

**UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL – PPGE**

BRUNA FERNANDA SOARES

**MODELAGEM DE TURBULÊNCIA DE ESCOAMENTOS EM CANAIS DE FUNDO
RUGOSO**

JOINVILLE

2024

BRUNA FERNANDA SOARES

**MODELAGEM DE TURBULÊNCIA DE ESCOAMENTOS EM CANAIS DE FUNDO
RUGOSO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Leonardo Romero Monteiro

JOINVILLE

2024

Soares, Bruna Fernanda

Modelagem de turbulência de escoamentos em canais de fundo rugoso / Bruna Fernanda Soares. - 2024.

96 p.

Orientador: Leonardo Romero Monteiro.

Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Joinville, 2024.

1. Dinâmica dos fluidos computacional. 2. Domínio tridimensional. 3. Lei Logarítmica da Parede. 4. Detached Eddy Simulation. 5. Escoamento com superfície livre. I. Monteiro, Leonardo Romero . II. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Título.

BRUNA FERNANDA SOARES

**MODELAGEM DE TURBULÊNCIA DE ESCOAMENTOS EM CANAIS DE FUNDO
RUGOSO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Leonardo Romero Monteiro

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Leonardo Romero Monteiro
UDESC

Membros:

Prof. Dr. Leonardo Romero Monteiro
Orientador - UDESC

Profa. Dra. Fernanda Perazzolo Disconzi
Membra Interna - UDESC

Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini
Membra Externa - UFRGS

Joinville, 23 de fevereiro de 2024

À minha família, razão de tudo.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Leonardo Romero Monteiro, pela oportunidade, apoio, orientação e incentivo nessa jornada. Sua dedicação como professor e pesquisador é inspiração e orgulho.

À Universidade Estadual de Santa Catarina, ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, professores e demais membros da comunidade acadêmica por construírem uma universidade pública de qualidade. É uma honra fazer parte dessa história.

Aos membros da banca avaliadora, Profa. Dra. Edith Beatriz Camaño Schettini e Profa. Dra. Fernanda Perazzolo Disconzi, por aceitarem o convite e pelas suas contribuições que enriqueceram este trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro.

Aos membros do Laboratório de Ciência das Águas (LaCiA) que eu tive o prazer de conviver e trabalhar durante esses dois anos. Obrigada pelas inúmeras histórias, risadas, fofocas e cafés. Em especial, a aluna de iniciação científica Mariana de Cesaro pela contribuição nessa pesquisa.

À minha mãe, Rosane, por ter me ensinado tanto sobre dedicação e responsabilidade; e por sempre ter lutado para que eu tivesse acesso a um ensino público de qualidade. Essa é mais um conquista nossa!

Ao meu companheiro, Lucas, pelo apoio desde a decisão de ingressar no mestrado no meio de uma pandemia até a conclusão desse trabalho, sempre acreditando na realização dos sonhos e me encorajando. Obrigada por me mostrar o mundo além do que meus olhos enxergam e por me ensinar tanto.

RESUMO

Na engenharia, problemas relacionados a escoamentos turbulentos em canais influenciados por superfícies sólidas são comuns. A hidráulica clássica possui teorias consolidadas relacionadas à média de escoamentos, que são usualmente empregadas no cálculo de escoamento em canais em problemas práticos de engenharia. Assim, permanecem sendo utilizadas abordagens empíricas ou semi-empíricas aplicando coeficientes de resistência como Manning, Chézy e Darcy–Weisbach, apesar do avanço da dinâmica dos fluidos computacional e dos modelos 3D. O desenvolvimento contínuo dos computadores e das técnicas numéricas permitem, atualmente, estudos detalhados da física da turbulência e das regiões próximas à parede. A presente pesquisa tem como objetivo geral desenvolver uma formulação numérica de escoamentos em canais com superfície livre e de fundo rugoso, com modelagem de turbulência para domínios tridimensionais. A metodologia proposta desenvolveu modificações no código SuLi-LS (Simulador de Escoamentos com Superfície Livre com Level Set), que é baseado nas equações de Navier-Stokes, da continuidade para fluidos incompressíveis e no Método *Level Set*, considerando a composição bifásica de escoamento, água-ar, com superfície livre. Foi implementado o modelo de turbulência *Detached Eddy Simulation*, incluindo o cálculo da energia cinética de turbulenta por uma Equação Diferencial Parcial. Os efeitos da rugosidade de fundo foram modelados a partir da aplicação da condição de contorno *semi-slip*, baseada na Lei Logarítmica da Parede. O código foi aplicado a dois tipos de escoamento em canais para comparação com dados experimentais publicados. No caso de um escoamento com fundo plano, foram obtidos bons resultados com a modelagem de turbulência e da rugosidade de fundo. Já para um escoamento sobre degrau, o modelo apresentou limitações e algumas sugestões de adequação do código foram apontadas para trabalhos futuros, a fim de superar estas deficiências. A partir da comparação dos resultados provenientes do modelo de turbulência *Detached Eddy Simulation* com o modelo clássico Smagorinsky-Lilly, não foram observadas expressivas diferenças quando os coeficientes dos modelos de turbulência estavam devidamente calibrados, não sendo possível de indicar um código mais adequado para os casos testados. A pesquisa apresenta-se, portanto, como parte do processo de desenvolvimento das técnicas de modelagem de turbulência e de rugosidade em canais abertos, em que ainda existe escassez de trabalhos publicados.

Palavras-chave: Dinâmica dos fluidos computacional. Domínio tridimensional. Lei Logarítmica da Parede. *Detached Eddy Simulation*. Escoamento com superfície livre.

ABSTRACT

In engineering, problems related to turbulent flow influenced by solid surfaces are common. Classical hydraulics application has consolidated theories related to flow based on averages that are usually employed in the calculation of channel flow in technical products. Thus, empirical or semi-empirical approaches continue to be used, applying resistance coefficients such as Manning, Chézy, and Darcy–Weisbach, despite the advancement of Computational Fluid Dynamics and 3D models. The continuous development of computers and numerical techniques allows for detailed studies of turbulence physics and near-wall regions. The present research aimed to develop a numerical formulation of flow domains in channels with free surface and rough bottom, incorporating turbulence modeling for three dimensions. The proposed methodology involved modifications to the SuLi code, which is based on the Navier-Stokes equations, continuity equation for incompressible fluids and Level Set method, considering multiphase flow, air-water. The Detached Eddy Simulation turbulence model was implemented, including the addition of turbulent kinetic energy calculation through a Partial Differential Equation. The effects of bottom roughness were modeled by applying the semi-slip boundary condition, based on the Logarithmic Law of the Wall. The code was applied to two types of flow for comparison with published experimental data. In the case of a flow over a flat bed, good results were obtained with turbulence modeling and bottom roughness. However, for the case of a backward facing step, the model exhibited limitations, and some suggestions for code adjustment were pointed out for future work to overcome these deficiencies. Upon comparing the results from the Detached Eddy Simulation turbulence model with the classical Smagorinsky-Lilly model, no expressive differences were observed when the turbulence model coefficients were properly calibrated, not turning possible to point out a more suitable code for the cases tested. The research presents itself as part of the development process of turbulence and roughness modeling techniques in open channels, where still exists scarcity of published works.

Keywords: Computational Fluid Dynamics. Tridimensional Domain. Logarithmic Law of the Wall. Detached Eddy Simulation. Free surface flow.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Condições de escoamentos em função da velocidade média, \bar{U} e profundidade, Y	27
Figura 2 – Desenvolvimento da camada limite sobre uma superfície plana.	31
Figura 3 – Esquema de escoamento turbulento hidraulicamente (a) liso e (b) rugoso. . .	32
Figura 4 – Estrutura de um sistema de simulação CFD.	39
Figura 5 – Classificação dos métodos de discretização espacial quanto a flexibilidade e precisão.	41
Figura 6 – Relação entre consistência, convergência e estabilidade.	46
Figura 7 – Espectro de energia de turbulência em função do número de onda k_w , com indicação da faixa de aplicação de DNS, LES e RANS.	49
Figura 8 – Fluxograma das etapas de pesquisa.	54
Figura 9 – Fluxograma de desenvolvimento do modelo matemático do código SuLi. . .	56
Figura 10 – Sistema cartesiano de malhas com arranjo deslocado: a) referente ao plano (x,z) ; b) referente aos planos (y,z) . A letra q representa uma variável escalar genérica.	61
Figura 11 – Esquema do domínio de cálculo utilizado para comparação com o experimento GS_H128 de Zampiron <i>et al.</i> (2022).	71
Figura 12 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron <i>et al.</i> (2022), com condição de contorno de não deslizamento (<i>no-slip</i>) no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo Smagorinsky-Lilly.	74
Figura 13 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron <i>et al.</i> (2022), com condição de contorno de não deslizamento (<i>no-slip</i>) no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo DES.	74
Figura 14 – Distribuição de velocidade inicial na seção transversal com (a) condição de contorno de não deslizamento e (b) condição de contorno <i>semi-slip</i>	76
Figura 15 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano baseado no experimento de Zampiron <i>et al.</i> (2022), com condição de contorno <i>semi-slip</i> no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo Smagorinsky-Lilly.	77
Figura 16 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano baseado no experimento de Zampiron <i>et al.</i> (2022), com condição de contorno <i>semi-slip</i> no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo DES. . .	77
Figura 17 – Distribuição da energia cinética turbulenta no modelo DES com a condição de contorno <i>semi-slip</i>	79

Figura 18 – Campo de velocidade do escoamento com fundo plano das simulações com (a-d) condição de contorno de não deslizamento e (e-h) condição de contorno <i>semi-slip</i>	80
Figura 19 – Esquema do domínio de cálculo utilizado para comparação com o experimento T1 de Van Rijn (1980).	81
Figura 20 – Perfil de velocidade horizontal de canal com degrau baseado no experimento de Van Rijn (1980), para simulações com modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly e DES.	83
Figura 21 – Campo de velocidade do escoamento sobre degrau das simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$). .	85
Figura 22 – Gráfico de vetores de velocidade do escoamento sobre degrau das simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$). .	86
Figura 23 – Campo de vorticidade do escoamento sobre degrau para simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$). .	87

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Figuras-chave no desenvolvimento inicial da hidráulica.	23
Quadro 2 – Significados físicos dos diferentes termos no estudo de movimento dos fluidos.	35
Quadro 3 – Diferenças entre convecção e difusão.	36
Quadro 4 – Resumo e comparação de tipos de modelos hidrodinâmicos.	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	Condição de contorno
CCT	Centro de Ciências Tecnológicas
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i> / Dinâmica dos Fluidos Computacional
DES	<i>Detached-eddy simulation</i> / Simulação de escalas separadas
DNS	<i>Direct numerical simulation</i> / Simulação numérica direta
IBM	<i>Imerse Boundary Method</i> / Método das Fronteiras Imersas
FDM	<i>Finite difference method</i> / Método das diferenças finitas
FVM	<i>Finite volume method</i> / Método dos volumes finitos
FEM	<i>Finite element method</i> / Método dos elementos finitos
LBM	<i>Lattice-Boltzmann method</i> / Método de Lattice-Boltzmann
LaCiA	Laboratório de Ciência das Águas
LES	<i>Large Eddy Simulation</i> / Simulação de grande escala
LES-NWM	<i>Large-Eddy Simulation with Near-Wall Modelling</i> / Simulação de Grande Escala com Modelagem Próxima a Parede
LES-NWR	<i>Large Eddy Simulation With Near-Wall Resolution</i> / Simulação de Grande Escala com Resolução Próxima a Parede
RANS	<i>Reynolds Average Navier Stokes</i> / Navier Stokes por Médias de Reynolds
SuLi	Simulador de Escoamentos com Superfície Livre
UDESC	Universidade do Estado de Santa Catarina
VC	Volume de controle
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional
3D	Tridimensional

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área molhada [m^2]
B	Largura do canal [m]
c	Variável genérica [–]
C	Coefficiente de Chézy [–]
C_D	Coefficiente de arrasto [–]
C_{DES}	Constante do modelo DES [–]
C_s	Coefficiente de Smagorinsky [–]
C_ε	Constante da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta [–]
C_μ	Constante da viscosidade turbulenta [–]
C^+	Constante de integração [–]
Er	Erro absoluto [–]
f	Fator de atrito de Darcy [–]
F	Função genérica [–]
Fk	Derivada temporal da energia cinética turbulenta [m/s^2]
Fr	Número de Froude [–]
F_x	Derivada temporal do campo de velocidade não corrigida na direção x [m/s^2]
F_y	Derivada temporal do campo de velocidade não corrigida na direção y [m/s^2]
F_z	Derivada temporal do campo de velocidade não corrigida na direção z [m/s^2]
g	Aceleração devido a gravidade [m/s^2]
\mathbf{g}	Vetor aceleração devido a gravidade [m/s^2]
h	Altura de escoamento da seção [m]
H	Profundidade média do escoamento [m]
H_m	Altura hidráulica ou altura média [m]
\mathcal{H}	Função Heaviside suave [–]
I	Intensidade de turbulência [%]
k	Energia cinética turbulenta [m^2/s^2]
k_s	Rugosidade da areia [m]
k_s^+	Rugosidade característica adimensional [–]
k_w	Número de onda [m^{-1}]
l	Escala de comprimento turbulenta [m]

L	Dimensão do comprimento [m]
n	Coefficiente de Manning $[-]$
N	Número total de elementos da malha $[-]$
p	Pressão [N/m^2]
P_k	Produção da energia cinética turbulenta [W/m^3]
P_m	Perímetro molhado [m]
q	Variável escalar genérica $[-]$
Q	Vazão [m^3/s]
R_h	Raio hidráulico [m]
Re	Número de Reynolds $[-]$
Re_b	Número de Reynolds da rugosidade $[-]$
S_b	Inclinação do fundo do canal [m/m]
S_{ij}	Tensor taxa de deformação [s^{-1}]
t	Tempo [s]
u	Componente da velocidade na direção x [m/s]
\tilde{u}	Componente da velocidade não corrigida na direção x [m/s]
u'	Componente flutuante da velocidade na direção x [m/s]
u_*	Componente da velocidade de cisalhamento na direção x [m/s]
u^+	Velocidade adimensional $[-]$
U	Velocidade global [m/s]
U_0	Velocidade constante [m/s]
\bar{U}	Velocidade média na seção [m/s]
\bar{U}_e	Velocidade média experimental [m/s]
\bar{U}_s	Velocidade média simulada [m/s]
v	Componente da velocidade na direção y [m/s]
\tilde{v}	Componente da velocidade não corrigida na direção y [m/s]
v'	Componente flutuante da velocidade na direção y [m/s]
v_*	Componente da velocidade de cisalhamento na direção y [m/s]
\mathbf{V}	Vetor velocidade [m/s]
$\tilde{\mathbf{V}}$	Vetor velocidade não corrigida [m/s]
\mathbf{V}'	Vetor velocidade flutuante [m/s]

V_0	Volume inicial [m^3]
V_v	Volume calculado [m^3]
w	Componente da velocidade na direção z [m/s]
\tilde{w}	Componente da velocidade não corrigida na direção z [m/s]
w'	Componente flutuante da velocidade na direção z [m/s]
x	Coordenada horizontal longitudinal do plano cartesiano [m]
\mathbf{x}	Vetor posição de um ponto do domínio [m]
\mathbf{x}_Γ	Vetor posição de um ponto da interface [m]
y	Coordenada horizontal transversal do plano cartesiano [m]
y^+	Distância adimensional [$-$]
Y	Altura d'água [m]
z	Coordenada vertical do plano cartesiano [m]
z_0	Altura da rugosidade [m]
α	Fator de resistência do escoamento [$-$]
β	Constante [$-$]
γ	Constante [$-$]
δ	Espessura da camada limite [m]
δ_0	Espessura da subcamada viscosa (camada limite) [m]
δ_t	Espessura da camada de transição (camada limite) [m]
δ_m	Espessura da camada mista (camada limite) [m]
δ_N	Metade do número de células para representar a interface [m]
Δ	Discretização espacial [m]
Δx	Discretização espacial na direção x [m]
Δy	Discretização espacial na direção y [m]
Δz	Discretização espacial na direção z [m]
Δ_g	Tamanho representativo da malha [m]
Δt	Discretização temporal [s]
ε	Taxa de dissipação da energia cinética turbulenta [m^2/s^3]
κ	Constante de Kármán [$-$]
λ	Comprimento de onda [m]
μ	Viscosidade dinâmica [m^2/s]

μ_t	Viscosidade dinâmica turbulenta [m^2/s]
ν	Viscosidade cinemática [m^2/s]
ν_t	Viscosidade cinemática turbulenta [m^2/s]
ϕ	Função distância [m]
ρ	Massa específica [kg/m^3]
σ_k	Número de Prandtl da energia cinética turbulenta [—]
σ_ϵ	Número de Prandtl da taxa de dissipação [—]
τ	Tensão de cisalhamento [N/m^2]
τ_b	Tensão de cisalhamento de fundo [N/m^2]
τ_k	Escala de tempo de dissipação [s]
χ	Passo de tempo fictício [s]
ψ_{DES}	Função de ativação do termo da parede no modelo DES [—]
ω	Frequência de turbulência [s^{-1}]

SUBÍNDICES

b	Referente ao fundo do canal (<i>bottom</i>)
i	Ordinal referente ao eixo x
j	Ordinal referente ao eixo y
k	Ordinal referente ao eixo z
x	Referente ao eixo x
y	Referente ao eixo y
z	Referente ao eixo z

SUPRA-ÍNDICES

n	Referente ao tempo
m	Referente ao método Runge-Kutta

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	18
1.1	JUSTIFICATIVA	19
1.2	OBJETIVOS	21
1.2.1	Objetivo Geral	21
1.2.2	Objetivos Específicos	21
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	21
2	REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1	ESCOAMENTO EM CANAIS	22
2.1.1	Parâmetros geométricos	24
2.1.2	Tipos de escoamento	25
2.2	EFEITOS DAS SUPERFÍCIES SÓLIDAS	27
2.2.1	Equações de resistência	27
2.2.2	Teoria da camada limite e tensão de cisalhamento	30
2.3	ANÁLISE DIFERENCIAL DE ESCOAMENTO DE FLUIDO INCOMPRES- SÍVEL	34
2.4	DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL	37
2.4.1	Dimensionalidade dos modelos matemáticos	39
2.4.2	Discretização	40
2.4.2.1	<i>Discretização espacial</i>	41
2.4.2.1.1	Método das diferenças finitas	42
2.4.2.1.2	Método dos volumes finitos	43
2.4.2.1.3	Método dos elementos finitos	43
2.4.2.1.4	Método de Lattice-Boltzmann	44
2.4.2.2	<i>Discretização temporal</i>	44
2.4.2.2.1	Método explícito	44
2.4.2.2.2	Método implícito	45
2.4.2.2.3	Método semi-implícito	45
2.4.3	Propriedades dos métodos numéricos	45
2.4.4	Modelos de turbulência	47
2.4.4.1	<i>Modelo da energia cinética turbulenta</i>	51
2.4.4.2	<i>Modelo $k - \epsilon$</i>	52
3	METODOLOGIA MATEMÁTICA E NUMÉRICA	54
3.1	SIMULADOR DE ESCOAMENTOS COM SUPERFÍCIE LIVRE	54
3.2	MODELO MATEMÁTICO	57
3.2.1	Equações de Navier-Stokes e da continuidade	57

3.2.2	Interface - Método Level Set	58
3.2.3	Modelos de turbulência	59
3.2.3.1	<i>Modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly</i>	59
3.2.3.2	<i>Detached Eddy Simulation (DES)</i>	60
3.3	MODELO NUMÉRICO	60
3.3.1	Esquema para as equações de Navier-Stokes	61
3.3.2	Esquema para o Level Set	65
3.3.3	Esquema para os modelos de turbulência	65
3.3.3.1	<i>Modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly</i>	65
3.3.3.2	<i>Detached Eddy Simulation (DES)</i>	66
3.3.3.2.1	Energia cinética turbulenta	66
3.3.3.2.2	Viscosidade turbulenta	68
4	APLICAÇÕES E RESULTADOS	69
4.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	69
4.2	ESCOAMENTO COM FUNDO PLANO	71
4.2.1	Domínio de cálculo e condições de contorno	71
4.2.2	Resultados e discussão	73
4.3	ESCOAMENTO SOBRE DEGRAU	81
4.3.1	Domínio de cálculo e condições de contorno	81
4.3.2	Resultados e discussão	82
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	88
5.1	RECOMENDAÇÕES	90
	REFERÊNCIAS	91

1 INTRODUÇÃO

Ferziger, Peric e Street (2020) descrevem que o escoamento de fluidos pode ocorrer devido à ação de forças externas, incluindo diferenças de pressão, gravidade, cisalhamento, rotação e tensão superficial. Os autores classificam essas forças como forças de superfície (*e.g.* força de cisalhamento devido ao vento soprando acima do oceano ou forças de pressão e cisalhamento criadas pelo movimento de uma superfície sólida) e forças do corpo (*e.g.* gravidade e forças induzidas por rotação).

Os escoamentos em canais, também denominados escoamentos em canais abertos ou em condutos livres, são caracterizados pela presença de uma superfície livre submetida a pressão atmosférica e limitado por uma superfície sólida (ou parede) nas laterais e no fundo, segundo Chow (1959). Entre os desse tipo estão os escoamentos naturais, como os da água em rios ou inundações, ou os projetados, como em sistemas de drenagem ou irrigação, conforme exemplificam Çengel e Cimbala (2012).

Segundo Çengel e Cimbala (2012), estudos apontam que um fluido em movimento para totalmente na superfície, criando uma condição de não deslizamento no contato. Assim, ao limitar o escoamento, essa superfície sólida dá origem a uma camada limite, onde a velocidade muda perpendicularmente a própria superfície variando de nula na parede para o seu valor de escoamento livre (Chow, 1959; Çengel; Cimbala, 2012). Na maioria dos casos, a velocidade também varia na direção do escoamento principal, assim, tornando tridimensional a distribuição do escoamento e da velocidade em canais abertos. Contudo, muitas vezes na prática da engenharia, as condições hidráulicas são definidas em termos da velocidade média em uma seção transversal do canal, tornando o problema unidimensional (Çengel; Cimbala, 2012), mas com complexidade tridimensional.

A condição de não deslizamento na parede gera uma tensão de cisalhamento que varia ao longo de perímetro molhado e oferece resistência ao escoamento (Çengel; Cimbala, 2012). O aumento do atrito faz com que o escoamento se torne mais profundo e mais lento, com consequências para o perigo de inundação, para o habitat aquático, e para o transporte do material de leito (Ferguson, 2010). A intensidade dessa resistência depende da viscosidade do fluido e dos gradientes de velocidade que se formam a partir da superfície sólida (Çengel; Cimbala, 2012). Na hidráulica tradicional, a influência da rugosidade da superfície sólida é catalogada na forma de um coeficiente de rugosidade baseado em dados empíricos obtidos de uma ampla gama de observações de campo e de laboratório, como apresentado por Chow (1959). Dessa forma, os efeitos do atrito no escoamento são quantificados através de equações simples que predizem a velocidade média, o raio hidráulico (profundidade média na maioria dos rios) e a declividade do canal (Ferguson, 2010).

A maioria dos problemas práticos sobre escoamento de fluidos envolve escoamentos turbulentos, segundo Liu e Chow (2002). De acordo com os autores, o estudo de escoamentos turbulentos remete a uma longa jornada, ainda em desenvolvimento, conforme segue. Os pri-

meiros estudos sobre esse tipo de escoamento incluíam trabalhos empíricos com experimentos (*e.g.* experimento de Reynolds, 1894). Posteriormente, equações integrais de momentum foram propostas com simplificações que levavam a cálculos mais rápidos e práticos. Contudo, devido às simplificações deste método, informações sobre a estrutura da turbulência não eram consideradas, não sendo possível obter uma descrição precisa do escoamento turbulento. Para descrição de escoamentos complexos de forma mais exata, a estrutura do escoamento turbulento interno deve ser mais claramente compreendida. Nesse sentido, o método de resolução das equações diferenciais foi desenvolvido para definição de todo o campo do escoamento.

Com o avanço das ferramentas computacionais no século passado, tornou-se possível a aplicação da análise diferencial do escoamento de fluidos em canais, a partir dos princípios físicos de continuidade e conservação do momentum (equações da continuidade e Navier-Stokes). Como não há solução analítica generalizada para esse conjunto de equações devido à sua forma não linear (Yao, 2007; Fox *et al.*, 2018), são desenvolvidos esquemas numéricos capazes de obter soluções aproximadas para as equações diferenciais parciais e simular o comportamento do fluido (Liu; Chow, 2002; Hirsch, 2007; Schlichting; Gersten, 2017). As aproximações são aplicadas a domínios limitados no espaço (desconsiderando os métodos sem malha) e/ou tempo, de modo que a solução numérica fornece resultados em locais discretos no espaço e no tempo (Ferziger; Peric; Street, 2020).

A Dinâmica dos Fluidos Computacional (*Computational Fluid Dynamics* - CFD) evoluiu ao longo das décadas de uma área de pesquisa especializada para uma ferramenta poderosa, utilizada em diversos setores da indústria e aplicada por pesquisadores para estudar a própria natureza dos escoamentos de fluidos, como apresentado por Ferziger, Peric e Street (2020). Contudo, os autores ainda apontam possíveis limitações do uso dos métodos numéricos. Soluções precisas podem ser alcançadas quando as equações governantes são conhecidas, porém para muitos fenômenos (*e.g.* turbulência e escoamentos multifásicos) a solução das equações analíticas não estão disponíveis ou a solução numérica não é viável. Isto torna a introdução de modelos uma necessidade.

1.1 JUSTIFICATIVA

Um dos problemas de engenharia mais comum é o cálculo de escoamentos turbulentos que são influenciados por superfícies sólidas. O desenvolvimento de computadores potentes permite estudos mais detalhados da física da turbulência e das regiões próximas à parede (Piomelli, 2008). Contudo, pode haver limitações computacionais para aplicação de métodos de simulação direta (Liu; Chow, 2002), tendo como alternativa a utilização de modelos de turbulência (Sagaut, 2007). Além disso, condições de contorno aproximadas são empregadas de forma difundida para escoamentos ambientais e geofísicos (Piomelli, 2008), levando novamente a simplificações.

Na maioria dos escoamentos delimitados por paredes, na engenharia e nas ciências naturais, as superfícies são rugosas. A precisão na quantificação desse tipo de escoamento,

provavelmente, está entre os problemas hidráulicos mais antigos que ainda aguardam soluções adequadas (Nikora *et al.*, 2019). Apesar dos esforços significativos para avançar neste assunto, em parte considerável da aplicação da engenharia, permanecem sendo utilizadas abordagens empíricas ou semi-empíricas aplicando parâmetros de resistência como Manning, Chézy e Darcy–Weisbach (Nikora *et al.*, 2019). Lyu e Zhu (2018) estudaram o impacto do coeficiente de arrasto na intrusão de água salgada em um estuário através de um modelo associado à fórmula Chézy–Manning. Fu *et al.* (2019) avaliaram a aplicação dos coeficientes de Manning e Chézy para escoamentos superficiais propondo uma nova equação para o problema. Nikora *et al.* (2019) estudaram uma relação teórica do fator de atrito de Darcy–Weisbach para escoamentos em canais com fundo rugoso.

Esses coeficientes de resistência representam de forma simplificada os efeitos combinados de processos hidrodinâmicos complexos, integrando diferentes fatores como características do escoamento (*e.g.* turbulência), material e rugosidade do leito, geometria e declividade do canal, presença de vegetação, entre outros (Chow, 1959; Morvan *et al.*, 2008; Nikora *et al.*, 2019). Essa abordagem torna-se conveniente para aplicações práticas baseadas em modelos hidráulicos de média transversal (unidimensionais longitudinal), contudo permanece sendo amplamente empírica (Nikora *et al.*, 2019). Segundo Nikora *et al.* (2019), o uso de modelos hidráulicos unidimensionais para escoamentos tridimensionais (*e.g.* canais, rios, estuários) se mantém com altos níveis de incertezas, muitas vezes na faixa de 20-40%. Ferguson (2010) apresenta evidências que sugerem que esses equacionamentos tradicionais são moderadamente confiáveis para cálculos de largura média do escoamento em rios profundos com leitos planos de cascalho ou leitos de areia média/fina ondulada, mas não para leitos de dunas ou para escoamentos mais rasos sobre brita, paralelepípedos ou rochas. Assim, o uso dos coeficientes de resistência deve ser realizado com cautela (Ferguson, 2010).

A rugosidade tem efeitos expressivos na turbulência, modificando a coerência dos vórtices e afetando as estatísticas do escoamento; porém, muito do que se sabe sobre esses efeitos se deve a experimentos (Piomelli, 2019). Piomelli (2008) aponta que são poucos os trabalhos que estudam sobre a precisão das correções da rugosidade em modelos de turbulência que modelam a região próxima à superfície sólida. Além disso, apesar do avanço da tecnologia e dos métodos computacionais, observa-se a escassez de estudos que buscam interpretar as diferenças entre as perdas de carga relacionadas ao atrito com a rugosidade e as perdas resultantes da turbulência do escoamento. Desse modo, são motivadas novas pesquisas que busquem justificar a aplicação dos parâmetros de resistência e da representação dos efeitos da rugosidade em escoamentos turbulentos.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo Geral

Esta pesquisa tem como objetivo geral desenvolver uma formulação numérica de escoamentos em canais com superfície livre e de fundo rugoso, com modelagem de turbulência para domínios tridimensionais.

1.2.2 Objetivos Específicos

Tendo em vista o objetivo geral, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- Implementar um modelo de turbulência adequado para a representação da região próxima à parede do canal;
- Adequar um código existente para aplicação dos efeitos da rugosidade de fundo;
- Realizar a validação da ferramenta, utilizando dados experimentais oriundos de outros trabalhos.

1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente estudo está estruturado em cinco capítulos, sendo **este primeiro** dividido entre introdução, justificativa do tema abordado, objetivos e estruturação do trabalho. O **segundo capítulo** se refere à fundamentação teórica, que fornece um embasamento para entendimento dos parâmetros envolvidos nos escoamentos em canais de fundo rugoso, incluindo conceitos da hidráulica, mecânica dos fluidos e modelagem numérica de escoamentos turbulentos. O **terceiro capítulo** apresenta a metodologia de desenvolvimento das simulações, identificando as especificações do código computacional utilizado, e os modelos matemáticos e métodos numéricos aplicados. No **quarto capítulo** descreve-se os casos de aplicação do modelo proposto, sendo expostos e discutidos os resultados obtidos a partir das simulações. Por fim, o **quinto capítulo** é dedicado às conclusões da pesquisa, limitações e sugestões para futuros trabalhos na área.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo é apresentado o referencial teórico, sendo tratados os conceitos fundamentais e equacionamentos da hidrodinâmica para escoamento em canais. Além disso, também são introduzidos pontos relevantes para esta pesquisa sobre a Dinâmica dos Fluidos Computacional.

