

Sistemas dinâmicos são modelos matemáticos usados para inferir o comportamento de fenômenos naturais diversos. Composto em grande medida por sistemas de equações diferenciais, tais modelos permitem o estudo correlato à diversas áreas científicas/tecnológicas: economia, biologia, geografia, matemática, medicina, etc. Este trabalho apresenta uma metodologia para estudo de tais sistemas sob a perspectiva experimental, mediante o uso de circuitos eletrônicos que simulam o modelo em questão. São apresentadas soluções práticas para a obtenção de espaços de parâmetros experimentais em um circuito eletrônico análogo ao sistema de interesse. Discute-se, também, o método para construção e caracterização de tais circuitos. Erros associados ao processo de estimativa do espectro de expoentes de Lyapunov, perturbações indesejáveis e incertezas associadas a medida experimental concluem este trabalho.

Orientador: Holokx Abreu Albuquerque

JOINVILLE, 2017

Ano
2017

DAVID W. C. MARCÔNDES | CONTROLE DE PARÂMETROS VIA TENSÃO
CONTÍNUA: UMA APLICAÇÃO EM DINÂMICA NÃO LINEAR



UDESC

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA – UDESC
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS – CCT
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

**CONTROLE DE PARÂMETROS VIA
TENSÃO CONTÍNUA: UMA
APLICAÇÃO EM DINÂMICA NÃO
LINEAR**

DAVID WILLIAM CORDEIRO MARCÔNDES

JOINVILLE, 2017

UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**CONTROLE DE PARÂMETROS VIA TENSÃO
CONTÍNUA: UMA APLICAÇÃO EM DINÂMICA
NÃO LINEAR**

DAVID WILLIAM CORDEIRO MARCÔNDES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade do Estado de Santa Catarina, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Física, área de concentração: Física

Orientador: Prof. Dr. Holokx Abreu Albuquerque

Joinville – SC

Junho/2017

Ficha catalográfica elaborada pelo(a) autor(a), com
auxílio do programa de geração automática da
Biblioteca Setorial do CCT/UDESC

William Cordeiro Marcôndes, David
controle de parâmetros via tensão contínua: uma
aplicação em dinâmica não linear / David William
Cordeiro Marcôndes. - Joinville , 2017.
205 p.

Orientador: Holokx Abreu Albuquerque
Dissertação (Mestrado) - Universidade do Estado de
Santa Catarina, Centro de Ciências Tecnológicas,
Programa de Pós-Graduação em Física, Joinville, 2017.

1. Caos experimental. 2. Circuitos não lineares.
3. Espaço de parâmetros experimental. I. Abreu
Albuquerque, Holokx. II. Universidade do Estado de
Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação. III.
Título.

**Controle de Parâmetros via Tensão Contínua: Uma Aplicação em Dinâmica
Não-Linear**

por

David William Cordeiro Marcôndes

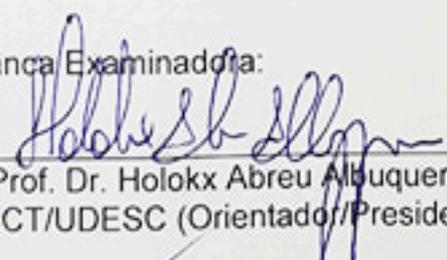
Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de

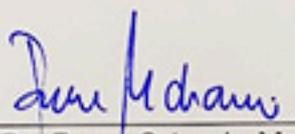
MESTRE EM FÍSICA

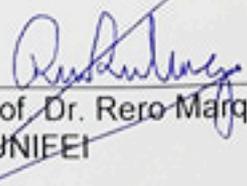
Área de concentração em "Física"
e aprovada em sua forma final pelo

**CURSO DE MESTRADO ACADÊMICO EM FÍSICA
CENTRO DE CIÊNCIAS TECNOLÓGICAS DA
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA.**

Banca Examinadora:


Prof. Dr. Holokx Abreu Albuquerque
CCT/UDESC (Orientador/Presidente)


Prof. Dr. Rene Orlando Medrano
Torricos - UNIFESP


Prof. Dr. Rero Marques Rubinger
UNIEE1

Joinville, SC, 28 de julho de 2017.

AGRADECIMENTOS

- Ao meu pai, Davi Marcondes, pela ajuda durante as primeiras fases do curso. Especialmente por se dispor a levantar muito cedo e fornecer carona quase todos os dias.
- A minha namorada Adriana, por fazer a janta e lavar a louça nos dias em que estava estudando ou muito ocupado com a pesquisa.
- Ao meu orientador Holokx pelo companheirismo, compreensão, paciência e conselhos.
- Aos meu colegas de laboratório Guilherme e Bruna, pelas diversas vezes que quebraram aquele galho com o trabalho experimental.
- Ao Flávio pelas diversas anotações deixadas no laboratório, que ajudaram imensamente a construir o circuito Regulador de Watt e Chua.
- Aos meus colegas da pós em física, pelos trabalhos e provas antigas compartilhados durante os semestres, fundamental para a minha aprovação nas disciplinas obrigatórias.
- A Ana Luiza, pelas conversas, desabafos e giff's engraçados.
- A Internet, por disponibilizar gratuitamente boa parte das soluções para meus problemas na pesquisa e na vida.

Quem pensa grande também erra grande.

Martin Heidegger

RESUMO

Sistemas dinâmicos são modelos matemáticos úteis para inferir o comportamento de fenômenos naturais diversos. Composto em grande medida por sistemas de equações diferenciais, tais modelos permitem o estudo correlato à diversas áreas científicas/tecnológicas: economia, biologia, geografia, matemática, medicina, etc. Este trabalho apresenta uma metodologia para estudo de tais sistemas sob a perspectiva experimental, mediante o uso de circuitos eletrônicos que simulam o modelo em questão. São apresentadas soluções práticas para a obtenção de espaços de parâmetros experimentais em um circuito eletrônico análogo ao sistema de interesse. Discute-se, também, o método para construção e caracterização de tais circuitos. Erros associados ao processo de estimativa do espectro de expoentes de Lyapunov, perturbações indesejáveis e incertezas associadas a medida experimental concluem este trabalho.

Palavras-chave: Caos experimental, Circuitos não lineares, Espaço de parâmetros experimental

ABSTRACT

Dynamical systems are mathematical models used to infer the behavior of diverse natural phenomena. Composed by systems of differential equations, such models allow the study to be correlated to several scientific/technological areas: economics, biology, geography, mathematics, medicine, etc. This work presents a methodology for the study of such systems under the experimental perspective, through the use of electronic circuits that simulate the models. Practical solutions are presented to obtain experimental spaces parameter in an electronic circuit similar to the system of interest. The method for constructing and characterizing such circuits is also discussed. Errors associated with the estimation process of the Lyapunov exponents spectrum, undesirable perturbations and uncertainties associated with the experimental measurement conclude this work.

Keywords: Experimental Chaos, Nonlinear Circuits, Experimental Space Parameter

Lista de Figuras

2.1	Circuito interno de um AMPOP	33
2.2	Computador analógico para o modelo de Lorenz	35
3.1	Mecanismo do Regulador de Watt [23].	39
3.2	Gráfico da função $f(z)$ usada no sistema SC.	42
3.3	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P1_+$	44
3.4	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P1_-$	44
3.5	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P2_+$	45
3.6	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P2_-$	45
3.7	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P3_+$	46
3.8	Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P3_-$	46
3.9	Circuito de Chua [26].	48
3.10	Curva IV do diodo de Chua [26].	48
3.11	Pontos(em amarelo) de intersecção da reta de carga com a curva linear por partes $I(V)$ [28].	49
4.1	Atrator caótico para o RW obtido via integração numérica (a) projeção XY (b) projeção XZ.	53
4.2	Computador analógico para o RW	55
4.3	Construção do computador analógico para o RW. (a) Bancada de equipamentos de medida. (b) Placa de circuito impresso do RW.	59
4.4	Atrator experimental para o RW.	59
4.5	Espaços de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov para o RW. (a) Numérico. (b) Experimental.	60

4.6	Grade de atratores experimentais para o RW. A projeção é feita com as variáveis dinâmicas XY	61
4.7	Atrator periódico para o RW com $\alpha = 1.05, \epsilon = 0.95, \beta = 0.80$ (a) Numérico. (b) Experimental.	62
4.8	Atrator numérico para o RW quadridimensional. A projeção é feita com as variáveis dinâmicas XY	64
4.9	Computador analógico para o RW quadridimensional. (a) Circuito esquemático. (b) Simulação no MULTISIM com $\alpha = 0.90, \beta = 0.80, \epsilon = 0.90$	64
4.10	Computador analógico para o sistema SC.	66
4.11	Construção do computador analógico para o sistema Sprott-Chua em uma protoboard.	70
4.12	Espaço de parâmetros para o maior expoente de Lyapunov do sistema SC. (a) Numérico. (b) Experimental com filtro analógico	70
4.13	Grade de atratores experimentais do sistema SC.	71
4.14	Resultados experimentais para o Sistema Sprott-Chua com filtro analógico. (a) Corte do espaço de parâmetros. (b) diagrama de bifurcação	72
4.15	Resultados para o Sistema SC. (a) Espaço de parâmetros numérico. (b) Espaço de períodos (<i>isospike</i>) experimental com filtro . . .	73
4.16	Resultados experimentais para o Sistema SC sem filtro analógico. (a) Diagrama de bifurcação. (b) Corte do espaço de parâmetros.	74
4.17	Circuito de Chua via computação analógica proposto por Medrano Et. Al. [22]	74
4.18	Circuito de Chua via computação analógica proposto neste trabalho.	76
4.19	Atrator duplo rolo experimental para o circuito de Chua via computação analógica.	79
4.20	Resultados experimentais para o circuito de Chua com filtro analógico. (a) Espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov. (b) diagrama de bifurcação correspondente a reta em ciano.	79
4.21	Construção do circuito de Chua via integrador analógico. Em vermelho destacado, substituição dos LED's por diodos Zener.	80
4.22	Diagramas de bifurcações experimentais para o circuito de Chua.	80
4.23	Espaço de períodos experimental para o circuito de Chua. . . .	81
4.24	Espaço de parâmetros experimental com o maior expoente de Lyapunov, para o circuito de Chua($\beta = 10.00$). A reta em ciano e azul indicam os diagramas de bifurcação da Figura 4.22 (a) e (b), respectivamente.	81

4.25	Aspecto físico e curva característica do opto acoplador <i>H11F3</i> [34].	83
4.26	Circuito proposto para controle de resistência via tensão contínua. Cada caixa tracejada em azul representa um <i>H11F3</i> , a em vermelho a fonte de corrente constante.	84
4.27	Fonte de corrente de precisão.	85
4.28	(a) Aspecto físico de um LDR (também conhecido popularmente como fotocélula). (b) Curva característica de um LDR [35]	86
4.29	(a) Opto acoplador "caseiro" usando-se LDR's (b) Invólucro para o conjunto LDR's+LED	87
4.30	Construção do resistor controlado por tensão.	87
4.31	Curva experimental para o resistor controlado por tensão, obtida manualmente ajustando-se um potenciômetro de volta simples. Notar a tendencia linear do comportamento.	88
4.32	Terceira configuração de potenciômetro digital controlado por tensão contínua: A caixa em vermelho indica o conjunto isolado LED+LDR.	89
4.33	Construção do potenciômetro digital: (a) vista dos componentes. (b) Lado do invólucro com o opto acoplador caseiro e o resistor de ajuste de corrente de escala.	90
4.34	Circuito de Chua canônico. Os AMPOP's escolhidos são da Linha <i>TL084</i>	90
4.35	Construção do circuito de Chua canônico em uma placa de fenolite. O canto direito da foto indica o trecho responsável pelo controle de condições iniciais.	91
4.36	Diagrama de bifurcações experimental para o circuito de Chua canônico.	91
5.1	Circuito para multiplicar a amplitude de um sinal senoidal(fonte V_1) por uma constante $-\frac{R_f}{R_i}$	93
5.2	Resposta da amplitude versus frequência para um AMPOP real.	94
5.3	Configurações com AMPOP's	98
5.4	Atrator numérico para o circuito de Chua	99
5.5	<i>Bouncing</i> em uma chave mecânica: a mudança de estado da chave (setas em vermelho) de ligado para desligado contém uma região de aspecto ruidoso [36].	102
5.6	Integrador analógico com sistema de zeramento nas condições iniciais. A chave eletromecânica <i>X1</i> comuta os terminais do capacitor quando aplicada um corrente em sua respectiva bobina.	103

5.7	Circuito que intermeia o controle de condições iniciais, o transistor $Q1$ comuta todos os três relés ($X1, X2, X3$) ao mesmo tempo.	104
5.8	Reed relay: (a) representação interna. (b) aspecto físico [37]. .	105
5.9	Resposta em velocidade de chaveamento típica de um reed relay. O Sinal em amarelo indica a transição de estado do relé, quando o sinal em azul ativa sua bobina.	105
5.10	Sistema de controle de condições iniciais para escolha de um valor arbitrário.	106
5.11	CD4066, conjunto de 4 chaves de estado sólido CMOS em um invólucro DIL [38].	107
5.12	Ferrite <i>beads</i> : (a) Encontrados internamente em dispositivos digitais. (b) Externamente em um fonte de carregador para notebook [42].	108
5.13	Diagrama esquemático dos filtros analógicos usados neste trabalho.	109
5.14	Resposta em frequência para o filtro analógico de entrada com $Rf1 = Rf2 = 100k\Omega$ e $C7 = 470nF$, resultados foram obtidos com uma simulação via software LTSpice.	110
5.15	Resposta em frequência para o filtro analógico de saída com $L1 = L2 = L3 = 0.5mH$ e $C4 = C6 = C8 = 1nF$, resultados foram obtidos com uma simulação via software LTSpice. . . .	112
5.16	Configuração do aparato experimental. (Figura adaptada de [33])	113
5.17	Abordagens utilizadas para confecção dos circuitos. Da esquerda para direita: protoboard, matriz ilhada, placa de fenolite [43].	114
5.18	Fluxograma da rotina de aquisição de séries para o espaço de parâmetros. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.	117
5.19	Fluxograma da rotina de processamento das séries temporais para obtenção espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.	118
5.20	Fluxograma da rotina para obtenção do espaço de períodos experimental. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.	119
5.21	Fluxograma da rotina para obtenção do diagrama de bifurcações experimental. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.	121

5.22	Chamada do programa SPECTRUM do pacote TISEAN em plataforma WINDONS. Na PROMPT DE COMANDO basta digitar "spectrum"(caixa em vermelho) seguido do arquivo de dados entre aspas e argumentos do programa - não contidos na figura.	122
5.23	Inspeção visual do atrator reconstruído de série numérica (RW) para estimativa do espectro de Lyapunov. (a) Bom. (b) Ruim.	124
5.24	Inspeção visual do trator reconstruído de série numérica (RW) para estimativa do espectro de Lyapunov. (a) Bom. (b) Ruim.	124
5.25	Espectro de Lyapunov para uma série periódica experimental (SC) com $d = 50$: (a) $k = 10$. (b) $k = 15$	125
5.26	Espectro de Lyapunov para uma série periódica experimental (SC) para $d = 5$	125
5.27	Interface do programa para simulação de circuitos MULTISIM.	128
5.28	Interface do programa para simulação de circuitos LTSpice. . .	129
5.29	Atrator caótico para o circuito de Chua quadridimensional simulado no LTSpice.	129
5.30	Interface do programa para simulação de circuitos Proteus. . .	130
5.31	Interface de edição e criação de PCB's do Proteus.	130
6.1	Comportamento da reatância capacitiva (X_c) com a frequência (f).	135
6.2	Reatância capacitiva versus frequência (b) para o modelo mais realista de um capacitor (a) [48].	136
6.3	Efeito de absorção do dielétrico (AB)[48].	136
6.4	Configuração com AMPOP sujeita a erros devido ao CDT em resistores [48].	139
6.5	Resistor de filme metálico de $1/4W$ [49].	139
6.6	Aspecto de um <i>resistor network</i> . Vários resistores de filme de carbono em um único substrato [50].	140
6.7	Diodo de Chua "canônico" (a). Curva IV do diodo de Chua (b) [26].	141
6.8	Diodo de Chua usando abordagem de tensão contínua e LED's.	142
6.9	Curva IV de um diodo típico (Vermelho). Aproximação linear por partes da curva (Verde).	143
6.10	Dependência da tensão de condução direta V_f de um diodo de GaInN (LED azul) com a temperatura [52].	145
6.11	Coefficiente de deriva térmica da tensão de condução direta de um diodo zener com a tensão V_f [53].	146

6.12	Curva IV experimental do diodo de Chua usando LED's para parâmetros usados no Circuito de Chua (a). Com $R1 = 2.2k\Omega$ para evidenciar os pontos de quebra de linearidade (b).	146
6.13	Diodo de Chua de precisão via tensão contínua. A caixa em vermelho representa o seguidor de tensão. Em amarelo, o diodo de Chua original. Em verde, o conversor de corrente-tensão.	147
6.14	Diodo de Chua de altíssima precisão via tensão contínua. A caixa em verde representa a configuração semelhante a proposta por Medrano, com o chaveamento do resistor $R3$ realizado pelo integrado $CD4066$. Em amarelo, um comparador de janela substitui os V_f 's dos LED's. Em vermelho um conjunto de fonte de tensão contínua de precisão define os pontos de quebra de linearidade.	148
6.15	Integrador analógico com AMPOP ideal. (Figura adaptada de [54]).	149
6.16	Desvios de <i>offset</i> em um integrador analógico com AMPOP real. (Figura adaptada de [54]).	150
6.17	Ganho de malha aberta versus frequência em um AMPOP real [55].	152
6.18	Circuito para determinação da tensão equivalente de ruído térmico em termos da potência disponível em ruído [41].	160
6.19	Densidade espectral de ruído rosa e branco indicada no <i>datasheet</i> do $TL071$ [19].	162
6.20	Circuito de uma fonte chaveada, presente em um carregador de notebook e muitos outros aparelhos eletrônicos [57].	163
6.21	Circuito interno do conversor analógico digital (ADC) $MCP3204$ [58].	164
6.22	Acoplamento EMI indutivo [39].	164
6.23	Acoplamento EMI (a) capacitivo. (b) magnético [39].	165
6.24	Circuito receptor rádio de galena.	166
6.25	Histograma com os desvios quadráticos (<i>offset</i>) provocados no circuito SC sujeito a ruído EMI	167
6.26	Espectros frequência comparativos de séries temporais sujeita a EMI (verde), com filtro analógico(ciano), e limpa com o NR_LAZY (roxo).	168
6.27	RED PITAYA, sintetizador de funções DDS [59].	169
6.28	Configuração típica de uma célula de Gilbert [60].	170
6.29	Onda triangular (a). Espectro de frequência típico usado para medir THD (b) [61].	171
6.30	Configuração típica de um par diferencial usado em multiplicadores analógicos [62].	171

6.31	Resposta típica de um multiplicador analógico (<i>MT079</i>) [62].	172
6.32	Erro de linearidade em multiplicador analógico[62].	173
6.33	Espectro de Lyapunov para uma série temporal experimental (laser NMR) em função das <i>flags k</i> e <i>m</i> [40].	174
6.34	Incerteza associada ao espectro de Lyapunov para a série tem- poral de um laser NMR [40].	174
6.35	Diagrama em blocos do isopicômetro.	178
6.36	Circuito final do isopicômetro.	179
6.37	Representação de uma série temporal (A) limpa e (B) ruidosa.	182
6.38	<i>Offset</i> ξ observado na saída da derivada experimental. Note que o valor oscila, porém mantém se mantém com uma ampli- tude confinada máxima de aproximadamente $4mV$	182
6.39	ARDUINO MEGA (a). Display de LCD 16X2 I2C para ARDUINO (b) [63].	184
6.40	Interface de programação do ARDUINO.	185

Sumário

1	INTRODUÇÃO	24
2	METODOLOGIA	28
2.1	Conceito de sistema dinâmico e estudo numérico	28
2.2	Estudo via Computação analógica	31
3	OBJETOS DE INVESTIGAÇÃO	38
3.1	Regulador de Watt	38
3.2	Sistema Sprott-Chua	40
3.3	Circuito de Chua	47
4	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS	52
4.1	Regulador de Watt	52
4.1.1	Regulador de Watt quadridimensional	62
4.2	Sistema Sprott-Chua	64
4.3	Circuito de Chua	73
4.3.1	Proposta de um novo potenciômetro digital	82
5	MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS	92
5.1	Computadores analógicos e método para <i>design</i> de circuitos	92
5.2	Controle de condições iniciais	100
5.3	Filtro analógico de ruído	106
5.4	Aquisição e tratamento de dados experimentais	111
5.4.1	Configuração experimental e equipamentos utilizados	111
5.4.2	Pacote TISEAN	121
5.4.3	Softwares de simulação e design	127
6	ANÁLISE DE ERROS	132
6.1	Erros sistemáticos	133
6.1.1	Erros sistemáticos em capacitores	134

6.1.2	Erros sistemáticos em resistores	138
6.1.3	Erros sistemáticos no diodo de Chua usando LED's . . .	141
6.1.4	Erros sistemáticos em integradores analógicos	147
6.1.5	Componentes utilizados	153
6.2	Ruído	153
6.2.1	Ruído branco	158
6.3	Não linearidades indesejáveis	168
6.4	Erros associados ao espectro de Lyapunov e período experi- mental	173
6.4.1	Espectro de expoentes de Lyapunov	173
6.4.2	Período (isospike)	175
7	CONCLUSÃO	186
A	Aquisição de séries temporais	194
B	Processamento de dados experimentais via TISEAN	198
C	Aquisição do espaço de períodos experimental	202
D	Aquisição do espaço de diagramas de bifurcação experi- mental	206
E	Leitura e visualização de atrator experimental	210
F	Define parâmetros experimentais(saída analógica)	212
G	Calibração da rotina de espaço de períodos	214

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O paradigma do comportamento imprevisível e irregular em sistemas determinísticos influenciou muitas áreas da ciência. Observado pela primeira vez por Edward Lorenz em 1963 [1], ao integrar numericamente um sistema de equações diferenciais ordinárias, a evolução temporal de aparência algo entre o aleatório e ordenado recebeu posteriormente nome de caos. Muitos estudos afloraram no meio acadêmico desde então, motivados pelas complexas e ricas estruturas matemáticas contidas mesmo em sistemas demasiado simples.

Atualmente conhece-se as condições que levam a sistemas apresentar comportamento caótico, distingui-se a relação entre caos/ordem quantitativamente e ainda diversas ferramentas de análise foram desenvolvidas especialmente para o estudo destes sistemas [2]. Modelos matemáticos quando aplicados a diversas áreas como, biologia[3][4], economia[5], ciências sociais[6], etc, mostraram nas últimas décadas que o caos é um comportamento comum da natureza.

Do ponto de vista matemático, a imprevisibilidade a longo prazo da evolução de sistemas caóticos é intrigante pois surge num contexto onde o estado presente é completa e univocamente determinado pelo estado em um instante anterior [2]. Se em um processo totalmente estocástico o futuro se mostra imprevisível pelo fato de não existir conhecimento *a priori* da relação entre estados próximos, como é possível irregularidade quando se conhece com exatidão o futuro no instante posterior dado conhecimento do estado presente?

Outras propriedades interessantes de sistemas caóticos tem sido extensivamente estudadas devido sua aplicabilidade tecnológica: o controle e sincronização de sistemas caóticos. Quando dois osciladores harmônicos são acoplados por alguma forma linear, as frequências naturais de cada um não mudam e pode ocorrer o fenômeno chamado de batimento: a energia entre

os osciladores varia harmonicamente, fazendo com que a amplitude de um aumente na mesma taxa com que o outro diminui, de modo bastante regular.

Em 1665 Huygens descobriu que dois relógios de pêndulo unidos rigidamente por algum suporte tendem a sincronizar-se, após um tempo suficientemente longo os ângulos que definem as posições dos pêndulos ϕ_1, ϕ_2 dos relógios satisfazem $\phi_1(t) = \phi_2(t) \forall t$ [7]. Atualmente sabe-se que a presença de não linearidades em pêndulos físicos é a causa para este fenômeno de sincronização. Destarte, diversos sistemas caóticos, devido a presença de não linearidades por definição, mostraram o fenômeno de sincronização caótica[8] quando acoplados. Este conhecimento tornou possível o desenvolvimento de diversas aplicações tecnológicas, incluindo comunicação segura e criptografia a até mesmo explicar o comportamento biológico de seres vivos em grandes grupos[9].

