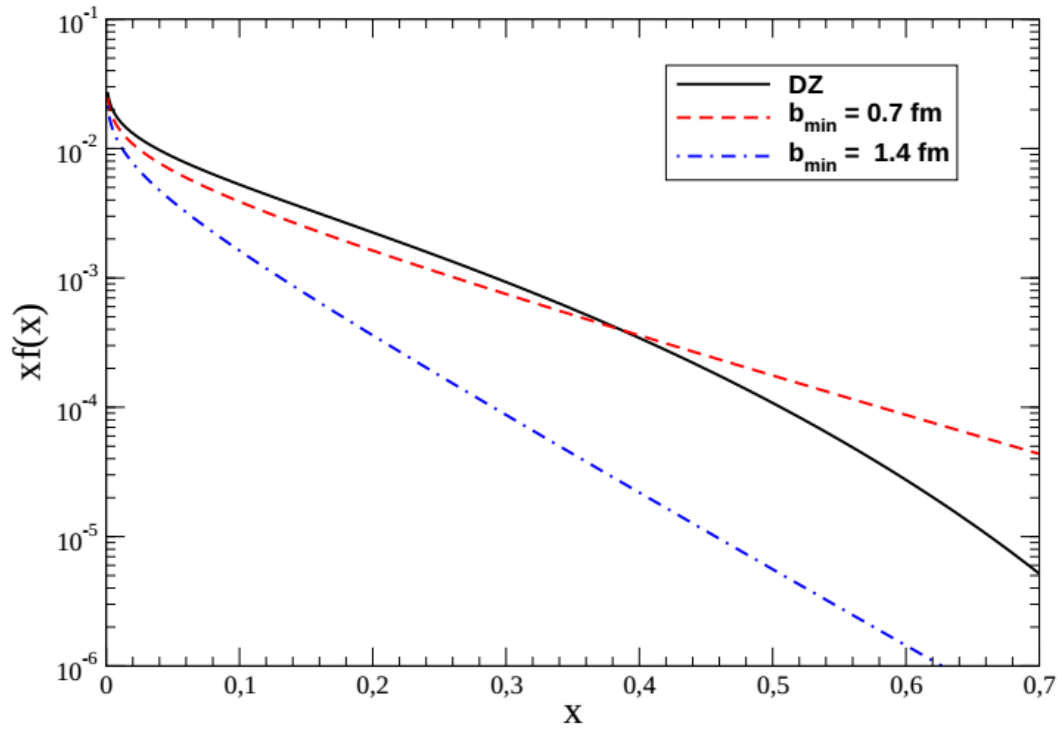
o espectro de fótons equivalentes assume a forma [56]:

$$f(x) = \frac{\alpha}{x} \frac{1-x+1/2x^2}{x} \left[ \ln(A) - \frac{11}{6} - \frac{3}{A} - \frac{3}{2A^2} + \frac{1}{3A^3} \right], \quad (82)$$

obtida por Dress e Zeppenfeld, onde  $A = 1 + (0,71 GeV^2)/Q_{min}^2$ . Com esse resultado, somos capazes de investigar a produção de pares via foto-interação em colisões hadrônicas, isto é, partículas carregadas com estrutura interna. Para fins de comparação, o espectro de fótons para uma partícula pontual passando por um alvo com um parâmetro de impacto mínimo  $b_{min}$  tem a forma [57]

$$f(x) = \frac{\alpha Z^2}{\pi} \frac{1}{x} \left[ 2Y K_0(Y) K_1(Y) - Y^2 (K_1^2(Y) - K_0^2(Y)) \right], \quad (83)$$

Figura 12 – Fluxo de fótons equivalentes associados ao próton.



Fonte: [58].

onde,  $K_0$  e  $K_1$  são funções de Bessel modificadas e  $Y = xMb_{min}$ .

A Fig. 12 apresenta o fluxo de fótons equivalentes  $xf(x) = n(\omega)$  conforme Eq. (82) (linha sólida preta) e Eq. (83) (linhas pontilhadas azul e vermelha). Para a Eq. (83) é utilizado  $b_{min} = 0.7$  fm e 1.4 fm (considerando raio do próton  $R_p \approx 0.7$  fm), com o objetivo de mostrar a relevância do corte no parâmetro de impacto.

### 3.3 FLUXO DE FÓTONS EQUIVALENTES DEPENDENTE DO PARÂMETRO DE IMPACTO

Até aqui, já demos o primeiro passo em direção a descrever corretamente os processos que de fato são de nosso interesse: interações fóton-fóton em colisões hadrônicas, inserindo, conforme feito na seção anterior, o fator de forma  $F(Q^2)$  no espectro de fótons equivalentes, que nos permite considerar partículas que possuem estrutura interna (a exemplo, prótons e núcleos). Agora, vamos dar mais um passo em direção a descrever processos reais. Para isso, se faz necessário conhecer a dependência do espectro de fótons com a distância - mais precisamente, com o parâmetro de impacto. Fazendo isso, podemos desconsiderar de nossos cálculos as interações via troca de glúons (que fogem do escopo deste trabalho), além de poder considerar diferentes classes de centralidade para colisões periféricas.

Desse modo, sendo a seção de choque para um processo eletromagnético de criação de

partículas devido a interação de dois hádrons dada por [59]:

$$\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow H_1 H_2 X}(\sqrt{s}) = \int \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{n_1(\omega_1)}{\omega_1} \frac{n_1(\omega_2)}{\omega_2} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1, \omega_2) \quad (84)$$

onde o espectro de fótons equivalentes  $n(\omega)$ , definido em (79), pode ser escrito como

$$\frac{n(\omega)}{\omega} = \frac{4Z^2\alpha}{\omega} \int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} \left( \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \right)^2 |\mathbf{k}_\perp|^2, \quad (85)$$

podemos definir o fluxo de fótons equivalentes integrado conforme

$$\frac{n(\omega)}{\omega} = \int d^2b N(\omega, b), \quad (86)$$

de forma que

$$N(\omega, b) = \frac{4Z^2\alpha}{\omega} \left| \int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} \mathbf{k}_\perp \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{-i\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}_\perp} \right|, \quad (87)$$

já que se integrada em  $d^2\mathbf{b}$ , a Eq. (87) retorna à Eq. (85). Podemos, ainda, considerar que exista simetria no ângulo azimutal e a integral em (87) pode ser escrita como [58]

$$I = \int \frac{d^2k_\perp}{(2\pi)^2} \mathbf{k}_\perp \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} e^{-i\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}_\perp} = \int \frac{d\phi k_\perp dk_\perp}{(2\pi)^2} \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \mathbf{k}_\perp e^{-ibk_\perp \cos \phi}. \quad (88)$$

É possível escrever o vetor  $\mathbf{k}_\perp$  de outra forma mais conveniente. Para isso, notamos que

$$\nabla_b e^{-i\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}_\perp} = -i\mathbf{k}_\perp e^{-i\mathbf{b} \cdot \mathbf{k}_\perp}. \quad (89)$$

Dessa forma, temos que

$$\begin{aligned} I &= -i \int \frac{k_\perp dk_\perp}{(2\pi)^2} \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} \nabla_b \left[ \int_0^{2\pi} e^{-ibk_\perp \cos \phi} d\phi \right] \\ &= -i \int \frac{k_\perp dk_\perp}{(2\pi)^2} \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} 2\pi \nabla_b J_0(bk_\perp) \end{aligned} \quad (90)$$

em que utilizamos

$$\int_0^{2\pi} e^{-ibk_\perp \cos \phi} d\phi = 2\pi J_0(bk_\perp). \quad (91)$$

Para obter o resultado que queremos, nos resta aplicar o operador gradiente, em coordenadas polares, na função de Bessel  $J_0(bk_\perp)$ . Fazendo isso, encontramos

$$\begin{aligned} \nabla_b J_0(bk_\perp) &= \hat{e}_b \frac{\partial J_0(bk_\perp)}{\partial b} + \frac{1}{b} \hat{e}_\phi \frac{\partial J_0(bk_\perp)}{\partial \phi} \\ &= \hat{e}_b k_\perp J_1(bk_\perp), \end{aligned} \quad (92)$$

onde usamos

$$J'_0(x) = -J_1(x). \quad (93)$$

Finalmente, substituindo (92) em (90) e aplicando o resultado em (87), chegamos à

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega} \left| \int_0^\infty dk_\perp \mathbf{k}_\perp^2 \frac{F(\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2)}{\mathbf{k}_\perp^2 + \omega^2/\gamma^2} J_1(b\mathbf{k}_\perp) \right|^2, \quad (94)$$

sendo  $\alpha$  a constante de acoplamento eletromagnética e  $J_1$  a função de Bessel de primeira espécie. (94) é o fluxo de fótons equivalente dependente da energia do fóton  $\omega$  e do parâmetro de impacto  $b$ . Por definição,  $N(\omega, b)$  é o número de fótons por segundo por unidade de área [17].

### 3.4 FATOR DE FORMA NUCLEAR

Na seção 3.2, introduzimos uma correção no espectro de fótons equivalentes dada pelo que denominamos de fator de forma  $F(Q^2)$ , conforme expresso em (79). Esse fator é quem nos permite considerar que as partículas envolvidas na colisão possuam estrutura interna (isto é, são hádrons). Mais precisamente esse fator é nomeado de fator de forma da distribuição de carga nuclear e pode ser definido como a transformada de Fourier da distribuição de carga, conforme [58]

$$F(Q^2) = \frac{1}{N} \int \rho(r) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d^3r, \quad (95)$$

em que  $Q^2 \approx |\mathbf{q}|^2$ , onde  $q$  representa as componentes espaciais do quadrvetor  $q$  do fóton,  $\rho(r)$  é densidade volumétrica de carga nuclear e  $N = \int \rho(r) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} d^3r$  é a carga do núcleo. Neste trabalho, um dos interesses é analisar o impacto no tratamento de  $F(Q^2)$  para modelos com diferentes precisões, presentes na literatura [60–62]. Precisamente, estamos interessados no fator de forma pontual, de monopolo e o realístico (ou simplesmente "real", conforme comumente referido na literatura), sendo o último o mais preciso.

Para o fator de forma pontual  $F(Q^2) = 1$ , o hádron é considerando uma partícula pontual e conseqüentemente o fluxo de fótons equivalentes (94) assume a forma [17], [57]

$$N(\omega, b) = \frac{Z\alpha^2 \zeta^2}{\pi^2 \omega b^2} K_1^2(\zeta); \quad \zeta = \frac{\omega b}{\gamma}, \quad (96)$$

onde  $b$  é o parâmetro de impacto e  $K_1$  é uma função de Bessel modificada. (96) é um excelente modelo para grandes distâncias comparadas a ordem do raio do hádron  $R_a$ , entretanto esse fluxo apresenta divergência para valores pequenos de  $b$ , dado que considera a partícula como sem estrutura interna. Desse modo, é necessário assumir um limite de integração inferior para as integrais nas dimensões de comprimento que, em geral, é o raio do hádron ( $b_{min} = R_a$ ). Conforme já apresentamos em (83), podemos escrever o fluxo com o fator de forma pontual como

$$n(\omega) = xf(x) = \frac{2\alpha Z^2}{\pi} \left[ Y K_0(Y) K_1(Y) - \frac{Y^2}{2} (K_1^2(Y) - K_0^2(Y)) \right], \quad Y = \frac{\omega R_a M}{\gamma}. \quad (97)$$

Tratando-se do fator de forma de monopolo, sua utilização nos permite considerar o núcleo como uma distribuição extensa de cargas e é dado pela simples fórmula [63]:

$$F(Q^2) = \frac{1}{1 + Q^2/\Lambda^2}, \quad (98)$$

em que  $\Lambda = \sqrt{6 / \langle r^2 \rangle}$  é um parâmetro ajustado para reproduzir o raio quadrático médio do núcleo. Isso é feito com a ajuda de dados experimentais [64] e para os dois núcleos de interesse temos que

$$Au : \langle r^2 \rangle^{1/2} = 5.3 \Rightarrow \Lambda_{Au} = 0.091 \text{ GeV} \quad (99)$$

e

$$Au : \langle r^2 \rangle^{1/2} = 5.5016 \Rightarrow \Lambda_{Pb} = 0.088 \text{ GeV}. \quad (100)$$

Utilizando esse fator de forma, o fluxo de fótons equivalentes pode ser escrito como [58]

$$N(\omega, b) = \frac{Z^2 \alpha}{\pi^2 \omega} \left[ \frac{\omega}{\gamma} K_1 \left( \frac{b\omega}{\gamma} \right) - \sqrt{\left( \frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2 \right)} K_1 \left( b \sqrt{\frac{\omega^2}{\gamma^2} + \Lambda^2} \right) \right]^2. \quad (101)$$

Como mencionado no início da seção, por definição, o fator de forma nuclear é a transformada de Fourier da distribuição de carga do núcleo que é usualmente obtida a partir de espalhamentos elásticos elétron-núcleo em baixas energias [65]. Quando estamos interessados em fazer o estudo de processo em pequenas distâncias comparadas ao raio do núcleo, se faz necessário utilizar um fator de forma mais preciso possível - dado que  $N(\omega, b)$ , para os três fatores de forma citados aqui, apresentam diferenças significativas em pequeno  $b$ , conforme Fig. 13a. A distribuição de carga obtida nesses experimentos é com muita frequência parametrizada com a ajuda do modelo de Fermi de dois parâmetros:

$$\rho(r) = \rho_0 \left[ 1 - \exp \left( \frac{r-c}{a} \right) \right]^{-1} \quad (102)$$

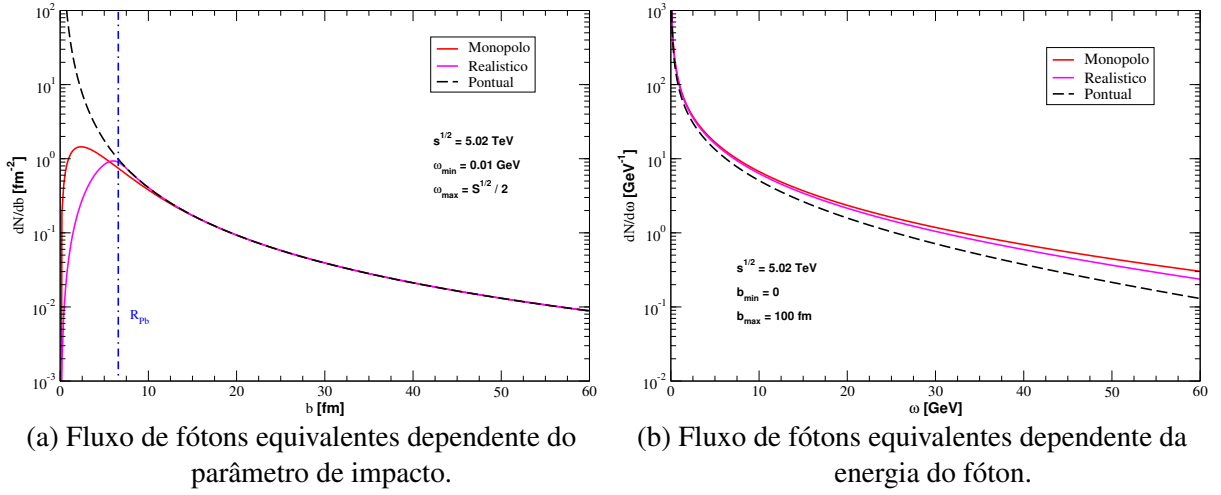
onde,  $c$  é o raio do núcleo e  $a$  é o chamado parâmetro de difusão da densidade de carga. A integração numérica de (94) quando utiliza-se (102), exige um trabalho computacional relevante, porém a fórmula (103) reproduz com boa precisão o fator de forma realístico, sendo uma excelente aproximação. Tal aproximação será a utilizada neste trabalho.

$$F(Q^2) = \frac{4\pi\rho_0}{AQ^3} [\sin(QR) - QR \cos(QR)] \left[ \frac{1}{1 + Q^2 a^2} \right]. \quad (103)$$

Voltando nossa atenção para a Fig. 13a, podemos entender o comportamento de  $N(\omega, b)$  conforme variamos o valor de  $b$ . Para pequenas distâncias em parâmetro de impacto, apenas o fator de forma pontual faz com que o fluxo  $N(\omega, b)$  venha divergir, logo o fator de forma de monopolo e realístico nos permitem realizar a integração em  $b$  sem restrição no limite inferior de integração. Já para valores aproximadamente maiores que o raio do núcleo  $Ra$  (neste caso,  $R_{Pb}$ ), ambos os fluxos concordam de maneira quase indistinguíveis.

A Fig. 13b apresenta a dependência do fluxo de fótons com relação a energia do fóton e nos diz que o número de fótons equivalentes com pequena energia  $\omega$  é muito maior comparado com os de alta energia, já a diferença entre os fluxos conforme  $\omega$  aumenta é devido a região onde os fótons muito energético são gerados, que é bem próximo do centro do núcleo, sendo

Figura 13 – Fluxo de fótons equivalentes.



exatamente a região onde os fluxos se diferenciam significativamente, conforme a Fig. 13a. Vale mencionar que o comportamento semelhante dos três fluxos a partir da distância do raio do núcleo era esperado, visto que para grandes distâncias a distribuição de carga nuclear é percebida como uma carga pontual.

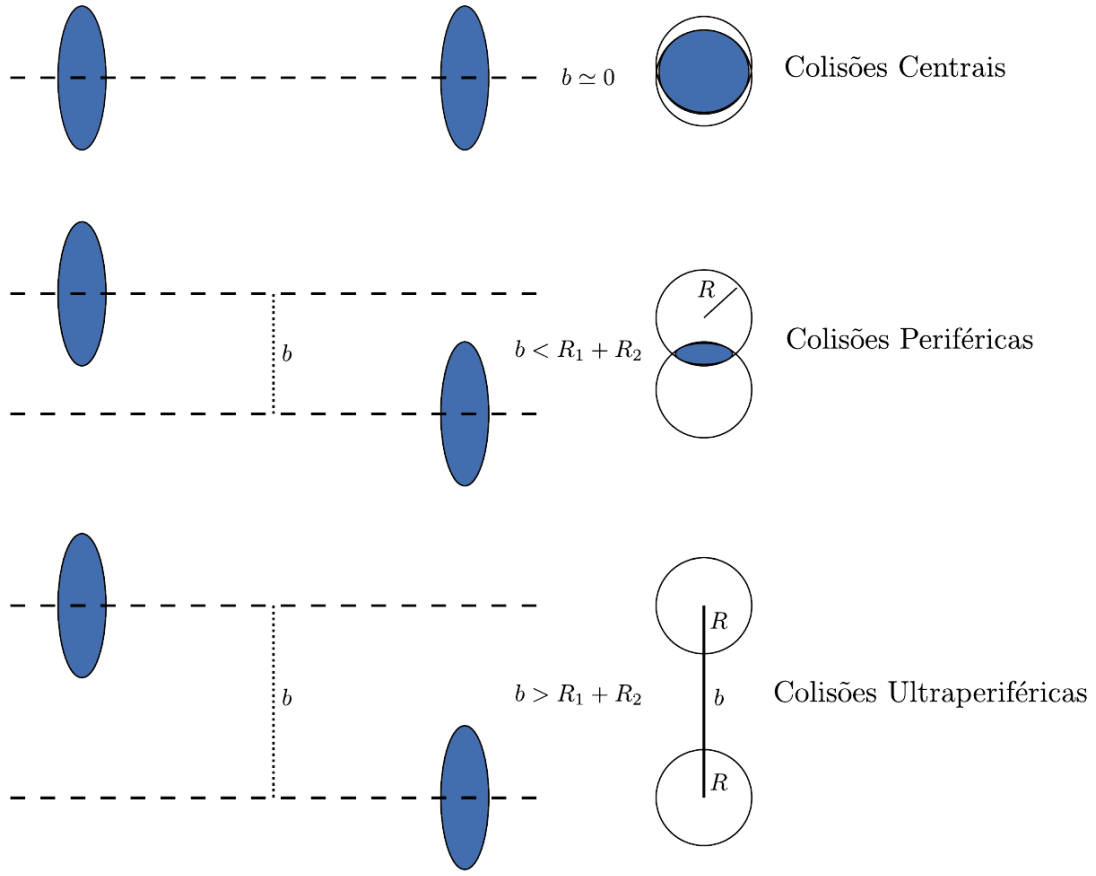
### 3.5 COLISÕES PERIFÉRICAS E CORTES EM PARÂMETRO DE IMPACTO

As colisões hadrônicas podem ser classificadas da seguinte forma:

1. Colisões centrais: caracterizadas pelo parâmetro de impacto ser aproximadamente igual a zero ( $b \approx 0$ );
2. Colisões periféricas: caracterizadas pelo parâmetro de impacto ser menor do que a soma dos raios dos hádrons incidentes ( $b < R_1 + R_2$ );
3. Colisões ultraperiféricas: caracterizadas pelo parâmetro de impacto ser maior que a soma dos raios dos hádrons incidentes ( $b > R_1 + R_2$ ).

A Fig. 14 estabelece visualmente essa classificação. Nas três classes de colisões, sempre uma das forças fundamentais é dominante: os dois primeiros processos são dominados por interações fortes, isto é, são mediados - em grande parte - por glúons e é comum ocorrer dissociação dos hádrons envolvidos; já processos ultraperiféricos, são dominados por interações eletromagnéticas por meio da troca de fótons, dado o curto alcance da força forte. Entretanto, embora colisões periféricas tenham a presença significativa de processos mediados por glúons, recentes dados experimentais [22] tem indicado a significativa presença de processos decorrentes de interações por fótons, ou seja, processos que podem ser estudados via QED. Neste trabalho, estamos interessados justamente nesses processos e nos processos fotoinduzidos presentes neles.

Figura 14 – Colisões hadrônicas para diferentes parâmetros de impacto.



Fonte: [17].

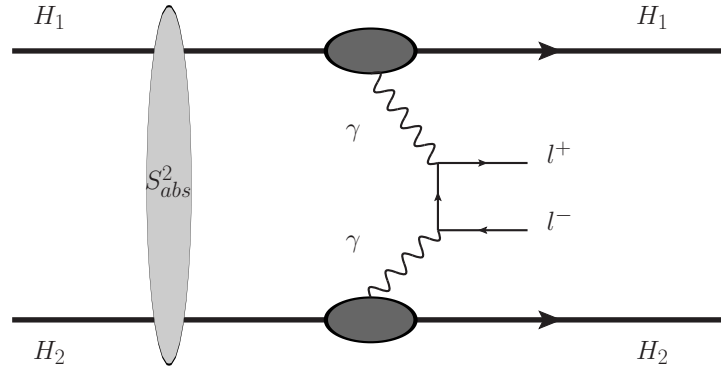
Para considerar apenas colisões periféricas em nosso estudo, devemos analisar a geometria da colisão. Vamos considerar o caso onde temos uma interação  $\gamma\gamma$  em uma colisão núcleo-núcleo, conforme representado na Fig. 15. Neste processo, os campos correspondentes às duas partículas interagem entre si a distâncias  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$  respectivas as partículas 1 e 2, conforme demonstrando na Fig. 16, que nos permite fazer um tratamento geométrico da colisão.  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$  estão relacionados com o parâmetro de impacto por meio da lei dos cossenos  $b^2 = b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 \cos \phi$ . Como nosso interesse é em colisões onde  $b < R_1 + R_2$ , precisamos atribuir uma dependência das seções de choque nas distâncias  $\mathbf{b}_1$  e  $\mathbf{b}_2$  e consequentemente no parâmetro de impacto. Assim, consideramos um fluxo de fótons dependente de  $\mathbf{b}$ , conforme fizemos na seção 3.3, que nos permite escrever a seção de choque total deste processo como

$$\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow X + l^+ l^-}(\sqrt{s}) = \int d^2 b_1 d^2 b_2 d\omega_1 d\omega_2 N(\omega_1, b_1) N(\omega_2, b_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(W) S_{abs}^2(\mathbf{b}), \quad (104)$$

onde  $W = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$ . Aqui, dois aspectos importantes devem ser destacados. As variáveis de integração  $d^2 b_i$  podem ser escritas em coordenadas polares como  $d^2 b_i = b_i db_i d\phi_i$ , nos permitindo escrever

$$\int d^2 b_i N(\omega_i, b_i) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty b_i db_i d\phi_i N(\omega_i, b_i), \quad (105)$$

Figura 15 – Produção de pares de léptons via interação  $\gamma\gamma$  em uma colisão hadrônica.



Fonte: Elaborado pelo autor (2021)

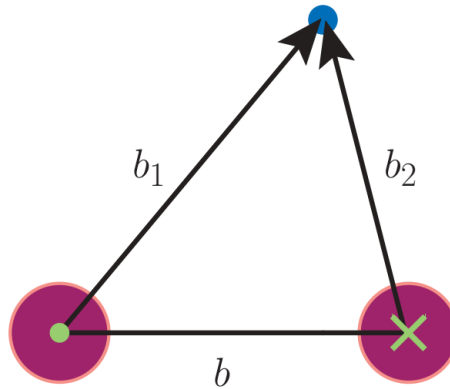
que nos permite fazer um tratamento ainda mais preciso em parâmetro de impacto. O outro aspecto a ser destacado é a presença da quantidade  $S^2_{abs}(\mathbf{b})$ , que é o fator de absorção dependente de  $b$  inserido no integrando de forma a desconsiderar colisões com parâmetro de impacto maiores do que a soma dos raios dos núcleos. Em nossos cálculos, o fator de absorção utilizado tem a forma [66]

$$S^2_{abs}(\mathbf{b}) = \theta(b_{min} < |\mathbf{b}_1 - \mathbf{b}_2| < b_{max}), \quad (106)$$

onde a função  $\theta$  é 1 quando a desigualdade é satisfeita e 0 em qualquer outro caso. Em termos de comportamento, esta função assemelha-se ao produto de duas funções degrau. Algo importante de notar é que, a simples alteração nos limites de integração em  $b_i$  (em que  $i = 1, 2$ ) não permite o tratamento no parâmetro de impacto, pois essas distâncias são medidas a partir do centro dos hádrons que estão colidindo até a posição em que os fótons que eles emitem irão interagir, sendo necessário a utilização do fator de supressão para que, por meio da lei dos cossenos (conforme já comentado), essas distâncias sejam relacionadas a  $b$ .