2.1 ESCOAMENTO EM CANAIS

Na hidráulica, o escoamento em condutos livres ou canais é caracterizado, principalmente, pela superfície do fluido estar submetida à pressão atmosférica, sendo a interface líquido/gás (*e.g.* água/ar) chamada de superfície livre. O comportamento do escoamento em canais abertos é regido basicamente pelos efeitos da viscosidade e da força de gravidade em relação às forças inerciais do escoamento (Graf, 1998). Os canais podem ser naturais (*e.g.* rios, córregos, estuários) ou artificiais (*e.g.* canais de irrigação, condutos de esgoto), tendo seção aberta ou fechada (Graf, 1998; Porto, 2006).

De forma geral, a hidráulica de canais naturais, também chamada de hidráulica fluvial (Dingman, 2009), apresenta propriedades irregulares, como geometria (*e.g.* diferentes larguras e profundidades para um mesmo escoamento), tipo de leito (*e.g.* pedregulhoso, sedimentar) e presença de obstáculos (*e.g.* bancos de areia, vegetação). Em alguns casos, o conhecimento empírico auxilia na compreensão analítica e teórica nesta área de conhecimento (Chow, 1959). De acordo com Dingman (2009), o entendimento da hidráulica dos escoamentos em canais está ligada a diferentes campos de estudo importantes, como por exemplo:

- A paisagem terrestre é em grande parte o resultado de processos fluviais, logo, a compreensão do escoamento em canais é uma base essencial para o estudo da geomorfologia;
- O escoamento em canais governa o movimento da água através da rede hídrica, portanto, sua compreensão é essencial para o estudo da hidrologia;
- Os organismos presentes em corpos d'água são adaptados a faixas específicas de condições de escoamento e material de leito, portanto, o conhecimento da hidráulica fluvial é a base para a compreensão da ecologia da biota aquática;
- O conhecimento da hidráulica fluvial é necessário para a interpretação de antigos depósitos fluviais de modo a fornecer informações sobre a história geológica.

A complexidade do escoamento em canais é influenciada pela suscetibilidade da posição da superfície livre às mudanças em relação ao tempo e ao espaço, e também ao fato de que a profundidade do escoamento, a vazão e as inclinações do fundo do canal e da superfície livre são interdependentes (Chow, 1959). Além disso, a rugosidade em um canal aberto varia com a posição da superfície livre e a especificação de um coeficiente de atrito em canais naturais é acompanhada por maior incerteza em comparação a tubos (Chow, 1959).

Ao longo de séculos, diversos estudiosos contribuíram para o desenvolvimento da hidráulica e da mecânica dos fluidos, propondo teorias que são utilizadas até hoje. O Quadro 1 apresenta um resumo das principais contribuições discutidas nos tópicos seguintes.

Quadro 1 – Figuras-chave no desenvolvimento inicial da hidráulica.

Autor	Contribuição	Ano	Local
Isaac Newton (1643-1727)	Desenvolveu pela primeira vez um quantitativo físico e matemático de escoamento de fluidos no Livro II do <i>Principia Mathematica</i> .	1687	Reino Unido
Antoine Chézy (1718-1798)	Desenvolveu a Fórmula de Chézy relacionando a velocidade de escoamento normal ¹ de um canal ao raio hidráulico e à inclinação do leito.	1776	França
Gaspard Riche de Prony (1755-1839)	Aluno de Chézy. Desenvolveu pela primeira vez uma equação que prevê a perda de carga devido ao atrito a partir da velocidade e da dimensão do tubo, que foi o ponto de partida para a Fórmula de Darcy-Weisbach.	1804	França
Julius Weisbach (1806-1871)	Propôs pela primeira vez a Fórmula de Darcy-Weisbach na forma utilizada atualmente.	1845	Alemanha
Henry Darcy (1803-1858)	Propôs novas relações para o coeficiente de Prony e introduziu o conceito de rugosidade relativa.	1857	França
William Froude (1810-1879)	Caracterizou a velocidade do escoamento em relação à velocidade das ondas de superfície como a razão entre as forças inerciais e as gravitacionais. O número de Froude é usado para distinguir diferentes regimes de escoamento.	1871	Reino Unido
Osborne Reynolds (1842-1912)	Desenvolveu o Número de Reynolds descrevendo a transição da forma de escoamento laminar para turbulento usando a razão entre tensões inerciais e viscosas em escoamentos em tubos.	1883	Reino Unido
Robert Manning (1816-1897)	Propôs que o coeficiente de Chézy C aumente aproximadamente com a raiz sexta do tamanho do canal para desenvolver o coeficiente de Manning ² , n .	1889	Irlanda
Ludwig Prandtl (1875-1953)	Introduziu o conceito de camada limite: o efeito viscoso domina em uma pequena região nas bordas de um escoamento em contato com um sólido estacionário.	1904	Alemanha

(continua)

Autor	Contribuição	Ano	Local
Ludwig Prandtl (1875-1953)	Desenvolveu a hipótese do comprimento de mistura e propôs um modelo algébrico de turbulência.	1925	Alemanha
Joseph Smagorinsky (1875-1953)	Propôs o primeiro modelo de tensão por filtro submalha (<i>Subfilter-scale Stress Model</i>) para simulações de grande escala (LES), que também forma a base para vários dos modelos mais avançados.	1963	Estados Unidos

(conclusão)

- ¹ Escoamento normal: uniforme, permanente e sem interferências de singularidades a montante ou jusante.
- ² Outros autores teriam sugerido individualmente diferentes formas simplificadas da fórmula de Manning, como apresentado por Chow (1959), contudo a teoria é usualmente atribuída a Robert Manning.

Fonte: Adaptado de Chow (1959), Pope (2000), Smith, Cox e Bracken (2007).

2.1.1 Parâmetros geométricos

Considerando a variabilidade das seções de canais, uma série de parâmetros são utilizados para descrever geometricamente uma seção e o perfil longitudinal do canal. Os parâmetros geométricos comumente considerados são:

- Área molhada (A): área da seção transversal do escoamento, normal à direção do fluxo;
- Perímetro molhado (P_m): comprimento da parte da fronteira sólida da seção transversal do canal (paredes e fundo) em contato com o líquido;
- Raio hidráulico (R_h): relação entre a área molhada e o perímetro molhado ($R_h = A/P_m$);
- Altura d'água (Y): distância vertical do ponto mais baixo da seção do canal até a superfície livre;
- Altura de escoamento da seção (h): altura do escoamento medida perpendicularmente ao fundo do canal;
- Largura do topo (B): largura da seção transversal do canal na superfície livre;
- Altura hidráulica ou altura média (H_m): razão entre a área molhada e a largura do topo ($H_m = A/B$);
- Declividade de fundo (S_b): declividade longitudinal do canal (inclinação do fundo em relação à horizontal).

2.1.2 Tipos de escoamento

Considerando as variações das características hidráulicas em relação ao tempo e ao espaço, os escoamentos em canais podem ser classificados em diferentes tipos. A descrição desses tipos pode ser encontrada em diversas literaturas, como Chow (1959) e Porto (2006), conforme apresentado a seguir.

Em relação ao comportamento com o tempo, os escoamentos podem ser permanentes ou não permanentes. O escoamento é permanente se a velocidade em um determinado ponto da corrente permanece, em módulo e direção, invariável no tempo. Nesse caso, outros parâmetros hidráulicos em uma mesma seção transversal também permanecem constantes, como profundidade e vazão. Caso haja variação da velocidade com o passar do tempo, o escoamento é não permanente.

Já em relação ao desenvolvimento espacial, os escoamentos são enquadrados como uniformes ou variados. No escoamento uniforme há a permanência dos parâmetros hidráulicos (*e.g.* perímetro molhado e altura d'água) para diferentes seções do canal. Caso contrário, trata-se de um escoamento variado que pode ser gradual ou brusco, dependendo da velocidade com que essa variação aconteça.

Ainda do ponto de vista classificatório, o comportamento do escoamento em canais aberto é governado por diferentes parâmetros, principalmente relacionados à força de inércia, da gravidade, de pressão e de atrito. Dependendo do efeito da força viscosa em relação à força inercial, o escoamento pode ser laminar, turbulento ou em transição:

- Escoamento laminar: quando o efeito da viscosidade predomina no comportamento do fluido;
- Escoamento turbulento: regime em que a força viscosa é mais fraca em relação à força inercial, permitindo que parte da energia do escoamento seja utilizada na criação, desenvolvimento e decaimento dos vórtices, e conseqüente dissipação por atrito viscoso entre partículas adjacentes. Logo, há uma constante flutuação da velocidade, o que torna a velocidade global do escoamento a soma da velocidade média temporal com a velocidade flutuante;
- Escoamento em transição: condição entre o escoamento laminar e turbulento, que gera um escoamento instável, não sendo possível de defini-lo como escoamento laminar ou turbulento.

Essa relação entre a força de inércia e a força viscosa pode ser representada pelo Número de Reynolds (Re), dado por:

$$Re = \frac{\bar{U}R_h}{\nu}, \quad (1)$$

sendo \bar{U} a velocidade média na seção, R_h o raio hidráulico, e ν a viscosidade cinemática do fluido. Para canais, o regime do escoamento é classificado de acordo com o Número de Reynolds, como:

$$\begin{aligned} Re < 500 & \quad \text{Escoamento laminar,} \\ 500 < Re < 2000 & \quad \text{Escoamento em transição,} \\ Re > 2000 & \quad \text{Escoamento turbulento.} \end{aligned} \quad (2)$$

O efeito da gravidade sobre as condições do escoamento é representado pela relação entre as forças inerciais e as forças gravitacionais, dado pelo número de Froude (Fr):

$$Fr = \frac{\bar{U}}{\sqrt{gL}}, \quad (3)$$

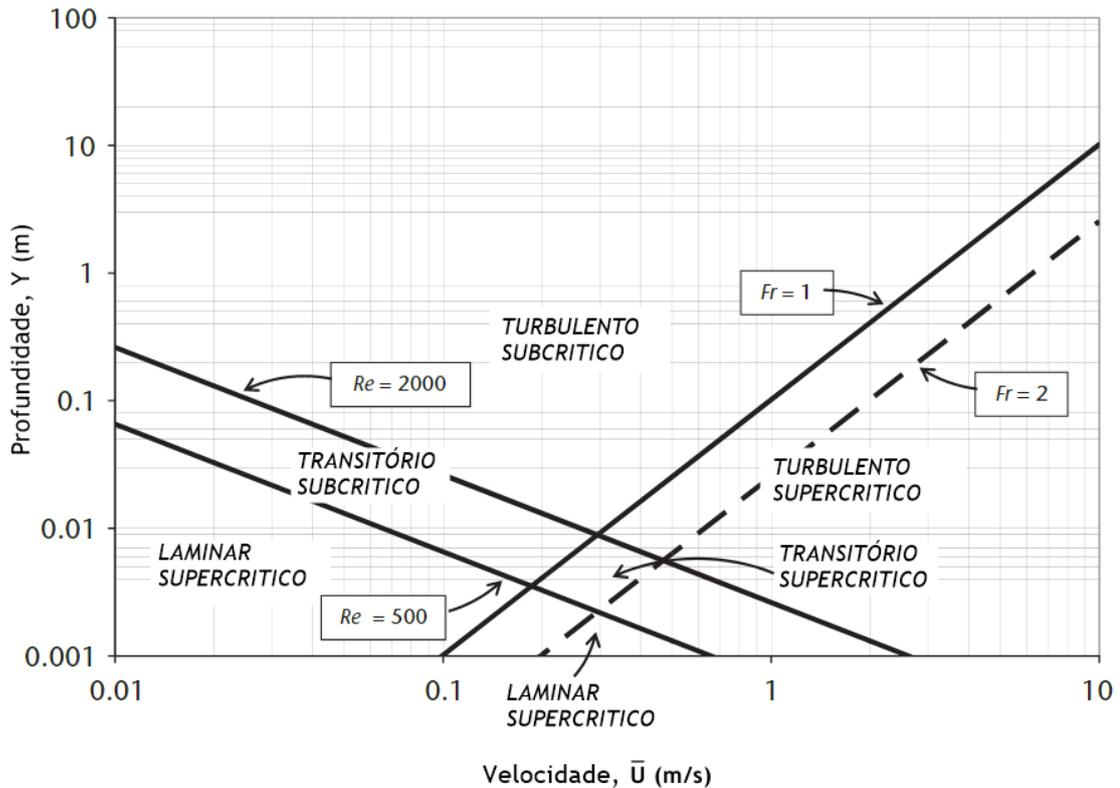
onde g é a aceleração da gravidade e L é uma dimensão geométrica característica, definida usualmente como a altura hidráulica da seção (H_m) ou o raio hidráulico (R_h). A partir de Fr o escoamento é classificado como:

$$\begin{aligned} Fr < 1 & \quad \text{Subcrítico ou fluvial,} \\ Fr = 1 & \quad \text{Crítico,} \\ Fr > 1 & \quad \text{Supercrítico ou torrencial.} \end{aligned} \quad (4)$$

Essa relação evidencia que o escoamento em canal é dominado pelas forças inerciais no escoamento supercrítico e pelas forças gravitacionais no escoamento subcrítico. Os tipos de escoamento também podem ser representado a partir de um diagrama de relação entre a velocidade média, \bar{U} e a profundidade, Y (Figura 1). A maioria dos escoamentos fluviais estão no estado turbulento ($Re > 2000$) e no regime subcrítico ($Fr < 1$) (Dingman, 2009).

Quando o número de Froude se aproxima de 1, a superfície da água se torna ondulada, afetando as condições a montante, e um escoamento estritamente uniforme não pode ocorrer (Dingman, 2009; Çengel; Cimbala, 2012). Já em um escoamento com altas velocidades ($Fr > 1$), as forças inerciais são dominantes e ondas pronunciadas estão presentes (Chow, 1959; Dingman, 2009). De modo geral, uma onda de superfície viaja a montante quando $Fr < 1$, é transportada a jusante quando $Fr > 1$, e se torna estacionária quando $Fr = 1$ (Çengel; Cimbala, 2012). Além disso, a velocidade da onda de superfície aumenta com a profundidade do escoamento Y , fazendo com que um distúrbio de superfície se propague muito mais rápido em canais profundos do que em canais rasos (Çengel; Cimbala, 2012).

Figura 1 – Condições de escoamentos em função da velocidade média, \bar{U} e profundidade, Y .



Fonte: Adaptado de Dingman (2009).

Apesar do equacionamento apresentado nesse capítulo considerar a velocidade média da seção, é importante destacar que as velocidades das várias partes do fluido não estão uniformemente distribuídas na seção do canal. Assim, conforme Porto (2006), os perfis de velocidades em canais naturais dependem da geometria da seção, e estão relacionados à presença da superfície livre e às tensões de cisalhamento no fundo e nas paredes.

2.2 EFEITOS DAS SUPERFÍCIES SÓLIDAS

O escoamento em canais abertos possui várias das suas características atribuídas aos efeitos das superfícies sólidas (laterais e fundo) no fluido. O contato entre o fluido e a superfície sólida cria a condição de não deslizamento, sendo nula a velocidade no ponto de contato fluido-superfície (Le Mehaute, 1976; Roberson; Crowe, 1993; Çengel; Cimbala, 2012).

2.2.1 Equações de resistência

A velocidade média de um escoamento uniforme turbulento em um canal pode ser calculada seguindo a formulação geral:

$$\bar{U} = \alpha(R_h)^\beta (S_b)^\gamma, \quad (5)$$

onde \bar{U} é a velocidade média na seção, R_h é o raio hidráulico, S_b a declividade longitudinal do canal, α um fator de resistência do escoamento e β e γ expoentes (Chow, 1959). Nota-se que a velocidade média é um parâmetro característico de escoamentos 1D, visto que as variações transversais da velocidade não são explicitadas. Na aplicação da equação 5, diferentes abordagens empíricas são comumente utilizadas para representação da perda de carga do escoamento em função de parâmetros geométricos ou da rugosidade do fundo e das paredes do canal (Chow, 1959; Porto, 2006), como:

- $\alpha = C$ e $\beta = \gamma = 1/2$, sendo C o coeficiente de Chézy;
- $\alpha = 1/n$, $\beta = 2/3$ e $\gamma = 1/2$, sendo n o coeficiente de Manning;
- $\alpha = (8g/f)^{1/2}$ e $\beta = \gamma = 1/2$, sendo f o fator de atrito de Darcy-Weisbach e g a aceleração da gravidade.

Para o dimensionamento de canais, o engenheiro francês Antoine Chézy (1718-1798) foi o primeiro a propor na forma de publicação científica, em 1769, uma relação entre a velocidade do escoamento e forças de resistência relacionadas a superfícies sólidas do contorno (Chow, 1959; Dingman, 2009). O valor do coeficiente de Chézy, C , varia de aproximadamente 30 para canais pequenos com superfícies rugosas até 90 para canais grandes com superfícies lisas (Çengel; Cimbala, 2012). Na prática, C é tratado como adimensional de modo que tenha o mesmo valor numérico em todos os sistemas de unidade (Dingman, 2009).

Muitas tentativas foram feitas para determinar o valor de C , conforme Chow (1959). Stefanyshyn, Khodnevich e Korbutiak (2021) apresentam um revisão de estudos empíricos e semi-empíricos relacionados a determinação da resistência hidráulica de canais fluviais. Os autores listam uma série de fórmulas que relacionam o coeficiente C com as dimensões do canal, inclinação do escoamento, tamanho e características da rugosidade de fundo, ou o coeficiente n .

A equação 5 aplicando o coeficiente n , datada de 1889 e atribuída ao engenheiro irlandês Robert Manning (1816-1897), é comumente utilizada. A associação entre as formulações de Chézy e Manning é usualmente expressa por:

$$C = \frac{1}{n} R_h^{1/6}. \quad (6)$$

A literatura dispõe de diversos valores do coeficiente de Manning, n , para diferentes condições de canais artificiais e naturais (e.g. Tabela 5-6 de Chow (1959)). Por serem valores

determinados experimentalmente, há uma incerteza considerável, podendo ser de 20% ou mais, particularmente em canais naturais em que as características são singulares (Çengel; Cimbala, 2012). A dimensionalidade de n é discutida por Chow (1959) e, como cita o autor, alguns autores preferem tratar o coeficiente como adimensional como forma de simplificação.

Diferentes métodos podem ser aplicados para a determinação de um coeficiente de Manning para toda a seção transversal do canal, ou considerando subseções e aplicando o princípio da superposição (Çengel; Cimbala, 2012). De acordo com Chow (1959), alguns fatores são significantes na determinação desse coeficiente: rugosidade da superfície; vegetação; irregularidade do canal; alinhamento do canal; assoreamento e limpeza; obstruções; tamanho e forma do canal; profundidade e vazão; mudanças sazonais; material suspenso e depósito do leito.

Já o equacionamento de Darcy-Weisbach foi desenvolvido originalmente para escoamento em tubos e homenageia o engenheiro francês Henry Darcy (1803-1858) e o engenheiro alemão Julius Weisbach (1806-1871) que contribuíram fortemente com seu desenvolvimento (Dingman, 2009; Çengel; Cimbala, 2012). O fator de atrito de Darcy-Weisbach é comumente aplicado para expressar a resistência em canais abertos bem como em tubos (Graf, 1998; Dingman, 2009). No entanto, a avaliação do fator de atrito de Darcy-Weisbach em canais naturais também torna-se uma questão complexa devido às variáveis envolvidas (Smith; Cox; Bracken, 2007).

Para uma determinada forma de canal e rugosidade, $(8g/f)^{1/2}$ é constante e igual ao C de Chézy. Observa-se uma diferença importante entre os coeficientes: f descreve a resistência ao fluxo (que aumenta com a rugosidade da superfície de contato), enquanto C descreve o transporte ou condutância escoamento (e diminui com rugosidade) (Smith; Cox; Bracken, 2007). De acordo com Nikora *et al.* (2019), há um crescente consenso que para aplicações hidráulicas o fator de atrito f é, em geral, preferível.

A seleção dos coeficientes de atrito está sujeita a maior incerteza para canal aberto do que para tubos (Smith; Cox; Bracken, 2007). De modo geral, para que a equação 5 seja de uso prático, é necessário haver uma descrição aceitável do coeficiente de rugosidade (Smith; Cox; Bracken, 2007). Contudo, uma das principais dificuldades em aplicar esses coeficientes é a não uniformidade dos canais naturais, com a variação do perímetro molhado e da rugosidade ao longo do escoamento (Chow, 1959).

Morvan *et al.* (2008) descrevem uma série de equacionamentos que aplicam os coeficientes de resistência em modelos 1D e 2D, apontando a diferença entre os casos. O modelo 1D utiliza esses coeficientes na representação da tensão de cisalhamento exercida por todo o limite do escoamento (parede lateral e fundo), enquanto um modelo 2D pode aplicá-los pela integração vertical das equações de Navier-Stokes, representando a tensão de cisalhamento exercida na base de uma coluna vertical de água. Além de serem modelos de rugosidade diferentes, ainda segundo os autores, os efeitos da turbulência na perda de carga do escoamento não são explícitos na representação 1D, sendo também atribuídos ao fator de resistência através de calibração; em 2D, os efeitos da turbulência podem ser explicitamente incluídos através de termos adicionais nas equações de Navier-Stokes além do termo de atrito e, nesses casos, o fator de resistência

será diferente. Já os modelos 3D, que resolvem as equações de Navier-Stokes nas três direções espaciais, Morvan *et al.* (2008) associam a modelos da camada limite, que calculam o efeito da parede no escoamento.

2.2.2 Teoria da camada limite e tensão de cisalhamento

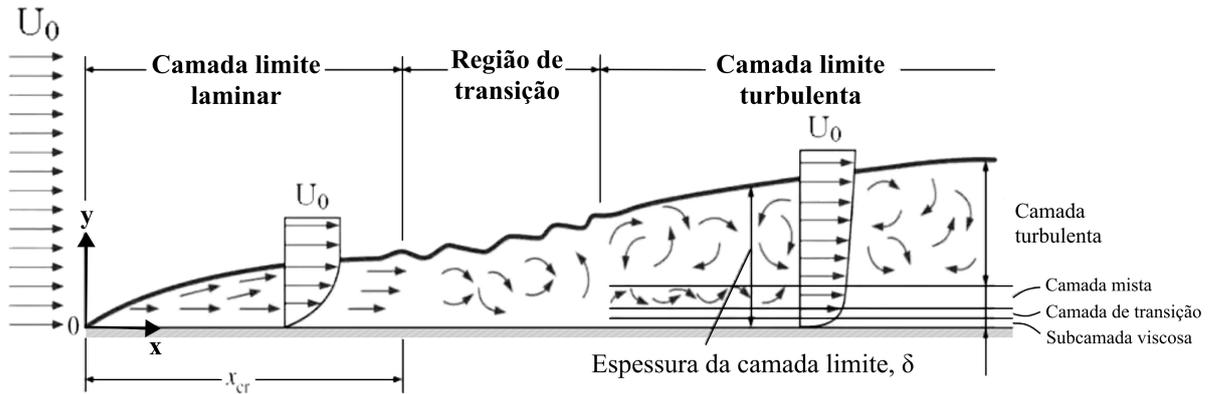
A teoria da camada limite foi proposta inicialmente por Ludwig Prandtl (1875-1953) em 1904 (Tani, 1977). Ela sugere que há uma região do escoamento próximo a superfícies sólidas em que a velocidade é alterada devido a resistência ao cisalhamento (Roberson; Crowe, 1993). Na camada limite, a velocidade é zero na parede e aumenta rapidamente para a velocidade correspondente ao escoamento sem efeito da viscosidade (Le Mehaute, 1976).

A espessura da camada limite, δ , é função de seu comprimento longitudinal x e da viscosidade ν , sendo usualmente sua distância vertical definida como a distância da superfície sólida até onde ocorre a velocidade referente a 99% da velocidade de fluxo livre (Chow, 1959; Le Mehaute, 1976; Schlichting; Gersten, 2017). Quando os efeitos viscosos perdem significância a uma determinada distância da superfície sólida, tem-se a chamada camada externa ou de fluxo livre. A partir desse ponto, o fluido se comporta próximo a um fluido ideal (não viscoso) (Le Mehaute, 1976; Roberson; Crowe, 1993; Çengel; Cimbala, 2012).

De modo geral, quanto maior for o Número de Reynolds menos espessa é a camada limite (*i.e.* menor a viscosidade com relação à inércia) (Le Mehaute, 1976; Schlichting; Gersten, 2017). Assim como o escoamento, a camada limite pode ser classificada entre laminar ou turbulenta. Para exemplificar o desenvolvimento da camada limite, considera-se um escoamento sobre uma superfície plana (Figura 2). Na condição inicial, o fluido tem fluxo livre com uma velocidade constante U_0 . Ao atingir a superfície sólida, a velocidade do fluido torna-se zero na parede, devido à condição de não deslizamento. É formado, então, um gradiente de velocidade até atingir a zona de fluxo livre. A tensão de cisalhamento, dada pela Lei de Newton como $\tau = \mu du/dy$, também muda ao longo do escoamento. Quando a camada limite for turbulenta, a tensão de cisalhamento aumenta, tornando o gradiente de velocidade maior.

Os perfis de velocidade dentro da camada limite são descritos pela Lei da Parede (Schlichting; Gersten, 2017). Para o escoamento turbulento, a camada limite pode ser subdividida em camadas: subcamada viscosa, camada de transição, camada mista e camada turbulenta, conforme descrito por Çengel e Cimbala (2012). A subcamada viscosa (δ_0) é uma região muito fina junto a parede onde os efeitos viscosos são dominantes, tornando o perfil de velocidade aproximadamente linear e o escoamento laminar. Em seguida, na camada de transição (δ_t), os efeitos turbulentos vão ganhando significância, porém o escoamento ainda é dominado pelos efeitos viscosos. Em seguida à camada de transição está a camada mista (δ_m), onde os efeitos turbulentos ganham ainda mais importância. Por fim, acima está a camada turbulenta na qual os efeitos das forças inerciais dominam os efeitos das forças viscosas.

Figura 2 – Desenvolvimento da camada limite sobre uma superfície plana.



Fonte: Adaptado de Çengel e Cimbala (2012).

Os efeitos dos elementos de rugosidade sobre o escoamento são discutidos por Schlichting e Gersten (2017), conforme segue. Se a subcamada viscosa for espessa o suficiente para cobrir a rugosidade, então a rugosidade não tem influência no escoamento (Figura 3a). Já quando os elementos rugosos projetam-se para fora da subcamada viscosa, os efeitos de rugosidade começam a ter relevância (Figura 3b). Em sequência, se os elementos de rugosidade interceptam a camada mista, os efeitos de viscosidade são pouco expressivos. Nesse caso, o regime é totalmente rugoso para o qual o escoamento na camada limite é independente do Número de Reynolds.

Um dos critérios para definição da condição de um escoamento entre liso ou rugoso parte do Número de Reynolds da rugosidade, dado por:

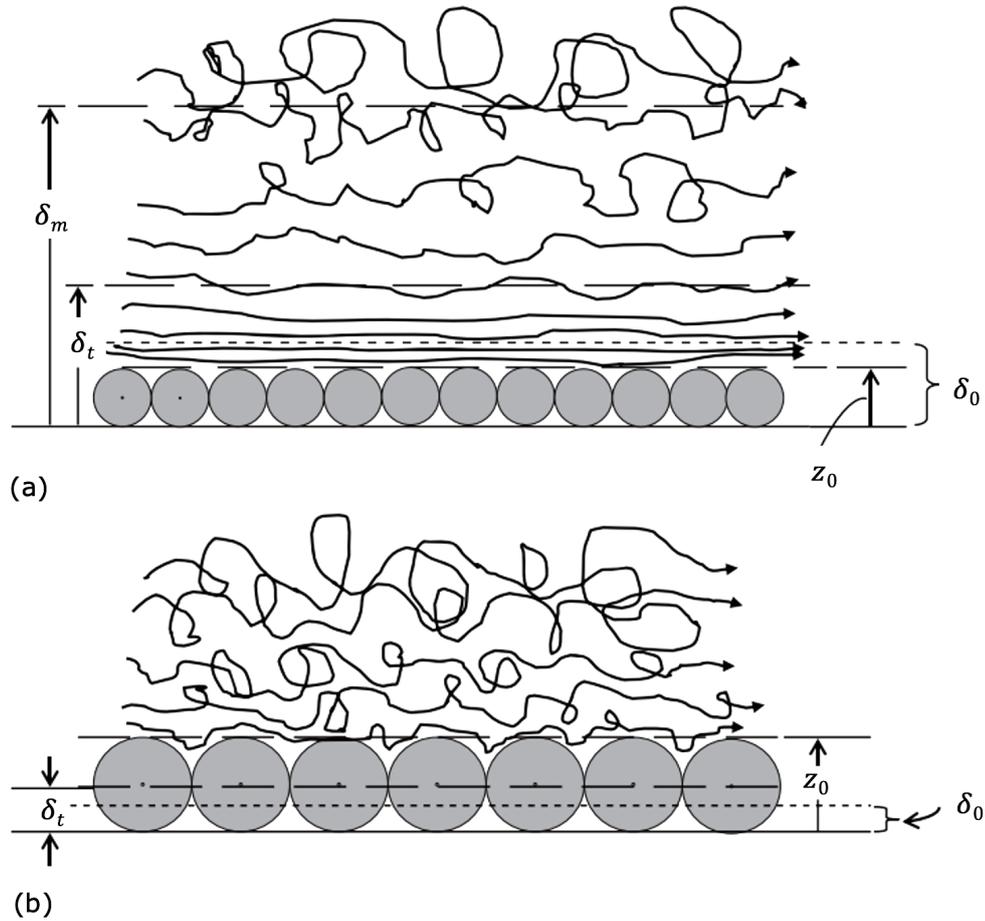
$$Re_b = \frac{u_* z_0}{\nu}, \quad (7)$$

sendo z_0 a altura típica dos elementos da rugosidade, u_* é a velocidade de cisalhamento, de acordo com Dingman (2009).

