

Este trabalho apresenta um estudo com perspectiva experimental através de um circuito eletrônico que simula o sistema que acopla os osciladores van der Pol e Duffing amortecido. São apresentados resultados como espaço de parâmetros, diagrama de bifurcação e séries temporais, todos com abordagem experimental utilizando um circuito eletrônico análogo ao sistema de interesse. Discute-se os resultados encontrados para a variação dos parâmetros deste sistema, tal como, fenômenos de sincronização, caos intermitente, replicação de janelas periódicas e supressão de caos, e também, a metodologia para o projeto e construção do circuito juntamente com erros relacionados às perturbações e erros sistemáticos inerentes a abordagem experimental.

Orientador: Holokx Abreu Albuquerque

Coorientador: Cesar Manchein

Joinville, 2019

ANO
2019



UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ACOPLAMENTO DOS OSCILADORES VAN DER POL E DUFFING AMORTECIDO: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**ACOPLAMENTO DOS
OSCILADORES VAN DER POL E
DUFFING AMORTECIDO: UMA
ABORDAGEM EXPERIMENTAL**

BRUNA GABRIELA PEDRO

JOINVILLE, 2019

BRUNA GABRIELA PEDRO

**ACOPLAMENTO DOS OSCILADORES VAN DER POL E DUFFING
AMORTECIDO: UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física, da Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas - CCT, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Holokx Abreu
Albuquerque

**Joinville
2019**

**Ficha catalográfica elaborada pelo programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)**

Pedro, Bruna Gabriela
Acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing

amortecido: Uma abordagem experimental / Bruna Gabriela Pedro. -- 2019.

98 p.

Orientador: Holokx Abreu Albuquerque

Coorientador: Cesar Manchein

Dissertação (mestrado) -- Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação , Joinville, 2019.

1. Circuitos não lineares. 2. Espaço de Parâmetros Experimental. 3. Acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido. 4. Diagramas de Bifurcação Experimental. 5. Caos experimental. I. Albuquerque, Holokx Abreu . II. Manchein, Cesar . III. Universidade do Estado de Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas, Programa de Pós-Graduação . IV. Titulo.

**Acoplamento dos Osciladores Van der Pol e Duffing Amortecido: uma
Abordagem Experimental**

por

Bruna Gabriela Pedro

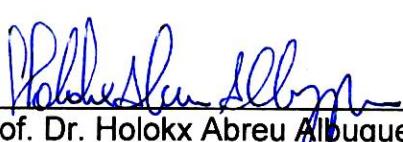
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

MESTRA EM FÍSICA

Área de concentração em “Física”
e aprovada em sua forma final pelo

CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM FÍSICA
DO CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.

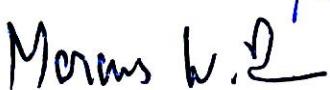
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Holokx Abreu Albuquerque
CCT/UDESC (Orientador/Presidente)



Prof. Dr. Paulo Cesar Rech
CCT/UDESC



Prof. Dr. Marcus Werner Beims
UFPR

Joinville, SC, 13 de agosto de 2019.

Agradecimentos

Primeiramente agradeço aos meus pais, Luciano Pedro e Sandra Maria da Silva pelo apoio emocional e financeiro, do contrário o caminho seria bem mais árduo, amo vocês. Aos meus irmãos, Maria e Nicolas por ajudarem nas tarefas de casa enquanto eu estava ocupada com os afazeres da pós-graduação e aguentarem a minha falta de paciência. Além deles, agradeço também a minha tia Denise pelo apoio na loja, que permitiu que eu me direcionasse melhor aos estudos.

Ao meu amigo e namorado, Augusto Umlauf Neto, pelas horas de surf, auxílio na construção das placas de circuito impresso caseira, disponibilidade de ajuda quando precisasse e pela grande paciência comigo.

Aos professores doutores da Pós-Graduação em Física da UDESC-CCT, por terem me aceitado como aluna de mestrado. Em especial ao meu orientador, Prof. Dr. Holokx Abreu Albuquerque, por ter me "adotado" desde a graduação na iniciação científica, me disponibilizando material para trabalho e oportunidade de aprender com os outros bolsistas. Ao Prof. Dr. Ricardo Antônio de Simone Zanon pela ajuda no empréstimo de material quando estavam com defeito ou tinham sido furtados. Aos professores que aceitaram participar da banca examinadora desta dissertação. À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pelo suporte financeiro.

Aos meus amigos antigos pelos momentos de distração fora da Universidade. Aos amigos adquiridos na vida acadêmica, Mateus, Júlia, Lucas, Flávio, Guilherme, Mauro e Letícia, agradeço as dicas, ensinamentos, ajuda nas disciplinas e dentro do laboratório. E especial ao David William Cordeiro Marcôndes por me ensinar grande parte do que sei fazer na área, desde aos códigos em Python até a construção da placa de circuito impresso. Agradeço também ao Anderson Hoff pelas opiniões e pela ajuda com seu trabalho na parte teórica do sistema estudado.

“Construímos muros demais e pontes de menos.”

Isaac Newton, 1643-1727.

Resumo

A representação de diversos fenômenos através de um sistema de equações diferenciais é uma ferramenta comumente usada no estudo de Sistemas Dinâmicos. Este tipo de modelização matemática é amplamente utilizada em distintas áreas científicas ou tecnológicas, tais como: física, biologia, geografia, economia, medicina, eletrônica, etc. Este trabalho apresenta o estudo de um desses sistemas utilizando uma metodologia com perspectiva experimental através de um circuito eletrônico que simula o sistema que acopla os osciladores van der Pol e Duffing amortecido. São apresentados resultados como espaço de parâmetros, diagrama de bifurcação e séries temporais, todos com abordagem experimental utilizando um circuito eletrônico análogo ao sistema de interesse. Discute-se os resultados encontrados para a variação dos parâmetros deste sistema, tal como, fenômenos de sincronização, caos intermitente, replicação de janelas periódicas e supressão de caos, e também, a metodologia para o projeto e construção do circuito juntamente com erros relacionados às perturbações e erros sistemáticos inerentes a abordagem experimental.

Palavras chaves: Circuitos não lineares. Espaço de Parâmetros Experimental. Acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido. Diagramas de Bifurcação Experimental. Caos experimental.

Abstract

The representation of various phenomena through a set of differential equations is a commonly used tool in the study of dynamical systems. This type of mathematical modeling is widely used in different scientific or technological areas such as physics, biology, geography, economics, medicine, electronics, etc. This work presents the study of one of these systems using a methodology with experimental perspective through an electronic circuit that simulates the system that coupling the van der Pol and the damped Duffing oscillators. The results such as parameter space, bifurcation diagram and time series are presented, all with experimental approach using an analogous electronic circuit to the system of interest. Results are discussed for the variation of the parameters of this system, such as synchronization phenomena, intermittent chaos, periodic window replication and chaos suppression, as well as the methodology for the design and construction of the circuit along with errors related to the system, perturbations and systematic errors inherent in the experimental approach.

Key words: **Nonlinear Circuits.** **Experimental Space Parameter.** **Couple of the van der pol and Duffing damped oscillator.** **Experimental Bifurcation Diagrams.** **Experimental Chaos.**

Listas de Figuras

2.1	Órbitas esquemáticas $\mathbf{x}_1(t)$ e $\mathbf{x}_2(t)$ geradas evoluindo temporalmente o sistema a partir de duas condições iniciais próximas $\mathbf{x}_1(0)$ e $\mathbf{x}_2(0)$.Figura retirada da referência [7]	23
2.2	Exemplo de um circuito interno de um AMPOP (TL071).	27
2.3	Simbologia de um AMPOP comumente encontrado na literatura.	28
2.4	Pacotes plásticos do DIP-8 (a) e SO-8 em (b).	28
2.5	Configurações básicas para construção de um circuito com uso de AMPOP's, sendo elas, inversora (a), integradora (b), subtratora (c) e diferenciadora (d).	29
3.1	Ciclo limite para equação do oscilador van der Pol com $\mu=0,0;0,1;0,5$ e $1,0$	31
3.2	Serie temporal para equação do oscilador van der Pol com $\mu=5,0$	32
3.3	Forma de onda de uma Ladrão de Joule encontrado em [24].	32
3.4	Gráfico das funções potenciais $U_1(x)$ e $U_2(y)$ correspondendo aos osciladores van der Pol e Duffing, respectivamente. A função $U_2(y)$ apresenta um máximo local em $y = 0$ e dois mínimos em $y = \pm 1$. Em contraste com $U_1(x)$ que apresenta um mínimo em $x=0$	35
4.1	Atratores caóticos pertencentes ao sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, respectivamente.Projeções $x_1 \times x_2$ e $y_1 \times y_2$. Parâmetros fixados em $\alpha = 0,5$; $\mu = 0,8$ e $k = 0,5$	38
4.2	Projeto do computador analógico para o sistema dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido acoplados.	40
4.3	Atratores caóticos obtidos na simulação do circuito proposto para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, respectivamente. Os parâmetros são $\alpha = 0,5$ e $\mu = 0,8$	44
4.4	Grade de atratores obtidos na simulação do circuito proposto para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido para $k = 0,5$	45
4.5	Espaço de parâmetros numérico do sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido. Os parâmetros são $\alpha = [0,0 : 1,0]$, $\mu = [0,0 : 1,0]$ e $k = 0,5$ com uma grade de 200×200	46
4.6	Diagramas de bifurcação numérico (a) obtido de [9] e experimental (b), para $\alpha = [0,0 : 1,0]$, $\mu = 0,4$ e $k = 0,5$	47
4.7	Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 0,5$	48
4.8	Grade de atratores obtidos do circuito real para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido para $k = 0,5$	49
4.9	Diagrama de bifurcação para evidenciar as janelas periódicas (a) e espaço de parâmetros experimental com indicação da reta (b) para $k = 0,5$	50
4.10	Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 0,3$	50
4.11	Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 1,0$	51
4.12	Espaços de parâmetros para o segundo maior expoente de Lyapunov (a),(c) e (e). Espaços de parâmetros para o primeiro maior expoente de Lyapunov (b),(d) e (f).	52

4.13	Figura que demonstra alguns tipos de atratores existentes no espaço de parâmetros para $k = 1.0$. Encontra-se torus.	53
4.14	Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,25$, $4\mu = 1,55$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo.	54
4.15	Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,275$, $4\mu = 1,50$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo.	55
4.16	Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,325$, $4\mu = 1,575$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo(cronológico)	55
4.17	Series temporal demonstrando sincronização em (a) para $k = 0,3$, (b) para $k = 0,5$ e em (c) para $k = 1,0$	57
5.1	Integrador analógico com sistema de zeramento das condições iniciais. A chave eletrodinâmica X_1 comuta os terminais do capacitor quando é aplicado uma corrente em sua respectiva bobina. Retirado de [8].	63
5.2	Círcuito que executa o <i>reset</i> das condições iniciais.	64
5.3	Diagrama de bifurcação sem o uso dos filtros analógicos.	65
5.4	Esquemático dos filtros analógico utilizados com $R_{f1} = R_{f2} + R_{f3} = R_{f4} = 100k\Omega$ e $C_7 = C_8 = 470nF$. Os componentes L_1 , L_2 , L_3 são os ferrite beats. Retirado de [8].	65
5.5	Configuração do Aparato experimental. Figura retirada de [8].	67
5.6	Interface do programa para simulação NI Multisim.	68
5.7	Configuração necessária no uso do multiplicador analógico AD633 no sistema proposto. Retirada do <i>datasheet</i> do componente [33].	68
5.8	Abordagens de construção do circuito dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, estão apresentados a montagem no <i>protoboard</i> e placa de circuito impresso, respectivamente.	69
5.9	Interface de edição e criação de esquemáticos e PCB's do EAGLE.	70
5.10	Alguns passos para confecção da PCB caseira: placa com tinta fotossensível/revelação no bicarbonato de sódio/placa com máscara de solda/placa com componentes soldados.	70
5.11	Chamada do programa SPECTRUM do pacote TISEAN em plataforma WINDONS. Na PROMPT DE COMANDO basta digitar "spectrum"(caixa em vermelho) seguido do arquivo de dados entre aspas e argumentos do programa - não contidos na figura.	72
6.1	Comportamento da reatância capacitiva (X_c) com a frequência (f) em uma caso ideal, lado esquerdo, e real, lado direito [48].	75
6.2	Configuração com AMPOP sujeita a erros devido CDT em resistores [48].	77
6.3	Gráfico da resistência <i>versus</i> temperatura.	77
6.4	Tabela com componentes utilizados na confecção do circuito integrador do acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido.	78
6.5	Densidade espectral de ruído rosa e branco indicada no <i>datasheet</i> do TL071 [16].	80

Sumário

1 INTRODUÇÃO	19
2 METODOLOGIA	21
2.1 Conceito de sistemas dinâmicos e estudo numérico	21
2.2 Estudo via Computação analógica	26
3 OBJETO DE INVESTIGAÇÃO	30
3.1 O oscilador van der Pol	30
3.2 Oscilador Duffing	33
3.3 Acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido	34
4 COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS	37
4.1 Projeto e simulação do sistema	37
4.2 Resultados obtidos através da placa de circuito impresso	46
5 MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS	59
5.1 Projeto e simulação do sistema	59
5.2 Controle das condições iniciais	62
5.3 Filtro analógico de ruído	64
5.4 Aquisição e tratamento de dados experimentais	66
5.4.1 Configuração experimental e equipamentos utilizados	66
5.4.2 Construção do circuito e softwares de simulação e design	67
5.4.3 Rotinas automatizadas de aquisição e processamento de dados	70
5.4.4 Pacote TISEAN	71
6 ANÁLISE DE ERROS	74
6.1 Erros sistemáticos	74
6.1.1 Erros sistemáticos em capacitores	75
6.1.2 Erros sistemáticos em resistores	76
6.1.3 Componentes utilizados	78
6.2 Ruído	79
6.2.1 Ruído branco	79
6.2.2 Ruído rosa	79
6.2.3 Ruído EMI	80
7 CONCLUSÕES	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
A Aquisição de séries temporais	87
B Processamento de dados experimentais via TISEAN	90

C Aquisição do espaço de diagramas de bifurcação experimental	94
D Leitura e visualização de atrator experimental	97
E Define parâmetros experimentais(saída analógica)	98

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Fundamental para a ciência é a pressuposição de que experimentos são previsíveis e reproduutíveis. Assim, surpreendeu-se a maioria dos cientistas quando foram encontrados sistemas determinísticos simples que não eram nem previsíveis nem reproduutíveis. Em vez disso, eles exibiram o caos, no qual a menor mudança nas condições iniciais produz um resultado muito diferente, mesmo quando as equações governantes são conhecidas exatamente [1].

O estudo de sistemas dinâmicos teve seu advento no ramo da física quando Newton desenvolveu as equações diferenciais básicas em meados do século XVII e descreveu as leis do movimento e da gravitação. Ele resolveu o problema de dois corpos e posteriormente seguiu para o problema dos três corpos. Descobrindo que este era difícil de resolver, após décadas de esforços, o problema foi dado como tendo uma solução impossível ser encontrada. Um avanço veio com o trabalho do francês Poincaré no final do século XIX, que introduziu um novo ponto de vista qualitativo ao invés de quantitativo. Ele desenvolveu uma poderosa ferramenta geométrica para analisar estas questões, sendo intitulado como a primeira pessoa a vislumbrar a possibilidade de caos, em que um sistema determinístico exibe comportamento aperiódico e depende sensivelmente das condições iniciais [2].

O fenômeno observado pioneiramente por Edward Lorenz em 1963 [3], quando ao integrar numericamente um sistema de equações diferenciais ordinárias observou que a evolução temporal apresentava algo entre o aleatório e o ordenado, que posteriormente foi nomeado como caos. Este comportamento imprevisível e irregular em sistemas dinâmicos está presente em diversos fenômenos naturais, biológicos [4], econômicos [5], das ciências sociais [6] etc. Evidenciando o fato de que o caos é comum na natureza.

No entanto, a possibilidade do caos na física real não foi apreciada até recentemente. Os motivos para isso eram que os artigos matemáticos eram difíceis de ler para os estudantes de outros campos de pesquisa e, segundo, que os teoremas provados não eram, muitas vezes, fortes

o suficiente para convencer os pesquisadores de outros campos de que esse tipo de comportamento seria importante em seu sistema. Porém, atualmente o interesse nessa área cresce e a maior parte do crédito por isso é atribuído às extensas soluções numéricas do sistema dinâmico em computadores digitais. Usando tais soluções, o caráter caótico na evolução temporal em situações de importância prática tornou-se dramaticamente claro. Além disso, a complexidade da dinâmica não pode ser atribuída a efeitos experimentais externos desconhecidos, como pode ser o caso quando se está usando um sistema físico real [7].

Várias propriedades interessantes de sistemas dinâmicos têm sido estudadas devido a sua aplicabilidade tecnológica, entre elas: o controle e sincronização de sistemas caóticos. Os modelos estudados têm por objetivo buscar soluções para problemas reais tais como em circuitos eletrônicos onde busca-se um funcionamento periódico mesmo estando acoplado a uma gama de outros sistemas dentro de um dispositivo eletrônico, pois um mal funcionamento deste é certamente indesejado.

Como dito inicialmente, é importante para a ciência que experimentos sejam previsíveis e reproduutíveis, portanto, o estudo experimental de tais sistemas é conveniente já que a motivação do estudo teórico objetiva à aplicabilidade tecnológica do mesmo. E é com este objetivo que esta dissertação ocorre, estudar o acoplamento de dois osciladores distintos: van der Pol e Duffing Amortecido. Deste modo, a metodologia escolhida para aplicar neste estudo experimental foi desenvolvida por [8] em busca do controle de parâmetros que, variados de forma automatizada, permitem o uso das ferramentas de sistemas dinâmicos aplicadas aos dados experimentais (séries temporais).

A primeira parte deste trabalho fala brevemente sobre sistemas dinâmicos e a razão pela qual o estudo é realizado via computação analógica (“METODOLOGIA”). No capítulo seguinte é discorrido sobre o sistema caótico estudado (“OBJETO DE INVESTIGAÇÃO”) o qual foi projetado e construído. E posteriormente, há a comparação entre os resultados experimentais e as expectativas numéricas (“COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS”).

Para a segunda parte, os equipamentos utilizados, métodos para aferir grandezas experimentais, descrição de rotinas de aquisição e processamento de dados relacionados ao controle dos parâmetros, são descritos em “MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS”. Os erros sistemáticos intrínsecos aos componentes não ideais e perturbações do ambiente externo são relatados em “ANÁLISE DE ERROS”. E por fim, em “CONCLUSÃO” há uma síntese do trabalho executado e sugestões trabalhos que podem ser realizado com o material produzido.

Capítulo 2

METODOLOGIA

Este capítulo discorre resumidamente sobre sistemas dinâmicos e suas ferramentas de análise, juntamente ao estudo numérico, que em particular, por mérito de curiosidade, para o sistema aqui estudado através de uma abordagem experimental foi, segundo [9], de que o modelo de acoplamento de sistemas com diferentes atratores pode servir como um bom modelo para sistemas reais na natureza. Escolhemos dois sistemas não-lineares, o oscilador van der Pol e o oscilador Duffing amortecido. Este modelo também aponta a vantagem da possibilidade da implementação de um análogo eletrônico. A seguir, a seção expõe o estudo via computação analógica e motivos pelo qual ele tem vantagem em relação ao digital neste tipo de abordagem.

2.1 Conceito de sistemas dinâmicos e estudo numérico

O objetivo da ciência clássica é encontrar os modelos adequados que retratem a realidade através das leis determinísticas e imutáveis, neste caso as leis de Newton, para que possam prever a evolução de qualquer sistema real. Na física, de maneira mais particular devido ao seu objeto de estudo, os exemplos de previsão vão desde a altura de que uma esfera foi abandonada antes de atingir o solo até mesmo o próprio tempo que o universo e todas as coisas deixarão de existir. A ferramenta utilizada para tal previsão, de estados futuros e passados, toma forma de uma equação diferencial.

Um conjunto de equações diferenciais caracteriza um sistema dinâmico, que é aquele que evolui no tempo. Um sistema de dinâmico pode ser estocástico, em que se desenvolve de acordo com algum processo aleatório, como o lançamento de uma moeda, ou determinístico, caso em que o futuro é determinado exclusivamente pelo passado de acordo com alguma regra ou fórmula matemática [1].

Dentro de um sistema dinâmico determinístico, quando as grandezas envolvidas na lei de evolução temporal são contínuas no tempo, esta lei assume a forma de um sistema de equações

diferenciais ordinárias (EDO's), e é conhecido como **fluxo** na literatura [9].

Quando um fluxo apresenta três condições: 1^a contém pelo menos três variáveis independentes que evoluem no tempo, 2^a as EDO's apresentam pelo menos uma não-linearidade e 3^a condições iniciais muito próximas divergem exponencialmente no tempo, diz-se que o sistema é caótico [9]. O mais intrigante no caos é que ele surge de sistemas determinísticos em que o estado futuro é sempre univocamente determinado pelo instante anterior, entretanto, um fluxo caótico é sempre imprevisível á longo prazo, pois um pequeno erro associado ao estado presente, por menor que seja, leva a comportamentos futuros totalmente diferentes. Este tipo de comportamento, caótico, é comum em fenômenos naturais, devido à tendência da natureza em comportamentos não-lineares e multidimensionais (no quadro em que uma grandeza está atrelada a muitas outras).

Escrevendo um fluxo com n variáveis dinâmicas (dimensão do sistema) na forma:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ \frac{dx_2}{dt} &= \dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\vdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \dot{x}_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_n). \end{aligned} \tag{2.1}$$

Existem três maneiras de estudar este fluxo: 1º caso é encontrar a solução analítica para o sistema, ou seja, aplicando alguma metodologia matemática para resolução do problema. 2º obter uma solução qualitativa através do comportamento assintótico das soluções aproximadas do fluxo. E 3º é o estudo numérico, onde conta-se com auxilio de um computador para integrar as EDO's do sistema e obter as séries temporais de $\mathbf{x}_n(t)$ para um determinado tempo de integração, mesmo que a solução seja impossível analiticamente [2].

Pode-se identificar duas classes gerais de sistemas dinâmicos de acordo com o resultado do divergente $\nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$, em que $\mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ representa o fluxo do sistema. Se $\nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) = 0$, descreve a evolução de um conjunto de pontos pertencentes a um campo de velocidade incompressível \mathbf{f} , significando que os volumes de espaço de fase são conservados e assim o sistema é dito conservativo, e se $\nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) < 0$, o volume de espaço de fase se contrai e refere-se ao sistema dinâmico como dissipativo [11]. Neste último, surge no espaço de estados uma variedade com comportamento assintótico no tempo, isto é, ao qual o sistema converge, nomeado de **atrator**.

Esta variedade pode ser:

1. **Atrativas:** São aquelas em que o sistema converge assintoticamente em direção à variedade.
2. **Repulsivas:** São aquelas ao qual o sistema diverge assintoticamente da direção à variedade.
3. **Sela:** Existe pelo menos uma direção no espaço de estados ao qual o sistema converge à variedade e outra ao qual ele diverge [8].

Uma das principais características de um atrator cuja dinâmica é caótica, é a dependência sensível às condições iniciais. Considere duas condições iniciais próximas, $\mathbf{x}_1(0)$ e $\mathbf{x}_2(0) = \mathbf{x}_1(0) + \Delta(0)$, sendo $\Delta(0)$ uma variação infinitesimal nas condições iniciais, e imaginamos que elas evoluem no tempo por um sistema contínuo gerando órbitas $\mathbf{x}_1(t)$ e $\mathbf{x}_2(t)$ como mostrada na Fig. 2.1 [7].

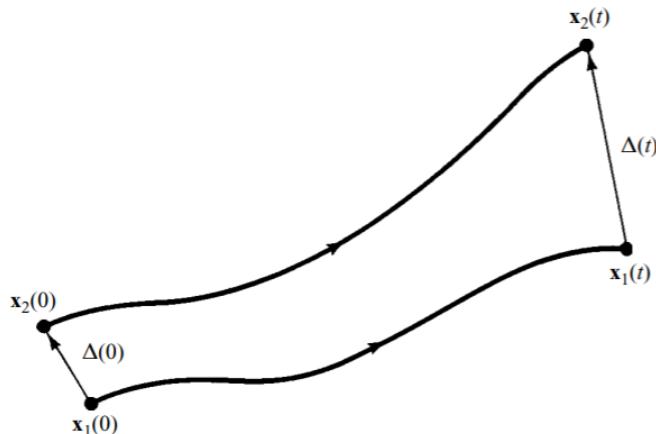


Figura 2.1: Órbitas esquemáticas $\mathbf{x}_1(t)$ e $\mathbf{x}_2(t)$ geradas evoluindo temporalmente o sistema a partir de duas condições iniciais próximas $\mathbf{x}_1(0)$ e $\mathbf{x}_2(0)$. Figura retirada da referência [7]

No instante $t > 0$, a separação entre as duas órbitas é $\Delta(t) = \mathbf{x}_2(t) - \mathbf{x}_1(t)$. Se, em média, o módulo da diferença entre as órbitas cresce exponencialmente com o tempo, ou seja, se $|\Delta(t)| = |\Delta(0)|e^{\lambda t}$ com $\lambda > 0$, dizemos que o sistema apresenta dependência sensível às condições iniciais, logo, apresenta comportamento caótico [7]. Essa dependência sensível nas condições iniciais resulta das não-linearidades presentes no sistema, as quais amplificam exponencialmente pequenas diferenças nas condições iniciais. Uma maneira de quantificar esse afastamento de trajetórias e qualificar a caoticidade do sistema, é utilizando os **expoentes de Lyapunov**.