Se a imprevisibilidade da evolução de um sistema caótico prejudica o funcionamento de equipamentos modernos tal como o laser[10], Otto, Grebogi e Yorke apresentaram em 1990 uma metodologia para controle de caos que ficou conhecida como método OGY [11]. Aplicando pequenas perturbações em sistemas caóticos é possível suprimir a característica desordenada da evolução temporal para uma forma ordenada escolhida previamente. Este método possui grande aplicabilidade tecnológica visto que a maioria dos sistemas modernos possuem comportamento caótico que é deveras indesejado.

Uma das dificuldades do estudo experimental de sistemas caóticos consiste em um método preciso para controle de parâmetros que, variados de forma automatizada, permitam o uso das ferramentas de sistemas dinâmicos aplicadas aos dados (séries temporais)[12]. É exatamente neste sentido que esta dissertação versa, propondo uma metodologia para controle de parâmetros experimentalmente. Para tanto, rotinas automatizadas para aquisição e processamento de dados, circuitos auxiliares para controle de parâmetros e aplicação destes a sistemas variados servem de base para uma discussão e análise dos resultados da metodologia aqui proposta.

A primeira parte desta dissertação apresenta um breve resumo sobre sistemas dinâmicos e o paradigma quanto a abordagem metodológica de estudo("METODOLOGIA"). Na seção seguinte foram escolhidos 3 sistemas caóticos ("OBJETOS DE INVESTIGAÇÃO") aos quais os circuitos respectivos foram projetados, construídos e caracterizados analiticamente. Em "COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS" os resultados obtidos ao se aplicar a metodologia de estudo experimental são comparados com a expectativa numérica destes sistemas.

Na segunda parte, os equipamentos utilizados, métodos para aferir grandezas experimentais, descrição das rotinas de aquisição e processamento de dados, bem como controle dos parâmetros, são encontradas no capítulo "MA-

TERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS”. Os erros sistemáticos devido a desvios dos componentes reais em relação à idealidade assumida durante o projeto dos circuitos, a influência das perturbações externas indesejáveis e seus resultados são discutidos no capítulo ”ANÁLISE DE ERROS”. Por fim, uma conclusão geral sobre o trabalho é apresentada no capítulo ”CONCLUSÃO”.

Além dos circuitos projetados especificamente para estudos dos sistemas caóticos escolhidos, esta dissertação propõe um circuito que permite o controle de resistências via tensão contínua(**”Proposta de um novo potenciômetro digital”**), aumentando a possibilidade de estudos em sistemas onde os parâmetros não podem ser alterados com facilidade, de forma automatizada. É proposta uma versão econômica para estudo de caos no Regulador de Watt, além do circuito já projetado e analisado na mesma seção. Um computador analógico para cálculo de período(isospike) experimental é desenvolvido na subseção **”Erros associados ao espectro de Lyapunov e período experimental”** que tem como objetivo ser um aparelho portátil tal como um multímetro, capaz de aferir período de um sistema caótico em estudo bastando introduzir pontas de prova sobre uma variável dinâmica do circuito.

Capítulo 2

METODOLOGIA

Este capítulo expõe um brevíssimo resumo de sistemas dinâmicos e suas ferramentas de análise. A motivação principal do estudo numérico é comentada junto com outras formas de análise da dinâmica de um sistema não linear. A seguir é apresentado o paradigma entre computação analógica e digital, as vantagens e desvantagens em cada abordagem, e os principais problemas associados a cada metodologia. O capítulo se encerra com a proposta de controle de parâmetros via tensão contínua, uma tentativa para solucionar um dos muitos problemas no estudo de caos experimental.

2.1 Conceito de sistema dinâmico e estudo numérico

Em ciência, o estudo de um fenômeno é marcado pela previsão de estados futuros ou ainda re-descoberta do passado, com o que se dispõe no presente. Para tanto, formula-se leis naturais que com o auxílio de alguns dados do presente permitem estimar uma configuração futura. Ao observar-se o pôr do sol no final da tarde, é possível prever o horário em que o crepúsculo ocorrerá novamente estabelecendo uma lei de que *o sol nascerá amanhã no mesmo horário*, em conjunção com o conhecimento do estado presente *hoje o sol se pôs às 18h* [13]. Da mesma forma, leis estabelecidas no âmbito das ciências econômicas ajudam a prever o mercado financeiro, na biologia a população de uma determinada espécie, e etc... Na física, de forma ainda mais proeminente devido ao seu objeto de estudo, os exemplos de previsão vão desde a temperatura de um copo de café quente em ambiente aberto até mesmo o próprio tempo que o universo e todas as coisas deixarão de existir.

A ferramenta poderosa, em ciência, por detrás da previsão de estados futuros e passados toma a forma de uma equação diferencial. A forma destas

equações restringe e ordena o fenômeno em estudo. Suas soluções descrevem o passado e futuro, com o conhecimento do estado presente. Por conta deste motivo o estudo de equações diferenciais não encontra importância somente por uma mera questão de beleza matemática, mas sim pelo fato de avançar o conhecimento do homem sobre o cosmos.

Um sistema dinâmico determinístico é definido como uma lei de evolução temporal onde o estado futuro é completamente determinado pelo estado no instante anterior. Quando as grandezas envolvidas na lei de evolução temporal são contínuas no tempo, esta lei assume a forma de um sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO's), e é conhecido como **fluxo** na literatura [2]. Um caso particular de sistemas dinâmicos descritos por fluxos consiste naquele em que as grandezas assumem valores discretos, ou ainda o tempo ao qual se evolui a lei também é. Neste caso, chama-se tal sistema de **mapa**.

Quando um fluxo satisfaz três condições: 1° contém pelo menos 3 variáveis independentes que evoluem no tempo, 2° as EDO's correspondentes apresentam pelo menos uma não-linearidade e 3° condições iniciais muito próximas divergem exponencialmente no tempo, diz-se que o sistema é caótico [2]. O que é mais surpreendente no caos consiste em sua origem: surge em sistemas determinísticos cujo o estado futuro é **sempre** univocamente determinado pelo instante anterior. Ainda assim, um fluxo caótico é totalmente imprevisível a longo prazo, uma vez que pequenos erros associados ao conhecimento do estado presente levam a comportamentos futuros totalmente distintos. Caos é uma propriedade comum em fenômenos naturais, visto a tendência da natureza em comportamentos não lineares e multidimensionais - no sentido que uma grandeza está relacionada a muitas outras.

Dado um fluxo na forma $\dot{\mathbf{x}}_n = \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)$ com $n = 1, 2, 3, \dots$ o número de variáveis dinâmicas independentes (dimensão do sistema), existem 3 maneiras de estudar o comportamento deste fluxo: 1° Em casos muito raros, é possível encontrar as soluções $\mathbf{x}_n(t)$ analiticamente, isto é, aplicando alguma metodologia matemática para resolução de EDO's, obtendo-se as suas soluções. 2° Pode-se efetuar um estudo qualitativo, observando o comportamento assintótico das soluções aproximadas do fluxo. 3° No estudo numérico, um computador integra as EDO's do sistema e obtém as séries temporais de $\mathbf{x}_n(t)$ para um determinado tempo de integração, mesmo em sistemas cuja a solução analítica seja matematicamente impossível [9].

Se em um fluxo ocorrer a condição $\nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) < 0$, o sistema é dito dissipativo e se $\nabla \cdot \mathbf{f}(\mathbf{x}_n) = 0$ é dito conservativo. Em sistemas dissipativos, um volume de condições iniciais no espaço de estados (aquele formado pelos $\mathbf{x}_n(t)$) contrai a medida que o sistema evolui. Neste tipo de sistema surge no espaço de estados uma **variedade** com comportamento assintótico no tempo,

isto é, ao qual o sistema converge, chamado de **atrator**. Estas variedades podem se distinguir em 3 aspectos:

1. **Atrativas:** São aquelas em que o sistema converge assintoticamente em direção à variedade.
2. **Repulsiva:** São aquelas em que o sistema diverge assintoticamente em direção à variedade.
3. **De sela:** Existe pelo menos uma direção no espaço de estados ao qual o sistema converge à variedade e outra a qual ele diverge.

A principal assinatura de comportamento caótico é a dependência sensível na condição inicial [2]. Existe uma quantidade física, propriedade do sistema, que quantifica esta sensibilidade: o espectro de Lyapunov. Sob a premissa de que condições iniciais suficientemente próximas divergem exponencialmente, a taxa desta divergência é chamada de expoente de Lyapunov. Em um fluxo n dimensional, é possível definir uma hiper esfera de condições iniciais de raio $\mathbf{r}_0(t_0)$ no instante t_0 . Com o passar do tempo, o a i -ésima coordenada deste raio diverge na medida que o sistema evolui:

$$r_i(t) \approx r_i(t_0)e^{\lambda_i(t-t_0)} \quad (2.1)$$

Esta esfera está contida em um espaço n dimensional e o raio r_i possui, portanto, n componentes. Efetuando-se uma média das quantidades λ_i ao longo do atrator do sistema, resulta-se no espectro de Lyapunov. Desta forma a Eq. (2.1) pode ser reescrita como:

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \tau} \frac{\ln |r_i(t)/r_i(t_0)|}{t - t_0} \quad (2.2)$$

Onde τ é o período orbital médio.

Em sistemas dissipativos deve-se ter que $\sum_{j=1}^n \lambda_j < 0$, estritamente. Nesta condição, o espectro de Lyapunov prevê o comportamento do atrator no sistema. Existem 5 casos principais:

1. **Ponto fixo:** Se todos os λ_i são negativos, então o atrator se constitui em um único ponto que atrai condições iniciais suficientemente próximas a ele.
2. **Ciclo limite:** Se algum λ_i é nulo, então o atrator se constitui em um ciclo (órbita fechada) que atrai condições iniciais suficientemente próximas a ele.

3. **Torus i -dimensional:** Se $i \geq 2$ dos λ_i são nulos, então o atrator é do tipo torus. Neste comportamento existe a coexistência de i ciclos limites com frequências bem definidas. Se a razão destas frequências é irracional, então diz-se que o atrator é quase-periódico.
4. **Atrator caótico:** Se um dos λ_i é positivo, o atrator manifesta comportamento caótico. Devido a estrutura intrincada e sua dimensionalidade fractal, também é chamado de atrator estranho.
5. **Atrator estranho hipercaótico:** Se $i \geq 2$ dos λ_i são positivos, o atrator manifesta comportamento hipercaótico. A condição necessária para ocorrer hipercaos é que o sistema tenha, no mínimo, 4 dimensões.

Para atratores periódicos, é possível definir uma medida chamada de **período**. Esta quantidade é um número inteiro que representa quantos pontos extremos distintos estão contidos em um período(físico) da série temporal. Embora o nome confuso, o período, no sentido de sistemas dinâmicos, não significa fisicamente o mesmo que período físico. Aquele, pode ser visto como uma generalização do conceito físico de período quando a forma de onda apresenta comportamento complicado, comum em atratores periódicos de sistemas caóticos.

Sistemas caóticos determinísticos apresentam *complexidade*, isto é, as estruturas periódicas imersas em região caótica que surgem na medida que os parâmetros do sistema são variados apresentam formas bastante complicadas de difícil e/ou impossível reprodução algébrica. Uma maneira bastante útil de visualizar estas formas consiste em apresentar um plano cartesiano com dois parâmetros do sistema variando nos eixos perpendiculares, a cada par de parâmetros deste plano é atribuída um ponto cuja a cor depende de uma medida que quantifica a diferença entre caos/regularidade, tal como o período ou o maior expoente de Lyapunov (este último, em sistemas com 3 dimensões). Este tipo de representação pertence a uma classe chamada de **espaço de parâmetros**.

2.2 Estudo via Computação analógica

Dado um fenômeno de interesse, o computador analógico deste é a realização física de um sistema experimental (mecânico, eletrônico, termodinâmico, etc...) tal que o modelo deste sistema experimental seja equivalente, isto é, a menos de uma transformação linear, as equações que governam o fenômeno de interesse [14]. Desta forma, espera-se que o computador

analógico apresente comportamento dinâmico totalmente equivalente ao objeto inicial de estudo. O circuito de Chua é claramente um computador analógico para o modelo matemático idealizado por Leon Chua, proposto no intuito de apresentar dinâmica caótica com uma não linearidade simples [15]. Aqui, tem-se interesse na computação analógica via análogo eletrônico, isto é, constrói-se um circuito tal que as equações diferenciais que o governam (dadas pelas leis de Kirchoff) são equivalentes ao modelo de interesse.

A computação analógica teve seu apogeu na década de 60, onde foi largamente utilizada para simular sistemas mecânicos celestes, responsáveis pela viagem do homem à lua em 1969 [16]. Com o advento dos computadores digitais no final da década de 1970, os computadores analógicos foram destituídos desta função devido às vantagens deste último em questão de praticidade. Entretanto, os procedimentos da computação analógica sempre foram utilizados para a construção de circuitos analógicos que, ironicamente, tornam possível o funcionamento dos computadores digitais modernos [17]. Atualmente a computação analógica tem ganhado destaque no estudo de sistemas dinâmicos complexos, tais como simulações computadores híbridos e redes neurais [18]. O estado da arte em processamento de dados, conhecido como FPGA's (Field Programable Gate Array), pode ser entendido como a computação analógica para sistemas digitais em um SoC (System-On-a-Chip).

A discretização de números reais em computadores digitais é ao mesmo tempo sua grande vantagem e desvantagem. Ao integrar um sistema de equações diferenciais dinâmicas, as simulações numéricas o fazem na aproximação de um passo temporal discreto, usando precisão finita nos valores assumidos pelas variáveis do sistema. O cálculo de funções não lineares também são feitos via aproximação. A discretização do passo temporal torna-se crítica no caso de sistemas sujeitos a ruído estocástico, onde elaboradas técnicas de integração numérica se fazem necessárias. Entretanto, a integração realizada por um computador analógico não esta sujeita a estes problemas. Computadores analógicos integram equações diferenciais a tempo contínuo, estando mais próximo ao conceito idealizado de taxa de variação.

A natureza contínua do integrador em computadores analógicos além de torna-lo mais apropriado para simular efeitos de perturbações estocásticas - em muitos casos basta montar o computador analógico - entrega praticidade ao introduzir este tipo de perturbação nas simulações, não importando se o sistema é autônomo ou não-autônomo. Além disso, se sistemas complexos com muitas dimensões e vários termos não lineares exigem grandes recursos computacionais na simulação numérica, a computação analógica o faz sem grandes problemas e com uma fração diminuta do consumo de energia. Se funções trigonométricas e outras não linearidades consomem valioso tempo computacional digital devido a precisão finita dos números reais, computa-

dores analógicos realizam o cálculo destas de modo instantâneo.

Existem diversas abordagens para construir um circuito eletrônico que compute um dado sistema de equações dinâmicas. Usando componentes discretos, transistores, resistores e capacitores, pode-se com algum trabalho chegar em um arranjo análogo ao oscilador harmônico simples, por exemplo. Entretanto adotamos aqui um método utilizando circuitos integrados chamados Amplificadores Operacionais (AMPOP), devido a sua praticidade. AMPOP's nada mais são do que abstrações de um circuito envolvendo componentes analógicos discretos, Figura 2.1 (a) [19]. A grande vantagem dos AMPOP's consiste na sua função de transferência bastante simples e precisa, que descreve o comportamento deste componente eletrônico.

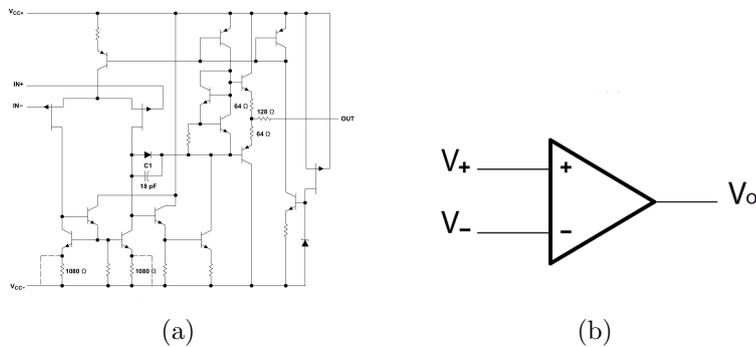


Figura 2.1: Circuito interno(TL071) (a) e simbologia (b) de um AMPOP.

A função de transferência de um circuito é definida como a relação do(s) sinal(is) de saída com o(s) sinal(is) de entrada. Para um AMPOP típico representado simbolicamente na Figura 2.1 (b), as tensões nas entradas V_+ e V_- se relacionam deterministicamente com tensão na saída V_o . Contudo, como componentes eletrônicos sempre estão sujeitos a imperfeições, AMPOP's são tratados como componentes ideais para facilitar a aplicação e cálculo da função de transferência. Estas aproximações consistem em assumir as entradas dotadas de impedância infinita e a saída como impedância nula, no limite de baixas frequências. Isso significa que as entradas em um AMPOP não são fontes ou sumidouros de corrente, enquanto a saída pode fornecer/suprir qualquer corrente. Com essas considerações a função de transferência do AMPOP ideal é dada pela Eq. (2.3) [20]. Na prática, as entradas possuem impedância da ordem de $10^7\Omega$ e a saída $10^2 \sim 10^3\Omega$.

$$V_o = (V_+ - V_-) \frac{A}{1 + j\omega\tau} \quad (2.3)$$

Em que ω é a frequência da diferença dos sinais de entrada $(V_+ - V_-)$, τ é

o tempo característico de resposta do AMPOP ($\approx 10^{-6}s$), A é o ganho de malha aberta ($\approx 10^6$) e $j = \sqrt{-1}$. Considerando que a saída de um AMPOP só pode fornecer uma tensão finita e os sinais de entrada dentro do limite de baixas frequências, a Eq. (2.3) ainda pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} V_o &= (V_+ - V_-) \frac{A}{1 + j\omega\tau} \approx (V_+ - V_-) A \\ \frac{V_o}{A} &= V_+ - V_- \\ 0 &\approx V_+ - V_- \\ V_+ &= V_- \end{aligned} \tag{2.4}$$

Isto é, dentro das aproximações mencionadas, o AMPOP é um dispositivo tal que, em seu funcionamento, produz uma resposta(saída) de forma que as suas entradas estejam sempre com o mesmo potencial (Eq. (2.4)). Em uma consideração extrema de idealidade, $A \rightarrow \infty$ e $\tau \rightarrow 0$, então a Eq. (2.4) é exata para qualquer situação. Na prática, com uma escolha adequada de re-escala de tensão e tempo pode-se fazer a aproximação na Eq. (2.4) ser arbitrariamente, na medida do possível, forte. Para contornar os efeitos da impedância não infinita das entradas deve-se atentar para que as impedâncias presentes no circuito estejam varias ordens de grandeza abaixo da impedância de entrada, e ao mesmo tempo algumas ordens de grandeza acima da impedância não nula da saída do AMPOP escolhido. Analise em computadores analógicos nada mais é que aplicar a Eq. (2.4) a um circuito pré concebido, atentando aos detalhes mencionados acima.

Um dos problemas no estudo experimental via computação analógica consiste na dificuldade em variação de parâmetros do sistema. Frequentemente, estes ocorrem como valores de componentes passivos, tais como resistores e capacitores. Se o interesse do estudo não está no comportamento global, então esta inflexibilidade na variação dos parâmetros não apresenta grave restrição. Na Figura 2.2, o computador analógico para o modelo de Lorenz mostra que os parâmetros deste sistema são controlados pelos resistores $R5, R11, R18$. Como o enfoque do artigo [8] é a sincronização de dois circuitos caóticos, o controle de parâmetros via variação de resistência não restringe o estudo.

Contudo, a obtenção do espaço de parâmetros, diagramas de bifurcação, ou qualquer outra ferramenta que exija a varredura de parâmetros de forma discreta e precisa, encontra dificuldades no controle de parâmetros via resistores. Na literatura, varias tentativas são mencionadas para a obtenção de espaços de parâmetros para o circuito de Chua, desde a implementação de um

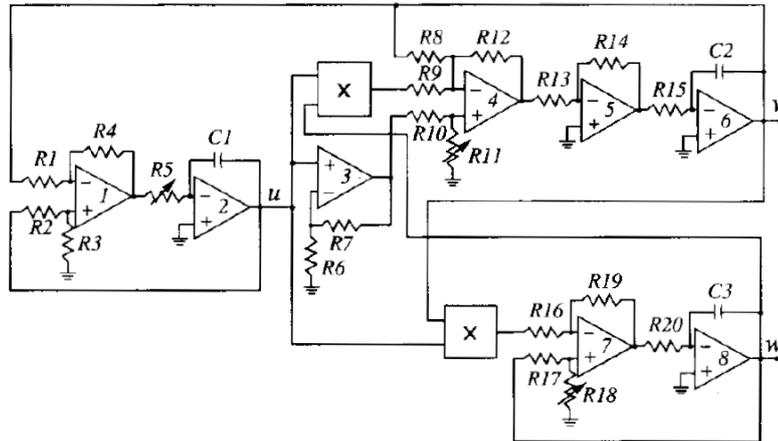


Figura 2.2: Computador analógico para o modelo de Lorenz proposto por Cuomo Et. Al [8].

resistor variável digital [12], uso de servo motores acoplados ao eixo de um potenciômetro (resistor variável mecânico) até mesmo a variação manual destes [21], como caso extremo. Embora os resultados nestes estudos apresentem boa concordância com a expectativa numérica, a dificuldade experimental e a limitação física no controle de parâmetros restringe severamente o número de trabalhos nesta área e também quais sistemas podem ser estudados desta maneira.

Visando resolver tal problemática, apresenta-se aqui uma solução para o estudo global de qualquer sistema caótico: o controle de parâmetros via tensão contínua. A ideia consiste em uma metodologia para manipular o circuito em estudo de tal forma que os parâmetros sejam controlados via tensão contínua, que pode ser variada com grande precisão e de forma automatizada em qualquer laboratório de circuitos. O uso de multiplicadores analógicos torna viável o controle de parâmetros dessa maneira, como já fora proposto por Medrano Et. Al [22] especificamente para o circuito de Chua. Contudo, nesta presente dissertação propõe-se uma solução geral e completa para o controle de parâmetros via tensão contínua, possibilitando:

1. O Controle de parâmetros usando a configuração de integrador analógico com AMPOP's, que permite o estudo de qualquer sistema caótico.
2. A flexibilidade de variar parâmetros em domínio tanto negativo como positivo, isto é, se a dinâmica de interesse ocorre para parâmetros meno-

res ou maiores que 0 é possível realizar o estudo nestas duas condições, sem necessidade de alterar o circuito.

3. Maior precisão na varredura de parâmetros, podendo facilmente chegar a 16bits de resolução, em comparação ao potenciômetro digital típico no mercado nacional (máx. de 8 bits).
4. O estudo global facilitado, com o uso de rotinas automatizadas em linguagem PYTHON para aquisição e processamento de dados experimentais.
5. Controle de parâmetros em um sistema caótico experimental qualquer, usando uma configuração de potenciômetro controlado por tensão contínua que estende a aplicação do método a sistemas caóticos onde não é possível modificar o circuito.
6. Controle automatizado de condições iniciais via tensão contínua.

Capítulo 3

OBJETOS DE INVESTIGAÇÃO

Um breve resumo dos sistemas utilizados nos estudos, suas motivações e uma breve análise dos pontos fixos é apresentada neste capítulo. Outros computadores analógicos que auxiliam o estudos destes sistemas serão tratados nas secções onde existir a necessidade para tal, por exemplo, o resistor controlado por tensão contínua e o Regulador de Watt quadridimensional.

3.1 Regulador de Watt

O motor movido à vapor desempenhou um papel importantíssimo durante a revolução industrial. Usado tanto para locomoção quanto produção, seu funcionamento representou a vitrificação da termodinâmica e engenharia da época. Entretanto, devido a demanda dentro das industrias, um controle preciso sobre a rotação do motor quando alguma carga lhe é variada se fazia necessário. James Watt então propõe, em 1788, um mecanismo simples que visava inicialmente o controle automatizado de um motor à vapor. Seu mecanismo ficou conhecido como Regulador de Watt (RW).