Ainda segundo Dingman (2009), os seguintes intervalos de Re_b determinam aproximadamente se um escoamento é hidraulicamente liso, transitoriamente rugoso ou completamente rugoso:

$$\begin{aligned} Re_b < 5 & \quad \text{Escoamento liso,} \\ 5 \leq Re_b \leq 70 & \quad \text{Escoamento em transição,} \\ Re_b > 70 & \quad \text{Escoamento rugoso.} \end{aligned} \quad (8)$$

Figura 3 – Esquema de escoamento turbulento hidráulicamente (a) liso e (b) rugoso.



Fonte: Adaptado de Dingman (2009).

Com relação à variação da velocidade na camada limite, de acordo com Schlichting e Gersten (2017), o gradiente de velocidade a partir da camada mista assume a forma $u^+ = F(y^+)$, podendo ser expresso por:

$$\lim_{y^+ \rightarrow \infty} u^+(y^+) = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+, \quad (9)$$

onde u^+ é a velocidade adimensional ($u^+ = U/u_*$); y^+ é a distância adimensional da parede até qualquer altura do escoamento ($y^+ = y/\delta_0$); κ é a constante de Kármán (usualmente definida como 0,41, baseando-se em dados experimentais); e C^+ é a constante de integração. Considerando o conceito de rugosidade padrão, a constante C^+ pode ser dada em função da rugosidade característica k_s^+ , sendo:

$$k_s^+ = \frac{k_s u_*}{\nu}, \quad (10)$$

onde k_s é a altura da rugosidade da areia. Assim, para escoamentos em superfície lisa é definido experimentalmente que:

$$\lim_{k_s^+ \rightarrow 0} C^+(k_s^+) = 5,0, \quad (11)$$

e para regimes totalmente rugosos:

$$\lim_{k_s^+ \rightarrow \infty} C_r^+(k_s^+) = \lim_{k_s^+ \rightarrow \infty} \left[C^+(k_s^+) + \frac{1}{\kappa} \ln k_s^+ \right] = 8,0. \quad (12)$$

Em concordância com a equação 9, na camada mista, a velocidade alvo U deve variar logaritmicamente com a distância de uma superfície z , tal que:

$$\frac{u_*}{U} = \frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z}{z_0} \right), \quad (13)$$

onde z_0 é o "comprimento da rugosidade" ou altura projetada acima do leito em que a velocidade é zero (Smith; Cox; Bracken, 2007).

Na camada externa turbulenta, a diferença entre a velocidade e a velocidade média local é determinada pela espessura da camada limite e pela velocidade de fricção (Smith; Cox; Bracken, 2007). Já a velocidade de fricção u_* está relacionada à tensão de cisalhamento:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_b}{\rho}}, \quad (14)$$

sendo essa tensão é usualmente dada por:

$$(\tau_b)_x = \rho C_D u \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (15)$$

$$(\tau_b)_y = \rho C_D v \sqrt{u^2 + v^2}, \quad (16)$$

onde u e v são as componentes da velocidade nas direções x e y , respectivamente (Kowalik; Murty, 1993). O coeficiente de arrasto C_D é uma função da rugosidade de fundo e das propriedades da camada limite (Komar, 1976). De acordo com Kowalik e Murty (1993), esse coeficiente é usualmente obtido na escala $(2 - 4) \times 10^{-3}$.

A velocidade de fricção é uma medida da intensidade das flutuações de velocidade turbulenta (Dingman, 2009). Para canais usualmente considera-se o valor médio dado por:

$$u_* = \sqrt{gR_h S_b}, \quad (17)$$

sendo g a aceleração da gravidade; R_h o raio hidráulico e S_b a inclinação do canal (Dingman, 2009).

O desenvolvimento do conceito de camada limite foi, e ainda é, de extrema importância para a mecânica dos fluidos (Tani, 1977). Atualmente, com o advento dos computadores e da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD), é viável resolver escoamentos de geometria complexa. Ou seja, a solução numérica do conjunto de equações de movimento (continuidade e Navier-Stokes) já resolvem todo o campo de escoamento, sem a necessidade de dividi-lo em camadas conceituais.

2.3 ANÁLISE DIFERENCIAL DE ESCOAMENTO DE FLUIDO INCOMPRESSÍVEL

Na hidrodinâmica, as equações básicas são dadas pelos princípios físicos de continuidade e conservação da quantidade de movimento (Le Mehaute, 1976). Essas equações permitem a análise diferencial do movimento dos fluidos, sendo possível compreender o comportamento em todos os pontos do escoamento em um campo denominado domínio do escoamento (Çengel; Cimbala, 2012). Algumas simplificações são comumente assumidas na aplicação desses conceitos, como escoamentos de fluidos newtonianos (*i.e.* viscosidade dinâmica constante) e incompressíveis (*i.e.* massa específica constante) (Çengel; Cimbala, 2012; Le Mehaute, 1976). Nesse contexto, sendo a densidade do fluido assumida como constante, as equações são aplicadas para obtenção da velocidade e da pressão (Le Mehaute, 1976).

O princípio da conservação de massa, ou princípio da continuidade, expressa que a quantidade de massa de uma substância que entra em um volume de controle durante um período de tempo definido, menos a quantidade que sai do volume durante o período de tempo, é igual à variação da quantidade armazenada no volume durante o período de tempo (Dingman, 2009). A equação apresenta, portanto, a relação entre velocidade \mathbf{V} , massa específica ρ , coordenadas espaciais (x, y, z) e tempo t (Le Mehaute, 1976). No caso de fluido incompressível (*i.e.* massa específica constante), a equação da continuidade é dada por:

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0,$$

sendo $\mathbf{V} = (u, v, w)$. Qualquer alteração no campo de velocidade leva a mudanças em todo o restante do campo do escoamento de forma que o princípio da continuidade seja satisfeito (Çengel; Cimbala, 2012).

O princípio da conservação da quantidade de movimento expressa a relação entre as forças aplicadas em um elemento material e as forças inerciais desse elemento material em movimento (Le Mehaute, 1976). De acordo com a segunda lei de Newton, "a aceleração de um corpo é proporcional à força resultante que atua sobre ele e é inversamente proporcional à sua massa" (Çengel; Cimbala, 2012, p. 198). Assim, para fluidos newtonianos, o princípio do momentum representa a segunda lei de Newton através das equações de Navier-Stokes:

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{V}) \mathbf{V} \right] = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{V} + \rho \mathbf{g}, \quad (18)$$

onde t é o tempo, ρ é a massa específica do fluido, μ é a viscosidade dinâmica, p é a pressão e \mathbf{g} é o vetor aceleração devido à gravidade.

A estrutura da equação 18 é importante tanto do ponto de vista físico quanto matemático, pois representa a forma geral da modelagem matemática de fenômenos de escoamento de fluidos (Hirsch, 2007). O significado físico dos diferentes termos da equação 18 é apresentado no Quadro 2 e descrito na sequência, baseado em Le Mehaute (1976).

Quadro 2 – Significados físicos dos diferentes termos no estudo de movimento dos fluidos.

	$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + (\nabla \times \mathbf{V}) \mathbf{V} \right]$		=	$-\nabla p$	+	$\mu \nabla^2 \mathbf{V}$	+	$\rho \mathbf{g}$
Significado físico	Inércia local	Termo rotacional		Força de pressão		Força de atrito		Força gravitacional
		Inércia convectiva				Outras forças		
Característica matemática	Termo linear de primeira ordem	Termo não-linear (quadrático)		Termo linear de primeira ordem		Termo linear de segunda ordem		Termo constante

Fonte: Adaptado de Le Mehaute (1976).

A força de inércia, representada no lado esquerdo da igualdade na equação 18 (termo convectivo), caracteriza a resistência natural da matéria a qualquer mudança em seu estado de movimento, podendo ser distinguida em dois tipos:

- Aceleração local: correspondente a variação da velocidade de translação ou a derivada da velocidade em relação ao tempo;
- Aceleração convectiva: correspondente a variação da velocidade de deformação e rotação ou a derivada da velocidade em relação ao espaço.

Outras forças aplicadas no fluido são representadas no lado direito da igualdade na equação 18. As forças atuantes entre as partículas dos fluido são a força de pressão e a força de fricção, também chamadas de forças de superfície. Além disso, considera-se as forças gravitacionais que resultam de um campo externo, no caso, o campo gravitacional. Essas forças podem ser descritas individualmente como:

- Força de pressão: força resultante da componente normal da força molecular de um elemento de fluido. Na equação a força de pressão é avaliada pela variação da pressão no espaço;
- Força de atrito (termo difusivo): força assumida como proporcional ao coeficiente de viscosidade μ e à taxa de deformação angular. A tensão de cisalhamento está presente devido à viscosidade do fluido;
- Força de gravidade: força proporcional à massa do fluido e à aceleração causada pelo campo gravitacional. Atua independente do movimento, ou seja, permanece igual se o fluido é estático ou em qualquer movimento turbulento.

A diferenciação dos termos convectivos e difusivos é crucial para a compreensão da física dos escoamentos, mas também para a definição das diretrizes significativas e fundamentais na resolução do problema (Hirsch, 2007). As principais diferenças entre convecção e difusão são apresentadas no Quadro 3.

Quadro 3 – Diferenças entre convecção e difusão.

Convecção	Difusão
Expressa o transporte da quantidade considerada pelo escoamento	Traduz os efeitos das colisões moleculares devido ao fluido estar na temperatura acima de zero absoluto
Não existe em um fluido em repouso	Existe em um fluido em repouso
Todas as quantidades são transladadas pelo fluxo	Nem todas as quantidades são submetidas à difusão
Comportamento direcional	Comportamento isotrópico
Leva a derivadas espaciais de primeira ordem na lei de conservação	Leva a derivadas espaciais de segunda ordem na lei de conservação
É geralmente não linear, quando a velocidade de escoamento depende da variável transportada	É geralmente linear para propriedades de fluido constantes

Fonte: Adaptado de Hirsch (2007).

Quanto à aplicação das equações diferenciais do movimento, observa-se que em alguns casos, o campo de velocidade \mathbf{V} pode ser obtido independentemente da pressão p a partir do princípio da continuidade (Le Mehaute, 1976; Çengel; Cimbala, 2012). Porém, a determinação de p sempre vai ser função de \mathbf{V} , exceto na superfície livre (Le Mehaute, 1976). Além disso, Çengel e Cimbala (2012) destacam que o campo de velocidade não é afetado pelo valor absoluto da pressão, e sim pelo seu gradiente (∇p).

Um fator significativo na complexidade da equação 18 é a não linearidade, que influencia tanto na solução matemática quanto na mecânica do fluido, de acordo com Hirsch (2007). Ainda segundo o autor, a não linearidade dominante é fornecida pelo termo de convecção $\rho(\nabla \times \mathbf{V})\mathbf{V}$. Este termo é responsável pelo aparecimento de turbulência, que é uma instabilidade espontânea do escoamento, em que todas as quantidades assumem um comportamento flutuante (variável no espaço e tempo).

Como a velocidade aparece nas equações 17 e 18, estas duas equações são acopladas, gerando um sistema de quatro incógnitas (p, u, v, w) e quatro equações diferenciais parciais (continuidade e três componentes de Navier-Stokes) (Hirsch, 2007; Çengel; Cimbala, 2012; Fox *et al.*, 2018). A dificuldade, muitas vezes impossibilidade, da solução analítica desse sistema de equações levou ao desenvolvimento de ferramentas computacionais, onde métodos numéricos são aplicados na obtenção de soluções aproximadas (Hirsch, 2007; Çengel; Cimbala, 2012; Fox *et al.*, 2018).

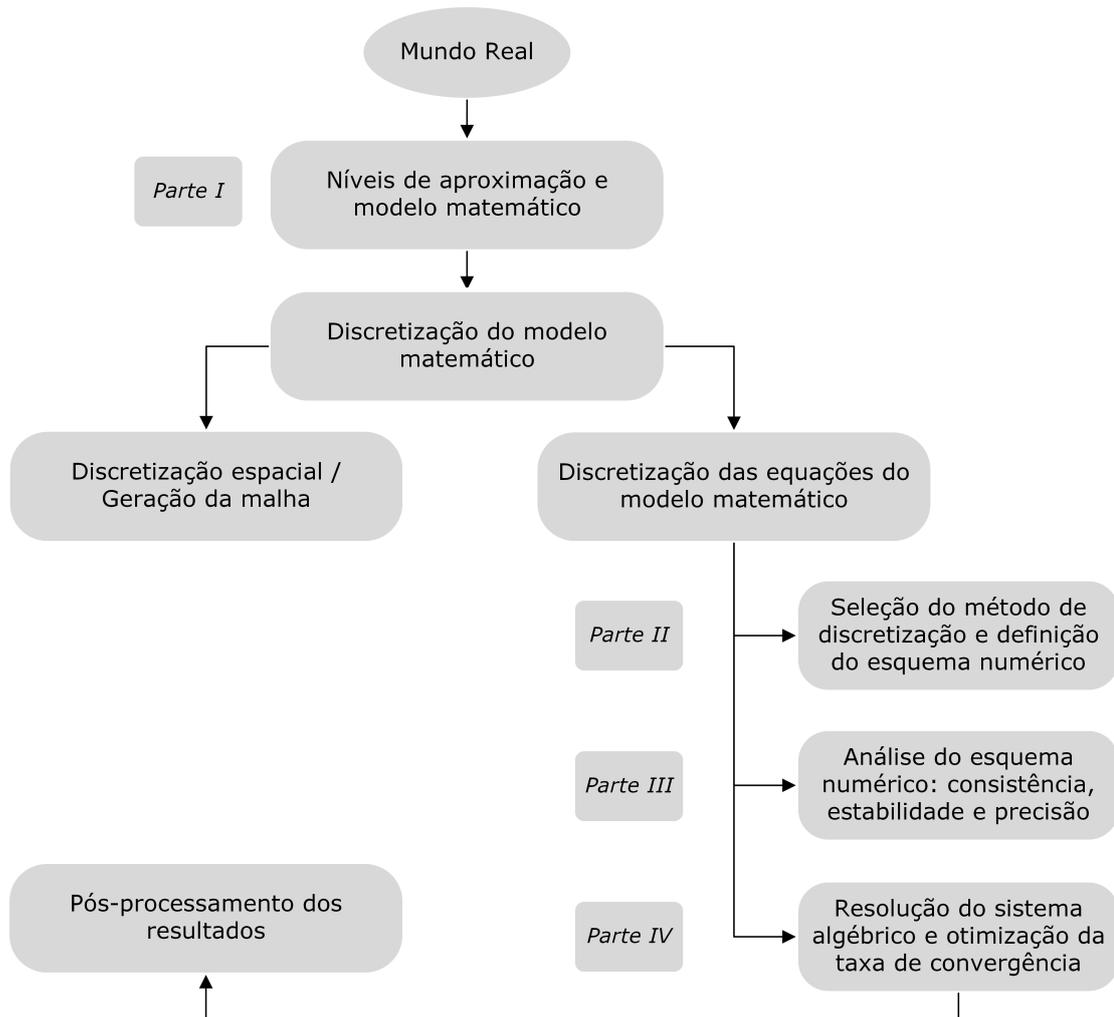
2.4 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL

A área da ciência dedicada à solução das equações do escoamento de fluidos com o uso de ferramentas computacionais é chamada de Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) (Çengel; Cimbala, 2012). A CFD fornece a resolução numérica dessas equações a partir de simulações que modelam um volume de controle e sua superfície de controle (Hirsch, 2007). A estrutura de uma simulação CFD (Figura 4) inclui os seguintes componentes, descritos por Hirsch (2007) e Çengel e Cimbala (2012):

- **Modelo matemático:** Das equações matemáticas definindo o nível da aproximação à realidade que será simulada. O modelo é usualmente formado por um conjunto de equações diferenciais parciais e leis adicionais que definem o tipo de fluido, a eventual dependência de parâmetros-chave, como viscosidade e condutividade térmica em função de outras grandezas de fluxo, tais como temperatura e pressão; bem como várias quantidades associadas à descrição da física adicional e outras reações, quando presente;
- **Discretização:** Fase de discretização dividida em dois componentes principais, a saber, a discretização do espaço, definida pela geração da malha, seguida pela discretização das equações.

- Na discretização do espaço deve ser determinado um domínio computacional e uma malha, que dividirá o domínio em elementos chamados células. A qualidade da solução do CFD está diretamente relacionada à qualidade da malha selecionada. Além disso, devem ser determinadas as condições iniciais das variáveis do campo de escoamento e as condições de contorno em cada aresta (escoamento bidimensional - 2D) ou face (escoamento bidimensional - 3D) do domínio;
 - Tendo definida a malha, deve ser determinada a discretização numérica das equações do modelo matemático. Como o número de pontos da malha é a única quantidade disponível para o computador, todos os operadores matemáticos, tais como derivadas parciais das várias quantidades, devem ser transformados pelo processo de discretização em operações aritméticas sobre os valores dos pontos de malha;
- Esquema numérico: Definição do esquema numérico, estabelecendo suas propriedades de estabilidade e precisão. Esta é uma fase crítica e se deve selecionar o esquema mais apropriado para a aplicação prevista, se atentando à minimização dos erros numéricos;
 - Resolução: Obtenção da solução do esquema numérico, selecionando o método de integração de tempo mais adequados, bem como o método de resolução subsequente dos sistemas algébricos, incluindo técnicas de aceleração de convergência;
 - Pós-processamento: Pós-processamento gráfico dos dados numéricos relevantes para entendimento e interpretação das propriedades físicas dos resultados da simulação. Diversos *softwares* de visualização e tratamento de dados estão disponíveis atualmente. A visualização permite um processamento rápido das características do campo de escoamento, sendo possível analisar diferentes tipos de padrão por exame visual, como as linhas de corrente (curvas que tangem todos os pontos ao vetor velocidade instantâneo).

Figura 4 – Estrutura de um sistema de simulação CFD.



Fonte: Adaptado de Hirsch (2007).

2.4.1 Dimensionalidade dos modelos matemáticos

O conjunto de equações que define o modelo matemático está diretamente relacionado à qualidade da simulação numérica, devendo ser definido conforme as características do escoamento a ser simulado. Existem vantagens e desvantagens para as diferentes dimensões dos modelos, conforme Quadro 4. A simulação de alta precisão de inundações urbanas, por exemplo, requer dados como níveis de inundação de rios, processos de inundação de ruas e taxas de escoamento de inundação locais, como apresentado por Luo *et al.* (2022). A dimensão interessante para a simulação muitas vezes define o tipo de modelo ideal. Para esse caso, os autores citam que são comumente empregados modelos hidrodinâmicos 1D, 2D e 3D, bem como modelos acoplados. Para escoamentos em rios, geralmente, a representação do momento nos modelos 1D e 2D é obtida por simplificação das equações de Navier-Stokes, como por exemplo as equações de Saint-Venant para 1D e as equações de Águas Rasas para 2D.

Quadro 4 – Resumo e comparação de tipos de modelos hidrodinâmicos.

Modelo	Vantagens	Desvantagens	Aplicabilidade
Modelo 1D	<ul style="list-style-type: none"> • Alta eficiência de cálculo; • Modelo de estrutura simples; • Passo de tempo pequeno; • Modelo de desenvolvimento maduro. 	<ul style="list-style-type: none"> • Limitações da aplicação. 	<ul style="list-style-type: none"> • escoamentos 1D (<i>e.g.</i> canais fechados ou tubulações).
Modelo 2D	<ul style="list-style-type: none"> • Maior precisão em relação a 1D; • Maior aplicabilidade em relação a 1D; • Maior flexibilidade em relação a 1D. 	<ul style="list-style-type: none"> • Mais malhas necessárias para cálculo em relação a 1D; • Passos de tempo maiores em relação a 1D; • Menor eficiência de cálculo em relação a 1D. 	<ul style="list-style-type: none"> • escoamentos com pequenas variações de profundidade (<i>e.g.</i> simulação de escoamento superficial).
Modelo 1D-2D	<ul style="list-style-type: none"> • Maior precisão em relação a 1D e 2D; • Maior eficiência em relação a 1D e 2D. 	<ul style="list-style-type: none"> • Complexidade nas condições de acoplamento. 	<ul style="list-style-type: none"> • escoamentos complexos onde as características 1D e 2D coexistem (<i>e.g.</i> simulação de água pluvial em áreas urbanas).
Modelo 3D	<ul style="list-style-type: none"> • Maior aplicabilidade em relação a 1D e 2D; • Maior flexibilidade em relação a 1D e 2D; • Alta precisão; • Mais promissor. 	<ul style="list-style-type: none"> • Conhecimento teórico complexo; • Baixa eficiência de cálculo; • Modelo de desenvolvimento imaturo. 	<ul style="list-style-type: none"> • escoamento complexos, como desastres catastróficos (<i>e.g.</i> enxurradas; transporte de sedimentos).

Fonte: Adaptado de Luo *et al.* (2022).

2.4.2 Discretização

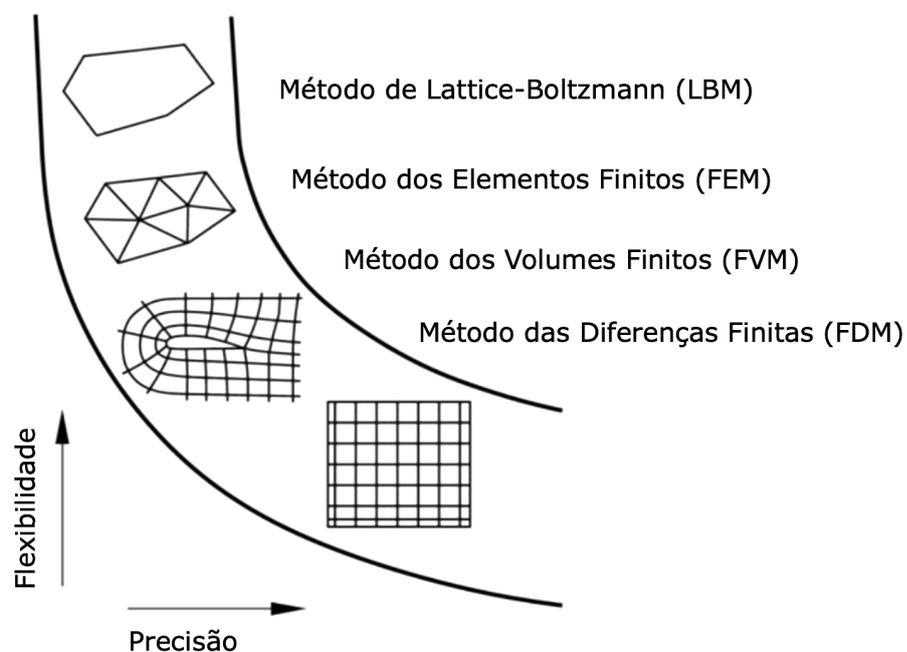
Como descrito anteriormente, uma etapa importante na definição da abordagem computacional trata da escolha da discretização do modelo matemático selecionado a partir de dois componentes: a discretização espacial e a discretização temporal. Nesse item são apresentados diferentes tipos de malha e métodos de cálculo para solução de problemas de escoamento.

2.4.2.1 Discretização espacial

A discretização espacial consiste na criação de uma malha, pela qual o espaço contínuo é substituído por um número finito de pontos onde os valores numéricos das variáveis terão que ser determinados (Hirsch, 2007). A precisão de uma aproximação numérica é diretamente dependente do tamanho da malha, uma vez que quanto mais próximos são os pontos, mais o espaço discretizado se aproxima do contínuo e melhor é a aproximação do esquema numérico (Hirsch, 2007). Ou seja, o erro de uma simulação numérica tende a zero quando o tamanho da malha tende a zero, e o padrão dessa variação será caracterizado pela ordem da discretização numérica (Hirsch, 2007).

A geração e a qualidade da malha, conforme Hirsch (2007), são elementos essenciais do processo de discretização. Ainda de acordo com o autor, a geração da malha é um dos elementos mais críticos no custo computacional de simulações, mas, mais importante, a precisão dos resultados numéricos obtidos é criticamente dependente da qualidade da malha. Entre os métodos de discretização mais aplicados da CFD estão o método das diferenças finitas (*finite difference method* - FDM), o método dos volumes finitos (*finite volume method* - FVM), o método dos elementos finitos (*finite element method* - FEM) e o método de Lattice-Boltzmann (*Lattice-Boltzmann method* - LBM), que podem ser classificados de acordo a flexibilidade e precisão conforme a Figura 5.

Figura 5 – Classificação dos métodos de discretização espacial quanto a flexibilidade e precisão.



Fonte: Adaptado de Laurien e Oertel Jr. (2011 *apud* Monteiro, 2014)

2.4.2.1.1 Método das diferenças finitas

A aproximação de diferenças finitas (FDM) é o mais antigo dos métodos aplicados para obter soluções numéricas de equações diferenciais (Hirsch, 2007; Ferziger; Peric; Street, 2020). A ideia do FDM é bastante simples, uma vez que corresponde a uma estimativa de uma derivada pela razão de duas diferenças de acordo com a definição teórica da derivada (Hirsch, 2007). É também o método mais fácil de usar para geometrias simples (Ferziger; Peric; Street, 2020).

Para a função $u(x)$, a derivada no ponto x é definida por:

$$u_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x}. \quad (19)$$

Se o limite na equação 19 for removido, obtém-se uma diferença finita (do tipo progressivo de primeira ordem), o que explica o nome dado a este método, conforme apresentado por Hirsch (2007). Ainda segundo o autor, se Δx é pequeno, mas finito, a expressão no lado direito é uma aproximação ao valor exato de u_x . Essa aproximação será melhorada reduzindo Δx , mas para qualquer valor finito de Δx , um erro é introduzido, denominado erro de truncamento.

A potência de Δx com o qual este erro tende a zero é chamado de ordem de precisão da aproximação da diferença, e pode ser obtida pelo desenvolvimento da série de Taylor de $u(x + \Delta x)$ em torno do ponto x , com:

$$u(x + \Delta x) = u(x) + \Delta x \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\Delta x^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\Delta x^3}{3!} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \dots \quad (20)$$

Se o erro de truncamento for restrito ao termo dominante (menor potência de Δx), a aproximação para $u(x)$ vai a zero como a primeira potência de Δx , chamado de primeira ordem de Δx . Assim, tem-se:

$$\frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} \cong u_x(x) + \frac{\Delta x}{2} u_{xx}(x) = u_x(x) + O(\Delta x^1), \quad (21)$$

indicando que o erro de truncamento $O(\Delta x^1)$ vai a zero como a primeira potência em Δx (Hirsch, 2007). Para uma derivada qualquer, há infinitas possibilidades de diferenças finitas, dependendo do número de pontos de malha definida para o problema e da ordem esperada de precisão, que pode ser arbitrariamente alta (Hirsch, 2007).

2.4.2.1.2 Método dos volumes finitos

O método dos volumes finitos (FVM) usa a forma integral das equações de conservação (Hirsch, 2007; Ferziger; Peric; Street, 2020), sendo um método amplamente aplicado na CFD (Hirsch, 2007). A popularidade do FVM se deve à generalidade, simplicidade conceitual e relativa facilidade de aplicação tanto em malhas estruturadas como em não estruturadas (Hirsch, 2007).

Nesse método, o domínio de solução é subdividido em um número finito de volumes de controle (VC) contíguos, e as equações de conservação são aplicadas para cada VC (Hirsch, 2007; Ferziger; Peric; Street, 2020). Esta é uma primeira grande distinção da abordagem da diferença finita, onde o espaço discretizado é considerado como um conjunto de pontos, enquanto em volumes finitos o espaço discretizado é formado por um conjunto de células pequenas, sendo uma célula associada a um ponto de malha (Hirsch, 2007). A malha define apenas os limites de volume de controle e não precisa estar relacionada a um sistema de coordenadas (Ferziger; Peric; Street, 2020).

O FVM tem sua vantagem para uma malha arbitrária, onde há diversas opções para a definição dos volumes de controle nos quais as leis de conservação são expressas (Hirsch, 2007). A possibilidade de modificação a forma e localização dos VC associados a um determinado ponto de malha, bem como de variação das regras e precisão para a avaliação dos escoamentos através das superfícies de controle, possibilitam flexibilidade ao método (Hirsch, 2007). Desse modo também, pode-se acomodar vários tipos de malha, por isso é adequado para geometrias complexas (Ferziger; Peric; Street, 2020). O método é conservador por construção, desde que as integrais de superfície (que representam os escoamentos de convecção e difusão) sejam as mesmas para os volumes de controle que compartilham o limite (Ferziger; Peric; Street, 2020).

2.4.2.1.3 Método dos elementos finitos

O método dos elementos finitos (FEM) originou-se no campo da análise estrutural, e sendo sua aplicação interessante para a CFD, porém menos abrangente que os outros métodos, de acordo com Hirsch (2007). O método dos elementos finitos é semelhante ao dos volumes finitos (Hirsch, 2007; Ferziger; Peric; Street, 2020). O domínio é dividido em um conjunto de volumes discretos ou elementos finitos que são geralmente não estruturados; em 2D, são representados geralmente por triângulos ou quadriláteros, enquanto em 3D são usualmente tetraedros ou hexaedros (Ferziger; Peric; Street, 2020). Além disso, requer uma formulação integral como ponto de partida que pode ser considerado como uma generalização da FVM (Hirsch, 2007).

A característica distintiva do FEM é que as equações são multiplicadas por uma função de peso antes de serem integradas em todo o domínio, segundo Ferziger, Peric e Street (2020). Ainda de acordo com os autores, nas formas mais simples do método, a solução é aproximada por uma função de forma linear dentro de cada elemento que garante a continuidade da solução

através dos limites do elemento. Uma importante vantagem do FEM é a capacidade de lidar com geometrias arbitrárias, havendo, de acordo com Ferziger, Peric e Street (2020), uma extensa literatura dedicada à construção de malhas para esse método. A principal desvantagem, que abrange qualquer método que utilize redes não estruturadas, é que as matrizes das equações linearizadas não são tão bem estruturadas quanto aquelas para malhas regulares, tornando-o mais difícil encontrar soluções a um reduzido custo computacional.