Os expoentes de Lyapunov são as taxas exponenciais médias de afastamento ou aproximação de trajetórias próximas no espaço de fases e são obtidos fazendo a análise do afastamento dessas

trajetórias em cada direção do fluxo, ou seja, para sistemas n -dimensionais há n expoentes de Lyapunov, um para cada direção. Portanto, em um fluxo n -dimensional, é possível definir uma hiper esfera de condições iniciais de raio $\mathbf{r}_0(t_0)$ no instante t_0 . Com o passar do tempo a coordenada i deste raio diverge na medida que o sistema evolui, de modo que

$$r_i(t) = r_i(t_0)e^{\lambda_i(t-t_0)}, \quad (2.2)$$

sendo os λ_i os expoentes de Lyapunov e o índice i representa a direção em questão. Assim, os expoentes de Lyapunov estão relacionados com a expansão ou contração da trajetória na direção de evolução do fluxo. Um conjunto destes λ_i resulta no **espectro de Lyapunov**. Desta forma, a equação anterior pode ser reescrita como

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\ln|(r_i(t)/r_i(t_0))|}{(t - t_0)}. \quad (2.3)$$

Lembrando que o sistema é dissipativo e o volume do espaço de fases sofre uma contração, ou seja, $V(t) < V(t_0)$ para $t > t_0$, que equivale a escrever

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i < 0. \quad (2.4)$$

Nestas condições, calcula-se o espectro de Lyapunov, a partir do qual pode-se classificar os diferentes tipos de atratores. Num sistema quadrimensional, como no o acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, existem quatro expoentes de Lyapunov, um para cada direção das variedades invariantes que podem gerar até cinco tipos de atratores [8]:

- **Ponto de equilíbrio:** Se todos os λ_i são negativos, então o atrator se constitui em um único ponto que atrai condições iniciais suficientemente próximas a ele.
- **ciclo-limite ou atrator periódico:** Se algum λ_i for nulo e os demais negativos, o atrator corresponde á uma trajetória fechada que atrai condições iniciais suficientemente próxima a ele;
- **Torus $i - dimencional$:** Se dois ou mais dos λ_i são nulos e os demais negativos,então o atrator é do tipo torus. Neste comportamento existe a coexistência de i ciclos limites com frequências bem definidas. Se a razão destas frequências for irracional, o atrator é dito quase-periódico.
- **Atrator caótico:** Se um dos λ_i for positivo, um nulo e os demais negativos, o atrator

correspondente é caótico. Devido a sua estrutura e a sua dimensionalidade fractal pode ser chamado, também, de atrator estranho.

- **Atrator hipercaótico:** Se dois ou mais dos λ_i são positivos, um terceiro nulo e os demais negativos, o atrator manifesta comportamento hipercaótico. A condição necessária para um fluxo apresentar hipercaos é que o sistema seja, no mínimo, quadridimensional.

A dinâmica de todo sistema dinâmico que descreve um sistema físico real depende de **parâmetros**. São chamados de parâmetros de controle do sistema, tal que um sistema pode ser pensado como uma função desses parâmetros. Com isso, alterando o valor destes, podemos modificar o comportamento dinâmico do sistema. O **espaço de parâmetros** pode ser exemplificado por um gráfico tridimensional, onde dois dos eixos representam a variação de quaisquer dois parâmetros que do sistema e um terceiro eixo é associado ao espectro de Lyapunov utilizando um gradiente de cores para representar o seu valor em relação ao par de parâmetros escolhidos [12]. Esta variação de cores associadas ao maior expoente de Lyapunov permite verificar onde o sistema apresenta regiões de equilíbrio, regiões periódicas, regiões de divergência e as regiões caóticas.

Outra maneira de verificar a dependência de parâmetros é através da estrutura qualitativa do fluxo que pode mudar conforme os parâmetros são variados. Em particular, pontos fixos podem ser criados ou destruídos, ou sua estabilidade pode mudar. Essas mudanças qualitativas na dinâmica são chamadas de **bifurcações**, e os valores dos parâmetros em que ocorrem são chamados de pontos de bifurcação. As bifurcações são importantes cientificamente, elas fornecem modelos de transições e instabilidades, já que alguns parâmetros de controle são variados [2].

Existem alguns tipos de bifurcação em sistemas dinâmicos contínuos, nos quais pontos de equilíbrios podem ser criados ou destruídos, ou ter sua estabilidade alterada ao variar um ou mais parâmetros. São identificadas na referência [13]:

1. **Bifurcação sela-nó:** É o mecanismo básico de criação e destruição de pontos de equilíbrio, também chamada de bifurcação de dobra.
2. **Bifurcação transcritica:** Há situações em que dois pontos de equilíbrio existem para todos os valores de um parâmetro, embora as estabilidades desses pontos sejam trocadas quando o parâmetro passa por um valor crítico. Esta bifurcação é o mecanismo associado a esse tipo de mudança.
3. **Bifurcação de forquilha:** Essa bifurcação aparece em sistemas que apresentam algum tipo de simetria. Em tais sistemas, um par de pontos de equilíbrio de mesma estabilidade

pode aparecer ou desaparecer simultaneamente, quando o parâmetro de controle passa por um valor crítico.

4. **Bifurcação de Hopf:** É uma bifurcação que liga equilíbrio a movimento periódico. Implica no surgimento de um ciclo limite apresentando duas formas, subcrítica ou supercrítica.

2.2 Estudo via Computação analógica

Os computadores analógicos foram construídos em várias formas que, por definição, apelam à semelhança entre as leis da natureza. Esta semelhança permite a tradução de um problema em um dado sistema físico (um problema para o qual cálculos seriam difíceis ou um sistema para o qual modelos de teste seriam caros e inflexíveis) em outro sistema físico onde modelos relativamente baratos e de fácil varredura de parâmetros podem ser construídos. As formas físicas que foram usadas para modelos, incluindo mecânica, hidráulica, eletrostática, etc., de longe a mais útil e versátil é o sistema elétrico.

A visão de um computador analógico como uma realização física de uma sistema experimental veio como resultado da tremenda competição na indústria após a Segunda Guerra Mundial, onde foram necessários projetos mais econômicos e avaliações mais detalhadas. O conceito de uma planta ou sistema totalmente automatizado, operando com otimização econômica, exigia dos engenheiros um conhecimento mais extenso de cada elemento e seu comportamento. Os engenheiros, por sua vez, exigiram uma análise mais completa dos mecanismos e propriedades de transporte dos cientistas de pesquisa básica [14].

Com o advento dos computadores digitais no final da década de 1970, os computadores analógicos foram destituídos desta funções devido às vantagens deste último em relação a praticidade. Entretanto, os procedimentos da comutação analógica sempre foram utilizados para construção de circuitos analógicos que, ironicamente, tornam possível o funcionamento dos computadores digitais modernos [8].

Computadores digitais armazenam dados exclusivamente sob a forma de números. Nos computadores modernos estes números são expressos e armazenados internamente no sistema binário, ou sistema numérico posicional de base dois. Neste tipo de máquina os valores que exprimem as grandezas sofrem apenas variações “discretas”. Lembrando que na seção anterior o estudo numérico, que utiliza de computadores digitais, foi apresentado como uma abordagem válida para investigar a dinâmica de um fluxo, mas, há algumas desvantagens e relação ao uso de computadores analógicos. É bem conhecido que com essas técnicas aparecem problemas relacionados ao tempo integração, de acordo com o conhecimento atual, não existe nenhum

método que possa ajudar a prever a duração da fase transitória de uma simulação numérica.

Já os computadores analógicos representam dados utilizando grandezas capazes de variar continuamente, de modo que, a simulação analógica oferece o caminho para enfrentar as dificuldades citadas. Esta é uma das principais razões para o crescente interesse dedicado a este tipo de simulação para a análise de sistemas físicos não-lineares e caóticos. Além disso, a computação analógica revela-se muito poderosa para um grande número de problemas específicos, como reconhecimento de padrões e processamento de imagens. Parece ser a maneira mais natural de resolver muitos problemas físicos, já que muitos componentes computacionais elementares são uma consequência direta das leis fundamentais da física [15].

Existem diversos meios para construir um circuito eletrônico que resolva um dado sistema de equações dinâmicas. Usando componentes discretos (capacitores, resistores e transistores) pode-se chegar à um arranjo analógico do sistema em questão. Entretanto, a abordagem aqui adotada é através do uso de circuitos integrados chamados de Amplificadores operacionais (AMPOP), devido a sua praticidade. AMPOP's nada mais são do que um encapsulamento que abstrai um circuito composto por componentes analógicos discretos, como demonstrado na Figura 2.2 [16] e a sua simbologia é encontrada na literatura, geralmente, como aparece na Figura 2.3.

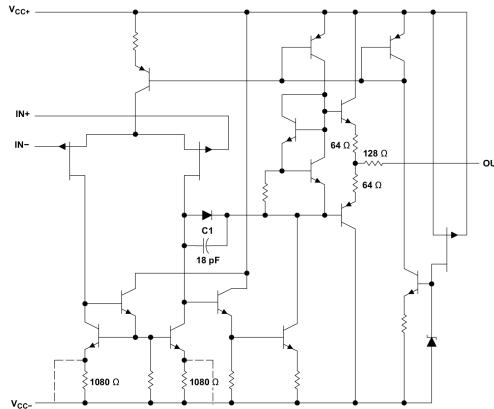


Figura 2.2: Exemplo de um circuito interno de um AMPOP (TL071).

Como usuário de amplificadores operacionais, não é necessário ter um conhecimento detalhado de seus circuitos internos. Felizmente, a maioria dos amplificadores operacionais de uso geral são compatíveis com pinos. É a função das conexões de pinos externos, funções de transferência, que o usuário AMPOP está interessado. Os pacotes mais comuns para amplificadores

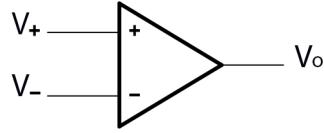


Figura 2.3: Símbologia de um AMPOP comumente encontrado na literatura.

operacionais são um pacote plástico de oito pinos em linha dupla (conhecido como DIP-8) e seu equivalente de montagem em superfície, SO-8 [17].



Figura 2.4: Pacotes plásticos do DIP-8 (a) e SO-8 em (b).

O grande benefício do AMPOP é a função de transferência que é simples e auxilia na modelização dos sistemas propostos. Esta é definida como a relação entre o(s) sinal(is) de saída, V_o , e o(s) sinal(is) de entrada, V_+ e V_- evidenciadas na Figura 2.3. Entretanto, mesmo sabendo que os componentes reais tem imperfeições, os AMPOP's são tratados como ideais para facilitar a aplicação e cálculo da função de transferência. Essas aproximações consistem em assumir as entradas dotadas de impedância infinita e a saída como impedância nula, no limite de baixas frequências [8].

Alguns exemplos de funções de transferência básicas estão presentes na Figura 2.5.

As configurações demonstradas acima são em geral as mais básicas e suficiente para poder trabalhar com uma gama de sistemas dinâmicos, no entanto, apenas três delas estarão presentes no trabalho experimental aqui realizado. Para concluir esta seção, segue as equações de transferência das configurações expostas na Figura 2.5:

- **Amplificador inversor:** O sinal de entrada é multiplicado por um ganho $\frac{R_2}{R_1}$, porém com uma defasagem de 180 graus em relação ao sinal de saída, de modo que

$$V_s = -\left(\frac{R_f}{R_1}V_1 + \frac{R_f}{R_2}V_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n}V_n\right). \quad (2.5)$$

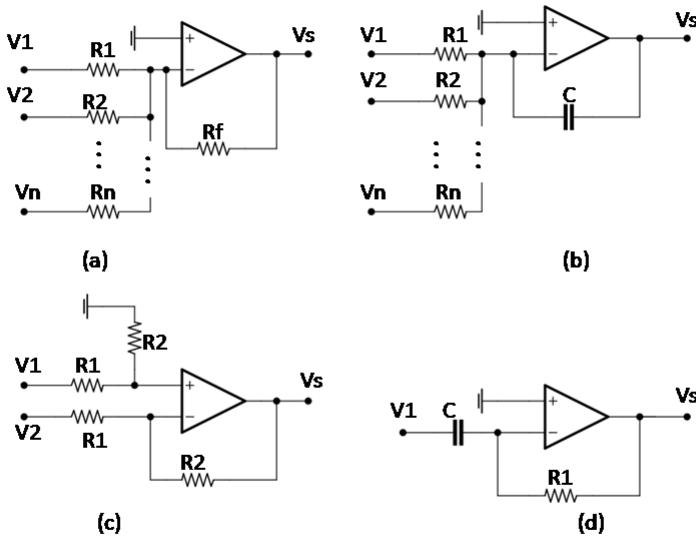


Figura 2.5: Configurações básicas para construção de um circuito com uso de AMPOP's, sendo elas, inversora (a), integradora (b), subtratora (c) e diferenciadora (d).

- **Amplificador integrador:** Um integrador é um circuito eletrônico que realiza um processo de integração (soma infinitesimal) dos sinais decorrentes da variação do sinal de entrada conforme sua variação no intervalo de tempo analisado, ou seja,

$$V_s = -\frac{1}{C} \int_0^t \left(\frac{1}{R_1} V_1 + \frac{1}{R_2} V_2 + \dots + \frac{1}{R_n} V_n \right) dt. \quad (2.6)$$

- **Amplificador subtrator:** O amplificador subtrator permite realizar a subtração (diferença) de dois sinais, a saída correspondente é

$$V_s = \frac{R_2}{R_1} (V_1 - V_2). \quad (2.7)$$

- **Amplificador diferenciador:** O amplificador diferenciador permite realizar a derivada do sinal de entrada, então,

$$V_S = -R_1 C \frac{dV_1}{dt}. \quad (2.8)$$

Capítulo 3

OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

A sincronização de sistemas dinâmicos acoplados tornou-se recentemente um grande tópico de interesse. De fato, o estudo da rede de sistemas não-lineares acoplados é significativo nas áreas de matemática e física fundamentais e aplicadas, tais como bifurcações na presença de simetrias, teoria do caos, multistabilidade e comportamento histerético, eletrônica não linear, etc [9].

O objetivo deste capítulo é relatar um breve resumo sobre os osciladores van der Pol e Duffing, e também, a motivação para o estudo experimental do acoplamento dos mesmos.

3.1 O oscilador van der Pol

Balthasar van der Pol deu contribuições significativas tanto à academia quanto à indústria. Suas contribuições na área industrial foram principalmente na área de radiocomunicação e propagação de ondas. Curiosamente, esse trabalho aplicado levou a seu envolvimento com tubos de vácuo em circuitos retificadores, utilizados amplamente na tecnologia de radiocomunicações. A equação introduzida por van der Pol em 1926 era para modelar o comportamento de circuitos eletrônicos contendo tubos de vácuo do tipo triodo, que na época eram utilizados como elementos retificadores [18].

Van der Pol encontrou oscilações estáveis¹ e são agora conhecidas como um tipo de ciclo limite em circuitos elétricos que empregam tubos de vácuo. Balthasar van der Pol e seu colega, van der Mark, relataram na edição de setembro de 1927 da Nature [19] que em certas frequências de acionamento um ruído irregular era ouvido, o que mais tarde foi descoberto como sendo o resultado do caos determinístico .

A equação de van der Pol tem grande utilidade nas ciências físicas e biológicas. Tendo aplicações, por exemplo, na biologia onde pode-se estender a equação em um campo planar

¹Posteriormente, van der Pol também chamou de oscilações de relaxamento.

como modelo para os potenciais de ação dos neurônios [20], na sismologia para modelar as duas placas em uma falha geológica [21], e em estudos de fonação para modelar os osciladores de cordas vocais direito e esquerdo [22].

A equação que descreve o oscilador van der Pol é dada por

$$\frac{dx^2}{dt^2} - \mu(1 - x^2) \frac{dx}{dt} + x = 0. \quad (3.1)$$

Para o qual t é dimensionado de modo que a frequência natural $\omega = 1$. Este sistema é claramente não linear devido ao termo $x^2 \frac{dx}{dt}$. Estes osciladores que alternadamente ganham energia de seu ambiente e retornam são chamados de osciladores autocatalíticos.

A solução para equações não lineares são geralmente difíceis, mas para $0 < \mu \ll 1$, a equação se aproxima de uma trajetória circular no espaço de fase. Uma condição inicial próxima da origem espirala lentamente até que a média de x^2 ao longo da trajetória esteja próxima da unidade. De modo que, o movimento é quase senoidal no tempo e circular no espaço de fase. Então, o ciclo limite para μ tendendo a zero é um círculo de raio dois.

Para μ grande, a trajetória tece dentro e fora do círculo duas vezes por ciclo enquanto a energia é adicionada e removida[1]. A Figura 3.1 mostra o espaço de fase para diferentes valores de μ e a Figura 3.2 a serie temporal das variável x do sistema para $\mu=5,0$, portanto maior que 1.

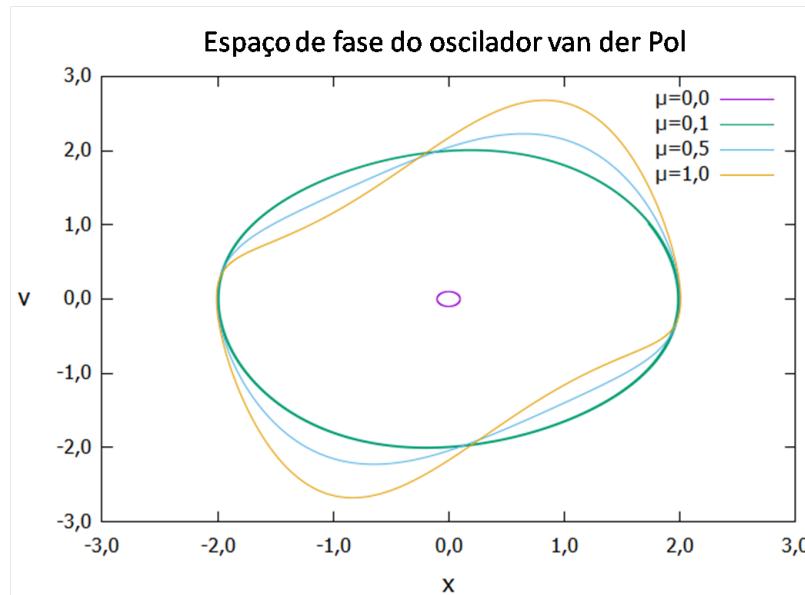


Figura 3.1: Ciclo limite para equação do oscilador van der Pol com $\mu=0,0;0,1;0,5$ e $1,0$.

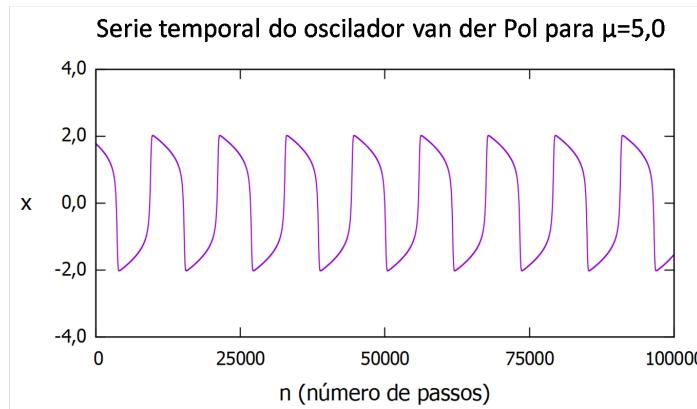


Figura 3.2: Serie temporal para equação do oscilador van der Pol com $\mu=5,0$.

Um exemplo concreto do oscilador van der Pol é encontrado em circuitos eletrônicos com elementos ativos (triodos ou transistores) [23]. De maneira simplista, um circuito que corresponde às características discorridas é um conversor *boost* não regulado que é usado como o mecanismo de aumento de tensão no circuito conhecido como “Joule thief” (ladrão de Joule). Este é um *booster* de tensão, conversor ”DC-DC”² que aumenta a tensão de entrada para sua saída, auto-oscilante, pequeno, de baixo custo e fácil de construir, normalmente usado para dirigir pequenas cargas. Ele apresenta a forma de onda mostrada na Figura 3.3.



Figura 3.3: Forma de onda de uma Ladrão de Joule encontrado em [24].

Os principais conversores de ”DC-DC” foram desenvolvidos no início dos anos 1960, quando os comutadores de semicondutores se tornaram disponíveis. A necessidade da indústria aeroespacial de conversores de energia pequenos, leves e eficientes levou ao rápido desenvolvimento do conversor [31]. Atualmente, os conversores *boost*, também chamados de conversores de im-

²Um conversor DC-DC (ou CC/CC) é um circuito eletrônico que converte uma tensão ou corrente contínua que tem uma determinada amplitude, em outra tensão ou corrente contínua com outra amplitude diferente.

pulso, tem vasta aplicabilidade, como por exemplo, em diversos dispositivos eletrônicos [25][26], veículos elétricos híbridos e sistemas de iluminação.

Dada a semelhança entre as formas de onda das Figuras 3.2 e 3.3 pode-se afirmar que a descrição matemática desenvolvida por Balthasar van der Pol serve como modelo para os conversores *boost*.

Portanto, devido à importância tecnológica atribuída a esta classe de conversores de tensão pode-se extrair motivação suficiente para o estudo experimental apresentado neste trabalho. Uma vez que, em todos os exemplos citados o sistema trabalha acoplado com outros, pode-se então, neste caso restringir-se aos que podem ser modelados por um oscilador Duffing amortecido.

3.2 Oscilador Duffing

O oscilador Duffing é um dos protótipos de dinâmica não linear. Tornou-se popular, primeiramente, por estudar oscilações anarmônicas e, mais tarde, dinâmicas não-lineares caóticas na esteira dos primeiros estudos do engenheiro Georg Duffing. O sistema tem sido usado com sucesso para modelar vários processos físicos, como molas de enrijecimento, flambagem de feixes, circuitos eletrônicos não lineares, amplificadores paramétricos supercondutores Josephson e ondas de ionização em plasmas [27].

Os osciladores de Duffing são rotineiramente associados ao amortecimento em sistemas físicos. O amortecimento é uma influência dentro ou sobre o sistema oscilatório que tem o efeito de reduzir, restringir ou impedir sua oscilação. O amortecimento é produzido por processos que dissipam a energia armazenada na oscilação. Exemplos incluem arrasto viscoso em sistemas mecânicos, resistência em osciladores eletrônicos e absorção e espalhamento de luz em osciladores ópticos [28]. A equação de Duffing pode ser escrita como um oscilador harmônico com um termo cúbico, de modo geral,

$$\frac{dx^2}{dt^2} + \alpha \frac{dx}{dt} + k_1 x + k_2 x^3 = 0. \quad (3.2)$$

Pode-se distinguir quatro casos, dependendo dos sinais de k_1 e k_2 [1]. Porém, para o sistema acoplado que irá ser apresentado depois, tem-se o caso particular de $k_1 < 0$ e $k_2 > 0$.

3.3 Acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido

Nos últimos anos, um interesse particular tem sido dedicado à dinâmica dos osciladores acoplados. O fato de que os osciladores acoplados fornecem modelos fundamentais para a dinâmica de vários sistemas físicos, eletromecânicos, químicos e biológicos. Entre esses osciladores acoplados, os mais populares são os osciladores auto-sustentados e os osciladores acoplados Duffing [29]. Como explicitado anteriormente o objetivo é estudar o acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, uma vez que o primeiro destes pode modelar um conversor de tensão *boost* presente em dispositivos eletrônicos e que funcionam atrelados a outros sistemas, modelados pelo oscilador Duffing, dentro do mesmo. Deste modo, o estudo teórico e experimental tem uma aplicabilidade interessante.

Estudos numéricos [9] afirmam que os osciladores de van der Pol e Duffing são um sistema acoplado típico com diferentes atratores onde a transição do movimento periódico para o movimento periódico através do movimento caótico é encontrada no acoplamento fraco. A região caótica é ainda mostrada para a posição de ilhas de janelas periódicas, algumas das quais exibem fenômenos de duplicação de período. No entanto, à medida que a constante de acoplamento aumenta, a dinâmica do sistema torna-se mais simples. A referência [29] relata uma questão interessante relacionada ao do caos, a maneira como ele aparece no sistema, que na simulação numérica a transição para o caos é abrupta.

Estudos experimentais com implementação analógica já executados [30][15] mostram que é possível construir um computador integrador através do uso dos AMPOP's e obter bons resultados. No entanto, os dados obtidos limitam-se a digrama de bifurcação e figuras de atratores. Eis então o diferencial do trabalho aqui apresentado, pois faz-se este estudo experimental através da metodologia apresentada em [8] em que é possível obter um espaço de parâmetros experimental através do controle de parâmetros via tensão contínua e com auxílio de rotinas em Python.

A dinâmica do sistema que acopla linearmente os osciladores Van der Pol e Duffing amortecido é dada por

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + x - k(y - x) &= 0, \\ \ddot{y} + \alpha\dot{y} - y + y^3 - k(x - y) &= 0.\end{aligned}$$

Onde μ é um parâmetro positivo que controla uma das não linearidades do modelo, α cor-

responde ao termo de dissipação e k a constante de acoplamento. Expressando as equações anteriores na forma

$$\begin{aligned}\ddot{x} - \mu(1 - x^2)\dot{x} + \frac{\partial U_1(x)}{\partial x} - k(y - x) &= 0, \\ \ddot{y} + \alpha\dot{y} - \frac{\partial U_2(y)}{\partial y} - k(x - y) &= 0,\end{aligned}$$

$$U_1(x) = \frac{1}{2}x^2,$$

$$U_2(y) = -\frac{1}{2}y^2 + \frac{1}{4}y^4.$$

Para o qual $U_1(x)$ e $U_2(y)$ são as funções dos potenciais de cada oscilador, que são representadas na Figura 4.1.

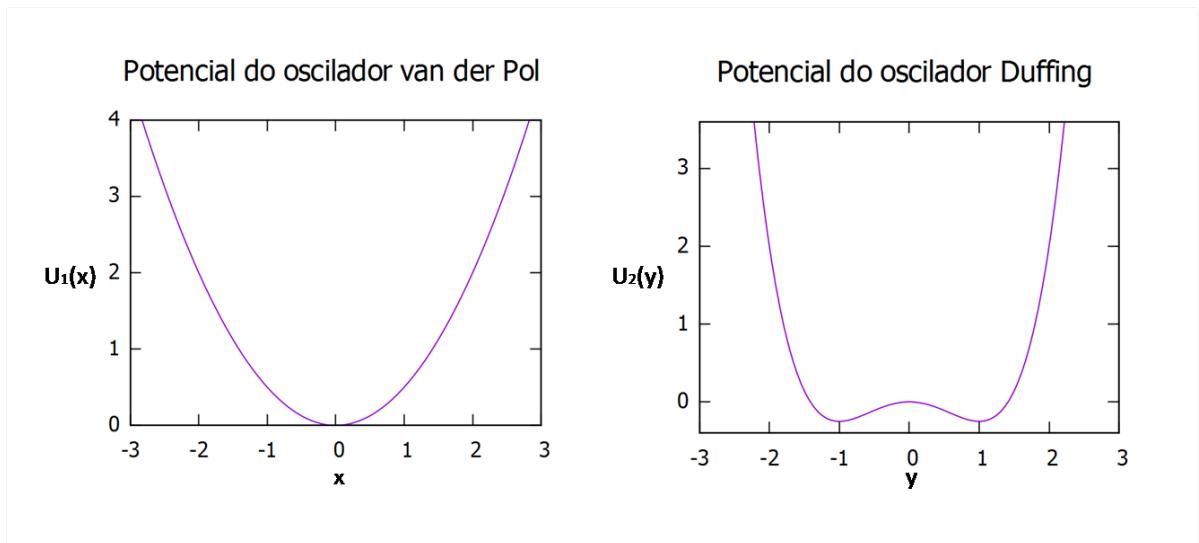


Figura 3.4: Gráfico das funções potenciais $U_1(x)$ e $U_2(y)$ correspondendo aos osciladores van der Pol e Duffing, respectivamente. A função $U_2(y)$ apresenta um máximo local em $y = 0$ e dois mínimos em $y = \pm 1$. Em contraste com $U_1(x)$ que apresenta um mínimo em $x=0$.