Conforme já mencionada, colisões periféricas são caracterizadas por maior participação de interações fortes, porém com presença notável de interações eletromagnéticas. Tal fator deve-se a geometria desse processo, pois neles os núcleos que interagem sofrem sobreposição hadrônica. Acontece que essa sobreposição pode ser em diferentes níveis, logo se faz necessário definir a centralidade da colisão. Aqui, 0% de centralidade representa uma colisão totalmente frontal com parâmetro de impacto  $b = 0$ , enquanto que 100% é a colisão mais superficial possível com  $b = 2R_a$ , em que  $R_a$  é o raio do hádron (núcleo) [66]. De forma categórica, a faixa entre 60-80% de centralidade são nomeadas colisões periféricas, 40-60% são nomeadas colisões semiperiféricas e 10-40% são as semicentrals. Neste trabalho, para fazer a correspondência entre a centralidade da colisão com o parâmetro de impacto, nós usamos as tabelas para diferentes classes de centralidades disponíveis em [67]. Nesta referência, um modelo de Monte Carlo Glauber (MCG) - onde nucleons individuais são estocasticamente distribuídos no interior do núcleo (evento a evento) e propriedades de uma colisão são calculadas pela média sobre os múltiplos eventos - é empregado, porém melhorado para considerar perfis de distribuição transversais para

Figura 16 – Geometria da colisão em interações hadrônicas.



Fonte: [34]

prótons e nêutrons no núcleo de chumbo, separadamente, em contraste aos modelos usualmente utilizados.

### 3.6 CONCLUSÃO

Neste capítulo apresentamos o método da aproximação de fótons equivalentes e sua derivação quântica, apresentando o fluxo de fótons independente do parâmetro de impacto  $b$ , que nos permitiu fazer a análise apenas de partículas pontuais e em seguida, introduzindo a dependência em  $b$  no fluxo de fótons equivalente por meio da definição do fluxo integrado. Tal dependência nos possibilita fazer o estudo de partículas hadrônicas como núcleos, que são o nosso principal interesse. Em seguida, apresentamos o papel do fator de forma nuclear na descrição mais realística de partículas com estrutura interna, bem como os modelos que são usados neste trabalho. Por fim, as classes de colisões hadrônicas foram especificadas e o fator de absorção que nos permite desconsiderar processos hadrônicos em nosso estudo, foi inserido no cálculo para a seção de choque total do processo núcleo-núcleo em limite ultrarelativístico.

No próximo capítulo, os nossos resultados para a seção de choque total e para as distribuições de rapidez e massa invariante no processo de produção de diléptons em colisões periféricas núcleo-núcleo serão apresentados. Tais resultados serão calculados utilizando o formalismo revisado nos capítulos 2 e 3.

## 4 PRODUÇÃO DE DILÉPTONS EM COLISÕES HADRÔNICAS

Considerando que um dos grandes objetivos dos aceleradores de íons pesados como o Relativistic Heavy Ion Collider (RHIC) e o Large Hadron Collider (LHC) é o estudo das propriedades do estado desconfinado da matéria partônica - Plasma de Quarks e Glúons (QGP), os diléptons exercem um papel importante como "sondas penetrantes" no meio denso e quente criado em colisões de íons pesados, isto porque durante toda a evolução do sistema eles não interagem via interação forte presente no meio.

A produção de diléptons em colisões hadrônicas pode ser estudada utilizando o método da aproximação de fótons equivalentes, método utilizado para obtenção da seção de choque nuclear, conforme profundamente discutido nas seções anteriores. Nesse método, os campos eletromagnéticos das partículas carregadas podem ser interpretados como um fluxo de fótons equivalentes. Esse fluxo é proporcional a  $Z^2$ , em que  $Z$  é a carga nuclear, portanto a luminosidade de processos desse tipo é proporcional a  $Z^4$ , resultando em uma intensa produção de diléptons em colisões de íons pesados relativísticos.

Entretanto, processos  $\gamma + \gamma \rightarrow l^+ + l^-$  foram, convencionalmente, estudados sem o plano de fundo dos processos hadrônicos, isto é, estudados apenas em colisões ultraperiféricas, onde interações via troca de glúons são suprimidas. Desse modo, a escassez de cálculos sobre interações fóton-fóton em colisões periféricas, tem se tornado importante frente aos novos dados obtidos pelas colaborações ALICE [21] e STAR [68], fazendo-se necessário pesquisas teóricas e experimentais sobre o tema a fim de entender melhor a foto-produção de diléptons nesse processo.

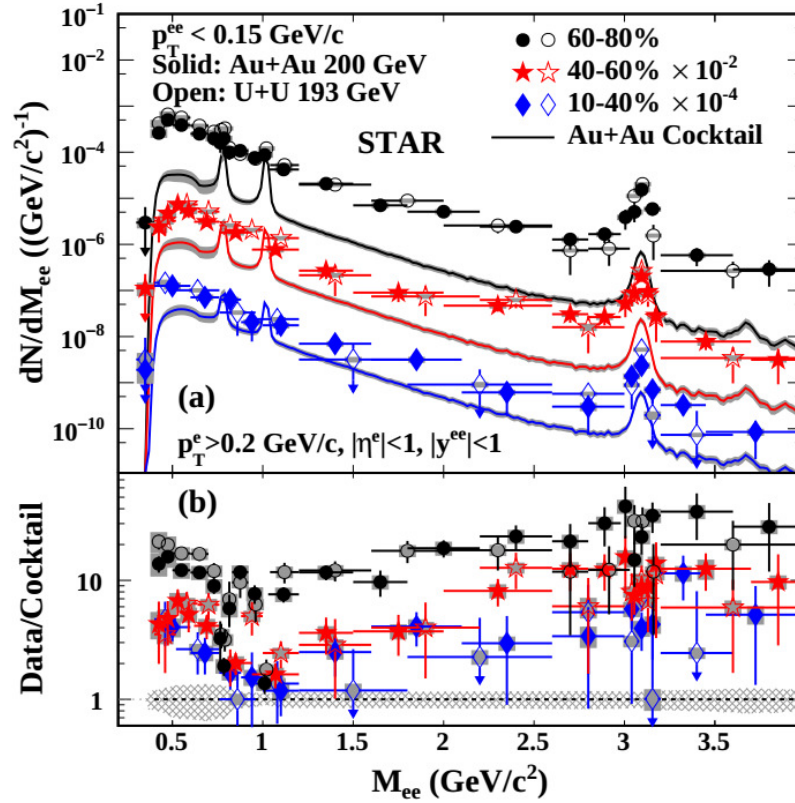
### 4.1 O EXCESSO DE DILÉPTONS EM COLISÕES PERIFÉRICAS

Recentemente, um significativo excesso de  $J/\psi$  produzido em baixo momento transversal ( $p_T < 0.3 \text{ GeV}/c$ ) foi observado pelas colaborações ALICE [21] e STAR [68] em colisões hadrônicas periféricas. Tal excesso não pode ser explicado pelos mecanismos de produção hadrônica, mas podem ser qualitativamente descritos por mecanismos de interação coerente fóton-núcleo [4, 69].

Esse cenário, abre portas para dúvidas sobre a contribuição e relevância de processos do tipo fóton-fóton em colisões hadrônicas periféricas. Somado a essa motivação, a colaboração STAR mediu um significativo excesso na produção de pares  $e^+e^-$  em colisões periféricas de íons pesados [22] com relação a contribuição a partir de fontes hadrônica (coquetel hadrônico). O excesso de pares  $e^+e^-$  é caracterizado por ter baixíssimo momento transversal ( $p_T < 0.15 \text{ GeV}/c$ ) e identificado na região de massa invariante  $0.4 < M_{ee} < 2.6 \text{ GeV}/c^2$ . Essa detecção foi observada em colisões Au-Au à 200 GeV e U-U à 193 GeV, sendo mais proeminente na centralidade de 40-80% dessas colisões.

A Fig. 17(a) apresenta a dependência do espectro de massa invariante de  $e^+e^-$  com a centralidade, dentro da acpetância do STAR ( $p_T^e > 0.2 \text{ GeV}/c$ ,  $|\eta^e| < 1$  e  $|y^{ee}| < 1$ ) em colisões

Figura 17 – Dependência do espectro de massa invariante de  $e^+e^-$  com a centralidade.



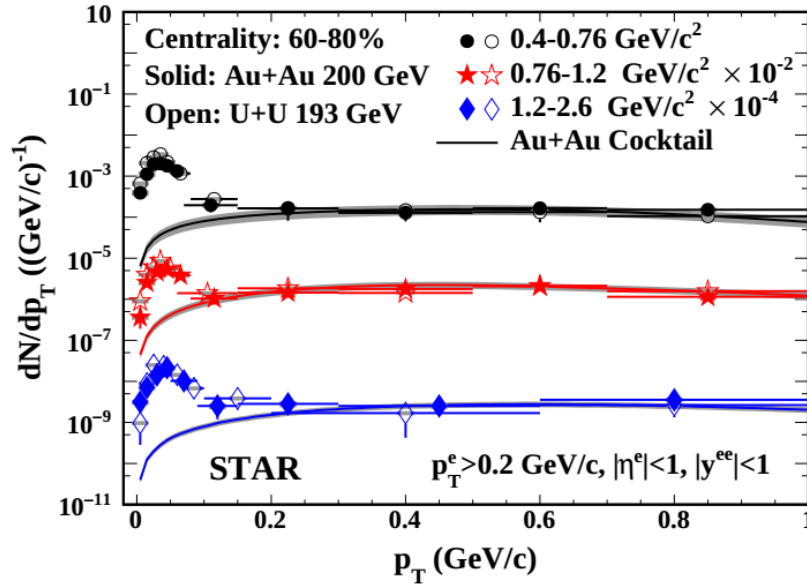
Fonte: [22]

Au-Au e U-U para pares com  $p_T < 0.15$  GeV/c. A razão entre os dados e o coquetel hadrônico é ilustrado na Fig. 17(b). As barras verticais nos pontos experimentais retratam as incertezas estatísticas, enquanto as incertezas sistemáticas são representadas como caixas cinzas. Neste gráfico, apenas o coquetel hadrônico produzido a partir de colisões Au-Au são apresentados, pois o coquetel correspondente a colisões U-U são cerca de 5-12% apenas maiores do que para Au-Au. Os coquetéis são representados por linhas sólidas, com os contornos sombreados representando as incertezas.

Esse resultado, esclarece que o excesso é mais significativo em colisões mais periféricas (60-80%) e são cada vez menores à medida que nós vamos de colisões periféricas para semiperiféricas (40-60%) e de semiperiféricas para semicentrals (10-40%). Além disso, olhando para Fig. 17(b), notamos que o excesso decresce na região de baixa massa invariante, repentinamente surge acima da massa do méson  $\phi$  ( $M_\phi \approx 1.01$  GeV/c<sup>2</sup>), e finalmente alcança o valor máximo em torno da massa do méson  $J/\psi$  ( $M_{J/\psi} \approx 2.98$  GeV/c<sup>2</sup>) para todas as três centralidades, em ambas as colisões [22].

A Fig. 18 apresenta a distribuição em  $p_T$  do par  $e^+e^-$  dentro da acpetância do STAR para três diferentes regiões de massa invariante (0.4 – 0.76, 0.76 – 1.2 e 1.2 – 2.6 GeV/c<sup>2</sup>) em colisões Au-Au e U-U na centralidade de 60-80%, comparada ao coquetel hadrônico. A incertezas sistemáticas dos dados são mostradas como caixas cinzas, já as faixas cinzas representam as incertezas sistemáticas do coquetel. De forma bem clara, notamos que o excesso observado

Figura 18 – Distribuição em  $p_T$  do par  $e^+e^-$ .



Fonte: [22]

se concentra em baixo  $p_T \approx 0.15$  GeV/c, não sendo descrito pelo coquetel hadrônico, que já consegue descrever muito bem os dados para  $p_T > 0.15$  GeV/c em todas as três regiões de massa. Em suma, o significativo excesso em baixíssimo  $p_T$ , com respeito ao coquetel hadrônico, aponta para evidência de interações coerentes do tipo fóton-fóton em colisões periféricas, que é o objeto de estudo desta dissertação [4].

#### 4.2 CINEMÁTICA DA COLISÃO NO REFERENCIAL DO CENTRO DE MASSA

Para que possamos expressar a seção de choque total na forma a qual é útil para o cálculo dos observáveis que queremos estudar, como distribuições de rapidez e massa invariante, se faz necessário explorar a cinemática do processo  $H_1 H_2 \rightarrow H_1 H_2 \gamma \gamma \rightarrow X l^+ l^-$  que é o objeto de estudo nesta dissertação. Sendo assim, seguindo os passos de [17], iniciemos considerando uma colisão entre dois íons  $H_1$  e  $H_2$  no referencial do centro de massa (CM), em que o eixo da colisão é o eixo-z. Neste referencial, os quadrimomenta dos íons são

$$p_{H_1} = (E, 0, 0, E) \quad (107)$$

e

$$p_{H_2} = (E, 0, 0, -E). \quad (108)$$

Deste processo, vários outros podem ser desencadeados e ocorrer simultaneamente. Aqui, estamos interessados no caso onde cada íon emite um fóton e estes interagem formando um par de léptons ( $l^+ l^-$ ). Os fótons emitidos terão uma fração de energia  $x$  do íon emissor, que é

definido como

$$x_1 = \frac{\omega_1}{E}, \quad x_2 = \frac{\omega_2}{E}, \quad (109)$$

em que  $\omega$  é a energia do fóton,  $E$  é a energia do íon e  $x_1$  é a fração de energia referente ao núcleo 1 e  $x_2$  ao núcleo 2. Dessa forma, os quadrimomenta dos fótons são dados por

$$k_1 = x_1 p_{H_1} = x_1 E(1, 0, 0, 1) \quad (110)$$

e

$$k_2 = x_2 p_{H_2} = x_2 E(1, 0, 0, -1). \quad (111)$$

Onde no limite ultrarelativístico, os fótons emitidos pelos íons possuem baixíssima virtualidade, portanto comportam-se praticamente como fótons reais, isto é,  $k_1^2 \approx k_2^2 = m_\gamma^2 = 0$ .

Seguindo, precisamos saber a energia do centro de massa do sistema íon-íon e também do sistema fóton-fóton. Para o sistema íon-íon, utilizamos a variável de Mandelstam  $s$ , a qual pode ser interpretada como o quadrado da energia de centro de massa do sistema (portanto  $\sqrt{s}$  é a energia da colisão no referencial CM). Por definição,  $s$  é

$$\begin{aligned} s &= (p_{H_1} + p_{H_2})^2 \\ &= [(E + E, 0, 0, E - E)]^2 \\ &= (2E, 0, 0, 0)^2 \\ &= 4E^2, \end{aligned} \quad (112)$$

logo

$$E = \frac{\sqrt{s}}{2}, \quad (113)$$

em que  $E$  é a energia do íon. Para encontrarmos a energia de centro de massa do sistema fóton-fóton, definimos  $W_{\gamma\gamma}$ . Sendo assim, fazemos o mesmo procedimento feito anteriormente, porém utilizando (110) e (111)

$$\begin{aligned} W_{\gamma\gamma}^2 &= (k_1 + k_2)^2 = [E(x_1 + x_2, 0, 0, x_1 - x_2)]^2 \\ &= E^2[(x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2] \\ &= E^2(4x_2x_1), \end{aligned} \quad (114)$$

usando (109), conseguimos obter a massa invariante do par criado:

$$W_{\gamma\gamma}^2 = 4 \frac{\omega_1}{E} \frac{\omega_2}{E} E^2 = 4\omega_1\omega_2. \quad (115)$$

A partir daqui, por questões de simplificação da notação, denotaremos  $W_{\gamma\gamma}$  simplesmente como  $W$ . Seguindo, a última variável cinemática de interesse é a rapidez  $Y$  do par. Para encontrá-la, lançamos mão da conservação do quadrimomentum, em que denotaremos  $P$  como

o quadrimomentum total do par de léptons que será dado pela soma dos quadrimomenta dos fótons, conforme

$$P = k_1 + k_2 = E(x_1 + x_2, 0, 0, x_1 - x_2). \quad (116)$$

Por definição, a rapidez é dada por [70]

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{p_0 + p_z}{p_0 - p_z} \right), \quad (117)$$

onde,  $p = (p_0, \mathbf{p}_T, p_z)$  sendo  $(p_x, p_y) = \mathbf{p}_T$  o momentum transverso. Dessa forma, substituindo (109) em (117), encontramos que

$$Y = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\omega_1}{E} \frac{E}{\omega_2} \right) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right). \quad (118)$$

Para os nossos propósitos, é útil escrever (118) de outra forma, utilizando (115)

$$\begin{aligned} Y &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{W^2}{W^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \frac{4\omega_1\omega_2}{W^2} \right) \\ &= \frac{1}{2} \ln \left( \frac{4\omega_1^2}{W^2} \right) \\ &= \ln \left( \sqrt{\frac{4\omega_1^2}{W^2}} \right) \\ &= \ln \left( \frac{2\omega_1}{W} \right), \end{aligned} \quad (119)$$

que implica em,

$$\omega_1 = \frac{W}{2} e^Y, \quad (120)$$

que a energia do fóton 1. Podemos, também, encontrar  $\omega_2$  substituindo (120) em (115), obtendo

$$\omega_2 = \frac{W}{2} e^{-Y}. \quad (121)$$

Com esses resultados, podemos reescrever a seção de choque total para o processo de colisão íon-íon ultrarelativística (104) em termos da rapidez  $Y$  do par e da massa invariante do par de léptons criados  $W$  (também denotada como energia do centro de massa do sistema fóton-fóton). O caminho a ser seguido é realizar a mudança de variáveis  $d\omega_1 d\omega_2 \rightarrow dW dY$ . Podemos fazer isso utilizando a prescrição

$$d\omega_1 d\omega_2 = \left| \frac{\partial(\omega_1, \omega_2)}{\partial(W, Y)} \right| dW dY, \quad (122)$$

onde  $|\partial(\omega_1, \omega_2)/\partial(W, Y)|$  é a matriz jacobiana. Considerando que

$$\left| \frac{\partial(\omega_1, \omega_2)}{\partial(W, Y)} \right| = \frac{W}{2}, \quad (123)$$

Conseguimos reescrever (104) como

$$\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow X+l+l^-}(\sqrt{s}) = \int d^2 \mathbf{b}_1 d^2 \mathbf{b}_2 N(\omega_1, \mathbf{b}_1) N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow X}(\omega_1, \omega_2) \times \quad (124)$$

$$\times S_{abs}^2(\mathbf{b}) \frac{W}{2} dW dY,$$

lembrando que

$$\int d^2 \mathbf{b}_i N(\omega_i, \mathbf{b}_i) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{b}_i db_i d\phi_i N(\omega_i, \mathbf{b}_i).$$

A expressão para a seção de choque de colisões hadrônicas no limite ultrarelativístico conforme apresentada em (124) é resolvida numericamente para realizar as predições que serão apresentadas a seguir.

#### 4.3 PREDIÇÕES PARA DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ

Em física de partículas é muito útil fazermos predições de distribuições cinemáticas para os processos em estudo. Particularmente, a rapidez apresenta-se como uma variável bastante útil tanto do ponto de vista experimental, quanto do ponto de vista teórico. No limite não relativístico, a rapidez de uma partícula tende a velocidade clássica dela, portanto podemos pensar que a rapidez é equivalente à velocidade de uma partícula sob condições relativísticas. Vale mencionar que, embora esta variável não seja invariante de Lorentz, a transformação da rapidez para diferentes referenciais inerciais é bastante simples e além disso, no limite de altas energias, podemos facilmente relacionar rapidez  $Y$  e pseudo-rapidez  $\eta$  (variável cinemática relacionada com o ângulo de espalhamento  $\theta$  com relação ao eixo da colisão  $z$ ), por meio de

$$\eta \equiv Y|_{m=0} = -\ln \tan \frac{\theta}{2}, \quad (125)$$

em que tomamos  $m = 0$  porque no limite de altas energias a massa da partícula é desprezível comparada à energia da colisão. Considerando as razões apresentadas, distribuições em rapidez são extremamente úteis e principalmente, nos permitem obter informações muito significativas do nosso objeto, como veremos a seguir.

Em termos práticos, a distribuição de rapidez relaciona a seção de choque com a região angular do detector onde é mais provável que os pares de léptons sejam criados [17]. Podemos obtê-la por meio de (124), simplesmente fazendo

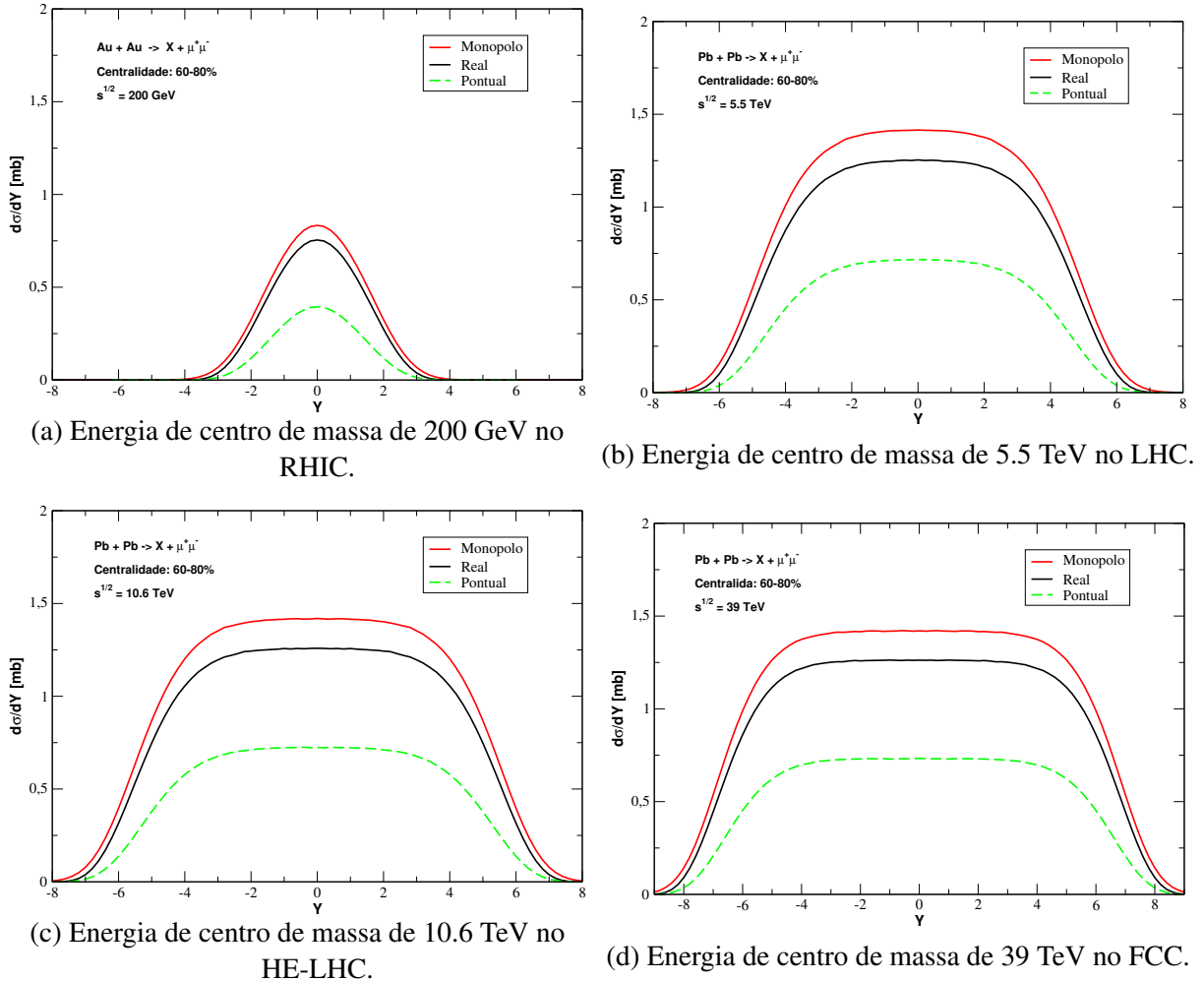
$$\frac{d\sigma_{H_1 H_2 \rightarrow X+l+l^-}(\sqrt{s})}{dY} = \int_{2m_l}^{\sqrt{s}} \frac{W}{2} dW \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{b_{min}}^\infty b_1 db_1 d\phi_1 N(\omega_1, \mathbf{b}_1) \right\} \times \quad (126)$$

$$\times \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{b_{min}}^\infty b_2 db_2 d\phi_2 N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \right\} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow l+l^-}(\omega_1, \omega_2) S_{abs}^2(\mathbf{b}),$$

isto é, basta não efetuarmos a integração em  $Y$ . Em (127), tomamos os limites de integração inferior  $W_{min} = 2m_l$  em  $dW$ , pois conforme visto em (8) é a energia mínima de centro de massa fóton-fóton para a produção do par de léptons em repouso. Já o limite superior, tomamos