2.4.2.1.4 Método de Lattice-Boltzmann

O método de Lattice-Boltzmann (LBM) é uma metodologia baseada em modelos microscópicos de partículas e nas equações cinéticas mesoscópicas (Tu; Yeoh; Liu, 2018), sendo uma abordagem mais recente em comparação com as discretizações clássicas (Laurien; Oertel Jr., 2011; Ning; Premnath; Patil, 2016). A premissa do LBM é construir modelos cinéticos simplificados que incorporem apenas a física essencial dos processos microscópicos ou mesoscópicos para que as propriedades médias macroscópicas obedeam às equações macroscópicas desejadas (Tu; Yeoh; Liu, 2018). Isto suprime o uso da equação de Boltzmann completa, evitando também que cada partícula seja seguida como em simulações de dinâmica molecular (Tu; Yeoh; Liu, 2018). Ou seja, o LBM baseia-se na representação de partículas, embora o foco principal permaneça no comportamento macroscópico médio (Tu; Yeoh; Liu, 2018). Entre as vantagens no método estão a capacidade de representar naturalmente a física de fluidos complexos, como escoamentos multifásicos e escoamentos multicomponentes baseado na teoria cinética; a possibilidade de paralelização devido à localização do método e a representação do escoamento através de geometrias complexas (Ning; Premnath; Patil, 2016).

2.4.2.2 *Discretização temporal*

Para resolver as equações diferenciais dependentes do tempo, os métodos numéricos de discretização podem ser divididos em: explícitos, implícitos e semi-implícitos. Quando as variáveis dependentes são calculadas diretamente em termos de quantidades conhecidas, o método é dito como explícito. Por sua vez, se as variáveis dependentes são definidas por um sistema de equações acopladas, ou uma técnica de iteração é necessária para solução, o método é chamado de implícito.

2.4.2.2.1 Método explícito

No método explícito, a matriz das variáveis desconhecidas no novo tempo é uma matriz diagonal, enquanto o lado direito do sistema está sendo dependente apenas das variáveis do escoamento nos tempos anteriores (Fortuna, 2000; Hirsch, 2007). Consequentemente, há a inversão de matriz trivial e, portanto, a uma solução com um número mínimo de operações aritméticas para cada passo de tempo (Hirsch, 2007). Como exemplo, para uma equação diferencial

$du/dt = F(u,t)$, o método explícito pode ser expresso por $u^{n+1} = u^n + \Delta t F(u^n, t^n)$, sendo n o índice referente ao passo de tempo ($t = n \Delta t$) e Δt a discretização temporal. As desvantagens do método estão nas condições de estabilidade e convergência que impõe restrições ao passo de tempo máximo admissível, de acordo com Hirsch (2007). Segundo o autor, embora esse fato não seja uma limitação para problemas de instabilidade, há a necessidade de um grande número de passos de tempo a fim alcançar uma condição permanente que corresponda a um problema independente do tempo.

2.4.2.2.2 Método implícito

No método implícito, a matriz a ser invertida não é diagonal, pois mais de um conjunto de variáveis são desconhecidas no mesmo passo de tempo (Fortuna, 2000; Hirsch, 2007). Nesse caso, para a equação diferencial $du/dt = F(u,t)$, o método implícito apresenta-se como $u^{n+1} = u^n + \Delta t F(u^{n+1}, t^{n+1})$, sendo novamente n o índice referente ao n -ésimo passo de tempo e Δt a discretização temporal. Logo, o método implícito exige a resolução de um sistema de equações a cada passo de tempo (Fortuna, 2000). Em alguns casos, a estrutura da matriz pode ser bastante simples, exigindo algoritmos menos robustos, embora o número de operações necessárias seja maior quando comparado aos métodos explícitos (Hirsch, 2007). Assim, apesar do maior custo computacional por passo de tempo, o método implícito possui uma propriedade de estabilidade incondicional (Hirsch, 2007; Moin, 2010).

2.4.2.2.3 Método semi-implícito

O método semi-implícito pode ser visto como uma junção dos métodos explícitos e semi-implícitos. Nesse caso, é desenvolvida uma equação ou um sistema de equações em diferenças finitas com alguns termos espaciais aproximados no nível de tempo n , e outros em $n + 1$ (Fortuna, 2000). Logo, no método semi-implícito a derivada temporal pode ser tida como $u_{n+1} = u_n + \Delta t F(u_n, u_{n+1}, t_n)$. A escolha dessa metodologia deve-se a questões de estabilidade e conveniência de implementação (Fortuna, 2000), sendo recomendada para tratamento de termos não-lineares de forma explícita, onde não é fácil isolar os termos em $n + 1$ para se obter uma solução numérica sem a necessidade processos iterativos (Monteiro, 2014).

2.4.3 Propriedades dos métodos numéricos

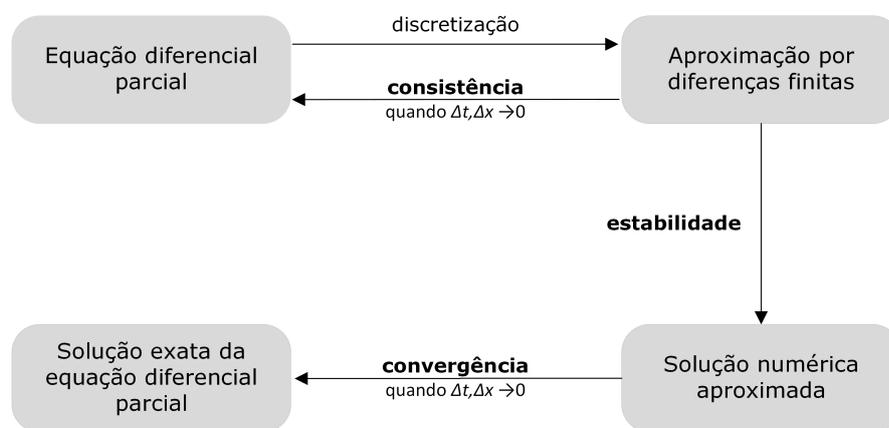
Conforme apresentado por Fortuna (2000) e Ferziger, Peric e Street (2020), podem ser identificadas propriedades desejáveis para avaliação de soluções numéricas, podendo-se citar:

- **Consistência:** No caso de uma aproximação por diferenças finitas, é importante que ela seja consistente com a equação parcial que ela discretiza. Como apresentado anteriormente, a discretização se torna exata à medida que o espaçamento da malha tende a zero; e a diferença entre a equação discretizada e a exata é chamada de truncamento erro.

Sendo assim, para que um método seja consistente, o erro de truncamento deve se tornar zero quando o $\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$.

- **Estabilidade:** Um método numérico estável tem como característica a não amplificação dos erros ou perturbações da solução no desenvolvimento das etapas de cálculo. Para problemas transientes, a estabilidade garante que o método produza uma solução limitada sempre que a solução da equação exata também seja limitada, logo, o módulo dos valores das incógnitas não cresce arbitrariamente. Para métodos iterativos, a estabilidade representa a não divergência com a progressão das iterações, fornecendo resultados cada vez mais precisos.
- **Convergência:** Um método numérico consistente é também convergente quando a solução da aproximação tende à solução exata da equação diferencial à medida que o espaçamento da malha tende para zero ($\Delta t, \Delta x \rightarrow 0$). Devido à dificuldade na verificação da convergência de um método, usualmente considera-se também a estabilidade como condição necessária e suficiente para essa condição. A grosso modo, a consistência e a estabilidade do método levam à convergência (Figura 6).

Figura 6 – Relação entre consistência, convergência e estabilidade.



Fonte: Adaptado de Fortuna (2000).

- **Conservação:** Como as equações a serem resolvidas são leis de conservação, o esquema numérico devem também, em uma base local e global, respeitar essas leis. Ou seja, em uma condição permanente e na ausência de fontes, deve haver o balanço entre quantidades entrando e saindo do volume de controle. A conservação é importante por impor restrições ao erro da solução; uma vez que, se a conservação de massa, momento e energia são asseguradas, o erro somente pode distribuir indevidamente essas quantidades sobre o domínio da solução.

- **Realizabilidade:** Simulações de fenômenos que são muito complexos para serem tratados diretamente (*e.g.* turbulência, combustão, escoamentos multifásicos) devem ser modelados de forma a garantir soluções fisicamente realistas. Mesmo não sendo uma problema propriamente numérico, modelos não realistas podem resultar em soluções não-físicas ou causar a divergência do modelo.
- **Precisão:** Soluções numéricas de escoamentos de fluidos são apenas soluções aproximadas. Além dos erros que podem ser introduzidos no desenvolvimento do algoritmo de solução, na programação ou nas definições das condições de contorno, as soluções numéricas incluem outros tipos de erros:
 - Erros de modelagem, definidos como a diferença entre a solução do modelo matemático e a realidade que se pretende representar;
 - Erros de discretização, definidos como a diferença entre a solução exata das equações de conservação e a solução exata do sistema algébrico de equações obtida pela discretização dessas equações; e
 - Erros de iteração, definidos como a diferença entre a solução iterativa e a solução exata do sistemas de equações algébricas.

No desenvolvimento de modelos de solução das equações do escoamento de fluidos, é importante que sejam observados os fenômenos físicos que regem o comportamento desses fluidos. Condições como a turbulência devem ser verificadas identificando a necessidade de considerá-los nos modelos matemáticos e numéricos a fim de garantir melhores resultados.

2.4.4 Modelos de turbulência

Enquanto os escoamentos laminares são facilmente representados pela CFD, os escoamentos turbulentos são complexos mesmo nos casos em que o campo de escoamento é permanente na média, de acordo com Çengel e Cimbala (2012). Ainda segundo os autores, o escoamento turbulento, diferentemente do laminar, contém estruturas tridimensionais, não permanentes, aleatórias e de fluxo rotacional chamadas de vórtices. A turbulência pode ser caracterizada como um processo de cascata: a energia cinética turbulenta do escoamento em sua maioria é atribuída aos grandes vórtices (escalas maiores) e, quando transferida para os pequenos vórtices (escalas menores), é dissipada em forma de calor por meio da ação da viscosidade molecular (Pope, 2000). Uma importante característica da turbulência é a capacidade de mistura do fluido muito mais eficiente do que um escoamento laminar comparável.

A representação direta da turbulência na simulação numérica, quando todos os vórtices são resolvidos no próprio detalhamento da malha, é denominada *Direct Numerical Simulation* (DNS). Para isso, o espaçamento da malha (Δ_g) e o passo de tempo (Δt) devem ser refinados o suficiente para capturar a dinâmica das menores escalas do escoamento, e o domínio computacional deve ser grande o suficiente para representar as maiores escalas (Sagaut, 2007). Devido à

complexidade da resolução das equações de Navier-Stokes, o DNS é computacionalmente caro e os requerimentos computacionais aumentam muito rápido com o acréscimo do Número de Reynolds (Pope, 2000; Sagaut, 2007; Cebeci, 2013).

Hirsch (2007) apresenta algumas relações quanto aos custos computacionais para DNS. A partir da escala de Kolmogorov relacionada à dissipação turbulenta, o tamanho dos menores vórtices de um escoamento turbulento é inversamente proporcional a $Re^{3/4}$. Logo, para uma resolução espacial de N pontos por unidade de comprimento do menor vórtice, o número total de pontos da malha necessário, e o número de operações aritméticas, é determinado com $N^3 \cdot Re^{9/4}$. Como as equações de Navier-Stokes têm que ser integradas no tempo, com um passo de tempo determinado pelas menores escalas de tempo turbulentas que são proporcionais a $Re^{3/4}$, o esforço computacional total para simulações de DNS é proporcional a Re^3 para turbulência homogênea. Escoamentos limitados por parede, e outros casos não homogêneos, são ainda mais caros, uma vez que a malha deve se adaptar às escalas de resolução das estruturas próximas a parede.

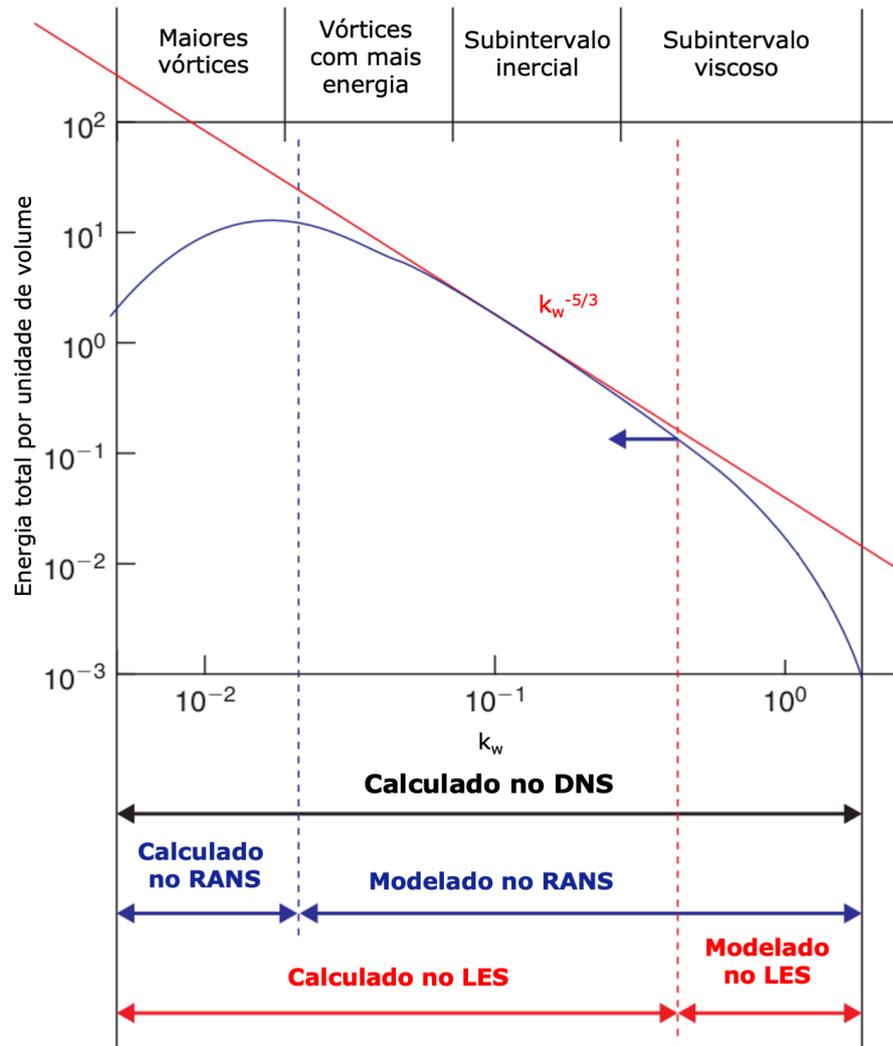
Assim, de acordo com Sagaut (2007), o DNS é aplicável basicamente para análise teórica da dinâmica dos fluidos e não como ferramenta prática na engenharia. Conforme Cebeci (2013), é improvável que essa abordagem possa ser usada para cálculos de fluxo turbulento em corpos complexos em um futuro próximo. Essa limitação é contornada a partir da aplicação de modelos de turbulência para representação de escoamento turbulentos.

Não há um modelo de turbulência universal, portanto é preciso adequar os modelos para uma boa representação do escoamento turbulento (Çengel; Cimbala, 2012; Fox *et al.*, 2018). Para reduzir a complexidade da simulação e, então, diminuir a demanda computacional, uma técnica clássica é aplicar um procedimento de média ou filtragem às equações de Navier-Stokes (Sagaut, 2007). Conforme apresentado por Pope (2000), Hirsch (2007), as metodologias comumente aplicadas são:

- Simulação de grande escala (*Large Eddy Simulation* - LES): A simulação é da mesma categoria que o DNS na medida em que calcula diretamente as flutuações turbulentas no espaço e no tempo, mas apenas acima de uma determinada escala de comprimento. Abaixo dessa escala, a turbulência é modelada por leis semi-empíricas. Ou seja, os vórtices mais energéticos são resolvidos no detalhamento da malha, enquanto os vórtices de menor escala são representados por um modelo. A escala modelada representa a turbulência isotrópica e homogênea, independente da geometria das perturbações de maiores escalas;
- Navier Stokes por médias de Reynolds (*Reynolds Average Navier Stokes* - RANS): Um modelo de turbulência é aplicado para todo o campo do escoamento, uma vez que os vórtices não são representados pela malha do escoamento. É baseado na decomposição das variáveis dependentes do escoamento entre média e partes flutuantes, sendo o tensor de tensões aparentes de Reynolds obtido através do modelo. Esta é a aproximação mais amplamente aplicada na prática de CFD.

A hierarquia entre esses três níveis de modelagem de turbulência é resumida na Figura 7, que apresenta o espectro de energia de turbulência em função do número de onda k_w , e os limites da faixa de aplicação dos modelos LES e RANS. Lembrando que o número de onda é definido como $k_w = 2\pi/\lambda$, onde λ é o comprimento de onda.

Figura 7 – Espectro de energia de turbulência em função do número de onda k_w , com indicação da faixa de aplicação de DNS, LES e RANS.



Fonte: Adaptado de Hirsch (2007)

A simulação de grande escala (LES) tem recebido maior atenção nos últimos anos como ferramenta para estudar a física dos escoamentos turbulentos da camada limite (Kawai; Asada, 2013). A filosofia básica do LES é usar malhas mais grossas do que o DNS enquanto ainda captura corretamente a dinâmica nas grandes escalas (Sagaut, 2007). Nesse sentido, considera-se a hipótese que os vórtices turbulentos menores são isotrópicos, uma vez que não dependem da orientação do sistema de coordenadas e tem o comportamento estaticamente similar e previsível (Pope, 2000; Çengel; Cimbala, 2012).

Pope (2000) apresenta dois modos em LES para tratar a região próxima à parede: simula-

ção de grande escala com resolução próxima à parede (*Large-Eddy Simulation with Near-Wall Resolution* - LES-NWR) e simulação de grande escala com modelagem próxima à parede (*Large-Eddy Simulation with Near-Wall Modelling* - LES-NWM). De acordo com o autor, em LES-NWR, o filtro e a malha são suficientemente finos para resolver 80% da energia em todos os lugares, inclusive na região da parede viscosa; enquanto em LES-NWM os movimentos próximos à parede não são resolvidos. Assim, devido ao elevado custo computacional para aplicação da resolução em LES-NWR, esse método, assim com o DNS, é inviável para escoamentos de números de Reynolds altos (Pope, 2000; Piomelli, 2008; Kawai; Asada, 2013; Heinz, 2020; Cai; Sagaut, 2021). Uma alternativa é a aplicação do LES-NWM de modo que a influência da parede seja modelada (explícita ou implicitamente) (Pope, 2000; Cai; Sagaut, 2021).

É necessário, portanto, um equilíbrio entre a precisão da modelagem física e o custo computacional relacionado; sendo uma abordagem razoável a aplicação de métodos híbridos RANS-LES (Heinz, 2020). Assim, o uso de simulações híbridas em que as equações RANS são usadas na camada interna (cerca de 10% inferior da espessura da camada limite), enquanto as equações de Navier-Stokes com LES são resolvidos longe da parede, tornou-se cada vez mais popular em nos últimos anos (Piomelli, 2008). Várias estratégias podem ser usadas para alternar entre um modelo e outro, como alterar o comprimento escala no modelo de um comprimento de mistura RANS para um relacionado com o tamanho da malha (Piomelli, 2008). O desenvolvimento de métodos híbridos RANS-LES foi significativamente influenciado pela introdução do *Detached Eddy Simulation* (DES) introduzido por Spalart *et al.* (1997), oferecendo o que parecia ser uma solução simples e viável (Heinz, 2020). Diferentes autores tem discutido e aplicado o método (*e.g.* Wilcox (2006), Piomelli (2008), Spalart (2009), Heinz (2020)). As equações do tipo DES podem ser aplicadas de diferentes formas em variados modelos de turbulência (Heinz, 2020).

Embora os efeitos da rugosidade da parede (uma característica muito importante nos escoamentos ambientais e oceanográficos) possam ser adicionados em modelos híbridos RANS-LES, há a carência de estudos da precisão das correções de rugosidade para LES-NWM, de acordo com Piomelli (2008). Contudo, ainda segundo o autor, as leis de equilíbrio podem incluir correções de rugosidade através de modificações da lei logarítmica.

Diversos modelos de turbulência já foram desenvolvidos, como: modelos de zero equações (*e.g.* Baldwin-Lomax and Comprimento de Mistura), modelos de uma equação (*e.g.* Spalart-Allmaras and Wolfstein), modelos de duas equações (*e.g.* $k - \varepsilon$ e $k - \omega$), modelos algébricos e modelos de tensão de Reynolds, como apresentado por Çengel e Cimbala (2012), Heinz (2020), Rizvandi, Miao e Frandsen (2021). De acordo com os autores, os modelos de uma ou mais equações adicionam outras equações de transporte para serem resolvidas simultaneamente às equações de massa e da quantidade de movimento; além da adição de condições de contorno. De todo modo, não há um método único que seja claramente superior aos outros (Piomelli, 2008).

2.4.4.1 Modelo da energia cinética turbulenta

Em modelos de uma equação, a equação de transporte resolve apenas uma variável da turbulência, a energia cinética turbulenta k , que representa a energia contida no fluido (Pope, 2000). Na análise da interação escoamento-dispersão, a energia cinética turbulenta torna-se importante para determinação do coeficiente de dispersão turbulenta e, portanto, do transporte de massa (Rahimi *et al.*, 2023). k pode ser definida como a média do produto das velocidades flutuantes:

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'} \right), \quad (22)$$

onde u' , v' , e w' são os componentes flutuantes do vetor velocidade nas direções x , y e z , respectivamente (Pope, 2000). Os componentes da velocidade são obtidos através da decomposição de Reynolds, $u' = u - \bar{u}$, sendo a média e a variância, respectivamente:

$$\overline{u'} = \frac{1}{t_{total}} \int_0^{t_{total}} (u(t) - \bar{u}) dt = 0, \quad (23)$$

$$\overline{u'u'} = \frac{1}{t_{total}} \int_0^{t_{total}} (u(t) - \bar{u})^2 dt \geq 0. \quad (24)$$

Diante da ausência de valores apropriados de k , pode ser oportuno especificar a intensidade de turbulência, I , que representa a relação entre a velocidade do vórtice turbulenta e a velocidade de corrente livre (Çengel; Cimbala, 2012), dada por:

$$I = \frac{\sqrt{1/3 \left(\overline{u'u'} + \overline{v'v'} + \overline{w'w'} \right)}}{U_\infty} = \frac{\sqrt{2k/3}}{U_\infty}, \quad (25)$$

sendo U_∞ a velocidade alvo (\bar{U} para canais) (Schlichting; Gersten, 2017).

Em resumo, o modelo de uma equação baseado em k contempla:

- a) O modelo da equação de transporte para k ; e
- b) A viscosidade turbulenta, que pode ser definida por $\nu_t = ck^2/\varepsilon$, onde c é uma constante do modelo.

A equação de transporte de k pode ser escrita como:

$$\frac{Dk}{Dt} = -\nabla \cdot \left(\frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_k} \nabla k \right) + P_k - \varepsilon, \quad (26)$$

onde \mathbf{v}_t é a viscosidade cinemática turbulenta, σ_k é o número de Prandtl de k (geralmente tido como $\sigma_k = 1,0$), P_k é a produção de k e ε é a taxa de dissipação de k (Pope, 2000). O termo $\frac{\mathbf{v}_t}{\sigma_k} \nabla k$ modela o fluxo de energia (Pope, 2000). A produção P_k é definida por:

$$P_k = -\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = 2\nu_t \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}, \quad (27)$$

sendo \bar{S}_{ij} o tensor taxa de deformação dado por $(\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / 2$ (Pope, 2000; Heinz, 2020).

Por sua vez, ε corresponde a taxa na qual a energia cinética turbulenta é convertida em energia interna, estimada a partir do gradiente de flutuações (Pope, 2000; Wang *et al.*, 2021). Podendo haver um número limitado de gradientes de velocidade a serem obtidos, diferentes simplificações podem ser feitas para calcular as taxas de dissipação turbulenta (Wang *et al.*, 2021). Um modelo aceitável para ε é dado por:

$$\varepsilon = \nu \left(\overline{\nabla \mathbf{V}' \cdot \nabla \mathbf{V}'} \right) = \frac{k^{3/2}}{l}, \quad (28)$$

onde ν é a viscosidade cinemática e $\mathbf{V}' = (u', v', w')$, e l é a escala de comprimento turbulenta, ou seja, a escala de comprimento característica dos vórtices turbulentos que contêm a energia (Pope, 2000). Na ausência de dados detalhados da turbulência, uma boa regra prática é definir l como metade da escala de comprimento característica no campo de escoamento (Çengel; Cimbala, 2012).

2.4.4.2 Modelo $k - \varepsilon$

Modelos de duas equações têm as equações de transporte resolvendo duas variáveis turbulentas, como energia cinética turbulenta e taxa de dissipação ($k - \varepsilon$) ou energia cinética turbulenta e frequência de turbulência ($k - \omega$), sendo $\omega \cong \varepsilon / k$ (Pope, 2000). A partir desses dois quantitativos, o modelo pode ser completo, sendo possível definir o comprimento de escala ($l = k^{2/3} / \varepsilon$), a escala de tempo ($\tau_k = k / \varepsilon$), e a viscosidade turbulenta ($\nu_t = k^2 / \varepsilon$) (Pope, 2000; Heinz, 2020).

O modelo $k - \varepsilon$ é o mais utilizado e aplicado na maioria dos códigos CFD comerciais. Pope (2000) apresenta o modelo como composto por:

- a) O modelo da equação de transporte para k (similar ao modelo de uma equação, baseado na equação 26);
- b) O modelo da equação de transporte para ε ; e
- c) A especificação da viscosidade turbulenta como $\nu_t = C_\mu k^2 / \varepsilon$, onde $C_\mu = 0,09$ é uma constante do modelo.

A equação de transporte de ε , conforme Pope (2000), pode ser escrita como:

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \nabla \cdot \left(\frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{P\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k}, \quad (29)$$

sendo valores padrão das constantes do modelo: $C_\mu = 0,09$, $C_{\varepsilon 1} = 1,44$, $C_{\varepsilon 2} = 1,92$, $\sigma_k = 1,0$, $\sigma_\varepsilon = 1,3$.

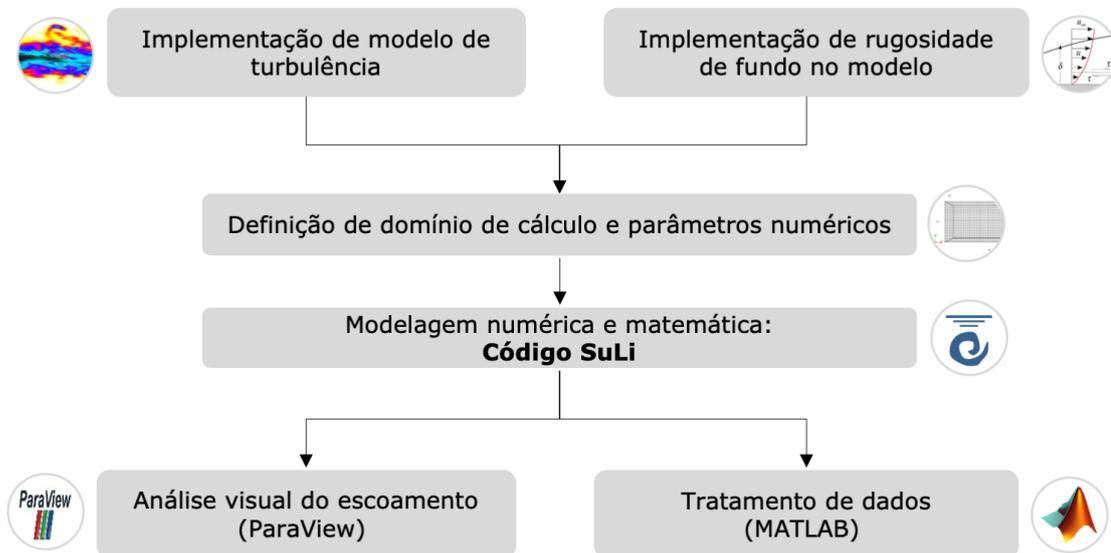
3 METODOLOGIA MATEMÁTICA E NUMÉRICA

O estudo foi desenvolvido a partir do simulador de escoamentos multifásicos SuLi (Simulador de Escoamentos com Superfície Livre). Diante dos trabalhos anteriores desenvolvidos com o SuLi, observou-se a necessidade de adequar o código no que se refere à aplicação das forças resultantes do atrito no contato entre o escoamento e a superfície sólida (paredes e fundo do canal). No caso de simulações de canais naturais, a superfície sólida é composta por uma rugosidade heterogênea, tornando ainda mais importante representar o efeito dessa superfície no perfil de velocidade e na formação da camada limite.

A presente pesquisa desenvolveu simulações numéricas de escoamentos em canais para adequar a representação dos efeitos da tensão de cisalhamento de fundo. No modelo foi considerado o escoamento de fluido newtoniano (nesse caso, água) e a rugosidade do fundo constante no canal.

A metodologia proposta baseou-se nas seguintes etapas: desenvolvimento do modelo de turbulência *Detached Eddy Simulation* (DES); adequação da condição de contorno para aplicação dos efeitos da rugosidade de fundo; definição de domínio de cálculo; execução das simulações a partir do modelo matemático e numérico; e visualização e análises dos resultados, conforme ilustra a Figura 8.

Figura 8 – Fluxograma das etapas de pesquisa.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

3.1 SIMULADOR DE ESCOAMENTOS COM SUPERFÍCIE LIVRE

O SuLi é um código aberto e livre, criado pelo Núcleo de Estudos em Transição e Turbulência pertencente ao Instituto de Pesquisas Hidráulicas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (IPH/UFRGS), em 2014, e atualmente desenvolvido pelo Laboratório de Ciência

das Águas (LaCiA) no Centro de Ciências Tecnológicas da Universidade do Estado de Santa Catarina (CCT/UEDESC). O SuLi é escrito na linguagem de programação Fortran 90, e está disponível através do repositório online github.com/lacia-udesc/SuLi (LACIA, 2024).

O código tem como base as equações de Navier-Stokes e da continuidade para fluidos incompressíveis. Nessa pesquisa foi utilizado o módulo SuLi-IC (Monteiro; Lucchese; Schettini, 2019) que emprega o método de captura de interface (*interface-capturing method*), baseado na metodologia *Level Set* (Osher; Sethian, 1988) que considera uma composição bifásica (ou com dois fluidos imiscíveis) de escoamento. No presente trabalho as duas fases serão água e ar. Também é possível considerar um contorno sólido variável aplicando a estratégia do Método de Fronteiras Imersas (*Immersed Boundary Method - IBM*) por forçamento direta (*discrete forcing*) (e.g. Ye, Chen e Maki (2020)).