Composto por duas hastes e massas unidas por um eixo acoplado ao rotor da máquina, estas podem deslizar verticalmente sob ação da força gravitacional e torque exercido pelo eixo girante. O mecanismo RW está representado na Figura 3.1. A velocidade do rotor Ω é acoplada pelas engrenagens T , D e E . Em repouso, as massas m deslizam sob ação da gravidade de modo a empurrar o pistão H , abrindo a válvula de vapor V . Quanto maior for a velocidade angular do rotor Ω , as massas sob ação de um torque tendem a levar as hastes l à horizontal, o que diminui o fluxo de vapor à máquina. Neste processo, a tendencia é um estado estacionário em que Ω é constante,

tal como se desejaria. Entretanto, este é apenas um caso possível.

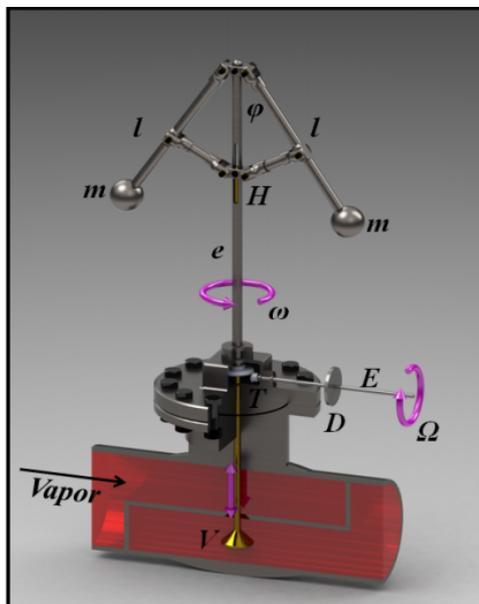


Figura 3.1: Mecanismo do Regulador de Watt [23].

O mecanismo RW fora deixado de uso tão logo quando se percebeu problemas em sua estabilidade. O controle da máquina à vapor somente era alcançado em situações bem específicas e delicadas da sua construção. Atualmente, sabe-se que este sistema apresenta caos para determinados conjuntos de parâmetros, associados à construção do regulador. As regiões de estabilidade não implicam, também, que o estado estacionário para Ω seja diretamente proporcional a uma mudança de parâmetros, ao invés disto, como há de se mostrar, se organizam na forma de equações diofantinas.

As equações que regem o comportamento do RW são facilmente obtidas aplicando-se as leis da mecânica. Para detalhes na dedução destas, o leitor é referido ao trabalho [23]. O conjunto de equações diferenciais para as grandezas na Figura 3.1 são:

$$\begin{aligned}
 \dot{\phi} &= \psi \\
 \dot{\psi} &= c^2 \Omega^2 \sin \phi \cos \phi - \frac{g}{l} \sin \phi - \frac{b}{m} \psi \\
 \dot{\Omega} &= \frac{1}{I} (\mu \cos \phi - F)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Em que $\psi = \frac{d\phi}{dt}$, c é uma constante de acoplamento das velocidades angulares $\omega = c\Omega$, b é uma constante relacionada ao atrito para acionar a válvula V ,

F é a força devida a carga aplicada na máquina à vapor e I é o momento de inercia associada às hastes l e as massas m . Na forma adimensional, as Eqs. (3.1) ficam:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y \\ \dot{y} &= z^2 \sin x \cos x - \sin x - \epsilon y \\ \dot{z} &= \alpha(\cos x - \beta)\end{aligned}\tag{3.2}$$

Com:

$$\begin{aligned}x &= \phi, \quad y = \sqrt{\frac{l}{g}}\psi, \quad z = \sqrt{\frac{l}{g}}\Omega \\ \epsilon &= \frac{b}{m}\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad \alpha = \frac{cl\mu}{gI}, \quad \beta = \frac{F}{\mu}\end{aligned}\tag{3.3}$$

E o tempo adimensional $\tau = \sqrt{\frac{g}{l}}t$, ao qual é usado na representação das taxas de variação das grandezas numéricas. Os novos parâmetros de controle só possuem significado físico para $\alpha > 0$, $0 < \beta < 1$ e $\epsilon > 0$.

Fazendo $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$ nas Eqs. (3.2), encontra-se apenas um ponto fixo $P_0 = (\arccos \beta, 0, \frac{1}{\sqrt{\beta}})$. Substituindo P_0 na jacobiana do sistema, obtêm-se:

$$J(P_0) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1-\beta^2}{\beta} & -\epsilon & 2\sqrt{\beta(1-\beta^2)} \\ -\alpha\sqrt{1-\beta^2} & 0 & 0 \end{pmatrix}\tag{3.4}$$

$$p(\lambda) = -\left(\lambda^3 + \epsilon\lambda^2 + \frac{1-\beta^2}{\beta}\lambda + 2\alpha\beta^{3/2}\frac{1-\beta^2}{\beta}\right)\tag{3.5}$$

Sendo possível mostrar que P_0 é assintoticamente estável se, e somente se, $\epsilon > 2\alpha\beta^{3/2}$. Para mais detalhes, Sotomayor et Al. [24] fazem um estudo dos pontos fixos e bifurcações do tipo Hopf no RW, analiticamente.

3.2 Sistema Sprott-Chua

James C. Sprott propôs 19 sistemas que apresentam caos, todos distintos [25]. As equações que governam estes sistemas são oriundas de uma generalização, para três dimensões, de equações diferenciais acopladas com não linearidade quadrática da forma $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a} + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 c_{i,j} x_i x_j$ como $\mathbf{x} = (x, y, z)^T$ e $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{c}$ vetores reais. De todas as possibilidades, o autor seleciona apenas os casos onde um expoente de Lyapunov é maior que zero e

apresenta o menor número de produtos entre variáveis dinâmicas possível, dentro de um intervalo para os parâmetros de controle. Após aplicação de outros critérios de escolha, restam 19 sistemas. Curiosamente, os atratores que aparecem destas equações lembram bastante aqueles dos sistemas de Rossler e Lorenz.

Para aplicação da metodologia experimental proposta, escolheu-se aleatoriamente um destes sistemas [25], apenas evitando o caso A que é conservativo. O caso F escolhido apresenta um atrator muito semelhante ao sistema de Rossler, suas equações são:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + z \\ \dot{y} &= -x + ay \\ \dot{z} &= x^2 - z\end{aligned}\tag{3.6}$$

Com $a = 0.5$ o sistema exibe comportamento caótico. Com o intuito de estudar o espaço de parâmetros, introduziu-se um segundo parâmetro somativo na equação em \dot{z} . Entretanto, a região de caos para este par se mostrou demasiado pequena, o que traria dificuldades experimentais sem necessidade. Observou-se que ao substituir o termo z na equação em \dot{z} por uma curva linear por partes definida da forma $f(z) = z + \frac{3}{4}[|z + 1.4| - |z - 1.4|]$ a região de caos aumenta, como era então desejado. Portanto, o sistema de interesse no estudo experimental proposto é definido por:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + z \\ \dot{y} &= -x + ay \\ \dot{z} &= x^2 - f(z) + \frac{2}{3}b\end{aligned}\tag{3.7}$$

Com:

$$f(z) = \begin{cases} 2.5z, & \text{se } |z| \leq 1.4, \\ z + 2.1, & \text{se } z > 1.4, \\ z - 2.1, & \text{se } z < -1.4. \end{cases}$$

O fator $\frac{2}{3}$ que multiplica o parâmetro b nas equações encontra justificativa experimental, como será discutido no capítulo "COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS". O gráfico da função $f(z)$ está esboçado na Figura 3.2. A estrutura da não linearidade adicional lembra experimentalmente a configuração de um diodo de Chua, o que levou a escolha do nome deste novo sistema como Sprott-Chua (SC).

A matriz Jacobiana deste sistema é dada por:

$$J = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & a & 0 \\ 2x & 0 & -\frac{df(z)}{dz} \end{pmatrix}\tag{3.8}$$

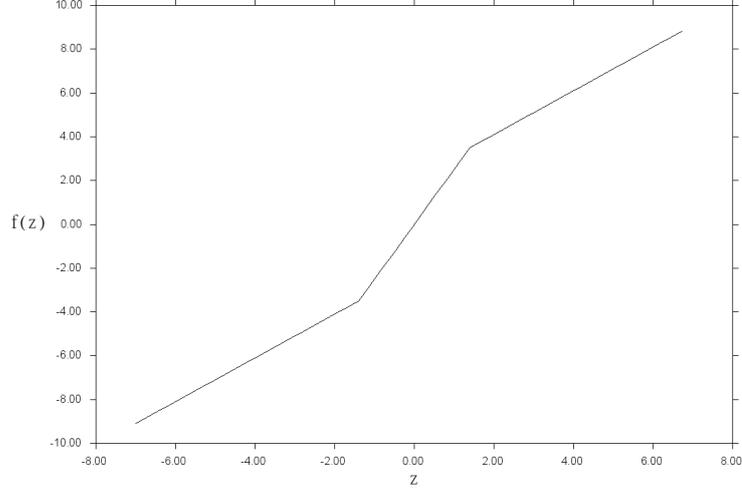


Figura 3.2: Gráfico da função $f(z)$ usada no sistema SC.

Os pontos fixos são obtidos fazendo-se $\dot{x} = \dot{y} = \dot{z} = 0$. Existem 6 pontos fixos não triviais de acordo com as condições da função $f(z)$. Estes são:

Para $|z| \leq 1.4$;

$$P1_{\pm} = \left(\frac{-2.5 \mp \sqrt{6.25 - \frac{a^2 8}{3}}}{2a}; \frac{-2.5 \mp \sqrt{6.25 - \frac{a^2 8}{3}}}{2a^2}; \frac{2.5 \pm \sqrt{6.25 - \frac{a^2 8}{3}}}{2a^2} \right) \quad (3.9)$$

Para $z > 1.4$;

$$P2_{\pm} = \left(\frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4a^2 \left(-2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a}; \frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4a^2 \left(-2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a^2}; \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4a^2 \left(-2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a^2} \right) \quad (3.10)$$

Para $z < 1.4$;

$$P2_{\pm} = \left(\frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4a^2 \left(2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a}; \frac{-1 \mp \sqrt{1 - 4a^2 \left(2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a^2}; \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4a^2 \left(2.1 + \frac{2}{3}b\right)}}{2a^2} \right) \quad (3.11)$$

A análise da estabilidade destes pontos conduzem rapidamente a uma complicada e insolúvel álgebra. Para contornar esta dificuldade, construiu-se uma rotina escrita em ambiente PYTHON com o uso do pacote NUMPY que permite o cálculo de autovalores numericamente, para um intervalo de

parâmetros quaisquer. A linguagem PYTHON possui uma síntese inteligente e de alto nível. De fato, a rotina mencionada ocupa pouquíssimas linhas:

```
import numpy as np
from numpy import linalg as LA
import math
resolucao = 1000
b=1
amin = -0.2
amax = 0.29
passo= (amax-amin)/resolucao
f1 = open('data.txt','w')
for i in range(resolucao):
a = amin+passo*i
c = (-1 + math.sqrt(1 -4*a*a*(2.1 + 2*b/3)))/(a)
g = np.array([[0,1,1], [-1,a,0], [2*c,0,-1]])
w, v = LA.eig(g)
h = np.real(w)
f1.write('%f %f %f %f \n'%(a,h[0],h[1],h[2]))
f1.close()
```

A parte real dos autovalores são iteradas, quando possível, no intervalo de interesse de a no espaço de parâmetros experimental. Foi escolhido $b = 1$ nesta análise somente por uma questão de conveniência. Em alguns valores de a , no intervalo de $[0.1;0.5]$, o radicando nos pontos fixos para $z > 1.4$ e $z < 1.4$ é negativo, o que leva a um erro numérico. Nestes casos, escolheu-se uma outra região próxima destes pontos.

A Figura 3.3 contém o gráfico da parte real dos autovalores da matriz Jacobiana do sistema SC aplicada no ponto fixo $P1_+$ versus o parâmetro a . O eixo das abcissas contém 1000 pontos. Cada parte real do autovalor é representado pelas cores roxo, azul e verde. A ausência da cor roxa no gráfico se deve ao seu valor ser idêntico a o outro na cor azul. De forma análoga, os autovalores do ponto $P1_-$ apresentam comportamento semelhante. Observando os gráficos, pode-se concluir que estes pontos fixos são do tipo sela-nó neste intervalo (Figura 3.4).

A análise dos pontos fixos $P2_{\pm}$ encontra-se nas Figuras 3.5, 3.6 respectivamente. O comportamento é idêntico em ambos os casos e evidencia divergência dos autovalores para $a \rightarrow 0$. Quando $a < 0$, ambos os pontos fixos são instáveis. Se $a > 0$ então o critério é inconclusivo. Para valores de $a > 0.3$ com $b = 1$ um radicando na matriz jacobiana torna-se negativo, o que leva a um erro numérico. Desta forma, esta região foi evitada.

Os pontos fixos $P3_{\pm}$ apresentam um comportamento interessante (Figuras 3.7, 3.8 respectivamente): Um dos autovalores apresenta uma descontinuidade, pouco antes de entrar em uma região onde $P3_-$ é estável, tornando-se mais adiante um ponto tipo sela nó. $P3_+$ inicialmente é instável, adquirindo estabilidade para $a > -0.05$ e, por extrapolação, aparentemente perde estabilidade novamente para uma bifurcação tipo sela nó.

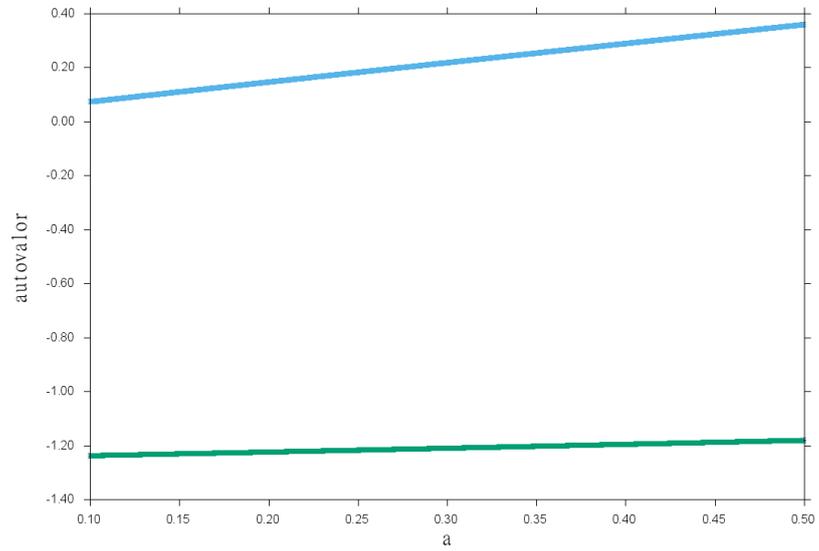


Figura 3.3: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P1_+$.

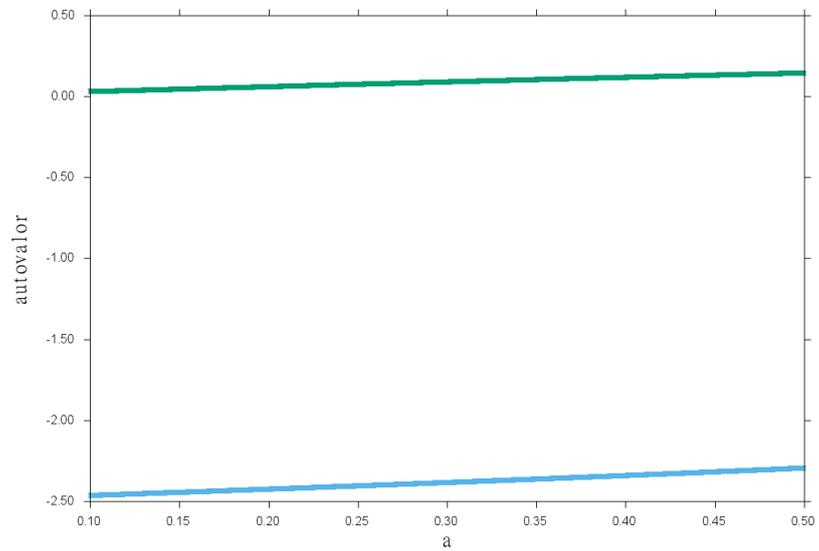


Figura 3.4: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P1_-$.

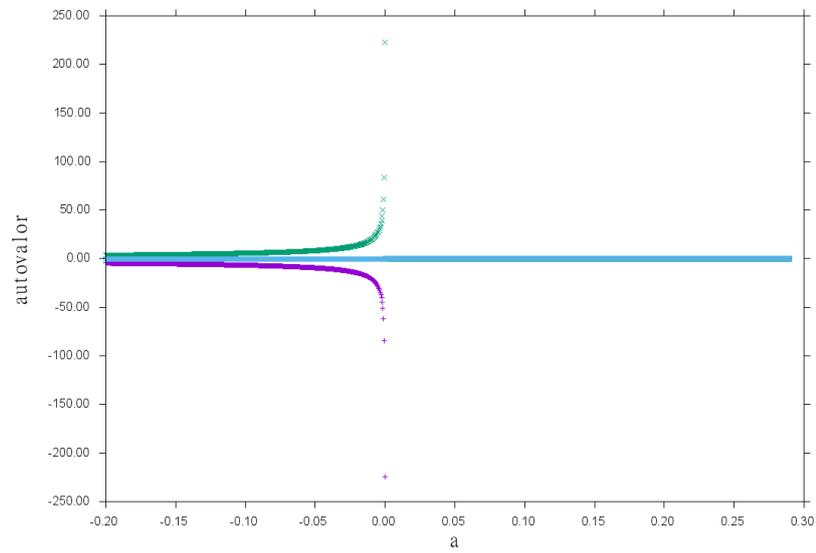


Figura 3.5: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P2_+$.

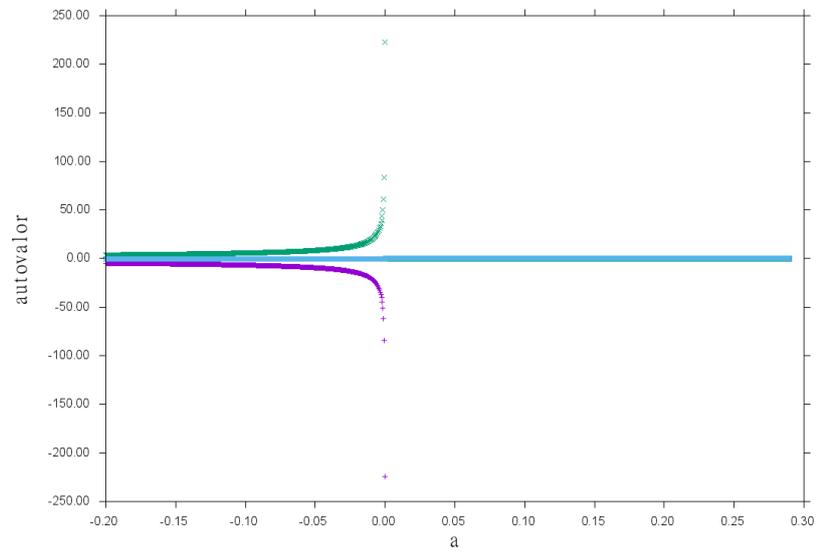


Figura 3.6: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P2_-$.

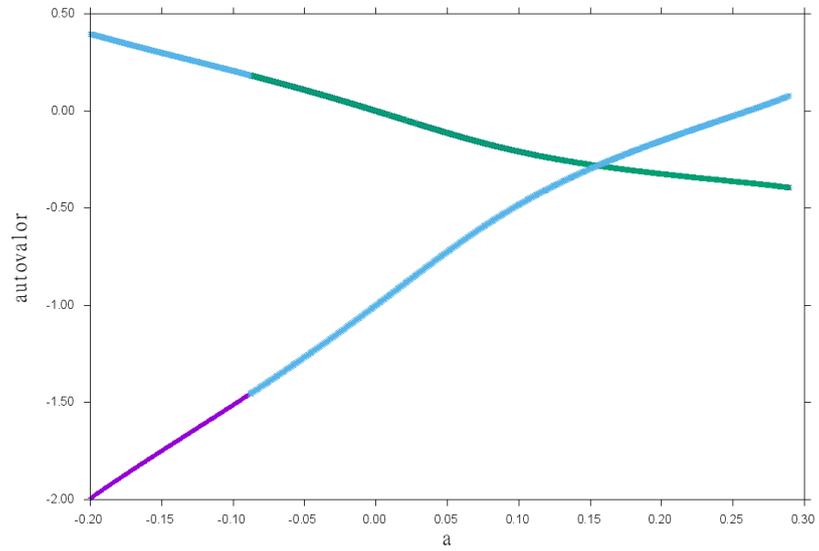


Figura 3.7: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P3_+$.

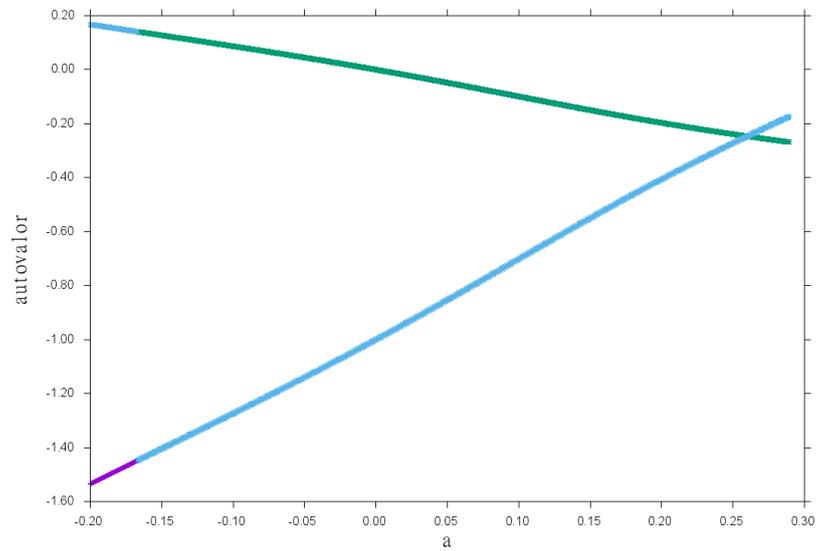


Figura 3.8: Parte real dos autovalores para a matriz jacobiana do sistema SC substituída no ponto $P3_-$.

3.3 Circuito de Chua

O intrincado comportamento do sistema de Lorenz despertou na academia uma intuição de que a sensibilidade às condições iniciais era um fenômeno estritamente ligado a modelação matemática, isto é, na abstração de diversos fatores experimentais, o caos surgiria como uma resposta à idealização. Embora o modelo de Lorenz tenha como objetivo o estudo de mudanças climáticas, a reprodução experimental, na década de 1960, trazia dificuldades. Além, é claro, deste modelo de 3 equações ser uma simplificação real via aproximação de Boussinesq, o que trazia dúvidas sobre a previsão oriunda do modelo [1] quanto ao aspecto real do fenômeno de caos.

Neste cenário, não se acreditava que efeito borboleta descrito por Lorenz poderia ocorrer em algum experimento real. Na década de 1980, Leon O. Chua propõe um circuito simples cujo o comportamento real, de fácil mensuração, demonstra que o efeito borboleta não é apenas uma característica abstrata, e sim um fenômeno da natureza [15]. Desde então, diversos estudos e aplicações do circuito oscilador de Chua foram feitos. Atualmente, este sistema é conhecido como um paradigma para o caos.

Para que um circuito experimental possa apresentar caos, deve-se cumprir 3 critérios necessários, porém não suficientes: 1° pelo menos um termo não linear. 2° Um elemento ativo no circuito, isto é, que forneça energia ao sistema. 3° pelo menos 3 componentes reativos. Estas leis decorrem diretamente das condições necessárias para haver caos em sistemas de equações diferenciais, a segunda condição esta relacionada ao fato do sistema ser dissipativo, podendo apresentar um atrator experimental. A terceira, com a dimensão mínima de um sistema caótico.