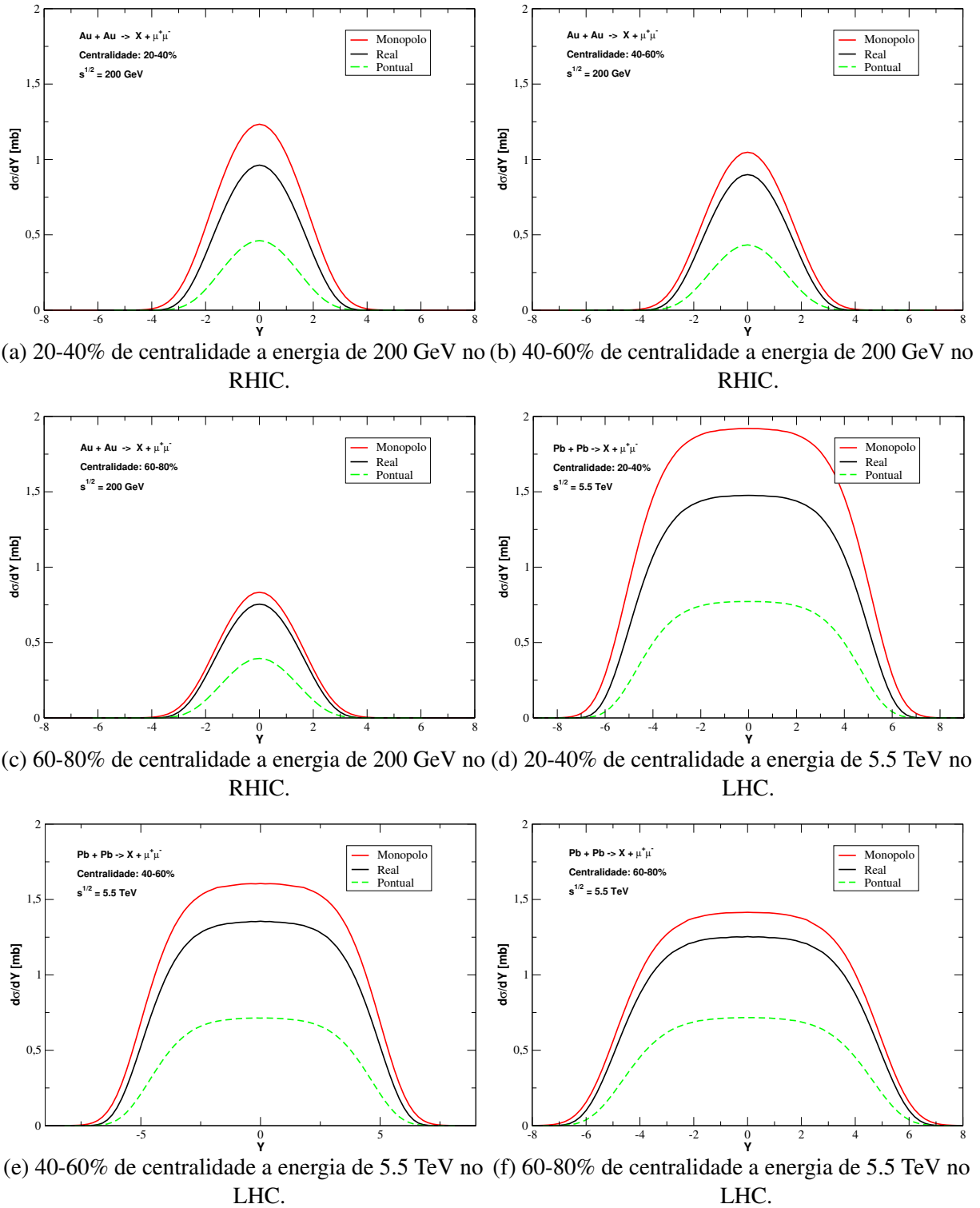
$W_{max} = \sqrt{s}$ , pois é a energia de centro de massa do sistema íon-íon, isto é, a energia da colisão. A integral em  $d\phi$  vai de 0 até  $2\pi$ , pois estamos considerando a emissão coerente de fótons pelos núcleos e a integral nas distâncias vai de  $b_{min} = 0$  até  $\infty$  quando utilizarmos o fator de forma realístico ou de monopolo, enquanto que se utilizarmos o pontual, vai de  $b_{min} = R_H$  até  $\infty$ .

Figura 19 – Distribuições em rapidez para produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo a 60-80% de centralidade com diferentes fatores de forma e em diferentes energias.



Na Fig. 19 apresentamos as nossas previsões para a produção de  $\mu^+\mu^-$  devido à interação fóton-fóton em colisões periféricas núcleo-núcleo para a centralidade de 60-80% e para diferentes fatores de forma em uma dada energia. Em (19a) é considerada a colisão de núcleos de ouro no RHIC (Colisor Relativístico de Íons Pesados) a energia de 200 GeV. Em (19b) as previsões são para colisões de núcleos de chumbo nas energias de 5.5 TeV no HL-LHC (Grande Colisor de Hádrons de Alta Luminosidade), em (19c) para energia de 10.6 TeV no HE-LHC (Grande Colisor de Hádrons de Alta Energia) e por último, (19d) apresenta previsões para a energia de 39 TeV no FCC (Futuro Colisor Circular). Aqui, a centralidade de 60-80% não foi escolhida arbitrariamente, pois por ser a centralidade mais periférica analisada, espera-se que haja maior relevância de processos devido interações por fótons comparados aos de interações por glúons.

Figura 20 – Distribuições em rapidez para produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades, fatores de forma e energias.



Ao analisarmos os resultados apresentados em Fig. 19, podemos obter conclusões importantes. Primeiramente, a diferença na faixa de rapidez alcançada pelos pares de múons produzidos na distribuição feita para o RHIC comparada as feitas para o HL-LHC, HE-LHC e FCC é devido a diferença significativa na energia das colisões. Conforme aumenta-se a energia da colisão,

aumenta-se a rapidez alcançada pelo par. Quanto à normalização das distribuições, notamos que ela está relacionada, principalmente, com a carga nuclear  $Z$  do núcleo envolvido na colisão, conforme visto em (19b), (19c) e (19d), onde embora a energia varie bastante, a normalização muda sensivelmente permanecendo praticamente a mesma.

No tocante ao fator de forma utilizado, a maior diferença entre as distribuições com diferentes modelos é na região de rapidez central ( $Y$  em torno de zero). A distribuição com menor normalização corresponde ao pontual, o que já era esperado, dado que a restrição no limite inferior de interação em  $r$  igual ao raio do núcleo, desconsidera que fótons possam interagir dentro dele, "jogando fora" parte relevante do espaço de fase.

Tal consequência se torna ainda mais relevante conforme vamos para colisões mais centrais (conforme veremos a seguir). Em contrapartida, a normalização utilizando o fator realístico e o de monopolo é bem maior, pois a integral em  $r$  pode ser feita a partir de zero. Notamos que a diferença das distribuições para o fator de forma realístico e monopolo é bem menor, comparando o realístico ao pontual. Entretanto, embora o monopolo proporcione descrições mais realísticas, essa diferença para o modelo realístico ainda é considerável, podendo ser o suficiente para que pontos experimentais não sejam descritos corretamente pela distribuição.

Na Fig. 20 são apresentadas as nossas previsões para a produção de  $\mu^+\mu^-$  devido interação fóton-fóton em colisões periféricas núcleo-núcleo para diferentes centralidades e para diferentes fatores de forma considerando uma mesma energia. Em (20a), (20b) e (20c) é considerada a colisão de núcleos de ouro no RHIC a energia de 200 GeV para as centralidades de 20-40%, 40-60% e 60-80%, respectivamente. Enquanto que em (20d), (20e) e (20f), consideramos a colisão de núcleos de chumbo no HL-LHC a energia de 5.5 TeV, também para as centralidades de 20-40%, 40-60% e 60-80%, respectivamente.

Essas previsões nos permitem concluir que, comumente a todas as distribuições, conforme vamos de colisões mais centrais (20-40%) para mais periféricas (60-80%), as distribuições com fator de forma de monopolo e reais tem sua normalização diminuídas, enquanto que o pontual sofre pouca alteração. As implicações disso são que em colisões semicentrais, embora exista maior relevância de processos mediados por interação forte, a produção de pares via interação fóton-fóton ainda é bastante considerável. Além disso, o fato de que o fator de forma pontual não faça com que a distribuição mude conforme muda-se a centralidade, reafirma, mais uma vez, a imprecisão desse modelo para situações onde distâncias da ordem de grandeza do raio nuclear são relevantes para o estudo.

Além disso, conforme vamos de colisões mais periféricas (60-80%) para mais centrais (20-40%), a discrepância entre as distribuições com monopolo e realístico aumentam. Tal comportamento é já era esperado, visto que, conforme a Fig. 13a demonstra, ambos os modelos se distinguem para distâncias  $r$  menores que o raio nuclear. Consequentemente, esse comportamento aponta que em colisões mais centrais, o tratamento adequado para o fator de forma é fundamental e não desconsiderável.

Quanto a foto-produção de pares de múons para outras energias, as mesmas conclusões

aqui discutidas são obtidas, conforme é possível ver no Apêndice A. Neste apêndice, são também apresentadas distribuições de rapidez para a foto-produção de outro par de léptons (elétrons) em diferentes energias, centralidades e fatores de forma nuclear. Embora, nenhuma discussão tão significativa possa ser extraída das demais distribuições, é possível verificar a ligeira diferença no resultado obtido quando diferentes sabores de léptons são preditos no estado final.

Uma propriedade geral das distribuições em rapidez é que a área sob a curva corresponde a seção de choque total de criação de pares de léptons. Sendo assim, quanto maior a área sob a curva, maior a probabilidade de produção de pares. Com isso, percebemos que a região de rapidez em que a maioria das partículas é produzida é  $Y = 0$ . Colisões feitas no RHIC tem distribuições mais estreitas, isto é, produzem bem menos pares comparado às colisões feitas no HL-LHC, HE-LHC e FCC, já que as energias são bem maiores.

Como conclusão geral para os resultados de distribuição de rapidez, ressaltamos que a produção de pares de léptons em colisões núcleo-núcleo via interação fóton-fóton é expressiva e, conforme apresentamos, mais expressiva em colisões semicentraes (20-40%), ainda que nessas colisões exista uma dominância de processos descritos mediados por troca de glúons. Por fim, esclarecemos que a altíssima probabilidade dos núcleos interagentes em uma colisões periférica se quebrarem é conhecida, entretanto, interessados apenas em estudar interações eletromagnéticas, suprimimos as possíveis cotribuições dessa quebra em nosso modelo.

#### 4.4 PREDIÇÕES PARA DISTRIBUIÇÕES EM MASSA INVARIANTE

Um dos principais interesse em distribuições em massa invariante é que elas nos dão informações sobre as características do processo que dão origem as partículas de interesse no estado final da reação sendo estudada, no nosso caso, pares de  $l^+l^-$ . Para conseguirmos uma distribuição em massa invariante, realizamos o procedimento semelhante ao que fizemos para distribuição em rapidez. Por meio de (124), fazemos

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{H_1H_2 \rightarrow X+l^+l^-}(\sqrt{s})}{dW} &= \int_{-\ln \frac{\sqrt{s}}{W}}^{\ln \frac{\sqrt{s}}{W}} \frac{W}{2} dY \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{b_{min}}^{\infty} b_1 db_1 d\phi_1 N(\omega_1, \mathbf{b}_1) \right\} \times \\ &\times \left\{ \int_0^{2\pi} \int_{b_{min}}^{\infty} b_2 db_2 d\phi_2 N(\omega_2, \mathbf{b}_2) \right\} \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-}(\omega_1, \omega_2) S_{abs}^2(\mathbf{b}), \end{aligned} \quad (127)$$

ou seja, não efetuamos a integração em  $W$ . Em (128), tomamos os limites de integração superior  $Y_{max} = \ln \frac{\sqrt{s}}{W}$  e o inferior  $Y_{min} = -\ln \frac{\sqrt{s}}{W}$  em  $dY$ , pois utilizando (120), (121) e que

$$\omega_{max} = E = \frac{\sqrt{s}}{2}, \quad (128)$$

obtemos que

$$\frac{\sqrt{s}}{2} = \frac{W}{2} e^Y \rightarrow e^Y = \frac{\sqrt{s}}{W} \rightarrow Y_{max} = \ln \frac{\sqrt{s}}{W} \quad (129)$$

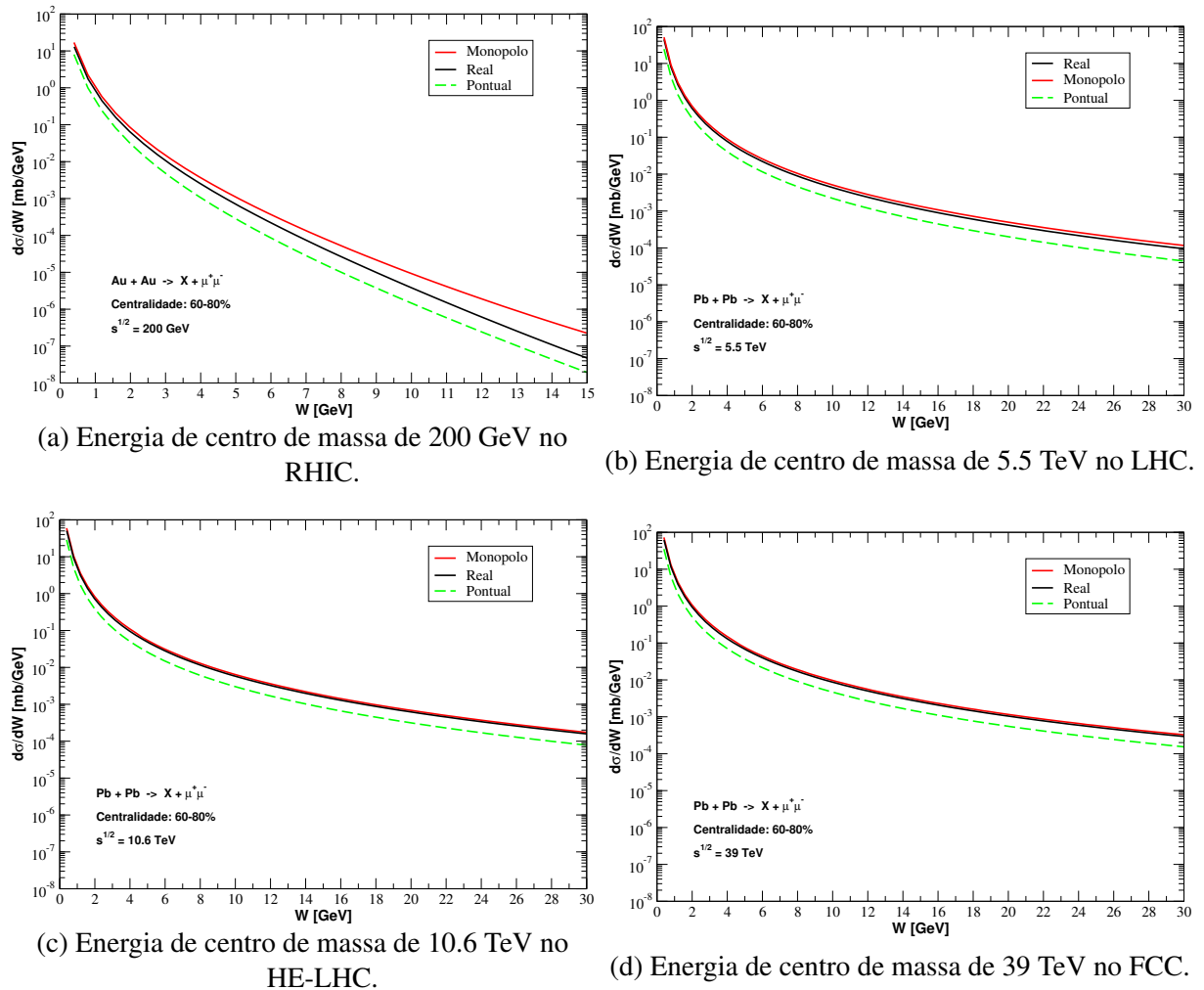
e

$$\frac{\sqrt{s}}{2} = \frac{W}{2} e^{-Y} \rightarrow e^Y = \frac{W}{\sqrt{s}} \rightarrow Y_{min} = -\ln \frac{\sqrt{s}}{W}. \quad (130)$$

As integrais em  $d\phi$  e  $b_{1,2}$  são realizadas conforme feito para  $d\sigma/dY$ .

Na Fig. 21 apresentamos as nossas predições de distribuição em massa invariante para a produção de  $\mu^+\mu^-$  devido interação fóton-fóton em colisões periféricas núcleo-núcleo para a centralidade de 60-80% e para diferentes fatores de forma em uma dada energia. Em 21a é considerada a colisão de núcleos de ouro no RHIC a energia de 200 GeV. Em 21b as predições são para colisões de núcleos de chumbo nas energias de 5.5 TeV no HL-LHC, em 21c para energia de 10.6 TeV no HE-LHC e por último, 21d apresenta predições para a energia de 39 TeV no FCC.

Figura 21 – Distribuições em massa invariante para produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo a 60-80% de centralidade em diferentes energias e com diferentes fatores de forma.



Analisando a Fig. 21, percebemos que existe um pico da distribuição na região em torno da massa do par de léptons. Tal comportamento é devido a dois fatores: o grande número

de fótons com baixa energia (conforme vimos na Fig. 13) e uma seção de choque de foto-produção ( $\sigma_{\gamma\gamma}$ ) com alta probabilidade de produção de pares com baixa massa invariante [17]. Isso indica que existe uma maior probabilidade na produção de diléptons em baixa massa invariante. Consequentemente, a conservação da energia-momentum implica que a energia do par de  $l^+l^-$  gerados é devido a energia do par de fótons que os geram, portanto os fótons que geram a maiores quantidades de diléptons são fótons de baixa energia, que são os dominantes no espectro de fótons já apresentado.

Em contrapartida ao pico que a distribuição apresenta em baixa massa invariante, verificamos que a probabilidade de que pares sejam criados diminui conforme aumenta-se a massa invariante do par, ou seja diléptons extremamente massivos tem baixa probabilidade de serem formados. Esse comportamento não é surpresa, visto que a probabilidade de encontrar fótons altamente energéticos é pequena. Por essa razão  $d\sigma/dW$  diminui conforme  $W$  aumenta.

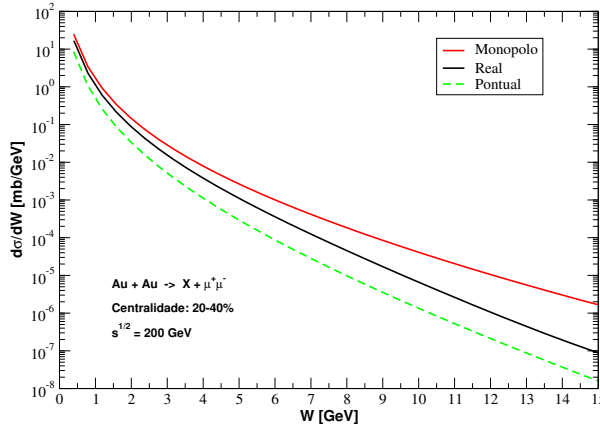
Comparando as distribuições em diferentes energias, constatamos que maiores energias proporcionam uma maior normalização (magnitude), isto é, a distribuição de massa invariante no RHIC decresce mais rapidamente comparada as distribuições feitas no LHC e no FCC. Como consequência, teremos mais diléptons com grande massa invariante sendo criados no LHC e FCC. Já quanto aos diferentes fatores de forma, em geral a distribuição com o realístico e monopolo são bastante semelhantes para pequenas massas invariantes  $W$  e se tornam diferentes cada vez mais conforme os valores  $W$  aumentam. Tal comportamento do monopolo e realístico, embora muito mais aparente no RHIC, aparece também no HL-LHC, HE-LHC e FCC, porém para valores muito maiores de  $W$ , devido a energias de colisão muito maiores. Já a distribuição com o fator de forma pontual, falha em quase todo o espectro da distribuição em descrever o processo real.

Na Fig. 22 são apresentadas as nossas previsões para a produção de  $\mu^+\mu^-$  devido interação fóton-fóton em colisões periféricas núcleo-núcleo para diferentes centralidades e para diferentes fatores de forma considerando uma mesma energia. Em 22a, 22b e 22c são consideradas colisões de núcleos de ouro no RHIC a energia de 200 GeV para as centralidades de 20-40%, 40-60% e 60-80%, respectivamente. Enquanto que em 22d, 22e e 22f, consideramos a colisão de núcleos de chumbo no HL-LHC a energia de 5.5 TeV, também para as centralidades de 20-40%, 40-60% e 60-80%, respectivamente.

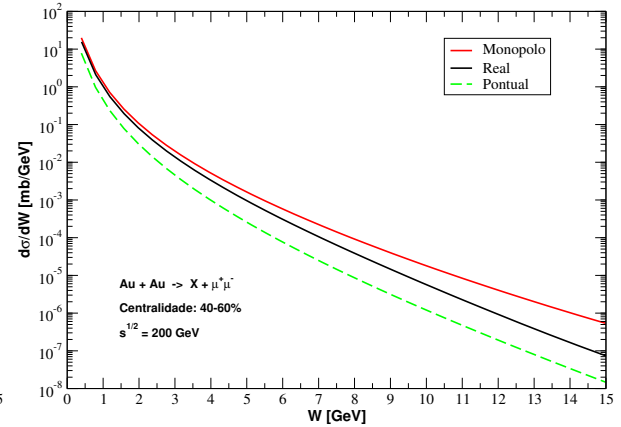
Outras distribuições em massa invariante para o mesmo processo (foto-produção de  $\mu^+\mu^-$ ) e também para a foto-produção de  $e^+e^-$  podem ser visualizadas no Apêndice B, onde são apresentadas distribuições para as energias de 2.76 TeV (LHC), 5.02 TeV (HL-LHC), 10.6 TeV (HE-LHC) e 39 TeV (FCC); para as três classes de centralidades aqui tratadas e diferentes modelos de fator de forma nuclear.

De forma geral, conforme vamos de colisões mais centrais (20-40%) para colisões mais periféricas (60-80%), o fator de forma de monopolo proporciona descrições mais semelhantes a descrições reais em uma faixa considerável de valores de  $W$ , enquanto o pontual continua apresentando diferenças em quase todo o espectro de massa. Notamos ainda que, conforme

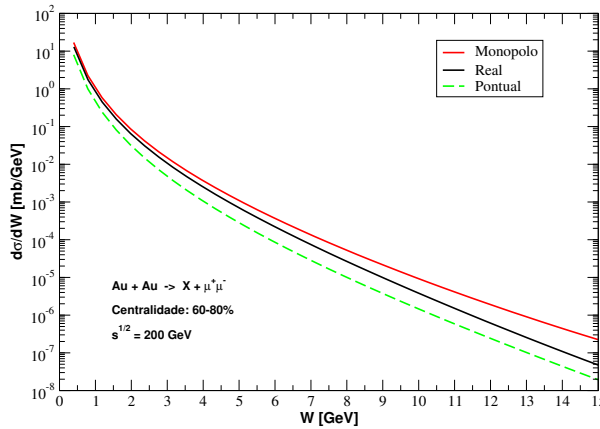
Figura 22 – Distribuições em massa invariante para produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades, fatores de forma e energia.



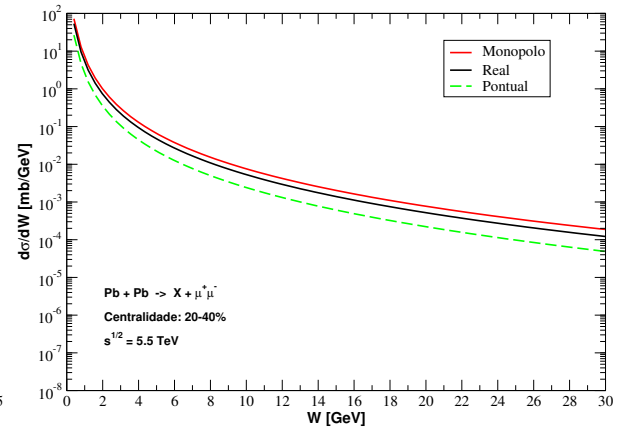
(a) 20%-40% de centralidade a energia de 200 GeV no RHIC.



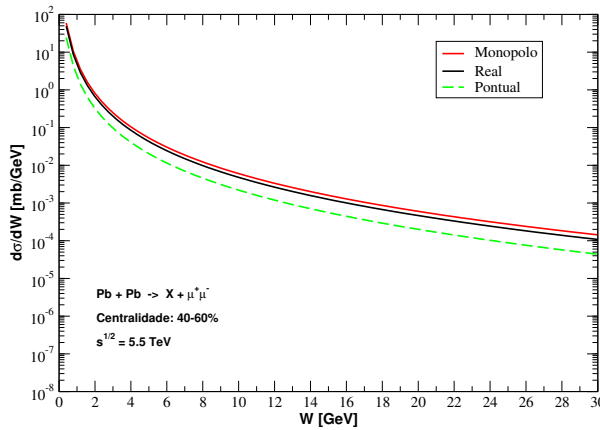
(b) 40%-60% de centralidade a energia de 200 GeV no RHIC.