Para a solução do sistema das equações de Navier-Stokes e da continuidade, o código SuLi emprega o método de projeção, proposto por Chorin (1968). Em suma, o modelo omite inicialmente o termo da pressão e converte o problema em um sistema de três equação de Advecção-Difusão somadas aos termos das outras forças consideradas. A partir dessas equações, obtém-se o campo de velocidades provisórias. O campo da pressão é então calculado através da equação de Poisson, sendo utilizado na correção das velocidades provisórias para obtenção das velocidades no tempo $n + 1$. As etapas de cálculo de desenvolvimento do modelo matemático são apresentadas através do fluxograma na Figura 9.

A representação da turbulência no SuLi depende do refinamento da malha utilizada na simulação. O usuário pode escolher entre a não aplicação de um modelo de turbulência ou escolher entre os diferentes modelos disponíveis: LES Smagorinsky-Lilly Clássico, RANS com energia cinética turbulenta (Heinz, 2020), ou DES (Heinz, 2020). Os dois últimos modelos compõem o desenvolvimento do presente trabalho.

Em relação ao contorno do domínio, o usuário tem o poder de escolher entre as seguintes condições para as diferentes faces:

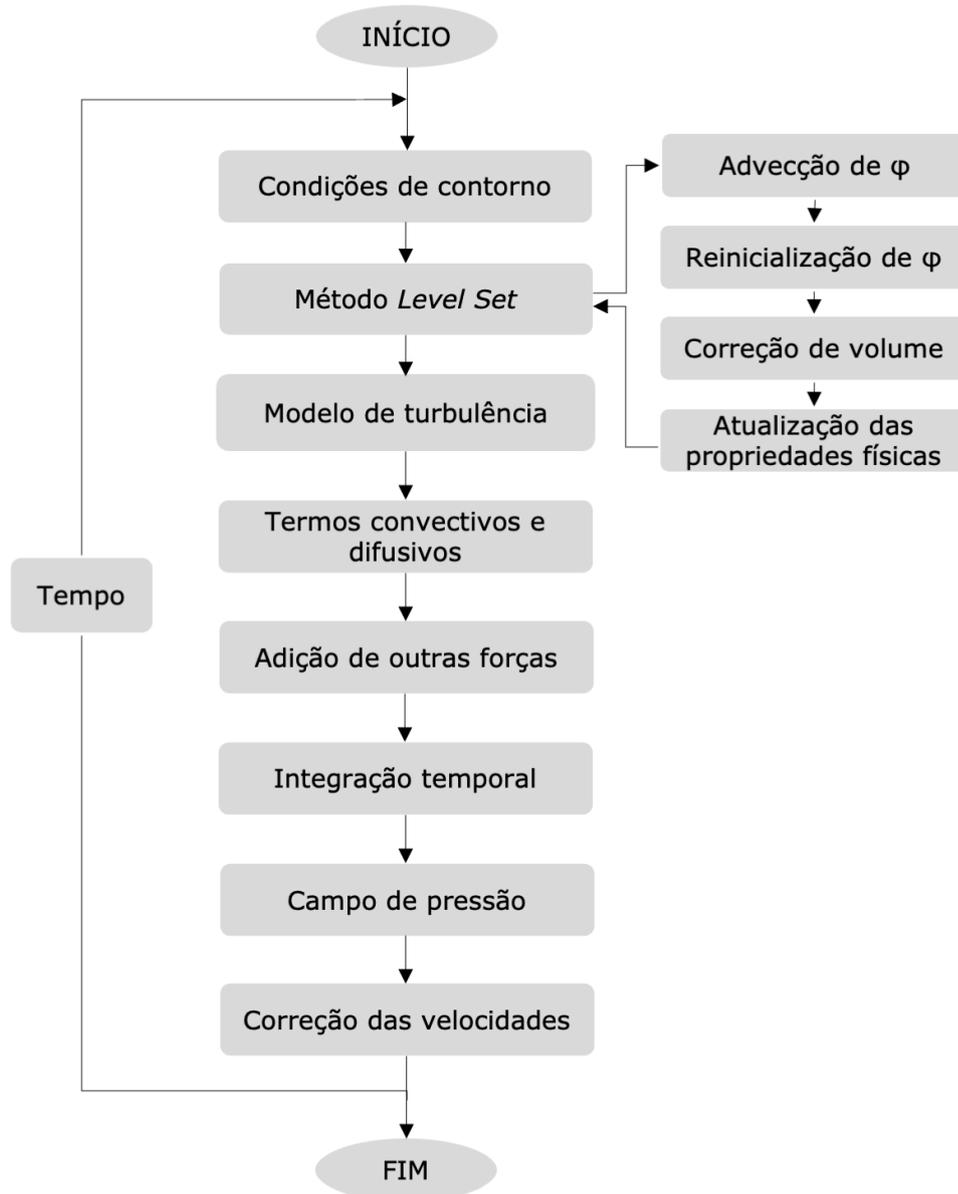
- Condição de fluxo periódico - Permite um ciclo do escoamento de forma que tudo que sai do domínio entra novamente:

$$\vec{V}_{saida} = \vec{V}_{entrada}. \quad (30)$$

- Condição de deslizamento livre (*free-slip*) - Aplica a condição de contorno de Neumann (ou de segundo tipo), restringindo a zero a velocidade normal e as derivadas tangenciais. Para o plano de contorno $x = 0$, por exemplo, tem-se as seguintes condições, que são análogas aos demais planos:

$$u(0,y,z) = 0; \quad \partial v(0,y,z)/\partial x = 0; \quad \partial w(0,y,z)/\partial x = 0. \quad (31)$$

Figura 9 – Fluxograma de desenvolvimento do modelo matemático do código SuLi.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

- Condição de não deslizamento (*no-slip*) - Corresponde a condição de contorno de Dirichlet (ou de primeiro tipo), impondo todas as velocidades (normal e tangenciais) como nulas. Para o plano de contorno $x = 0$, por exemplo, tem-se as seguintes condições, que são análogas aos demais planos:

$$u(0,y,z) = 0; \quad v(0,y,z) = 0; \quad w(0,y,z) = 0. \quad (32)$$

- Condição prescrita - Permite que o usuário defina uma velocidade naquele plano. Para o plano de contorno $x = 0$, por exemplo, tem-se as seguintes condições, que são análogas aos demais planos:

$$u(0,y,z) = \text{fornecida}; \quad v(0,y,z) = \text{fornecida}; \quad w(0,y,z) = \text{fornecida}. \quad (33)$$

- Condição de saída livre - Corresponde a condição de radiação de Sommerfeld, ou apenas, condição de radiação. Fornece a liberdade de saída do escoamento no plano $x = L_x$ (sendo L_x o comprimento do domínio), onde as derivadas normais de todas as componentes (tangenciais e normal) são nulas:

$$\partial u(L_x, y, z) / \partial n = 0; \quad \partial v(L_x, y, z) / \partial n = 0; \quad \partial w(L_x, y, z) / \partial n = 0. \quad (34)$$

Ainda é possível aplicar uma "camada esponja" a fim de direcionar os vetores de velocidade em determinada porção do domínio computacional, otimizando a condição de contorno. Por exemplo, ao ser adicionado ao final do domínio, essa camada cria um esquema de absorção das velocidades tangenciais ao fluxo de saída, de modo que a reflexão de qualquer onda seja minimizada com a intenção de eliminar essa reflexão.

3.2 MODELO MATEMÁTICO

Nessa seção é apresentado o modelo matemático aplicado no código SuLi, incluindo a equação da quantidade de movimento e da continuidade, e o método *Level Set* para captura da interface. Também são apresentados os termos do modelo de turbulência, os quais foram implementados na presente pesquisa.

3.2.1 Equações de Navier-Stokes e da continuidade

Para a simulação de escoamentos com superfície livre, o código SuLi desenvolve numericamente em um domínio espacial tridimensional (3D), as equações de Navier-Stokes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + g_x - \frac{\partial(2k/3)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial v}{\partial z} \right) \right] + g_y - \frac{\partial(2k/3)}{\partial y}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right] + g_z - \frac{\partial(2k/3)}{\partial z}, \end{aligned} \quad (37)$$

e a da equação da continuidade:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0, \quad (38)$$

onde x , y e z correspondem as coordenadas do plano cartesiano; u , v e w são as componentes da velocidade nas direções x , y e z , respectivamente; t é o tempo; p é a pressão; k é a energia cinética turbulenta; g_x e g_z são as componentes da aceleração da gravidade nas direções x e z , respectivamente; ρ é a massa específica; μ é a viscosidade dinâmica e μ_t é a viscosidade dinâmica turbulenta.

O campo de pressão é calculado aplicando-se a equação de Poisson a partir do método da Projeção (Chorin, 1968):

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho} \nabla p^{n+1} \right) = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{V}}^{n+1}, \quad (39)$$

sendo $\tilde{\mathbf{V}}$ o campo de velocidades não corrigidas e n é o índice de discretização do tempo. A obtenção desta velocidade será apresentada na descrição da metodologia numérica.

3.2.2 Interface - Método Level Set

A metodologia *Level Set*, proposta inicialmente por Osher e Sethian (1988), considera a interface entre os fluidos imiscíveis como a função distância mínima entre um ponto qualquer do domínio e a interface, dada por:

$$\phi(\mathbf{x}) = \pm \min(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_\Gamma|), \quad (40)$$

onde \mathbf{x} é o vetor posição de um ponto do domínio e \mathbf{x}_Γ é o vetor posição de um ponto da interface. Logo, na presente aplicação, a superfície livre do escoamento é definida como a posição onde a função distância é nula ($\phi = 0$). O sinal positivo de ϕ representa que o ponto está localizado na água e o sinal negativo indica que o ponto está acima do nível da água, no ar.

O movimento da superfície livre é definido pela equação de advecção:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \phi = 0. \quad (41)$$

Considerando que há descontinuidade abrupta da densidade e da viscosidade na interface entre os fluidos, problemas de instabilidade podem ocorrer no modelo. Por isso, é considerado no

método *Level Set* a função de Heaviside suave (\mathcal{H}). A suavidade de \mathcal{H} depende do coeficiente δ_N relativo ao número de células usadas para criar a variação suave das propriedades físicas, sendo aplicado nesse trabalho $\delta_N = 1,5$. As propriedades físicas do problema na interface variam, assim, conforme as funções:

$$\rho = (1 - \mathcal{H})\rho_{ar} + \mathcal{H}\rho_{agua} \quad (42)$$

e

$$\mu = (1 - \mathcal{H})\mu_{ar} + \mathcal{H}\mu_{agua} \quad (43)$$

onde $\rho_{ar} = 1,204 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{agua} = 998 \text{ kg/m}^3$, $\mu_{ar} = 1,8253 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$ e $\mu_{agua} = 1,00798 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s}$. Para que a característica da distância ($|\nabla\phi| = 0$) seja mantida, é realizado o procedimento de reinicialização da função distância, proposto inicialmente por Sussman, Smereka e Osher (1994). O procedimento de cálculo aplicado ao método *Level Set* pode causar a perda de massa na superfície livre. Para reduzir essa perda, é aplicada a seguinte correção:

$$\frac{\partial\phi}{\partial\chi} = \frac{(V_v - V_0)}{V_0} |\nabla\phi|, \quad (44)$$

onde V_v é o volume de água calculado a partir de ϕ , V_0 é o volume de água inicial e χ é um passo de tempo fictício definido relativo a discretização espacial.

3.2.3 Modelos de turbulência

Para simular os efeitos da turbulência foram realizadas simulações a partir de dois modelos de turbulência: modelo tradicional Smagorinsky-Lilly e o modelo híbrido *Detached Eddy Simulation* (DES). Em ambos os métodos, a viscosidade total é obtida pelo somatório da viscosidade cinemática com a viscosidade cinemática turbulenta: $\nu_{total} = \nu + \nu_t$.

3.2.3.1 Modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly

No modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly, baseado na configuração *Large Eddy Simulation* (LES) (Smagorinsky, 1963; Lilly, 1967), a viscosidade turbulenta (ν_t) é dada pela expressão:

$$v_t = (C_s \Delta_g)^2 \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}, \quad (45)$$

onde C_s é o coeficiente de Smagorinsky (usualmente definido como $C_s = 0,13$); $\Delta_g = \sqrt[3]{\Delta x \Delta y \Delta z}$ é o tamanho representativo da malha; e S_{ij} é o tensor de taxa de deformação. O termo da energia cinética turbulenta não é modelado diretamente neste método, sendo desconsiderado das equações 35, 36 e 37.

3.2.3.2 Detached Eddy Simulation (DES)

O método DES (híbrido RANS-LES) é baseado no modelo matemático apresentado por Heinz (2020), sendo a viscosidade turbulenta modelada dada por:

$$v_t = C_\mu k \tau_k, \quad (46)$$

considerando C_μ um parâmetro do modelo (usualmente definido como $C_\mu = 0,09$), k a energia cinética turbulenta e τ_k a escala de tempo de dissipação. Na simulação dos efeitos da turbulência, a energia turbulenta é representada por:

$$\frac{Dk}{Dt} = P_k - \psi_{DES} \varepsilon + D_k, \quad (47)$$

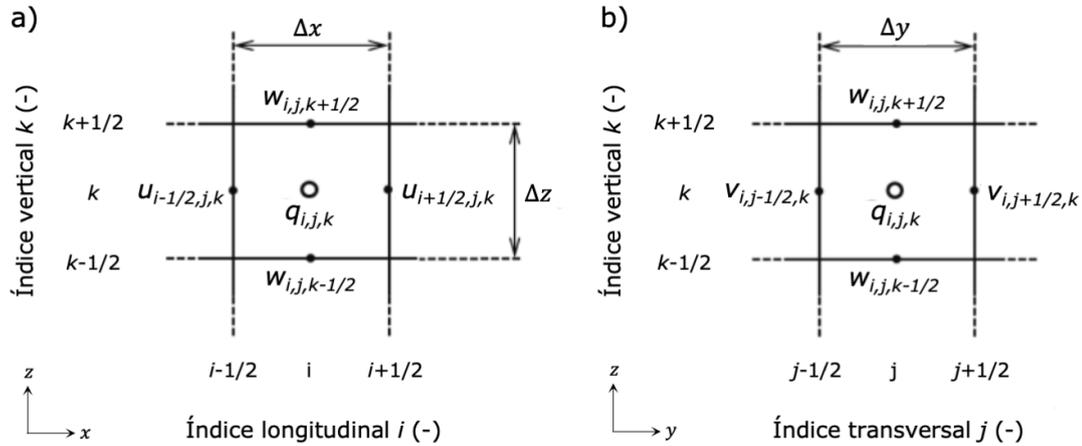
sendo $P_k = 2v_t \bar{S}_{ij} \bar{S}_{ij}$ a produção de k , $\bar{S}_{ij} = (\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / 2$ é o tensor taxa de deformação; $\psi_{DES} = \max\left(1, \frac{k^{3/2}}{C_{DES} \Delta_g \varepsilon}\right)$, onde C_{DES} é uma constante, usualmente considerada como $C_{DES} = 0,65$; ε a taxa de dissipação da energia cinética turbulenta, que é relacionada à escala de tempo de dissipação τ_k via $\varepsilon = k / \tau_k$; e a difusão turbulenta $D_k = \partial[(v + v_t) \partial k / \partial x_j] / \partial x_j$. Compreende-se que ψ_{DES} define quando o modelo de turbulência será RANS ou LES a partir do comprimento de escala, sendo $l = k^{3/2} / \varepsilon$ e $l = \Delta_g$ para LES.

3.3 MODELO NUMÉRICO

Apresenta-se nesse item a resolução numérica aplicada para as equações de quantidade de movimento, para o modelo matemático do método *Level Set* e para os modelos de turbulência. Para o desenvolvimento do modelo numérico são aplicados esquemas explícitos em diferenças finitas. A malha espacial consiste em células com comprimento Δx , largura Δy e altura Δz , correspondentes aos eixos x , y e z , respectivamente. Cada célula é numerada em seu centro com os índices i , j , e k . Neste modelo, as variáveis escalares (pressão, viscosidade, massa específica e

Level Set) são calculadas no centro das células, enquanto a malha da velocidade é locada nas faces, representando um esquema com malha deslocada (Figura 10).

Figura 10 – Sistema cartesiano de malhas com arranjo deslocado: a) referente ao plano (x,z) ; b) referente aos planos (y,z) . A letra q representa uma variável escalar genérica.



Fonte: Monteiro e Schettini (2015).

Para derivação espacial, o SuLi possibilita o uso de diferentes métodos de aproximação numérica, ficando ao usuário a liberdade de escolha. Estão disponíveis: *Upwind*, Centrado, e *Upwind* de 2ª Ordem. Já para a evolução temporal, o código dispõe quatro métodos: Euler Explícito de 1ª Ordem, Runge-Kutta de 2ª Ordem, Runge-Kutta de 3ª Ordem, Adams-Bashforth de 2ª Ordem e Adams-Bashforth de 3ª Ordem.

3.3.1 Esquema para as equações de Navier-Stokes

No presente trabalho, as derivadas espaciais do termo convectivo são resolvidas a partir do esquema *Upwind* de 2ª Ordem. Logo, as derivadas das velocidades na direção x são dadas por:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} = \max(u_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial x} + \min(u_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial x}, \quad (48)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial y} = \max(v_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial y} + \min(v_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial y}, \quad (49)$$

$$w \frac{\partial u}{\partial z} = \max(w_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial z} + \min(w_{i+\frac{1}{2},j,k}, 0) \frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial z}, \quad (50)$$

onde

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial x} = \frac{3u_{i+\frac{1}{2},j,k} - 4u_{i-1+\frac{1}{2},j,k} + u_{i-2+\frac{1}{2},j,k}}{2\Delta x}, \quad (51)$$

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial x} = \frac{-u_{i+2+\frac{1}{2},j,k} + 4u_{i+1+\frac{1}{2},j,k} - 3u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{2\Delta x}; \quad (52)$$

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial y} = \frac{3u_{i+\frac{1}{2},j,k} - 4u_{i+\frac{1}{2},j-1,k} + u_{i+\frac{1}{2},j-2,k}}{2\Delta y}, \quad (53)$$

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial y} = \frac{-u_{i+\frac{1}{2},j+2,k} + 4u_{i+\frac{1}{2},j+1,k} - 3u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{2\Delta y}; \quad (54)$$

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^-}{\partial z} = \frac{3u_{i+\frac{1}{2},j,k} - 4u_{i+\frac{1}{2},j,k-1} + u_{i+\frac{1}{2},j,k-2}}{2\Delta z}, \quad (55)$$

$$\frac{\partial u_{i+\frac{1}{2},j,k}^+}{\partial z} = \frac{-u_{i+\frac{1}{2},j,k+2} + 4u_{i+\frac{1}{2},j,k+1} - 3u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{2\Delta z}. \quad (56)$$

O termo difusivo, por sua vez, é calculado a partir da aproximação pelo esquema Centrado de 2ª Ordem, onde a derivada primeira é aplicada duas vezes para se obter uma derivada segunda, sendo dado por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{\Delta x} \left((\mu + \mu_t)_{i+1,j,k} \left(\frac{u_{i+1+\frac{1}{2},j,k} - u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\Delta x} \right) + \right. \\ &\quad \left. (\mu + \mu_t)_{i,j,k} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i-\frac{1}{2},j,k}}{\Delta x} \right) \right), \end{aligned} \quad (57)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{\Delta y} \left((\mu + \mu_t)_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j+1,k} - u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\Delta y} \right) + \right. \\ &\quad \left. (\mu + \mu_t)_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i+\frac{1}{2},j-1,k}}{\Delta y} \right) \right), \end{aligned} \quad (58)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right)_{i+\frac{1}{2},j,k} &= \frac{1}{\Delta z} \left((\mu + \mu_t)_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k+1} - u_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\Delta z} \right) + \right. \\ &\quad \left. (\mu + \mu_t)_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}} \left(\frac{u_{i+\frac{1}{2},j,k} - u_{i+\frac{1}{2},j,k-1}}{\Delta z} \right) \right). \end{aligned} \quad (59)$$

Os esquemas para as derivadas espaciais (equações 48 a 59) apresentados apenas para a direção x são também aplicados para as velocidades nas direções y e z , possibilitando o cálculo das equações de Navier-Stokes 3D.

Para a evolução temporal, nesse trabalho é aplicado o esquema Runge-Kutta de 3ª Ordem, por ser um método mais estável e preciso, apesar da alta demanda computacional. O esquema é dado por:

$$\tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = u_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \frac{\Delta t}{6} (Fx^{n,1} + 4Fx^{n,2} + Fx^{n,3})_{i+\frac{1}{2},j,k}, \quad (60)$$

$$\tilde{v}_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = v_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \frac{\Delta t}{6} (Fy^{n,1} + 4Fy^{n,2} + Fy^{n,3})_{i,j+\frac{1}{2},k}, \quad (61)$$

$$\tilde{w}_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \frac{\Delta t}{6} (Fz^{n,1} + 4Fz^{n,2} + Fz^{n,3})_{i,j,k+\frac{1}{2}}, \quad (62)$$

onde n é o índice de discretização do tempo; e Fx , Fy e Fz referem-se às derivadas temporais do campo de velocidade não corrigida (\tilde{u} , \tilde{v} , \tilde{w}) apresentadas posteriormente.

A partir das equações de Navier-Stokes (35, 36 e 37), isola-se as derivadas temporais para representação dos termos convectivos, difusivos e de outras forças aplicadas:

$$\begin{aligned} Fx_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n,m} = & \left[-u^{n,m} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial x} - v^{n,m} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial y} - w^{n,m} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial z} \right. \\ & + \frac{1}{\rho^{n+1}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial u^{n,m}}{\partial z} \right) \right] + g_x - \frac{\partial(2k^{n+1}/3)}{\partial x} \right]_{i+\frac{1}{2},j,k}, \end{aligned} \quad (63)$$

$$\begin{aligned} Fy_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n,m} = & \left[-u^{n,m} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial x} - v^{n,m} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial y} - w^{n,m} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial z} \right. \\ & + \frac{1}{\rho^{n+1}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial v^{n,m}}{\partial z} \right) \right] + g_y - \frac{\partial(2k^{n+1}/3)}{\partial y} \right]_{i,j+\frac{1}{2},k}, \end{aligned} \quad (64)$$

$$\begin{aligned} Fz_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n,m} = & \left[-u^{n,m} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial x} - v^{n,m} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial y} - w^{n,m} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial z} \right. \\ & + \frac{1}{\rho^{n+1}} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial y} \right) \right. \\ & \left. \left. + \frac{\partial}{\partial z} \left((\mu + \mu_t)^{n+1} \frac{\partial w^{n,m}}{\partial z} \right) \right] + g_z - \frac{\partial(2k^{n+1}/3)}{\partial z} \right]_{i,j,k+\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (65)$$

onde m é o índice de interações do método Runge-Kutta. Na aplicação das equações 60, 61 e 62, tem-se as seguintes relações de recorrência:

$$Fx_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n,1} = Fx(u^n)_{i+\frac{1}{2},j,k}, \quad (66)$$

$$Fx_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n,2} = Fx\left(u^n + \frac{\Delta t Fx^{n,1}}{2}\right)_{i+\frac{1}{2},j,k}, \quad (67)$$

$$Fx_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n,3} = Fx(u^n - \Delta t Fx^{n,1} + 2\Delta t Fx^{n,2})_{i+\frac{1}{2},j,k}; \quad (68)$$

$$Fy_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n,1} = Fy(v^n)_{i,j+\frac{1}{2},k}, \quad (69)$$

$$Fy_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n,2} = Fy\left(v^n + \frac{\Delta t Fy^{n,1}}{2}\right)_{i,j+\frac{1}{2},k}, \quad (70)$$

$$Fy_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n,3} = Fy(v^n - \Delta t Fy^{n,1} + 2\Delta t Fy^{n,2})_{i,j+\frac{1}{2},k}; \quad (71)$$

$$Fz_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n,1} = Fz(w^n)_{i,j,k+\frac{1}{2}}, \quad (72)$$

$$Fz_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n,2} = Fz\left(w^n + \frac{\Delta t Fz^{n,1}}{2}\right)_{i,j,k+\frac{1}{2}}, \quad (73)$$

$$Fz_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n,3} = Fz(w^n - \Delta t Fz^{n,1} + 2\Delta t Fz^{n,2})_{i,j,k+\frac{1}{2}}. \quad (74)$$

Assim que as velocidades não corrigidas são obtidas, ocorre o cálculo do campo de pressão pela a equação de Poisson (equação 39) a partir do método do Gradiente Conjugado Precondicionado (Shewchuk *et al.*, 1994), considerando que a massa específica é variável de acordo com as especificações do *Level Set*. Após o seu cálculo, obtém-se a velocidade corrigida a partir do gradiente de pressão:

$$u_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = \tilde{u}_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} - \frac{1}{\rho_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1}} \frac{p_{i+1,j,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta x}, \quad (75)$$

$$v_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = \tilde{v}_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} - \frac{1}{\rho_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1}} \frac{p_{i,j+1,k}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta y}, \quad (76)$$

$$w_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = \tilde{w}_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} - \frac{1}{\rho_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1}} \frac{p_{i,j,k+1}^{n+1} - p_{i,j,k}^{n+1}}{\Delta z}. \quad (77)$$

3.3.2 Esquema para o Level Set

Para desenvolvimento da metodologia *Level Set*, as derivadas espaciais são calculadas a partir do esquema *Weighted Essentially Non Oscillatory* de quinta ordem (Liu; Osher; Chan, 1994). Já para a integração temporal é aplicado o esquema *Total Variation Diminishing Runge-Kutta* de terceira ordem (Gottlie; Shu, 1998). Ambos os esquemas são utilizados para melhorar a estabilidade no cálculo da equação de advecção pura, uma vez que reduzem as oscilações espúrias do processo. O detalhamento desses esquemas numéricos, incluindo o cálculo da equação de Advecção Pura, o procedimento de Reinicialização do *Level Set* e a obtenção da função Heaviside, é apresentado por Monteiro, Lucchese e Schettini (2019).

Devido ao princípio da conservação de massa, o volume deve ser constante no tempo. Para verificação, a cada passo de tempo o volume de água V_v é calculado por:

$$V_v = (1 - \mathcal{H}_{i,j,k})\Delta x\Delta y\Delta z, \quad (78)$$

onde $\mathcal{H}_{i,j,k}$ é a função Heaviside em cada ponto do domínio. Para calcular a correção do volume (equação 44), é aplicado o esquema de Euler Explícito, dado por:

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta\chi |\nabla\phi| \frac{V_v - V_0}{V_0}, \quad (79)$$

tendo como tempo fictício $\Delta\chi = 0,1\Delta_g$.

3.3.3 Esquema para os modelos de turbulência

3.3.3.1 Modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly

Consideravelmente simples, este modelo aproxima as derivadas para o cálculo da taxa de deformação. Assim, as derivadas da velocidade do modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly (equação 45), derivadas escalonadas e interpolações são calculadas a partir de um esquema Centrado de 2ª ordem (uma vez que, utilizando-se a malha deslocada, o esquema de primeira ordem se torna de segunda ordem), dado por:

$$\frac{\partial c_{i+\frac{1}{2},j,k}}{\partial x} \approx \frac{c_{i+1,j,k} - c_{i,j,k}}{\Delta x} \quad (80)$$

$$c_{i+\frac{1}{2},j,k} \approx \frac{c_{i+1,j,k} + c_{i,j,k}}{2}. \quad (81)$$

onde c é uma variável genérica. Estes cálculos ocorrem de forma análoga para as direções y e z .

3.3.3.2 Detached Eddy Simulation (DES)

O esquema do modelo de turbulência DES calcula dois componentes: a energia cinética turbulenta k e a viscosidade cinemática turbulenta ν_t .

3.3.3.2.1 Energia cinética turbulenta

A energia cinética turbulenta é calculada a partir da equação para k (equação 47). Considerando a possibilidade de aplicação de uma velocidade de entrada ($u^{n=0}$), a energia cinética turbulenta inicial é considerada como:

$$k^{n=0} = \frac{3}{2}(Iu^{n=0})^2, \quad (82)$$

sendo I a intensidade de turbulência inicial (%). As derivadas espaciais do termo convectivo são resolvidas a partir do esquema *Upwind* de 2ª Ordem, dadas por:

$$u \frac{\partial k}{\partial x} = \max(u_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial x} + \min(u_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial x}, \quad (83)$$

$$v \frac{\partial k}{\partial y} = \max(v_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial y} + \min(v_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial y}, \quad (84)$$

$$w \frac{\partial k}{\partial z} = \max(w_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial z} + \min(w_{i,j,k}, 0) \frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial z}, \quad (85)$$

onde

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial x} = \frac{3k_{i,j,k} - 4k_{i-1,j,k} + k_{i-2,j,k}}{2\Delta x}, \quad (86)$$

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial x} = \frac{-k_{i+2,j,k} + 4k_{i+1,j,k} - 3k_{i,j,k}}{2\Delta x}; \quad (87)$$

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial y} = \frac{3k_{i,j,k} - 4k_{i,j-1,k} + k_{i,j-2,k}}{2\Delta y}, \quad (88)$$

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial y} = \frac{-k_{i,j+2,k} + 4k_{i,j+1,k} - 3k_{i,j,k}}{2\Delta y}; \quad (89)$$

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^-}{\partial z} = \frac{3k_{i,j,k} - 4k_{i,j,k-1} + k_{i,j,k-2}}{2\Delta z}, \quad (90)$$

$$\frac{\partial k_{i,j,k}^+}{\partial z} = \frac{-k_{i,j,k+2} + 4k_{i,j,k+1} - 3k_{i,j,k}}{2\Delta z}. \quad (91)$$

O termo difusivo, por sua vez, é calculado a partir da aproximação pelo esquema Centrado de 2ª Ordem, onde a derivada primeira é aplicada duas vezes para se obter uma derivada segunda, sendo dado por:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(v_t \frac{\partial k_{i,j,k}}{\partial x} \right) = \frac{v_{t,i+1/2,j,k} (k_{i+1,j,k} - k_{i,j,k}) - v_{t,i-1/2,j,k} (k_{i,j,k} - k_{i-1,j,k})}{(\Delta x)^2}, \quad (92)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial k_{i,j,k}}{\partial y} \right) = \frac{v_{t,i,j+1/2,k} (k_{i,j+1,k} - k_{i,j,k}) - v_{t,i,j-1/2,k} (k_{i,j,k} - k_{i,j-1,k})}{(\Delta y)^2}, \quad (93)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \frac{\partial k_{i,j,k}}{\partial z} \right) = \frac{v_{t,i,j,k+1/2} (k_{i,j,k+1} - k_{i,j,k}) - v_{t,i,j,k-1/2} (k_{i,j,k} - k_{i,j,k-1})}{(\Delta z)^2}. \quad (94)$$

Para a evolução temporal da energia cinética turbulenta, é aplicado o esquema Runge-Kutta de 3ª Ordem, dado por:

$$k_{i,j,k}^{n+1} = k_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{6} \left(Fk_{i,j,k}^{n,1} + 4Fk_{i,j,k}^{n,2} + Fk_{i,j,k}^{n,3} \right), \quad (95)$$

onde n é o índice de discretização do tempo. Já Fk refere-se à derivada temporal da energia cinética turbulenta definida como:

$$FK_{i,j,k}^{n,m} = \left[-u^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial x} - v^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial y} - w^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial z} + P_k^{n,m} - \varepsilon^{n,m} + \frac{\partial}{\partial x} \left((v + v_t)^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left((v + v_t)^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left((v + v_t)^n \frac{\partial k^{n,m}}{\partial z} \right) \right]_{i,j,k}, \quad (96)$$

onde m é o índice de interações do método Runge-Kutta. Na aplicação da equação 95, tem-se as seguintes relações de recorrência:

$$FK_{i,j,k}^{n,1} = Fk(k)_{i,j,k}, \quad (97)$$

$$FK_{i,j,k}^{n,2} = Fk \left(k + \frac{\Delta t FK_{i,j,k}^{n,1}}{2} \right), \quad (98)$$

$$FK_{i,j,k}^{n,3} = Fk \left(k - \Delta t FK_{i,j,k}^{n,1} + 2\Delta t FK_{i,j,k}^{n,2} \right). \quad (99)$$

3.3.3.2.2 Viscosidade turbulenta

A partir do modelo matemático apresentado por Heinz (2020) e do desenvolvimento da energia cinética turbulenta, a viscosidade turbulenta é calculada por:

$$v_t = C_\mu k \Delta_g, \quad (100)$$

sendo C_μ um parâmetro do modelo não constante e Δ_g a maior dimensão de discretização espacial entre x , y e z .