É evidente que existem dois mínimos locais para o potencial $U_2(y)$ em $y = \pm 1$ e um máximo para $y = 0$. E que há um mínimo local em $x = 0$ para $U_1(x)$. Escrevendo $x = x_1$ e $y = y_1$ e também $\dot{x} = x_2$, $\dot{y} = y_2$ reescrevemos o sistema como,

$$\dot{x}_1 = x_2, \tag{3.3}$$

$$\dot{x}_2 = \mu(1 - x_1^2)x_2 - x_1 + k(y_1 - x_1), \tag{3.4}$$

$$\dot{y}_1 = y_2, \tag{3.5}$$

$$\dot{y}_2 = -\alpha y_2 + y_1 - y_1^3 + k(x_1 - y_1). \tag{3.6}$$

Para $k = 0$, ambos osciladores são desacoplados. O Van der Pol exibe um ciclo limite enquanto o oscilador Duffing experimenta um movimento oscilatório amortecido. Certamente, o acoplamento pode ser visto como a perturbação proporcional à diferença de suas posições. As equações (3.3) - (3.6) admitem uma simetria de interesse que é relevante para as investigações da dinâmica de sistemas.

Os pontos de equilíbrio do sistema acoplado são obtidos quando iguala-se as equações (3.3)-(3.6) à zero , portanto as soluções são $E_0 = (0, 0, 0, 0)^T$; $E_1 = (a, 0, b, 0)^T$ e $E_2 = (-a, 0, -b, 0)^T$ com a e b definidos como,

$$a = \frac{k}{(1+k)\sqrt{1+k}}, \quad (3.7)$$

$$b = \frac{1}{\sqrt{1+k}}. \quad (3.8)$$

Note que E_1 e E_2 são simétricos em relação à origem e compartilham as mesmas propriedades de estabilidade. Segundo [29], que realizou a análise da estabilidade dos pontos fixos através do critério de Routh-Hurwitz, os três pontos são pontos de equilíbrio instáveis.

Capítulo 4

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

Neste capítulo será apresentado primeiramente uma análise da simulação do circuito integrador, na qual mostra-se a correspondência entre as equações obtidas através das equações de transferência dos AMPOP's e a equação do fluxo do sistema estudado e a comparação qualitativa entre os atratores da simulação e o espaço de parâmetros numérico. E na sequência, serão apresentados os resultados obtidos com o circuito real. O levantamento de hipóteses que para as possíveis perturbações e erros, que justificam as diferenças dos resultados entre si, foram validadas ou descartadas conforme o andamento da pesquisa. Entretanto, no meio destas análises há resultados esperados segundo a literatura, indicando a validade desse estudo.

4.1 Projeto e simulação do sistema

O projeto de um computador analógico consistente começa com a escolha de uma escala adequada das variáveis dinâmicas do sistema em termos de tensões/correntes que podem ser medidas no circuito. E ainda, deve também obter uma correspondência entre os valores numéricos e adimensionais das variáveis na solução do sistema, equações (3.3)-(3.6). A reescala tem a finalidade de garantir que os componentes eletrônicos trabalhem dentro da sua faixa de operação linear e possuam a máxima excursão de sinal, ou seja, as tensões/correntes que representam as variáveis do sistema ocupem a maior faixa possível dentro dos limites dos componentes [32]. Estes processos são importantes para que os componentes funcionem adequadamente sem saturação e para que tensões de pequena magnitude não sejam afetadas pelo ruído, imprecisões dos instrumentos de medida e erros de *offset* dos AMPOP's e multiplicadores analógicos [33].

Adicional à essas precauções, é preciso fazer uma escolha apropriada da relação entre o tempo das equações adimensionais com o tempo físico em que o circuito evolui a dinâmica.

Esta escolha deve ser direcionada com objetivo de que a frequência característica dos atratores não ultrapasse a frequência em que os AMPOP's podem trabalhar, neste caso escolheu-se $t = (1 \times 10^{-3}s)\tau$. Por fim, a última preocupação para o início do projeto é que os componentes passivos tenham valores existentes no mercado.

A integração numérica das equações (3.3)-(3.6) para os parâmetros $\alpha = 0.5$, $\mu = 0.8$ e $k = 0.5$ produz os atratores em regime caótico da Figura 4.1.

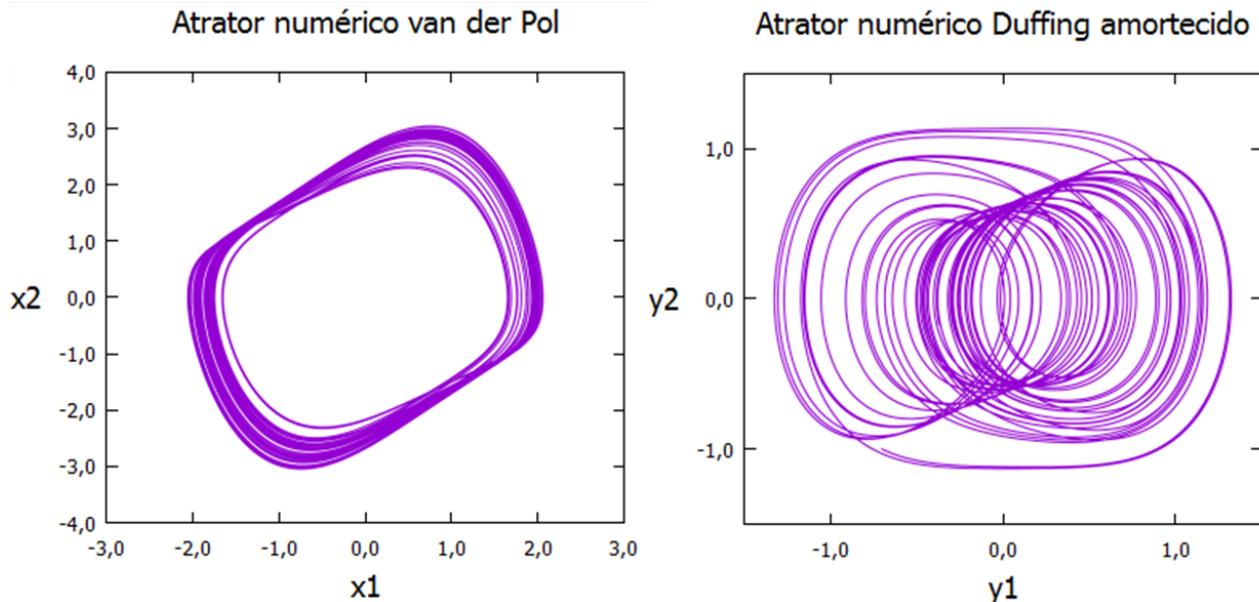


Figura 4.1: Atratores caóticos pertencentes ao sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, respectivamente. Projeções $x_1 \times x_2$ e $y_1 \times y_2$. Parâmetros fixados em $\alpha = 0,5$; $\mu = 0,8$ e $k = 0,5$.

A partir da Figura 4.1 a escala escolhida é a divisão por dois do sistema como um todo. Mesmo que os atratores não ultrapassem os valores de tensão limite para os AMPOP's, que é $\pm 12V$ segundo os *datasheets* [34][35], é necessário lembrar que há um termo cúbico para um dos osciladores e um termo quadrático que é multiplicado por outro sinal no outro oscilador, ou seja, haverá duas "cascatas" de multiplicadores analógicos onde a tensão teto ficaria em $\pm 10V$ [33] , ou seja, o sinal máximo deve ser elevado ao cubo e ser reescalado de modo a encaixar dentro destes $|10V|$. Deste modo, as equações ficam

$$\dot{x}'_1 = x'_2, \quad (4.1)$$

$$\dot{x}'_2 = 4\mu(0,25 - x'^2_1)x'_2 - x'_1 + k(y'_1 - x'_1), \quad (4.2)$$

$$\dot{y}'_1 = y'_2, \quad (4.3)$$

$$\dot{y}'_2 = -\alpha y_2 + y_1 - 4y^3_1 + k(x'_1 - y'_1). \quad (4.4)$$

Sendo que, $x'_1 = \frac{x_1}{2}$, $x'_2 = \frac{x_2}{2}$, $y'_1 = \frac{y_1}{2}$ e $y'_2 = \frac{y_2}{2}$. A substituição das equações (4.1)-(4.4), do modo como esta apresentado, apenas desloca a amplitude das variáveis dinâmicas, não alterando a complexidade da dinâmica do sistema, já que é uma transformação linear. De maneira compacta pode-se descrever a transformação como

$$\begin{pmatrix} V_{x_1} \\ V_{x_2} \\ V_{y_1} \\ V_{y_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5V & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.5V & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5V & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

A Figura 4.2 contém o esquemático do computador analógico proposto neste trabalho. As caixas coloridas destacam cada uma das variáveis do fluxo representado nas equações (4.1)-(4.4)¹.

Este esquemático foi construído no programa NI Multisim que auxilia na simulação dos esquemas eletrônicos, a questão é que a versão disponível para realização deste trabalho traz complicações quando se utiliza o multiplicador analógico AD633, portanto, foi utilizado um multiplicador genérico na simulação. Filtros e sistema de *reset* das condições iniciais também estão ausentes na simulação, uma vez que ele simula os componentes como ideais. Entretanto, todos estes itens estão no esquemático para o projeto da placa de circuito impresso e serão melhor apresentados no capítulo seguinte.

¹Serão utilizadas as variáveis sem linha por mérito de simplicidade da notação.

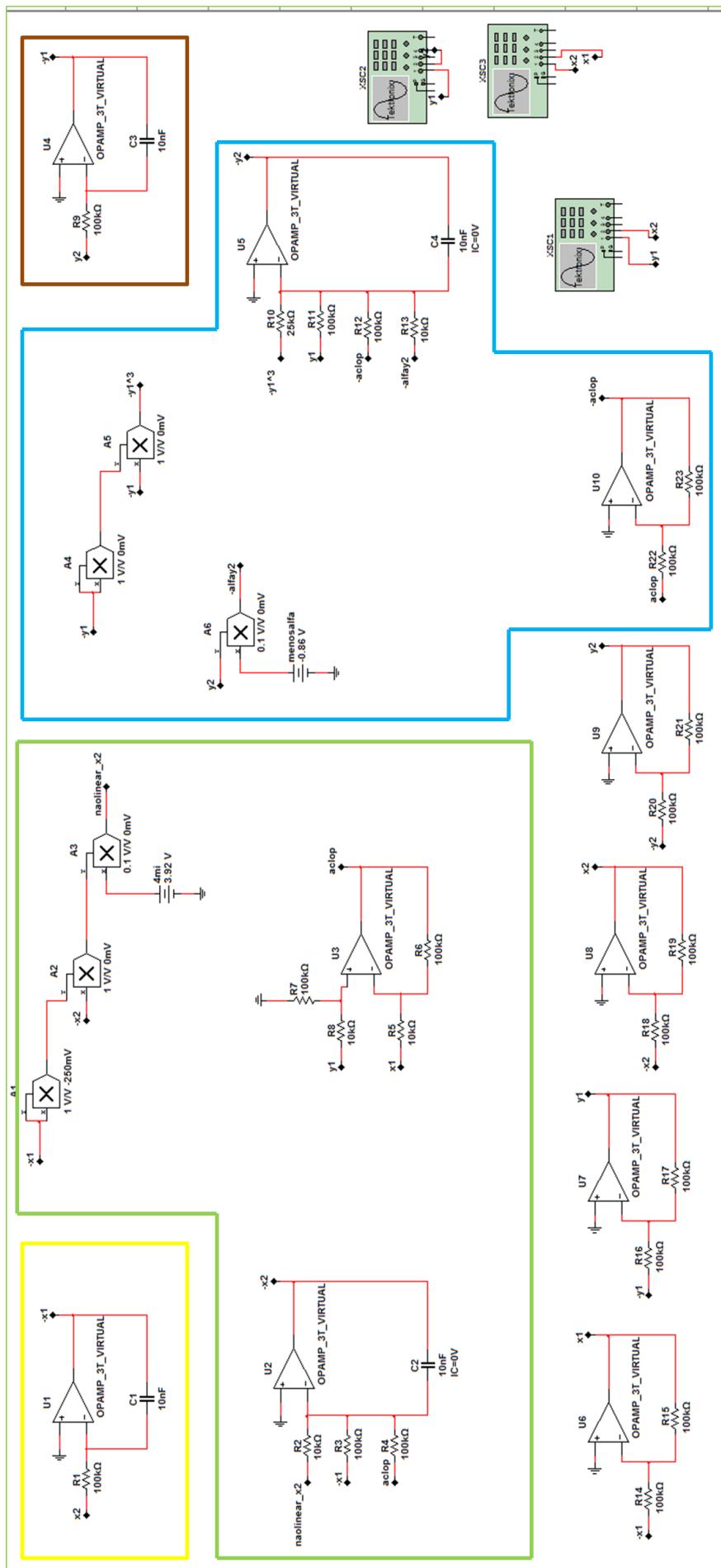


Figura 4.2: Projeto do computador analógico para o sistema dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido acoplados.

Para a análise do circuito proposto serão utilizadas as equações de transferência apresentadas na seção 2.2 desta dissertação. Iniciando pelos AMPOP's que estão fora das caixas, observe que todos (U_6 , U_7 , U_8 e U_9) estão com configuração de inversor, logo,

$$V_{-x_1} = -\frac{R_{15}}{R_{14}}V_{x_1}, \quad (4.6)$$

$$V_{-y_1} = -\frac{R_{17}}{R_{16}}V_{y_1}, \quad (4.7)$$

$$V_{-x_2} = -\frac{R_{19}}{R_{18}}V_{x_2}, \quad (4.8)$$

$$V_{-y_2} = -\frac{R_{21}}{R_{20}}V_{y_2}. \quad (4.9)$$

Para a caixa em amarelo, que representa a variável $-x_1$ do sistema dinâmico, tem-se uma configuração para um amplificador integrador, então

$$V_{-x_1} = -\frac{1}{C_1} \int_0^t \frac{1}{R_1} V_{x_2} dt. \quad (4.10)$$

Utilizando a equação (4.6) em (4.10), vem

$$\dot{V}_{x_1} = \frac{R_{14}}{C_1 R_1 R_{15}} V_{x_2}. \quad (4.11)$$

Para caixa em verde, há um amplificador integrador representado por U_2 , um subtrator em U_3 e o termo não linear do oscilador van der Pol através dos multiplicadores A_1 , A_2 e A_3 , portanto,

$$V_{-x_2} = -\frac{1}{C_2} \int_0^t \left(\frac{1}{R_2} V_{nlinear} + \frac{1}{R_3} V_{-x_1} + \frac{1}{R_4} V_{acop} \right) dt. \quad (4.12)$$

Observe que para U_3 , $R_8 = R_5$ e $R_7 = R_6$, logo,

$$V_{acop} = \frac{R_5}{R_6} (V_{y_1} - V_{x_1}). \quad (4.13)$$

Para os multiplicadores, A_1 está setado com um ganho de tensão $\frac{1V}{V}$ e uma subtração de $-0.25V$ na sua saída, depois A_2 também esta com ganho de tensão igual a $\frac{1V}{V}$ e A_3 com ganho de tensão de $\frac{0.1V}{V}$ (estes ganhos de tensão serão justificados posteriormente), então,

$$V_{nlinear} = \frac{4\mu}{10} V_{-x_2} [(V_{-x_1})^2 - 0,25]. \quad (4.14)$$

Usando as equações (4.6) e (4.8) em (4.14),

$$V_{nlinear} = \frac{R_{19}R_{15}^2}{R_{18}R_{14}^2} \frac{4\mu}{10} V_{x_2} \left[\frac{R_{14}^2}{R_{15}} - (V_{x_1})^2 \right]. \quad (4.15)$$

Agora, substituindo as equações (4.6),(4.8),(4.13) e (4.15) em (4.12), vem

$$\dot{V}_{x_2} = \frac{(R_{15})^2}{C_2 R_2 (R_{14})^2} \left(\frac{4\mu}{10} V_{x_2} \left[\left(\frac{R_{14}^2}{R_{15}^2} 0, 25 \right) - V_{x_1}^2 \right] \right) - \frac{R_{15}R_{18}}{C_2 R_3 R_{14} R_{19}} V_{x_1} + \frac{R_5 R_{18}}{C_2 R_4 R_6 R_{19}} (V_{y_1} - V_{x_1}). \quad (4.16)$$

Na caixa em marrom, U_4 é dado por

$$V_{-y_1} = -\frac{1}{C_3} \int_0^t \frac{1}{R_9} V_{y_2} dt. \quad (4.17)$$

Substituindo a equação (4.7) em (4.17), vem

$$\dot{V}_{y_1} = \frac{R_{16}}{C_3 R_9 R_{17}} V_{y_2}. \quad (4.18)$$

Na caixa , U_5 é integrador, então

$$V_{-y_2} = -\frac{1}{C_3} \int_0^t \left(\frac{1}{R_{10}} V_{-y_1}^3 + \frac{1}{R_{11}} V_{y_1} + \frac{1}{R_{12}} V_{-acop} + \frac{1}{R_{13}} V_{-\alpha y_2} \right) dt. \quad (4.19)$$

e U_{10} é inversor, logo

$$V_{acop} = -\frac{R_{23}}{R_{22}} V_{-acop}. \quad (4.20)$$

De (4.13) em (4.20)

$$V_{-acop} = -\frac{R_{22}R_5}{R_{23}R_6} (V_{y_1} - V_{x_1}). \quad (4.21)$$

Os multiplicadores A_4 e A_5 representam a não linearidade do oscilador Duffing, e tem ganho de tensão unitário, logo,

$$V_{-y_1}^3 = (V_{y_1})^3. \quad (4.22)$$

Substituindo (4.7)em (4.22)

$$V_{-y_1}^3 = -\frac{R_{17}^3}{R_{16}^3} V_{y_1}^3. \quad (4.23)$$

Por fim, O multiplicador A_6 multiplica o parâmetro $-\alpha$ com V_{y_2} e tem uma saída multiplicada por 0.1 (do mesmo modo que executado para A_3), então,

$$V_{-\alpha y_2} = -\alpha V_{y_2}. \quad (4.24)$$

Substituindo as equações (4.9), (4.21),(4.23) e (4.24) em (4.19), chega-se em

$$\dot{V}_{y_2} = -\frac{R_{20}R_{17}^3}{C_3R_{21}R_{10}R_{16}^3}V_{y_1}^3 + \frac{R_{20}}{C_3R_{21}R_{11}}V_{y_1} - \frac{R_{20}R_{22}R_5}{C_3R_{21}R_{12}R_{23}R_6}\left(V_{y_1} - V_{x_1}\right) + \frac{R_{20}}{C_3R_{21}R_{13}}\left(-\alpha V_{y_2}\right). \quad (4.25)$$

Observe que as equações (4.11),(4.16),(4.18) e (4.25) respeitam exatamente a mesma forma das equações (3.3)-(3.6). Demonstrando então coerência no projeto de um computador integrador para o sistema acoplado de van der Pol e Duffing amortecido. E ainda sim, pode-se obter a relação para a constante de acoplamento da simulação, k_{sim} , das equações (4.16) e (4.25) em que

$$k_{sim} = \frac{R_5 R_{18}}{C_2 R_4 R_6 R_{19}} = \frac{R_{20} R_{22} R_5}{C_3 R_{21} R_{12} R_{23} R_6}. \quad (4.26)$$

Note, a partir da Figura 4.2, que todos os resistores da equação (4.26) são iguais e os capacitores também, podendo resumir em

$$k_{sim} = \frac{R_5}{CR^2}. \quad (4.27)$$

Uma comparação satisfatória, para conclusão de que o projeto esta de acordo, é a comparação dos atratores encontrados na simulação no NI Multisim, Figura 4.3, com os da Figura 4.1.

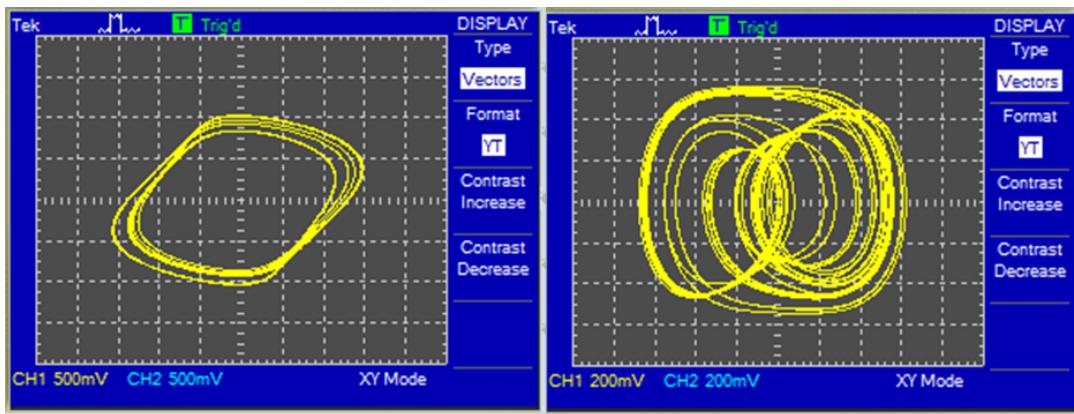


Figura 4.3: Atratores caóticos obtidos na simulação do circuito proposto para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, respectivamente. Os parâmetros são $\alpha = 0,5$ e $\mu = 0,8$.

Por fim, realizou-se uma ”grade” de atratores, Figura 4.4, para buscar um conexão mais correspondente com o espaço de parâmetros numérico da Figura 4.5.

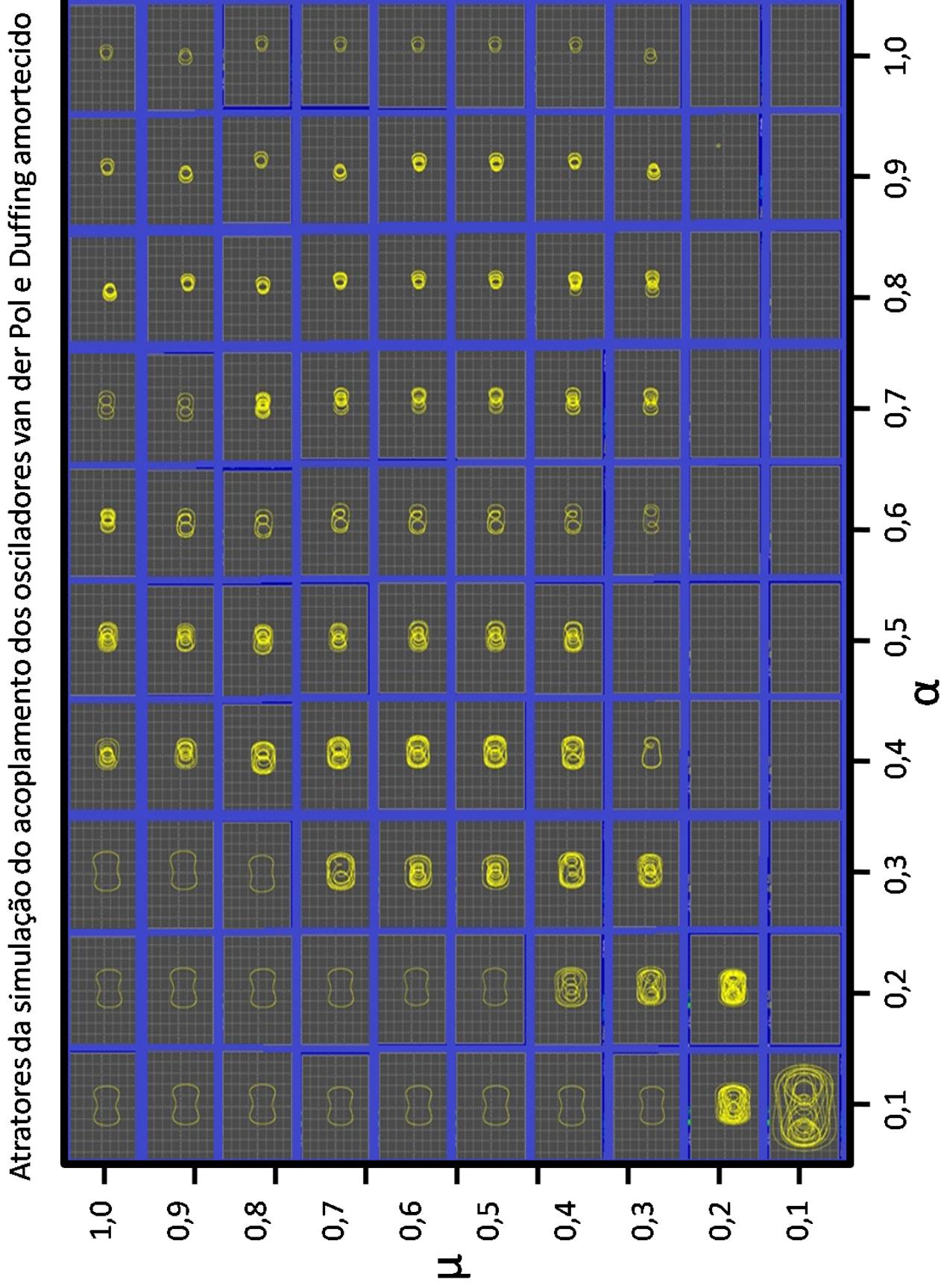


Figura 4.4: Grade de atratores obtidos na simulação do circuito proposto para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido para $k = 0,5$.

A Figura 4.5 mostra o espaço de parâmetro numérico para o sistema que acopla os osciladores van der Pol e Duffing amortecido, este está discretizado numa malha 200×200 , ou seja, contém 40.000 pontos. Para uma leitura correta do comportamento do atrator no espaço de parâmetros numérico deve-se interpretar as cores amarela/vermelha para comportamento caótico, preto para comportamento periódico e branco para ponto de equilíbrio. Deste modo, a partir dos resultados obtidos da simulação comparados com Figura 4.5, concluiu-se que o projeto estava suficientemente adequado para migrar ao próximo passo.