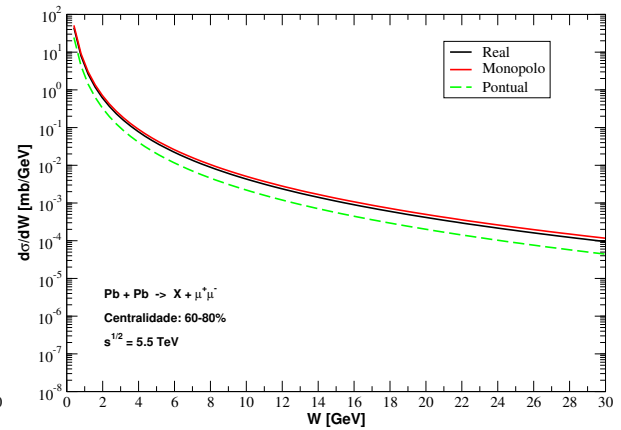
(c) 60%-80% de centralidade a energia de 200 GeV no RHIC.



(d) 20%-40% de centralidade a energia de 5.5 TeV no LHC.



(e) 40%-60% de centralidade a energia de 5.5 TeV no LHC.



(f) 60%-80% de centralidade a energia de 5.5 TeV no LHC.

aumenta-se a energia da colisão, a distinção entre a curva de monopolo e o realístico ficam cada vez menor e tal comportamento é observado em uma ampla faixa de massa invariante, quando em colisões altamente energéticas. Já o motivo para que a distinção entre as distribuições com

diferentes modelos do fator de forma (considerando uma energia de colisões fixa) fiquem cada vez mais evidente à medida que partimos de pequenos valores de  $W$  para grandes valores, é porque a região de grande massa invariante corresponde a energias de centro de massa fóton-fóton muito grandes, isto é, corresponde a distâncias muito pequenas (da ordem ou menores que o raio do núcleo), que é exatamente onde os fluxos de fótons com diferentes fatores de forma se diferenciam (conforme já apresentado na Fig. 13).

Algo que vale a pena salientar, embora já possa estar claro, é que para o cálculo da distribuição em rapidez  $Y$ , precisamos integrar sobre todo o espectro de massa invariante e os gráficos são apresentados em função da rapidez. Já para distribuição em massa invariante  $W$ , fazemos o inverso integrando sobre a rapidez e apresentamos os gráficos em função de  $W$ . Sendo assim, quem determina o comportamento em rapidez é a região de baixa massa invariante, em contrapartida, quem determina o comportamento em massa invariante é a região de rapidez central.

#### 4.5 PREDIÇÕES PARA SEÇÕES DE CHOQUE TOTAIS E TAXAS DE EVENTOS

Por definição, a seção de choque de um processo é definida como a razão entre o número de interações por unidade de tempo por partícula alvo e o fluxo de partículas incidentes [27]. De maneira prática, a seção de choque total de um evento está relacionada com a probabilidade de o evento acontecer.

Utilizando a Eq. (124), podemos calcular a seção de choque total para um evento de interesse. Na Tab. 2, apresentamos as seções de choque totais para a criação de pares de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de Au-Au no RHIC e Pb-Pb nas energias do HL-LHC, HE-LHC e FCC, para diferentes centralidades.

A partir da Tab. 2, notamos que as maiores seções de choque são alcançadas conforme aumenta-se a energia de colisão e em colisões mais centrais, isto é, na centralidade de 20-40%. Com os valores de seção de choque total para os diferentes processos apresentados, podemos calcular a taxa de produção dos pares de  $\mu^+\mu^-$  por

$$N = L\sigma, \quad (131)$$

onde  $L$  é a luminosidade integrada no período de um ano de funcionamento do colisor (para saber mais, recomenda-se ver [24]) e  $\sigma$  é a seção de choque do par em questão. Para o cálculo de  $N$ , utilizaremos os valores de luminosidade apresentados em [71].

As Tab. 3 apresenta a taxa de produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  via interação fóton-fóton em colisões periféricas de núcleos de Au e Pb nas energias do RHIC, HL-LHC, HE-LHC e FCC em diferentes centralidades. As taxas de produção de pares  $N^{\mu^+\mu^-}$  correspondem ao intervalo de tempo de um ano de funcionamento do colisor.

Conforme podemos ver, o modelo pontual subestima a produção da pares múons, deixando de prever, aproximadamente, metade dos eventos preditos pelo modelo realístico. Já o de

Tabela 2 – Seções de choque para foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades e energias.

Cent.	Núcleo	$\sqrt{s}$ (TeV)	$\sigma_{real}^{\mu^+\mu^-}$ (mb)	$\sigma_{mono}^{\mu^+\mu^-}$ (mb)	$\sigma_{pont}^{\mu^+\mu^-}$ (mb)
20-40 %	<i>Au (RHIC)</i>	0.2	3.37655	4.69242	1.47445
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	5.5	13.5667	18.3826	6.68251
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10.6	15.6115	21.0111	7.7492
	<i>Pb (FCC)</i>	39	19.4967	25.9548	9.77696
40-60 %	<i>Au (RHIC)</i>	0.2	3.13007	3.8491	1.37511
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	5.5	12.343	15.0404	6.13741
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10.6	14.5547	17.6273	7.30673
	<i>Pb (FCC)</i>	39	18.5118	22.2502	9.41186
60-80 %	<i>Au (RHIC)</i>	0.2	2.58926	2.98027	.2576
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	5.5	11.2968	12.9997	6.15834
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10.6	12.9638	14.856	7.16218
	<i>Pb (FCC)</i>	39	16.2674	18.5392	9.1296

Fonte: Criado pelo autor (2021).

Tabela 3 – Taxas de produção para foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas núcleo-núcleo em diferentes centralidades e energias.

Cent.	Núcleo	$L$	$\sqrt{s}$ (TeV)	$N_{real}^{\mu^+\mu^-}$	$N_{mono}^{\mu^+\mu^-}$	$N_{pont}^{\mu^+\mu^-}$
20-40 %	<i>Au (RHIC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	0.2	$3.37 \times 10^7$	$4.69 \times 10^7$	$1.47 \times 10^7$
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	5.5	$1.35 \times 10^8$	$1.83 \times 10^8$	$6.68 \times 10^7$
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	10.6	$1.56 \times 10^8$	$2.10 \times 10^8$	$7.74 \times 10^7$
	<i>Pb (FCC)</i>	110 nb <sup>-1</sup>	39	$2.14 \times 10^9$	$2.85 \times 10^9$	$1.07 \times 10^9$
40-60 %	<i>Au (RHIC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	0.2	$3.13 \times 10^7$	$3.84 \times 10^7$	$1.37 \times 10^7$
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	5.5	$1.23 \times 10^8$	$1.50 \times 10^8$	$6.13 \times 10^7$
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	10.6	$1.45 \times 10^8$	$1.76 \times 10^8$	$7.30 \times 10^7$
	<i>Pb (FCC)</i>	110 nb <sup>-1</sup>	39	$2.03 \times 10^9$	$2.44 \times 10^9$	$1.03 \times 10^9$
60-80 %	<i>Au (RHIC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	0.2	$2.58 \times 10^7$	$2.98 \times 10^7$	$1.25 \times 10^7$
	<i>Pb (HL-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	5.5	$1.12 \times 10^8$	$1.29 \times 10^8$	$6.15 \times 10^7$
	<i>Pb (HE-LHC)</i>	10 nb <sup>-1</sup>	10.6	$1.29 \times 10^8$	$1.48 \times 10^8$	$7.16 \times 10^7$
	<i>Pb (FCC)</i>	110 nb <sup>-1</sup>	39	$1.78 \times 10^9$	$2.03 \times 10^9$	$1.00 \times 10^9$

Fonte: Criado pelo autor (2021).

monopolo, superestima o número de pares produzidos em cerca de 33%. Além disso, podemos comparar a taxa de produção para foto-produção de dimúons  $N^{\mu^+\mu^-}$  com o modelo realístico à taxa de produção para foto-produção de bósons de Higgs  $N(\gamma\gamma \rightarrow H)$ : 0.15 para  $\sqrt{s} = 5.5$  TeV; 1.5 para  $\sqrt{s} = 10.6$  TeV; 200 para  $\sqrt{s} = 39$  TeV [71]. Com isso, notamos que os eventos que são objetos de estudo dessa dissertação são preditos acontecerem em quantidades extremamente significativas, indicando que, comparado a foto-produção de bósons de Higgs (partícula de difícil detecção, devido sua baixa taxa de produção) a foto-produção de diléptons, especificamente dimúons, é muito mais propícia à detecção.

#### 4.6 MELHORIAS PARA PREDIÇÕES REALIZADAS NO STARLIGHT MONTE CARLO

Conforme já mencionado nesta dissertação, resultados recentes obtidos de colisões periféricas [21, 68], tem apresentado um excesso na produção de diléptons comparado às conhecidas fontes hadrônicas. Um dos recentes trabalhos abordando esse objeto de estudo [66], tem utilizado o STARlight para o estudo de colisões periféricas, modificando o programa de forma que a integração em parâmetro de impacto é limitada a uma faixa de valores selecionados pelo usuário, independentemente se os núcleos se sobrepõem ou não.

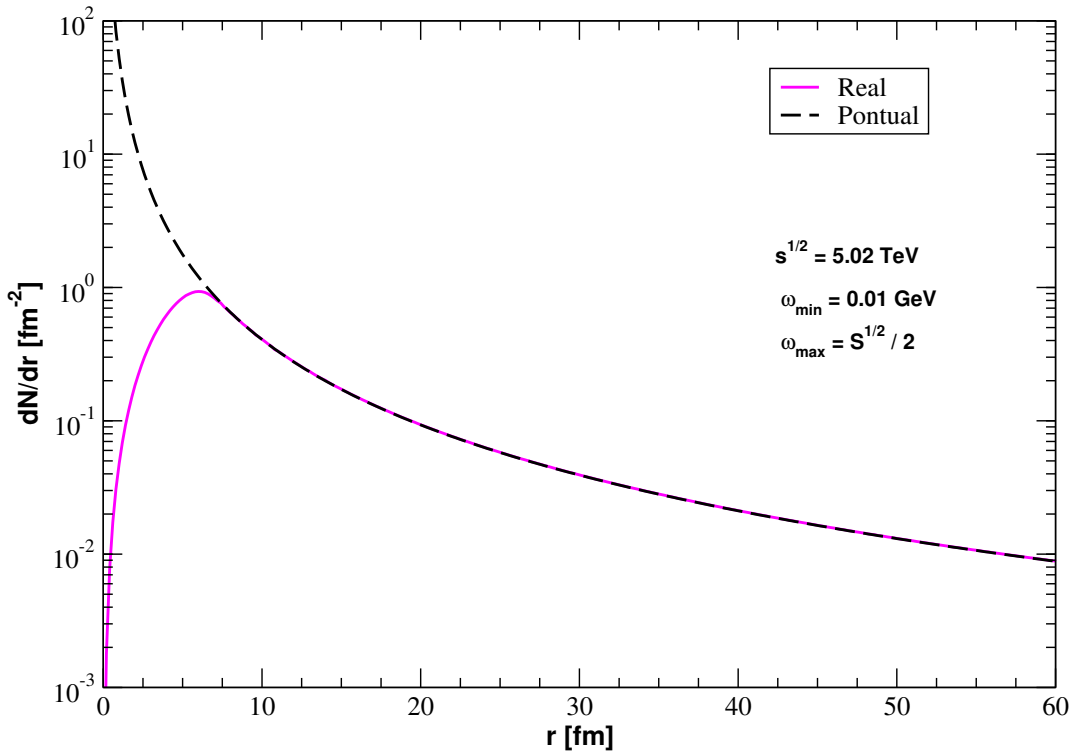
O STARlight é um programa que calcula seções de choque para uma variedade de estados finais em UPC e também cria, via simulação de Monte Carlo, eventos para uso em determinadas eficiências de detectores [72]. As previsões via STARlight tem sido extensivamente comparada aos dados de colisões ultraperiféricas. Especialmente para processos do tipo  $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ , oriundos dos dados das colaborações STAR, ALICE, ATLAS e CMS [66], o programa tem obtido boa concordância.

Entretanto, embora o STARlight apresente sucesso em cumprir o seu objetivo inicial (descrever foto-produção em colisões ultraperiféricas), o programa apresenta algumas limitações que podem levar a descrição imprecisas de processos relacionados a colisões periféricas. Por padrão, no software, o fator de forma empregado no fluxo de fótons equivalentes é o pontual e a produção para produções transversas dentro do núcleo é negligenciada. Tal aproximação é apropriada para UPC, já que a produção dentro dos núcleos é negligenciável, mas para colisões hadrônicas de íons pesados - em que os dois núcleos colidindo estão muito próximos um do outro, a distribuição de carga e a produção dentro do núcleo não pode ser negligenciada [4].

Nesta seção, queremos explorar essa limitação relacionada ao tratamento do fator de forma nuclear, em que o STARlight, por padrão, considera  $F(Q^2) = 1$  para o fluxo de fótons. Aqui, iremos propor uma alteração no limite inferior de integração que fornece descrições mais condizentes com as reais. Na Fig. 23 é apresentado a dependência do fluxo de fótons  $N(\omega, r)$  com a distância  $r$  para foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de 20-40% de centralidade de núcleos de chumbo, na energia de 5,02 TeV no LHC.

Conforme, sucintamente, discutido na seção 3.4, verificamos que para pequenas distâncias o fator de forma pontual diverge, se mostrando não adequado para descrever processos reais

Figura 23 – Dependência do fluxo de fótons com a distância.



Fonte: Criado pelo autor (2021).

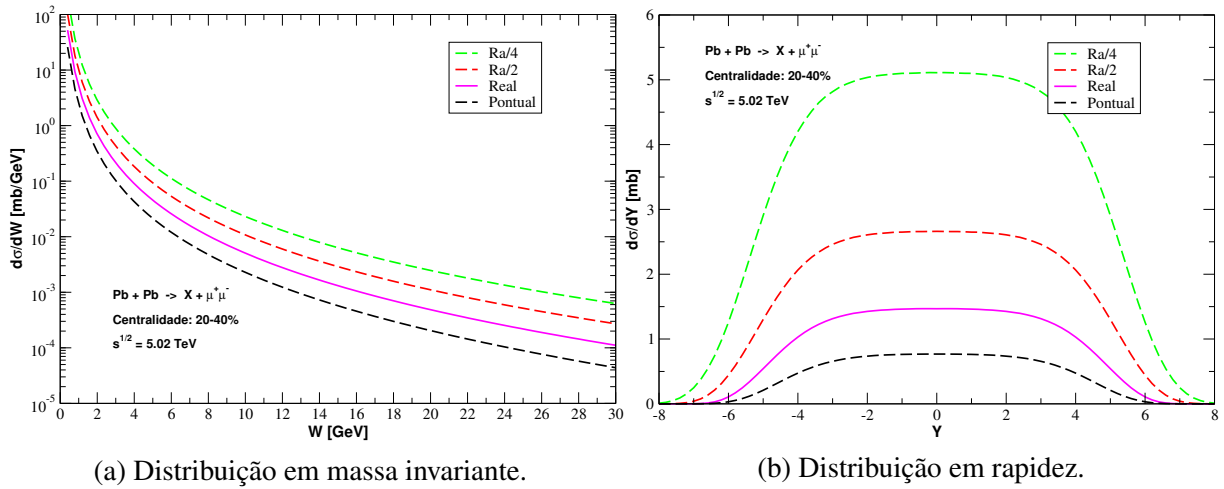
nos casos onde pequenas distâncias são importantes, como no caso de colisões periféricas, onde temos parâmetros de impactos  $b$  próximos aos valores dos raios nucleares e ocorrência de produção de partículas na região interna dos núcleos.

A Fig. 24 apresenta a distribuição de massa invariante (24a) e a distribuição de rapidez (24b) para a foto-produção de dimúons em colisões periféricas Pb-Pb para a centralidade de 20-40% à energia de centro de massa 5.02 TeV. As curvas na cor magenta representam descrições utilizando o fator de forma realístico, já as curvas tracejadas na cor preta, verde e vermelha foram feitas utilizando o pontual, sendo que para as curvas verde e vermelha, os limites de integração inferior em  $r$  foram modificados com valores proporcionais à  $R_A$  (raio do núcleo), mais precisamente a razão entre  $R_A$  e um número inteiro.

Analisando as distribuições, notamos que a aproximação pontual, representando o cálculo do espectro de fótons conforme feito no STARlight, subestima o número de diléptons produzidos em colisões periféricas de íons pesados nesta centralidade comparado à descrição mais realística. Nós também encontramos o mesmo comportamento para outras centralidades e outras energias, conforme apresentado nos Apêndices A e B. As curvas tracejadas na cor verde e vermelho demonstram a divergência do modelo pontual conforme nós reduzimos o limite de integração em  $r$ . Tal comportamento reafirma a deficiência dessa aproximação quando regiões próximas ao raio nuclear são importantes.

Com o objetivo de melhorar o tratamento de colisões periféricas de íons pesados nas energias do LHC, HL-LHC, HE-LHC e FCC, nós propomos uma modificação para o modelo

Figura 24 – Distribuições diferenciais em seção de choque para a foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV.



Fonte: Criado pelo autor (2021).

pontual conforme a Tab. 4.

Tabela 4 – Valores para o limite de integração inferior em  $r$  usando o modelo pontual que permitem reproduzir distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma de monopolo e realístico.

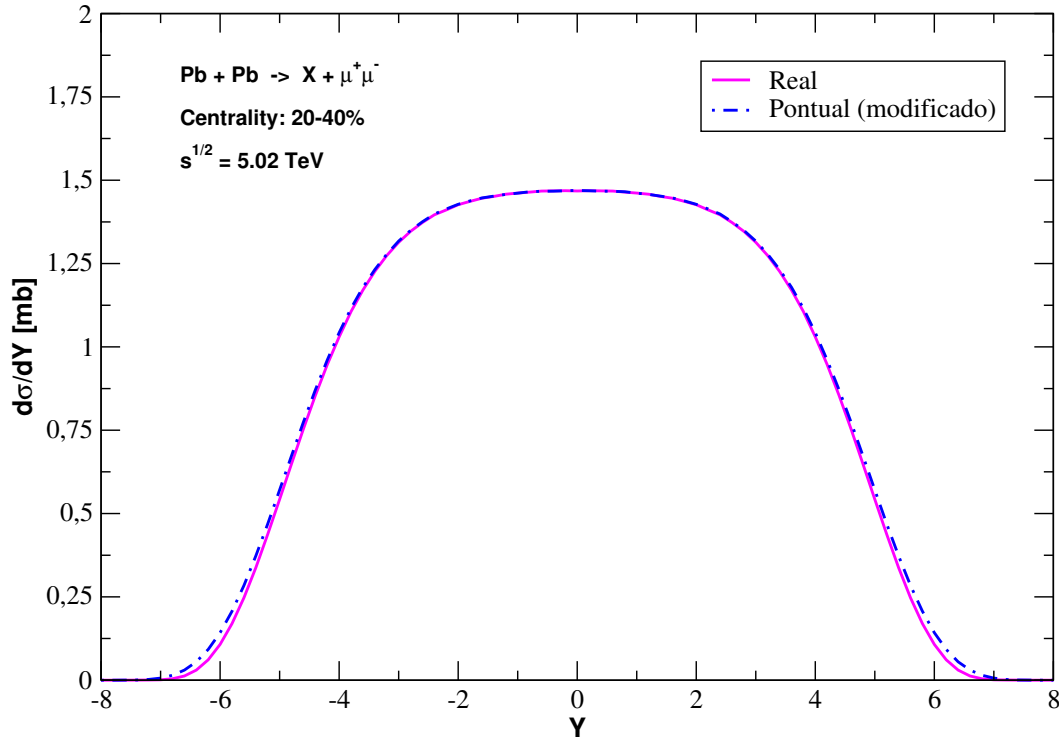
Centralidade	Monopolo	Realístico
20-40%	Ra/1.646	Ra/1.438
40-60%	Ra/1.553	Ra/1.392
60-80%	Ra/1.536	Ra/1.385

A Tab. 4 apresenta os valores para o limite de integração inferior em  $r$ , que permitem o modelo pontual reproduzir as distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma realístico. Em suma, a modificação consiste em substituir o limite de integração inferior pelos valores mostrados na tabela, valores esses que são uma razão entre Ra (raio do núcleo) envolvido no processo e um número racional com precisão de três casa decimais, selecionado apropriadamente para que o modelo pontual reproduza o realístico.

Na Fig. 25, apresentamos a distribuição em rapidez para os mesmos processos da Fig. 24, porém agora considerando o fator de forma realístico e o pontual modificado. Enquanto que, a Fig. 26, mostra a razão entre a distribuição de rapidez com o fator de forma pontual e com o fator de forma realístico para o mesmo processo. Nas Fig. 25 e 26, notamos uma excelente concordância entre as duas distribuições, principalmente em regiões de  $Y$  mais centrais. A diferença entre os modelos fica mais evidente conforme vamos para valores mais extremos em  $Y$ , porém ainda apresentando boa descrição.

No Apêndice C, outras distribuições de rapidez e massa invariante para o processo de produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de núcleo de Pb-Pb são apresentadas e

Figura 25 – Distribuição de rapidez para a foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em  $\sqrt{s} = 5.02$  TeV.



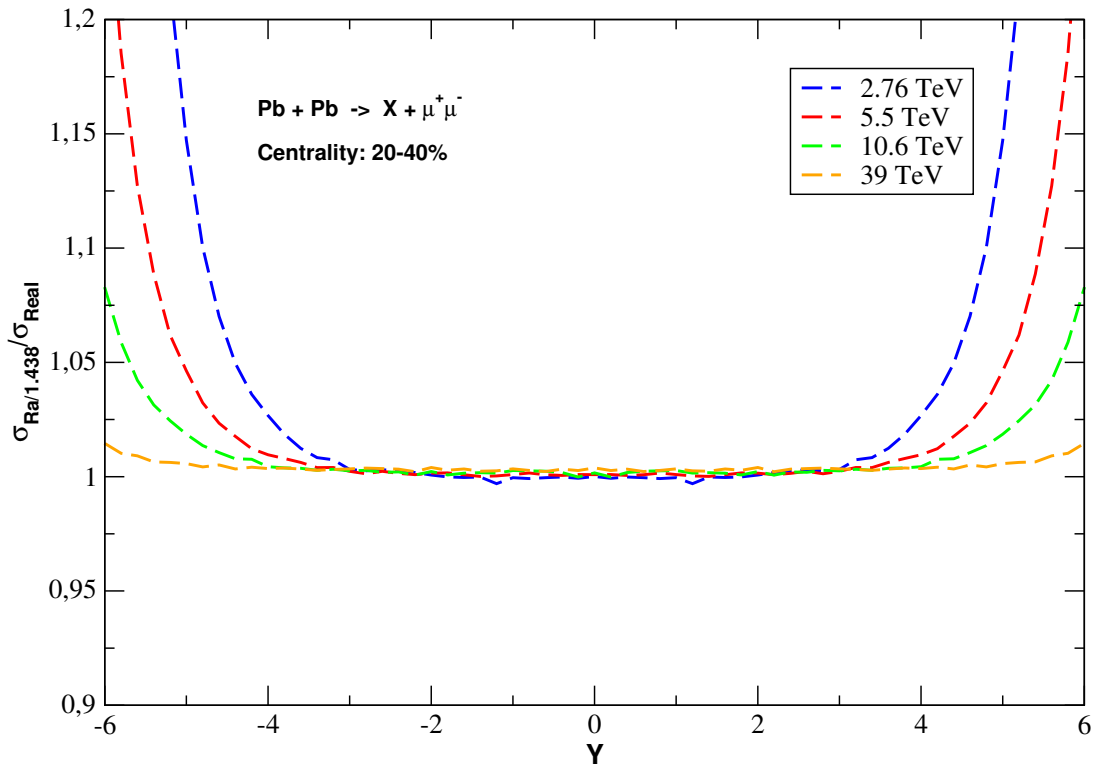
Fonte: Criado pelo autor (2021).

diferentes energias e centralidades de colisão são consideradas. Ao analisar essas distribuições, percebemos que mesmo considerando diferentes energias para a colisão, diferentes centralidades e diferentes léptons produzidos no estado final, uma excelente concordância é obtida entre o modelo pontual e o realístico, quando realizada a modificação proposta.

Vale mencionar que, um possível motivo para que os mesmos valores a serem utilizados no limite inferior de integração das distâncias - quando considerada diferentes energias de colisões - apresentem bons resultados, seja a fraca dependência da Física aplicada no estudo desses fenômenos à escala de energia, entretanto nada conclusivo pode ser dito. Já o motivo para que os valores sejam válidos independente do sabor de lépton predito no estado final, possivelmente está relacionado ao fato que é o mesmo mecanismo de interação (mediação por fótons) que acontece para todos os léptons, sendo assim, embora não tenham sido feitas previsões para pares de taus no estado final, esperamos que ajuste para o modelo pontual continuem funcionando para esses pares, também.

Desse modo, fica evidente que previsões para colisões periféricas, utilizando o fator de forma pontual desconsideram uma parte significativa do espectro de fótons responsável pela produção de diléptons. Portanto, um adequado tratamento para o fator de forma é fundamental para realizar descrições mais realistas. Motivo pelo qual propomos uma melhoria para o modelo pontual, presente no STARlight Monte Carlo, usando valores para o limite inferior de integração em  $r$ , conforme apresentados na Tab. 4.

Figura 26 – Razão da distribuição de rapidez com o fator de forma pontual modificado e a distribuição com realístico para a foto-produção de  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb com centralidade de 20-40% em  $\sqrt{s} = 5.02\text{TeV}$ .