4 APLICAÇÕES E RESULTADOS

Nesse item são expostos os casos de aplicação e os resultados das simulações desenvolvidas. Viu-se importante, inicialmente, apresentar uma contextualização sobre o processo de desenvolvimento da pesquisa.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Para alcançar o objetivo desse trabalho, foi necessária uma pesquisa bibliográfica a respeito de escoamentos turbulentos em canais com fundo rugoso. A pesquisa tinha como motivação inicial desenvolver um modelo 3D adequado para escoamentos ambientais, como canais naturais e inundações, contudo deparou-se com uma limitada gama de estudos que abordam turbulência e rugosidade nesse contexto. Os conceitos teóricos sobre a tensão de cisalhamento de fundo são abordados em diferentes literaturas (*e.g.* Chow (1959), Dingman (2009), Çengel e Cimbala (2012), Schlichting e Gersten (2017)), sendo parte da teoria já consolidada dentro da hidráulica. Em contrapartida, poucos estudos de modelos numéricos para escoamento em canais abertos citam a aplicação desses conceitos e, quando o fazem, não evidenciam a forma de aplicação no modelo. De acordo com Piomelli (2019), a maior parte do conhecimento sobre os efeitos da rugosidade foi adquirida, até então, através de experimentos, o que pode justificar a dificuldade em relacionar este conhecimento ao desenvolvimento matemático analítico e a sua aproximação numérica.

Para a área relacionada a recursos hídricos, observou-se, assim como apontado por Morvan *et al.* (2008), que o termo "rugosidade" é frequentemente formulado como um termo de "resistência ao escoamento" em modelos numéricos 1D, 2D e 3D, sendo possível serem identificados diferentes trabalhos que aplicam os coeficientes de resistência, como Chézy ou Manning (*e.g.* Causin, Miglio e Saleri (2002), Wang e Dawdy (2014), Lyu e Zhu (2018), Fu *et al.* (2019), Casulli e Zanolli (2022)). Com base nos estudos encontrados, foram testadas diferentes formas de aplicação dos coeficientes de resistência no código SuLi. Casulli e Zanolli (2022), por exemplo, descrevem a tensão de cisalhamento de fundo τ_b como inversamente proporcional ao coeficiente de Chézy C :

$$(\tau_b)_x u_b = \nu \frac{\partial u}{\partial z} = g \frac{\sqrt{(u_b)^2 + (v_b)^2}}{C^2} u_b, \quad (101)$$

$$(\tau_b)_y v_b = \nu \frac{\partial v}{\partial z} = g \frac{\sqrt{(u_b)^2 + (v_b)^2}}{C^2} v_b, \quad (102)$$

onde u_b e v_b são as velocidades de fundo ($z = 0$) nas direções x e y , respectivamente; e g é a aceleração da gravidade. Apesar de trabalharem com escoamentos 3D, Casulli e Zanolli (2022) e Causin, Miglio e Saleri (2002), aplicando as equações 101 e 102, não fazem referência à tensão

de cisalhamento na direção z . Os artigos não deixam claro de que forma as equações 101 e 102 foram efetivamente aplicadas na resolução numérica, podendo ser a partir de um termo fonte, substituindo termos do equacionamento original, ou, ainda, a partir de condições de contorno.

Avaliando as equações de Navier-Stokes 35, 36 e 37, observou-se que o termo $v \frac{\partial u}{\partial z}$ é componente das forças aplicadas ao escoamento, dentro das derivadas da segunda ordem do termo difusivo. Assim, verificou-se se este equacionamento deveria ser aplicado pela adição no termo difusivo $\left(\frac{\partial}{\partial z} \left(v \frac{\partial u}{\partial z} + (\tau_b)_x \right) \right)$, ou o substituindo $\left(\frac{\partial}{\partial z} (\tau_b)_x \right)$. As simulações realizadas mostraram que não há diferença significativa entre substituir esse termo no equacionamento das derivadas temporais (equações 63 e 64) no código ou adicioná-lo como uma força externa atuante.

De todo modo, não foram obtidos resultados satisfatórios com a aplicação dos coeficientes de resistência como termo dissipativo. Silva (2022) também identificou a baixa sensibilidade do modelo SuLi quanto à aplicação do coeficiente C como componente de uma força dissipativa adicional nas equações do momento. Assim, a etapa seguinte do presente trabalho foi buscar conceitos que fossem independentes dos coeficientes empíricos, uma vez que esses estão relacionados mais à perda de carga ao longo do escoamento do que à rugosidade da superfície sólida propriamente dita, pois foram obtidos originalmente de formulações unidimensionais de escoamentos normais.

Uma possibilidade básica, de acordo com Rodi, Constantinescu e Stoesser (2013), é resolver o escoamento em torno dos elementos individuais da rugosidade, especificando como condição do contorno de não deslizamento na parede destes elementos. Alguns estudos utilizam o Método de Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method - IBM*) para a representação direta da geometria da parede dentro do domínio simulado (*e.g.* Roman, Armenio e Frohlich (2009), Yuan e Piomelli (2014), Piomelli (2019), Cai e Sagaut (2021)). Embora interessante, assim como o DNS, esse método pode requerer alto custo computacional, limitando os tipos de problemas que podem ser resolvidos, inviabilizando estudos em canais naturais.

Segundo Morvan *et al.* (2008), na Mecânica dos Fluidos a rugosidade aparece como uma consideração nos limites das paredes, para explicar a dissipação de energia que não são explicitamente contabilizados nos modelos numéricos, por causa da baixa resolução da malha. Os autores descrevem a rugosidade como um modelo dos processos físicos que são omitidos. Assim, a partir de uma abordagem mais abrangente para a presente pesquisa, considerando a aplicação do modelo para canais naturais e artificiais, optou-se pela modelagem da rugosidade de fundo. O presente trabalho se concentrou apenas em superfícies rígidas, não considerando superfícies móveis ou flexíveis.

Quanto ao embasamento teórico para definição do modelo matemático aplicado, os estudos encontrados com melhor detalhamento na forma de representação dos efeitos da parede e da turbulência em escoamentos com superfície livre são direcionados ao campo da Engenharia Mecânica e Aeroespacial (*e.g.* Junqueira-Junior *et al.* (2013), Cai e Sagaut (2021), Heinz (2020)). Nesses casos, foi necessária uma avaliação da replicabilidade dos métodos.

Além disso, a pesquisa bibliográfica também evidenciou a importância de se adotar um modelo de turbulência adequado para representação dos efeitos da parede. O SuLi já possuía o modelo Smagorinsky-Lilly, um modelo LES tradicional. Tendo em vista o alto custo computacional envolvido em modelos com resolução da parede, optou-se pela implementação de um método híbrido RANS-LES. Assim, foi desenvolvido um Detached Eddy Simulation (DES), baseado no modelo matemático de Heinz (2020).

De acordo com Çengel e Cimbala (2012), os modelos de turbulência são aproximações que dependem de constantes empíricas para o fechamento matemático das equações. O autor enfatiza que as soluções CFD para escoamentos turbulentos são proporcionalmente eficazes à adequação e validade do modelo de turbulência utilizado. Nas simulações desenvolvidas nesse trabalho, foram realizadas para calibração dos parâmetros dos modelos: C_s para Smagorinsky-Lilly e C_μ para DES.

Estudos experimentais publicados forneceram conjuntos de dados abrangentes de canais com fundos rugosos que foram utilizados para validar os métodos e modelos numéricos. Foram utilizados resultados de experimentos publicados por Zampiron *et al.* (2022) e por Van Rijn (1980). A seguir são apresentados os resultados obtidos nos dois casos simulados: um escoamento com fundo plano e um escoamento sobre degrau (*backward facing step*).

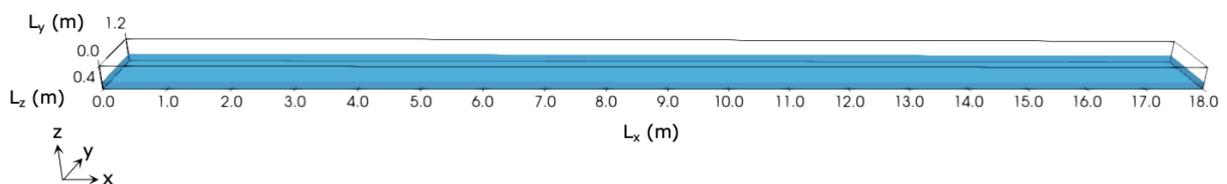
4.2 ESCOAMENTO COM FUNDO PLANO

Para simulação de um escoamento com fundo plano, foram utilizados dados experimentais do estudo de Zampiron *et al.* (2022), desenvolvido no Laboratório de Mecânica dos Fluidos da Universidade de Aberdeen.

4.2.1 Domínio de cálculo e condições de contorno

As simulações desenvolvidas no caso de um escoamento com fundo plano basearam-se nas dimensões e nas condições de contorno do experimento identificado como GS_H128 de Zampiron *et al.* (2022). O escoamento estudado tem largura de 1,18 m e profundidade de 0,127 m, sendo simulado a partir de um domínio com dimensões $L_x = 17,99$ m, $L_y = 1,19$ m e $L_z = 0,40$ m, conforme apresentado na Figura 11. O canal tem declividade de 0,001484 m/m.

Figura 11 – Esquema do domínio de cálculo utilizado para comparação com o experimento GS_H128 de Zampiron *et al.* (2022).



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

A definição da discretização espacial e temporal ocorreu a partir de uma série tentativas de malhas espaciais e intervalos temporais, buscando o melhor detalhamento com garantia da convergência do código, além da consideração do custo computacional. Optou-se pela aplicação de células paralelepipedais ($\Delta x = \Delta y = 0,035 \text{ m}$ e $\Delta z = 0,02 \text{ m}$) devido a pouca profundidade do escoamento. A malha espacial ficou definida como $N_x = 514$, $N_y = 34$ e $N_z = 20$. Todas as simulações foram realizadas considerando um intervalo temporal de $\Delta t = 0,004 \text{ s}$. O modelo hidrodinâmico foi reproduzido até atingir a condição de escoamento permanente.

Como parâmetro de entrada, foi imposta a condição de contorno prescrita com velocidade inicial de $0,49 \text{ m/s}$ contante em todo o perfil transversal da entrada ($x = 0$). Também foi considerada uma taxa de turbulência através da variação de até 2% na velocidade inicial de forma pseudo-aleatória, como detalhado no próprio experimento. A condição inicial da energia cinética turbulência foi aplicada a partir da equação 25, também considerando a intensidade de 2%.

No final do domínio ($x = L_x$), foi imposta a condição de saída livre; e nas paredes laterais ($y = 0$, $y = L_y$) foi estabelecida a condição de não deslizamento (*no-slip*), anulando assim as velocidades normais e tangenciais. Sendo um canal aberto, com a interface superior ($z = L_z$) possuindo majoritariamente ar, optou-se por aplicar a condição de deslizamento livre. Para representação da tensão de cisalhamento no fundo do canal ($z = 0$), foram modeladas duas condições de contorno:

- Condição de contorno de não deslizamento (*no-slip*) - Conforme apresentado, impõe todas as velocidades (normal e tangenciais) como nulas:

$$u(0,y,z) = 0 ; v(0,y,z) = 0 ; w(0,y,z) = 0 ; \quad (103)$$

$$u(x,0,z) = 0 ; v(x,0,z) = 0 ; w(x,0,z) = 0 ; \quad (104)$$

$$u(x,y,0) = 0 ; v(x,y,0) = 0 ; w(x,y,0) = 0 . \quad (105)$$

- Condição de contorno *semi-slip* - Relaciona a tensão de cisalhamento à lei logarítmica para paredes rugosas (Chow *et al.*, 2005; Rodi; Constantinescu; Stoesser, 2013; Ferziger; Peric; Street, 2020), sendo:

$$(\tau_x)_{i,j,1} = \rho (u_*)_{i,j,1}^2 = \rho_{i,j,1} C_D u_{i,j,1} \sqrt{u_{i,j,1}^2 + v_{i,j,1}^2} , \quad (106)$$

$$(\tau_y)_{i,j,1} = \rho (v_*)_{i,j,1}^2 = \rho_{i,j,1} C_D v_{i,j,1} \sqrt{u_{i,j,1}^2 + v_{i,j,1}^2} ,$$

onde u_* e v_* são as velocidades de cisalhamento na direções x e y , respectivamente, e C_D é o coeficiente de arrasto, dado por:

$$C_D = \left[\frac{1}{\kappa} \ln \left(\frac{z_0 + z_1}{z_0} \right) \right]^{-2} ,$$

onde κ é a constante de Kármán (adotada como igual a 0,41), z_0 é a altura da rugosidade de fundo, e z_1 é a distância para o primeiro ponto fora da parede ($dz/2$). O experimento GS_H128 de Zampiron *et al.* (2022) aplica como rugosidade de fundo esferas de vidro com diâmetro de 0,016 m, valor considerado como z_0 na equação 107. A partir da interpolação pela equação da reta, as velocidades no contorno são dadas com base nas velocidades de cisalhamentos:

$$u_{i,j,0} = 2(u_*)_{i,j,1} - u_{i,j,1} , \quad (107)$$

$$v_{i,j,0} = 2(v_*)_{i,j,1} - v_{i,j,1} . \quad (108)$$

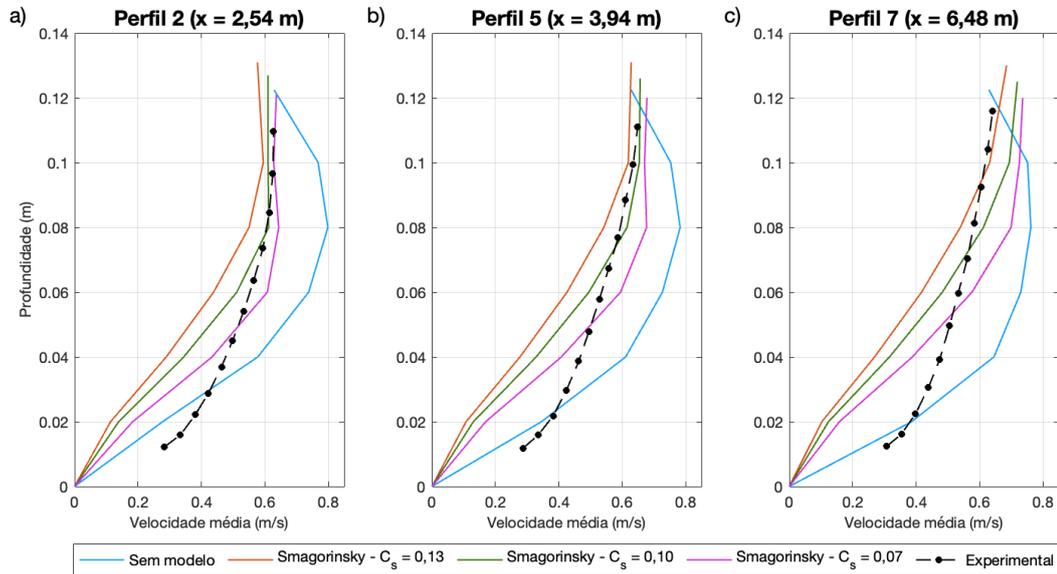
Em seu experimento, Zampiron *et al.* (2022) obtiveram o perfil de velocidade em diferentes pontos do escoamento. Para comparação com os resultados das simulações no SuLi, foram considerados o Perfil 2, o Perfil 5 e o Perfil 7, localizados nas distâncias $x = 2,54 \text{ m}$, $x = 3,94 \text{ m}$ e $x = 6,48 \text{ m}$, respectivamente, e $y = 0,5 \text{ m}$. A diferença entre os valores experimentais (\bar{U}_e) e os valores resultantes das simulações (\bar{U}_s) foi estabelecida a partir do erro $Er = |\bar{U}_e - \bar{U}_s|$. Para que a posição dos valores de velocidades simuladas fossem compatíveis com o experimento, utilizou-se o método de interpolação linear dos pontos de velocidade mais próximos na vertical à posição desejada.

4.2.2 Resultados e discussão

Inicialmente foi aplicada a condição de não deslizamento nas paredes do canal, impondo as velocidades tangenciais e normais como zero para as paredes, o que é uma prática usual para modelos 3D (Morvan *et al.*, 2008). Diversas simulações foram realizadas, com e sem modelo de turbulência. A Figura 12 apresenta os perfis de velocidade com o modelo Smagorinsky-Lilly e a Figura 13 com o modelo DES, e a Tabela 2 apresenta os erros absolutos médios em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022).

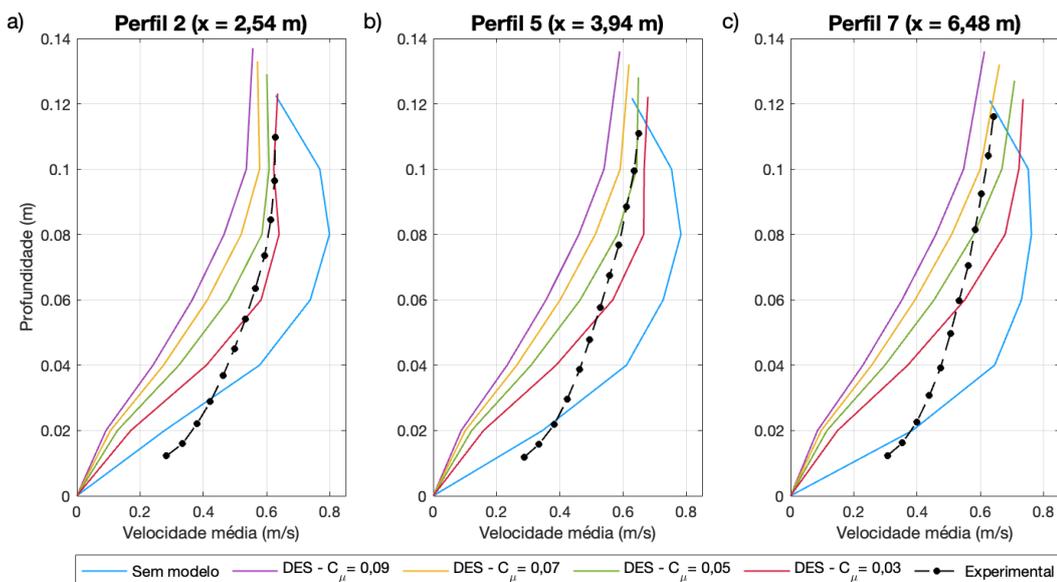
Os modelos apresentaram perfil de velocidade similares, variando apenas na translação com a variação dos coeficientes. Com a condição de não deslizamento no fundo, bons resultados foram obtidos com $C_s = 0,10$ e $C_\mu = 0,03$ (menores erros absolutos), sendo esses considerados para análise e discussão a seguir.

Figura 12 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno de não deslizamento (*no-slip*) no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo Smagorinsky-Lilly.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 13 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno de não deslizamento (*no-slip*) no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo DES.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Tabela 2 – Erro absoluto médio de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno de não deslizamento (*no-slip*) no fundo, para simulações com modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly e DES.

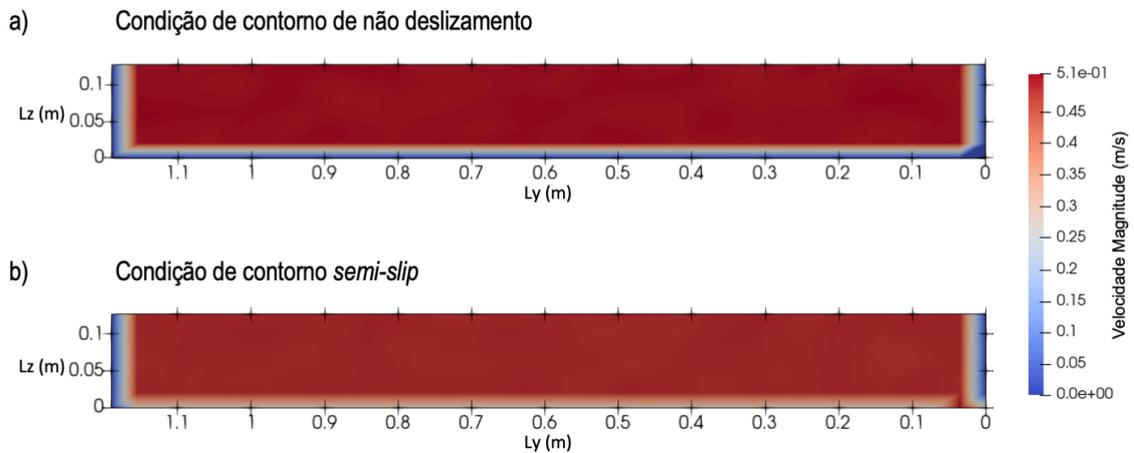
Perfil	Smagorinsky			DES			
	$C_s = 0,13$	$C_s = 0,10$	$C_s = 0,07$	$C_\mu = 0,09$	$C_\mu = 0,07$	$C_\mu = 0,05$	$C_\mu = 0,03$
Perfil 2	0,105	0,061	0,046	0,164	0,124	0,078	0,039
Perfil 5	0,092	0,057	0,065	0,157	0,115	0,065	0,058
Perfil 7	0,092	0,064	0,085	0,155	0,111	0,070	0,074
Média	0,096	0,061	0,065	0,158	0,117	0,071	0,057

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Para a condição sem modelo de turbulência, na visualização do escoamento pelo *software* Paraview (KITWARE INC., 2023) pode ser observada que a simulação não consegue dissipar todos os vórtices gerando um acúmulo de energia no começo do domínio. Essa energia é propagada pelo escoamento formando um perfil de velocidade parabólico, característico de escoamentos laminares. Na aplicação dos modelos de turbulência, o modelo se apresentou mais difusivo quanto maior o valor dos coeficientes. Isso, pois tanto C_μ para DES, quanto C_s para Smagorinsky-Lilly, eles são diretamente proporcionais à viscosidade turbulenta. Logo, evidencia-se a importância desse processo de calibração.

Ambos os modelos não apresentaram boas aproximações na metade inferior da profundidade. Conforme apresentado por Ferziger, Peric e Street (2020), em contornos sólidos rugosos a condição de não deslizamento pode não ser apropriada devido à limitação na representação da rugosidade. Por outro lado, perto das paredes, as equações de Navier-Stokes requerem uma malha refinada para resolver adequadamente a subcamada linear e a camada limite turbulenta (Morvan *et al.*, 2008; Ferziger; Peric; Street, 2020), o que limita a alternativa de simulação direta. Uma forma de resolver essa questão é a aplicação de um modelo da camada limite, como uma lei logarítmica para parede rugosa (Morvan *et al.*, 2008; Rodi; Constantinescu; Stoesser, 2013; Ferziger; Peric; Street, 2020). Assim, no modelo proposto por esse trabalho, a rugosidade aparece na condição de contorno e não como termo nas equações (como em 1D e 2D). A lei da parede foi incorporada nas equações do modelo através da condição de contorno *semi-slip*, em que as velocidades de cisalhamento (equações 107 e 108) modelam o efeito da parede no fluido na primeira célula dentro do domínio (Figura 14). Desse modo, o efeito físico do limite da parede é refletido no domínio discreto, onde as equações de Navier-Stokes discretizadas são resolvidas.

Figura 14 – Distribuição de velocidade inicial na seção transversal com (a) condição de contorno de não deslizamento e (b) condição de contorno *semi-slip*.



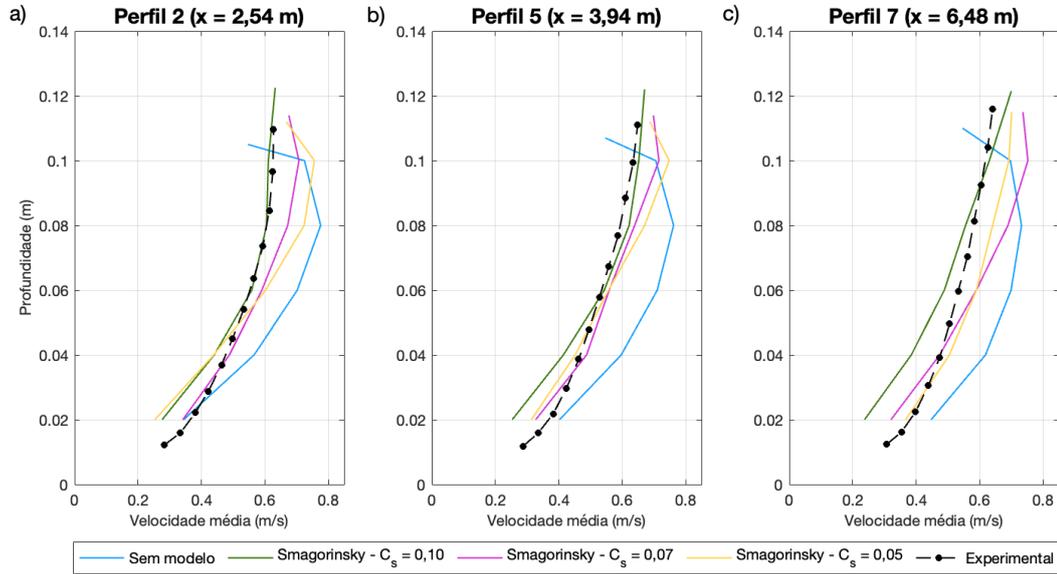
Fonte: Elaborado pela autora (2024).

As Figuras 15 e 16 apresentam os perfis de velocidade horizontal obtidos com a aplicação da condição de contorno *semi-slip* no fundo do canal, e a Tabela 3 apresenta os erros absolutos médios em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022). Foram consideradas como altura da rugosidade as dimensões geométricas do fundo rugoso fornecidos pelos autores do experimento ($z_0 = 0,016$ m).

Houve uma melhora significativa na representação da região inferior do escoamento a partir da modificação da condição de contorno no fundo do canal. Os modelos Smagorinsky-Lilly com $C_s = 0,10$ e DES com $C_\mu = 0,04$ apresentaram bons resultados (menores erros absolutos), sendo esses considerados para análise e discussão. Observa-se que, mesmo na aplicação do modelo DES, o problema foi resolvido na configuração LES ($\psi_{DES} = k^{1/3}/(C_{DES}\Delta_g\varepsilon)$). Isso, pois para o canal simulado, a escala de comprimento característica da turbulência é a profundidade do escoamento, que pode ser discretizada pela escala de comprimento característica do LES (Δ_g). Não foi possível, portanto, obter conclusões mais específicas quanto ao método híbrido. Para Heinz (2020), é evidente que o uso desse tipo de método pode reduzir o erro dos métodos RANS.

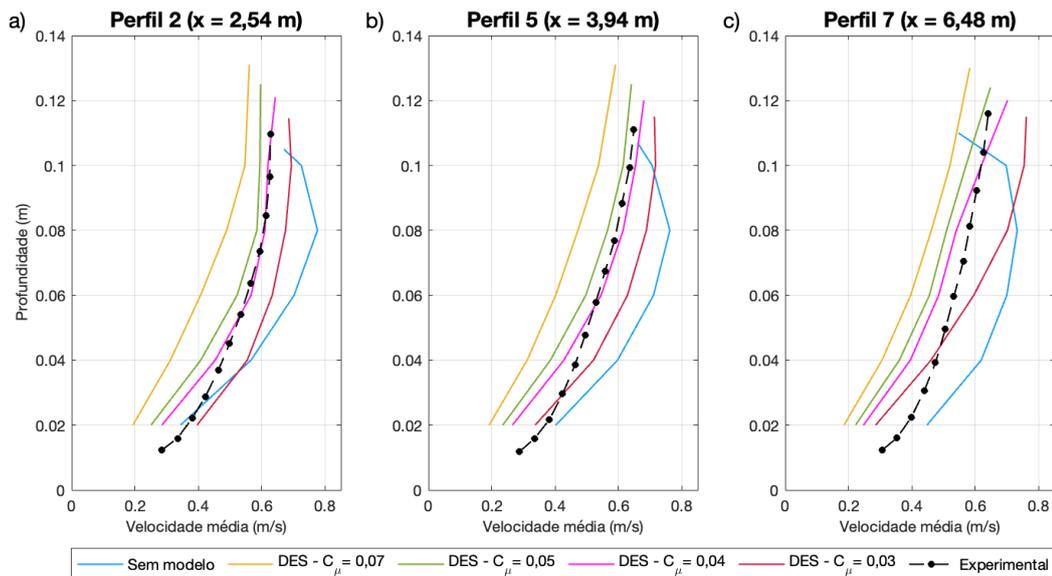
Na comparação dos resultados, fica claro que a definição da rugosidade restrita à condição de contorno torna seu impacto muito mais localizado e limitado, se comparado às teorias de aplicação dos coeficientes de resistência empíricos. Em modelos 3D, a identificação do que a rugosidade representa é facilitada uma vez que há mais física incluída (comparado a 1D e 2D); no entanto, a definição da altura da rugosidade também é muito limitada pela falta de compreensão fundamental de como representar a rugosidade numericamente (*e.g.* altura máxima, altura média, altura média mais desvio padrão) e a falta de uma lei genérica descrevendo seus efeitos, como apontado por Morvan *et al.* (2008).