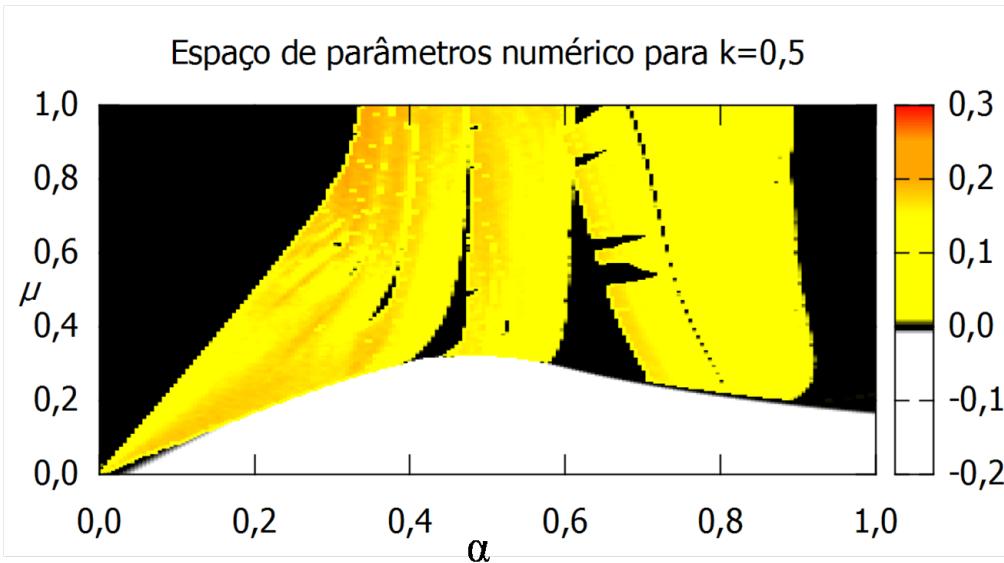


Figura 4.5: Espaço de parâmetros numérico do sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido. Os parâmetros são $\alpha = [0, 0 : 1, 0]$, $\mu = [0, 0 : 1, 0]$ e $k = 0, 5$ com uma grade de 200×200 .

4.2 Resultados obtidos através da placa de circuito impresso

Na sequência, foi construído uma placa de circuito impresso com objetivo de minimizar a influência de ruídos externos e obter o espaço de parâmetros experimental. A metodologia para construção do circuito integrador real e a coleta e tratamento dos dados, uso de rotinas *Python* e pacote TISEAN, são melhor abordados em capítulos seguintes.

É conveniente citar que, para otimização de tempo na busca por um espaço de parâmetros que seja condizente com o teórico, isto é, livre de erros na confecção da placa de circuito impresso, utilizou-se bastante os diagramas de bifurcação obtidos experimentalmente. Pois, para as resoluções aqui usadas, malha , este (diagrama de bifurcação) demanda apenas de 30 minutos para ser gerado enquanto um espaço de parâmetros demora em torno de 4 dias.

Outro ponto importante a ser mencionado, é que tanto os diagramas de bifurcação quanto os espaços de parâmetros são obtidas de séries temporais salvas. Porém, o código para o espaço de parâmetros salva as séries em vários arquivos de texto e passa pela análise do LYAP_SPEC depois de salvar todas as séries. Já o diagrama de bifurcação é realizado quase que instantaneamente, pois, ele coleta a série e já envia o arquivo para EXTREMA do TISEAN, salvando em outro arquivo de texto apenas os valores dos máximos/mínimos da série salva, ou seja, o circuito permanece ligado. Isto é interessante do ponto de vista de que as séries dos espaços de parâmetros e dos diagramas de bifurcação que são comparados não serem as mesmas, mostrando que os resultados são também reproduutíveis.

Na Figura 4.6 compara-se o diagrama de bifurcação experimental com o numérico gerado em [9]. A obtenção do diagrama de bifurcação experimental foi realizado utilizando pontos de mínimo da série temporal analisada, pois complicações experimentais surgiram ao usar utilizar os máximos. Por isto há algumas divergência, porém a semelhança global foi motivo suficiente para obtenção do espaço de parâmetros. A discretização do parâmetro α para todos os diagramas de bifurcação deste trabalho é de 500 pontos.

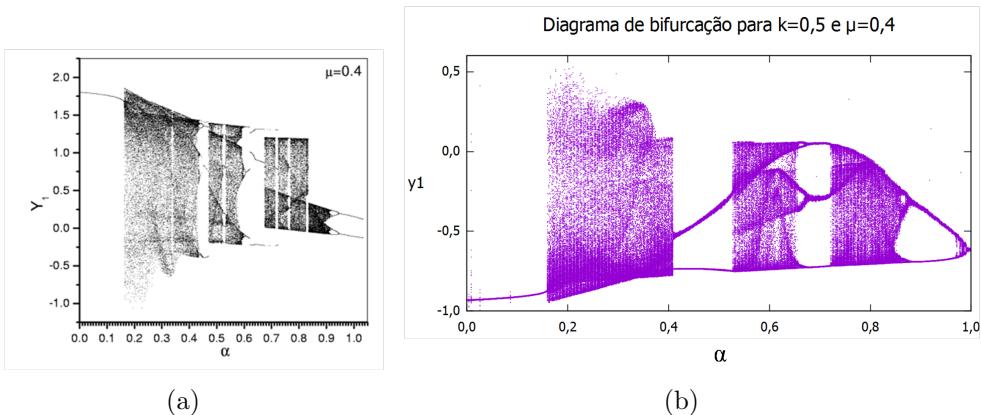


Figura 4.6: Diagramas de bifurcação numérico (a) obtido de [9] e experimental (b), para $\alpha = [0, 0 : 1, 0]$, $\mu = 0, 4$ e $k = 0, 5$.

O Primeiro espaço de parâmetros obtido foi para a constante de acoplamento $k = 0, 5$, $\alpha = [0, 0 : 1, 0]$ e $\mu = [0, 0 : 1, 0]$ e está apresentado na Figura 4.7, este está discretizado numa malha 200×200 , ou seja, contém 40.000 pontos, assim como os demais espaços de parâmetros apresentados. Para uma leitura adequada dos os espaços de parâmetros experimentais a seguir as regiões em preto determina comportamento periódico, azul são pontos de equilíbrio e amarelo/vermelho são para comportamentos do atrator no regime caótico.

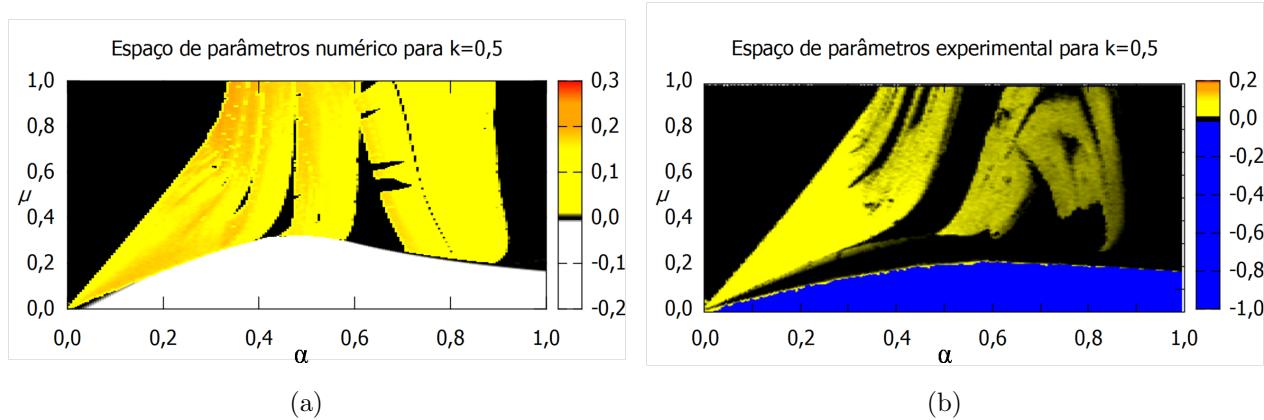


Figura 4.7: Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 0,5$.

Observa-se uma maior correspondência dos resultados para valores de $\alpha < 0,5$. Em relação a discrepâncias para $\alpha > 0,5$ apontou-se alguns fatores que poderiam ser responsabilizados:

1. Há uma "má calibração" das *flags* utilizadas no código LYAP_SPEC do pacote TISEAN.
 2. A constante de acoplamento k , definida através de resistores, é um parâmetro bem significativo para a dinâmica do sistema, e o seu valor nominal difere do valor real no ato do experimento.
 3. Deve-se utilizar um transiente maior para a rotina em *Python* iniciar a coleta dos dados.
 4. A não linearidade dos multiplicadores analógicos é afetada com o aumento do parâmetro α , sendo então resultado de um erro agregado ao componente.

A possibilidade de perturbações associados a ruídos externos seria uma hipótese intuitiva a ser considerada, porém a única medida com relação a este tipo de distorção já estava implementada neste momento, uso de filtros analógicos. Claro que estes filtros não são de total eficiência para sanar as perturbações de todos os ruídos externos, mas seria uma hipótese na qual não havia controle sobre a sua solução, e será o responsável das divergências dos resultados após os itens enumerados serem verificados.

A primeira hipótese, em que as *flags* utilizadas no código LYAP-SPEC do pacote TISEAN estarem inadequadas, foi verificada através da Figura 4.8. Pois, as cores do espaço de parâmetro experimental para $k = 0.5$, item (b) da Figura 4.7, correspondem com os comportamentos dos atratores vistos na Figura 4.8. E ainda, se comparado as Figuras 4.8 e 4.4 (da simulação do circuito), vê-se que também há uma correspondência na forma dos atratores. Mostrando que as *flags* utilizadas foram adequadamente escolhidas e que o circuito implementado está de acordo com a simulação.

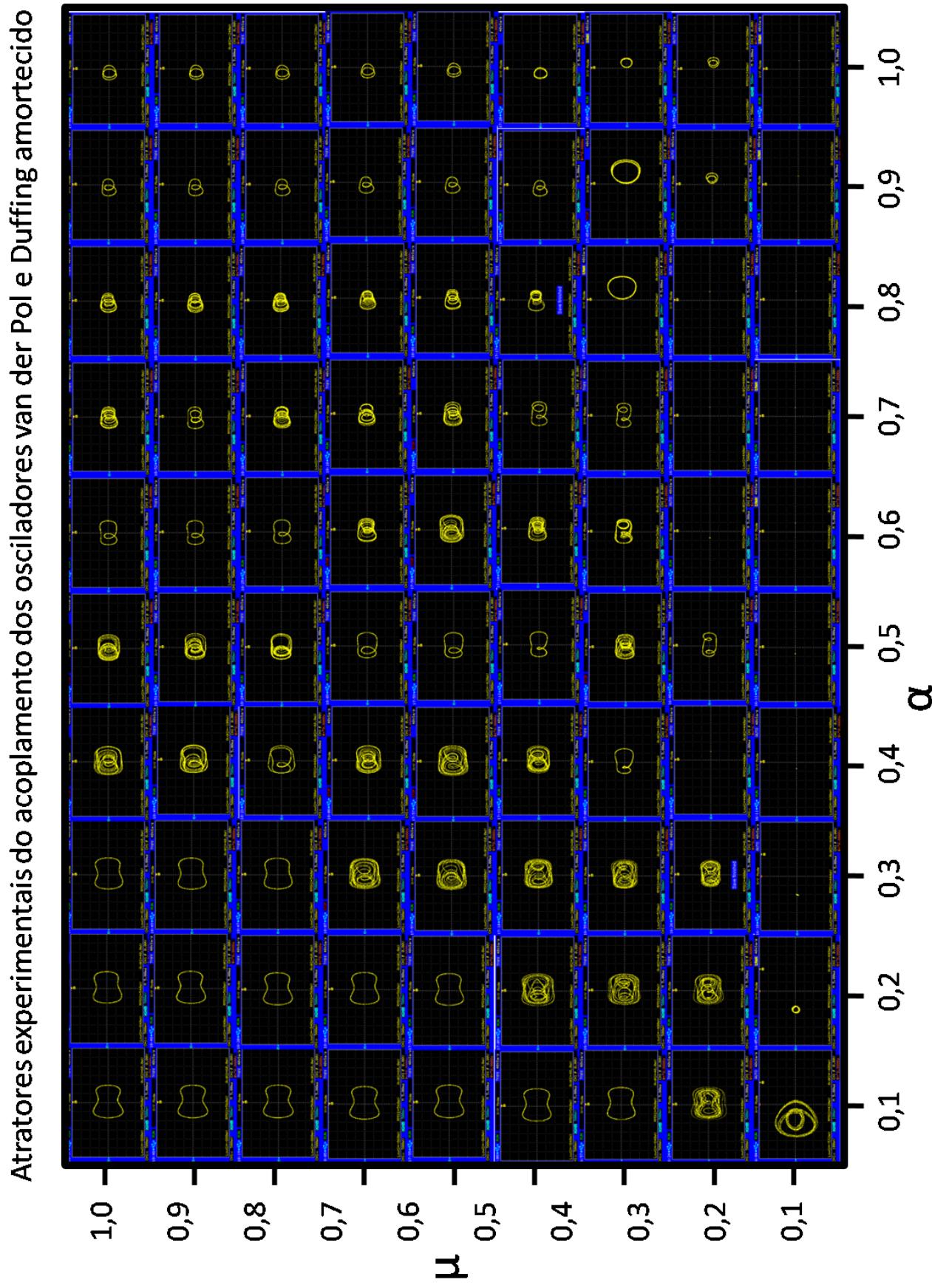


Figura 4.8: Grade de atratores obtidos do circuito real para o sistema acoplado dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido para $k = 0.5$.

Um diagrama de bifurcação foi utilizado para evidenciar as ilhas de janelas periódicas mergulhadas na região de caos, citado no artigo com os resultados numéricos [9]. A Figura 4.9 serviu para verificar que estas "janelas" também existem experimentalmente e que elas são vistas no espaço de parâmetros, refutando a primeira hipótese.

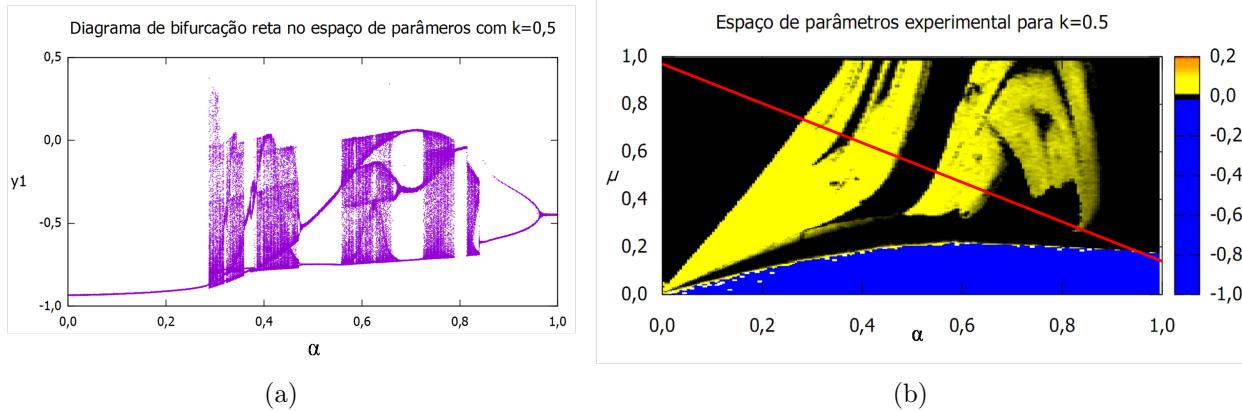


Figura 4.9: Diagrama de bifurcação para evidenciar as janelas periódicas (a) e espaço de parâmetros experimental com indicação da reta (b) para $k = 0,5$.

Na continuação das hipóteses, a segunda a que se a constante de acoplamento pode significativamente alterar o espaço de parâmetros, e decorrente da sua possível variação devido tolerância do valor nominal do resistor que o configura no circuito, pode-se inferir que a constante de acoplamento não seja exatamente 0,5, e esteja, portanto, alterando a dinâmica no espaço de parâmetros. Para verificar a influência do parâmetro k no sistema foram gerados mais dois espaços de parâmetros em que $k = 0,3$ e $k = 1,0$ (Figuras 4.10 e 4.11, respectivamente).

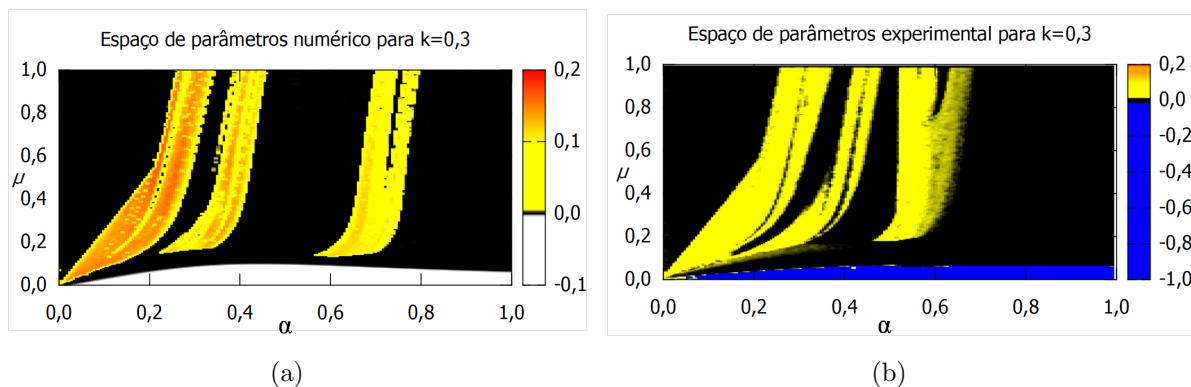


Figura 4.10: Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 0,3$.

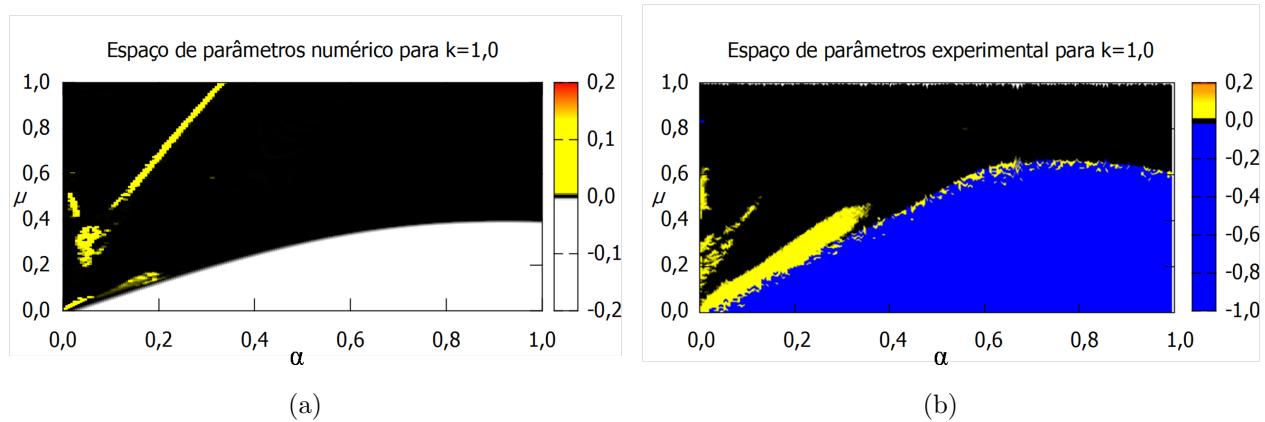


Figura 4.11: Espaço de parâmetros numérico (a) e experimental (b) para $k = 1,0$.

Dos dados acima, é plausível afirmar que o parâmetro k é realmente significativo na dinâmica do circuito, e que os resultados experimentais provavelmente são afetados pela diferença do valor real do resistor no ato do experimento e o seu valor nominal, mesmo sendo um componente de precisão. Foram plotados diagramas de bifurcação de $k = [0,1 : 2,0]$ num incremento de 0,1 na constante, o resultado foi que para valores de $k < 0,3$ o sistema não apresenta caos, e que para valores de k entre 0,3 e 0,7 a região de caos surge fortemente (para os intervalos de α e μ estudados), após este valor a região periódica e de ponto de equilíbrio crescem de modo a irem destruindo a região caótica. Entretanto, de modo geral, foram obtidos bons resultados, uma vez que a região caótica quase que desaparece para $k = 1,0$ e para $k = 0,3$ mostram nitidamente as "línguas periódicas" em meio ao caos. Esta dependência com a constante de acoplamento também foi observada no artigo [9], indicando a validade do circuito integrador aqui construído e estudado.

Ao fazer as análises acima, com alterações em k , presenciou-se alguns comportamentos interessantes no osciloscópio. Um deles é o aparecimento de torus para valores de α pequeno. Este fenômeno levou a plotagem dos espaços de parâmetros para o segundo maior expoente de Lyapunov dos espaços de parâmetros obtidos até o momento (Figura 4.12), isto é, $k = 0,3; 0,5; 1,0$.

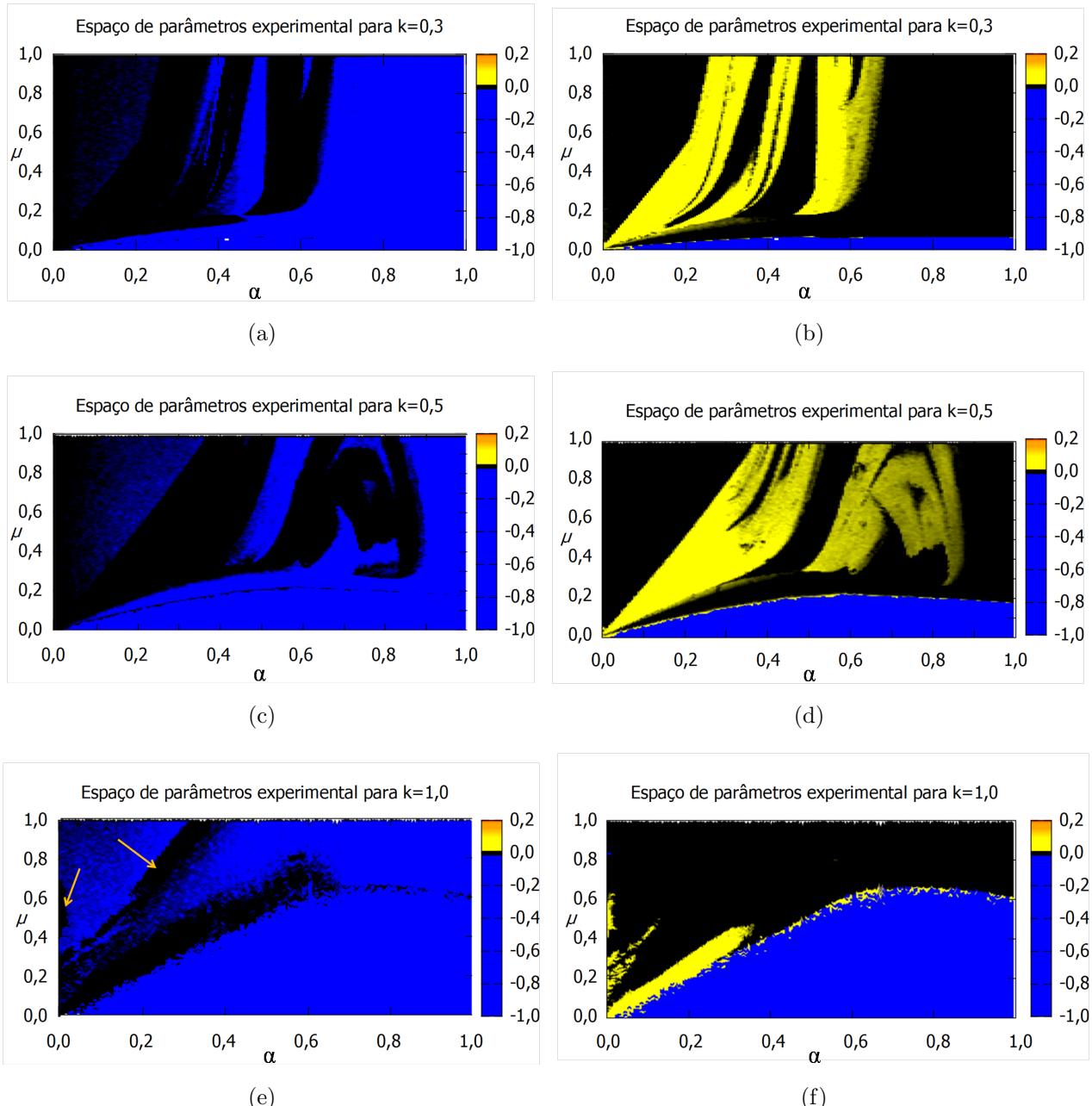


Figura 4.12: Espaços de parâmetros para o segundo maior expoente de Lyapunov (a),(c) e (e). Espaços de parâmetros para o primeiro maior expoente de Lyapunov (b),(d) e (f).

A Figura 4.12 mostra um ”degradê” entre as cores azul e preto para exatamente estes valores de α pequeno, que indica que alguns atratores desta região tem o primeiro e o segundo expoente de Lyapunov próximos de zero, ou seja, evidenciando o comportamento de quase-periodicidade no sistema. O aparecimento de torus relacionados ao oscilador Duffing é comum na literatura [15][36], até mesmo para o acoplamento com van der Pol [37].

Para uma análise mais qualitativa da forma dos atratores para o espaço de parâmetros em $k = 1,0$, segue a Figura 4.13. Nela é possível observar o comportamento de torus, periódico, de ponto de equilíbrio e caótico.

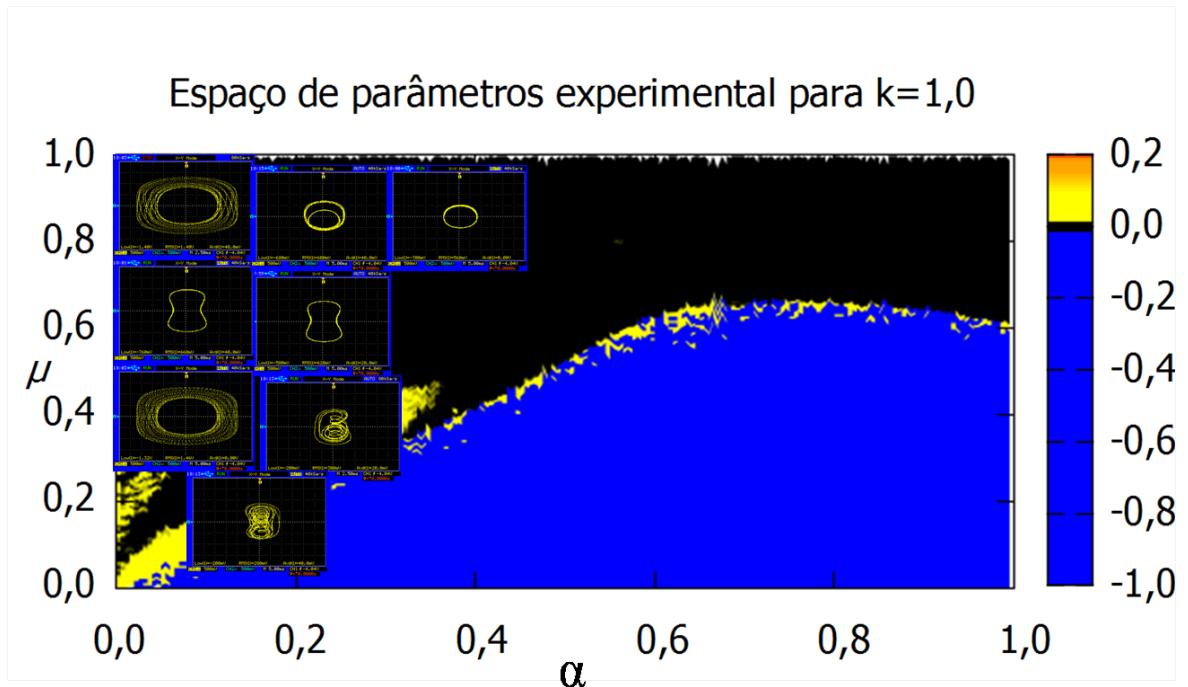


Figura 4.13: Figura que demonstra alguns tipos de atratores existentes no espaço de parâmetros para $k = 1.0$. Encontra-se torus.