Fonte: Criado pelo autor (2021).

#### 4.7 CONCLUSÃO

Neste capítulo discutimos a produção de diléptons em colisões hadrônicas, precisamente em colisões hadrônicas periféricas, apresentando como motivação para o estudo desses processos os excessos de pares de léptons em comparação com o coquetel hadrônico (modelos que consideram todos os canais hadrônicos conhecidos) medidos pelas colaborações STAR e ALICE. Em seguida, discutimos a cinemática da colisão no referencial do centro de massa, definindo as principais variáveis cinemáticas utilizadas nessa dissertação.

Nas últimas quatro seções desse capítulo, apresentamos nossos resultados para a produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  e  $e^+e^-$  em colisões periféricas em diferentes centralidades e utilizando diferentes tratamentos para o fator de forma nuclear. Os resultados para dimúons foram profundamente discutidos, já os resultados para dielétrons foram colocados em anexo a este trabalho, pois as mudanças são singelas comparado a pares de múons, não promovendo conclusões significativamente diferentes.

Na seção 4.6, apresentamos nossos resultados para a proposta de melhoria do programa STARlight Monte Carlo, que é um gerador de eventos amplamente utilizado para descrever colisões ultraperiféricas e tem, recentemente, sido utilizado para o estudo de colisões periféricas. Este resultado, em especial, tem sido desenvolvido em colaborações com pesquisadores de

instituições externas a UDESC onde o objetivo final é a publicação de um artigo em uma revista.

## 5 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Neste trabalho fizemos o cálculo de seções de choque para a produção de pares de léptons em colisões periféricas de núcleos pesados. Colisões periféricas são caracterizadas por ter dominância de processos via interação forte, contudo medidas recentes feitas pelas colaborações ALICE [21] e STAR [68] em colisões hadrônicas periféricas, demonstram um excesso de pares de léptons em comparação com fontes hadrônicas conhecidas. Tais medidas têm motivado o estudo da produção desses pares em colisões desse tipo. Assim, realizamos nossas estimativas utilizando a aproximação de fótons equivalentes para a produção de pares de  $\mu^+\mu^-$  e  $e^+e^-$  e consideramos diferentes centralidades, com diferentes tratamentos para o fator de forma nuclear nas energias do LHC, HL-LHC, HE-LHC e FCC.

Nossos resultados demonstram que a produção de elétrons e múons nessas colisões é considerável, sendo um grande indício de que o excesso de pares detectados pelas colaborações seja, de fato, vindo de processos foto-induzidos. Além disso, analisamos a aproximação pontual para o fator de forma em colisões periféricas, demonstrando sua imprecisão e propondo uma melhoria para o modelo, que é utilizado no programa STARlight, para descrições mais reais.

Futuramente, pretendemos investigar os resultados fornecidos pelo STARlight quando aplicada as melhorias sugeridas nessa dissertação, analisando a precisão e eficácia da nossa proposta e comparando as previsões obtidas à dados experimentais.

## REFERÊNCIAS

- 1 BRYANT, P. A brief history and review of accelerators. *CERN European Organization for Nuclear Research-Reports-CERN*, CERN, p. 1–1, 1994. Citado na página 14.
- 2 BRAUN-MUNZINGER, P.; STACHEL, J. The quest for the quark–gluon plasma. *Nature*, Nature Publishing Group, v. 448, n. 7151, p. 302–309, 2007. Citado na página 14.
- 3 SHURYAK, E. V. Quantum chromodynamics and the theory of superdense matter. *Physics Reports*, Elsevier, v. 61, n. 2, p. 71–158, 1980. Citado na página 14.
- 4 ZHA, W. et al. Coherent lepton pair production in hadronic heavy ion collisions. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 781, p. 182–186, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 14, 47, 49, 62 e 84.
- 5 PORTER, R. et al. Dielectron cross section measurements in nucleus-nucleus reactions at 1.0 a gev. *Physical Review Letters*, APS, v. 79, n. 7, p. 1229, 1997. Citado na página 14.
- 6 AGAKICHIEV, G. et al. Dielectron production in c 12+ c 12 collisions at 2 a gev with the hades spectrometer. *Physical review letters*, APS, v. 98, n. 5, p. 052302, 2007. Citado na página 14.
- 7 AGAKISHIEV, G. et al. Dielectron production in ar+ kcl collisions at 1.76 a gev. *Physical Review C*, APS, v. 84, n. 1, p. 014902, 2011. Citado na página 14.
- 8 ANGELIS, A. L. et al. Excess of continuum dimuon production at masses between threshold and the  $j/\psi$  in s–w interactions at 200 gev/c/nucleon. *The European Physical Journal C-Particles and Fields*, Springer, v. 13, n. 3, p. 433–452, 2000. Citado na página 14.
- 9 ADAMOVA, D. et al. Enhanced production of low-mass electron-positron pairs in 40-a gev pb-au collisions at the cern sps. *Physical review letters*, APS, v. 91, n. 4, p. 042301, 2003. Citado na página 14.
- 10 CONTRERAS, J.; TAKAKI, J. T. Ultra-peripheral heavy-ion collisions at the lhc. *International Journal of Modern Physics A*, World Scientific, v. 30, n. 08, p. 1542012, 2015. Citado na página 14.
- 11 BALTZ, A. J. et al. Two-photon interactions with nuclear breakup in relativistic heavy ion collisions. *Physical Review C*, APS, v. 80, n. 4, p. 044902, 2009. Citado na página 14.
- 12 BAUR, G.; HENCKEN, K.; TRAUTMANN, D. Electron–positron pair production in ultrarelativistic heavy ion collisions. *Physics reports*, Elsevier, v. 453, n. 1, p. 1–27, 2007. Citado na página 14.
- 13 KŁUSEK-GAWENDA, M. Production of pairs of mesons, leptons and quarks in ultraperipheral ultrarelativistic heavy ion collisions. Institute of Nuclear Physics Polish Academy of Sciences, 2015. Citado na página 14.
- 14 GONCALVES, V.; MACHADO, M. Quarkonium production in coherent hadron-hadron interactions at the cern lhc. *Physical Review D*, APS, v. 77, n. 1, p. 014037, 2008. Citado na página 14.
- 15 GONCALVES, V.; MACHADO, M. Vector meson production in ultraperipheral heavy ion collisions. *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*, IOP Publishing, v. 32, n. 3, p. 295, 2006. Citado na página 14.

- 16 KŁUSEK-GAWENDA, M.; SZCZUREK, A. Double scattering production of two positron–electron pairs in ultraperipheral heavy-ion collisions. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 763, p. 416–421, 2016. Citado na página 14.
- 17 NETA, C. d. S. A. *Produção de Diléptons em Colisões de Íons Pesados no Grande Colisor de Hádrons*. [S.l.]: Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pelotas, 2019. Citado 8 vezes nas páginas 15, 29, 41, 44, 49, 52, 58 e 74.
- 18 BERTULANI, C. A.; KLEIN, S. R.; NYSTRAND, J. Physics of ultra-peripheral nuclear collisions. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.*, Annual Reviews, v. 55, p. 271–310, 2005. Citado na página 15.
- 19 ADAMS, J. et al. Production of  $e^+ e^-$  pairs accompanied by nuclear dissociation in ultraperipheral heavy-ion collisions. *Physical Review C*, APS, v. 70, n. 3, p. 031902, 2004. Citado na página 15.
- 20 DYNDAL, M.; COLLABORATION, A. et al. Electromagnetic processes in ultra-peripheral pb+ pb collisions with atlas. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 967, p. 281–284, 2017. Citado na página 15.
- 21 ADAM, J. et al. Measurement of an excess in the yield of  $j/\psi$  at very low  $p_t$  in pb–pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  tev. *Physical review letters*, APS, v. 116, n. 22, p. 222301, 2016. Citado 4 vezes nas páginas 15, 47, 62 e 68.
- 22 ADAM, J. et al. Low- $p_t$   $e^+ e^-$  pair production in au+ au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  gev and u+ u collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 193$  gev at star. *Physical review letters*, APS, v. 121, n. 13, p. 132301, 2018. Citado 5 vezes nas páginas 15, 43, 47, 48 e 49.
- 23 GIRARDI, T. J. Aspectos da eletrodinâmica quântica em dimensões espaciais extras. Universidade Federal de Lavras, 2015. Citado na página 17.
- 24 GRIFFITHS, D. *Introduction to elementary particles*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1987. Citado 6 vezes nas páginas 17, 18, 20, 25, 36 e 60.
- 25 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Field quantization*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1996. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 24.
- 26 SZABO, R. J. Perturbation Theory and Its Techniques. In: FRANÇOISE, J.-P.; NABER, G. L.; TSUN, T. S. (Ed.). *Encyclopedia of Mathematical Physics*. Oxford: Academic Press, 2006. p. 28–41. ISBN 978-0-12-512666-3. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B0125126662003114>>. Citado na página 18.
- 27 THOMSON, M. *Modern particle physics*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2013. Citado 6 vezes nas páginas 18, 20, 27, 28, 29 e 60.
- 28 AGUILAR, A. C. Diagramas de feynman: O poder de uma imagem. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, SciELO Brasil, v. 40, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- 29 SCHWARTZ, M. D. *Quantum field theory and the standard model*. [S.l.]: Cambridge University Press, 2014. Citado na página 21.
- 30 PESKIN, M. E. *An introduction to quantum field theory*. [S.l.]: CRC press, 2018. Citado na página 21.

- 31 GREINER, W.; REINHARDT, J. *Quantum electrodynamics*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2008. Citado 5 vezes nas páginas 23, 25, 26, 27 e 28.
- 32 MOREIRA, B. D. d. S. *Fotoprodução de Pares de Léptons em Colisões Próton-Núcleo e Núcleo-Núcleo no Grande Colisor de Hádrons*. [S.l.]: Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pelotas, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 32.
- 33 MILLAR, D. A calculation of the differential cross section for compton scattering in tree-level quantum electrodynamics. *Lecture notes*, 2014. Citado na página 25.
- 34 KŁUSEK-GAWENDA, M.; SZCZUREK, A. Exclusive muon-pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions: Realistic nucleus charge form factor and differential distributions. *Physical Review C*, APS, v. 82, n. 1, p. 014904, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 46.
- 35 BUDNEV, V. et al. The two-photon particle production mechanism. physical problems. applications. equivalent photon approximation. *Physics Reports*, Elsevier, v. 15, n. 4, p. 181–282, 1975. Citado na página 31.
- 36 H1, T.; COLLABORATIONS, Z. Combined measurement and qcd analysis of the inclusive ep scattering cross sections at hera. *arXiv preprint arXiv:0911.0884*, 2009. Citado na página 31.
- 37 DYNDAL, M. *Two-photon Interactions in Proton-proton Collisions with the ATLAS Experiment at the LHC*. Tese (Doutorado) — Université Paris Sud-Paris XI; AGH University of Science and Technology ..., 2015. Citado na página 31.
- 38 AKTAS, A. et al. Muon pair production in ep collisions at hera. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 583, n. 1-2, p. 28–40, 2004. Citado na página 31.
- 39 AALTONEN, T. et al. Search for exclusive z-boson production and observation of high-mass  $p p^- \rightarrow p \gamma \gamma p^- \rightarrow p l^+ l^- p^-$  events in  $p p^-$  collisions at  $s = 1.96$  tev. *Physical review letters*, APS, v. 102, n. 22, p. 222002, 2009. Citado na página 31.
- 40 AALTONEN, T. et al. Observation of exclusive charmonium production and  $\gamma\gamma \rightarrow \mu^+ \mu^-$  in  $p p^-$  collisions at  $s = 1.96$  tev. *Physical review letters*, APS, v. 102, n. 24, p. 242001, 2009. Citado na página 31.
- 41 COLLABORATION, C. et al. Exclusive photon-photon production of muon pairs in proton-proton collisions at  $\sqrt{s} = 7$  tev. *arXiv preprint arXiv:1111.5536*, 2011. Citado na página 31.
- 42 COLLABORATION, C. et al. Search for exclusive or semi-exclusive photon pair production and observation of exclusive and semi-exclusive electron pair production in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  tev. *arXiv preprint arXiv:1209.1666*, 2012. Citado na página 31.
- 43 CHATRCHYAN, S. et al. Study of exclusive two-photon production of  $w^+ w^-$  in pp collisions at  $\sqrt{s} = 7$  tev and constraints on anomalous quartic gauge couplings. *Journal of High Energy Physics*, Springer, v. 2013, n. 7, p. 1–44, 2013. Citado na página 31.
- 44 ADAMS, J. et al. Production of  $e^+ e^-$  pairs accompanied by nuclear dissociation in ultraperipheral heavy-ion collisions. *Physical Review C*, APS, v. 70, n. 3, p. 031902, 2004. Citado na página 31.

- 45 AFANASIEV, S. et al. Photoproduction of  $j/\psi$  and of high mass  $e^+e^-$  in ultra-peripheral au+ au collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  gev. *Physics Letters B*, Elsevier, v. 679, n. 4, p. 321–329, 2009. Citado na página 31.
- 46 COLLABORATION, A. et al. Charmonium and  $e^+ + e^-$  pair photoproduction at mid-rapidity in ultra-peripheral pb-pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  tev. *arXiv preprint arXiv:1305.1467*, 2013. Citado na página 31.
- 47 CARUSO, F. Sobre o método de weizsäcker-williams e suas primeiras aplicações. *Monografia do CBPF, MO-001/09*, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 32.
- 48 FERMI, E. On the theory of collisions between atoms and electrically charged particles. *arXiv preprint hep-th/0205086*, 2002. Citado na página 31.
- 49 WEIZSACKER, C. V. Radiation emitted in collisions of very fast electrons. *Z. Phys*, v. 88, n. 612, p. 95, 1934. Citado na página 31.
- 50 WILLIAMS, E. Nature of the high energy particles of penetrating radiation and status of ionization and radiation formulae. *Physical Review*, APS, v. 45, n. 10, p. 729, 1934. Citado na página 31.
- 51 CHEN, M.-S. et al. Lepton pair production from two-photon processes. *Physical Review D*, APS, v. 7, n. 11, p. 3485, 1973. Citado na página 32.
- 52 BUDNEV, V. et al. The process  $pp \rightarrow ppe^+e^-$  and the possibility of its calculation by means of quantum electrodynamics only. *Nuclear Physics B*, Elsevier, v. 63, p. 519–541, 1973. Citado na página 32.
- 53 BERESTETSKII, V. B.; LIFSHITZ, E. M.; PITAEVSKII, L. P. *Quantum Electrodynamics: Volume 4*. [S.l.]: Butterworth-Heinemann, 1982. v. 4. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 36.
- 54 HALZEN, F.; MARTIN, A. D. *Quark & Leptons: An Introductory Course In Modern Particle Physics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2008. Citado na página 33.
- 55 NYSTRAND, J. Electromagnetic interactions in nucleus-nucleus and proton-proton collisions. *arXiv preprint hep-ph/0412096*, 2004. Citado na página 38.
- 56 DREES, M.; ZEPPENFELD, D. Production of supersymmetric particles in elastic ep collisions. *Physical Review D*, APS, v. 39, n. 9, p. 2536, 1989. Citado na página 38.
- 57 JACKSON, J. D. *Classical electrodynamics*. [S.l.]: American Association of Physics Teachers, 1999. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 41.
- 58 MOREIRA, B. D. d. S. *Produção de Mésons Vetoriais em Processos Foto-Induzidos no LHC*. [S.l.]: Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2017. Citado 4 vezes nas páginas 39, 40, 41 e 42.
- 59 VIDOVIĆ, M. et al. Impact-parameter dependence of the electromagnetic particle production in ultrarelativistic heavy-ion collisions. *Physical Review C*, APS, v. 47, n. 5, p. 2308, 1993. Citado na página 40.
- 60 BERTULANI, C. Probing two-photon decay widths of mesons at energies available at the cern large hadron collider (lh). *Physical Review C*, APS, v. 79, n. 4, p. 047901, 2009. Citado na página 41.

- 61 MOREIRA, B. et al. Production of exotic charmonium in  $\gamma\gamma$  interactions at hadron colliders. *Physical Review D*, APS, v. 94, n. 9, p. 094024, 2016. Citado na página 41.
- 62 AZEVEDO, C.; GONCALVES, V.; MOREIRA, B. Exclusive dilepton production in ultraperipheral pbbp collisions at the lhc. *The European Physical Journal C*, Springer, v. 79, n. 5, p. 1–7, 2019. Citado na página 41.
- 63 JENTSCHURA, U. D.; SERBO, V. Nuclear form factor, validity of the equivalent photon approximation and coulomb corrections to muon pair production in photon–nucleus and nucleus–nucleus collisions. *The European Physical Journal C*, Springer, v. 64, n. 2, p. 309–317, 2009. Citado na página 41.
- 64 KŁUSEK-GAWENDA, M.; SZCZUREK, A. Exclusive muon-pair production in ultrarelativistic heavy-ion collisions: Realistic nucleus charge form factor and differential distributions. *Physical Review C*, APS, v. 82, n. 1, p. 014904, 2010. Citado na página 42.
- 65 BARRETT, R. C.; JACKSON, D. F. Nuclear sizes and structure. 1977. Citado na página 42.
- 66 KLEIN, S. R. Two-photon production of dilepton pairs in peripheral heavy ion collisions. *Physical Review C*, APS, v. 97, n. 5, p. 054903, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 62.
- 67 LOIZIDES, C.; KAMIN, J.; D’ENTERRIA, D. Improved monte carlo glauher predictions at present and future nuclear colliders. *Physical Review C*, APS, v. 97, n. 5, p. 054910, 2018. Citado na página 45.
- 68 ZHA, W.; COLLABORATION, S. et al. Excess of  $j/\psi$  yield at very low transverse momenta in au+ au collisions at and u+ u at with star. In: IOP PUBLISHING. *Journal of Physics: Conference Series*. [S.l.], 2017. v. 779, n. 1, p. 012039. Citado 3 vezes nas páginas 47, 62 e 68.
- 69 BRANDENBURG, J. D.; COLLABORATION, S. et al. Dilepton production in p+ p, au+ au collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=200$ gev and u+ u collisions at  $\sqrt{s_{NN}}=193$ gev. *Nuclear Physics A*, Elsevier, v. 967, p. 676–679, 2017. Citado na página 47.
- 70 WONG, C.-Y. *Introduction to high-energy heavy-ion collisions*. [S.l.]: World scientific, 1994. Citado na página 51.
- 71 D’ENTERRIA, D.; MARTINS, D. E.; TELES, P. R. Higgs boson production in photon-photon interactions with proton, light-ion, and heavy-ion beams at current and future colliders. *Physical Review D*, APS, v. 101, n. 3, p. 033009, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 60 e 62.
- 72 KLEIN, S. R. et al. Starlight: a monte carlo simulation program for ultra-peripheral collisions of relativistic ions. *Computer Physics Communications*, Elsevier, v. 212, p. 258–268, 2017. Citado na página 62.

## APÊNDICE A – OUTRAS DISTRIBUIÇÕES EM RAPIDEZ

Neste apêndice são apresentados os demais resultados desta dissertação, precisamente, as distribuições de rapidez para produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de núcleos de Pb-Pb nas energias do LHC, HE-LHC e FCC, para diferentes centralidades de colisão. A decisão de colocar esses resultados em um apêndice e não no corpo principal do trabalho, foi feita com a justificativa de que as discussões e conclusões fornecidas por essas predições são bastante semelhantes aos das predições apresentadas no corpo principal, visto que os resultados aqui apresentados são diferentes apenas por considerarem outros valores de energia e, além disso, a foto-produção de dielétrons.

Conforme esclarecido na seção 4.3, a rapidez apresenta-se como uma variável bastante útil tanto do ponto de vista experimental, quanto do ponto de vista teórico, já que a transformação da rapidez para diferentes referenciais inerciais é bastante simples e além disso, no limite de altas energias, podemos facilmente relacionar rapidez  $Y$  e pseudorapidez  $\eta$  (variável cinemática relacionada com o ângulo de espalhamento  $\theta$  com relação ao eixo da colisão  $z$ ). Em termos práticos, a distribuição de rapidez relaciona a seção de choque com a região angular do detector onde é mais provável que os pares de léptons sejam criados [17].

Em geral, as Fig. 27, 28, 29 e 30 possuem uma mesma estrutura, cada uma delas apresenta predições para a produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  devido à interação fóton-fóton em colisões periféricas Pb-Pb em três diferentes centralidades, três diferentes fatores de forma nuclear e quatro diferentes energias.

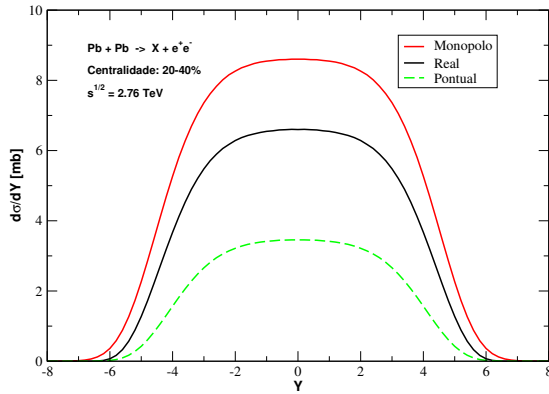
Analisando os resultados apresentados, podemos ressaltar alguns pontos. Primeiramente, a normalização da distribuição em rapidez para produção de dielétrons é consideravelmente maior comparada à produção de dimúons (quando mantido os mesmos parâmetros). Isso é devido a diferença de massa entre os léptons, como a massa do elétron ( $m_e = 0,000511 \text{ GeV}/c^2$ ) é cerca de duzentas vezes menor que a massa do múon ( $m_\mu = 0,1056 \text{ GeV}/c^2$ ) a seção de choque de foto-produção é consideravelmente maior para o elétron, conforme apresentado na Fig. 8.

No tocante ao aumento de energia da colisão, constata-se que a normalização da distribuição sofre pouca influência. Tal comportamento é esperado, visto que a normalização está relacionada, principalmente, com a carga nuclear  $Z$  do núcleo envolvido na colisão. Conforme podemos perceber, a faixa de rapidez também está relacionada com a energia, onde conforme se aumenta a energia da colisão, também se aumenta a faixa de rapidez, isto é, podemos alcançar valores de rapidez mais frontais e traseiros. No geral, a principal implicação no aumento da energia são seções de choque maiores, dado que uma propriedade geral das distribuições em rapidez é que a área sob a curva corresponde a seção de choque total de criação de pares de léptons - conforme discutido na seção 4.3.

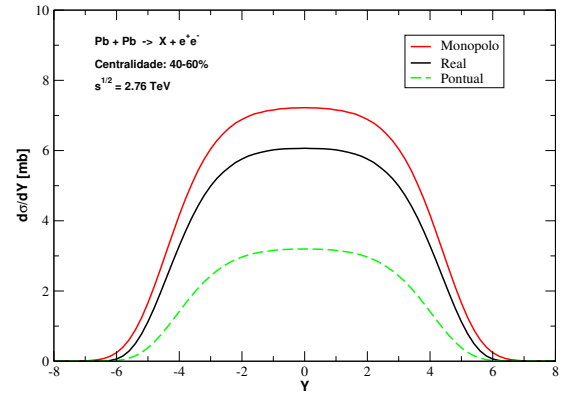
Como conclusão geral para os resultados de distribuição de rapidez deste apêndice, ressaltamos que a produção de pares de elétrons em colisões Pb-Pb via interação fóton-fóton é ainda mais expressiva, comparada a produção de pares de múons. Por fim, ressalta-se que as

discussões e conclusões feitas na seção 4.3 se aplicam aqui, quando considerada as pequenas diferenças.

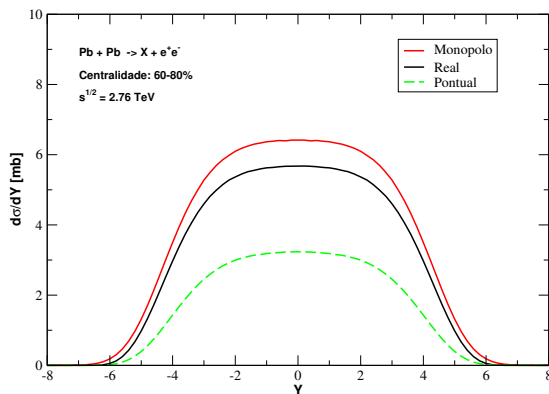
Figura 27 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV no LHC para diferentes centralidades.