Figura 15 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano baseado no experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno *semi-slip* no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo Smagorinsky-Lilly.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 16 – Perfil de velocidade horizontal de escoamento com fundo plano baseado no experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno *semi-slip* no fundo, para simulações sem modelo de turbulência e com modelo DES.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Tabela 3 – Erro absoluto médio de escoamento com fundo plano em comparação ao experimento de Zampiron *et al.* (2022), com condição de contorno *semi-slip* no fundo, para simulações com modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly e DES.

Perfil	Smagorinsky				DES		
	$C_s = 0,10$	$C_s = 0,07$	$C_s = 0,05$	$C_\mu = 0,07$	$C_\mu = 0,05$	$C_\mu = 0,04$	$C_\mu = 0,03$
Perfil 2	0,022	0,066	0,084	0,125	0,043	0,031	0,091
Perfil 5	0,029	0,043	0,056	0,126	0,048	0,024	0,065
Perfil 7	0,043	0,073	0,054	0,131	0,077	0,046	0,083
Média	0,031	0,061	0,065	0,128	0,056	0,034	0,080

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Também em relação aos resultados, não se pode esperar que a representação da rugosidade compense erros na técnica numérica ou deficiências nos modelos físicos. Além disso, Morvan *et al.* (2008) indicam que pode haver um ajuste necessário entre o valor de rugosidade física e o valor de rugosidade numérico equivalente para garantir o valor correto para a posição da superfície livre, perda de carga e inclinação. Segundo os autores, esses valores dependem do modelo de turbulência e das características numéricas da simulação, e geralmente são diferentes do valor experimental.

Ainda sobre os erros na técnica numérica, deve-se lembrar que podem haver dissipações implícitas. Nesse estudo, optou-se pelo esquema *Upwind* de 2ª Ordem para derivação espacial por sua melhor estabilização em comparação com o método Centrado. Contudo, o esquema *Upwind* possui um expressivo erro de difusão numérica, o que também reforça a importância dos procedimentos de calibração do modelo de turbulência. De acordo com Spalart (2000), o *Upwind* pode ser usado como um LES implícito a fim de compensar a cascata de energia e manter a suavidade da solução.

O estudo de Junqueira-Junior *et al.* (2013) demonstra que a dissipação artificial excessiva gerada automaticamente pelo esquema de discretização espacial pode deteriorar as previsões da camada limite. Segundo os mesmos autores, o esquema de discretização espacial deve ser seletivamente modificado para controlar corretamente essa dissipação artificial. Ou seja, a implementação de um modelo de turbulência não é suficiente para fornecer resultados precisos. Nesses casos, os termos dissipativos, presentes nas equações de discretização espacial e no modelo de turbulência, precisam ser cuidadosamente tratados.

Campos de velocidade (no trecho $x = 3,0 \text{ m}$ à $x = 4,5 \text{ m}$) são apresentados na Figura 18, comparando as duas condições de contorno de fundo aplicadas. Com a condição de não deslizamento, os gradientes de velocidade na parede são menores. Desse modo, os perfis de velocidade aproximaram-se dos caracterizados como escoamento laminares. Já com a condição *semi-slip* foi possível ajustar os perfis, aumentando o gradiente na parede (de forma modelada) e, conseqüentemente, as tensões de cisalhamento da parede. De acordo com Zampiron *et al.* (2022), a espessura da camada limite chega a altura do escoamento. Assim, é de se esperar que o

perfil de velocidade varie rapidamente próximo a parede e mais lentamente na região central, caracterizando uma camada limite turbulenta.

A Tabela 4 apresenta dados dos escoamentos para o experimento e os simulados com as diferentes condições de contorno (CC). O escoamento é caracterizado como turbulento com elevado Número de Reynolds e subcrítico com número de Froude menor que 1.

Tabela 4 – Dados do escoamento.

Item	Experi- mental ¹	CC não deslizamento			CC <i>semi-slip</i>		
		Sem modelo	DES	Smago- rinsky	Sem modelo	DES	Smago- rinsky
\bar{U} (m/s)	0,49	0,608	0,443	0,464	0,615	0,520	0,511
u_* (m/s)	0,043	0,039	0,039	0,039	0,039	0,039	0,039
Re (-) ²	63000	76505	55698	58329	77313	65403	64246
Fr (-) ³	0,44	0,55	0,40	0,42	0,55	0,47	0,46

¹ Fornecido por Zampiron *et al.* (2022).

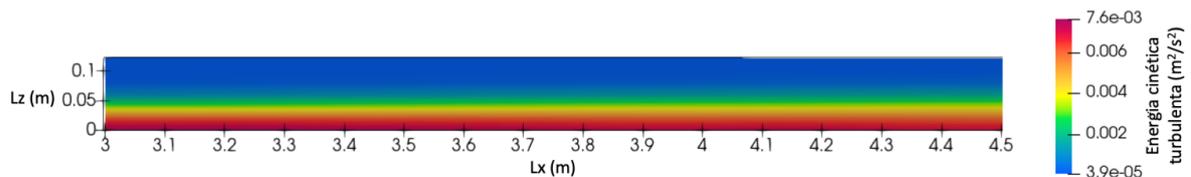
² $Re = Uh/\nu$.

³ $Fr = U/\sqrt{gh}$.

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

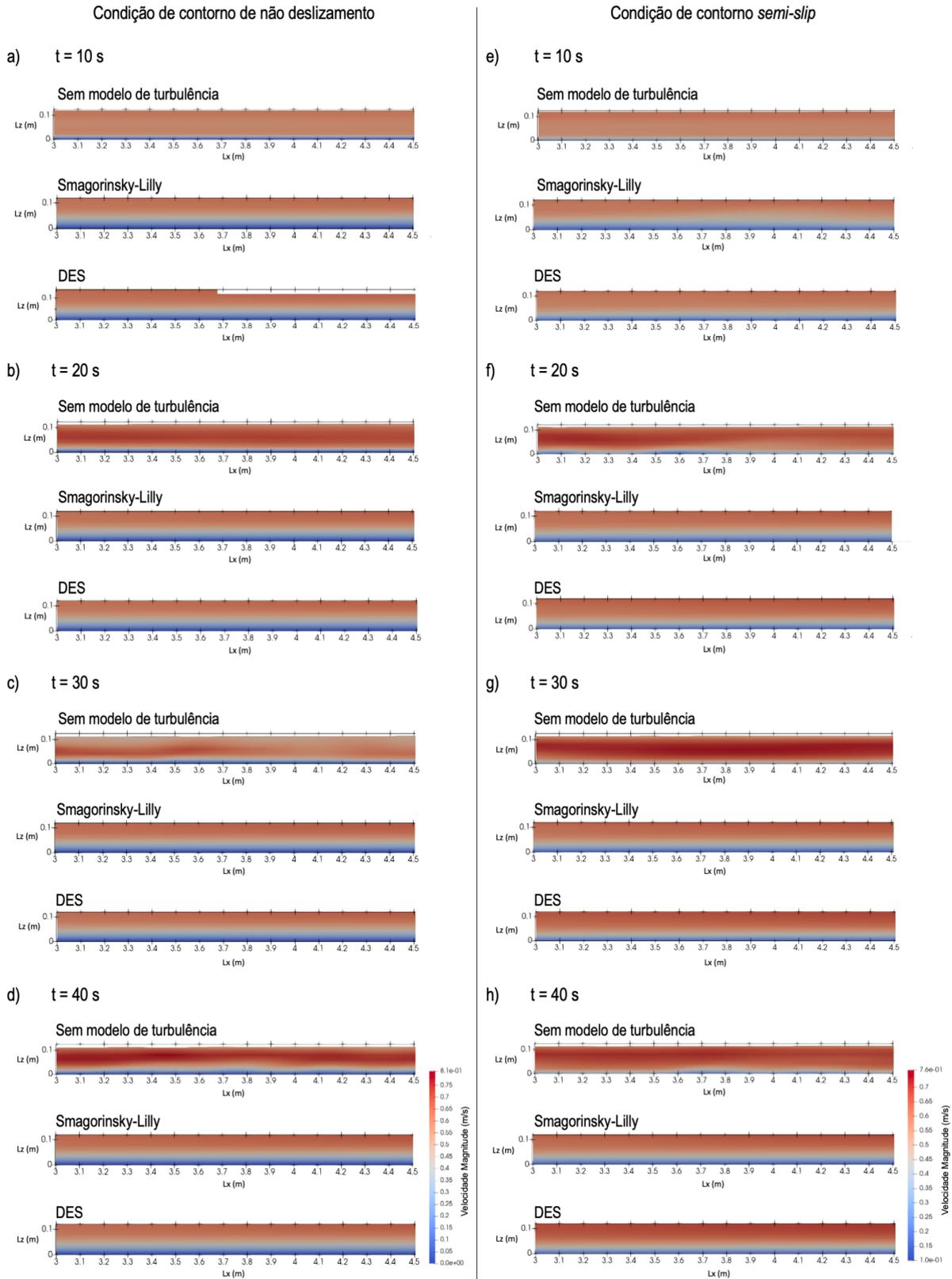
Nas simulações com DES foi possível analisar a distribuição da energia cinética turbulenta. Os níveis mais elevados de energia cinética turbulenta se concentram próximo ao leito (Figura 17), muito semelhante ao que se espera da tensão de cisalhamento turbulenta.

Figura 17 – Distribuição da energia cinética turbulenta no modelo DES com a condição de contorno *semi-slip*.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 18 – Campo de velocidade do escoamento com fundo plano das simulações com (a-d) condição de contorno de não deslizamento e (e-h) condição de contorno *semi-slip*.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

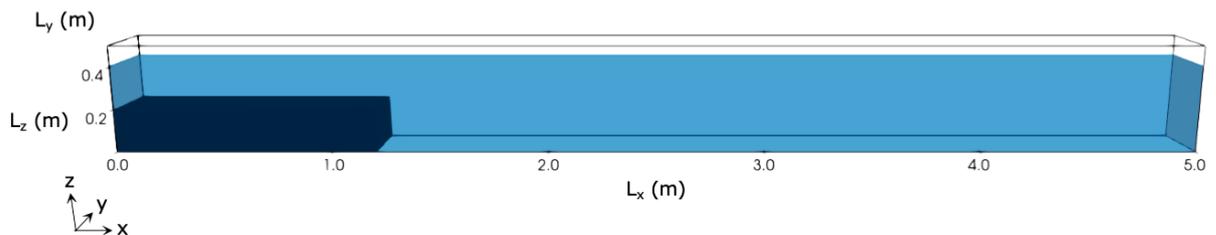
4.3 ESCOAMENTO SOBRE DEGRAU

Para simulação de um escoamento sobre degrau, foram utilizados dados experimentais do estudo de Van Rijn (1980) desenvolvido no Laboratório de Hidráulica de Delft.

4.3.1 Domínio de cálculo e condições de contorno

A aplicação para um escoamento sobre degrau é baseada no experimento identificado como T1 de Van Rijn (1980), com profundidade máxima de $0,40\text{ m}$. O domínio simulado tem as dimensões $L_x = 5,00\text{ m}$, $L_y = 0,32\text{ m}$ e $L_z = 0,50\text{ m}$, contendo um degrau $0,20\text{ m}$ até $x = 1,20\text{ m}$, conforme apresentado na Figura 19. O degrau foi adicionado por meio do IBM, de forma a anular as velocidades ($\vec{V} = \vec{0}$) nos pontos determinados para representação superfície sólida. Aos $0,20\text{ m}$ iniciais foi adicionado uma camada esponja. O canal tem declividade de $0,00054\text{ m/m}$.

Figura 19 – Esquema do domínio de cálculo utilizado para comparação com o experimento T1 de Van Rijn (1980).



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

A discretização espacial foi aplicada com células cúbicas ($\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,02\text{ m}$). A malha ficou definida como $N_x = 260$, $N_y = 16$ e $N_z = 25$. Todas as simulações foram realizadas considerando um intervalo temporal de $\Delta t = 0,004\text{ s}$. O modelo hidrodinâmico foi reproduzido até atingir a condição de escoamento permanente.

Foi prescrita a velocidade inicial de $0,405\text{ m/s}$, constante em todo o perfil transversal da entrada ($x = 0$). Já a condição inicial da energia cinética turbulência foi dada por uma linha de tendência polinomial de ordem 2, calculada a partir das velocidades flutuantes dadas por Van Rijn (1980) e aplicadas na equação 22.

Mesmo com a documentação de Van Rijn (1980) rica em informações sobre perfis de velocidade, não foi possível determinar qual a condição de saída aplicada no experimento. De qualquer forma, optou-se por aplicar numericamente uma condição de saída livre ($x = L_x$). Nas paredes laterais ($y = 0, y = L_y$) foi estabelecida a condição de deslizamento (*free-slip*), anulando assim a velocidades normal e as derivadas tangenciais. Sendo um canal aberto, com a interface superior ($z = L_z$) possuindo majoritariamente ar, optou-se por aplicar a condição de contorno de deslizamento livre. Para representação da tensão de cisalhamento no fundo do canal ($z = 0$), foi modelada unicamente a condição de contorno *semi-slip* (equações 106 à 108), a partir de altura da rugosidade experimental $z_0 = 0,006\text{ m}$.

O experimento de Van Rijn (1980) também obteve informações do perfil de velocidade em diferentes pontos do escoamento. Nesse estudo, foram considerados o Perfil 1, o Perfil 3, o Perfil 5 e o Perfil 7, localizados nas distâncias $x = 1,0\text{ m}$, $x = 1,8\text{ m}$, $x = 2,4\text{ m}$ e $x = 3,2\text{ m}$, respectivamente, e $y = 0,16\text{ m}$. A diferença entre os valores experimentais (\overline{U}_e) e os valores resultantes das simulações (\overline{U}_s) foi estabelecida a partir do erro $Er = |\overline{U}_e - \overline{U}_s|$. Para que a posição dos valores de velocidades simuladas fossem compatíveis com o experimento, utilizou-se o método de interpolação linear dos pontos de velocidade mais próximos na vertical à posição desejada.

4.3.2 Resultados e discussão

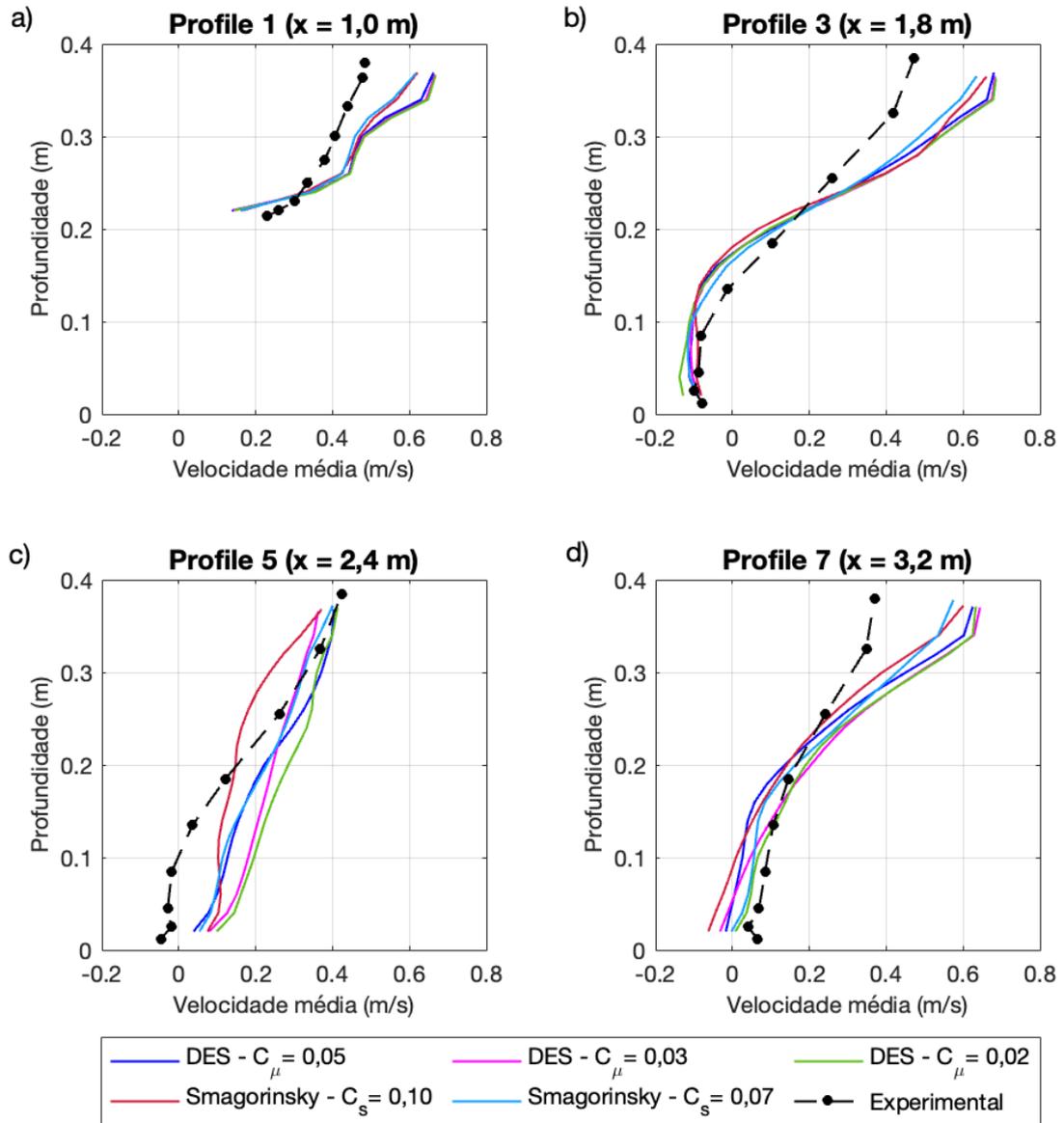
Por questões de estabilidade e custos computacionais, as simulações foram desenvolvidas apenas com o uso dos modelos de turbulência. A Figura 20 apresenta os resultados obtidos para os quatro perfis de velocidade horizontal avaliados ($x = 1,0\text{ m}$, $x = 1,8\text{ m}$, $x = 2,4\text{ m}$ e $x = 3,2\text{ m}$), e a Tabela 5 apresenta os erros absolutos médios em comparação ao experimento de Van Rijn (1980). O escoamento na entrada no canal é caracterizado como turbulento com elevado Número de Reynolds e subcrítico com número de Froude menor que 1 (Van Rijn, 1980).

Os Perfis 3 (Figura 20b) e 7 (Figura 20d) apresentaram bons resultados, apesar das maiores velocidades próximo à superfície livre. Para o Perfil 5 (Figura 20c), os melhores resultados foram obtidos a partir do modelo DES com $C_\mu = 0,05$, formando um perfil similar ainda que com velocidades maiores. Com o modelo Smagorinsky-Lilly, os melhores resultados foram com $C_s = 0,07$ (menor erro absoluto médio). As simulações com esses coeficientes foram consideradas para análise e discussão.

O modelo apresentou um acúmulo de energia na entrada do domínio, gerando vórtices que diminuíram a profundidade e aumentaram a velocidade do escoamento. A propagação dessa energia foi observada principalmente próximo a superfície livre. A fim de amenizar essa condição, foi aplicada uma camada esponja $0,2\text{ m}$ na entrada. Apesar de ter melhorado as condições do escoamento, os resultados para o Perfil 1 (Figura 20a) ainda não acompanham o experimento. A discrepância também pode estar associada à falta de informações sobre turbulência na entrada do domínio computacional. O experimento de Van Rijn (1980) fornece apenas velocidades flutuantes em seções do escoamento, a partir dos quais foi obtido uma linha de tendência polinomial de ordem 2 para a condição inicial da energia cinética turbulência.

A implementação da condição de contorno *semi-slip* no degrau deve, ainda, ser aprimorada. O degrau foi adicionado por meio de um IBM por força direta, que impõe velocidades nulas nos pontos determinados para representação da estrutura sólida. Na fase superior do degrau, foi inserida a condição de contorno *semi-slip*, que impõem uma velocidade de cisalhamento, assim como no restante do fundo do canal. Não foi possível, contudo, validar essa técnica com os resultados obtidos.

Figura 20 – Perfil de velocidade horizontal de canal com degrau baseado no experimento de Van Rijn (1980), para simulações com modelo de turbulência Smagorinsky-Lilly e DES.



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Tabela 5 – Erro absoluto médio de escoamento com degrau em comparação ao experimento de Van Rijn (1980) para simulações com modelo Smagorinsky-Lilly e DES.

Perfil	Smagorinsky		DES		
	$C_s = 0,10$	$C_s = 0,07$	$C_\mu = 0,05$	$C_\mu = 0,03$	$C_\mu = 0,02$
Perfil 1	0,081	0,077	0,104	0,106	0,107
Perfil 3	0,065	0,052	0,065	0,071	0,074
Perfil 5	0,088	0,081	0,084	0,113	0,134
Perfil 7	0,077	0,054	0,079	0,080	0,061
Média	0,078	0,066	0,083	0,093	0,094

Fonte: Elaborado pela autora (2024).

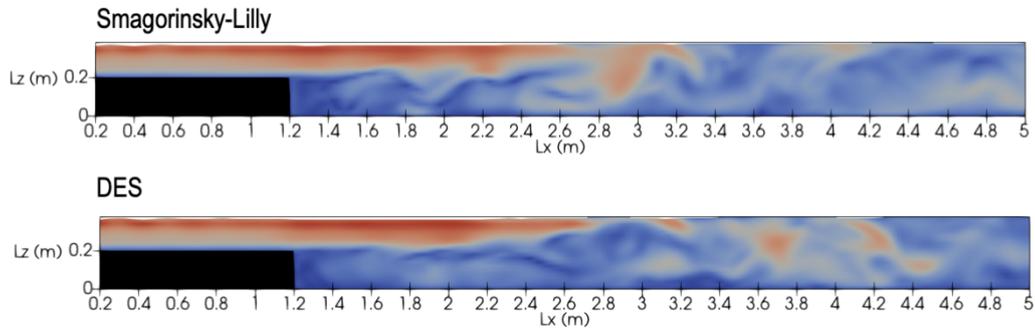
A Figura 21 apresenta os campos de velocidade e a Figura 22 os gráfico de vetores de velocidades do canal simulado com os diferentes modelos de turbulência. Já a Figura 23 apresenta campos de vorticidade. As estruturas de turbulência em grande escala são geradas a jusante do degrau, sendo direcionadas para a superfície da água, onde se rompem e deformam a superfície. Os vetores de velocidade mostram a presença de recirculação no fundo do canal. Não foi possível de se observar diferença expressiva na criação, desenvolvimento e dissipação dos vórtices entre os dois modelos, necessitando-se de uma análise espectral para se obter informações mais precisas.

Vários tipos de estruturas de turbulência são formadas devido à complexidade do escoamento. Hu, Wang e Fu (2016) descrevem que o escoamento sobre um degrau é dominado por dois modos distintos: o modo da camada de cisalhamento e o modo de derramamento. Segundo Luo *et al.* (2023), à medida que o escoamento se separa da borda do degrau, uma forte camada de cisalhamento é formada ao redor da linha de corrente divisória e quanto mais raso o escoamento, mais forte será essa camada de cisalhamento.

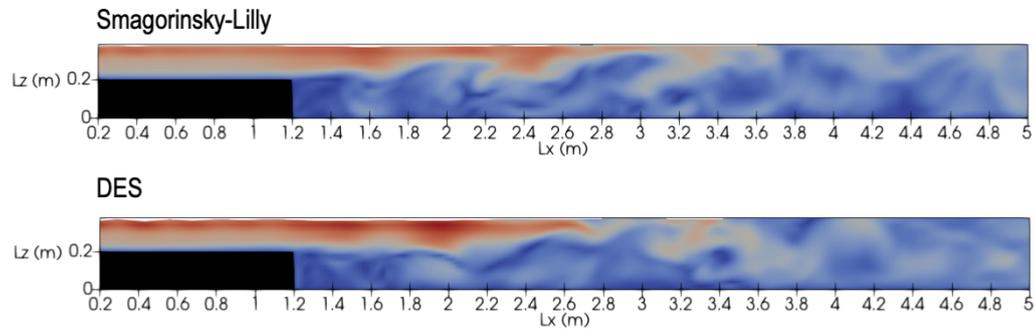
Na visualização do escoamento pelo *software* Paraview pode ser observada a formação de rolos, estruturas quase 2D que giram em torno do eixo y , que são resultado da separação do fluxo e do desenvolvimento de rolos da camada de cisalhamento. Essas estruturas são transportadas com o escoamento global, geralmente ao longo de uma linha de corrente divisória, levando-as a processos como quebra ou rasgamento (Hu; Wang; Fu, 2016). Algumas estruturas observadas nas simulações são levadas para a superfície da água, enquanto outras transitam para o fundo do canal à medida que o fluxo se expande. Outros vórtices encontrados na camada de cisalhamento variam em tamanho, incluindo vórtices menores que são resultados da quebra de vórtices maiores.

Figura 21 – Campo de velocidade do escoamento sobre degrau das simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$).

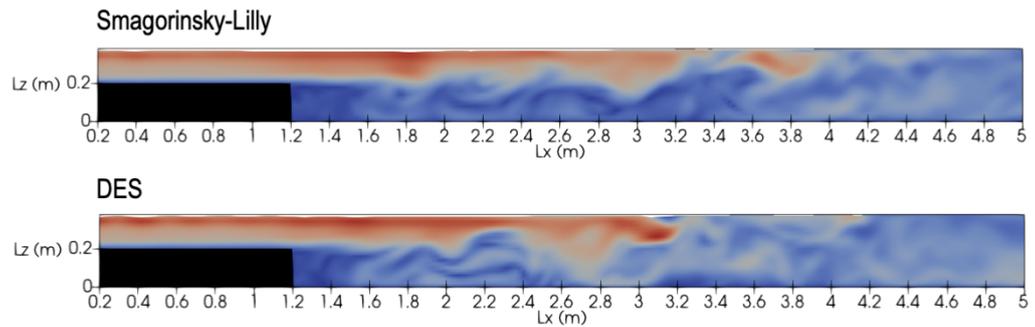
a) $t = 250,4 \text{ s}$



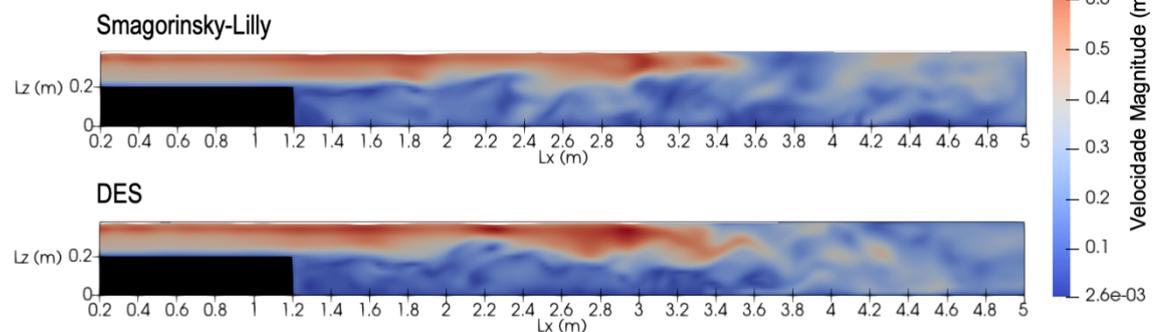
b) $t = 500 \text{ s}$



c) $t = 750,4 \text{ s}$



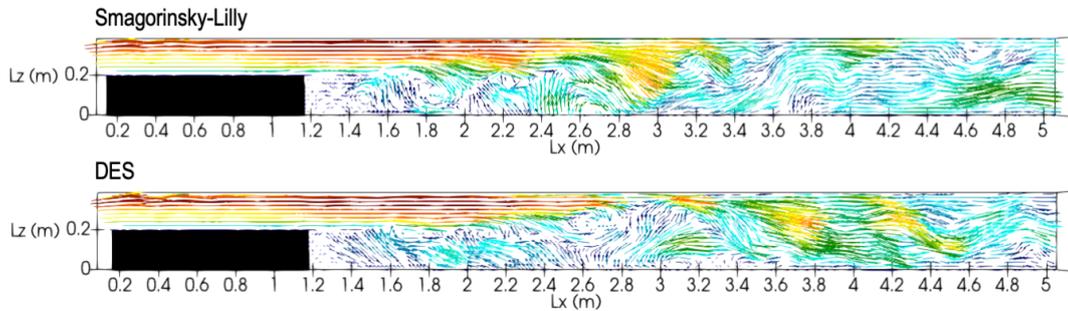
d) $t = 1000 \text{ s}$



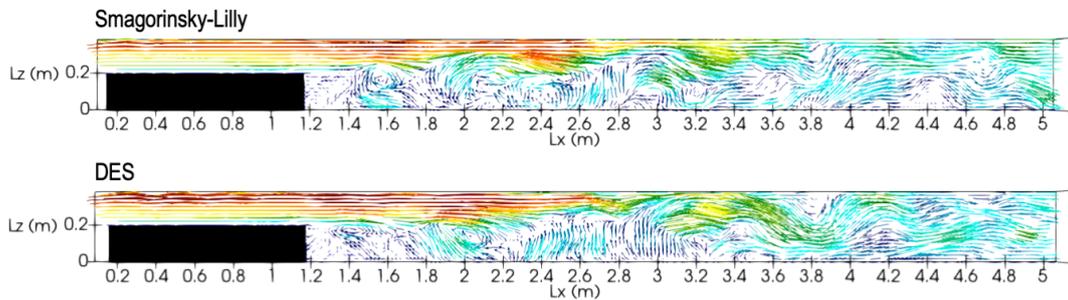
Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 22 – Gráfico de vetores de velocidade do escoamento sobre degrau das simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$).