Note que a estrutura caótica está entre a região periódica e de ponto de equilíbrio no espaço de parâmetros. Para melhor entender o comportamento, foi observado o atrator na vizinhança desta região, pois, a hipótese 3, de estar usando um transiente inadequado aparece novamente.

Para averiguar o comportamento, coletou-se séries temporais repetidamente para os mesmos valores de parâmetros, porém, com intervalos de tempo distintos. A ideia é que se fosse um problema de transiente, ele seria sanado com um mudança no tempo de transiente do código que auxilia na aquisição das séries temporais, ou seja, fazendo-o esperar mais tempo para iniciar as medidas. Escolheu-se $t = 10s$, $t = 15s$ e $t = 300s$.

Para entender melhor as Figuras 14, 15 e 16 é importante citar que a primeira série temporal foi salva com 2.000 pontos num intervalo de tempo de 10s, a segunda série foi salva com 10.000

pontos num tempo de 15s, e a terceira foi salva com 10.000 pontos num tempo de 5 minutos. Os pontos foram salvos como $(\alpha, 4\mu)$ para evitar erros de arredondamento no valor do parâmetros μ , pois o valor de tensão de entrada no circuito é $4\mu V$.

A Figura 4.14 descarta a hipótese do problema do transiente no início da aquisição dos dados, uma vez que a perturbação não aparece no início da medida, mas, aparece como um caos transitório entre os comportamentos periódico e de ponto de equilíbrio.

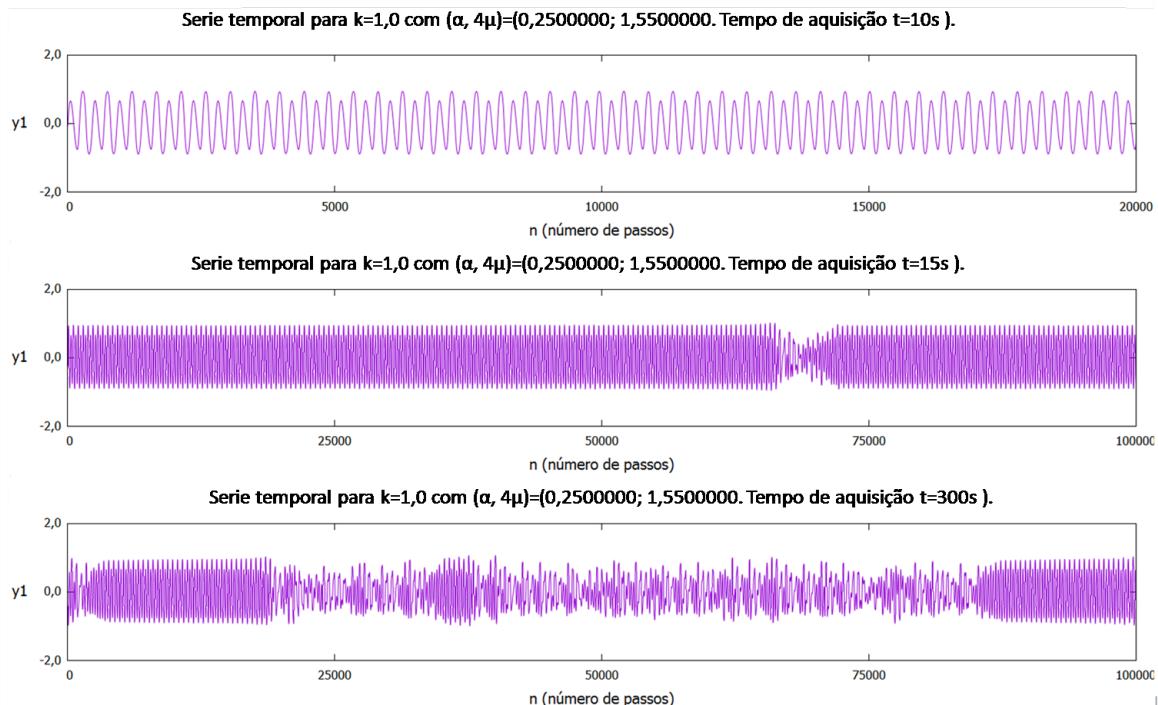


Figura 4.14: Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,25$, $4\mu = 1,55$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo.

Entre as análises feitas nessa região apareceram outros resultados interessantes mostrados nas Figuras 4.15 e 4.16, que caracterizam caos intermitente. Este foi evidenciado a partir da observação no osciloscópio de que os atratores nessa região pareciam querer ir para um regime periódico, porém hora eles estabilizavam, hora não, ou ficavam alternando entre estes comportamentos.

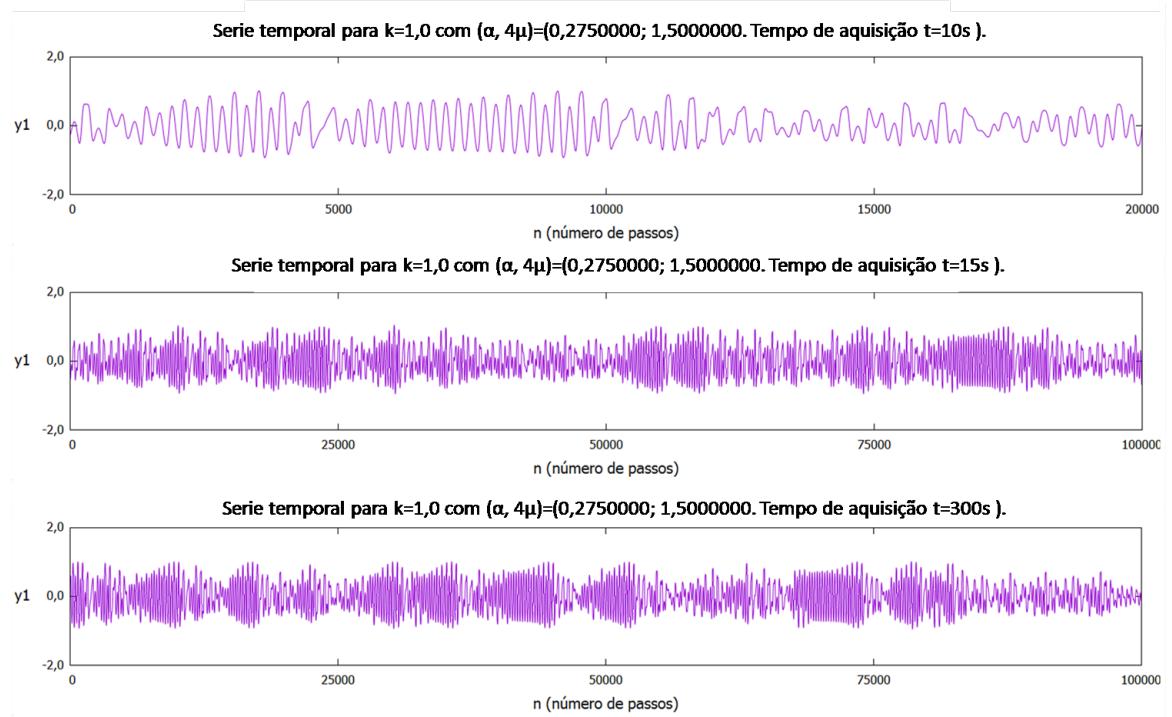


Figura 4.15: Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,275$, $4\mu = 1,50$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo.

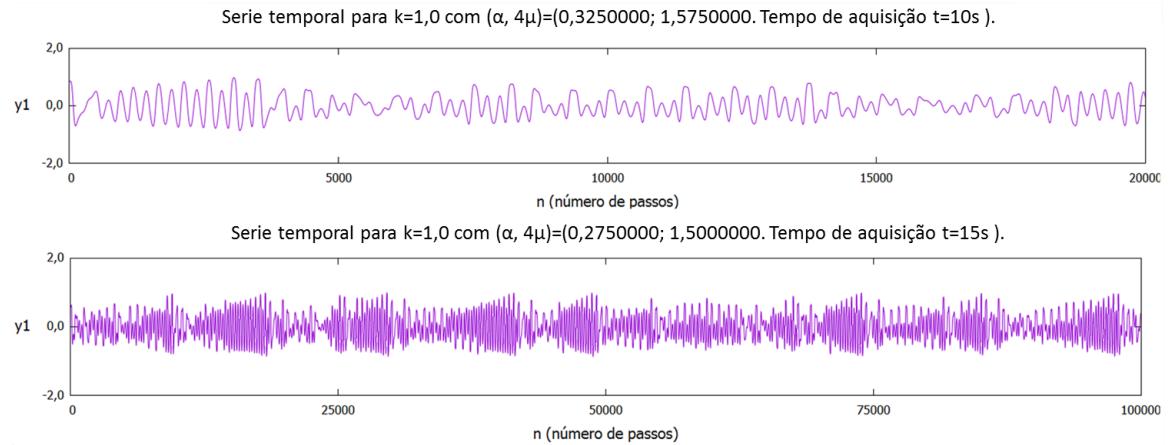


Figura 4.16: Séries temporais da variável y_1 para mesmos $\alpha = 0,325$, $4\mu = 1,575$ e $k = 1,0$ por diferentes intervalos de tempo(cronológico)

Esse fenômeno, intimamente ligado a rota de caos, é caracterizado como caos intermitente [38], ele é comum na natureza, assim como em circuitos não lineares [42], não por acaso, ele aparece atrelado aos conversores *boost* citados na motivação de modelo deste trabalho [41]. Alguns estudos definem que pode ser intrínseco ou extrínseco à dinâmica do sistema. O primeiro é quando ele ocorre devido ruído externo, o segundo é próprio do sistema. É afirmado que a intermitência intrínseca ocorre por meio de uma crise, na qual há uma interseção de um atrator caótico com uma órbita periódica instável no limite da bacia [39]. Outra explicação

para o fenômeno é feita por [40] que constatou que o mecanismo gerador da intermitência é a perda de estabilidade transversal de algumas órbitas periódicas instáveis imersas nos atratores caóticos. Mecanismo conhecido na literatura como variabilidade da dimensão instável.

Para concluir o trabalho, procurou-se alguma evidência de sincronização, citada pelo artigo base [9]. Pois, esse pode ser responsabilizado pela crise que causa esta intermitência e da evidente supressão de caos conforme o acoplamento é acrescido.

O estudo do processo de sincronização está relacionado a interação entre dois sistemas, ou seja, o acoplamento. Neste trabalho, que ambos os sistemas são conectados de modo que eles se influenciam mutuamente em seus comportamentos, refere-se ao acoplamento como bidirecional [64]. Existem algumas formas de sincronização entre osciladores caóticos dependendo se o movimento é idêntico ou somente relacionado em algum outro aspecto do sistema [43]. A sincronização de fase é um tipo sutil de sincronização entre osciladores caóticos devido a uma fraca interação entre os mesmos [64]. A referência [43], afirma que a sincronização de fase não implica em sincronização completa, que exige uma coincidência de estados dos sistemas que estão interados, mas pode ser evidenciado pelo fato de as amplitudes de ambos os sistemas poderem ser completamente não correlacionadas. Este também é o tipo de sincronização indicado no artigo base deste trabalho para valores da constante de acoplamento k menores que 80 [9]. A figura 4.17 evidencia o fenômeno de sincronização fase das variáveis dos osciladores distintos, demonstrando mais uma correspondência entre os resultados numérico e experimental.

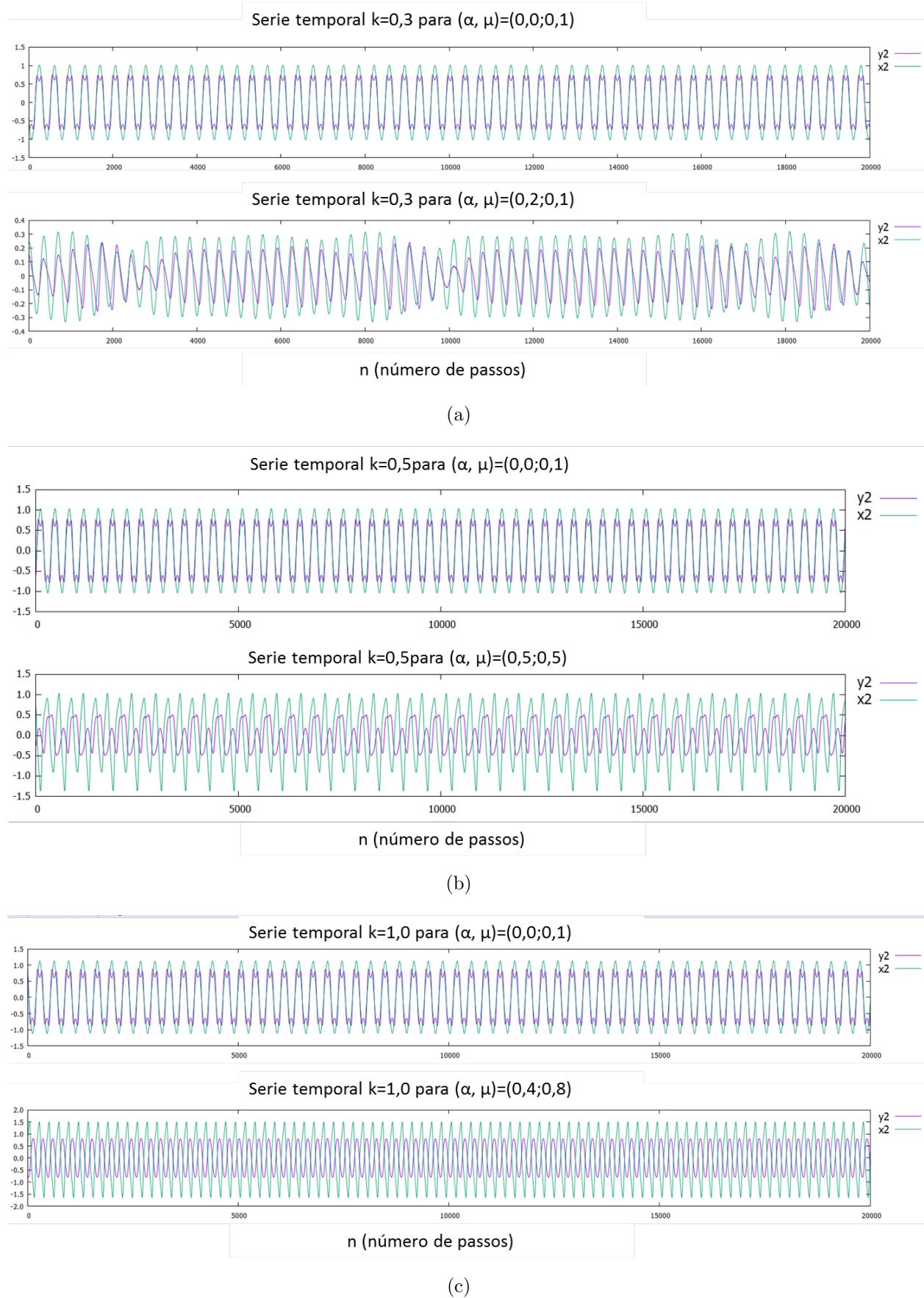


Figura 4.17: Séries temporais demonstrando sincronização em (a) para $k = 0,3$, (b) para $k = 0,5$ e em (c) para $k = 1,0$.

Com estes resultados, algumas interseções podem ser realizadas, com base na literatura existente, quanto aos fenômenos aqui discutidos, justificados e analisados. Iniciando com fenômeno de intermitência, é relatado em [43], que trabalha com o acoplamento de dois osciladores van der Pol, que conforme a frequência de um deles é alterada o sistema busca a sincronização, porém há um patamar em que ocorre um travamento de frequências, onde os valores diferentes de frequência fazem com que o sistema tenha um comportamento que ele chama de diverso. Isto traz significado, no acoplamento aqui estudado, pois a região de intermitência aparece em pequenos valores do parâmetro α , sendo que ele interfere diretamente na frequência do oscilador Duffing amortecido. Logo, a situação praticada é um oscilador van der Pol acoplado à outro oscilador, que na tentativa de sincronizar leva ao comportamento intermitente.

A supressão da região caótica também pode ser justificada devido à sincronização, pois segundo [44], que trabalhou com o acoplamento de vários osciladores, no acoplamento a um sistema externo não idêntico, o caos intrínseco dos osciladores é suprimido a pontos fixos. Mostrando que houve uma transição acentuada para o controle completo, onde o ponto fixo é um atrator global, após uma força crítica de acoplamento. Aplicando este quadro aos Osciladores van der Pol e Duffing amortecido, o incremento no parâmetro de acoplamento é responsável pelo fenômeno de sincronização, que primeiramente causa o aparecimento da dinâmica caótica no sistema, devido a perturbação mutua dos osciladores, e depois conforme o acoplamento é aumentado leva à destruição das estruturas caóticas no espaço de parâmetros.

E ainda, pode haver o fenômeno de replicação de janelas periódica devido à pequenas perturbação periódicas [45]. Neste caso, é fácil imaginar que a sincronização que um sistema impõe sobre o outro atue como essas perturbações e replique as janelas periódicas presentes neste sistema, levando, também, à supressão do caos.

Capítulo 5

MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão esclarecidos alguns passos que ficaram pendentes ao decorrer desta apresentação: método para design de circuitos, controle das condições iniciais, filtro analógico, aquisição e tratamento de dados experimentais, Pacote Tisean, softwares de simulação e design. Porém, nada aqui será detalhadamente explorado, pois isto já foi muito bem descrito em [8] .

5.1 Projeto e simulação do sistema

Antes de adentrar no método de design de circuitos é necessário fazer considerações sobre a escolha dos circuitos integrados (CI's) a serem utilizados. A escolha vai depender do sistema em que se quer estudar, isto foi citado em seções anteriores quando se dirigiu à escolha de tempo de integração e reescalonamento das variáveis do sistema, também é preciso verificar a disponibilidade no mercado e outros pontos como o custo da construção do projeto. Com acesso ao *datasheet* do AMPOP pode-se encontrar os principais aspectos a serem considerados na escolha do dispositivo para circuito não lineares:

- *input offset voltage (mV)*: se em um AMPOP ideal as entradas V_+ e V_- sempre estão no mesmo potencial, quando existe alguma forma de feedback entre a saída e uma das entradas, no caso real sempre existe uma diferença entre elas: a magnitude deste desvio é o *offset voltage*. Quanto menor, em módulo, melhor. Quando um sistema caótico apresenta um parâmetro somativo em uma das variáveis, este erro desloca a dinâmica em relação ao parâmetro por uma quantidade constante.
- *input bias/offset current (pA)*: em um AMPOP ideal as entradas não devem ser sumidouros ou fontes de corrente, porém no caso real as entradas podem suprir uma pequena

quantidade de corrente, cuja a magnitude é dada por este desvio. Em um determinado circuito, essa corrente pode se transformar em uma tensão sobre um resistor ligado as entradas, quando maior o valor, maior esta tensão. Deste modo, a queda de tensão indesejável se transforma em um *offset*, mas variando de acordo com a malha de cada variável do sistema de interesse, isto significa que irá somar um número real diferente para cada equação diferencial, no caso de sistemas caóticos. Quanto menor este desvio, em magnitude, melhor.

- *unit gain bandwidth (MHz)*: em uma configuração de ganho unitário (buffer) onde um AMPOP apenas segue a tensão de uma das entradas em sua saída, e se este sinal varia no tempo, este desvio coloca um limite na frequência onde, para além deste, existe uma distorção na amplitude: o AMPOP não segue mais sua entrada, e sim reduz a amplitude do sinal por um fator que aumenta com a frequência. Em outras palavras, este desvio se coloca como um limite de frequências para as quais o AMPOP pode operar. Em sistemas caóticos isso certamente é um problema, pois o caos pode ser caracterizado por uma banda contínua no espectro de frequências. Por este motivo é sempre preferível operar o circuito em uma escala de tempo tal que toda esta banda de frequência se desloque o mais próximo possível de 0Hz , onde existe menor distorção do atrator caótico.
- *input resistense ($M\Omega$)*: As entradas de um AMPOP ideal são caracterizadas por uma resistência infinita. O que na prática é impossível. Este parâmetro se coloca como um limite das resistências no circuito, se algum resistor aparece com a mesma ordem de grandeza que a de entrada do AMPOP(input resistance), há possibilidade de que o circuito não funcione da maneira como se deseja.
- *slew rate (V/ μs)*: Existe um limite para o qual a saída de um AM- POP pode variar no tempo. Deve-se evitar que variações bruscas nas variáveis existam, novamente escolhendo uma escala de tempo adequada. O *slew rate* representa a taxa de variação máxima (temporal) que um sinal pode assumir em um AMPOP, quanto maior este parâmetro, melhor.
- *input noise voltage*: Durante sua operação um AMPOP não ideal gera ruído estocástico. Dois tipos de ruído podem surgir: branco e rosa. A magnitude destes desvios é dada em $V\sqrt{\text{Hz}}$ e μV , respectivamente. Em baixas frequências o ruído rosa é dominante, enquanto que para outras frequências o ruído branco adiciona uma perturbação total dada pela densidade espectral a ser considerada no circuito. Os efeitos na dinâmica

caótica destas perturbações são estudadas e seu efeito característico é a destruição de estruturas em regime periódico.

Na realidade os AMPOP's de precisão seriam os mais adequados para o tratamento do sistema que apresenta dinâmica caótica, mas também são de custo mais elevado. O TL072 é um dos amplificadores operacionais mais populares, com entradas de impedância muito alta, com desvio de corrente e correntes de deslocamento realmente nulas. Porém, ele não apresentou um bom desempenho para sistemas em que a excursão do sinal fica muito próximo do limite de saturação, como foi condicionado na seção 2.2 deste trabalho. Segundo [62] o TL072 apresenta uma oscilação de polaridade quando ele fica próximo a esses limites de tensão. Visto que a amplitude de resposta de um AMPOP depende da frequência em que ele opera, e para um sistema caótico é exibido uma banda de frequência, é muito provável que o dispositivo oscile entre esses limites devido ao regime caótico e acabe gerando um tipo de perturbação por causa da *unit gain bandwidth* onde ele pode deslocar a dinâmica do sistema para algo totalmente distinto ou nem mesmo oscilar.

Um AMPOP sugerido pela mesma literatura, para resolução deste tipo de problema, é o LF347 [62]. Uma vez que ele não apresenta tanta limitação, relacionada à banda de frequência em que trabalha, quanto o TL072. Portanto, se este consegue retornar aos valores de tensão comum depois de um episódio de saturação devido a um regime caótico ocorrido ele se torna mais benéfico para este tipo de aplicação. É um dispositivo de custo maior que o TL072/TL074, mas ainda de leve peso financeiro para este tipo de experimento, uma vez que evita indesejáveis perturbações em que podem afetar a dinâmica do sistema ou até mesmo evitar que oscile. É por estes motivos que o LF347 foi escolhido para a construção deste sistema. Outro componente utilizado nesta abordagem é o multiplicador analógico AD633 [33], ele é apresentado com um erro de fator de escala menor que 1%. Outro motivo para a utilização deste CI é a já utilização dele nos artigos que produziram circuitos analógicos para o sistema do Oscilador Van der Pol acoplado ao Duffing citados anteriormente. Demonstrando assim a possibilidade de bons resultados.

Para os componentes passivos (resistores e capacitores) optou-se pelos de precisão de filme metálico. Resistores de precisão são aqueles que não sofrem um desvio maior que 1% do seu valor nominal independente do fator de variação (temperatura, umidade, pressão, etc). Os capacitores utilizados neste trabalho são de tântalo na configuração do AMPOP integrador e de poliéster nos filtros de desacoplamento dos CI's. O primeiro por sua vez tem como material dielétrico o óxido de tântalo, ele tem baixa corrente de fuga e uma vida útil geralmente maior do que de outros eletrolíticos. O segundo, tem uma capacidade de autorregeneração, no caso

de dano entre as camadas (pode ser através de pulsos de tensão acima do especificado, por exemplo), o material metálico que está sobre a folha de poliéster evapora, pois é muito fino, evitando um curto circuito.

Depois de escolher os componentes adequados, pode-se fazer uso das equações de transferência citadas no capítulo 2 para construção de blocos que governam as equações do sistema. Porém, sabe-se que o mesmo sistema de equações pode ter seu computador analógico construído de distintas maneiras, citando novamente os outros trabalhos já apresentados, pois não há uma forma geral de construí-lo. A questão mais difícil é agregar todos os fatores já citados, escolher uma reescala de tensão em que o sinal não sature o componente, porém não seja diminuto de modo que possa ser destruído por ruídos intrínsecos ao AMPOP e no caso da obtenção dos espaços de parâmetros, poder fazer uma junção com um aparato experimental para controle dos parâmetros a serem varridos e coletar os dados de maneira que perturbe menos o sistema, o ideal seria não interferir. E por fim, não pode-se esquecer do tempo de integração adequado.

De modo geral, a prática é o melhor caminho, iniciar de problemas pequenos [1] e depois ir subindo de nível é uma boa estratégia de aprendizagem. Entretanto, ter a oportunidade de trabalhar com quem já errou muito e acertou bastante irá lhe trazer alguns atalhos. O procedimento demonstrado na seção 2.2 é a maneira que foi escolhida como mais conveniente para a autora do trabalho, mas poderia ser feito de outra maneira se assim o desejasse.

5.2 Controle das condições iniciais

Sobre a premissa de que um sistema caótico apresenta extrema sensibilidade às condições iniciais, seja para obtenção de diagramas de bifurcação ou de espaços de parâmetros, é de suma importância que haja controle das condições iniciais do sistema. Garantir que sejam as mesmas para qualquer ponto no espaço de parâmetros tem como função principal colocar a dinâmica na bacia de atração escolhida. Quando se faz a variação dos parâmetros sem a preocupação com os valores das condições iniciais diz-se que se está "seguindo o atrator", de modo que a dinâmica do sistema para aquele par de parâmetros alterado irá ter qualquer outro valor nas suas condições iniciais possível, e provável que diferente do anterior. Isto interfere na escolha da bacia de atração.