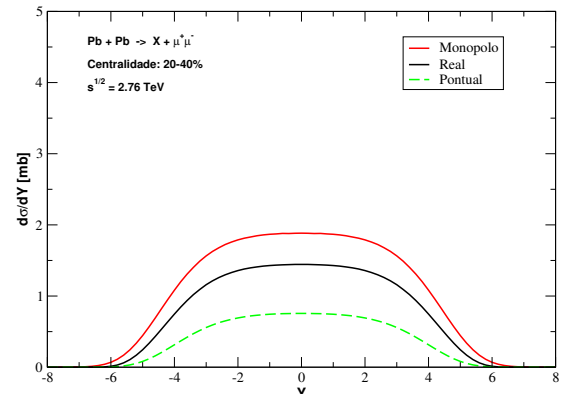
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



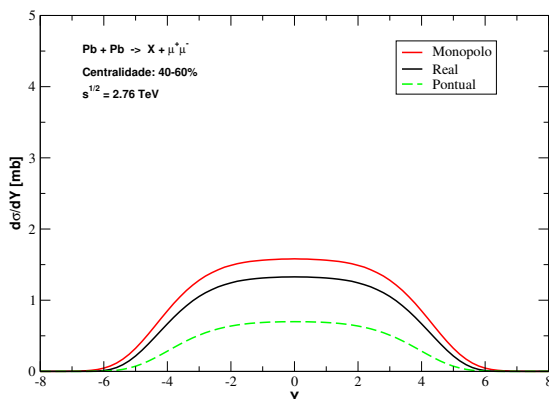
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



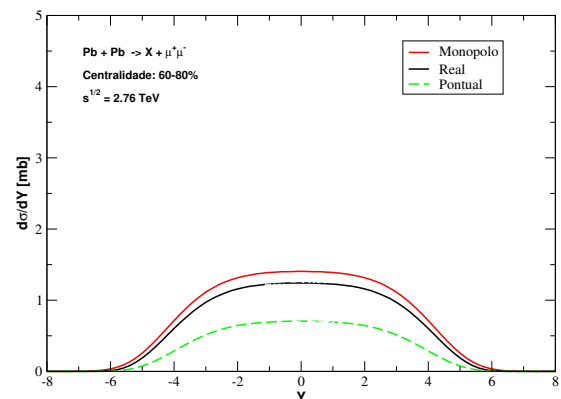
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



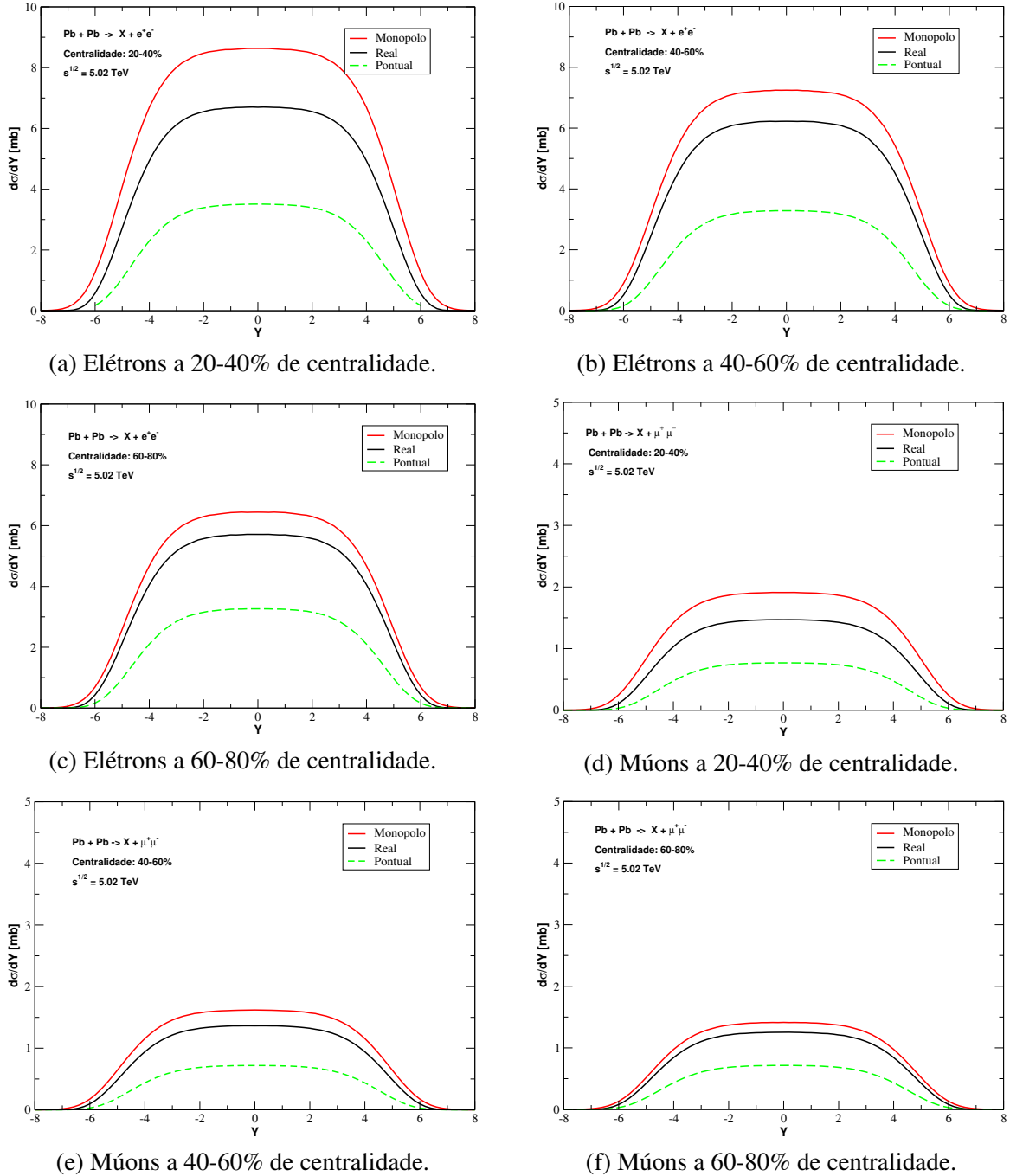
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



(f) Múons a 60-80% de centralidade.

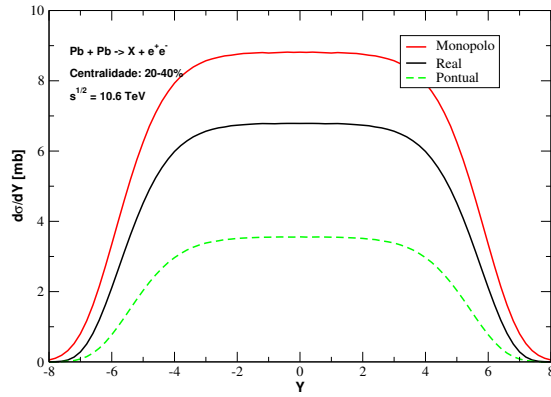
Fonte: Criado pelo autor (2021).

Figura 28 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 5,02$  TeV no LHC para diferentes centralidades.

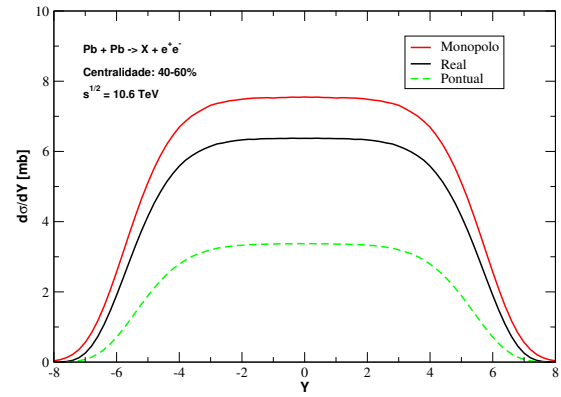


Fonte: Criado pelo autor (2021).

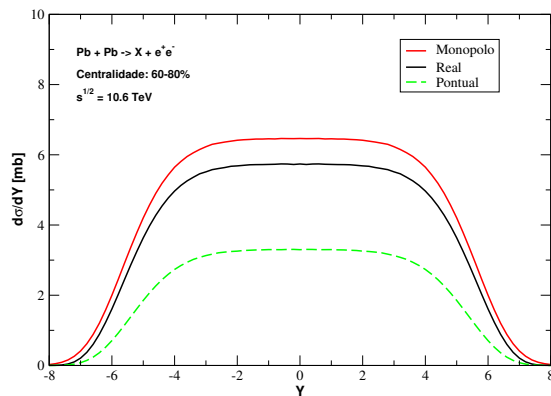
Figura 29 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 10,6$  TeV no HE-LHC para diferentes centralidades.



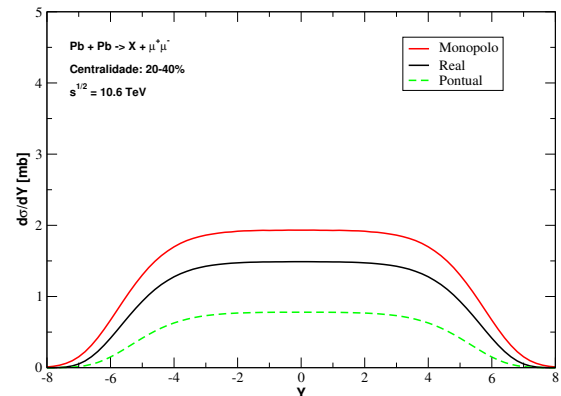
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



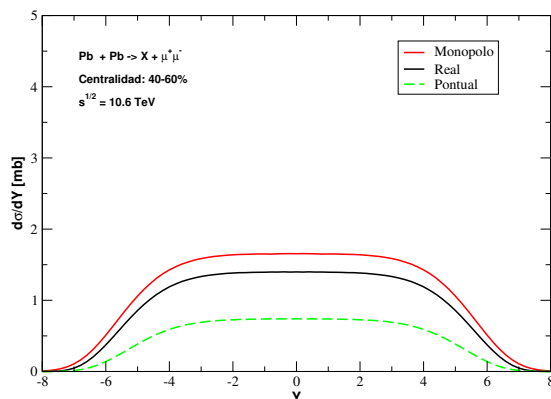
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



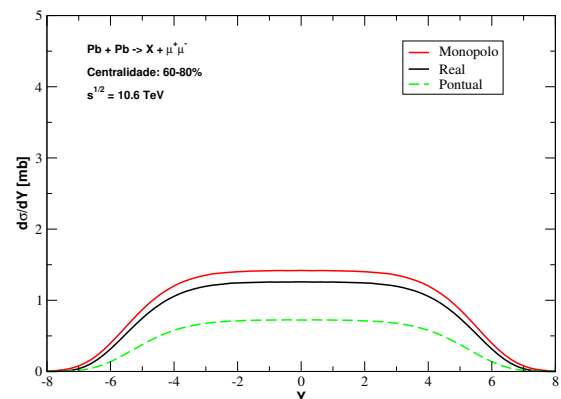
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



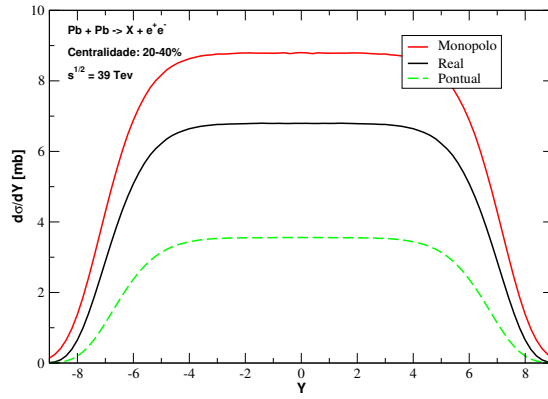
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



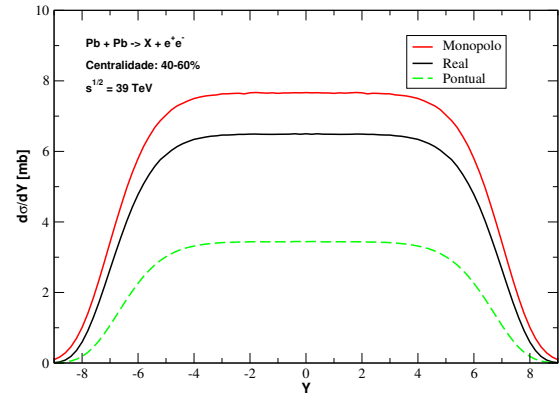
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

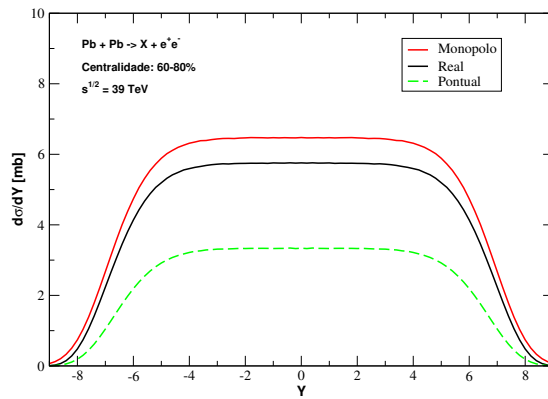
Figura 30 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 39$  TeV no FCC para diferentes centralidades.



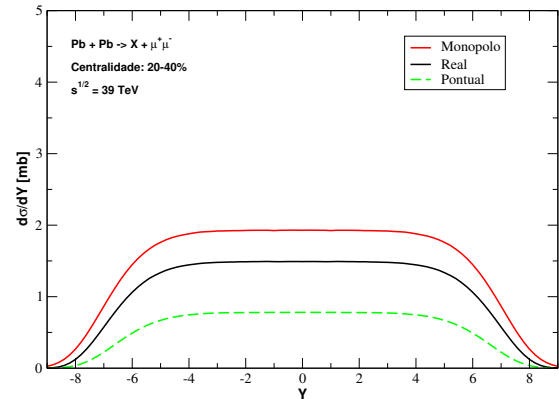
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



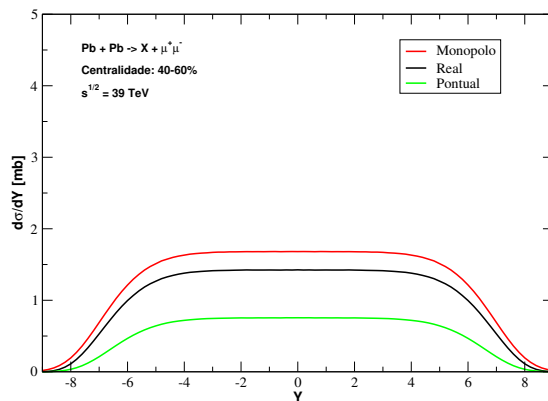
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



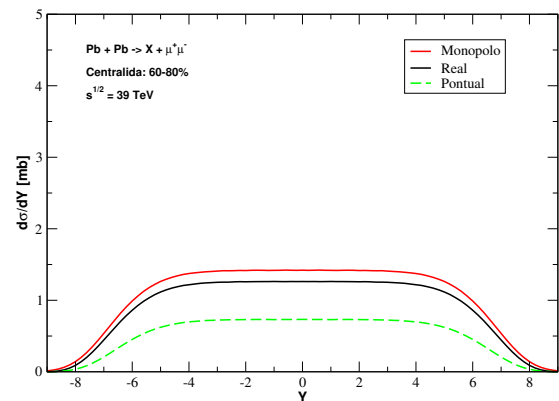
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



(e) Múons a 40-60% de centralidade.



(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

## APÊNDICE B – OUTRAS DISTRIBUIÇÕES EM MASSA INVARIANTE

Neste apêndice são apresentados os demais resultados desta dissertação, precisamente, as distribuições de massa invariante para produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de núcleos de Pb-Pb nas energias do LHC, HE-LHC e FCC, para diferentes centralidades de colisão. A decisão de colocar esses resultados em um apêndice e não no corpo principal do trabalho, foi feita com a justificativa de que as discussões e conclusões fornecidas por essas predições são bastante semelhantes aos das predições apresentadas no corpo principal, visto que os resultados aqui apresentados são diferentes apenas por considerarem outros valores de energia e, além disso, a foto-produção de dielétrons.

Conforme esclarecido na seção 4.4, um dos principais interesses em distribuições em massa invariante  $W$  é que elas nos dão informações sobre as características do processo que dão origem as partículas de interesse no estado final da reação sendo estudada, no nosso caso, pares de  $l^+l^-$ . A equação para o cálculo da distribuição em massa invariante pode ser feita utilizando a expressão para seção de choque total (124) e efetuando apenas a integral na rapidez  $Y$ , tomando os limites de integração conforme apresentado na seção citada no início do parágrafo.

As Fig. 31, 32, 33 e 34 possuem uma mesma estrutura, cada uma delas apresenta predições para a produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  devido à interação fóton-fóton em colisões periféricas Pb-Pb em três diferentes centralidades, três diferentes fatores de forma nuclear e quatro diferentes energias.

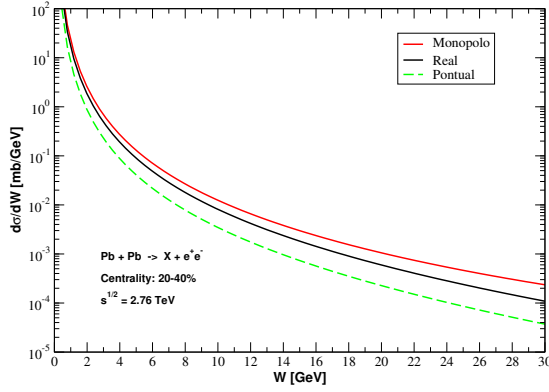
A análise dos resultados nos permite chegar a conclusões interessantes. Quanto a aspectos gerais de todas as distribuições, notamos que para as regiões de baixíssimo  $W$ , as distribuições com diferentes modelos de fator de forma descrevem praticamente a mesma coisa e o inverso acontece conforme aumentamos a massa invariante do par. Isso se deve porque a região de baixo  $W$  é a região em que o par de fótons que dá origem ao par de léptons é menos energético, isto é, são fótons que estão distantes do núcleo, região em que os fatores de forma produzem descrições iguais (conforme apresentado na Fig. 13a). Da mesma forma, para pequenas distâncias, onde fótons mais energéticos são produzidos (região de maior  $W$ ), é a região onde os modelos de fator de forma diferem.

Conforme aumenta-se a energia da colisão e a centralidade da colisão, aumenta-se a semelhança na descrição entre os modelos para o fator de forma realístico e o de monopolo. O pontual, entretanto, ainda apresenta-se como não adequado para descrição destes tipos de fenômenos. Além disso, notamos que as distribuições com o modelo realístico e de monopolo são ainda mais semelhantes na descrição de distribuições de pares de léptons de baixa massa, conforme podemos verificar comprando as distribuições para produção de pares de múons e para pares de elétrons.

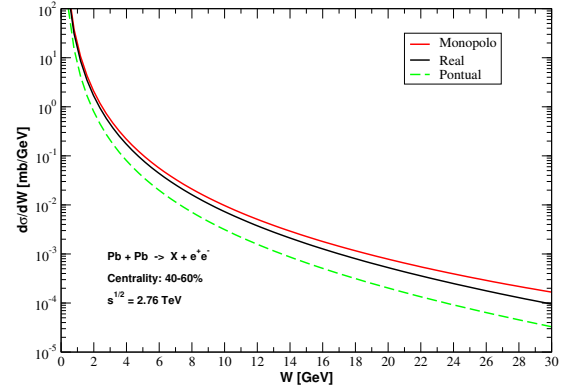
Como conclusão geral para os resultados de distribuição de massa invariante deste apêndice, ressaltamos que a utilização do fator de forma pontual apresenta-se como um modelo inadequado para descrever o processo de produção de pares de léptons em colisões Pb-Pb via

interação fóton-fóton, salvo para região de baixíssima massa invariante. Além disso, destaca-se que para grande energias e centralidade mais periféricas (60-80%), os modelos de monopolo e realístico para o fator de forma, produzem descrições muito parecidas, sendo o monopolo uma boa alternativa nessas condições. Por fim, ressalta-se que as discussões e conclusões feitas na seção 4.4 se aplicam aqui, quando considerada as pequenas diferenças.

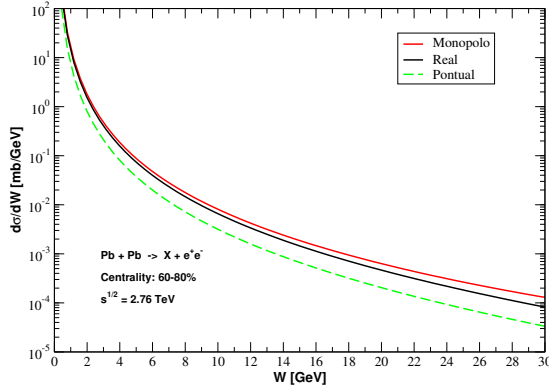
Figura 31 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV no LHC para diferentes centralidades.



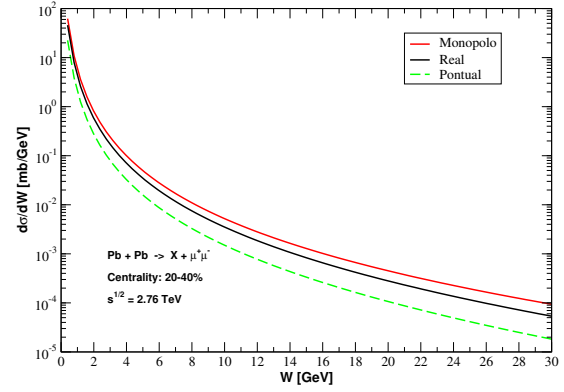
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



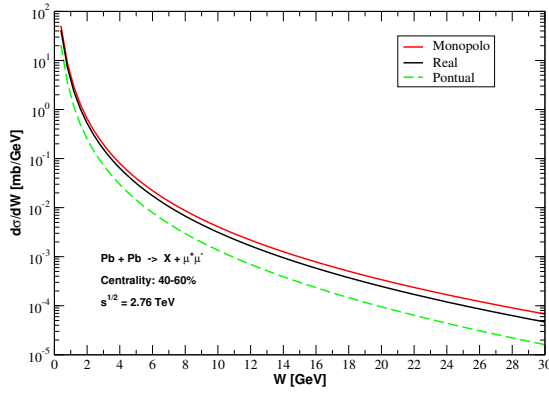
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



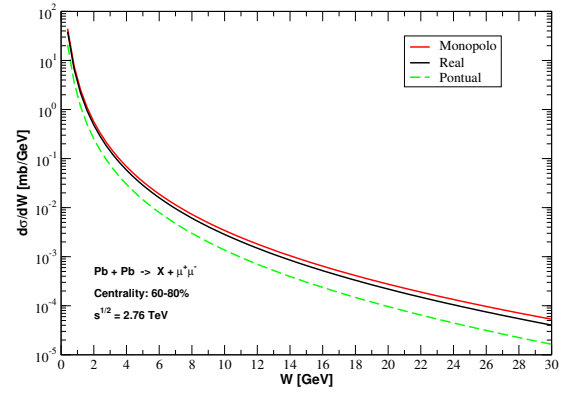
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



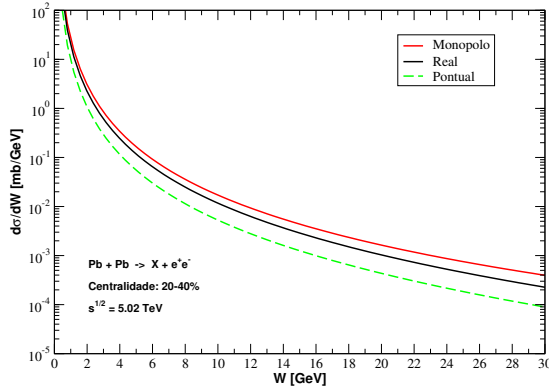
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



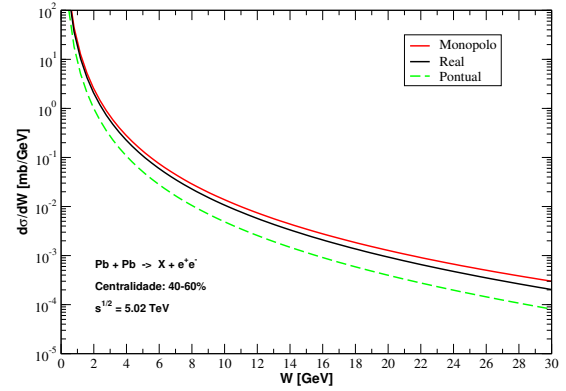
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

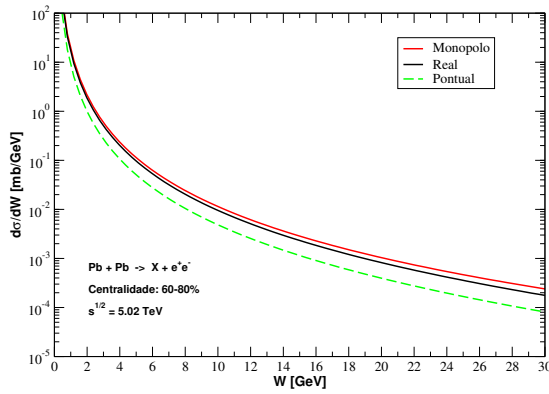
Figura 32 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 5,02$  TeV no LHC para diferentes centralidades.