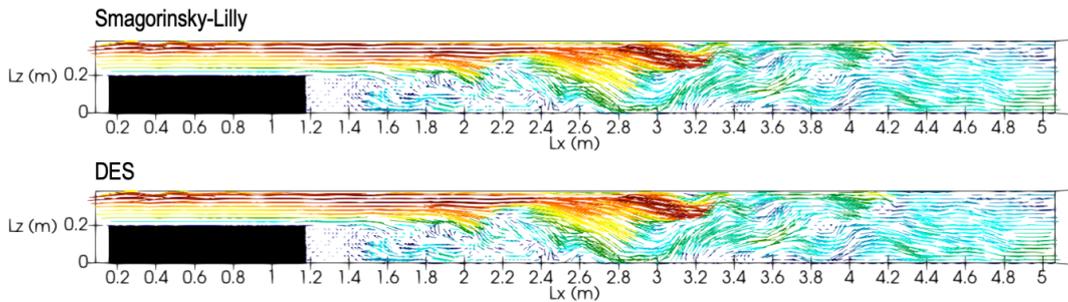
a) $t = 250,4 \text{ s}$



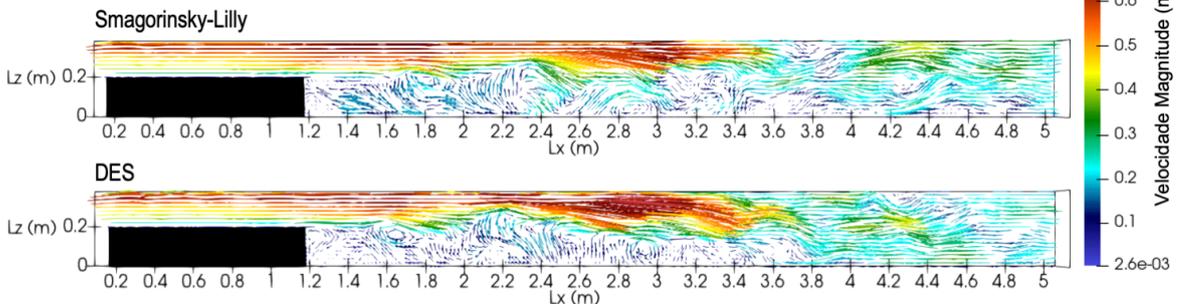
b) $t = 500 \text{ s}$



c) $t = 750,4 \text{ s}$



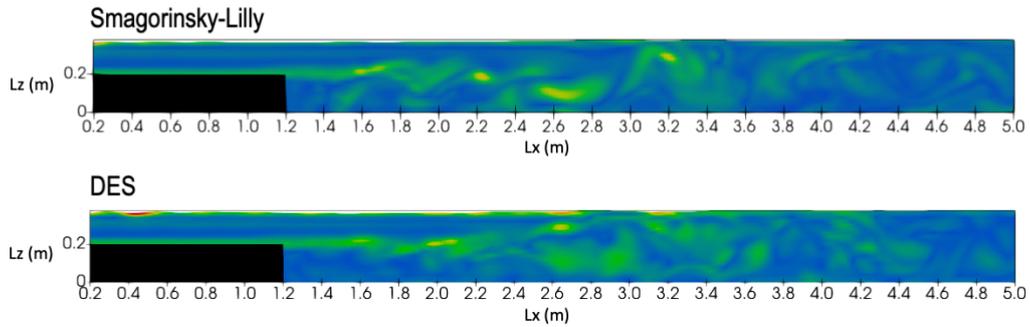
d) $t = 1000 \text{ s}$



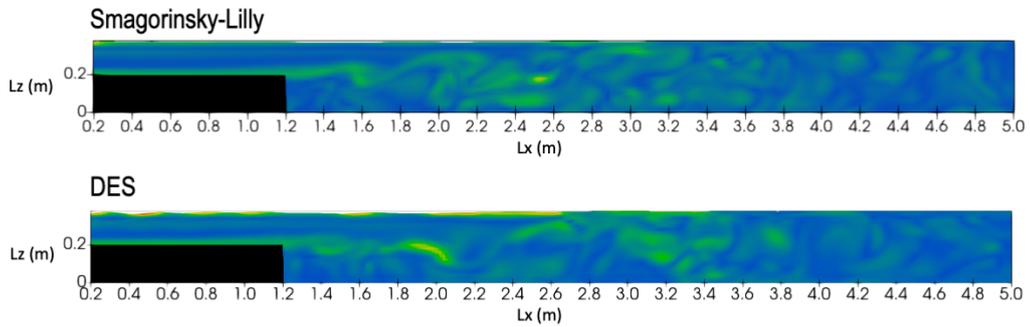
Fonte: Elaborado pela autora (2024).

Figura 23 – Campo de vorticidade do escoamento sobre degrau para simulações com modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly ($C_s = 0,10$) e DES ($C_\mu = 0,04$).

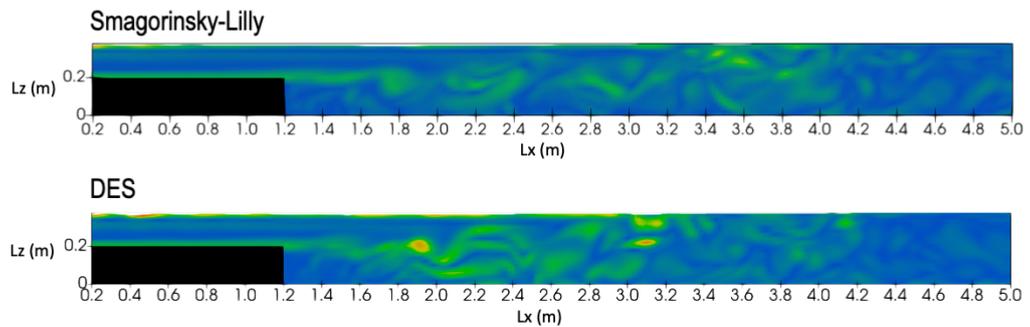
a) $t = 250,4 \text{ s}$



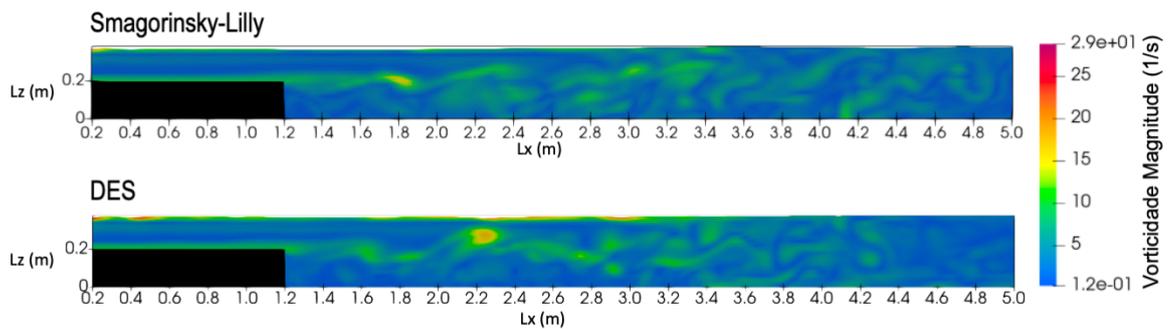
b) $t = 500 \text{ s}$



c) $t = 750,4 \text{ s}$



d) $t = 1000 \text{ s}$



Fonte: Elaborado pela autora (2024).

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver um modelo tridimensional de escoamentos em canais com superfície livre e de fundo rugoso, com modelagem de turbulência, capaz de representar uma camada limite desenvolvida em canais de laboratório. Foi apresentado o código SuLi (Simulador de Escoamentos com Superfície Livre), a partir do qual implementou-se o modelo de turbulência *Detached Eddy Simulation* (DES), tipo híbrido RANS-LES. O modelo de turbulência DES foi implementado a partir da inclusão da equação de transporte da energia cinética turbulência. Após calculada, a energia cinética turbulenta foi adicionada nas equações de Navier-Stokes. O código também foi modificado para inclusão da condição de contorno para aplicação dos efeitos da rugosidade de fundo constante, denominada por *semi-slip*.

A pesquisa identificou uma limitada gama de estudos que abordam turbulência e rugosidade para escoamentos ambientais dentro do campo da Engenharia Civil e Recursos Hídricos. Nota-se que os estudos com maior detalhamento dos modelos matemáticos e numéricos são direcionados ao campo da engenharia mecânica e aeroespacial. O aprimoramento contínuo dos computadores e o desenvolvimento e adoção generalizada de IBMs, nos últimos anos, permitiu simulações consideravelmente mais avançadas de escoamento limitados por paredes (Piomelli, 2019). Enquanto isso, a hidráulica de canais permanece mantendo como base os equacionamentos de média do escoamento, ao invés de aprimorar suas ferramentas em paralelo ao desenvolvimento dos métodos computacionais com modelos 3D. À medida que as equações, como as de Chézy, Manning e Darcy-Weisbach, são transferidas para modelos 2D e 3D, suas inúmeras suposições implícitas as acompanham. Apesar da tentativa de alguns pesquisadores de melhorar as relações, ainda parece inadequado o uso das equações de resistência 1D em modelos 3D.

É claramente difícil atribuir os efeitos de uma altura de rugosidade a um determinado canal, o que leva a preferência para o uso dos coeficientes de resistência, como Chézy e Manning, em casos práticos. Contudo, é fundamental ter em vista que a definição desses parâmetros é subjetiva e depende da geometria do canal e das características do escoamento. Além disso, o nível de detalhe englobado no modelo também afeta o significado desses parâmetros, como a abrangência, ou não, dos efeitos da turbulência.

Anteriormente a inclusão da condição de contorno de semideslizamento no código, foi realizada uma pesquisa bibliográfica de modelos matemáticos e numéricos publicados e diversos testes no código baseados em equacionamentos que incluíam a aplicação de coeficientes de resistência (C , n , f). Não foram obtidos resultados satisfatórios com esses modelos. Entende-se que o uso desses coeficientes deve ser realizado com base em uma fundamentação teórica, a fim de se obter a tensão de cisalhamento correta a partir de velocidades calculadas ou medidas. A especificação dos valores desses coeficientes requer ainda mais cuidado em modelos numéricos 2D e 3D.

A abordagem proposta para representação da rugosidade de fundo foi a estimativa a velocidade de cisalhamento a partir da lei logarítmica para paredes rugosas. Essa velocidade foi

adicionada como condição de contorno de fundo. O equacionamento proposto inclui a adição de uma "altura da rugosidade". Contudo, há a incerteza entre o que representa esse valor, sendo esse um dos principais limitadores do método. Para simulações não DNS, necessita-se atribuir uma especificação estatística à geometria da rugosidade, pois ela não pode ser discretizada por completo na malha. Além disso, pode haver a necessidade de ajuste desse dado entre o modelo físico e o numérico, que ainda requer verificação e estudos. A pesquisa evidencia que a rugosidade ainda é um parâmetro de calibração em modelos computacionais, especialmente para modelos de geometrias complexas e irregulares.

No que se refere à turbulência, a simulação de larga escala segue em desenvolvimento e pode se tornar uma aplicação prática de engenharia, principalmente a partir de modelos híbridos como DES. A abordagem de aplicar um modelo adequado para representação da região próxima à parede vem sendo discutida por diferentes pesquisadores (*e.g.* Pope (2000), Piomelli (2008), Kawai e Asada (2013), Heinz (2020), Cai e Sagaut (2021)).

No contexto da calibração do código, foram utilizados dois estudos de modelos físicos com dados de escoamentos turbulentos com fundo rugoso. O primeiro caso referem-se a um escoamento com fundo plano, sem obstáculo. Foram realizadas simulações com condição de contorno de não deslizamento e de semideslizamento no fundo do canal. Também foram comparados os resultados obtidos sem modelos e com os modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly e para DES. Com a calibração dos coeficientes dos modelos de turbulência, foram obtidos resultados satisfatórios em comparação aos dados experimentais. Pela característica do escoamentos, ambos os modelos funcionaram dentro da faixa característica de LES e apresentam resultados aproximados.

No segundo caso, foi simulado um escoamento sobre degrau com a aplicação condição de contorno de semideslizamento sobre a face superior do degrau e no fundo do canal. Foram aplicados os modelos de turbulência Smagorinsky-Lilly e para DES. Os resultados obtidos não se apresentaram adequados ao comportamento descrito pelos dados do experimento físico. Foram observadas limitações do código na representação da entrada no modelo, que podem estar associadas tanto ao modelo numérico quanto à ausência de dados de entrada e de saída. Também é requerido o aprimoramento do IBM, o que é necessária para lidar com configurações mais complexa. No entanto, a implementação de um novo IBM esteve além do escopo do presente trabalho.

A modelagem numérica de turbulência e a definição das condições de entrada e contorno são fatores importantes que afetam a precisão do cálculo. Nessa pesquisa, evidenciou-se que pequenas modificações nos coeficientes dos modelos de turbulência induzem a maior ou menor difusão numérica. Além disso, também devem ser consideradas as dissipações implícitas dos esquemas numéricos. Portanto, a aplicação do modelo de turbulência deve acompanhar a melhoria no método numérico.

Entende-se, por fim, que esse trabalho é parte de uma discussão em andamento sobre as questões abordadas, principalmente nos conceitos da modelagem de turbulência e de rugosidade

em canais. Dessa forma, a autora espera que outras pesquisas contribuam para isso no futuro.

5.1 RECOMENDAÇÕES

As limitações existentes no código podem ser superadas ou minimizadas a partir do aprimoramento das técnicas ou pela implementação de novos métodos. Desse modo, recomenda-se:

- Aperfeiçoamento das condições de contorno de entrada e saída do domínio;
- Adaptação do Método de Fronteira Imersa (*Immersed Boundary Method* - IBM) para simulação de estruturas complexas, incluindo a representação de superfícies rugosas;
- Implementação de técnica de refinamento da malha na região próxima às paredes;
- Avaliação do modelo de turbulência para casos em que as escalas de turbulência variem, possibilitando que o DES alterne entre RANS e LES na mesma simulação.

Além disso, vislumbram-se ainda outras possibilidades de pesquisa no campo da modelagem 3D a partir da continuidade do desenvolvimento e aplicação do código. Trabalhos futuros podem abranger:

- Avaliação do uso da "altura da rugosidade" para simulação da velocidade de cisalhamento, com a calibração entre o dado experimental e o dado de entrada no modelo numérico;
- Inclusão da variação da massa específica e viscosidade dinâmica do fluidos na representação de fluidos não newtonianos;
- Inclusão de método de cálculo para simulação do movimento, transporte e depósito de sedimentos e erosão.

REFERÊNCIAS

- CAI, S.; SAGAUT, P. Explicit wall models for large eddy simulation. **Physics of Fluids**, v. 33, p. 041703, 4 2021. ISSN 1070-6631. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aip/pof/article/994330>. Acesso em: 09 maio 2023.
- CASULLI, V.; ZANOLLI, P. A review on advanced numerical methods for free-surface hydrodynamics. **Annali dell' Università di Ferrara**, v. 68, p. 621–643, 11 2022. ISSN 0430-3202. Disponível em: <https://link.springer.com/10.1007/s11565-022-00406-9>.
- CAUSIN, P.; MIGLIO, E.; SALERI, F. Algebraic factorizations for 3D non-hydrostatic free surface flows. **Computing and Visualization in Science**, v. 5, n. 2, p. 85–94, oct 2002. ISSN 1432-9360. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00791-002-0090-8>.
- CEBECI, T. **Analysis of Turbulent Flows with Computer Programs**. 3. ed. California: Elsevier, 2013. ISBN 978-0-08-098335-6.
- ÇENGEL, Y. A.; CIMBALA, J. M. **Mecânica dos fluidos: fundamentos e aplicações**. Porto Alegre: AMGH, 2012. ISBN 0-07-247236-7.
- CHORIN, A. J. Numerical solution of the navier-stokes equations. **Mathematics of Computation**, v. 22, n. 104, p. 745–762, 1968.
- CHOW, F. K. *et al.* Explicit filtering and reconstruction turbulence modeling for large-eddy simulation of neutral boundary layer flow. **Journal of the Atmospheric Sciences**, v. 62, p. 2058–2077, 7 2005. ISSN 1520-0469. Disponível em: <https://journals.ametsoc.org/doi/10.1175/JAS3456.1>. Acesso em: 11 out. 2023.
- CHOW, V. T. **Open-Channel Hydraulics**. [S.l.]: McGraw-Hill Book Company, Inc, 1959.
- DINGMAN, S. L. **Fluvial hydraulics**. New York: Oxford University Press, 2009. ISBN 978-0-19-517286-7.
- FERGUSON, R. Time to abandon the manning equation? **Earth Surface Processes and Landforms**, v. 35, p. 1873–1876, 12 2010. ISSN 01979337.
- FERZIGER, J. H.; PERIC, M.; STREET, R. L. **Computational Methods for Fluid Dynamics**. 4. ed. Cham: Springer International Publishing, 2020. ISBN 978-3-319-99691-2. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-319-99693-6>.
- FORTUNA, A. O. **Técnicas Computacionais para Dinâmica dos Fluidos: Conceitos Básicos e Aplicações**. São Paulo: EdUSP, 2000.
- FOX, R. W. *et al.* **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018.
- FU, S. *et al.* Effect of plant basal cover on velocity of shallow overland flow. **Journal of Hydrology**, v. 577, p. 123947, 10 2019. ISSN 00221694. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0022169419306675>. Acesso em: 06 dez. 2023.
- GOTTLIE, S.; SHU, C. W. Total variation diminishing runge-kutta schemes. **Mathematics of Computation of the American Mathematical Society**, v. 67, n. 221, p. 73–85, 1998.
- GRAF, W. **Fluvial hydraulics**. Chichester: Wiley, 1998.

HEINZ, S. A review of hybrid rans-les methods for turbulent flows: Concepts and applications. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 114, p. 100597, 4 2020. ISSN 03760421. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0376042119301861>. Acesso em: 29 jun. 2023.

HIRSCH, C. **Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics**. 2. ed. Butterworth-Heinemann, 2007. ISBN 978-0750665940. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/book/9780750665940/numerical-computation-of-internal-and-external-flows>. Acesso em: 27 set. 2023.

HU, R.; WANG, L.; FU, S. Investigation of the coherent structures in flow behind a backward-facing step. **International Journal of Numerical Methods for Heat Fluid Flow**, v. 26, p. 1050–1068, 5 2016. ISSN 0961-5539. Disponível em: <https://www.emerald.com/insight/content/doi/10.1108/HFF-09-2015-0403/full/html>. Acesso em: 7 fev. 2024.

JUNQUEIRA-JUNIOR, C. *et al.* A study of physical and numerical effects of dissipation on turbulent flow simulations. **Journal of Aerospace Technology and Management**, Departamento de Ciencia e Tecnologia Aeroespacial, v. 5, p. 145–168, 6 2013. ISSN 2175-9146. Disponível em: <http://www.jatm.com.br/ojs/index.php/jatm/article/view/179>.

KAWAI, S.; ASADA, K. Wall-modeled large-eddy simulation of high reynolds number flow around an airfoil near stall condition. **Computers Fluids**, v. 85, p. 105–113, 10 2013. ISSN 00457930. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.compfluid.2012.11.005>. Acesso em: 17 maio 2023.

KITWARE INC. **About ParaView**. 2023. Disponível em: <https://www.paraview.org/about/>. Acesso em: 28 abr. 2023.

KOMAR, P. D. Boundary layer flow under steady unidirectional currents. **Marine sediment transport and environmental management**, Wiley, New York, p. 91–106, 1976.

KOWALIK, Z.; MURTY, T. **Numerical Modeling of Ocean Dynamics**. Singapore: World Scientific, 1993. ISBN 981-02-1333-6.

LACIA. **Repositório - SuLi**. 2024. Disponível em: github.com/lacia-udesc/SuLi. Acesso em: 15 jan. 2024.

LAURIEN, E.; OERTEL JR., H. **Numerische Strömungsmechanik**. 4. auflage. ed. [S.l.]: Vieweg+Teubner, 2011.

LE MEHAUTE, B. **An introduction to hydrodynamics and water waves**. [S.l.]: Springer, 1976. 326 p. ISBN 9783642855696.

LILLY, D. K. The representation of small scale turbulence in numerical simulation experiments. **National Center for Atmospheric Research**, 1967.

LIU, S. L.; CHOW, W. K. A review on numerical simulation of turbulent flow. **International Journal on Architectural Science**, v. 3, p. 77–102, 2002.

LIU, X. D.; OSHER, S.; CHAN, T. Weighted essentially non-oscillatory schemes. **Journal of Computational Physics**, v. 115(1), p. 200–212, 1994.

LUO, P. *et al.* Urban flood numerical simulation: Research, methods and future perspectives. **Environmental Modelling and Software**, Elsevier Ltd, v. 156, p. 105478, 2022. ISSN 13648152. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2022.105478>. Acesso em: 08 fev. 2023.

LUO, Q. *et al.* Hydrodynamics and turbulence of free-surface flow over a backward-facing step. **Journal of Hydraulic Research**, Taylor and Francis Ltd., v. 61, p. 611–630, 9 2023. ISSN 0022-1686. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00221686.2023.2239751>. Acesso em: 19 set. 2023.

LYU, H.; ZHU, J. Impact of the bottom drag coefficient on saltwater intrusion in the extremely shallow estuary. **Journal of Hydrology**, v. 557, p. 838–850, 2 2018. ISSN 00221694.

MOIN, P. **Fundamentals of engineering numerical analysis**. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010.

MONTEIRO, L. R. **Simulação numérica de escoamentos com superfície livre com aproximação não-hidrostática**. Dissertação (Dissertação de mestrado) — Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

MONTEIRO, L. R.; LUCCHESI, L. V.; SCHETTINI, E. B. C. Comparison between hydrostatic and total pressure simulations of dam-break flows. **Journal of Hydraulic Research**, v. 58, n. 5, p. 725–737, 2019.

MONTEIRO, L. R.; SCHETTINI, E. B. C. Comparação entre a aproximação hidrostática e a não-hidrostática na simulação numérica de escoamentos com superfície livre. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 20, n. 2318–0331, p. 1051–1062, 2015. ISSN 23180331. Disponível em: <https://doi.org/10.21168/rbrh.v20n4.p1051-1062>. Acesso em: 28 jun. 2023.

MORVAN, H. *et al.* The concept of roughness in fluvial hydraulics and its formulation in 1d, 2d and 3d numerical simulation models. **Journal of Hydraulic Research**, International Association of Hydraulic Engineering Research, v. 46, p. 191–208, 3 2008. ISSN 0022-1686.

NIKORA, V. I. *et al.* Friction factor decomposition for rough-wall flows: theoretical background and application to open-channel flows. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 872, p. 626–664, 8 2019. ISSN 0022-1120. Disponível em: https://www.cambridge.org/core/product/identifier/S0022112019003446/type/journal_article. Acesso em: 06 set. 2023.

NING, Y.; PREMNATH, K. N.; PATIL, D. V. Numerical study of the properties of the central moment lattice boltzmann method. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 82, p. 59–90, 9 2016. ISSN 0271-2091. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/flid.4208>. Acesso em: 10 jan. 2024.

OSHER, S.; SETHIAN, J. A. Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on Hamilton-Jacobi formulations. **Journal of Computational Physics**, v. 79, n. 1, p. 12–49, nov 1988. ISSN 00219991. Disponível em: [https://doi.org/10.1016/0021-9991\(88\)90002-2](https://doi.org/10.1016/0021-9991(88)90002-2). Acesso em: 18 maio 2023.

PIOMELLI, U. Wall-layer models for large-eddy simulations. **Progress in Aerospace Sciences**, v. 44, p. 437–446, 8 2008. ISSN 03760421. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2008.06.001>. Acesso em: 17 maio 2023.

PIOMELLI, U. Recent advances in the numerical simulation of rough-wall boundary layers. **Physics and Chemistry of the Earth, Parts A/B/C**, v. 113, p. 63–72, 10 2019. ISSN 14747065. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1474706518301864?via%3Dihub>. Acesso em: 17 maio 2023.

POPE, S. B. **Turbulent Flows**. 1. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521598869.

PORTO, R. M. **Hidráulica básica**. 4. ed. São Carlos: EESC/USP, 2006. 540 p. ISBN 85-7656-084-4.

RAHIMI, H. *et al.* Numerical modelling of turbulence kinetic energy in open channel flows with mixed-layer vegetation. **Water**, v. 15, p. 2544, 7 2023. ISSN 2073-4441. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2073-4441/15/14/2544>. Acesso em: 26 out. 2023.

RIZVANDI, O. B.; MIAO, X.; FRANDBSEN, H. L. Fast and stable approximation of laminar and turbulent flows in channels by darcy's law. **Alexandria Engineering Journal**, v. 60, p. 2155–2165, 4 2021. ISSN 11100168. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.aej.2020.12.033>. Acesso em: 18 maio 2023.

ROBERSON, J. A.; CROWE, C. T. **Engineering Fluid Mechanics**. 5. ed. Boston: Houghton Mifflin Company, 1993. ISBN 0-395-66161-7.

RODI, W.; CONSTANTINESCU, G.; STOESESSER, T. **Large-Eddy Simulation in Hydraulics**. [S.l.: s.n.], 2013.

ROMAN, F.; ARMENIO, V.; FROHLICH, J. A simple wall-layer model for large eddy simulation with immersed boundary method. **Physics of Fluids**, v. 21, p. 101701, 10 2009. ISSN 1070-6631. Disponível em: <https://pubs.aip.org/aip/pof/article/256675>. Acesso em: 20 maio 2023.

SAGAUT, P. Theoretical background: Large-eddy simulation. In: _____. **Large-eddy simulation for acoustics**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. cap. 3. ISBN 9780521871440.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K. **Boundary-Layer Theory**. 9. ed. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 2017. ISBN 978-3-662-52917-1.

SHEWCHUK, J. R. *et al.* **An introduction to the conjugate gradient method without the agonizing pain**. [S.l.]: Carnegie-Mellon University. Department of Computer Science, 1994.

SILVA, F. A. R. **Análise hidrodinâmica de enxurradas por meio de simulação numérica**. 107 p. Dissertação (Dissertação de mestrado) — Universidade do Estado de Santa Catarina, 2022.

SMAGORINSKY, J. General circulation experiments with the primitive equations: I. the basic experiment. **Monthly weather review**, v. 91, n. 3, p. 99–164, 1963.

SMITH, M. W.; COX, N. J.; BRACKEN, L. J. Applying flow resistance equations to overland flows. **Progress in Physical Geography: Earth and Environment**, v. 31, p. 363–387, 8 2007. ISSN 0309-1333. Disponível em: <http://journals.sagepub.com/doi/10.1177/0309133307081289>.

SPALART, P. Strategies for turbulence modelling and simulations. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, v. 21, p. 252–263, 6 2000. ISSN 0142727X. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0142727X00000072>. Acesso em: 23 ago. 2023.

- SPALART, P. R. Detached-eddy simulation. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 41, p. 181–202, 1 2009. ISSN 0066-4189.
- SPALART, P. R. *et al.* Comments on the feasibility of les for wings and on the hybrid rans/les approach. In: **Proceedings of the First AFOSR International Conference on DNS/LES**. [S.l.: s.n.], 1997. p. 137–147.
- STEFANYSHYN, D. V.; KHODNEVICH, Y. V.; KORBUTIAK, V. M. Estimating the Chézy roughness coefficient as a characteristic of hydraulic resistance to flow in river channels: a general overview, existing challenges, and ways of their overcoming. **Environmental safety and natural resources**, v. 39, p. 16–43, 9 2021. ISSN 2616-2121. Disponível em: <http://es-journal.in.ua/article/view/241459>. Acesso em: 26 out. 2023.
- SUSSMAN, M.; SMEREKA, P.; OSHER, S. A level set approach for computing solutions to incompressible two-phase flow. **Journal of Computational Physics**, v. 114, p. 146–159, 1994.
- TANI, I. History of boundary layer theory. **Annual review of fluid mechanics**, Annual Reviews, v. 9, n. 1, p. 87–111, 1977.
- TU, J.; YEOH, G.; LIU, C. Some advanced topics in cfd. In: TU, J.; YEOH, G.; LIU, C. (Ed.). **Computational Fluid Dynamics (Third Edition)**. 3. ed. Butterworth-Heinemann, 2018. p. 369–417. ISBN 978-0-08-101127-0. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B97800810112700009X>. Acesso em: 10 jan. 2024.
- VAN RIJN, L. C. **Computation of siltation in dredged trenches; semi-empirical model for the flow in dredges trenches**: Report on investigation R1267-III/M1536. The Netherlands: Delft Hydraulics Laboratory, 1980.
- WANG, G. *et al.* Estimation of the dissipation rate of turbulent kinetic energy: A review. **Chemical Engineering Science**, v. 229, p. 116133, 1 2021. ISSN 00092509. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0009250920306655>. Acesso em: 12 jan. 2024.
- WANG, W. C.; DAWDY, D. R. Flow resistance of gravel bed channels. **International Journal of Sediment Research**, v. 29, p. 126–132, 3 2014. ISSN 10016279. Disponível em: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1001627914600287>. Acesso em: 20 abr. 2024.
- WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. 3. ed. [S.l.]: DCW Industries, 2006. ISBN 978-1-928729-08-2.
- YAO, L. Is a direct numerical simulation of chaos possible? a study of a model nonlinearity. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, v. 50, p. 2200–2207, 6 2007. ISSN 00179310. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2006.10.051>. Acesso em: 18 maio 2023.
- YE, H.; CHEN, Y.; MAKI, K. A discrete-forcing immersed boundary method for moving bodies in air–water two-phase flows. **Journal of Marine Science and Engineering**, MDPI AG, v. 8, p. 809, 10 2020. ISSN 2077-1312. Disponível em: <https://www.mdpi.com/2077-1312/8/10/809>. Acesso em: 04 abr. 2024.
- YUAN, J.; PIOMELLI, U. Estimation and prediction of the roughness function on realistic surfaces. **Journal of Turbulence**, v. 15, p. 350–365, 6 2014. ISSN 1468-5248.

ZAMPIRON, A. *et al.* Flow development in rough-bed open channels: mean velocities, turbulence statistics, velocity spectra, and secondary currents. **Journal of Hydraulic Research**, Taylor and Francis Ltd., 2022. ISSN 00221686. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/00221686.2022.2132311>. Acesso em: 18 maio 2023.