A Figura 3.9 apresenta o esquemático do circuito de Chua, na forma simplificada. O diodo de Chua N_R garante a primeira e segunda condições para o circuito apresentar comportamento caótico, os capacitores $C1, C2$ e o indutor L , a terceira. A curva IV do diodo de Chua está representada na Figura 3.10. Constituída por 3 segmentos de retas, o circuito de Chua é analítico por partes, porém o conjunto de soluções não o é. Na prática, o diodo de Chua é facilmente construído com uma configuração envolvendo AMPOP's, como será mostrado a seguir.

As equações que governam o circuito de Chua são facilmente obtidas com as leis de Kirchoff [17]. Na Figura 3.9, a queda de potencial sobre os capacitores $C1, C2$ são representadas pelas variáveis V_1, V_2 respectivamente. A corrente que circula sobre o indutor L , a variável i_L . Considerando um comportamento real para o indutor, este deve ser descrito por uma reatância indutiva em série com um elemento dissipativo resistivo r_l , desta forma a

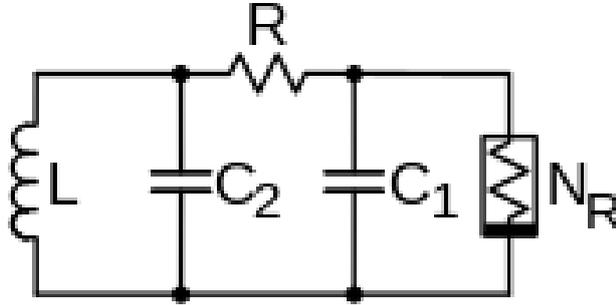


Figura 3.9: Circuito de Chua [26].

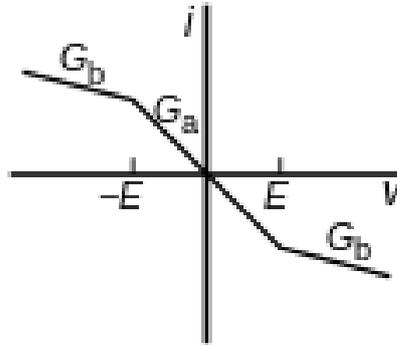


Figura 3.10: Curva IV do diodo de Chua [26].

equação para este componente é:

$$L\dot{i}_L = -V_2 - r_l \cdot i_L \quad (3.12)$$

A corrente que circula sobre o resistor r_l é a mesma que i_L . Aplicando a lei dos nós sobre R, C_1, N_R , deve-se ter que a corrente sobre R é a soma daquela que atravessa C_1 e a fornecida pelo diodo de Chua N_R :

$$C_1\dot{V}_1 + i_{NR}(V_1) = \frac{V_2 - V_1}{R} \quad (3.13)$$

De modo análogo, ao considerar a malha formada por R, L, C_2 , a lei dos nós assevera que a corrente que circula sobre R , em sentido inverso, deve ser a soma da corrente que atravessa C_2 com i_L , portanto:

$$C_2\dot{V}_2 + i_L = \frac{V_1 - V_2}{R} \quad (3.14)$$

A curva $i_{NR}(V_1)$ IV do diodo de Chua, por definição, tem a forma:

$$i_{NR}(V_1) = m_0 V_1 + \frac{1}{2}(m_1 - m_0) (|V_1 + B_p| - |V_1 - B_p|) \quad (3.15)$$

Com B_p, m_1, m_0 parâmetros experimentais associados ao ponto de quebra de linearidade, coeficientes angulares externos e internos da curva IV da Figura 3.10, respectivamente.

O circuito de Chua somente pode oscilar se a reta de carga cruzar a curva linear por partes em pelo menos 3 pontos. Estes pontos são chamados de quiescentes, no sentido que são obtidos no estado estacionário do circuito de Chua, isto é, fazendo $\dot{i}_L = \dot{V}_1 = \dot{V}_2 = 0$. Mediante esta condição e considerando que r_L é muito pequeno em comparação a resistência R , obtém-se das Eqs. (3.12), (3.13) e (3.14):

$$i_{NR}(V_1) = -\frac{V_1}{R} \quad (3.16)$$

A Figura 3.11 representa os pontos quiescentes para um valor de R . Se existe intersecção da reta de carga (azul) em 3 pontos da curva linear por partes (vermelho), então o sistema oscila. Uma análise detalhada dos pontos fixos do circuito de Chua é encontrada no artigo [27].

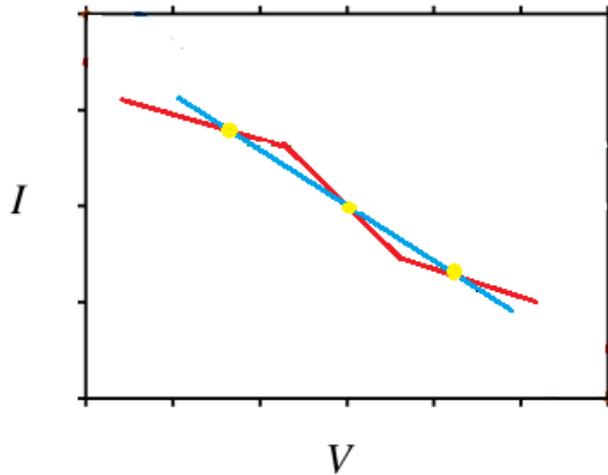


Figura 3.11: Pontos (em amarelo) de intersecção da reta de carga com a curva linear por partes $I(V)$ [28].

Em simulações numéricas e via computação analógica, é interessante escrever as equações do circuito de Chua na forma adimensional. Isto é facilmente obtido com as relações:

$$\begin{aligned} x &\equiv \frac{V_1}{B_p}, & z &\equiv \frac{Ri_L}{B_p} \\ y &\equiv \frac{V_2}{B_p}, & \tau &\equiv \frac{t}{RC_2} \end{aligned}$$

Com os parâmetros $\beta = \frac{R^2C_2}{L}, \gamma = \frac{Rr_LC_2}{L}, \alpha = \frac{C_2}{C_1}, a_0 = Rm_0$ e $a_1 = Rm_1$, as Eqs. (3.12), (3.13), (3.14) e (3.15) assumem a forma:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{d\tau} &= \alpha[-x + y - i_d(x)] \\ \frac{dy}{d\tau} &= x - y + z \\ \frac{dz}{d\tau} &= -\beta y - \gamma z \end{aligned} \tag{3.17}$$

Com:

$$i_d(x) = a_0x + \frac{1}{2}(a_1 - a_0)(|x + 1| - |x - 1|) \tag{3.18}$$

Capítulo 4

COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS

Neste capítulo é apresentado os resultados experimentais dos sistemas estudados, a análise do circuito proposto e comparação com a dinâmica observada no caso numérico. Para uma discussão detalhada dos métodos experimentais e lista de equipamentos utilizados, ver próximo capítulo.

4.1 Regulador de Watt

Cronologicamente, o sistema RW foi o primeiro a ser investigado neste trabalho. Observando o conjunto de não linearidades presentes neste sistema, pode-se dizer que é o mais complexo em relação ao SC e circuito de Chua. Estes fatos culminam na dinâmica observada experimentalmente, em comparação aos resultados numéricos. Efeitos das não linearidades indesejáveis e maior susceptibilidade a ruído deformam as estruturas periódicas imersas na região de caos no espaço de parâmetros, dificultando a clareza com que se observa estas estruturas se aninharem ordenadamente.

A implementação do computador analógico para o RW não contempla os filtros de ruído EMI, que permitem uma redução de até 10 vezes dos efeitos do ruído externo, como será mostrado mais adiante. Ainda assim, os resultados se apresentam interessantes quando comparados com as próximas implementações que fazem o uso de técnicas mais elaboradas de redução de ruído externo. No final desta secção é proposto um design muito mais

aprimorado para o computador analógico RW, focado no estudo da dinâmica no espaço α, ϵ onde deve ser possível observar até mesmo os pares menores de estruturas periódicas nesta projeção do espaço [23].

A integração numérica das Eqs. (3.2) para os parâmetros $\alpha = 0.92, \beta = 0.80$ e $\epsilon = 0.92$ produz o atrator em regime caótico da Figura 4.1. O primeiro passo para a concepção de um computador analógico consiste em estabelecer uma re-escala das variáveis dinâmicas do sistema em termos de tensões/correntes que podem ser medidas no circuito. Além de estabelecer uma correspondência entre os valores numéricos e adimensionais das variáveis nas soluções do sistema (Eqs. (3.2)), a re-escala deve garantir que estas tensões/correntes não ultrapassem os limites em que os componentes eletrônicos podem operar, ao mesmo tempo que asseguram a máxima *excursão de sinal*, isto é, as tensões/correntes que representam as variáveis dinâmicas, ao evoluir no tempo, ocupam o maior intervalo possível dentro dos limites determinados pelos componentes eletrônicos utilizados [17].

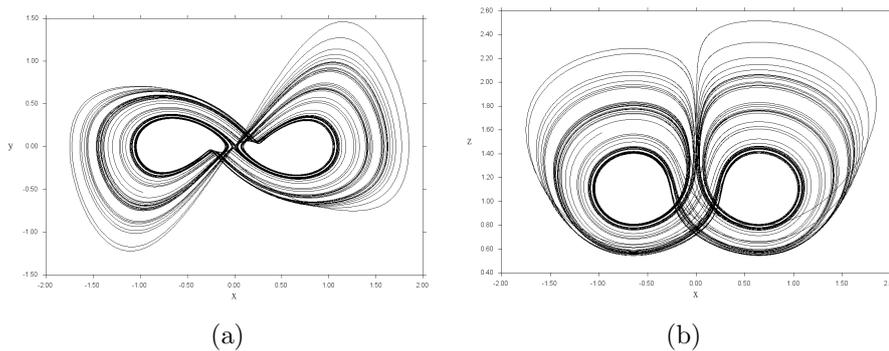


Figura 4.1: Atrator caótico para o RW obtido via integração numérica (a) projeção XY (b) projeção XZ.

Experimentalmente o limite superior de tensão na computação analógica para o RW é $\approx \pm 10V$, dada pela máxima tensão que pode ser aplicada a entrada do multiplicador analógico AD633 [29]. Tensões de pequena magnitude são limitadas pelo ruído, imprecisão dos instrumentos de medida e erros de *offset* dos amplificadores operacionais e multiplicadores analógicos (para mais detalhes, ver capítulo "ANÁLISE DE ERROS"). A condição de máxima excursão de sinal visa garantir, portanto, que razão Sinal/Ruído (SR) seja a maior possível, minimizando os efeitos indesejáveis na dinâmica observada. Além da re-escala no espaço das variáveis, a escolha apropriada da relação entre o tempo das equações adimensionais com o tempo físico em que o circuito evolui a dinâmica é de suma importância. Primeiramente,

a escolha da escala de tempo deve garantir que a frequência característica dos atratores não seja superior aquela que os AMPOP's podem operar e, em segundo, deve assegurar que os valores dos componentes passivos possam ser encontrados no mercado. Baseado nestas considerações e na Figura 4.1 escolheu-se a transformação:

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.5V & 0 & 0 \\ 0 & 1V & 0 \\ 0 & 0 & 1.4V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad t = (4.7 \times 10^{-4} s)\tau \quad (4.1)$$

A substituição da relação (4.1) nas Eqs. (3.2) apenas desloca a amplitude das variáveis dinâmicas, não alterando a complexidade da dinâmica do sistema, visto que é uma transformação linear. Devido aos termos não lineares na Eqs. (3.2), a transformação de re-escala pode ser escrita, depois de aplicada sobre as equações do sistema, como uma matriz que opera sob estas e se relaciona com os valores dos componentes do circuito, quando comparadas com as equações que resultam da análise do último. Se a topologia do circuito está definida, este método pode ser utilizado para o cálculo dos componentes passivos no computador analógico, como será visto a seguir. Detalhes da construção topológica de um computador analógico são encontrados no capítulo seguinte.

A Figura 4.2 contém o esquemático do computador analógico para o RW proposto neste trabalho. As caixas coloridas destacam trechos do circuito relacionados com cada uma das variáveis nas Eqs. (3.2). As funções trigonométricas são obtidas analogicamente com o uso dos *AD639*, cujo detalhes sobre a configuração destes CI's podem ser encontradas no *datasheet* do fabricante [30]. Na esquemático omitiu-se a conversão necessária para a operação correta do *AD639* e os capacitores de desacoplamento da linha de alimentação de cada CI presente no circuito, para tornar mais clara sua leitura.

Na Figura 4.2, a caixa destacada em verde corresponde a integração analógica da variável x . A entrada V_+ do AMPOP *OP3A* (pino 3) está aterrada, com efeito, segundo a Eq. (2.4), $V_- = 0$ (pino 2). Para que isto ocorra, a lei dos nós assevera que a corrente no nó V_- deve ser nula. Lembrando que as entradas possuem impedância infinita, deve-se ter:

$$\begin{aligned} \frac{V_y}{R_6} + \frac{V_o}{R_5} &= 0 \\ V_o &= -\frac{R_6}{R_5}V_y \end{aligned} \quad (4.2)$$

Da mesma forma, a entrada V_+ do *OP3B* estando aterrada implica que a corrente em seu respectivo nó V_- seja nula. Entretanto, a corrente que

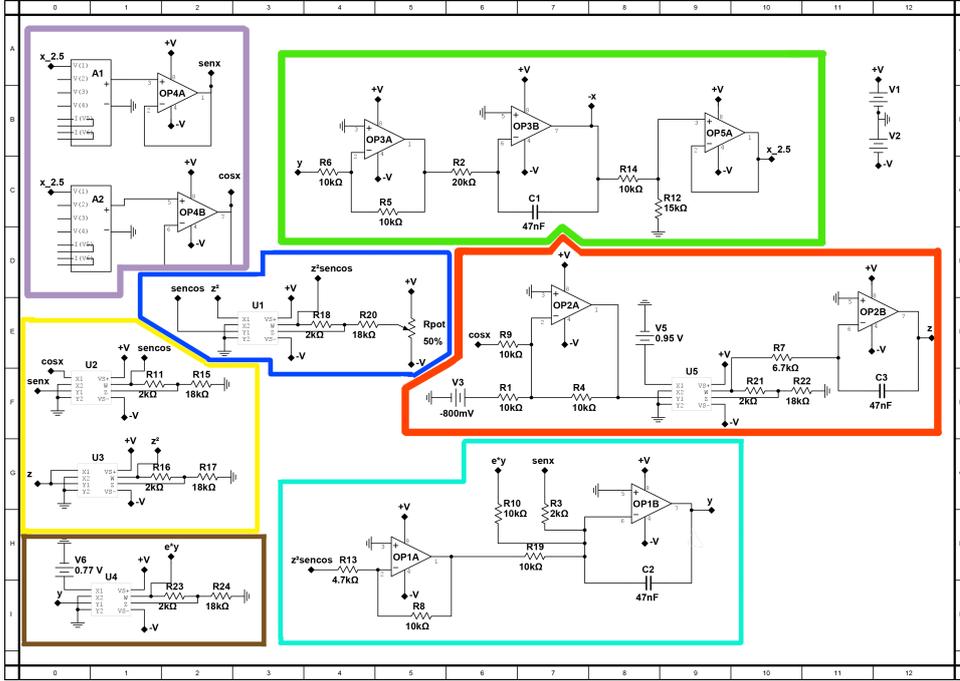


Figura 4.2: Computador analógico para o RW

flui sobre R_2 deve ser igual a corrente de deslocamento sobre o capacitor C_1 , portanto:

$$\begin{aligned} \frac{V_o}{R_2} + C_1 \dot{V}_x &= 0 \\ -\frac{R_6}{R_5 R_2} V_y + C_1 \dot{V}_x &= 0 \\ \dot{V}_x &= \frac{R_6}{C_1 R_2 R_5} V_y \end{aligned} \quad (4.3)$$

A função do $OP5A$ no circuito é acoplar as impedâncias da malha divisora de tensão formada pelos resistores R_{14} e R_{12} as entradas dos $AD639$, determinando o fator de re-escala na variável x que então é usada como argumento das funções trigonométricas. Aplicando a Eq. (2.4) ao $OP5A$, é fácil ver que: $V_+ = V_{x2.5}$. O fator de proporcionalidade da malha divisora é $\frac{R_{14}}{R_{14} + R_{12}}$. Desta forma, as equações para a malha em torno do $OP5A$ são:

$$V_{x2.5} = \frac{R_{14}}{R_{14} + R_{12}} \dot{V}_x \quad (4.4)$$

As tensões das saídas dos circuitos integrados responsáveis pelo cálculo das funções trigonométricas (A1 e A2 - caixa em roxo na Figura 4.2) são

acopladas pelos AMPOP *OP4A* e *OP4B*. As equações neste nó ficam:

$$V_{\sin(x)} = \sin\left(\frac{R_{14}}{R_{14} + R_{12}}\dot{V}_x\right) \quad \text{e} \quad V_{\cos(x)} = \cos\left(\frac{R_{14}}{R_{14} + R_{12}}\dot{V}_x\right) \quad (4.5)$$

Na Figura 4.2 a caixa em amarelo contém o trecho responsável por computar a não-linearidade z^2 (U3). A análise deste trecho do circuito é feita usando as equações fornecidas pelo fabricante do *AD633JN*, no *datasheet* deste componente ver *Figure 17. Connections for Variable Scale Factor* [29]. Com estas informações, tem-se:

$$W = \frac{V_z^2}{10} \left(\frac{R_{16} + R_{17}}{R_{16}}\right) \quad (4.6)$$

De modo análogo, U2 computa o produto das funções trigonométricas. Na caixa em azul da Figura 4.2, a saída W de U1 contém o termo não linear da variável y nas equações que governam o RW. Usando a Eq. (4.6) e a saída W de U2, a análise deste nó resulta:

$$V_{z^2 \sin(x) \cos(x)} = \frac{WV_{\sin(x)}V_{\cos(x)}}{10} \left(\frac{R_{11} + R_{15}}{R_{11}}\right) \left(\frac{R_{18} + R_{20}}{R_{18}}\right) + V_{Rpot} \quad (4.7)$$

Para a caixa em ciano, encontra-se o trecho responsável pela variável y . As equações para o AMPOP *OP1A* são:

$$\begin{aligned} \frac{V_{z^2 \sin(x) \cos(x)}}{R_{13}} + \frac{V_o}{R_8} &= 0 \\ V_o &= -\frac{R_8 V_{z^2 \sin(x) \cos(x)}}{R_{13}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

U4 tem a função de multiplicar a variável y pela tensão da fonte V_6 , usada como controle do parâmetro ϵ via tensão contínua. A tensão no nó V_{ey} é (caixa em marrom):

$$V_{ey} = \frac{V_y V_6}{10} \left(\frac{R_{23} + R_{24}}{R_{23}}\right) \quad (4.9)$$

Usando as Eqs. (4.8) e (4.9), a análise da tensão de saída em *OP1B* resulta:

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{V}_y C_2 + \frac{V_{ey}}{R_{10}} + \frac{V_{\sin(x)}}{R_3} + \frac{V_o}{R_{19}} \\ \dot{V}_y &= -\frac{1}{C_2} \left(\frac{V_{ey}}{R_{10}} + \frac{V_{\sin(x)}}{R_3} + \frac{V_o}{R_{19}}\right) \\ \dot{V}_y &= -\frac{1}{C_2} \left(\frac{V_{ey}}{R_{10}} + \frac{V_{\sin(x)}}{R_3} - \frac{R_8}{R_{13}R_{19}} V_{z^2 \sin(x) \cos(x)}\right) \end{aligned} \quad (4.10)$$

Ou ainda, usando a Eq. (4.7):

$$\dot{V}_y = -\frac{1}{C_2} \left[\frac{V_{ey}}{R_{10}} + \frac{V_{\sin(x)}}{R_3} - \frac{R_8}{R_{19}R_{13}} \left(\frac{V_z^2}{10} \right) \left(\frac{R_{16} + R_{17}}{R_{16}} \right) \times \right. \\ \left. \frac{V_{\sin(x)}V_{\cos(x)}}{10} \left(\frac{R_{11} + R_{15}}{R_{11}} \right) \left(\frac{R_{18} + R_{20}}{R_{18}} + V_{Rpot} \right) \right] \quad (4.11)$$

Na caixa em vermelho, os dois AMPOP's (*OP2A* e *OP2B*) juntamente com o multiplicador analógico *U5* computam a variável dinâmica *z*. A saída do AMPOP *OP2A* é dada por:

$$\begin{aligned} \frac{V_{\cos(x)}}{R_9} + \frac{V_3}{R_1} + \frac{V_o}{R_4} &= 0 \\ \frac{V_o}{R_4} &= -\left(\frac{V_{\cos(x)}}{R_9} + \frac{V_3}{R_1} \right) \\ V_o &= -R_4 \left(\frac{V_{\cos(x)}}{R_9} + \frac{V_3}{R_1} \right) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Enquanto *U5* multiplica esta saída pela tensão da fonte *V₅*, que controla o parâmetro α . A análise em torno deste circuito integrado resulta:

$$W = \frac{V_o V_5}{10} \left(\frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21}} \right) \quad (4.13)$$

Por fim, a análise de *OP2B* junto com a Eq. (4.13) retorna:

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{W}{R_7} + C_3 \dot{V}_z \\ \dot{V}_z &= -\frac{W}{R_7 C_3} \\ \dot{V}_z &= \frac{V_5}{10} \left(\frac{R_4}{R_7 C_3} \right) \left(\frac{V_{\cos(x)}}{R_9} + \frac{V_3}{R_1} \right) \left(\frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21}} \right) \end{aligned} \quad (4.14)$$

As Eqs. (4.3), (4.11) e (4.14), com o auxílio da Eq. (4.5) formam o sistema de equações diferenciais e acopladas que resultam da análise do circuito proposto na Figura 4.2. Experimentalmente faz-se $\epsilon \propto -V_6$. Definindo $\mathbf{x} = (V_x, V_y, V_z)^T$, os resistores $\overline{R}_k \equiv \frac{R_k}{R}$ com $k = 2, 7, 10, 3, 19$ e os capacitores $\overline{C}_j \equiv \frac{C_j}{C}$ com $j = 1, 2, 3$, é possível reescrever as Eqs. (4.3), (4.11) e (4.14) na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{V_{\sin(x)}}{V_x} & -V_6 & V_z V_{\sin(x)} V_{\cos(x)} \\ \frac{V_5(V_{\cos(x)} - V_3)}{V_x} & 0 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{Ax} \quad (4.15)$$

A matriz A e o termo $\frac{1}{RC}$ representam a transformação de escala no espaço das variáveis e no tempo, respectivamente. Esta matriz de transformação surge em virtude da aplicação das relações Eq. (4.1) nas Eqs. (3.2), a Eq (4.5) completa a descrição de escala no espaço das variáveis explicitando-as nos argumentos das funções trigonométricas. Comparando os elementos desta matriz com as Eqs. (3.2) e a Eq. (4.1), é possível isolar os valores de cada componente passivo. Formada por elementos adimensionais, A é escrita como:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{R_6}{C_1 \cdot R_2 \cdot R_5} & 0 \\ \frac{1}{R_3 \cdot C_2} & \frac{R_{23} + R_{24}}{R_{10} \cdot C_2 \cdot 10 \cdot R_{23}} & \frac{R_8(R_{11} + R_{15})}{R_{13} \cdot R_{19} \cdot C_2} \left(\frac{R_{16} + R_{17}}{(10)^2 \cdot R_{16} \cdot R_{11}} \right) \left(\frac{R_{18} + R_{20}}{R_{18}} + \frac{V_{Rpot}}{1V} \right) \\ \frac{R_4}{10 \cdot R_7 \cdot C_3} \left(\frac{R_{21} + R_{22}}{R_{21}} \right) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

Na Figura 4.3 (a) e (b) encontra-se a construção do circuito proposto neste trabalho, o computador analógico RW. A montagem foi feita usando-se 3 placas de circuito impresso de fenolite, onde os setores verticais na Figura 4.3(b) são responsáveis pela computação das não linearidades, e o setor horizontal pela integração analógica. O potenciômetro de precisão é responsável por adicionar a perturbação V_{Rpot} a um dos elementos da matriz A , disposto na configuração de divisor de tensão, ao girar seu eixo é possível perturbar o circuito incitando novos comportamentos.