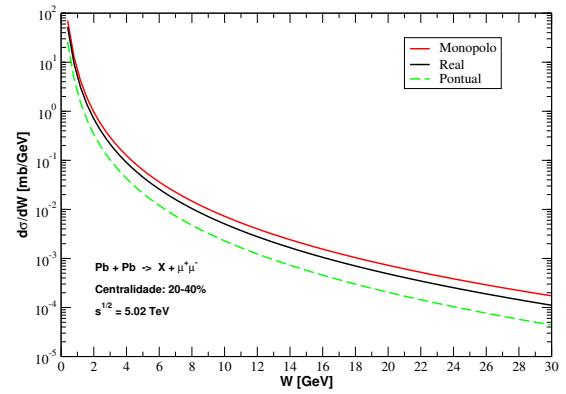
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



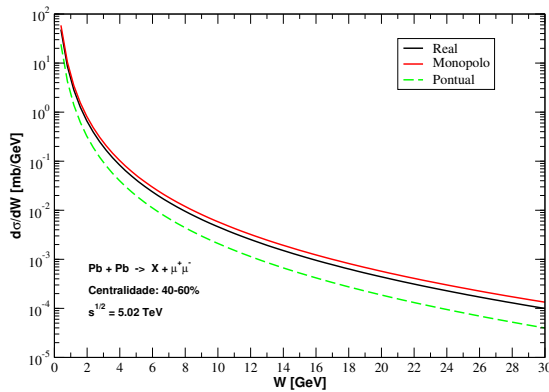
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



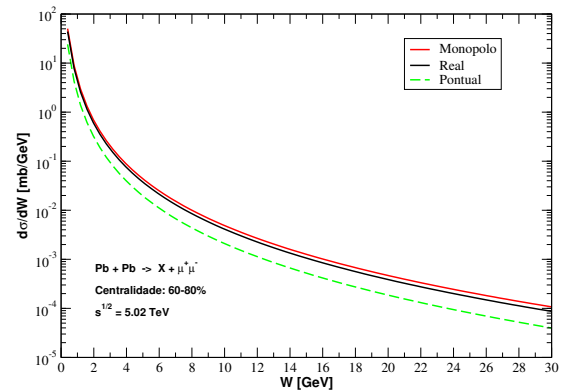
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



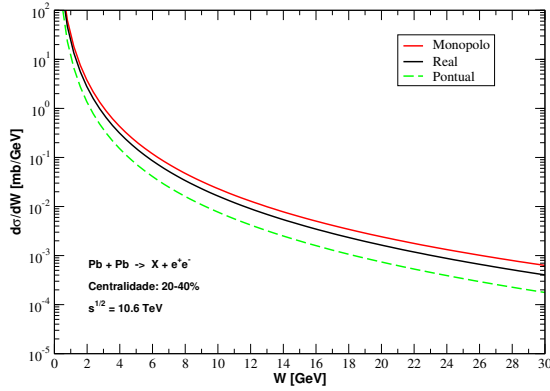
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



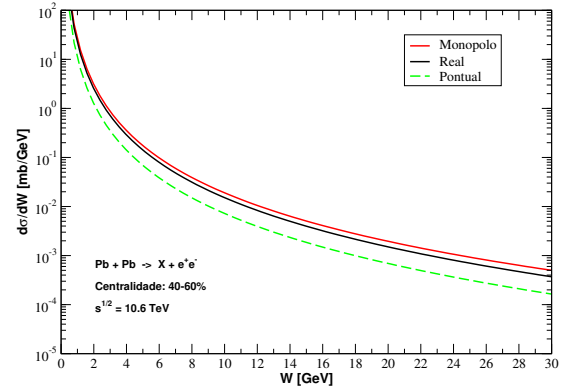
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

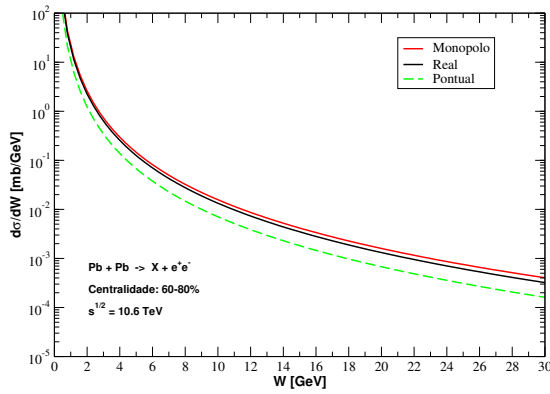
Figura 33 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 10,6$  TeV no HE-LHC para diferentes centralidades.



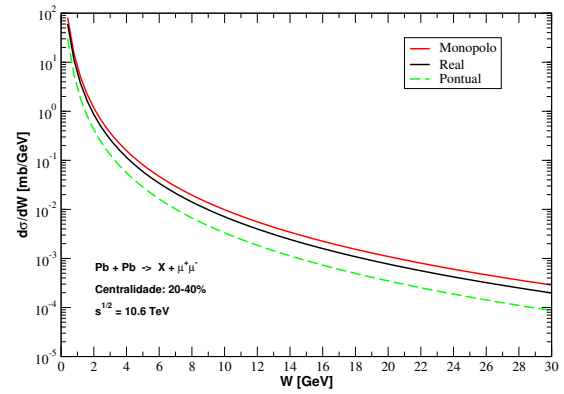
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



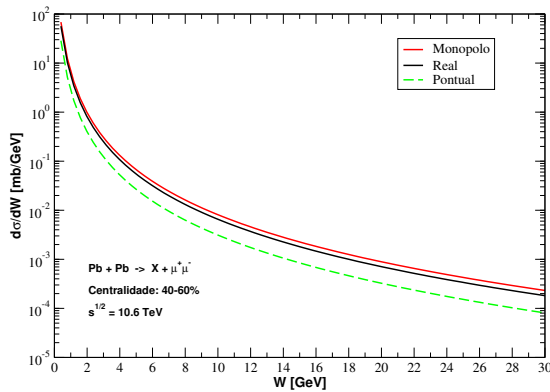
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



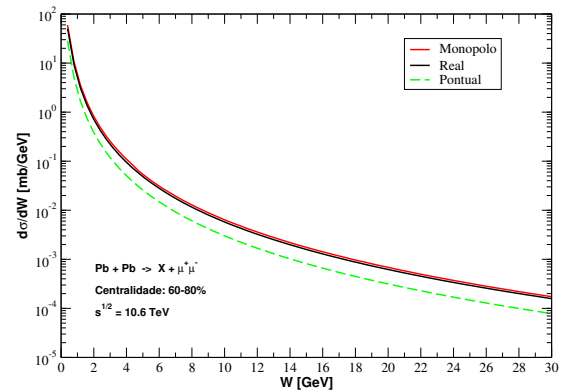
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



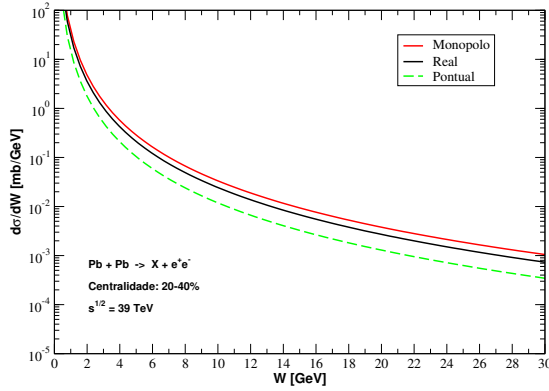
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



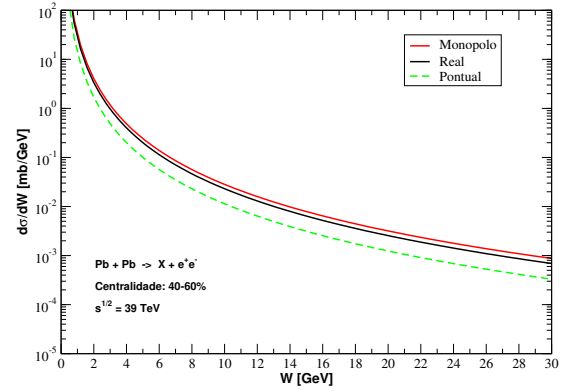
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

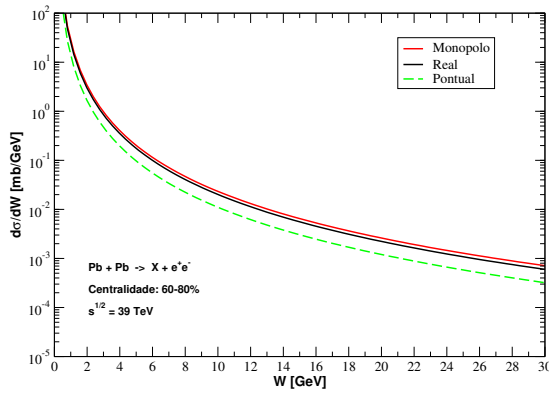
Figura 34 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 39$  TeV no FCC para diferentes centralidades.



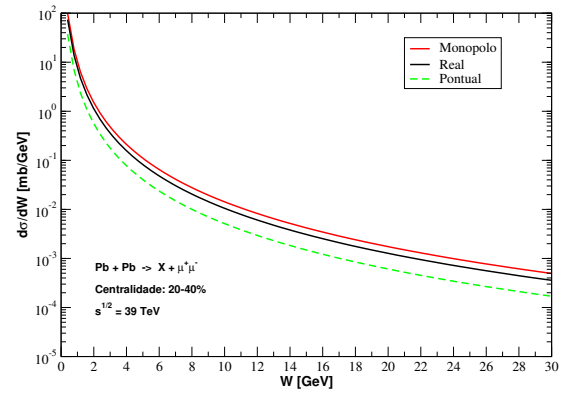
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



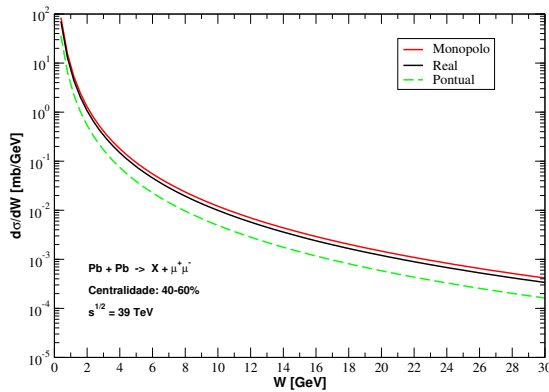
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



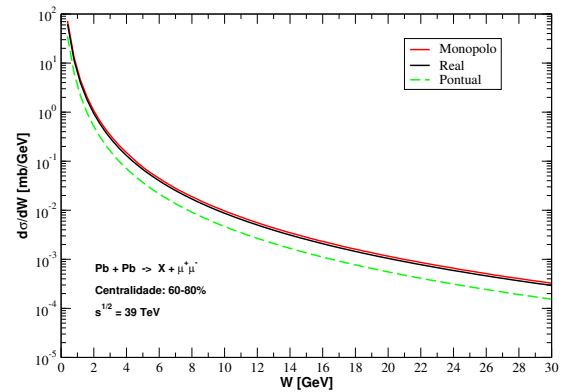
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



(e) Múons a 40-60% de centralidade.



(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

## APÊNDICE C – DISTRIBUIÇÕES DIFERENCIAIS COM FATOR DE FORMA PONTUAL AJUSTADO PARA REPRODUZIR O REALÍSTICO.

Neste apêndice são apresentadas as distribuições de massa invariante e de rapidez para produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de núcleos de Pb-Pb nas energias do LHC, HE-LHC e FCC, para diferentes centralidades de colisão. Nestas distribuições, o fator de forma pontual foi ajustado para reproduzir o realístico. A decisão de colocar esses resultados em um apêndice e não no corpo principal do trabalho, foi feita devido as discussões e conclusões fornecidas por essas predições serem bastante semelhantes aos das predições apresentadas no corpo principal, visto que os resultados aqui apresentados são diferentes apenas por considerarem outros valores de energia e, além disso, a foto-produção de dielétrons.

Conforme esclarecido na seção 4.6, um dos recentes trabalhos abordando esse objeto de estudo [66], tem utilizado o STARlight para o estudo de colisões periféricas, modificando o programa de forma que a integração em parâmetro de impacto é limitada a uma faixa de valores selecionados pelo usuário, independentemente se os núcleos se sobrepõem ou não. Acontece que, embora o STARlight apresente sucesso em cumprir o seu objetivo inicial (cálculo de seções de choque para uma variedade de estados finais em UPC e criação de simulação de Monte Carlo), por padrão, o fator de forma empregado no fluxo de fótons equivalentes é o pontual e a produção em posições transversas dentro do núcleo é negligenciada. [4].

Sendo assim, com o objetivo de melhorar o tratamento de colisões periféricas de íons pesados nas energias do LHC, HL-LHC, HE-LHC e FCC, nós propomos uma modificação para o modelo pontual conforme a Tab. 5. Nela, são apresentados os valores para o limite de integração inferior em  $b$ , que permite o modelo pontual reproduzir as distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma realístico. Os valores a serem empregados no limite de integração inferior em  $b$  são proporcionais ao raio do núcleo  $R_a$  envolvido na colisão (neste caso o Pb), mais precisamente o valor empregado é uma razão de  $R_a$  e um número racional adequado.

Tabela 5 – Valores para o limite de integração inferior em  $b$  usando o modelo pontual que permitem reproduzir distribuições diferenciais em seção de choque com o fator de forma realístico.

Centralidade	Realístico
20-40%	$R_a/1.438$
40-60%	$R_a/1.392$
60-80%	$R_a/1.385$

Nas Fig. 35, 36, 37, 38 apresentamos distribuições em massa invariante para produção de  $e^+e^-$  e  $\mu^+\mu^-$  em colisões periféricas de núcleos de Pb-Pb nas energias do LHC, HE-LHC e FCC, para as três centralidades de colisão (20-40%, 40-60% e 60-80%). Nestas, o fator de forma pontual está ajustado com as alterações prescritas pela Tab. 5. As Fig. 39, 40, 41, 42

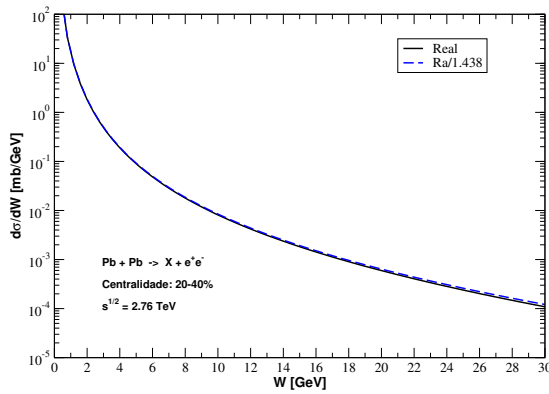
são distribuições diferenciais em rapidez para os mesmos processos das figuras anteriores e, da mesma forma, o modelo pontual foi ajustado para reproduzir o realístico.

A partir desses resultados, alguns pontos importantes podem ser destacados. Tratando-se dos valores propostos para serem substituídos no limite inferior de integração em  $b$ , verificamos que a prescrição conforme apresentada na Tab. 5 funciona bem para ambos os sabores de léptons apresentados. Quanto a reprodução do fator de forma realístico utilizando o pontual modificado, é feita de forma bem sucedida em uma grande faixa tanto de rapidez  $Y$ , quanto de massa invariante  $W$ . A diferença entre os modelos torna-se cada vez menor à medida que se aumenta a centralidade da colisão.

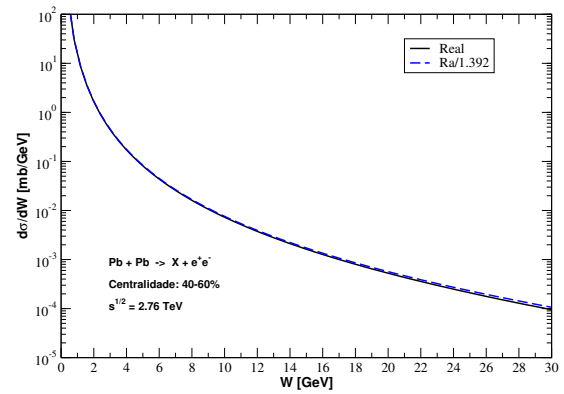
Além disso, é importante salientar o ganho de performance computacional ao utilizar o modelo proposto (fator de forma pontual ajustado) para fazer previsões de foto-produção de pares de léptons em colisões periféricas núcleo-núcleo. Para cada evento simulado, o tempo para gerar os dados do processo utilizando o modelo do pontual ajustado foi obtido com menos da metade do tempo quando utilizado o modelo realístico, produzindo resultados para a seção de choque total dos eventos muito semelhantes ao preditos pelo modelo realístico.

Sendo assim, sabendo que previsões para colisões periféricas, utilizando o fator de forma pontual, desconsideram uma parte significativa do espectro de fótons responsável pela produção de diléptons, um tratamento adequado do fator de forma nuclear é necessário. Por esse motivo, foi proposto uma melhoria para o fator de forma pontual que apresenta uma boa correspondência com um fator de forma mais realístico, indicando ser uma boa opção para descrições de processos semelhantes ao discutido nessa dissertação.

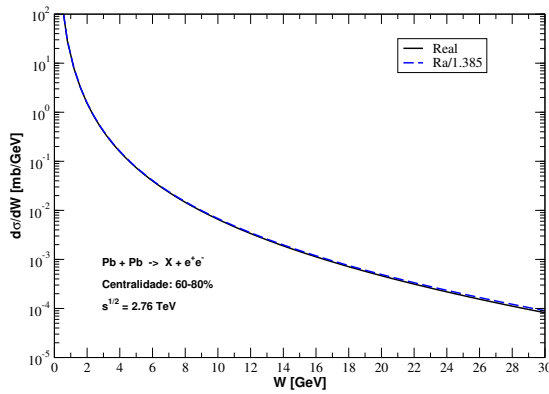
Figura 35 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



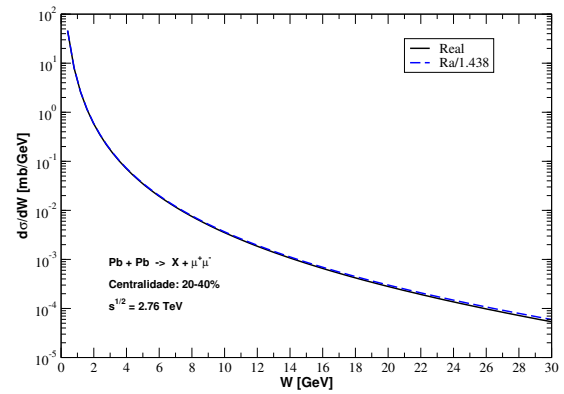
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



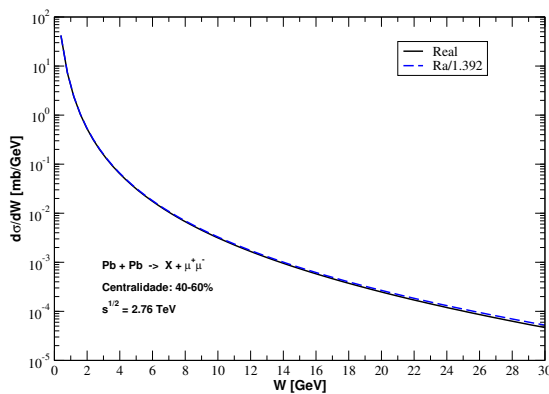
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



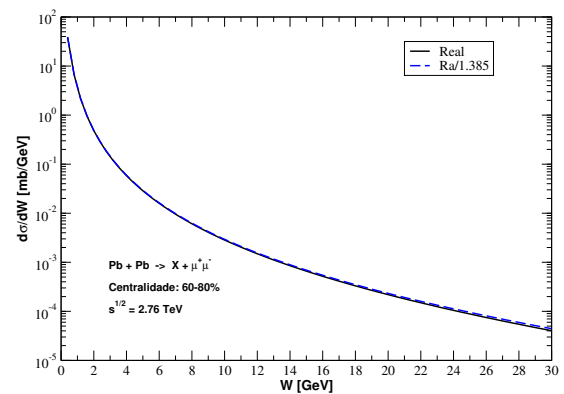
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.

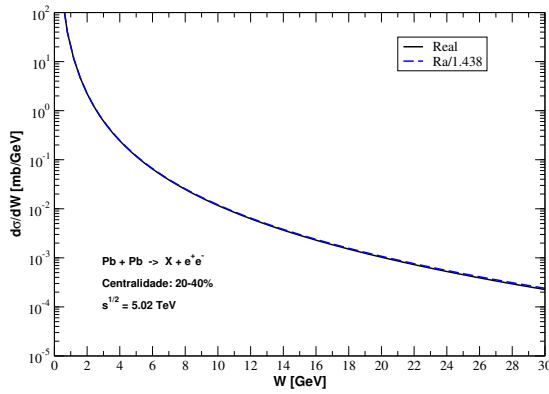


(e) Múons a 40-60% de centralidade.

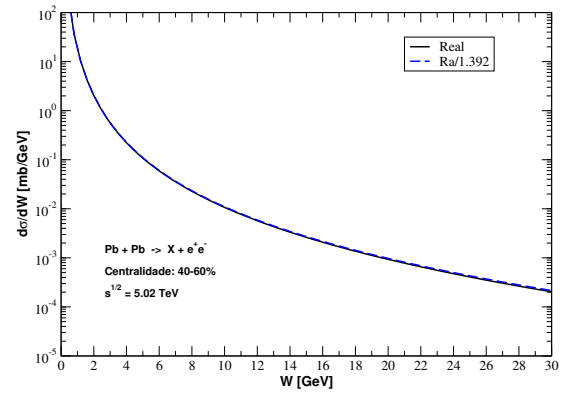


(f) Múons a 60-80% de centralidade.

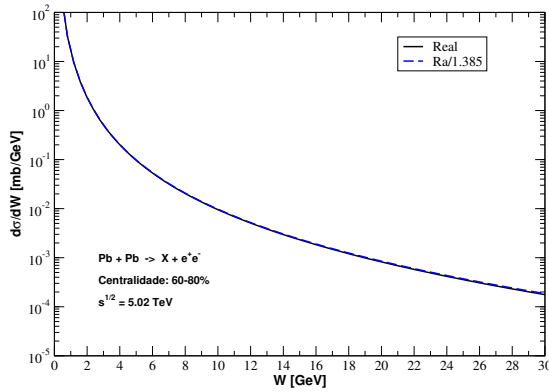
Figura 36 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 5,02$  TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



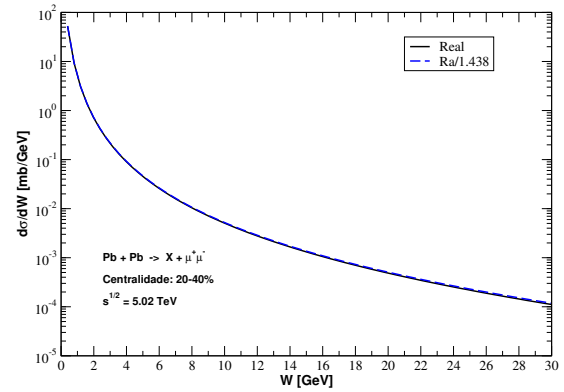
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



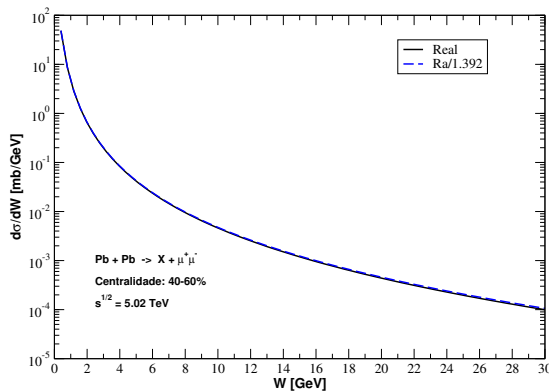
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



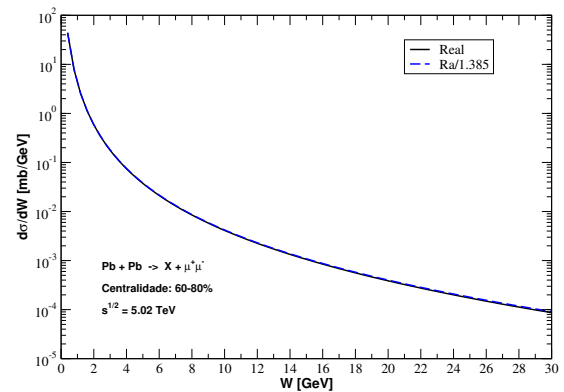
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



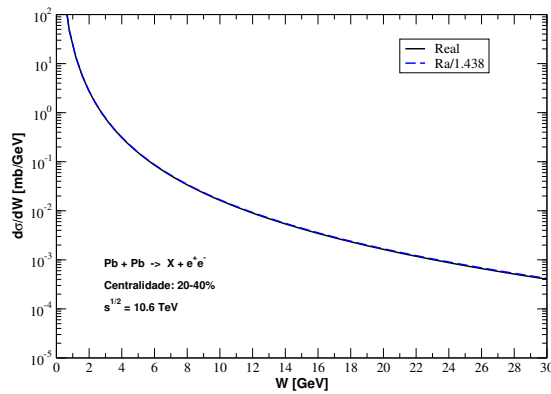
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



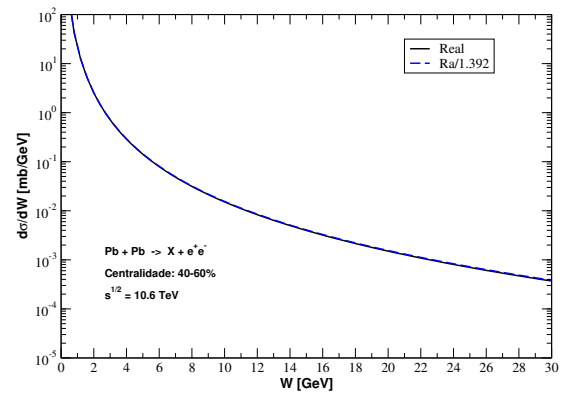
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

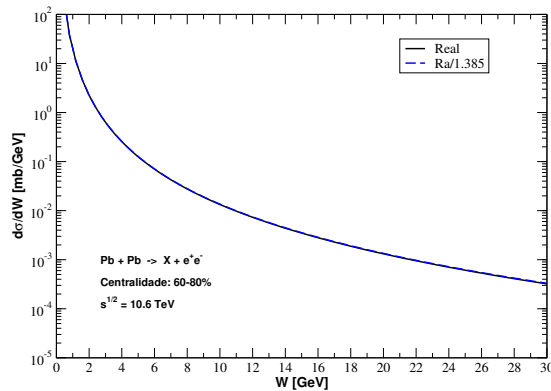
Figura 37 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 10,6$  TeV no HE-LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