Com uso de AMPOP's este caso torna-se mais complicado, pois na região em que o sinal de tensão (variável do sistema) satura, ele acaba sempre "arrastando" o valor da variável para um valor limite, de modo a interferir no sistema, por isso a reescala do sistema é tão importante. Para o sistema aqui proposto alguns poucos atratores demonstram esse tipo de saturação, justamente naquela região aonde aparece um degradê para α pequeno que posteriormente,

para $k = 1,0$ mostra o comportamento de torus. Porém, é para este tipo de situação que se faz necessário o uso de um dispositivo para zerar as condições iniciais do circuito a cada valor de parâmetro alterado.

Visto para um integrador analógico a condição inicial de integração é dada pelo valor da carga no capacitor antes do circuito ser alimentado, ou seja, a tensão no capacitor antes do circuito ser ligado representa as condições iniciais do sistema para aqueles parâmetros. Uma alternativa, não muito conveniente, de garantir que o sistema tenha condições iniciais sempre nulas é desligar o circuito através de uma chave mecânica e esperar o tempo de descarga do capacitor, que corresponde a uma taxa de aproximadamente $e^{-\frac{t}{RC}}$, até que ele esteja com tensão nula. Contudo este tipo de abordagem apresenta-se um tanto trabalhosa. Para resolução deste problema, foi utilizado um sistema de *reset* das condições iniciais em que é utilizado uma chave eletromecânica (relé X_1) ligada aos terminais do capacitor de integração, como representado na Figura 5.1.

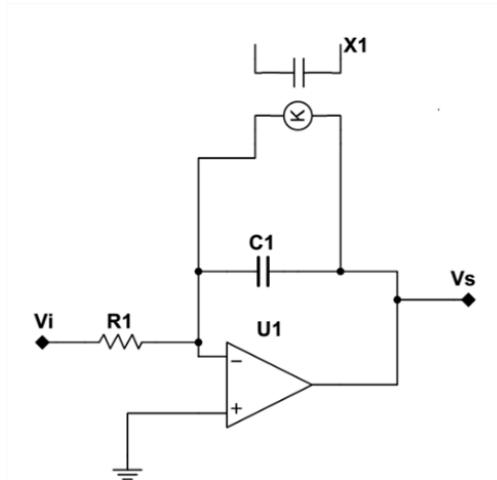


Figura 5.1: Integrador analógico com sistema de zeramentos das condições iniciais. A chave eletrodinâmica X_1 comuta os terminais do capacitor quando é aplicado uma corrente em sua respectiva bobina. Retirado de [8].

O controle demonstrado acima, foi aplicado no circuito integrado para o sistema van der Pol e Duffing amortecido. Os relés são controlados por um circuito representado na Figura 5.2. Aplicando um sinal o transistor comuta os quatro relés responsáveis por zerar as condições iniciais em cada integrador. Um *led* é acionado a cada vez que as condições são zeradas, o que é de grande utilidade. O sinal aplicado no circuito advém da placa de aquisição de dados, que permite o processo automatizado deste processo.

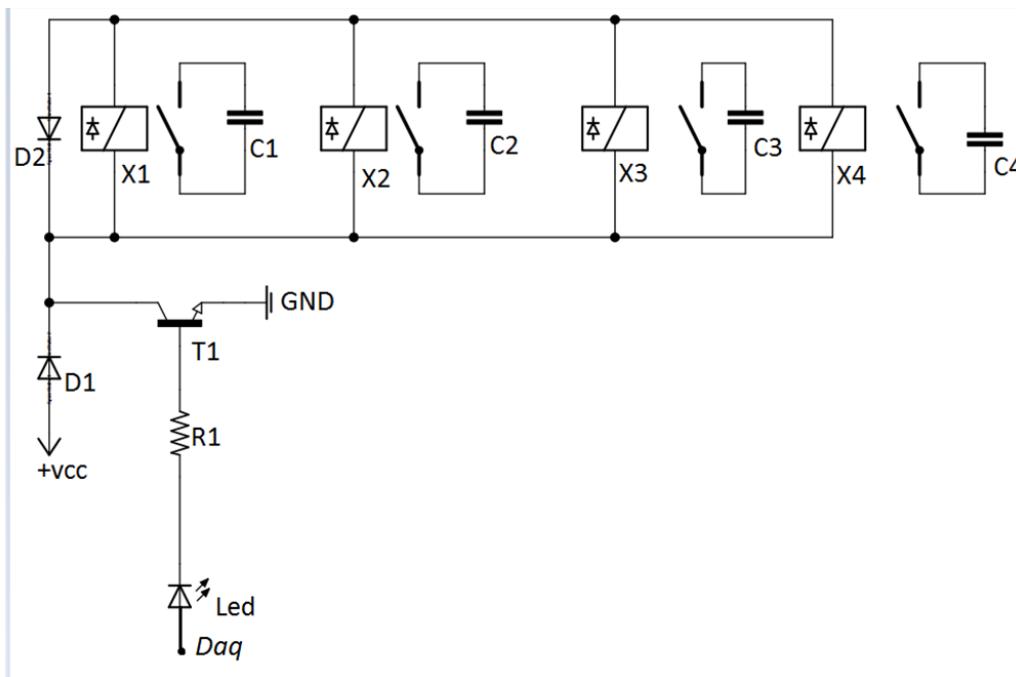


Figura 5.2: Circuito que executa o *reset* das condições iniciais.

O resistor R_1 é de precisão e com valor nominal de $1k\Omega$, os diodos utilizados são N4148 e o led foi escolhido vermelho. Os relés são encontrados no mercado como *reedrelay*, estes componentes além de baixo custo e de tamanho reduzido, são especialmente indicados para este tipo de chaveamento para pequenas cargas. A velocidade de chaveamento destes é até 10 vezes mais rápido que em relés eletrodinâmicos.

5.3 Filtro analógico de ruído

Dentro do contexto em que trabalha-se com sistemas caóticos, diminuir as perturbações externas é uma tarefa que ao mesmo tempo importante e também difícil. No estudo experimental de sistemas não lineares há dois tipos de ruído bem característicos: um é o ruído aditivo, que atribui um aspecto borrado ao atrator; o outro é o ruído dinâmico que pode alterar a complexidade do sistema, a diferença entre ambos sera explicado posteriormente. Existem técnicas de redução de ruído via software que solucionam o problema do ruído aditivo, porém não são eficientes em relação ao ruído dinâmico. A Figura 5.3 é a coleta de dados sem o uso de filtros analógicos.

Para o aparato experimental que é utilizado, computador analógico que interagem com equipamento de medida digital, existe uma perturbação chamada de ruído EMI (*Eletro-Magnetic Interference*) [46], exemplo de ruído dinâmico. Fontes chaveadas, carregadores de celular, entre outros dispositivos que constituem arquitetura digital, geram portadoras de rádio frequência

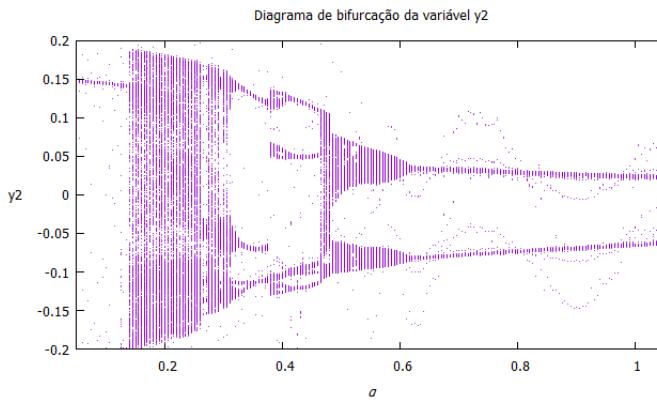


Figura 5.3: Diagrama de bifurcação sem o uso dos filtros analógicos.

que podem interferir no funcionamento de outros dispositivos, tal como o circuito integrador estudado. A Figura 5.4 mostra o esquemático dos filtros introduzidos nesta abordagem com objetivo de minimizar a perturbação causada pela placa de aquisição de dados que gera o ruído EMI.

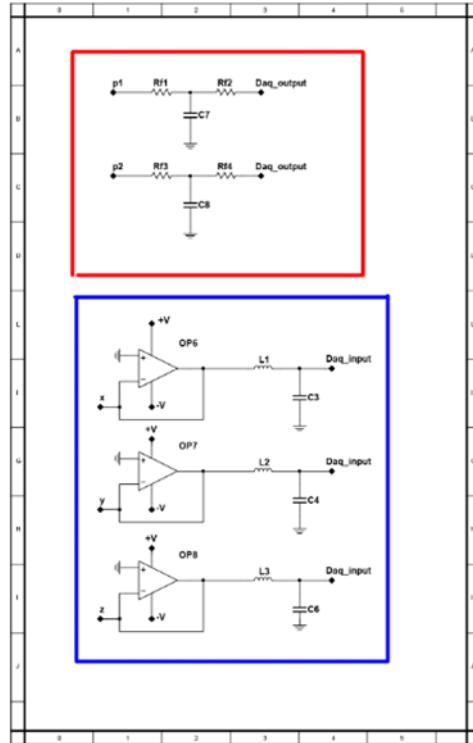


Figura 5.4: Esquemático dos filtros analógico utilizados com $R_{f1} = R_{f2} + R_{f3} = R_{f4} = 100k\Omega$ e $C_7 = C_8 = 470nF$. Os componentes L_1 , L_2 , L_3 são os ferrite beats. Retirado de [8].

A caixa em vermelho é a configuração utilizada nas portas de saída de sinal, estes que controlam os parâmetros via tensão contínua, note que a configuração é similar a um filtro passa-baixa, pois, a rigor a tensão aplicada pelo controle dos parâmetros deve ter zero hertz

(Hz) durante todo o intervalo de tempo de medida do atrator, caso a frequência aumente, a amplitude será atenuada pelo filtro.

E a caixa em azul é a configuração utilizada para as portas em que há coleta das variáveis do sistema. Neste caso é utilizado os chamados ferrite *beats*, que nada mais são do que solenoides envoltos em ferrite (material com alta permeabilidade magnética), estes apresentam uma “resistência” aos sinais de alta frequência inibindo a sua propagação para outros dispositivos, por isso são comumente encontrados em carregadores de notebook. No caso das portas correspondentes à saída das variáveis do sistema (V_x , V_y , V_z) é importante que o filtro utilizado bloquee os sinais de alta frequência, mas deixe passar aqueles que compõem o atrator caótico. Por isso que esta configuração é mais adequada para as portas de coleta das tensões de saída do sistema.

Lembrando que fontes de alimentação, sendo fontes chaveadas, também emitem ruído EMI que afeta o funcionamento dos CI's. É por isso que é preciso filtrar o ruído das faixas de alimentação também. Essa função é cumprida pelos denominados capacitores de desacoplamento, os quais provêm uma faixa de baixa impedância para o ruído nas altas frequências. Este geralmente aparecem na configuração das pinagens nos *datasheets* dos componentes.

5.4 Aquisição e tratamento de dados experimentais

Nesta seção há a descrição da configuração experimental e equipamentos utilizados, detalhes sobre a construção da placa de circuito impresso tais como os softwares e simulações utilizadas para tal e uma breve discussão sobre as rotinas que automatizam a tarefa de coleta e processamento dos dados.

5.4.1 Configuração experimental e equipamentos utilizados

A Figura 5.5 é a representação da configuração dos equipamentos de medida e controle usados nos estudos dos circuitos caóticos. No computador utilizado há uma placa de aquisição de dados *National Instruments*, que pode executar uma leitura de tensão das variáveis a uma taxa máxima de 180kSPS¹ (180 000 amostras de tensão por segundo, em intervalos regulares) e também a escrita de parâmetros com tensão contínua a taxa máxima de 100kSPS. A conexão entre esta placa e o circuito é através de um conjunto de conectores BNC 2090, que permite a leitura de até oito entradas analógicas, 2 saídas para controle de parâmetros, e 20 portas de escrita/leitura digitais.

¹SPS é a sigla utilizada do inglês para *samples per second*.

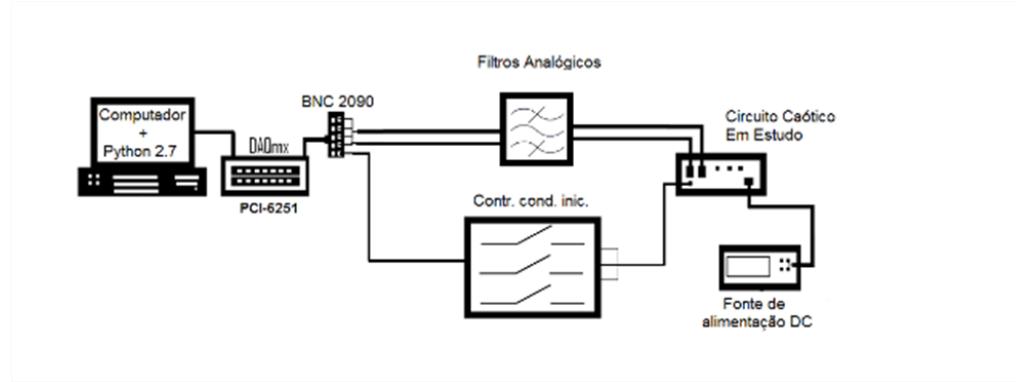


Figura 5.5: Configuração do Aparato experimental. Figura retirada de [8].

As saídas analógicas possuem um intervalo de escrita, em tensão contínua de $-10V$ a $10V$ com 16bits de precisão. As tensões destes dois canais analógicos são controladas pelas rotinas automatizadas em linguagem *Python*. De forma análoga, as entradas analógicas da placa de aquisição contém a mesma resolução e intervalos de medida, estas são mediadas pelos filtros analógicos de entrada e então efetuam as medidas das variáveis do circuito em estudo, que também são controladas pela mesma rotina automatizada de leitura. A fonte de tensão ICEL PS-5000 é responsável por alimentar o circuito em estudo.

O controle de condições iniciais é realizado utilizando as saídas digitais da placa de aquisição, que enviam um sinal digital para zerar as condições quando há alteração em algum dos parâmetros. Este controle é executado automaticamente pela rotina de leitura, o operador deve apenas definir o tempo de transiente para que o programa espere até iniciar as medidas da série temporal. Esta rotina, mesmo obtendo importante papel no estudo experimental, necessita de um grande custo computacional quanto a armazenamento de dados, por exemplo, em um espaço de parâmetros numa resolução de 200×200 e com séries temporais contendo 20 000 pontos, o arquivo chega a possuir 15,9GB.

O osciloscópio utilizado é da marca BK *Precision* de 60Mhz, ele é útil na visualização do atrator enquanto a rotina automatizada atua sobre o sistema, e até mesmo para identificação do ruído aditivo. Ele não está representado na figura, pois não interfere na parte de coleta de dados, entretanto é importante que ao agregá-lo ao circuito, no ato da medida ele tenha as ponteira posicionadas antes do filtro com os ferrites *beats*, pois ele também emite ruído EMI.

5.4.2 Construção do circuito e softwares de simulação e design

Como mencionado anteriormente, foi utilizado o software NI Multisim para simulação do circuito caótico aqui estudado. Este é um programa de captura e simulação esquemática eletrônica que faz parte de um conjunto de programas de design de circuitos (Figura 5.6), pertence a empresa *National Instruments Electronics Workbench Group*.

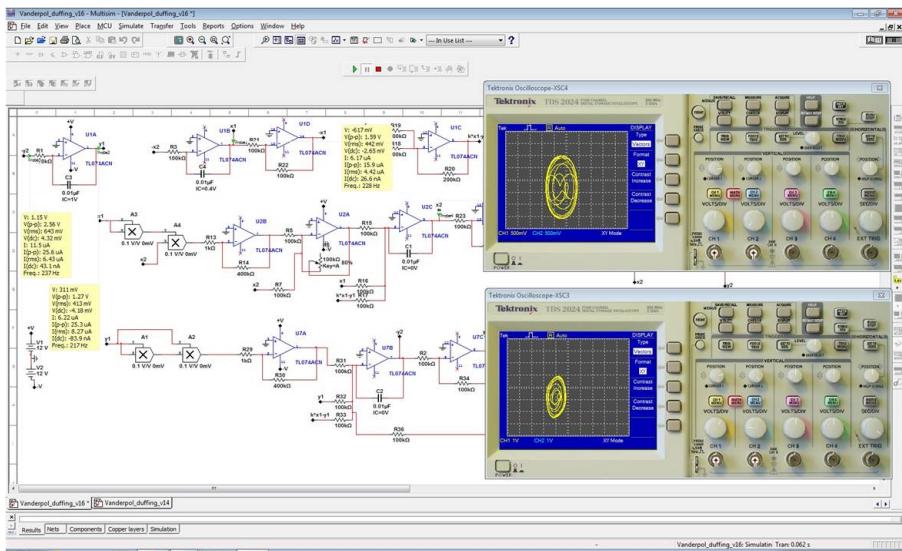


Figura 5.6: Interface do programa para simulação NI Multisim.

A vantagem do uso dessa ferramenta é a pré-visualização do funcionamento do circuito, com osciloscópio que permite a visualização do atrator e previne alguns erros de prototipagem. Porém, a versão disponível para este trabalho apresenta alguns problemas de simulação quando o multiplicado analógico AD633 é implementado, o problema é solucionado com um multiplicador genérico, porém, ele não permite a implementação da configuração necessária para o cálculo desejado com o CI.

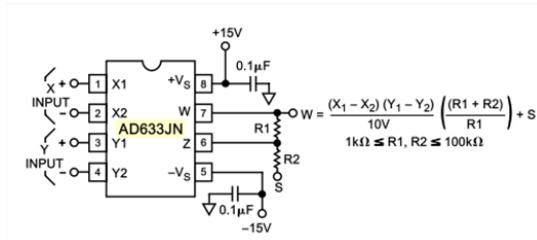


Figura 5.7: Configuração necessária no uso do multiplicador analógico AD633 no sistema proposto. Retirada do *datasheet* do componente [33].

Como se usa um multiplicador genérico na simulação, os resistores R_1 e R_2 da Figura 5.7 ficam omitidos, mas é necessário utilizá-los na confecção do circuito posteriormente, assim como o sistema para zerar as condições iniciais, filtros e capacitores de desacoplamento (Figura 5.9 contém o esquemático completo).

Duas abordagens, Figura 5.8, foram utilizadas para construção do esquemático demonstrado na Figura 4.2, juntamente com capacitores de desacoplamento e sistema de zeramento de

condições iniciais: uma é através do uso de *protoboard* e a outra é a confecção de uma placa de circuito impresso caseira.

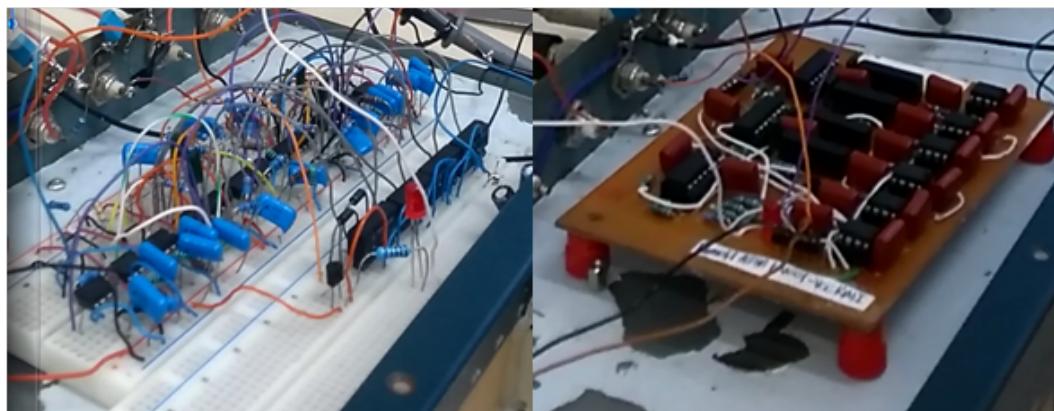


Figura 5.8: Abordagens de construção do circuito dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido, estão apresentados a montagem no *protoboard* e placa de circuito impresso, respectivamente.

A primeira tentativa foi através do uso da *protoboard*, uma vez que ela proporciona praticidade e alguns sistemas tem robustez o suficiente para serem implementados desta forma. Porém os resultados não foram aprovados, e as diferenças em relação aos resultados numéricos foram justificados por influência do ruído e também por eventuais maus contatos. Então a solução seria a confecção de uma placa de circuito impresso caseira (em inglês é designada com a sigla PCB). Para tal tarefa foi utilizado o software EAGLE, a Figura 5.9 mostra as interfaces para esquemático e layout da PCB, significa Editor de Layout Gráfico Facilmente Aplicável (em alemão : Einfach Anzuwendender Grafischer Layout-Editor). Este fornece uma interface gráfica com várias janelas e um sistema de menus para edição, gerenciamento de projetos e para customizar os parâmetros de interface e design. O sistema pode ser controlado via mouse, teclas de atalho do teclado ou inserindo comandos específicos em uma linha de comando incorporada.

Após projetar, o PCB foi construído a partir de métodos caseiros com uso de tinta fotosensível, este método é facilmente encontrado na internet. Este trabalho necessita de um tanto de prática e paciência, mas apresenta bons resultados. Resumidamente: 1º pinta-se um pedaço de fenolite (material utilizado para confecção de circuitos) apropriada segundo a impressão da placa projetada, 2º faz-se transparência do Layout através de um banho de luz ultravioleta, 3º revela-se a placa com uso de bicarbonato de sódio e 4º corroer as partes que não configuram

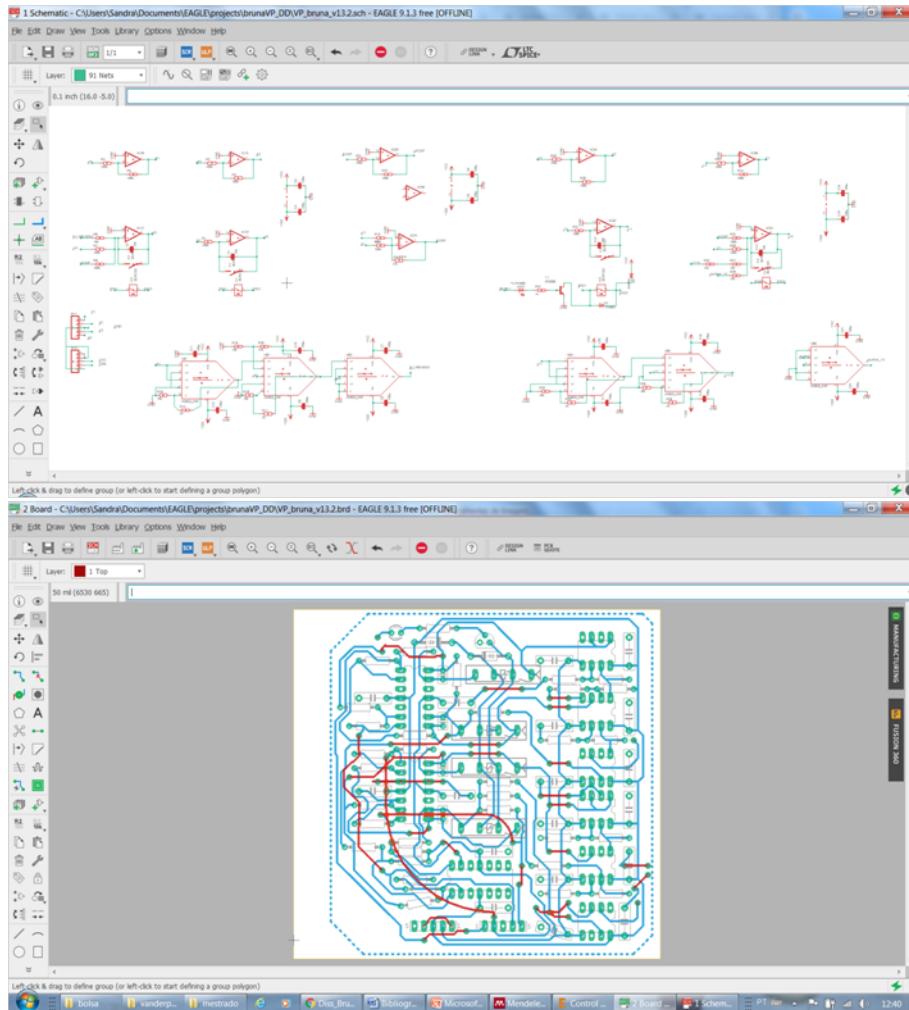


Figura 5.9: Interface de edição e criação de esquemáticos e PCB's do EAGLE.

as trilhas através do percloroeto de ferro III. 5º passar tinta fotossensível para máscara de solda e revelá-la da mesma maneira que antes e em 6º furar e soldar os componentes.



Figura 5.10: Alguns passos para confecção da PCB caseira: placa com tinta fotosensível/revelação no bicarbonato de sódio/placa com máscara de solda/placa com componentes soldados.

5.4.3 Rotinas automatizadas de aquisição e processamento de dados

A diferença deste trabalho experimental dos outros já realizados [30] [15] é a produção de um espaço de parâmetros. Esta tarefa só é viável mediante rotinas automatizadas de

aquisição e processamento de dados. Pois, cada ponto do espaço de parâmetros, por exemplo, corresponde a uma figura de Lissajous no osciloscópio que, além de corresponder a milhares de medidas de tensão, deve ser processada por rotinas externas a fim de atribuir uma única medida a este conjunto. Foi com este objetivo que o trabalho [8] desenvolveu a metodologia de "Controle de parâmetros via tensão contínua" com a utilização de códigos em linguagem *Python*. Todos os código aqui utilizados são de autoria deste, a menos de algumas modificações e otimizações. Todos os códigos aqui utilizados, já alterados, estão no Apêndice desta dissertação.

5.4.4 Pacote TISEAN

Uma das principais ferramentas de software usadas neste trabalho é o pacote de análise de séries temporais TISEAN [47]. Desenvolvido por Rainer Hegger, Holger Kantz e Thomas Schreiber, esta ferramenta consiste em diversas rotinas de programas que compõe o estudo completo de uma série temporal. Este possui código fonte aberto, ou seja, pode ser editado e usado gratuitamente. O TISEAN pode ser executado em plataformas WINDONS ou LINUX, o que é bastante conveniente uma vez que os *drivers* da placa de aquisição de dados são exclusivos da plataforma WINDONS. Dentre os diversos programas para análise de séries temporais que o TISEAN oferta, apenas três principais foram usados nos trabalhos desta dissertação: LYAP_SPEC, EXTREMA e SPECTRUM.