Nas primeiras medidas realizadas sob o circuito RW, embora a disposição dos atratores lembre as simulações numéricas, notou-se comportamento caótico em regiões onde deveria-se ter periodicidade - uma evidência de perturbações externas. O efeito deste ruído externo é visível na Figura 4.4, a região $y = 4.0V, z = 0.5V$ e $0.0V > x > -1.0V$ contém um comportamento anômalo na leitura das tensões correspondente as variáveis. Uma discussão detalhada sobre os efeitos deste tipo de perturbação é encontro no capítulo "ANÁLISE DE ERROS". Aqui, é importante notar que o ruído deforma o atrator e as medidas indiretas sobre o mesmo são, portanto, de pouca confiabilidade.

O espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov numérico e experimental para este sistema encontra-se na Figura 4.5. O espaço numérico

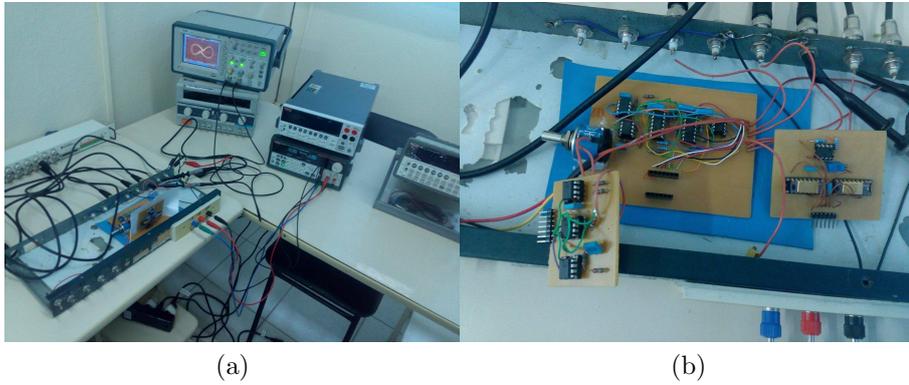


Figura 4.3: Construção do computador analógico para o RW. (a) Bancada de equipamentos de medida. (b) Placa de circuito impresso do RW.

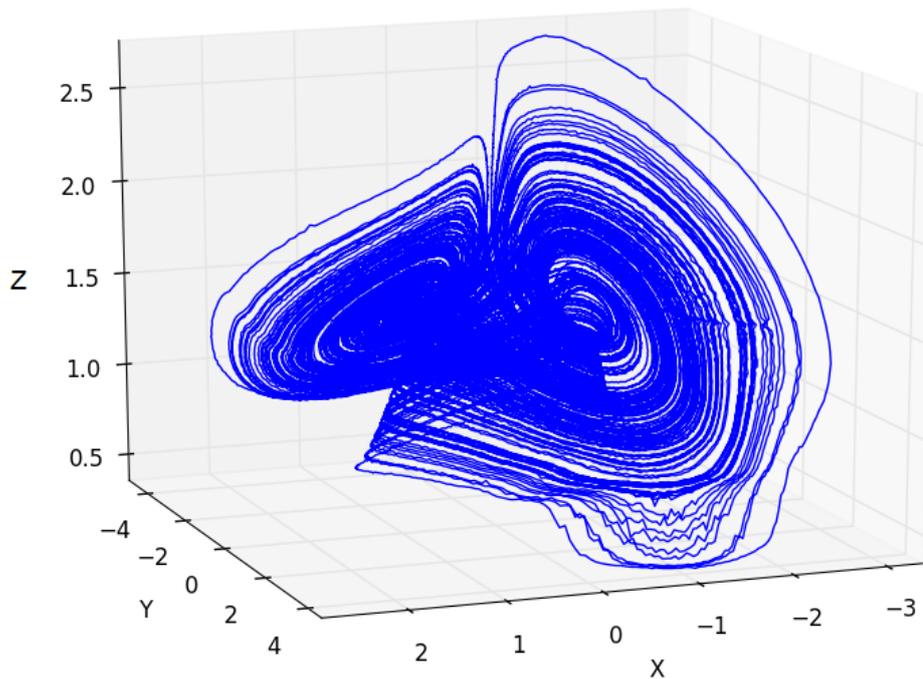


Figura 4.4: Atrator experimental para o RW.

contém 500^2 pontos, e o experimental 100^2 . Sem nenhuma transformação sobre os parâmetros, a resolução experimental é bastante limitada, neste

caso. A razão SR para os parâmetros é $\approx 3dB^1$, isto é, o nível de ruído está levemente abaixo, mas na mesma ordem de grandeza, que a menor resolução possível para o controle dos parâmetros no espaço experimental. Certamente uma transformação de escala pode melhorar muito a razão SR, entretanto observou-se que o ajuste na perturbação V_{rpot} tem efeitos similares ao amenizar os efeitos do ruído externo para o atrator observado na tela do osciloscópio.

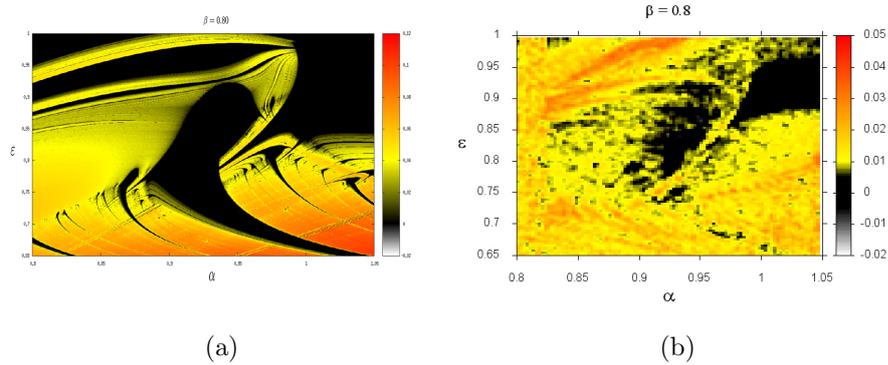


Figura 4.5: Espaços de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov para o RW. (a) Numérico. (b) Experimental.

O ajuste em V_{rpot} consiste em comparar o comportamento observado no osciloscópio para cada par de parâmetros α, ϵ (fixando $\beta = 0.80$) numa grade de 6×6 valores no espaço numérico da Figura 4.5 (a). Gira-se o eixo do potenciômetro até que o comportamento observado esteja de acordo com o resultado numérico e anota-se o valor da perturbação, lendo o valor da tensão resultante em V_{rpot} . Em seguida, efetua-se uma média sobre os 36 valores de perturbação, este valor é fixado no procedimento para obter os expoentes de Lyapunov experimentais. O valor médio de V_{rpot} obtido para o circuito da Figura 4.3 é $\approx 200mV$, entretanto, após um exaustivo procedimento de tentativa-erro, o valor $V_{rpot} = 356mV$ se mostrou mais adequado para o circuito, produzindo os melhores resultados. Na Figura 4.6 estão dispostos os *print's* da tela do osciloscópio na grade de 36 pares de parâmetros α, ϵ usados no ajuste da perturbação via V_{rpot} .

Uma análise minuciosa das Figuras 4.6 e 4.5 (b) revela discrepâncias. Por exemplo, para o par de parâmetros $\alpha = 0.88, \epsilon = 0.95$ da Figura 4.6 indica um comportamento periódico. Porém, a Figura 4.5 (b) mostra que o

¹Considerando a menor resolução do espaço como $(1.05 - 0.8)/100$ (para o parâmetro α) e o nível de ruído $5mV$ (estimativa baseada na observação da tela do osciloscópio para um ponto fixo) a razão SR é definida por $SR = 10dB \log\left(\frac{(1.05-0.8)V/100}{5 \times 10^{-3}V}\right) \approx 3dB$

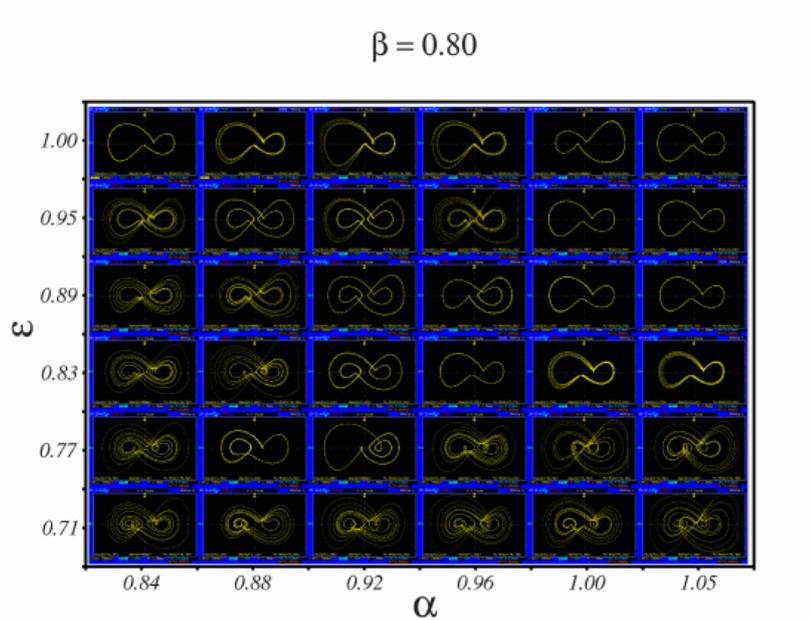


Figura 4.6: Grade de atratores experimentais para o RW. A projeção é feita com as variáveis dinâmicas XY

maior expoente de Lyapunov neste mesmo par de parâmetros é positivo, não obstante, está em uma região avermelhada indicando que, segundo o valor do expoente lido na escala de cores, as condições iniciais próximas divergem mais rápido do que qualquer outra região do mesmo corte do espaço de parâmetros. A resposta para este aparente paradoxo é simples: na grade de atratores da Figura 4.6 é ajustado o valor de V_{rpot} para *cada* par de parâmetros, enquanto o valor desta perturbação é fixa no procedimento usado para obter a Figura 4.5 (b). Pode-se inferir uma importante conclusão deste fato: perturbações no sistema que tem o objetivo de estabilizar as órbitas periódicas instáveis (que perderam a estabilidade por conta do ruído externo), ainda que possam recuperar a estabilidade local de cada órbita, não se mostram úteis para o corrigir o comportamento global do sistema, a menos que seja introduzido uma perturbação que varie dinamicamente com par de parâmetros, numa abordagem semelhante ao controle de caos via método OGY [11]. Entretanto é evidente que encontrar a forma funcional da dependência da perturbação com os parâmetros e em seguida aplica-la em um sistema já sujeito aos efeitos do ruído é algo impraticável experimentalmente². Portanto, para garantir

²O método de controle de caos via OGY é bastante sensível à razão SR, sendo necessário assegurar que o ruído externo em que o sistema está imerso seja o menor possível - para que a lei de perturbação sobre o parâmetro apresente os melhores resultados.

uma boa concordância *global* entre o comportamento dinâmico numérico e experimental, deve-se buscar uma solução que atue na fonte de ruído externo.

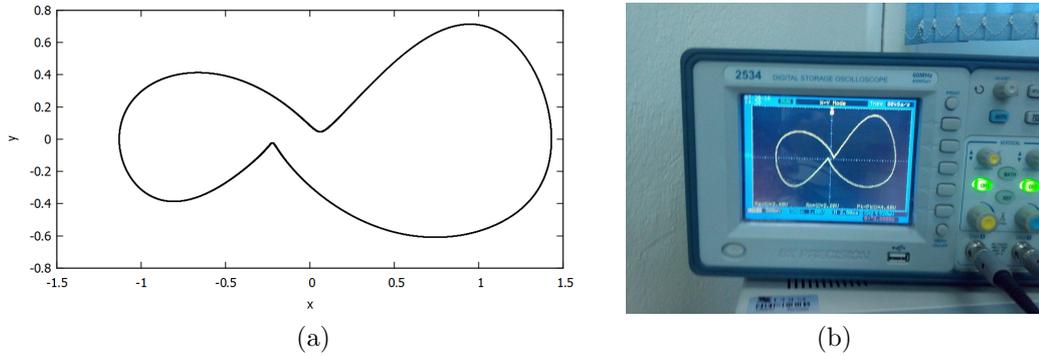


Figura 4.7: Atrator periódico para o RW com $\alpha = 1.05, \epsilon = 0.95, \beta = 0.80$ (a) Numérico. (b) Experimental.

Um fenômeno que pode aumentar sensivelmente a dificuldade em se estabilizar as órbitas periódicas instáveis experimentalmente é mostrado na Figura 4.7. Nesta órbita, os pontos extremos próximos a origem dos eixos na tela do osciloscópio evidenciam uma taxa de variação temporal (\dot{V}_x, \dot{V}_y), na vizinhança destes extremos, com valores demasiado críticos. Variações abruptas de um sinal podem forçar AMPOP's a sair do regime linear, prefigurando uma região em que novas perturbações são adicionadas nas equações do sistema. O parâmetro físico relacionado a esta limitação em um AMPOP é chamado *slew rate*, e seu valor máximo encontra-se no datasheet do fabricante. Para contornar este problema, aumenta-se a escala de tempo como um todo para o circuito, diga-se uma ordem de grandeza, de forma que $\dot{V}_x, \dot{V}_y, \dot{V}_z$ estejam no regime linear: na tela do osciloscópio, estes extremos "críticos" devem apresentar-se estáveis, isto é, sua posição ser fixa e livre de comportamento aparentemente ruidoso.

4.1.1 Regulador de Watt quadridimensional

O espaço de parâmetros para o RW experimental evidencia a grande sensibilidade do sistema ao ruído. Uma vez que estruturas periódicas imersas na região caótica organizam-se, frequentemente, segundo uma lei de formação exponencial de sua janela periódica sobre o espaço de parâmetros com o período da órbita, experimentalmente isto acarreta a destruição da estrutura fina característica. Os resultados acima levam a concluir que técnicas de perturbação não são eficazes na remoção global deste efeito sobre a dinâmica,

pois atuam com eficiência somente sobre um ponto específico do espaço de parâmetros.

Uma maneira de se contornar o problema da sensibilidade ao ruído é o uso de filtros que atuam na fonte dos mesmos, caso esta seja prontamente identificada no sistema. A escolha de componentes de precisão, baixo ruído e boa qualidade também podem contribuir significativamente na redução de ruído intrínseco ao circuito. Entretanto, existe uma terceira prática que pode ser de grande valia: reduzir o número de certos termos não lineares. Uma transformação simples de variáveis sobre as Eqs. (3.2) elimina uma função trigonométrica ao custo de aumentar uma dimensão do sistema. Com efeito, pode-se construir o computador analógico para o RW usando apenas um *AD639*. A computação analógica destas funções é feita via aproximação pela função \tanh e, além de elevado custo a aquisição do *AD639*, eliminar a presença destes termos trigonométricos no circuito significa reduzir o nível de ruído não linear [30] que é gerado durante a conversão. Nas Eqs. (3.2), fazendo $u \equiv \cos(x)$, é possível re-escrever as equações do sistema como:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= y \\
 \dot{y} &= \sin(x) (z^2 u - 1) - \epsilon y \\
 \dot{z} &= \alpha(u - \beta) \\
 \dot{u} &= -\sin(x)y
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

Se $\alpha = 0.90$, $\beta = 0.80$, $\epsilon = 0.90$, com as condições iniciais $x_0 = 0.1$, $y_0 = 0.1$, $z_0 = 0.1$, $u_0 = 1.0$ o sistema da Eq. (4.17) gera, numericamente, o atrator da Figura 4.8. É importante notar que a condição inicial para $u_0 \neq 0$, fazendo-a nula o sistema inicia em uma região de divergência. Pode-se questionar o fato deste novo sistema ser passível de apresentar hipercaos: este não é o caso. Se espectro de expoentes de Lyapunov é uma propriedade física e única do sistema, a forma quadridimensional para o RW não abre a possibilidade para uma solução hipercaótica visto que é uma tautologia em relação as Eq. (3.2), isto é, o sistema é exatamente o mesmo, apenas escrito de outra forma. Para qualquer atrator, a projeção no plano XU , YU , ou ZU sempre retorna uma estrutura periódica, evidenciando que o expoente de Lyapunov adicional é nulo.

A implementação do computador analógico para a Eq. (4.17) está representada na Figura 4.9 (a). A função da chave *S1* é forçar as condições iniciais para u_0 , esta chave é fechada durante os primeiros instantes da simulação do circuito (Figura 4.9 (b)) quando é aberta, o atrator caótico se forma para os parâmetros $\alpha = 0.90$, $\beta = 0.80$, $\epsilon = 0.90$. Um método mais eficiente para controle de condições iniciais experimental é apresentado no

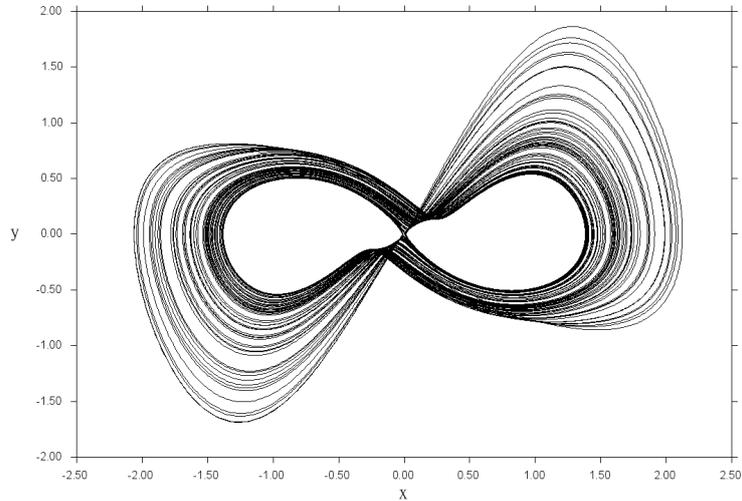


Figura 4.8: Atrator numérico para o RW quadridimensional. A projeção é feita com as variáveis dinâmicas XY .

próximo capítulo. O controle de parâmetros via tensão contínua é aplicado sobre as variáveis $\beta(V1)$ e $\epsilon(V2)$, com $\alpha = 0.90$.

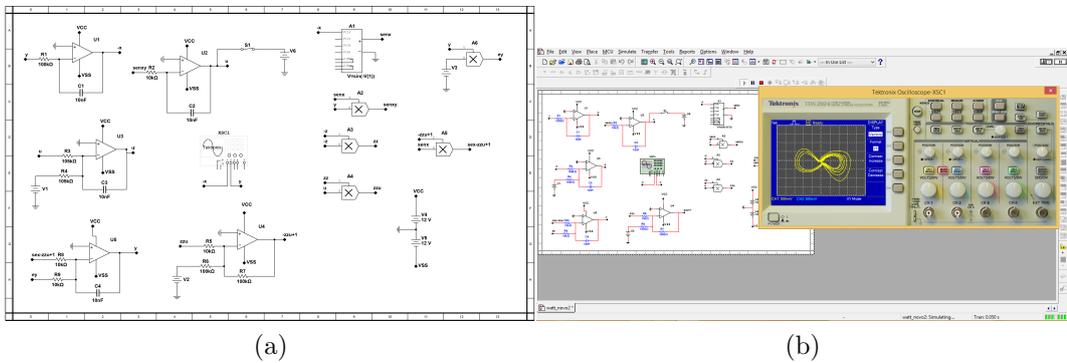


Figura 4.9: Computador analógico para o RW quadridimensional. (a) Circuito esquemático. (b) Simulação no MULTISIM com $\alpha = 0.90$, $\beta = 0.80$, $\epsilon = 0.90$

4.2 Sistema Sprott-Chua

Embora o controle de parâmetros via tensão contínua em um computador analógico tem-se mostrado razoável para o estudo da dinâmica, é inegável

que esta técnica possui suas desvantagens. A principal delas é o aumento da sensibilidade ao ruído externo devido a alta impedância de entrada dos multiplicadores analógicos. Segundo a secção anterior, pode-se observar uma resolução experimental do controle dos parâmetros da ordem de $10^{-3}V$ que, em muitas situações, limita severamente o estudo global do sistema. Técnicas de re-escala no controle dos parâmetros podem ser úteis para melhorar este cenário, porém contar com a sorte de uma situação que permite uma escolha de escala bastante favorável está longe de ser uma solução tácita. Existe uma maneira simples de resolver este problema.

Conhecida a fonte do ruído externo, pode-se prevenir que o sistema seja perturbado por este ruído usando um circuito que realiza a interface entre o aparelho de medida e o circuito caótico. A função desta interface é isolar o sistema do ambiente externo, bloqueando o ruído e permitindo que o sinal de interesse chegue ao instrumento de medida com a mínima interferência possível. Se a perturbação externa se caracteriza por uma portadora de alta frequência, o uso de um filtro *passa-baixa* e uma escolha apropriada da frequência característica (diretamente relacionada com a escala de tempo) é a solução parcimoniosa ao problema.

O principal objetivo do estudo do sistema Sprott-Chua neste trabalho é, para além de análise da dinâmica, comparar resultados quando o circuito se encontra mediado por uma interface que o isola do ruído externo com a ausência da mesma. Mostrar-se-á que o uso desta interface possibilita a observação de janelas periódicas diminutas, fenômenos de crise no atrator, e maior clareza dos pontos de bifurcação do sistema. No espaço de parâmetros do circuito isolado é possível observar estruturas intrincadas com tamanha clareza que torna viável a obtenção de um espaço dos períodos experimental. Detalhes da construção e cálculos da interface (filtros *passa-baixa*) são encontrados no capítulo "MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS", a caracterização do ruído externo tratado pela interface, sua origem e análise quantitativa da redução de ruído deste método está no capítulo "ANÁLISE DE ERROS".

A Figura 4.10 ilustra o circuito proposto para as Eq. (3.7) do sistema SC. Os multiplicadores analógicos (M1 e A1) são os CI's AD633 e os LED's são do tipo vermelho alto brilho de 3mm. O termo linear por partes, semelhante ao circuito de Chua, é computado pelo OP3 e sua respectiva curva de transferência experimental é mostrada na Figura 4.10. A escala no espaço das variáveis e no tempo é dada pela Eq. (4.18).

$$\begin{pmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5V & 0 & 0 \\ 0 & 0.5V & 0 \\ 0 & 0 & 0.5V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad e \quad t = (10^{-3}s)\tau \quad (4.18)$$

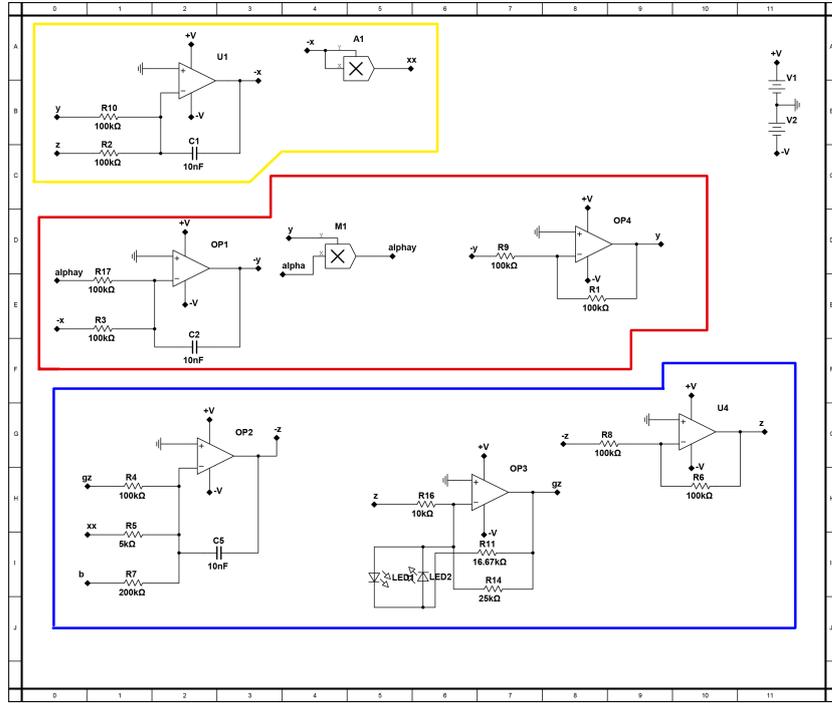


Figura 4.10: Computador analógico para o sistema SC.