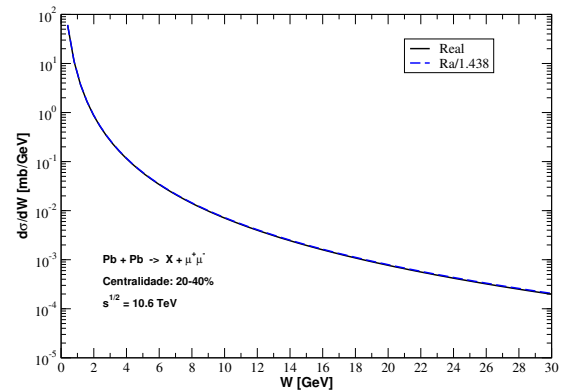
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



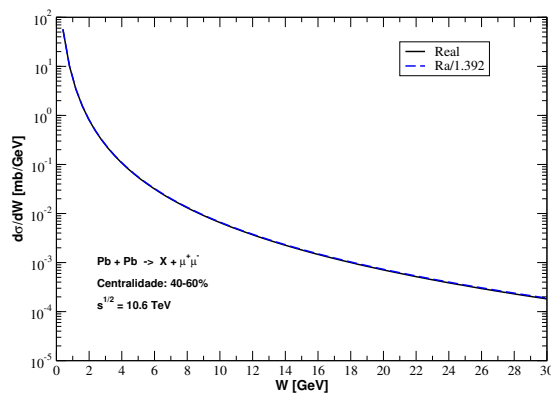
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



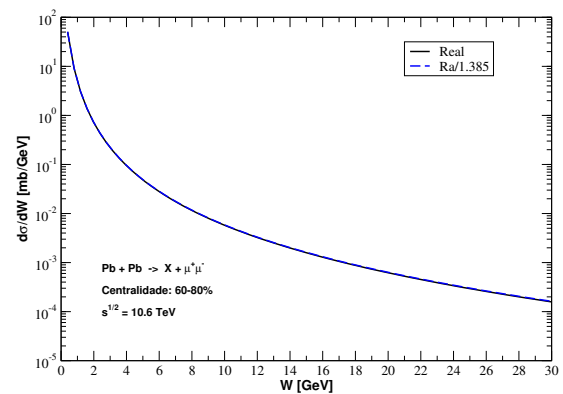
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



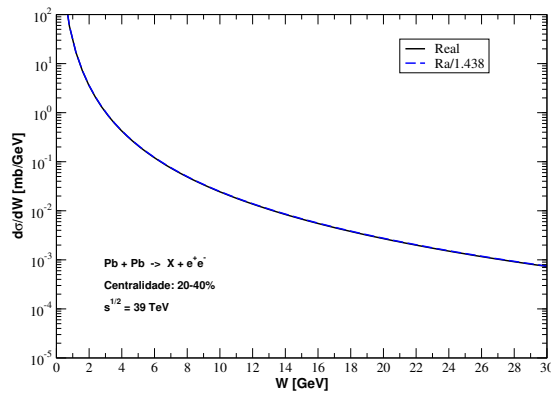
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



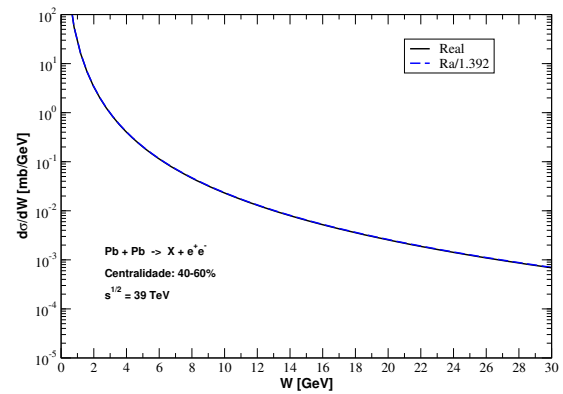
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

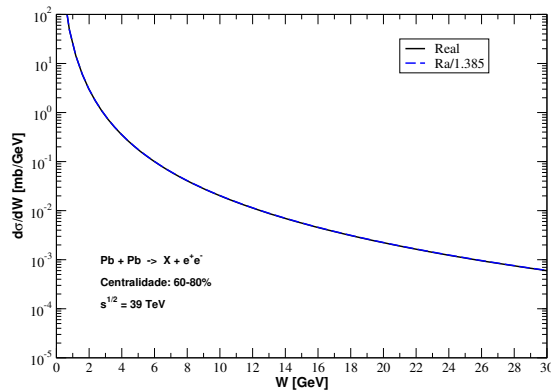
Figura 38 – Distribuições em massa invariante para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 39$  TeV no FCC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



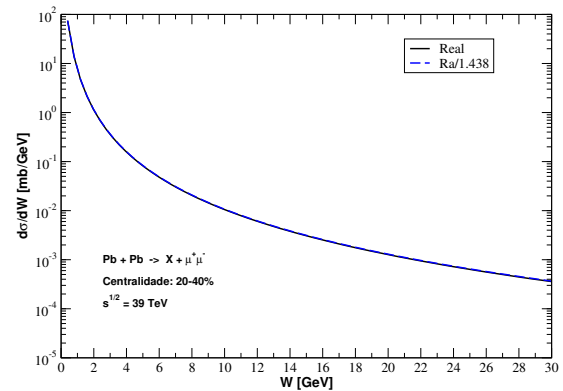
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



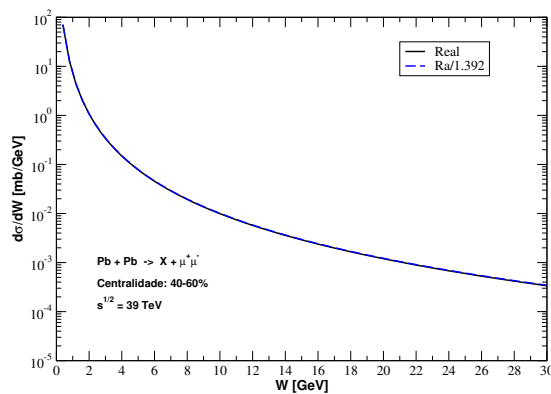
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



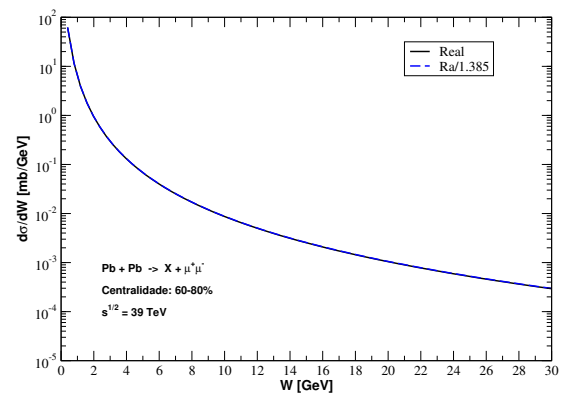
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



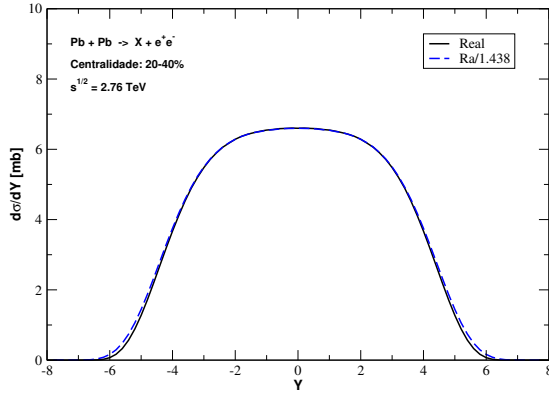
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



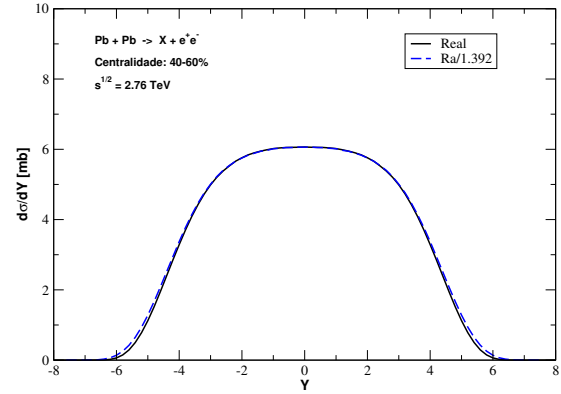
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

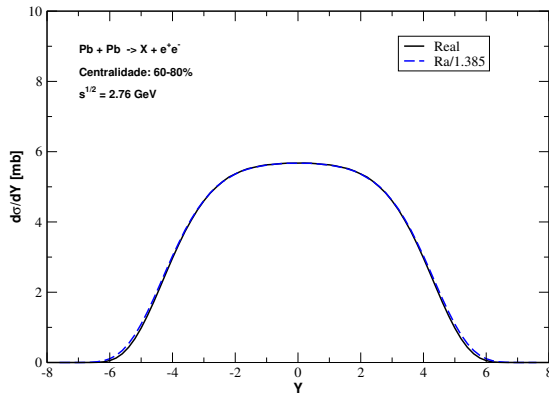
Figura 39 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 2,76$  TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



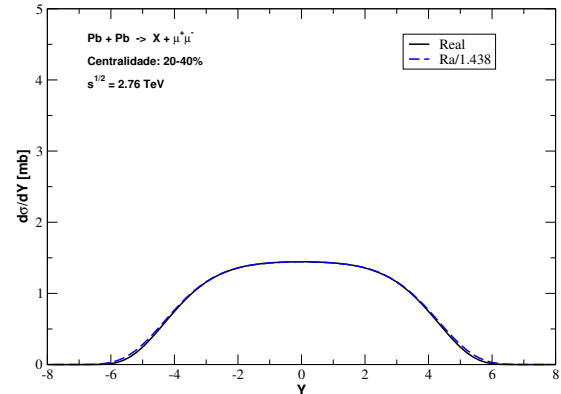
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



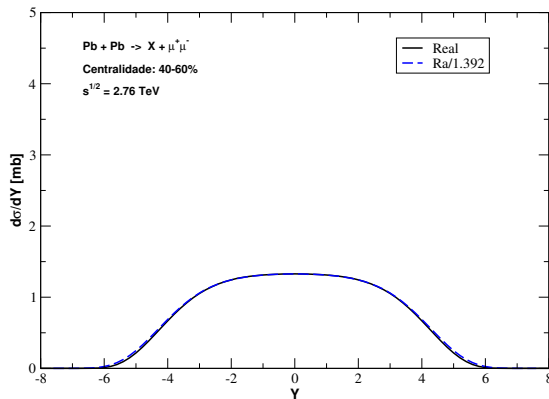
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



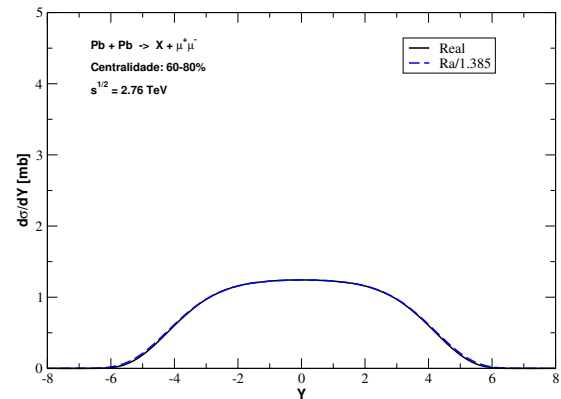
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



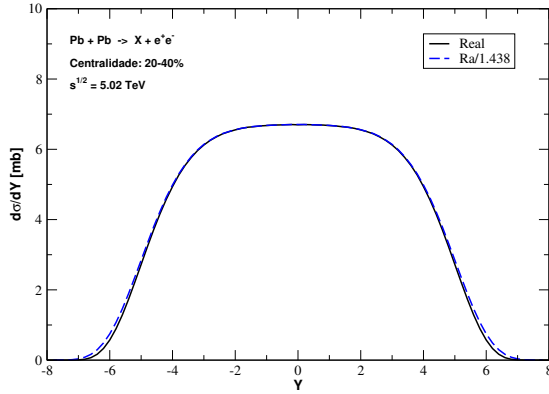
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



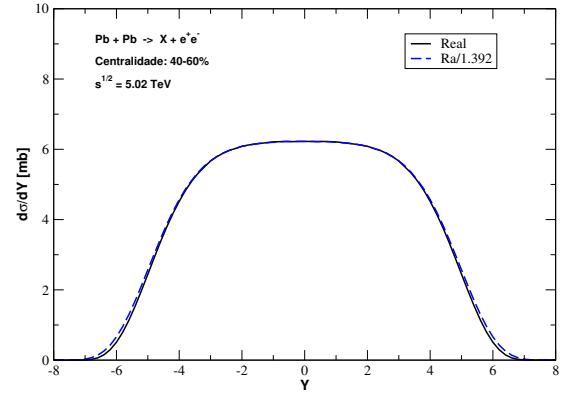
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

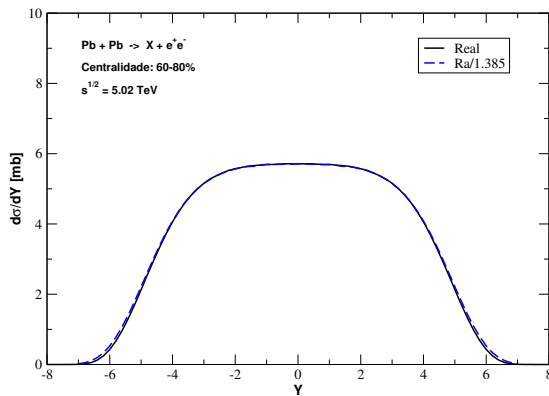
Figura 40 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 5,02$  TeV no LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



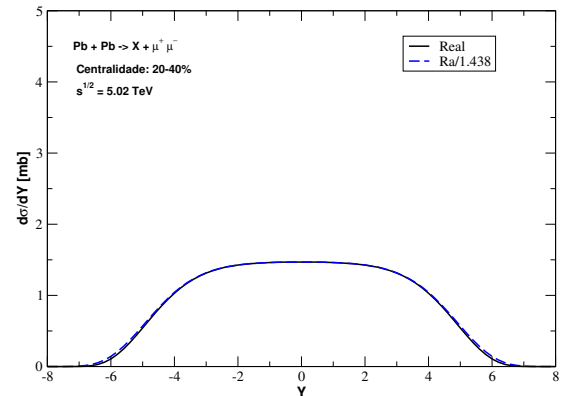
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



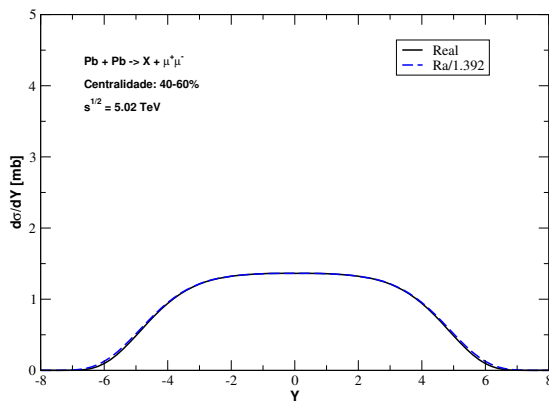
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



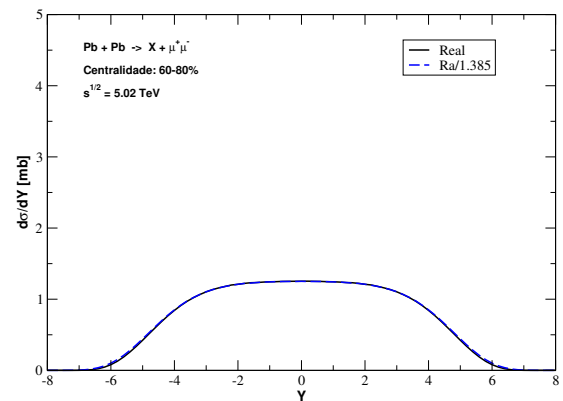
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



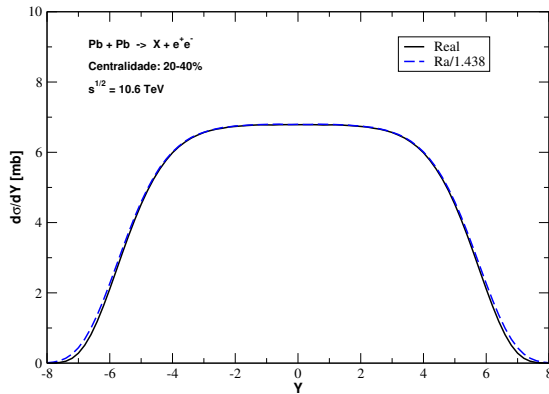
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



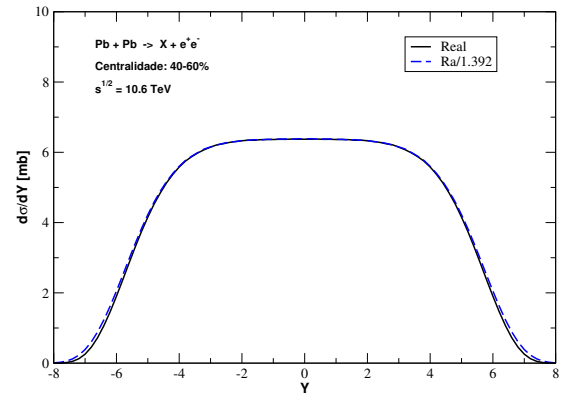
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

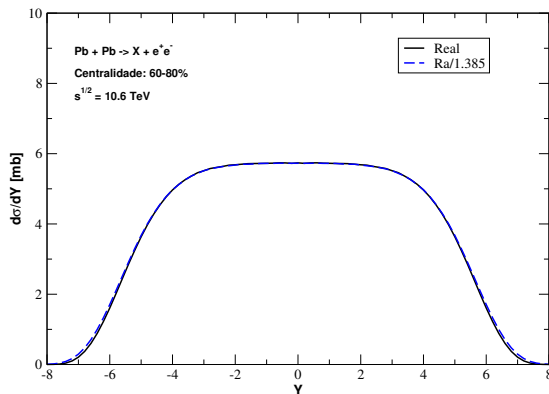
Figura 41 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 10,6$  TeV no HE-LHC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



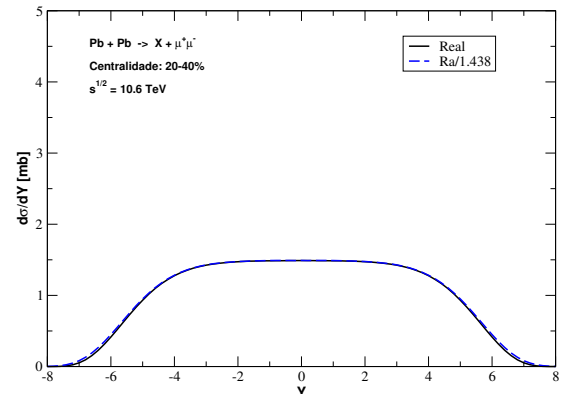
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



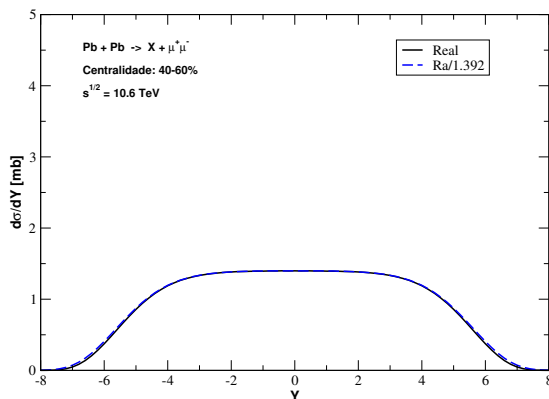
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



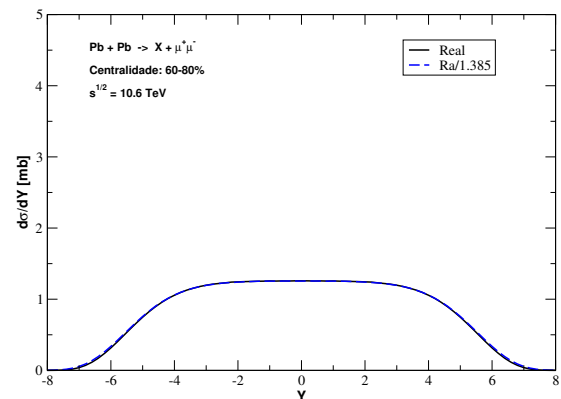
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



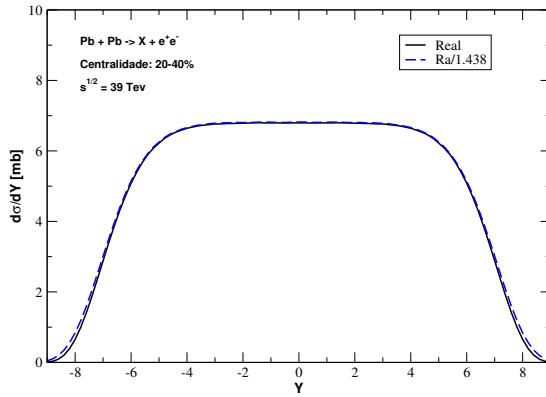
(e) Múons a 40-60% de centralidade.



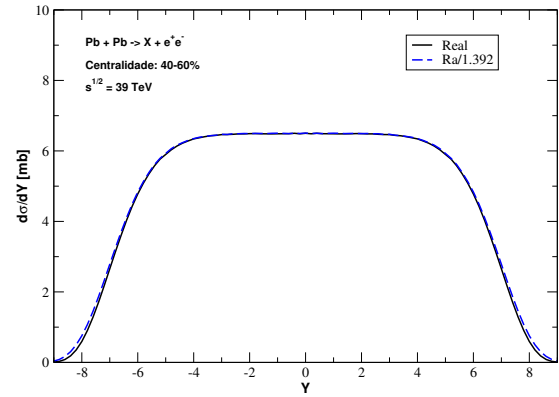
(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).

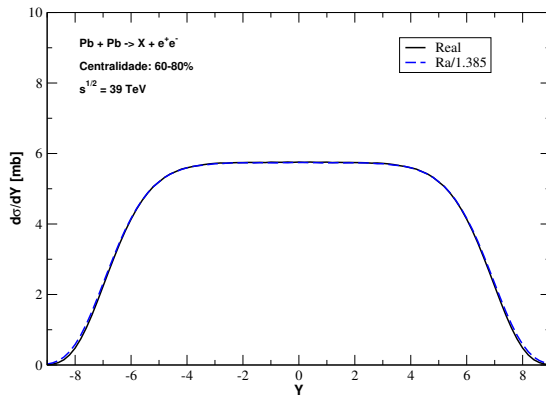
Figura 42 – Distribuições em rapidez para a foto-produção de  $l^+l^-$  em colisões periféricas de Pb-Pb em  $\sqrt{s} = 39$  TeV no FCC para diferentes centralidades e com o fator de forma pontual ajustado para reproduzir o realístico.



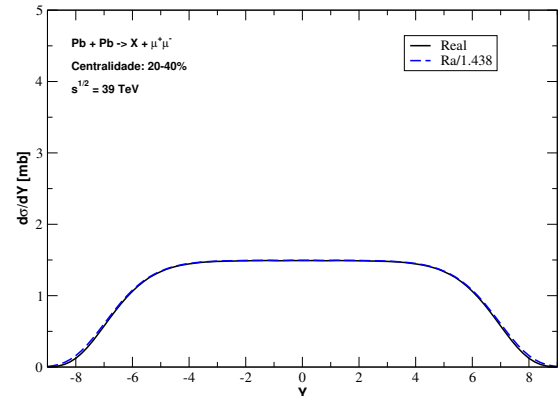
(a) Elétrons a 20-40% de centralidade.



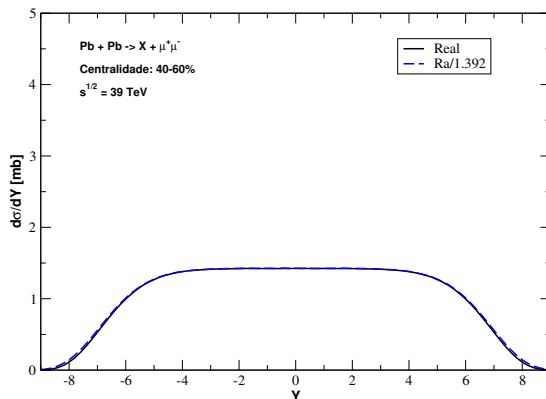
(b) Elétrons a 40-60% de centralidade.



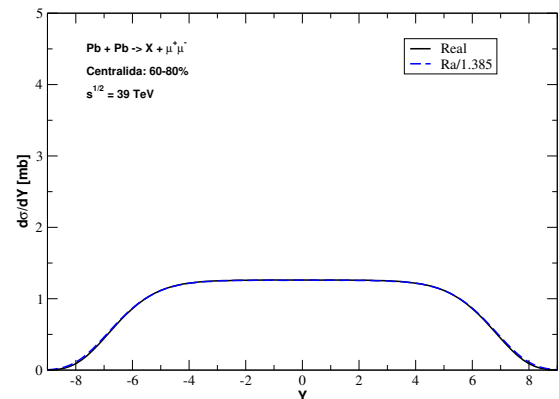
(c) Elétrons a 60-80% de centralidade.



(d) Múons a 20-40% de centralidade.



(e) Múons a 40-60% de centralidade.



(f) Múons a 60-80% de centralidade.

Fonte: Criado pelo autor (2021).