Para usar este poderoso pacote de programas no WINDONS, basta baixar o arquivo compactado deste site [48], em seguida descompactar todos os executáveis e dll's para uma pasta inclusa nas variáveis de ambiente do sistema². Os programas do TISEAN são chamados, então, com o uso da PROMPT DE COMANDO do sistema conforme a Figura 5.11. Deve-se lembrar que o arquivo com os dados ao qual se pretende fazer análise usando o TISEAN deve estar no diretório indicado pela PROMPT DE COMANDO, este pode ser alterado com o comando CD XXX (XXX é o novo diretório desejado).

A instalação do TISEAN tal como descrita é necessária para que exista a integração entre este pacote com as rotinas em PYTHON, que por sua vez nada mais fazem do que "digitar" na PROMPT DE COMANDO, de forma automatizada, solicitações de acesso aos programas. Para o bom uso destes programas é necessária, também, sua correta configuração, que se dá por meio de *flags* descritas no manual.

Para o cálculo do espectro de Lyapunov usa-se o LYAP_SPEC, este solicita uma única variável do sistema. O atrator é reconstruído neste programa pelo método de *delay* das coordenadas, cujo o parâmetro de atraso está relacionado com a taxa de aquisição de dados. No TISEAN

²Variáveis de ambiente do sistema são um conjunto de diretórios onde o WINDONS procura por programas padrão instalados na máquina.

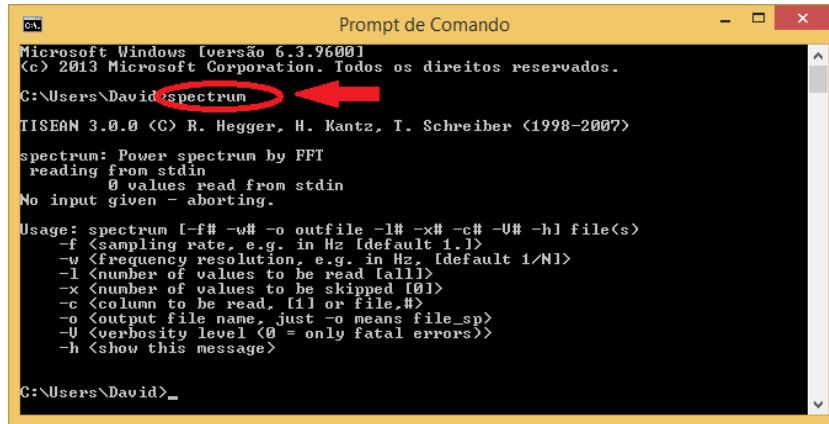


Figura 5.11: Chamada do programa SPECTRUM do pacote TISEAN em plataforma WINDONS. Na PROMPT DE COMANDO basta digitar ”spectrum” (caixa em vermelho) seguido do arquivo de dados entre aspas e argumentos do programa - não contidos na figura.

2.1 existe a possibilidade de escolher esta *flag*, enquanto na versão 3.00 ela é sempre adotada como $d = 1$. De fato, este parâmetro é bastante importante para o correto funcionamento do programa, devendo o experimentador executar um estudo, com o uso do DELAY.

Outro aspecto importante para um bom resultado do LYAP_SPEC é relativo ao número de pontos, taxa de aquisição e frequência central de oscilação do circuito ($f_c \approx \frac{1}{2\pi RC}$). A intuição diz que quanto maior o número de pontos de uma série, melhor o resultado na estimativa do espectro. Isto não é verdade. Se a frequência natural do circuito em estudo for relativamente baixa em comparação com a taxa de aquisição de dados, uma grande quantidade de pontos na série temporal se prefigura como informação redundante: para pequenos intervalos de tempo, um sistema caótico apresenta comportamento linear, se todos os pontos da série estão neste intervalo o que se observa é uma linha reta, não a geometria complexa de um atrator. Evidentemente que a reciproca desta situação também apresenta resultados ruins: se a taxa de aquisição é menor que a frequência natural, a série temporal não reconstrói o atrator estranho e sim o aspecto muito similar a uma série estocástica.

É interessante ter uma noção intuitiva das outras *flags* do programa LYAP_SPEC. O cálculo de expoente de Lyapunov está estreitamente relacionado com a matriz jacobiana de um sistema, não obstante, se apenas uma série temporal é fornecida e não se recolhe nenhum dado sobre a forma das equações que governam a dinâmica, é necessário estimar esta matriz em aproximações locais onde a trajetória é linear. Uma maneira de entender o processo no qual esta estimativa é feita, basta recordar a aproximação linear para uma função suave e diferenciável: $f(x) \approx f'(x)\Delta x + b$, em que uma aproximação é tão boa quanto menor é o intervalo observado Δx , e b é uma estimativa para melhorar erro desta aproximação. Em um sistema dinâmico, o análogo a $f(x)$ tem a forma de uma matriz e a derivada $f'(x)$ é análoga a jacobiana desta matriz.

Com a representação de um atrator em mente, um "zoom" sobre uma região suficientemente pequena revela que as trajetórias tem o aspecto de linhas retas. Precisamente nesta região muito pequena, chamada aqui de vizinhança ξ , pode-se escrever

$$e^2 = \frac{1}{|\xi|} \sum_{\xi} \underbrace{\|\mathbf{s}_{n+1} - \hat{\mathbf{j}}\mathbf{s}_n - \mathbf{b}\|^2}_{(\text{análogo a } f(x) - f'(x)\Delta x - b \approx 0)} . \quad (5.1)$$

Em que na Eq. 5.1 acima os vetores \mathbf{s}_n representam a trajetória do sistema no espaço de fase e são análogos ao x em $f(x) \approx f'(x)\Delta x + b$. O subscrito nestes vetores é devido ao fato de que em uma série temporal os valores são discretos. A vizinhança ξ é formada por um conjunto de vetores tomados na aproximação local, a *flag k* do programa LYAP_SPEC representa o número de vetores que são escolhidos nesta vizinhança. O termo e^2 na Eq. 5.1 deve ser minimizado, donde pode-se estimar \mathbf{j} localmente. Em seguida, procede-se o cálculo dos autovetores $\mathbf{u}^{(i)}$ de \mathbf{j} que, substituídos na expressão

$$\lambda^{(i)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \left\| \prod_{n=1}^N \mathbf{j}(\mathbf{x}_n) \mathbf{u}^{(i)} \right\|$$

determina o espectro de expoentes $\lambda^{(i)}$. Isto é feito apenas para a aproximação local de \mathbf{j} e em seguida uma média sobre os expoentes $\lambda^{(i)}$ para todas as vizinhanças da série temporal. Evidentemente a imposição de que $N \rightarrow \infty$ é impossível em uma série temporal finita, a *flag n* do LYAP_SPEC representa diretamente este valor - que deve ser tão grande quanto o número de pontos(vetores, no espaço de fase reconstruído) da série temporal. O método acima foi proposto por Sano & Sawada [63] e torna-se claro o motivo do cálculo do espectro exigir recurso e tempo computacional [8]. Para concluir a seção, levando em consideração todo este quadro, as *flags* escolhidas para este trabalho são *-m1,4 -k20 -d8*. Sendo m a dimensão de imersão, k o numero de vizinhos a ser usado e d o *delay*.

Capítulo 6

ANÁLISE DE ERROS

Medidas físicas sempre são acompanhadas de incerteza, imprecisão e confiabilidade determinados pelo método experimental. Em circuitos caóticos as não linearidades presentes frequentemente tornam a previsão de pequenas perturbações algo muito complicado, exigindo-se um estudo muitas vezes específico ao sistema e diante de uma série de aproximações. Existem estudos que indicam que estas perturbações ocasionam destruição de estruturas periódicas [48], duplicação de estruturas, supressão de regiões caóticas e deformações do espaço de parâmetros [49]. Desta forma essa seção tem o objetivo de discutir a origem de erros ao processo de medida, adotados neste trabalho. Apresenta-se os efeitos físicos destes erros, possibilidade de minimizá-los, questões práticas importantes.

6.1 Erros sistemáticos

As fontes de erros sistemáticos mais significativos neste estudo são resultado da construção e não idealidades dos componentes utilizados. Estes erros ocasionam a deformação observada nos resultados experimentais uma vez que estão diretamente associados a forma das equações computadas analogicamente. Em um circuito eletrônico divide-se a classe de componentes em dois principais aspectos: *passivos*, que apenas geram uma resposta a mudança de estado das grandezas elétricas (tensão, corrente, fluxo magnético e carga), e *ativos* que podem gerar estas mudanças. Resistores e capacitores pertencem a primeira classe enquanto que os AMPOP's e transistores, a segunda.

A discussão das não idealidades responsáveis pelos erros sistemáticos dos componentes passivos disponíveis no mercado torna-se interessante para justificativa dos desvios de resultados observados neste trabalho.

6.1.1 Erros sistemáticos em capacitores

Capacitores são elementos passivos que podem armazenar energia na forma de campo eletrostático. Em eletrônica, capacitores são frequentemente empregados para bloquear tensões contínuas em determinados trechos do circuito ou ainda corrigi-las de pequenas flutuações, "filtrando-as". A construção mais simples de um capacitor consiste em duas placas de material condutor separadas por um dielétrico. A unidade física do capacitor F está diretamente relacionada a sua propriedade de armazenar cargas elétricas, que mantém um campo em seu dielétrico, e é diretamente proporcional a área de suas placas e inversamente a distância entre as mesmas. Em um circuito onde tensões alternadas se fazem presentes, este componente pode ser interpretado como um resistor, cuja a magnitude é chamada de *reatância capacitiva*, e é dada por,

$$X_c = \frac{1}{2\pi f C}$$

Na reatância capacitiva, existe uma dependência com a frequência de uma tensão alternada aplicada em seus terminais: quanto maior a frequência desta tensão menor será sua reatância. Esta característica é bastante útil para identificar os desvios em capacitores reais, na Figura 6.1 apresenta-se a reatância X_c versus a frequência f de um capacitor ideal. A escala logarítmica nos eixos permite visualizar uma linha reta com coeficiente negativo, indicando a diminuição da reatância com o aumento da frequência.

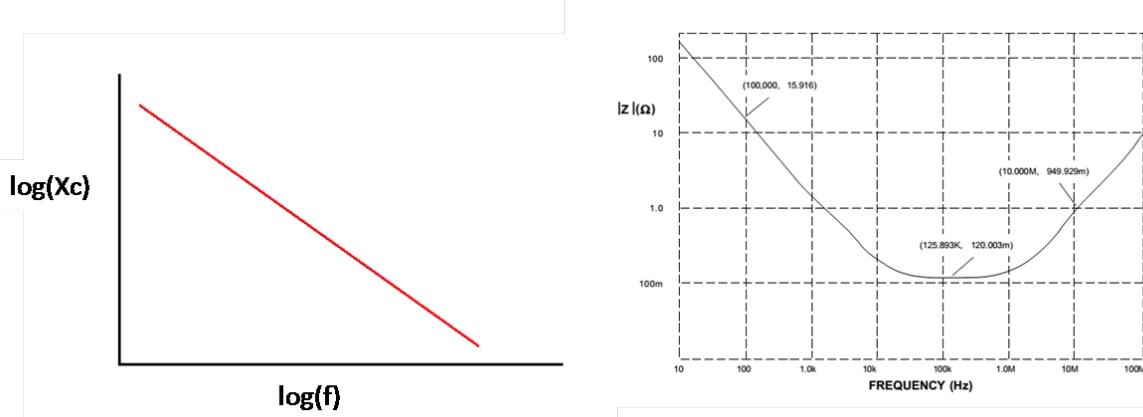


Figura 6.1: Comportamento da reatância capacitiva (X_c) com a frequência (f) em um caso ideal, lado esquerdo, e real, lado direito [48].

Na comparação dos casos ideal e real observa-se que o comportamento da reatância com a frequência é condizente para baixas freqüências, entretanto, em uma região central evidencia o comportamento de um resistor e para altas freqüências, o capacitor se comporta como um indutor.

Um outro comportamento, que justifica a não idealidade dos capacitor é chamado de *absorção do dielétrico* (AB), geralmente expresso em termos percentuais [50]. Se um capacitor ideal carregado com uma tensão V em suas placas é descarregado por um curto entre elas, a tensão resultante neste processo é nula. O efeito AB permite que cargas sejam capturadas de tal forma que, quando um capacitor tem seus terminais curto circuitados, ele não entrega toda a energia armazenada [50].

Não obstante, o valor nominal de um capacitor real pode sofrer desvios com a temperatura, o que é representado pelo coeficiente de deriva térmico e tem valores típicos de 200 ppm/C (partes-por-milhão-por-grau C) nos capacitores comerciais comuns. O processo de fabricação destes componentes, em contraste com sua simplicidade aparente, é bastante impreciso se comparado com outros componentes passivos, esta imprecisão é comumente chamada de tolerância. Enquanto que é possível fabricar resistores cujo o valor nominal contém apenas 0.01% de desvio, o melhor capacitor disponível no mercado é 100 vezes pior, 1%. Entretanto, é possível encontrar tabelas que relacionem essa tolerância de diferentes tipos de capacitores. Através destas pode-se escolher o mais adequado para a situação.

A partir destas análises as medidas a serem tomadas para redução deste tipo de erro sistemático, relacionado aos capacitores, seria trabalhar com uma frequência apropriada e escolher o melhor tipo de capacitor conforme a tabela de tolerância. Porém o efeito AB ainda contribui para os desvios, atuando no controle das condições iniciais. Isto é significativo perante a definição de sistemas caóticos apresentarem alta sensibilidade quanto à elas.

6.1.2 Erros sistemáticos em resistores

Atualmente existem diversos tipos de resistores no mercado, atendendo a aplicações específicas. O processo de produção destes componentes pode alcançar grande precisão nos valores nominais de resistência, com tolerâncias melhores que 0.01%, porém tal precisão pode ser inútil devido a variação típica deste valor com a temperatura. No mercado nacional é possível encontrar somente três tipos de resistores: filme de carbono, filme metálico de precisão e fio de nicromo. A importação ou reaproveitamento de resistores usando sucatas de equipamentos industriais é uma alternativa para aquisição destes componentes com alta precisão.

Uma variação nominal da resistência com a temperatura é dada através do coeficiente de deriva térmico (CDT), geralmente expresso em $ppm/^\circ C$ [50]. Em circuitos envolvendo estes desvios, tais erros podem ser facilmente amplificados, por configurações específicas envolvendo AMPOP's. Mesmo que escolha-se resistores de filme de carbono, com coeficientes de temperatura não diferindo mais que 1%, perante a situação da Figura 6.2 supondo que se aplique

100mV na entrada do AMPPOP, nesta configuração a saída terá 10V. Logo, sobre o resistor R_1 existe uma queda de potencial de 9.9V e dissipar, portanto, 9.9mW de potencia. Em um resistor típico de dissipação máxima $1/4\text{W}$ (Watt) (Figura 6.2), isso pode significar um aumento de até $\approx 2^\circ\text{C}$.

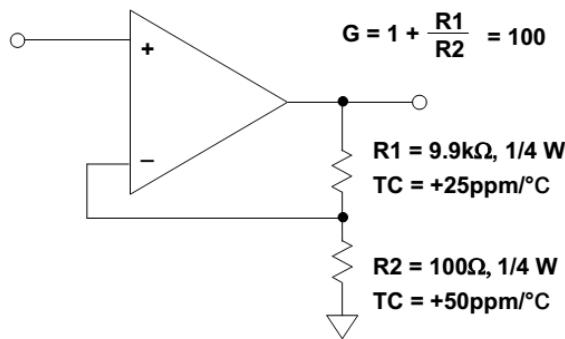


Figura 6.2: Configuração com AMPPOP sujeita a erros devido CDT em resistores [48].

Uma relação simples entre resistência e temperatura, que já serve para ilustrar a magnitude do problema é dada por $R = R_0 + \alpha(t - t_0)$. Onde R e R_0 tem valores de resistência e t , t_0 de temperatura e α é uma constante que depende do material. Em quadros experimentais observa-se de modo geral a situação da Figura 6.3.

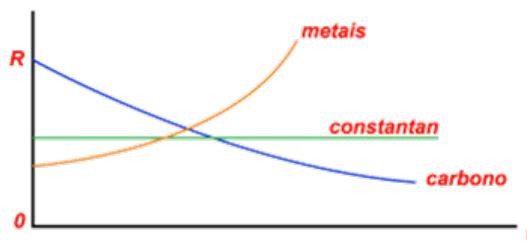


Figura 6.3: Gráfico da resistência *versus* temperatura.

Isto, para situação da Figura 6.2, implica em uma diminuição no valor da resistência, e lógico, na função de transferência dos AMPPOP's. Em um circuito caótico com não linearidade cúbica, essa situação ainda pode piorar, pois os multiplicadores irão multiplicar também o erro e pode desencadear uma mudança radical na dinâmica que se pretenderia estudar.

Para o circuito deste trabalho experimental, o parâmetro de acoplamento k dos osciladores é dependente de resistências, já que as únicas duas saídas analógicas da placa de aquisição de dados foram utilizadas para variação dos parâmetros α e μ . Uma das conclusões, já adiantando, é que a constante de acoplamento influencia fortemente a dinâmica do sistema, de modo que, esse erro sistemático associado a constante k seja bem significativo, talvez até o mais influente para este caso.

6.1.3 Componentes utilizados

A tabela a seguir contém o tipo, o valor e a tolerância associada aos componentes do circuito construído nesta dissertação. Mais informações dos CI's são encontradas nos *datasheets* dos mesmo. Quanto aos componentes ativos não dispõem de informações.

Componente	Tipo	Toler.	invólucro	Val. Calc.	Val. Exp.	Erro %
AMPOP's	LF347	---	DIP14-8	---	---	
Multip. Analg.	AD633JN	---	DIP8	---	---	
C1	Poliéster	10%	radial	10nF	10,052 nF	1%
C2	Poliéster	10%	1/4W	10nF	9,985 nF	0%
C3	Poliéster	10%	1/4W	10nF	10,359 nF	4%
C4	Poliéster	10%	1/4W	10nF	10,254 nF	3%
R33	F. carbono	5%	1/4W	2kΩ	2,095 Ω	5%
R35	F. carbono	5%	1/4W	2kΩ	2,095 Ω	5%
R18	F. carbono	5%	1/4W	2kΩ	2,094 Ω	5%
R16	F. carbono	5%	1/4W	2kΩ	2,095 Ω	5%
R32	F. carbono	5%	1/4W	21,9kΩ	21,098 Ω	4%
R27	F. carbono	5%	1/4W	3,9kΩ	3,910 Ω	0%
R37	F. carbono	5%	1/4W	1kΩ	1,000 Ω	0%
R15	F. carbono	5%	1/4W	18kΩ	17,946 Ω	0%
R17	F. carbono	5%	1/4W	18kΩ	17,956 Ω	0%
R34	F. carbono	5%	1/4W	18kΩ	17,937 Ω	0%
R36	F. carbono	5%	1/4W	18kΩ	17,953 Ω	0%
R19	F. carbono	5%	1/4W	10kΩ	10,005 Ω	0%
R26	F. carbono	5%	1/4W	10kΩ	10,024 Ω	0%
R28	F. carbono	5%	1/4W	10kΩ	10,005 Ω	0%
R1	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,220 Ω	0%
R2	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,160 Ω	0%
R3	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,180 Ω	0%
R4	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,200 Ω	0%
R5	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,020 Ω	0%
R6	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,500 Ω	1%
R7	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,560 Ω	1%
R8	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,520 Ω	1%
R9	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,230 Ω	0%
R10	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,330 Ω	0%
R11	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,270 Ω	0%
R12	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	99,830 Ω	0%
R13	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,500 Ω	1%
R14	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,510 Ω	1%
R21	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,220 Ω	0%
R22	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,130 Ω	0%
R23	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,320 Ω	0%
R24	F. carbono	5%	1/4W	100kΩ	100,380 Ω	0%
R20	F. carbono	5%	1/4W	470kΩ	470,700 Ω	0%
Cap. Desacoplamento	Multi.	10%	Radial	100nF	95 nF	6%

Figura 6.4: Tabela com componentes utilizados na confecção do circuito integrador do acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido.

6.2 Ruído

Ruído é uma perturbação indesejável em um sistema. O que torna o ruído um incômodo é sua imprevisibilidade e o descontrole. A principal característica do ruído se deve ao seu caráter dinâmico explícito que pode ser modelado (aproximadamente) por uma onda dinâmica, generalizando, por uma série de Fourier. Perturbações sistemáticas estudadas na secção anterior, muito embora possam contribuir para distorção na dinâmica de um sistema caótico, não satisfazem este critério. O estudo do ruído é importante dentro do contexto de circuitos, pois é quem limita a tensão inferior na reescala do sistema. Para o trabalho aqui exposto, os tipos de ruído mais comuns são o ruído branco, ruído rosa e o ruído EMI. Estes serão abordados seguidamente.

6.2.1 Ruído branco

O mecanismo físico responsável pelo ruído branco é a excitação térmica dos portadores de carga em um condutor, que possuem um comportamento (clássico) muito parecido ao movimento Browniano. Este tipo de ruído foi observado por J.B. Johnson, nos laboratórios Bell em 1927, entretanto H. Nyquist o descreveu teoricamente em 1928. Precisamente por este motivo, ruído branco também é conhecido na literatura como ruído Johnson ou de Nyquist. O sufixo "branco" se deve a uma analogia ao espectro de frequências uniforme, o que lembra a composição da luz branca em certo sentido.

Todo condutor acima do zero absoluto possui portadores de carga que, termicamente agitados, dão origem a pequenas correntes. A carga do elétron é de $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$ e existem tantas correntes minúsculas quantos portadores de carga em um material condutor. Em média, tal como no movimento Browniano, a corrente destes portadores termicamente agitados é nula, se a temperatura no condutor é uniforme. Entretanto, em nível microscópico estas geram uma correspondente diferença de potencial nos extremos do condutor cuja magnitude apresenta um comportamento totalmente imprevisível [52]. Logo, o ruído branco pode surgir de maneira interna do próprio circuito integrador, uma vez que os componentes são compostos por condutores e trabalham acima do zero absoluto.

6.2.2 Ruído rosa

Ruído rosa é uma terminologia empregada na literatura para ruído cuja potência espectral possui a forma $N_p \propto \frac{1}{f^\alpha}$, em que $\alpha \in [0.8; 1.3]$ [53]. Este tipo de perturbação contém uma série de propriedades interessantes, pois é encontrado em transistores e resistores, válvulas eletrônicas, fluxo de trânsito nas cidades, e até na dinâmica do batimento cardíaco em mamíferos. A

principal fonte de ruído rosa em circuitos caóticos, usando integradores analógicos, consiste nos AMPOP's e CI's responsáveis pelas formas não lineares. Caso resistores de carbono sejam usados, deve-se ter em mente que estes também podem contribuir com este tipo de ruído. A quantidade de ruído rosa em um AMPOP é apresentada em seu *datasheet* tal como na Figura 6.5, em vermelho, dois valores de densidade espectral de ruído são dados, um para baixas frequências (rosa) e para altas(branco/térmico). A distribuição de probabilidade para o ruído rosa segue a forma gaussiana, tal como o branco/térmico. Com efeito, em presença de ambos em um sistema, o valor médio será dado por $V_{medio} = \sqrt{V_{rosa}^2 + V_{branco}^2}$ [8].

6.7 Switching Characteristics

$V_{CCS} = \pm 15$ V, $T_A = 25^\circ\text{C}$

PARAMETER	TEST CONDITIONS	TL07xM			TL07xC, TL07xAC, TL07xBC, TL07xi			UNIT
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
SR	Slew rate at unity gain $V_i = 10$ V, $C_L = 100$ pF, See Figure 20	5	13		8	13		V/ μ s
t_r	Rise-time overshoot factor $V_i = 20$ V, $C_L = 100$ pF, See Figure 20	0.1			0.1			μ s
V_n	Equivalent input noise voltage $R_S = 20$ Ω	20%			20%			
		$f = 1$ kHz	18		18			nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f = 10$ Hz to 10 kHz	4		4			μ V
I_n	Equivalent input noise current $R_S = 20$ Ω ,		$f = 1$ kHz		0.01			pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
THD	Total harmonic distortion $V_{rms} = 6$ V, $R_L \geq 2$ k Ω , $f = 1$ kHz,				0.003%			
					0.003%			

Figura 6.5: Densidade espectral de ruído rosa e branco indicada no *datasheet* do TL071 [16].

6.2.3 Ruído EMI

Ondas eletromagnéticas podem interferir no funcionamento de circuitos analógicos, mais precisamente, degradar a performance de componentes ativos tais como os AMPOP. Existem duas formas de propagação do EMI, por irradiação ou condução direta. Um exemplo da primeira situação consiste no caso de estações próximas de rádio e celulares ao circuito hospedeiro. No caso da condução direta, tome-se como exemplo o caso de carregadores de notebook. Estes aparelhos consistem em um arranjo eletrônico chamado de fonte chaveada, que geram uma portadora de rádio frequência que, se não for atenuada por um filtro analógico se propagam pela rede elétrica e prejudicam o funcionamento de outros equipamentos conectados a ela.

Todos os equipamentos digitais geram EMI. Em um integrador analógico como na Figura 5.1, o EMI pode se propagar tanto pelas entradas V_- , V_+ ou pela saída V_o . De qualquer forma, ao atingir o AMPOP este sinal é retificado pelo par diferencial (configuração interna com transistores em um AMPOP) e se transforma em um *offset* de saída. Deste modo, o ruído EMI pode ser interpretado como um ruído externo ao integrador analógico.

Capítulo 7

CONCLUSÕES

Nesta dissertação foi apresentado o estudo do acoplamento dos osciladores van der Pol e Duffing amortecido através de uma abordagem experimental, isto é, com um circuito integrador real que computa as equações do sistema dinâmico não-linear estudado. A motivação para tal tarefa tem relação com a aplicabilidade de usar este sistema como modelo para conversores *boost* acoplados a outros sistemas, pois eles estão presentes em grande parte de dispositivos eletrônicos e vêm sendo desenvolvidos pela indústria tecnológica constantemente com o objetivo de diminuir o tamanho e melhorar sua eficiência. Neste quadro, o oscilador Van der Pol que faz o papel do conversor *boost*, enquanto o oscilador Duffing amortecido faz o papel de outro sistema acoplado, pois a sua flexibilidade em modelar vários outros sistemas é comprovado pela literatura.

Como esperado, o acoplamento de dois osciladores, ambos com não-linearidade cúbica, de diferentes tipos de atratores demonstrou-se muito rico dinamicamente. Este demonstrou janelas periódicas em meio ao caos, torus, caos intermitente, supressão de caos e sincronização. Todos estes fenômenos foram aparecendo conforme buscava-se refutar hipóteses de perturbações/erros que não fossem decorrentes de ruído externo, que geralmente é indicado como precursor do comportamento caótico em circuitos eletrônicos.