Para a caixa em amarelo da Figura 4.10, $U1$ computa a variável V_x . O sinal de negativo em V_x é apenas uma escolha conveniente, pode-se facilmente inverter este sinal com o uso de um AMPOP ou mesmo durante a aquisição de dados, implementado em software. Entretanto, para as análises que são efetuadas aqui, o sinal invertido é indiferente. As equações que governam $U1$ são obtidas aplicando a Eq. (2.4) em torno deste AMPOP, que tomam a forma:

$$\begin{aligned} \frac{V_y}{R_{10}} + \frac{V_z}{R_2} + C_1 \dot{V}_{-x} &= 0 \\ \dot{V}_{-x} &= -\frac{V_y}{C_1 R_{10}} - \frac{V_z}{C_1 R_2} \end{aligned} \quad (4.19)$$

O termo não linear X^2 é computado pelo multiplicador analógico $A1$ e sua análise resulta em:

$$V_{xx} = \frac{(V_{-x})^2}{10} \quad (4.20)$$

Para a caixa em vermelho, $OP1$, $OP4$ e $M1$ fazem operações matemáticas referentes a variável V_y . Enquanto $OP1$ computa a parte dinâmica deste se-

tor, *OP4* realiza a inversão de sinal necessária para outros trechos do circuito e *M1* é responsável pelo controle do parâmetro α via tensão contínua. A análise em torno de *OP1* resulta:

$$\begin{aligned} \frac{V_{alphy}}{R_{17}} + \frac{V_{-x}}{R_3} + C_2 \dot{V}_{-y} &= 0 \\ \dot{V}_{-y} &= -\frac{V_{alphy}}{C_2 R_{17}} - \frac{V_{-x}}{C_2 R_3} \end{aligned} \quad (4.21)$$

Para *OP4*:

$$V_y = -\frac{R_1}{R_9} V_{-y} \quad (4.22)$$

E *M1*:

$$V_{alphy} = \frac{V_y \cdot V_{alpha}}{10} \quad (4.23)$$

Combinando as Eqs. (4.21), (4.22), (4.23) tem-se:

$$\dot{V}_y = \frac{R_1}{R_9 C_2} \left(\frac{V_y \cdot V_{alpha}}{10 R_{17}} + \frac{V_{-x}}{R_3} \right) \quad (4.24)$$

Por fim, na caixa encontra-se o trecho responsável pela variável V_z . De maneira análoga a V_y , *OP2* computa a parte dinâmica das equações e *U4* apenas tem a função de inverter o sinal de V_{-z} . Um destaque especial deve ser dado a *OP3* que possui uma configuração exótica se comparado com os outros trechos do circuito. Sabe-se que um LED possui uma tensão mínima de condução, isto é, um $V_{threshold}$ tal que tensões abaixo deste limite faz o LED se comportar como uma malha aberta e na reciproca como uma malha fechada³. Considerando o caso que a tensão V_z aplicada sobre R_{16} em *OP3* satisfaz $V_z < |V_{threshold}|$ então LED1 e LED2 são malhas abertas, portanto [22]:

$$V_{gz} = -\frac{R_{14}}{R_{16}} V_z \quad (4.25)$$

Entretanto, se $V_z > |V_{threshold}|$ então LED1 e LED2 são malhas fechadas e:

$$V_{gz} = -\left(\frac{R_{11} R_{14}}{R_{11} + R_{14}} \right) \frac{1}{R_{16}} V_z \quad (4.26)$$

³É claro que este comportamento é idealizado, a curva IV característica de um LED não possui uma descontinuidade em $V_{threshold}$, e sim é aproximadamente dada por $I = I_s \left(e^{\frac{V}{kT}} - 1 \right)$

Reunindo as Eqs. (4.26) e (4.25) em uma única estrutura, a malha em torno de $OP3$ assume a forma:

$$V_{gz} = \begin{cases} -\frac{R_{14}}{R_{16}}V_z, & \text{se } |V_z| \leq V_{threshold}, \\ -\left(\frac{R_{11}R_{14}}{R_{11}+R_{14}}\right)\frac{1}{R_{16}}V_z, & \text{se } |V_z| > V_{threshold}. \end{cases} \quad (4.27)$$

A equação para o último AMPOP $U4$ é:

$$V_z = -\frac{R_6}{R_8}V_{-z} \quad (4.28)$$

Em $OP2$ o controle do parâmetro via tensão contínua é mediado pela fonte V_b , não existe necessidade de multiplicação analógica neste parâmetro, visto que ele aparece nas Eqs. (3.7) como um fator somativo. Aqui é importante explanar o significado do fator 0.625 que aparece multiplicando b nas Eqs. (3.7): o filtro analógico adiciona uma resistência de $100k\Omega$ em série com $R7$, portanto, o fator $\frac{1}{2}$ que multiplica b após a transformação de escala no circuito aparece como:

$$\underbrace{\frac{2}{3} \left(\frac{1}{R} \left(\frac{1}{2} \right) \right)}_{num.} = \overbrace{\frac{1}{R} \left(\frac{1}{2+1} \right)}^{exp.}$$

(com $R = 100k\Omega$), isto é, deve-se multiplicar b por $2/3 = 0.625$ para que o resultado numérico esteja de acordo com o circuito. O denominador do lado direito escrito explicitamente indica a soma dos resistores ($R_7 + R$ filtro). Essa modificação não é necessária caso se use um *buffer* na saída do filtro analógico, porém foi muito mais conveniente introduzir este fator nos resultados numéricos. Continuando a análise das malhas, as equações para $OP2$ são:

$$\begin{aligned} \frac{V_{gz}}{R_4} + \frac{V_{xx}}{R_5} + \frac{V_b}{R_7} + C_5 \cdot \dot{V}_{-z} &= 0 \\ \dot{V}_{-z} &= -\frac{V_{gz}}{C_5 R_4} - \frac{V_{xx}}{C_5 R_5} - \frac{V_b}{C_5 R_7} \end{aligned} \quad (4.29)$$

Combinando as Eqs. (4.29), (4.28) e (4.20):

$$\dot{V}_z = \frac{R_6}{R_8 C_5} \left(\frac{V_{gz}}{R_4} + \frac{V_{-x}^2}{10R_5} + \frac{V_b}{R_7} \right) \quad (4.30)$$

As Eqs. (4.19), (4.24) e (4.30) regem o comportamento do circuito. A Eq. (4.27) completa a descrição geral. Reunidas em forma matricial, com

$\mathbf{x} \equiv (V_{-x}, V_y, V_z)^T$, os resistores $\overline{R}_k \equiv \frac{R_k}{R}$ com $k = 2, 7, 10, 3, 17, 4, 5$ e os capacitores $\overline{C}_j \equiv \frac{C_j}{C}$ com $j = 1, 2, 5$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & V_{alpha} & 0 \\ V_{-x} & \frac{V_b}{V_y} & \frac{V_{gz}}{V_z} \end{pmatrix} A\mathbf{x} \quad (4.31)$$

A matriz A resultante da re-escala no espaço de variáveis é:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{C_1 \cdot R_{10}} & \frac{1}{C_1 \cdot R_2} \\ \frac{R_1}{C_2 \cdot R_3 R_9} & \frac{R_1}{10C_2 \cdot R_{17} R_9} & 0 \\ \frac{R_6}{10C_5 \cdot R_5 R_8} & \frac{R_6}{C_5 \cdot R_7 R_8} & \frac{R_6}{C_5 \cdot R_4 R_8} \end{pmatrix}$$

A Figura 4.11 ilustra a construção do circuito em uma *protoboard*, usada para fazer todas as medidas descritas a seguir nesta secção. No canto esquerdo da foto, é possível observar os dois LED's responsáveis pela linearidade por partes. No canto direito, um pequeno circuito formado por 3 relés do tipo *reed-relay*, transistor, LED e alguns componentes passivos é responsável por zerar as condições iniciais do circuito para cada ponto no espaço de parâmetros, e é fundamental para que o circuito consiga sair da região de divergência. Detalhes sobre o funcionamento deste circuito de *reset* das condições iniciais é encontrado no capítulo "MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS".

O espaço de parâmetros experimental para o maior expoente de Lyapunov encontra-se na Figura 4.12 (b), este espaço é construído por uma grade de 200X200 valores. A região preta indica periodicidade e a amarela-vermelha, caos. A Figura 4.12 (a) contém o espaço numérico para este sistema, em uma grade de 500X500 valores, usando o mesmo significado de cores no espaço experimental além da adição à cor azul, que indica divergência. É interessante notar que, no espaço experimental, a região de divergência é caracterizada por um ponto fixo ou ciclo limite de alta amplitude, visto que o computador analógico não pode fornecer uma tensão superior a qual se encontra alimentado, é por este motivo que a região de divergência experimental se encontra negra na Figura 4.12 (b).

Os espaços das Figuras 4.12 (a) e (b) evidenciam uma razoável similaridade. No espaço numérico é possível observar estruturas periódicas delicadas imersas na região caótica, enquanto que experimentalmente pode-se apenas

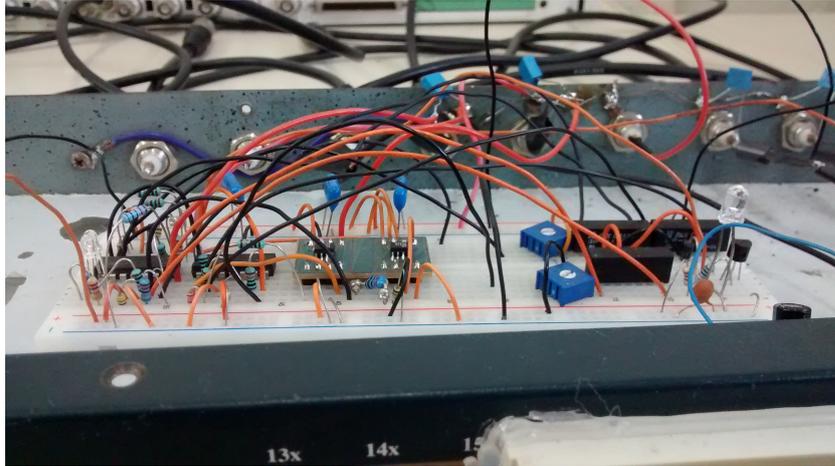


Figura 4.11: Construção do computador analógico para o sistema Sprott-Chua em uma protoboard.

observar aquelas mais robustas aos erros e perturbações inerentes ao experimento, ainda que as medidas contemplem o uso do filtro analógico. Conforme mostrar-se-á adiante, a caixa em ciano da Figura 4.12 (b) contém uma estrutura quasiperiódica central e mais duas estruturas periódicas com uma fina região de confinamento imersas no caos. Embora as estruturas internas da região caótica no espaço experimental aparentam sofrer uma distorção, o posicionamento global da região de caos possui uma excelente concordância com os resultados numéricos, que corrobora a estabilidade do controle dos parâmetros α, β via tensão contínua nesta situação.

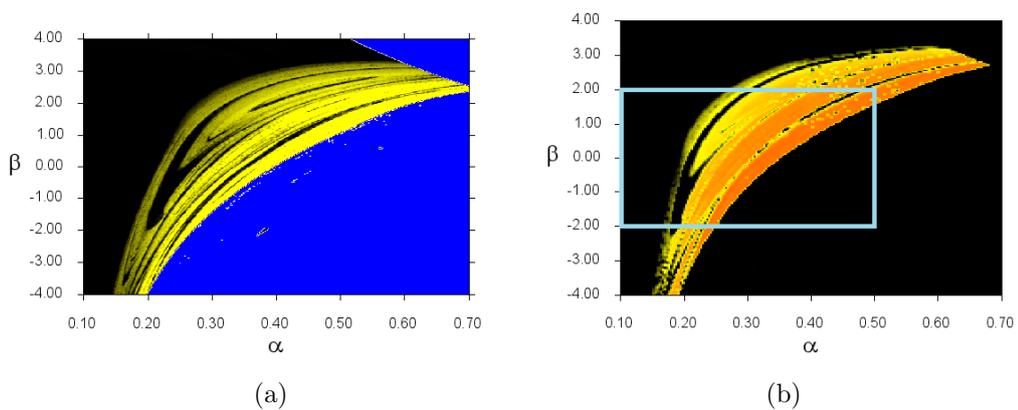


Figura 4.12: Espaço de parâmetros para o maior expoente de Lyapunov do sistema SC. (a) Numérico. (b) Experimental com filtro analógico

Nas Figuras 4.14 (a) e (b) estão representados o espaço de parâmetros e diagrama de bifurcação experimentais, respectivamente, para a caixa em ciano da Figura 4.12 (b). O digrama de bifurcação contém uma resolução de 500 valores para o parâmetro α . A linha verde horizontal na Figura 4.14 (b) e os pontos em ciano indicam a localização do diagrama de bifurcação e uma grade de atratores experimentais (Figura 4.13), respectivamente. Ambas as figuras contém medidas usando o filtro analógico nas entradas e saídas do circuito.

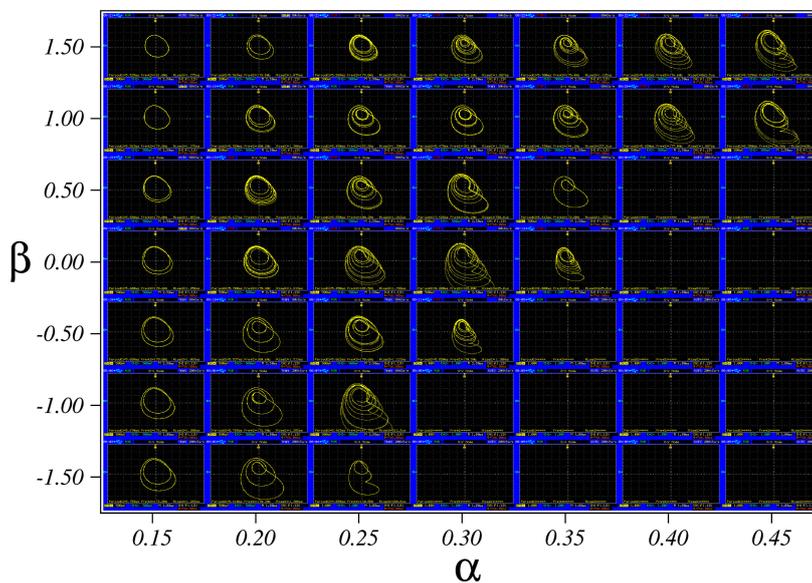


Figura 4.13: Grade de atratores experimentais do sistema SC.

O diagrama de bifurcação da Figura 4.14 (a) permite visualizar a forma das três estruturas periódicas internas à região caótica. Para incremento no valor do parâmetro α no intervalo a , observa-se que o sistema possui rota para o caos via dobramento de período. Em b o sistema possui comportamento quasiperiódico: o espaço de parâmetros na Figura 4.14 (b) mostra que o maior expoente de Lyapunov nesta região é nulo, ainda que o diagrama de bifurcação indique dispersão de pontos extremos nesta região. De maneira similar, a região c também contém quasiperiodicidade em um formato bastante simétrico em relação a região anterior. Em d encontra-se uma tênue janela periódica cujo comprimento é muito menor que em a, b e c , conforme o aumento no período. A última janela periódica e faz exceção ao aninhamento das janelas anteriores e apresenta-se maior que b e c mesmo

possuindo o maior dos períodos. Na região f o sistema diverge e os pontos são descartados no diagrama.

Os asteriscos vermelhos na Figura 4.14 (a) indicam valores críticos para α em que o sistema sofre uma *crise de fronteira* [31], isto é, onde existe uma mudança abrupta no comportamento do atrator devido uma colisão com órbita periódica(ou ponto fixo) instável presente no seu contorno da bacia de atração. Os dois últimos asteriscos vermelhos indicam a posição de dois valores críticos na crise de fronteira para cada janela periódica, isto é, tem-se um total 4 valores críticos nas regiões e e d , uma vez que são delimitadas por este comportamento. A ocorrência de crise de fronteira é geralmente seguida de caos transiente para valores ligeiramente maiores (ou menores) do parâmetro crítico, este comportamento foi completamente descartado na aquisição dos resultados experimentais para este sistema.

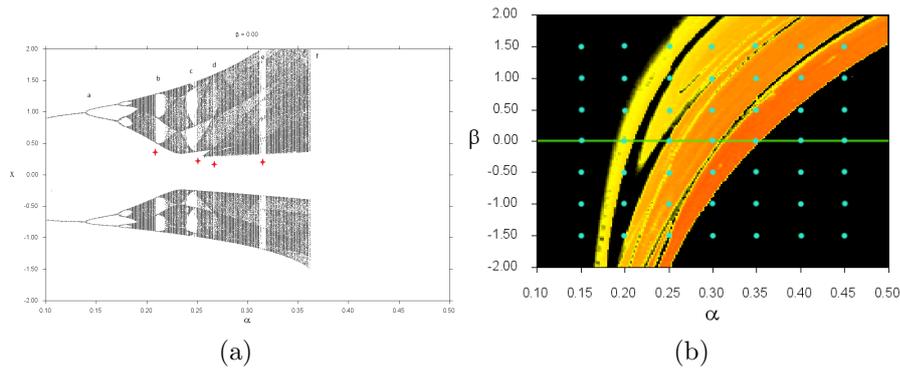


Figura 4.14: Resultados experimentais para o Sistema Sprott-Chua com filtro analógico. (a) Corte do espaço de parâmetros. (b) diagrama de bifurcação

O espaço de parâmetros numérico para o recorte em ciano da Figura 4.14 e o espaço de períodos experimental é mostrado, respectivamente, nas Figuras 4.15 (a) e (b). Períodos maiores ou iguais a 9 são classificados como caos. Nestas Figuras, é possível identificar experimentalmente a região de divergência. A bifurcação de atratores gera uma interface onde a contagem de período, feita de forma autônoma, sofre uma deficiência e resulta em valores inexatos. Uma delgada linha verde (período 2) é observada na primeira curva de bifurcação deste espaço. Uma das vantagens de se estudar experimentalmente o espaço de períodos é o seu respectivo tempo de aquisição: para o espaço da Figura 4.15 (b) com resolução de 200X200 pontos, leva-se 2 dias para para ficar pronto, enquanto o espaço análogo para o maior expoente de Lyapunov demora 4 à 5 dias.

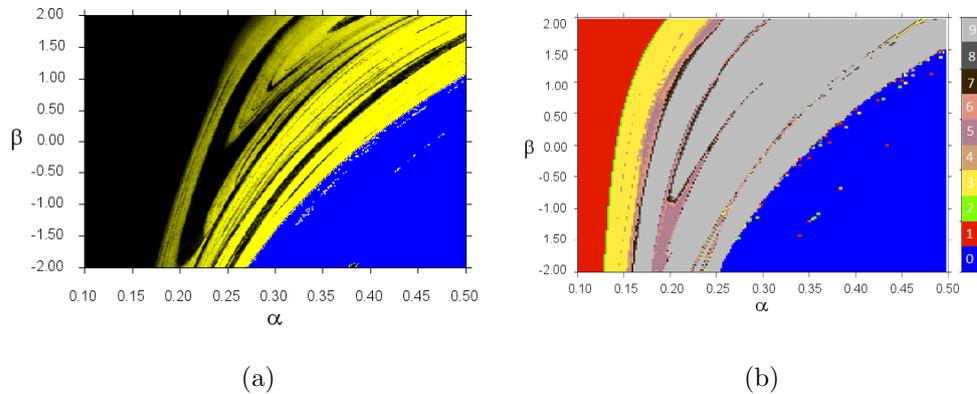


Figura 4.15: Resultados para o Sistema SC. (a) Espaço de parâmetros numérico. (b) Espaço de períodos (*isospike*) experimental com filtro

Todos os resultados apresentados até então, para este sistema, usam o filtro analógico para isolar o circuito do ambiente externo e ruído gerado pelo equipamento de medida. Nas Figuras 4.16 (a) e (b) as medidas são realizadas na ausência de filtro. É possível notar uma mudança drástica tanto na resolução quanto comportamento dinâmico, a medida do maior expoente de Lyapunov é afetada de tal forma que, as estruturas internas à região caótica desaparecem. Não obstante, atratores periódicos fora desta região também são afetadas de tal maneira que o espectro de Lyapunov perde significado físico. Apenas a região de divergência aparenta não ser afetada pela perturbação externa.

Na Figura 4.16 (a) as caixas em vermelho e amarelo evidenciam perturbação na amplitude do atrator. Além disso, é possível notar o desaparecimento das janelas periódicas d e e em virtude do ruído externo. Na caixa em vermelho, a perturbação é tal que produz uma "fusão" de duas estruturas de extremos no diagrama de bifurcação. A reta em ciano no espaço de parâmetros, que indica o diagrama de bifurcação, quando comparada com a Figura 4.16(a) mostra que a medida do maior expoente de Lyapunov não diferencia caos de regularidade apropriadamente.

4.3 Circuito de Chua

O estudo do circuito de Chua via computação analógica já é conhecido na literatura. Ademais, Medrano Et. Al. [22] elaboraram uma proposta de controle de parâmetros via tensão contínua para este sistema. O circuito idealizado por estes autores encontra-se na Figura 4.17. O modelo tratado

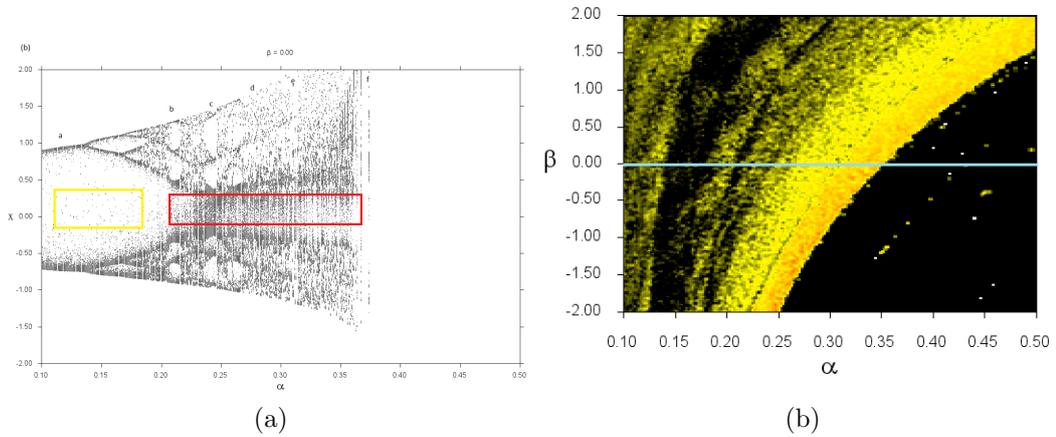


Figura 4.16: Resultados experimentais para o Sistema SC sem filtro analógico. (a) Diagrama de bifurcação. (b) Corte do espaço de parâmetros.

no artigo advém da hipótese que $R_l = 0$, isto é, a indutância presente no circuito "canônico" é ideal, e trabalha-se com o estudo dos parâmetros α e β , que estão relacionados aos valores do capacitor $C1$ e o indutor L do circuito na Figura 3.9, respectivamente. Uma importante contribuição dos autores para este trabalho, além da ideia de variar parâmetros via tensão contínua, é o *design* bastante inteligente da curva linear por partes do diodo de Chua usando LED's - também utilizado no estudo do sistema SC.