A intersecção destes comportamentos é explicada através da sincronização gerada pela constante de acoplamento. Esta atua de forma que um oscilador perturba o comportamento do outro simultaneamente. Dos resultados descritos, pode-se indicar, baseado em pesquisas existentes, que o acoplamento de quaisquer osciladores irão gerar o fenômeno de sincronização para algum valor de parâmetros. No caso aqui examinado, uma sincronização "fraca" (valores do parâmetro $\alpha < 0.3$) não é suficiente para que os osciladores interfiram drasticamente um na dinâmica do outro. Porém, aproximadamente, para valores de $0.3 < k < 0.7$ ele demonstra comportamento caótico devido a esta perturbação mútua. Conforme essa perturbação é

aumentada, através da constante de acoplamento, as janelas periódicas se replicam e geram a supressão de caos. Já o fenômeno de intermitência aparece justamente para valores de α pequenos, pois a frequência do oscilador Duffing fica pequena para o oscilador van der Pol sincronizar, que por sua vez, gera comportamento intermitente intrínseco via crise.

Pensando na aplicabilidade para os conversores *boost* atrelado a outro circuito, basta mantê-los acima de uma constante de acoplamento "crítica" que eles se manterão sincronizados, levando a dois possíveis comportamentos, dependentes dos parâmetros α e μ : periódico ou ponto de equilíbrio. E para alguma outra situação que também possa ser modelada por este circuito, em que se deseja um comportamento caótico, basta respeitar a faixa em que a constante de acoplamento deixa isto possível.

Quanto à metodologia aqui aplicada, desenvolvida por [8], mostrou-se novamente útil, uma vez que bons resultados foram obtidos tanto na produção dos espaços de parâmetros quanto para diagramas de bifurcação. Esta permitiu através de filtros analógicos estudar o sistema sem que o ruído externo fosse abruptamente desconcertante na dinâmica do circuito. Quanto ao ruído intrínseco, notou-se que a placa de circuito impresso mostrou-se mais adequada que no protoboard, uma vez que, esta última, não produziu resultados tão bem correspondentes ao esperado numericamente. A técnica utilizada para o zeramento da condições inciais também é eficiente, porém a não idealidade dos capacitores certamente influencia neste contexto, alterando essas condições através do comportamento de absorção do dielétrico. Estes e outros erros citados na dissertação, podem ser minimizados com a utilização de melhores componentes eletrônicos, estes podem não ser fáceis de achar no mercado nacional e nem mesmo baratos.

Para finalizar, é importante notar que muitos trabalhos experimentais ainda podem ser feitos e melhorados com o sistema construído. Uma sugestão de continuidade do trabalho seria trocar o valor do resistor que interfere na constante que multiplica a não linearidade cúbica do oscilador Duffing para obter o espaço de parâmetros correspondente ao estudo de [30]. Ou reutilizar o projeto para construir um sistema com acoplamento dissipativo [15], que se diferencia do estudado aqui (por ser um acoplamento elástico).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SPROTT, J. C. *Chaos and Time-Series analysis*. Oxford University Press, Inc. New York, USA, 2003. ISBN:0198508409.
- [2] STROGATZ, S. H. *Nonlinear dynamics and chaos: with applications to physics, biology and chemistry..* 2ed. 2018.
- [3] LORENZ, E. N. *Deterministic nonperiodic flow*. In: Universality in Chaos, Second Edition. [s.l: s.n.].
- [4] SAVI, M. A. *Chaos and order in biomedical rhythms*. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*. v. 27, n. 2, p. 157–169, 2005.
- [5] HOLYST, J. A.; ZEBROWSKA, M.; URBANOWICZ, K. *Observations of deterministic chaos in financial time series by recurrence plots, can one control chaotic economy?* European Physical Journal B, v. 20, n. 4, p. 531–535, 2001.
- [6] ALSEDÀ, L. FALCÓ, A. *Devil's staircase route to chaos in a forced relaxation oscillator*. Annales de l'institut Fourier, 1994. v. 3, p. 769–783, 1998.
- [7] OTT, E. *Chaos in Dynamical Systems*. New York: Cambridge University Press, 2002.
- [8] MARCÔNDES, D. W. C. *Controle de parâmetros via tensão contínua: uma aplicação em dinâmica não linear*. Dissertação de mestrado. UDESC. 2017.
- [9] HAN, Y. *Dynamics of Coupled Nonlinear Oscillators of Different Attractors; van der Pol Oscillator and Damped Duffing Oscillator*. Journal of the Korean Physical Society, v. 37, n. 1, p. 3–9, 2000. v. 37, n. 1, p. 3–9, 2000.
- [10] FERRANA N., P. C. *Caos: Uma Introdução*. 1 ed, 1994.
- [11] CENCINI, M.; CECCONI, F.; VULPIANI, A. *Chaos: From Simple Models to Complex Systems*.
- [12] VITOLO, R.; GLENDINNING, P.; GALLAS, J. A. C. *Global structure of periodicity hubs in Lyapunov phase diagrams of dissipative flows*. Physical Review E, v. 84, 016216, 2011.
- [13] ALVES MONTEIRO, L. H. *Sistemas dinâmicos*. São paulo.
- [14] GILLILAND, M. *Handbook of Analog Computation*, 1967.
- [15] CHEDJOU, J. C. et al. *Analog simulation of the dynamics of a van der Pol oscillator coupled to a Duffing oscillator*. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, v. 48, n. 6, p. 748–757, 2001.
- [16] INFORMATION, D. *TL07xx Low-Noise JFET-Input Operational Amplifiers*. v. 074, 2017.
- [17] CLAYTON, G.; WINDER, S. *OPERATIONAL AMPLIFIERS*. v. unico

- [18] PAULISTA, U. E. *Um esboço da história do conceito de trabalho virtual e suas aplicações.* Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 3601, 2008.
- [19] VAN DER POL, B.; VAN DER MARK, J. *Frequency demultiplication.* Nature, v. 120, n. 3019, p. 363–364, 1927.
- [20] NAGUMO, J.; ARIMOTO, S.; YOSHIZAWA, S. *An Active Pulse Transmission Line Simulating Nerve Axon**. *Proceedings of the IRE*, v. 50, n. 10, p. 2061–2070, 1962. v
- [21] CARTWRIGHT, J. H. E. et al. *Dynamics of Elastic Excitable Media. International Journal of Bifurcation and Chaos*, v. 09, n. 11, p. 2197–2202, 2002.
- [22] LUCERO, J. C.; SCHOENTGEN, J. *Modeling vocal fold asymmetries with coupled Van der Pol oscillators.* *The Journal of the Acoustical Society of America*, v. 133, n. 5, p. 3522–3522, 2013.
- [23] DÍAZ, IGNÁCIO PASTOR. FRAGUAS, A. L. *Dynamics of two couple van der Pol oscillators.* *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, v. 52, 1995.
- [24] *Joule Thief.* Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/wiki/Joulethief>>. Acessado: 24 de jul. 2019.
- [25] NELSON, C. *LT1070 design manual. Analog circuit design. A tutorial guide to applications and solutions*, n. June, p. 59–123, 2011.
- [26] TEXAS INSTRUMENTS. *Working with Boost Converters. Application Report*, n. June, p. 1–11, 2015.
- [27] KORSCH, H. J.; JODL, H.-J.; HARTMANN, T. *The Duffing Oscillator.* *Chaos*, v. 1, p. 157–184, 2008.
- [28] SUNDAY, J. *The Duffing Oscillator: Applications and Computational Simulations.* *Asian Research Journal of Mathematics*, v. 2, n. 3, p. 1–13, 2017.
- [29] WOAFO, P.; CHEDJOU, J. C.; FOTSIN, H. B. *Dynamics of a system consisting of a van der Pol oscillator coupled to a Duffing oscillator.* *Physical Review E - Statistical Physics, Plasmas, Fluids, and Related Interdisciplinary Topics*, v. 54, n. 6, p. 5929–5934, 1996.
- [30] KENGNE, J. et al. *Analog circuit implementation and synchronization of a system consisting of a van der Pol oscillator linearly coupled to a Duffing oscillator.* *Nonlinear Dynamics*, v. 70, n. 3, p. 2163–2173, 2012.
- [31] *Boost Converter.* Disponível em: <<https://en.wikipedia.org/wiki/Boostconverter>>. Acesso em: 20 jul. 2019.
- [32] GRANINO A. KORN, T. M. K. *Dispositivos eletrônicos e teoria de circuitos.*
- [33] ANALOG DEVICES. *AD633 Analog Multiplier.* p. 8, 2000.
- [34] INFORMATION, D. *TL07xx Low-Noise JFET-Input Operational Amplifiers.* v. 074, 2017
- [35] MOTOROLA. *JFET Input Operational Amplifiers. LF347, 351, 353.* Amplificadores Operacionales, p. 1–5, 1996.
- [36] MAAITA, J. O. et al. *The study of a nonlinear duffing-type oscillator driven by two voltage sources.* *Journal of Engineering Science and Technology Review*, v. 6, n. 4, p. 74–80, 2013.

- [37] SEKIKAWA, M. et al. *Analysis of Torus Breakdown Into Chaos in a Constraint Duffing Van Der Pol Oscillator*. International Journal of Bifurcation and Chaos, v. 18, n. 04, p. 1051–1068, 2008.
- [38] CHERNIN, A. D.; VALTONEN, M. J. *Intermittent chaos in three-body dynamics*. New Astronomy Reviews, v. 42, n. 1, p. 41–66, 1998.
- [39] GWINN, E. G.; WESTERVELT, R. M. *Intermittent chaos and low-frequency noise in the driven damped pendulum*. Physical Review Letters, v. 54, n. 15, p. 1613–1616, 1985.
- [40] GALUZIO, P. P. *Início Intermitente da Turbulência*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.
- [41] JIANG, X. D. et al. *Intermittent chaos and subharmonics in current-mode controlled SEPIC converters*. 2008 3rd IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications, ICIEA 2008.
- [42] E. M. DE S. F. DE P.-. *Caos intermitente em circuitos eletrônico*. Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.
- [43] SANTOS, D. O. S. *Sincronização entre dois osciladores Van der Pol acoplados*. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002.
- [44] CHAURASIA, S. S.; SINHA, S. *Suppression of chaos through coupling to an external chaotic system*. Nonlinear Dynamics, v. 87, n. 1, p. 159–167, 2017.
- [45] MEDEIROS, E. S. *Fenomenologias no Espaço de Parâmetros de Osciladores Caóticos*. Tese de Doutorado, Universidade de São Paulo, SP, 2014.
- [46] DUCU, D. *Solutions for Radio Frequency Electromagnetic Interference in Amplifier Circuits Application Note*. p. 1–14, 2014.
- [47] KANTZ. H., SCHREIBER. T. *Nonlinear time series analysis*. Cambridge university press.vol.103, 2004.
- [48] RENE O. MEDRANO Et. Al. *Replicate Periodic Windows in the Parameter Space of Driven Oscillators*. Chaos Solitons and Fractals, vol 44, 2011.
- [49] ANA CAROLINA HORSTMANN. *Estudo da dinâmica do mapa padrão relativístico*. UDESC. Dissertação de Mestrado. 2014.
- [50] HANK ZUMBAHLEN. *Basic linear Design*. Disponível em: <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/design-handbooks/Basic-Linear-Design/Introduction.pdf>. Acessado em: 20 de jun. 2019.
- [51] ALBUQUERQUE, H. A.; RUBINGER, R. M.; RECH, P. C. *Theoretical and experimental time series analysis of an inductorless Chua's circuit*. Physics D, v. 233, p. 66-72, 2007.
- [52] C.D. MOTCHENBACHER, J.A. CONELLY. *Low-Noise Electronic System Desing*. Wiley-Interscience, 1993.
- [53] EMILY J. McDOWELL Et. Al. *A generalized noise variance analysis model and its application to the characterization of 1/f*. OPTICS EXPRESS. Vol. 15, 2007.
- [54] HOFF, A.; SILVA, D. T. S.; MANCHEIN, C.; ALBUQUERQUE, H. A. *Bifurcation structures and transient chaos in a four-dimensional Chua model*. Physics Letters A, v. 378, p. 171-177, 2014.

- [55] RECH, P. C.; ALBUQUERQUE, H. A. *A Hyperchaotic Chua System*. International Journal of Bifurcation and Chaos, v. 19, n. 11, p. 3823-3828, 2009.
- [56] PARLITZ, U. *Lyapunov Exponents from Chua's Circuit*. Jornal of Circuits, Systems, and Computers, v. 3, n. 2, p. 507-523, 1993.
- [57] MEDRANO-T, R. O.; ROCHA, R. *The Negative Side of Chua's Circuit Parameter Space: Stability Analysis, Period-Adding, Basin of Attraction Metamorphoses, and Experimental Investigation*. International Journal of Bifurcation and Chaos, v. 24, n. 9, p. 1430025-1–14350025-17, 2014.
- [58] PREBIANCA, F. *Estudo de um circuito de Chua com realimentação tipo seno*. Dissertação de Mestrado, Universidade do Estado de Santa Catarina, Joinville, 81 páginas, 2014.
- [59] CHUA, L. O.; WU, C. W.; HUANG, A.; ZHONG, G. Q. *A Universal Circuit for Studying and Generating Chaos-Part 1: Routes to Chaos*. IEEE Transactions on Circuits and Systems: Fundamental Theory and Applications, v. 40, n. 10, p. 732-744, 1993.
- [60] WOLF, A.; SWIFT, J. B.; SWINNEY, H. L.; VASTANO, J. A. *Determining Lyapunov Exponents from a Time Series*. Physical, North-Holland, Amsterdan, v. 13, n. 3, p. 285-317, 1985.
- [61] SPROTT, J. C. *Elegant chaos: algebraically simple chaotic flows*. World Scientific, 2010.
- [62] SELF, D. *Small Signal Audio Design*. Elsevier. Kidlington, Oxford, 2010.
- [63] M. SANO, Y. SAWADA, *Measurement of the lyapunov spectrum from a chaotic time series*, Phys. Rev. Lett, vol. 55, 1985.
- [64] FOLLMANN, R. *Sincronização de Fase em Sistemas Caóticos e sua Aplicabilidade ao Reconhecimento de Padrões*. Tese de Doutorado, Inpe, São José dos Campos, 2011.

Apêndice A

Aquisição de séries temporais

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time

*****
Obtem as series temporais para gerar o espaco de parametros.
Este programa cria varios arquivos txt, cada um com uma serie temporal
Para obter o espaco de parametros, use o programa espacoLyapunovTISEAN
apos obter as series com esta rotina

Parametros dados em tensao (V).
Conectar as variaveis dinamicas (x,y, z) do circuito na entrada AI0, AI1 e AI2 respectivamente
Parametro 'a' associado a saida analogica A00
Parametro 'b' associado a saida analogica A01
Saida USER1 definida como sinal para zerar cond. ini.

Cria tantos arquivos de texto quanto a resolucao forcecida pelo usuario, se a resolucao for 200x200,
serao criados 40 000 arquivos com series temporais. Os arquivos sao nomeados com os inteiros do loop
associado a cada parametro

exemplo:

serie1W0.txt 1 eh o valor amin + 1Xpasso d parametro a, 0 eh o valor bmin + 0Xpasso parametor b

*****
#inicio das configuracoes

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 20000

#intervalo de variação dos parametros (V)
amax = 1.0
amin = 0.0

bmax = 4.0
bmin = 0.0

#resolução da malha
resolucao = 200

#transiente apos zerar cond. ini. em segundos
transiente = 3.0
```

```

#fim das configuracoes

passoA = (amax - amin)/resolucao
passoB = (bmax - bmin)/resolucao

for k in range(resolucao):
    a = amin + k*passoA

    for j in range(resolucao):
        b = bmin + j*passoB

        saida = Task()
        pontos = int32()
        parametros = numpy.zeros((2,2), dtype=numpy.float64)

        parametros[0, :] = a
        parametros[1, :] = b

        # configuracao da saida analogica

        saida.CreateAOVoltageChan("Dev1/ao0, Dev1/ao1","", -10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
        saida.CfgSampClkTiming("",1000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,2)

        # escreve os valores nas saidas
        saida.WriteAnalogF64(2,0,1.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,parametros, pontos,None)

        # inicia a tarefa
        saida.StartTask()

#trasiente ado filtro de saida analogica
time.sleep(0.1)

digital = Task()
byte = numpy.uint32(1)

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateDOChan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#tempo necessario para fechar os contatos do rele
time.sleep(0.1)

digital = Task()
byte = numpy.uint32(0)

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateDOChan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

```

```
#trasiente apos condicoes iniciais
time.sleep(transiente)

leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3, numero_pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica
leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0,Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming("",60000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,3*numero_pontos)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(numero_pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,numero_pontos*3,byref(read),None)

print "serie %i (%f , %f )salva com sucesso!" %(k,a,b)

# abre e salva arquivo da serie temporal

f = open("serie%W%i.txt"%(k,j), "w")

for i in range(numero_pontos):
    f.write("%f %f \n"%(data[0][i],data[1][i]))
f.close()
```

Apêndice B

Processamento de dados experimentais via TISEAN

```

p4 = Popen(comando4, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
p5 = Popen(comando5, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
p6 = Popen(comando6, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
for t in xrange(timeout):
    sleep(1)
    verifica = (p1.poll() is not None) and (p2.poll() is not None) and (p3.poll() is not None) and (p4.poll() is not None)
    if verifica :
        stdout,stderr = p1.communicate()
        resultado1 = stdout
        stdout,stderr = p2.communicate()
        resultado2 = stdout
        stdout,stderr = p3.communicate()
        resultado3 = stdout
        stdout,stderr = p4.communicate()
        resultado4 = stdout
        stdout,stderr = p5.communicate()
        resultado5 = stdout
        stdout,stderr = p6.communicate()
        resultado6 = stdout

    return [resultado1,resultado2,resultado3,resultado4,resultado5,resultado6]

p1.kill()
p2.kill()
p3.kill()
p4.kill()
p5.kill()
p6.kill()
return ['','','','','','','','']

```



```

for k in range(resolucao):

    for j in range(resolucao/6):

        comando1 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j)'
        comando2 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j+(resolucao/6))'
        comando3 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j+2*(resolucao/6))'
        comando4 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j+3*(resolucao/6))'
        comando5 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j+4*(resolucao/6))'
        comando6 = 'lyap_spec "serie%iw%i.txt" -m1,4 -k400 -n20000 -d4%(k,j+5*(resolucao/6))'

        resultado = popen_timeout(comando1, comando2, comando3, comando4, comando5, comando6, 70)

        if(resultado[0] != ''):
            o = resultado[0].split()
            try:
                print "serie%iw%i lida expoentes de lyapunov: %f %f"%(k, j, float(o[1]), float(o[2]))
                dados[(k, j)] = float(o[1])
                dados2[(k, j)] = float(o[2])

            except:
                print "serie%iw%i nao converge"%(k,j)
                dados[(k, j)] = 0.0
                dados2[(k, j)] = 0.0

        else:
            print "serie%iw%i divergiu"%(k,j)
            dados[(k, j)] = -1.0
            dados2[(k, j)] = -1.0

        if(resultado[1] != ''):
            o = resultado[1].split()
            try:
                print "serie%iw%i lida expoentes de lyapunov: %f %f"%(k, j+(resolucao/6), float(o[1]), float(o[2]))
                dados[(k, j+(resolucao/6))] = float(o[1])
                dados2[(k, j+(resolucao/6))] = float(o[2])

            except:
                print "serie%iw%i nao converge"%(k, j+(resolucao/6))
                dados[(k, j+(resolucao/6))] = 0.0

```

```

dados2[(k, j+(resolucao/6))] = 0.0

else:
    print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+(resolucao/6)))
    dados[(k, j+(resolucao/6))] = -1.0
    dados2[(k, j+(resolucao/6))] = -1.0

if(resultado[2] != ''):
    o = resultado[2].split()
    try:
        print "serie%i%i lida expoentes de lyapunov: %f %f"%(k,(j+ 2*(resolucao/6)), float(o[1]), float(o[2]))
        dados[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] = float(o[1])
        dados2[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] = float(o[2])

    except:
        print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 2*(resolucao/6)))
        dados[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] = 0.0
        dados2[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] = 0.0

else:
    print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 2*(resolucao/6)))
    dados[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] =-1.0
    dados2[(k,(j+ 2*(resolucao/6)))] = -1.0

if(resultado[3] != ''):
    o = resultado[3].split()
    try:
        print "serie%i%i lida expoentes de lyapunov: %f %f"%(k,(j+ 3*(resolucao/6)),float(o[1]),float(o[2]))
        dados[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = float(o[1])
        dados2[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = float(o[2])

    except:
        print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 3*(resolucao/6)))
        dados[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = 0.0
        dados2[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = 0.0

else:
    print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 3*(resolucao/6)))
    dados[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = -1.0
    dados2[(k,(j+ 3*(resolucao/6)))] = -1.0

if(resultado[4] != ''):
    o = resultado[4].split()
    try:
        print "serie%i%i lida expoentes de lyapunov: %f %f"%(k,(j+ 4*(resolucao/6)), float(o[1]), float(o[2]))
        dados[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] = float(o[1])
        dados2[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] = float(o[2])

    except:
        print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 4*(resolucao/6)))
        dados[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] = 0.0
        dados2[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] = 0.0

else:
    print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 4*(resolucao/6)))
    dados[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] =-1.0
    dados2[(k,(j+ 4*(resolucao/6)))] = -1.0

if(resultado[5] != ''):
    o = resultado[5].split()
    try:
        print "serie%i%i lida expoente de lyapunov: %f %f"%(k,(j+ 5*(resolucao/6)), float(o[1]), float(o[2]))
        dados[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = float(o[1])
        dados2[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = float(o[2])

    except:
        print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 5*(resolucao/6)))
        dados[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = 0.0
        dados2[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = 0.0

else:
    print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 5*(resolucao/6)))
    dados[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = -1.0
    dados2[(k,(j+ 5*(resolucao/6)))] = -1.0

```

```
for q in range(resolucao):
    a = amin + q*passoA

    for e in range(resolucao):
        b = bmin + e*passoB

        f.write("%f %f %f %f \n"%(a,b/4,dados[(q,e)],dados2[(q,e)]))

    f.write("\n")

f.close()
```

Apêndice C

Aquisição do espaço de diagramas de bifurcação experimental

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time
import subprocess

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 20000

#intervalo dos parametros a serem varridos
amax = 1.0
amin = 0.0

b = 1.6

#resolucao do espaco de parametros
resolucao = 200

def calcula_extremo(comando):
    extremo = []

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")

    dimensao = len(a) - 1

    for i in range(dimensao):
        b = a[i].split()
        extremo.append(float(b[0]))

    comando = comando + ' -zminima'

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")

    dimensao = len(a) - 1

    for i in range(dimensao):
        b = a[i].split()
        extremo.append(float(b[0]))

    data = numpy.zeros(len(extremo))

    for i in range(len(extremo)):
        data[i] = extremo[i]

    return data
```

```
,,  
*****  
IMPORTANTE!!!!  
A SAIDA ANALOGICA AO ESTA RELACIONADA AO PARAMETRO A, e a SAIDA A1  
COM O PARARAMETRO B  
*****  
,,  
  
,,  
  
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$  
Primeiro passo: define os parametros do sistema, isto eh  
coloca a tensao referente aos canais corretos dos parametros a serem  
varridos!!  
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$  
,,  
  
passoA = (amax - amin)/resolucao  
  
bf = open("bf0.0.txt", "w")  
for k in range(resolucao):  
    a = amin + k*passoA  
  
  
    saida = Task()  
    pontos = int32()  
    parametros = numpy.zeros((2,2), dtype=numpy.float64)  
  
    parametros[0, :] = a  
    parametros[1, :] = b  
  
    # configuracao da saida analogica  
  
    saida.CreateAOVoltageChan("Dev1/ao0, Dev1/ao1","", -10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)  
    saida.CfgSampClkTiming("",1000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,2)  
  
    # escreve os valores nas saidas  
    saida.WriteAnalogF64(2,0,1.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,parametros, pontos,None)  
  
    # inicia a tarefa  
    saida.StartTask()  
  
    #trasiente  
    time.sleep(0.5)  
  
  
    digital = Task()  
    byte = numpy.uint32(1)  
  
    # Configuracao do canal digital p0  
  
    digital.CreateDOChan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)  
  
    # Inicia a tarefa  
    digital.StartTask()  
  
    # Liga ou desliga o pino digital  
    digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)  
  
    #trasiente  
    time.sleep(0.05)  
  
    digital = Task()  
    byte = numpy.uint32(0)
```

```

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateDOChan("Dev1/port0/line0:0","","DAQmx_Val_ChanForAllLines")

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#trasiente
time.sleep(0.25)

leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3, numero_pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0,Dev1/ai1, Dev1/ai2","","DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None")
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,3*numero_pontos)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(numero_pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,numero_pontos*3,byref(read),None)

print "diagrama de bifurcacacao %.2f porcento pronto" %(100*float(k)/float(resolucao))

# abre e salva arquivo da serie temporal

f = open("serie.txt", "w")

for i in range(numero_pontos):
    f.write("%f \n"%(data[0][i]))
f.close()

comando = 'extrema "serie.txt" -z'

data = calcula_extremo(comando)

for i in range(len(data)):
    bf.write("%f %f \n"%(a, data[i]))


bf.close()

```

Apêndice D

Leitura e visualização de atrator experimental

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import pylab
import matplotlib.pyplot as grafico
from mpl_toolkits.mplot3d.axes3d import Axes3D

pontos = 150000
leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3,pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0, Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,pontos*3)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(pontos,20.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,pontos*3,byref(read),None)

print "feito %d pontos"%read.value

f = open("serielida.txt", "w")

for i in range(pontos):
    f.write("%f %f \n"%(data[0][i],data[1][i]))
f.close()

figure = grafico.figure()
axes = Axes3D(figure)
axes.plot3D(data[0], data[1])
grafico.xlabel('X')
grafico.ylabel('Y')
grafico.title('Atrator Sprott')
figure.add_axes(axes)
grafico.show()
```

Apêndice E

Define parâmetros experimentais(saída analógica)

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math

saidap = Task()
pontos = int32()
data = numpy.zeros((2,2), dtype=numpy.float64)

# alfa aa0
data[0, :] = 1.5
# beta a1
data[1, :] = 0.01

# configuracao da saida analogica

saidap.CreateAOVoltageChan("Dev1/ao0, Dev1/ao1","", -10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
saidap.CfgSampClkTiming("",1000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,2)

# escreve os valores nas saidas
saidap.WriteAnalogF64(2,0,1.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data, pontos,None)

# inicia a tarefa
saidap.StartTask()

# espera ate que todos os dados sejam escritos
saidap.WaitUntilTaskDone(1.0)

print "feito %d pontos escritos"%pontos.value
```