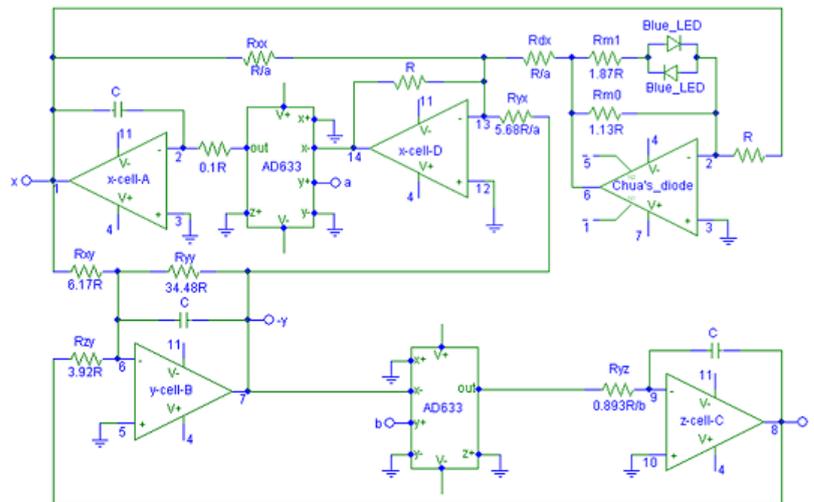


Figura 4.17: Circuito de Chua via computação analógica proposto por Medrano Et. Al. [22]

Um dos problemas encontrados nas tentativas de realizar medidas automatizadas sobre o circuito da Figura 4.17 é o *dynamic range* diminuto no controle dos parâmetros, isto é, a excursão de sinal (tensão) para controle dos parâmetros α, β é muito pequena ⁴. Evidentemente esta escolha dos autores se baseou no fato de que a varredura nos parâmetros, visando obter diagramas de bifurcação e afins, não é o objetivo principal do artigo, que seria apenas de propor o circuito. Aqui gostaria-se de sanar este problema visto que o método experimental para obter aquelas ferramentas no estudo da dinâmica é o principal objetivo desta dissertação. Resumidamente, deseja-se:

1. Aprimorar o controle de parâmetros via tensão contínua estendendo a excursão de sinal.
2. Não usar a hipótese que o indutor no circuito de Chua é ideal e ainda variar a sua *não-idealidade* (resistência) como um parâmetro do sistema.
3. Utilizar a técnica de filtros analógicos no controle de parâmetros ⁵.

O circuito que propõe-se a resolver todos os quesitos elencados acima está representado na Figura 4.18. A abordagem segue ainda a computação analógica, porém ao final desta seção é proposto um novo *design* de potenciômetro linear digitalmente controlado por tensão contínua, caso se deseje um estudo sistemático do circuito de Chua canônico [15], tal como foi proposto em 1984 por seu idealizador. Novamente, detalhes sobre a construção experimental encontram-se no capítulo "MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS".

Os parâmetros usados para o estudo das bifurcações no circuito da Figura 4.18 são α, γ . Este último está associado diretamente ao valor da resistência "parasita" no indutor L do circuito de Chua. A dinâmica de interesse para este parâmetro inclui valores negativos e muito pequenos, enquanto que α é o oposto disto: estritamente positivo e até duas ordens de grandeza maior que o valor nominal de γ . Escolheu-se a escala no espaço dos parâmetros para α como sendo a unidade, enquanto que para γ usou-se o fator 1/10 intrínseco ao multiplicador analógico, resultando na seguinte

⁴No artigo foi realizada uma normalização do parâmetro α para 1V em relação a β , sendo que o valor nominal deste último é ≈ 35 . Isto significa que variar α de 0 à 35 corresponderá a uma tensão analógica de controle no intervalo 0V à 1V o que, junto com a re-escala no espaço das variáveis, diminui muito a razão SR para este controle.

⁵*Spoiler*: Mostrar-se-á que o uso dos filtros neste sistema aparenta ser, inicialmente, inútil.

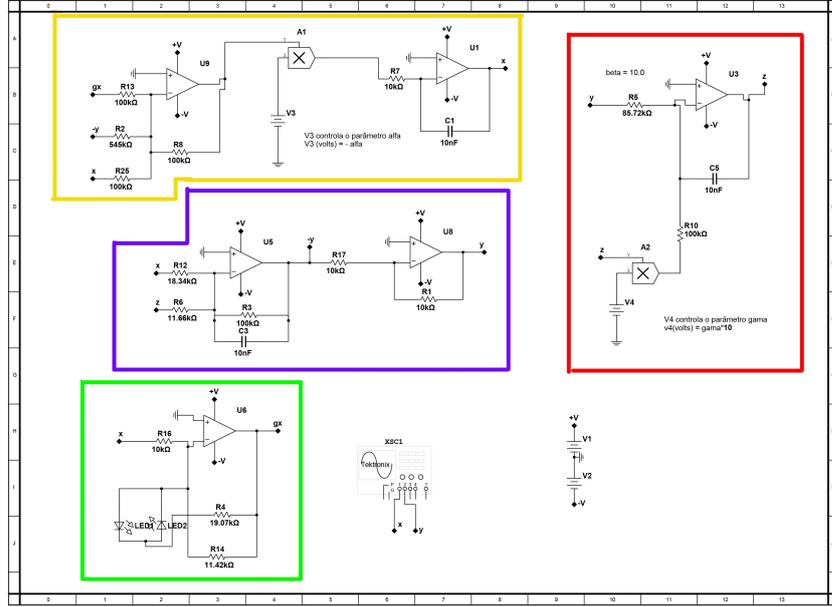


Figura 4.18: Circuito de Chua via computação analógica proposto neste trabalho.

relação: $\alpha_{numeric} = V_3$ e $\gamma_{numeric} = V_4/10$, em que as fontes V_3, V_4 representam o controle de parâmetros via tensão contínua. Esta transformação tem como objetivo melhorar a excursão de sinal nestes parâmetros. A re-escala no tempo e no espaço das variáveis é a mesma usada por Medrano. Et. Al [22].

Na Figura 4.18, a caixa em amarelo corresponde a variável x nas Eqs. (3.17). Nesta Caixa, U_9 tem a função de somar os termos da equação diferencial em x , A_1 realiza o produto do parâmetro α com esta soma, e U_1 computa a derivada (ou integração) dinâmica. A análise segundo a Eq. (2.4) em torno da malha de U_9 resulta:

$$0 = \frac{V_o}{R_8} + \frac{V_{gx}}{R_{13}} + \frac{V_x}{R_{25}} + \frac{V_{-y}}{R_2}$$

$$V_o = -R_8 \left(\frac{V_{gx}}{R_{13}} + \frac{V_x}{R_{25}} + \frac{V_{-y}}{R_2} \right) \quad (4.32)$$

Na saída de A_1 deve-se ter:

$$W = -\frac{V_3}{10 \cdot R_8} \left(\frac{V_{gx}}{R_{13}} + \frac{V_x}{R_{25}} + \frac{V_{-y}}{R_2} \right) \quad (4.33)$$

E para $U1$, já combinando as Eqs. (4.32) e (4.33):

$$\dot{V}_x = \left(\frac{V_3}{10 \cdot R_8 R_7 C_1} \right) \left(\frac{V_{gx}}{R_{13}} + \frac{V_x}{R_{25}} + \frac{V_{-y}}{R_2} \right) \quad (4.34)$$

A caixa em azul contém o setor responsável pela variável y . O AMPOP $U5$ tem duas funções, somar os termos na equação y e integra-las dinamicamente. $U8$ inverte a polaridade do sinal de saída em $U5$, uma vez que é necessário em outras malhas do circuito. Aplicando a Eq. (2.4) a $U5$:

$$\begin{aligned} 0 &= C_3 \dot{V}_{-y} + \frac{V_{-y}}{R_3} + \frac{V_x}{R_{12}} + \frac{V_z}{R_6} \\ \dot{V}_{-y} &= -\frac{1}{C_3} \left(\frac{V_{-y}}{R_3} + \frac{V_x}{R_{12}} + \frac{V_z}{R_6} \right) \end{aligned} \quad (4.35)$$

E $U8$:

$$\dot{V}_y = \frac{R_1}{R_{17} C_3} \left(\frac{V_{-y}}{R_3} + \frac{V_x}{R_{12}} + \frac{V_z}{R_6} \right) \quad (4.36)$$

Na caixa em vermelho, encontra-se o setor responsável pela variável z . A resistência R_5 tem como função principal fixar o valor do parâmetro $\beta = 10.0$. $U3$ faz a soma e integração dinâmica em z , enquanto que $A2$ multiplica V_z pela tensão V_4 no controle do parâmetro γ . A análise desta malha resulta:

$$\dot{V}_z = -\frac{1}{C_5} \left(\frac{V_4 V_z}{10 \cdot R_{10}} + \frac{V_y}{R_5} \right) \quad (4.37)$$

Finalmente, a caixa em verde computa a linearidade por partes. A ideia de funcionamento desta configuração se encontra descrita na seção anterior. A análise de $U6$ resulta na mesma forma da Eq. (4.27), apenas re-nomeando os componentes passivos e lembrando que aqui $V_{threshold} \approx 2.1V$ devido ao uso de LED's cor azul, portanto:

$$V_{gx} = \begin{cases} -\frac{R_{14}}{R_{16}} V_x, & \text{se } |V_x| \leq V_{threshold}, \\ -\left(\frac{R_4 R_{14}}{R_4 + R_{14}} \right) \frac{1}{R_{16}} V_x, & \text{se } |V_x| > V_{threshold}. \end{cases} \quad (4.38)$$

As Eqs. (4.34), (4.36) e (4.37) assumem na forma matricial, com $\mathbf{x} \equiv (V_x, V_y, V_z)^T$, os resistores $\overline{R}_k \equiv \frac{R_k}{R}$ com $k = 13, 2, 25, 7, 5, 10, 3, 6, 12$ e os capacitores $\overline{C}_j \equiv \frac{C_j}{C}$ com $j = 1, 3, 5$:

$$\dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{RC} \begin{pmatrix} \frac{V_{gx} V_3}{V_x} & V_3 & V_3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -V_4 \end{pmatrix} \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (4.39)$$

Com:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{1}{10 \cdot C_1 \cdot R_{13} \cdot R_7} & \frac{1}{10 \cdot C_1 \cdot R_2 \cdot R_7} & \frac{1}{10 \cdot C_1 \cdot R_{25} \cdot R_7} \\ \frac{1}{C_3 \cdot R_{12}} & \frac{1}{C_3 \cdot R_3} & \frac{1}{C_3 \cdot R_6} \\ 0 & \frac{1}{C_5 \cdot R_5} & \frac{1}{10 \cdot C_5 \cdot R_{10}} \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

Um atrator caótico experimental para o circuito da Figura 4.18 é mostrado na Figura 4.19. O espaço de parâmetros experimental para o maior expoente de Lyapunov, em uma grade de 200X200 valores, está ilustrado na Figura 4.20 (a). Para a linha em ciano nesta figura fora feito um diagrama de bifurcação experimental contendo uma discretização de 500 pontos (Figura 4.20 (b)). Nota-se de imediato que as estruturas internas na região caótica foram bastante perturbadas por ruído, ainda que as medidas foram realizadas usando o filtro analógico. Entretanto, também é possível notar que a perturbação neste espaço é muito diferente daquela na Figura 4.16 (a) e (b), onde se mostrou muito mais intensa ao ponto de distorcer estruturas fora da região caótica. Outro fato importante é que a Figura 4.20 (a) e (b) mostram boa concordância entre si, isto é, o maior expoente de Lyapunov condiz com o esperado na dinâmica observada pelo diagrama de bifurcação, que não apresenta o mesmo tipo de distorção aparente Figura 4.16 (a). Com efeito, pode-se levantar a hipótese que o ruído observado no circuito de Chua não advém do ambiente externo, e sim é gerado no circuito.

A discrepância com o resultado numérico, devido a perturbação do ruído interno, em parte é devida ao erro sistemático associado aos LED's na configuração do diodo de Chua, como será discutido a seguir neste trabalho. Na Figura 4.21, a implementação do circuito em uma placa de fenolite mostra a substituição (círculo em vermelho) dos LED's azuis por dois diodos Zener's de 2.2V. Experimentalmente, nota-se uma diferença brusca na estabilidade do circuito: os pontos fixos se mostram livres de comportamento ruidoso na tela do osciloscópio.

A Figura 4.22 (a) e (b) contém os diagramas de bifurcação experimentais para uma reta do par de parâmetros (α, γ) , indicados nas figuras. É possível notar de imediato grandes estruturas periódicas com o uso dos diodos Zener. Algum ruído ainda é notado nos diagramas, porém este não é devido a perturbação externa e sim comum a dinâmica do atrator, que parece "dançar" em duas regiões cuja a estabilidade coexiste no espaço de estados.

As Figuras 4.23 e 4.24 contém o espaço de parâmetros dos períodos e com o maior expoente de Lyapunov experimentais, respectivamente. No espaço com o maior expoente, é possível notar uma riqueza de estruturas periódicas imersas na região caótica, vários camarões, e um par destes conectados, num

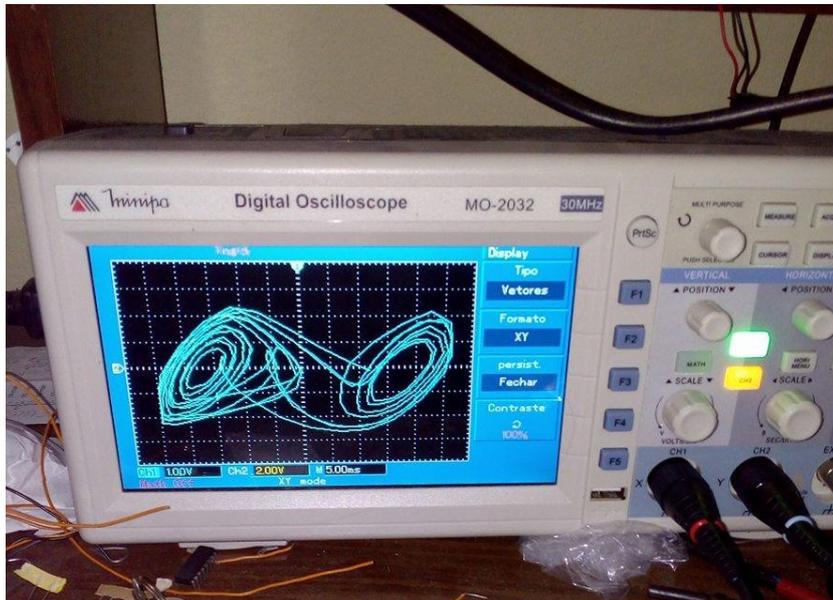


Figura 4.19: Atrator duplo rolo experimental para o circuito de Chua via computação analógica.

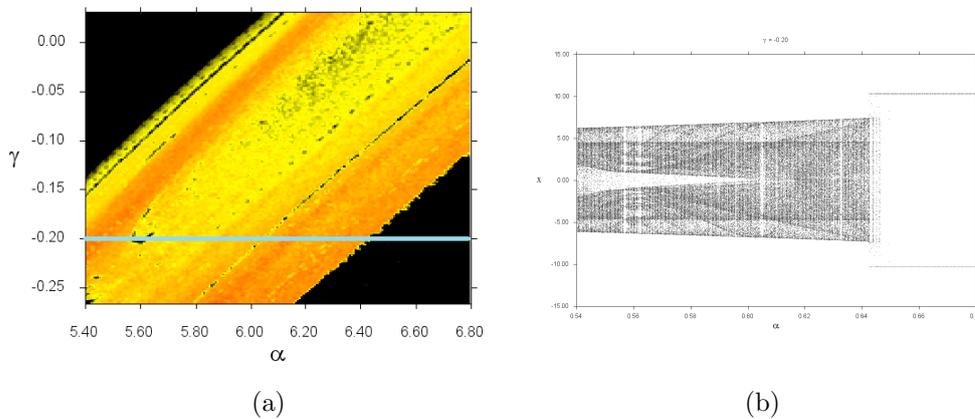


Figura 4.20: Resultados experimentais para o circuito de Chua com filtro analógico. (a) Espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov. (b) diagrama de bifurcação correspondente a reta em ciano.

aspecto siamês. No espaço de períodos, infelizmente foi bastante complicado calibrar a rotina de aquisição desta medida não linear, visto que os atratores periódicos possuem picos de extremos bastante próximos que confundem o programa. Nas bordas das estruturas periódicas, salienta-se um erro devido

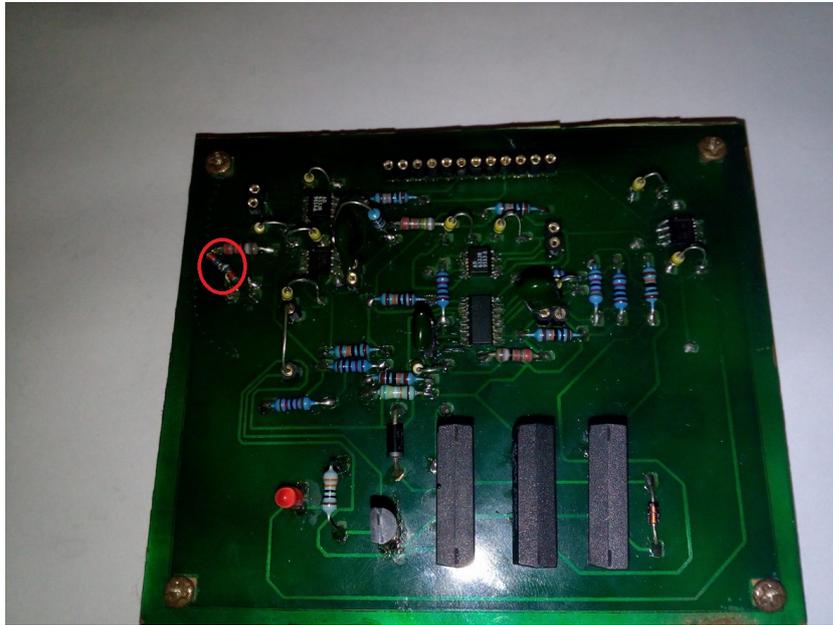


Figura 4.21: Construção do circuito de Chua via integrador analógico. Em vermelho destacado, substituição dos LED's por diodos Zener.

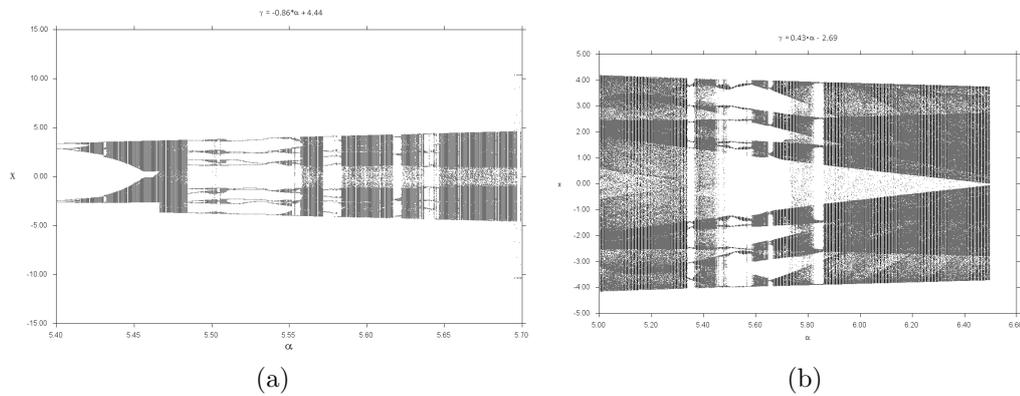


Figura 4.22: Diagramas de bifurcações experimentais para o circuito de Chua.

a essa deficiência, onde é indicado pelo programa períodos que não condizem com o real. Entretanto, estas bordas são tênues, e a estrutura central reflete a medida correta.

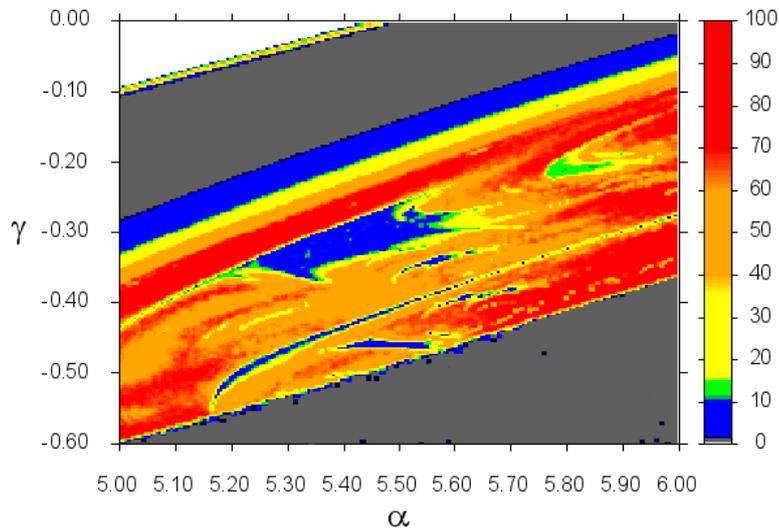


Figura 4.23: Espaço de períodos experimental para o circuito de Chua.

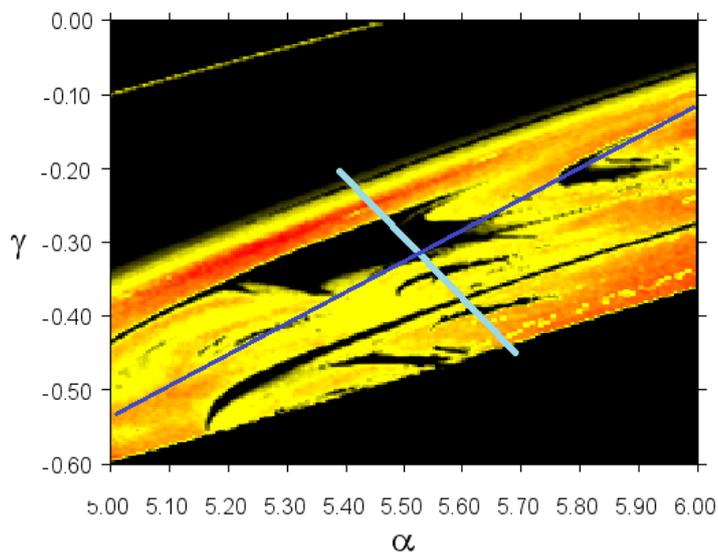


Figura 4.24: Espaço de parâmetros experimental com o maior expoente de Lyapunov, para o circuito de Chua($\beta = 10.00$). A reta em ciano e azul indicam os diagramas de bifurcação da Figura 4.22 (a) e (b), respectivamente.

4.3.1 Proposta de um novo potenciômetro digital

Embora a computação analógica se apresente bastante versátil, algumas limitações surgem dependendo do objeto de estudo. No circuito de Chua canônico nem todos os parâmetros físicos são facilmente acessíveis com esta técnica, por exemplo, se enseja-se variar os parâmetros C_1, R considerando algum $r_l \neq 0$, tão logo se observa que é muito difícil escolher uma relação de adimensionalização para o sistema tal que cada parâmetro dependa univocamente daqueles originais. O estudo particular da projeção no espaço de parâmetros C_2, r_l para o Chua também apresenta este problema. Destarte, o estudo do circuito de Chua canônico para estas condições é preferível invés do análogo via integrador analógico.

Vários autores propõe soluções para o estudo automatizado do circuito de Chua canônico. Rero Et. Al [12] descrevem a proposta de um potenciômetro digital baseado na arquitetura encontrada em *conversores digital-analógico* (conhecidos como DAC's) que apresenta resultados bastante promissores e uma grande versatilidade na escolha da escala de resistências. Sprott Et. Al [32] propõe o uso de CI's dedicados a variar resistência discretamente em uma configuração série/paralelo para aumentar a resolução dos mesmos, embora os resultados para o objeto específico de investigação no trabalho dos autores se mostre bem apropriado, a interface de controle para estes CI's não é muito intuitiva além da configuração mista produzir uma não-linearidade da curva de controle pela resistência desejada. Maranhão Et. Al. [21] [33] propõe a variação manual de potenciômetros de precisão para aquisição de diagramas de bifurcação o que, embora seja um método mais direto e aparentemente simples, se resume em um trabalho bastante árduo manualmente e passível de erros humanos.

Uma vez que em qualquer laboratório de eletrônica é possível encontrar (e até mesmo construir) uma fonte de tensão com incrementos discretos, uma possível solução ao cenário acima é desenhar um circuito tal que permita o controle de uma resistência analógica via tensão contínua, que por sua vez é controlada por alguma interface digital⁶. Além disto, deseja-se que este circuito possa ter um ajuste de fundo de escala no intervalo de resistência controlado pelo mesmo, além de comportamento linear para que não exista perda de resolução durante a varredura pela tensão contínua de controle.

Para construir esta solução necessita-se de um dispositivo que possua dependência de sua resistência intrínseca com alguma grandeza elétrica, tal como o *opto acoplador H11F3* que possui diversas aplicações, uma delas

⁶Neste trabalho usou-se as saídas da placa de aquisição de dados, que possuem uma resolução de 16bits na varredura de tensões analógicas no *range* de -10.000V à 10.000V - isto é, pode-se variar a tensão nestas saídas em passos discretos de $1.6 \times 10^{-4}V$

como resistor remoto [34]. Este componente é constituído de um transistor de efeito de campo cujo a *comporta* é exposta à emissão no espectro infravermelho de um LED dopado com Arseneto de Gálio. Variando-se a corrente do LED, é possível variar de forma correspondente a resistência nos terminais do transistor, de forma bipolar, isto é, não dependendo da ordem dos terminais (Figura 4.25). O problema deste dispositivo é que além de sua curva não linear característica, a dependência desta é com a corrente e não com tensão contínua, o que transgride duas condições impostas para sanar o problema.

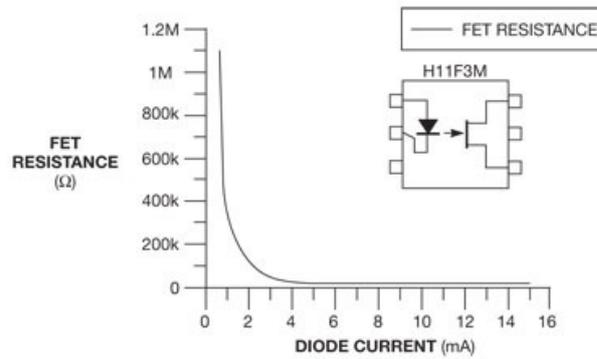


Figura 4.25: Aspecto físico e curva característica do opto acoplador *H11F3* [34].

Com efeito, urge a necessidade de um circuito que linearize a curva característica do *H11F3* e a converta em uma curva dependente de uma tensão contínua de controle - ao invés de corrente. Este circuito está representado na Figura 4.26. Nesta configuração o AMPOP *U1* encontra-se no modo *feedback* via o opto acoplador *OPC2*. I_1 é uma fonte de corrente constante e seu *design* será discutido mais adiante. R_1 limita a corrente que alimenta os LED's internos dos opto acopladores, enquanto C_1 confere ao AMPOP estabilidade no modo *feedback* [20]. Nos terminais R é conectado o circuito de interesse e/ou aparelho para aferir a resistência controlada indiretamente pela fonte de tensão contínua V_1 . O funcionamento do circuito é completamente descrito pela Eq. (2.4), que aplicada à malha em torno de *U1* resulta:

$$V_1 = V_{FB} \quad (4.41)$$

Denominando R a resistência nos terminais do transistor de *OPC2* e I_o a corrente da fonte I_1 , deve-se ter, segundo a lei de Ohm:

$$\begin{aligned} VCC - V_{FB} &= RI_o \\ V_{FB} &= VCC - RI_o \end{aligned} \quad (4.42)$$

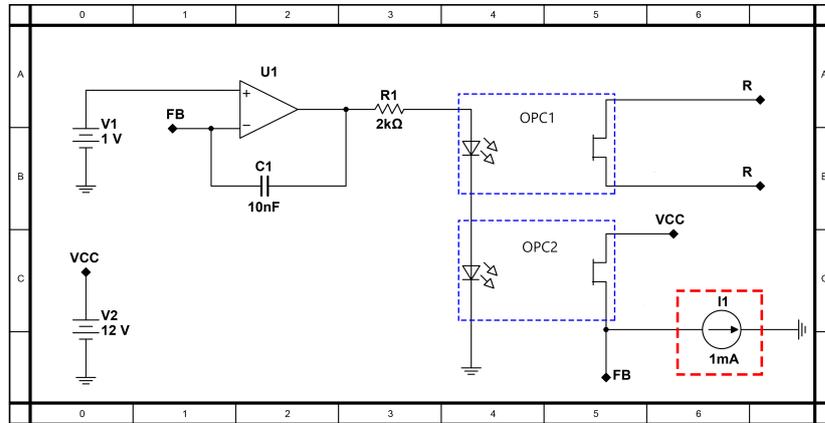


Figura 4.26: Circuito proposto para controle de resistência via tensão contínua. Cada caixa tracejada em azul representa um *H11F3*, a em vermelho a fonte de corrente constante.

Uma vez que os LED's dos opto acopladores estão ligados em série, a mesma corrente de controle deve circular entre eles, logo a resistência R é idêntica nos terminais dos seus respectivos transistores, considerando que são do mesmo tipo. Combinando as Eqs. (4.41) e (4.42):

$$R = \frac{VCC - V_1}{I_o} \quad (4.43)$$

A Eq. (4.43) satisfaz todos os requisitos propostos inicialmente. A curva característica da resistência é, agora, uma função linear de uma tensão contínua de controle e a corrente I_o atua como fundo de escala: escolhe-se seu valor visando qual é o intervalo de resistência desejado. Pode-se questionar como é possível que o AMPOP faça a linearização da curva na Figura 4.25 mesmo introduzindo nenhuma informação desta curva na análise deste CI, a resposta é simples: A Eq. (2.4) representa a *essência* de um AMPOP, que é um dispositivo analógico cujo em seu funcionamento interno produz uma tensão/corrente de saída tal que as suas entradas estejam com o mesmo potencial - enquanto esta característica valer, isto é, o AMPOP estiver em regime *linear*, não importa a forma da curva aplicada no modo feedback⁷, ela será linearizada pelo circuito.

No modo feedback é necessário introduzir o capacitor C_1 para garantir a estabilidade de $U1$. Considerando que a fonte de tensão de controle V_1

⁷Por questões de estabilidade, esta curva deve ser monotonicamente decrescente. Se esta condição não valer, deverá ser estudada uma nova configuração para o circuito conforme a referência [20].

possa estar sujeita a ruído, o papel de C_1 é apresentar uma *resistência* (isto é, uma reatância - capacitiva) que fornece um caminho "curto" ao ruído de alta frequência tal que o AMPOP possa estabilizar as suas entradas sem que este seja amplificado pela curva não linear do $H11F3$. Para níveis DC , o capacitor apresenta-se como um circuito aberto e é por este motivo que seu valor não entra na Eq. (4.43). Embora seja possível, com alguma dificuldade, encontrar uma expressão analítica para o valor de C_1 (se se conhece muito bem a forma do ruído), a melhor maneira de escolha deste componente é via método tentativa-e-erro. Observando com um osciloscópio a saída de U_1 , escolhe-se um valor para o capacitor até que esta saída esteja livre de oscilações: aqui, o valor de $100nF$ conferiu uma boa estabilidade ao circuito experimentalmente.

Uma escolha adequada também deve ser feita sobre o modelo de AMPOP U_1 : ele deve ser do tipo *rail-to-rail*, isto é, sua saída deve ser capaz de atingir o valor tanto de $V_{CC} = 12V$ como $V_{SS} = 0V$ garantindo não só uma maior excursão de sinal como também a possibilidade de "desligar" os LED's quando $V_o = 0V$. Ainda assim, como há de se mostrar, o circuito proposto é bastante preciso em seu funcionamento. Já a fonte de corrente, pode-se optar por um CI dedicado (tal como o $LM334$) ou o circuito da Figura 4.27, que apresenta os melhores resultados. Esta configuração é bastante conhecida na literatura, e sua análise é encontrada em [20]. Aqui, vale recordar que a corrente é ajustada pelo resistor R_3 : $I = \frac{R_3}{2.500V}$.

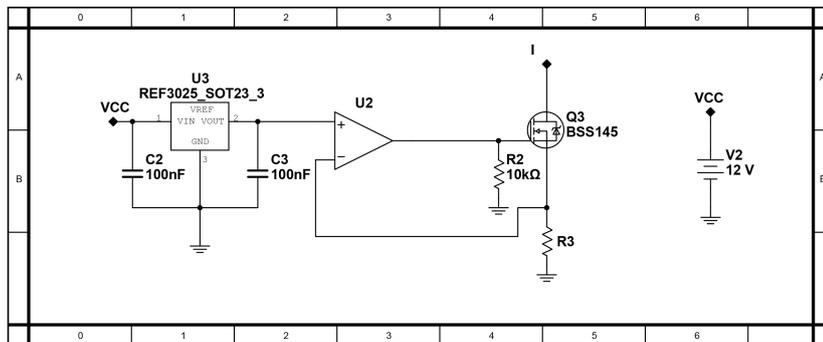


Figura 4.27: Fonte de corrente de precisão.

O opto acoplador $H11F3$ ainda é encontrado no mercado nacional, porém seu custo não é dos mais atraentes. Pretende-se apresentar aqui resultados do circuito da Figura 4.26 em uma configuração ligeiramente diferente, com menor custo. Usou-se os conhecidos LDR's (do inglês *light dependent resistor*) em substituição dos $HN11F3$, cuja a curva característica e aspecto físico de um LDR é mostrada na Figura 4.28. Pode-se observar que esta curva não

depende de uma grandeza elétrica, e sim da intensidade luminosa e ainda é não-linear. Porém tal fato não representa uma grave restrição.

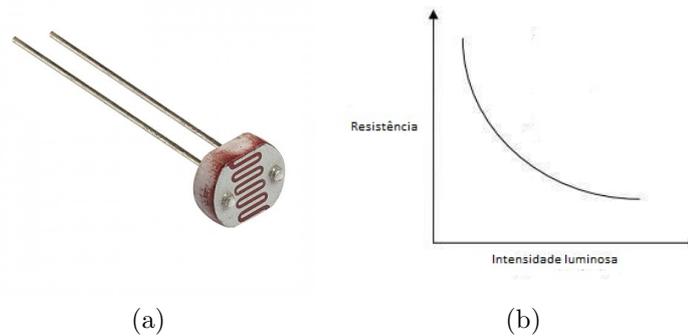


Figura 4.28: (a) Aspecto físico de um LDR (também conhecido popularmente como fotocélula). (b) Curva característica de um LDR [35]

Usando resina araldite, fixou-se dois LDR's de 5mm em um LED branco frio alto brilho de 3mm, conforme a Figura 4.29 (a). O Angulo em que os LDR's fazem com o LED não é de tanto crítico, visto que a intensidade que um receberá será proporcional ao outro, a menos de uma constante relacionada a este angulo. Para isolar este conjunto do ambiente externo, usou-se uma carcaça em alumínio de um capacitor eletrolítico(Figura 4.29 (b)), onde o conjunto foi fixado em seu interior com fita isolante líquida. Para o AM-POP tipo *rail-to-rail*, escolheu-se o *TLC2272* devido ao seu baixo custo, para a fonte de corrente optou-se pelo integrado *LM334*. A construção do circuito foi feita usando uma placa matriz ilhada de fibra de vidro, conforme a Figura 4.30.

Na Figura 4.30, o potenciômetro no canto direito da foto faz o papel da fonte de tensão contínua V_1 , que controla o valor de R : os terminais extremos são ligados na fonte de alimentação do circuito (uma bateria de 9V) e o central é aplicado diretamente a entrada do AMPOP. O Trimpot Azul no canto esquerdo tem como função ajustar o valor da corrente de fundo de escala, aqui ela foi ajustada para $1mA$, em uma configuração conforme as recomendações do fabricante do *LM334*. Os CI's e restante dos componentes passivos são do tipo SMD (do inglês *surface mounting device*).

Com auxílio de dois multímetros digitais 4 + 1/2 dígitos, um para medir resistência e outro para a tensão de controle no terminal central do potenciômetro de ajuste, efetuou-se a aferição de 50 pares de medida R, V cujo o gráfico se encontra na Figura 4.31. Foram descartados os valores de tensão abaixo de $0.7V$ uma vez que, segundo o fabricante do *LM334*, este CI não opera em tensões abaixo de $0.5V$, uma margem extra foi adicionada para

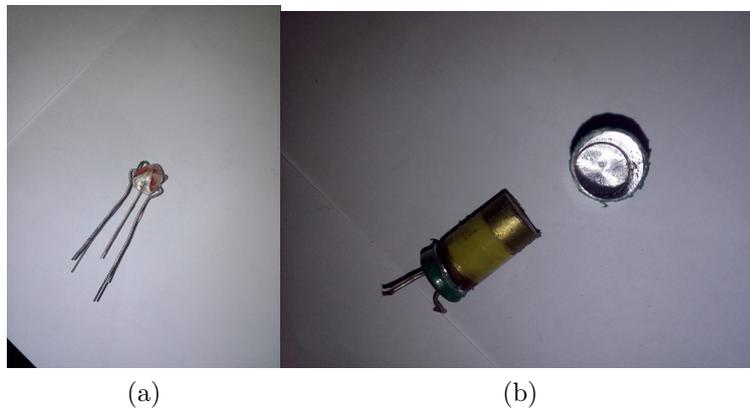


Figura 4.29: (a) Opto acoplador "caseiro" usando-se LDR's (b) Invólucro para o conjunto LDR's+LED

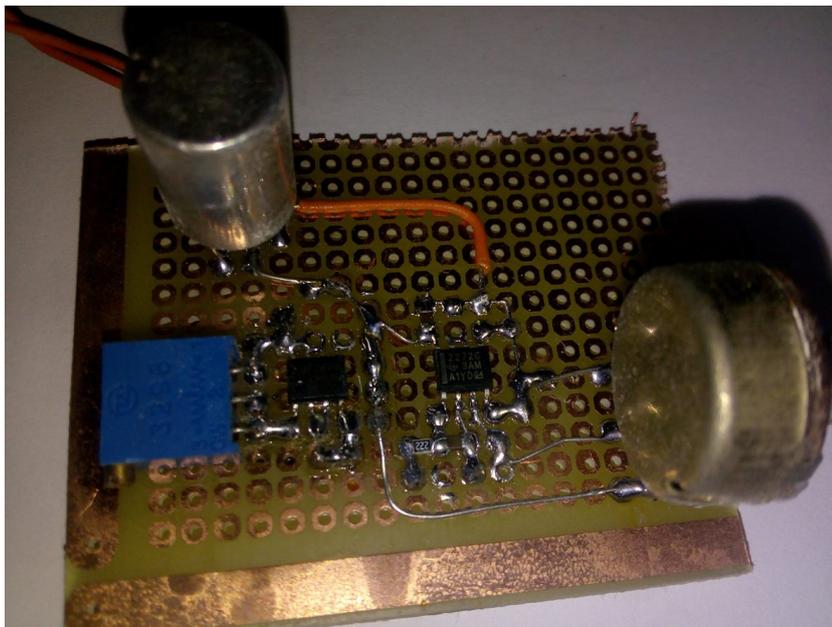


Figura 4.30: Construção do resistor controlado por tensão.

obter os melhores resultados. A regressão linear (linha azul) sobre os pontos experimentais (cruz) revela uma excelente linearidade.

Embora a construção da Figura 4.30 seja prática e de baixo custo, existem alguns problemas com esta configuração. Primeiramente, ainda que a dependência com a temperatura dos LDR's seja automaticamente compensada pelo AMPOP, a dependência explícita da fonte de corrente *LM334* com a temperatura não o é. Por este motivo é fortemente sugerido a configuração

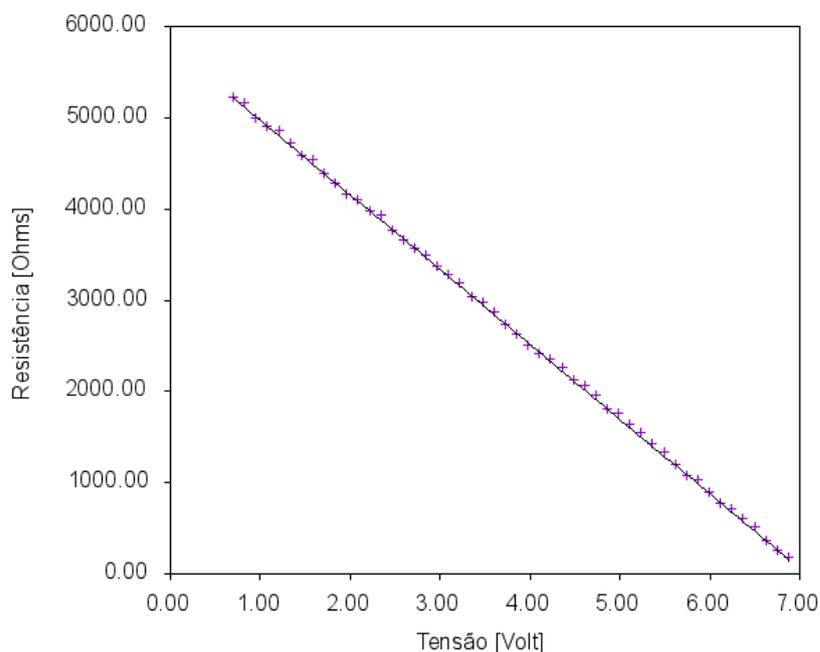


Figura 4.31: Curva experimental para o resistor controlado por tensão, obtida manualmente ajustando-se um potenciômetro de volta simples. Notar a tendência linear do comportamento.

usando a fonte de corrente de precisão, que deve apresentar resultados melhores neste aspecto. Segundo, LDR's são dispositivos geralmente fabricados com péssimo controle de qualidade, e é possível encontrar diferenças de até 500Ω na sua resistência quando submetidos à mesma intensidade luminosa. Para contornar este último problema escolheu-se dois LDR's em um lote que apresentavam as melhores semelhanças elétricas. Estes problemas podem ser evitados com o uso do *HN11F3* e a fonte de corrente de precisão, caso o investimento e aquisição dos componentes necessários seja prontamente acessível.

Uma terceira variação deste resistor (ou potenciômetro) é apresentada na Figura 4.32. As modificações introduzidas visam baratear o custo de produção, além de garantir resultados satisfatórios e uma excelente estabilidade. Com o uso dos LDR's, uma vantagem neste quesito é o fato destes apresentarem um tempo de latência quanto a resistência, sempre que existe uma variação na intensidade luminosa. Este tempo pode chegar a até 1 segundo quando se transita do ambiente claro para o escuro. Esta característica é bastante útil no *design*, visto que ajuda a eliminar flutuações no valor da resistência.

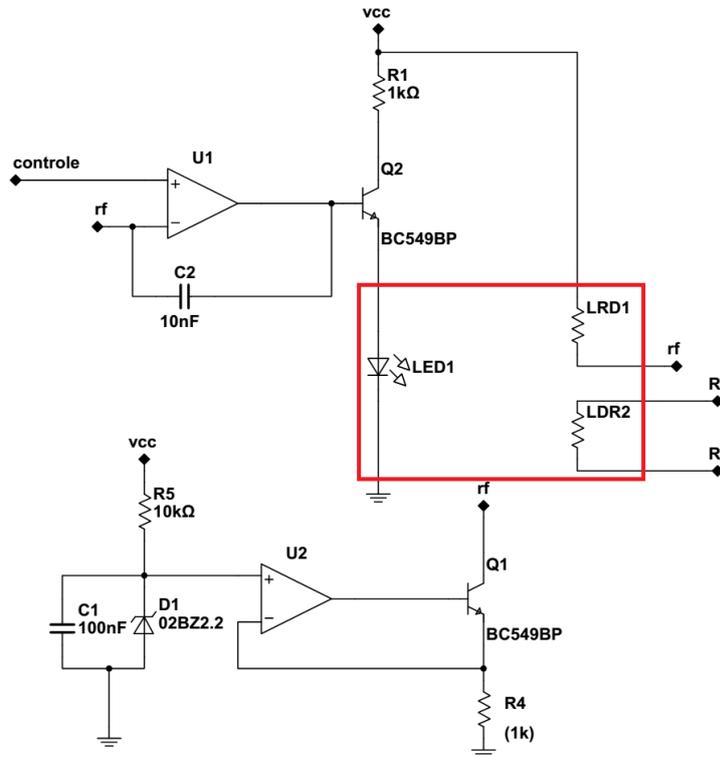


Figura 4.32: Terceira configuração de potenciômetro digital controlado por tensão contínua: A caixa em vermelho indica o conjunto isolado LED+LDR.

Para testar a ideia do potenciômetro, a Figura 4.33 apresenta a construção experimental de dois destes, tal como o diagrama da Figura 4.32. Os resistores intercambiáveis controlam a corrente de fundo de escala, ajustada aqui para aproximadamente 2mA. Após um processo de calibração de cada um dos potenciômetros (regressão linear da curva experimental da resistência com a tensão de controle), um circuito de Chua canônico (Figura 4.34) fora projetado para o teste.

A construção experimental do circuito da Figura 4.34 é apresentada na Figura 4.35. Um sistema de controle de condições iniciais é aplicado sobre o diodo de Chua que, se tem seus terminais fechados, faz com que o restante das variáveis $\rightarrow 0$, visto que são elementos puramente dissipativos. Portanto, para garantir o reset nas condições iniciais, basta fechar (curto-circuitar) os terminais do diodo de Chua e aguardar algum tempo de transiente (diga-se, 1 a 2 segundos).

A Figura 4.36 apresenta o diagrama de bifurcação experimental para o

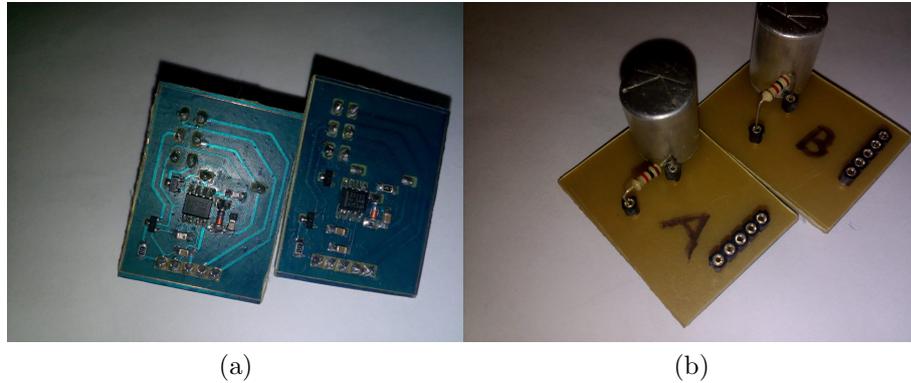


Figura 4.33: Construção do potenciômetro digital: (a) vista dos componentes. (b) Lado do invólucro com o opto acoplador caseiro e o resistor de ajuste de corrente de escala.

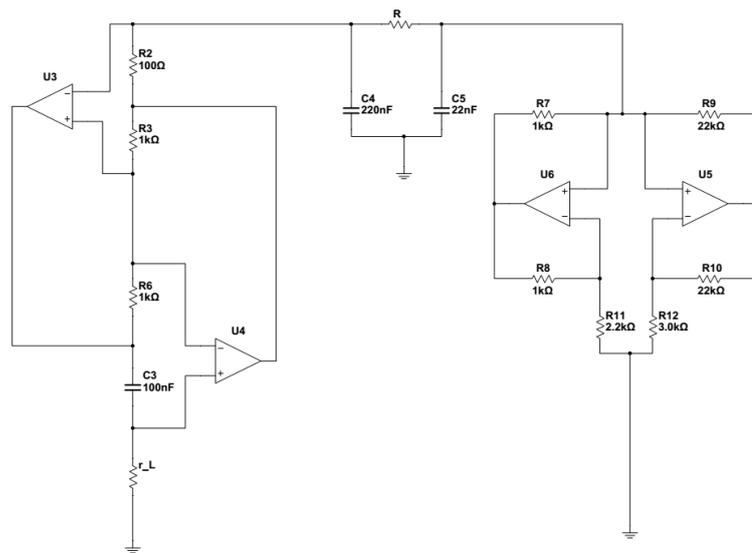


Figura 4.34: Circuito de Chua canônico. Os AMPOP's escolhidos são da Linha *TL084*

circuito da Figura 4.34, contendo uma discretização de 500 pontos. Os dois potenciômetros controlados por tensão contínua variam os parâmetros R, r_L , na forma de uma reta indicada no diagrama. É possível notar algumas janelas periódicas nesta configuração, bastante delgadas. A exposição de ruído ocorre neste sistema devido ao uso de fios longos conectando os potenciômetros ao

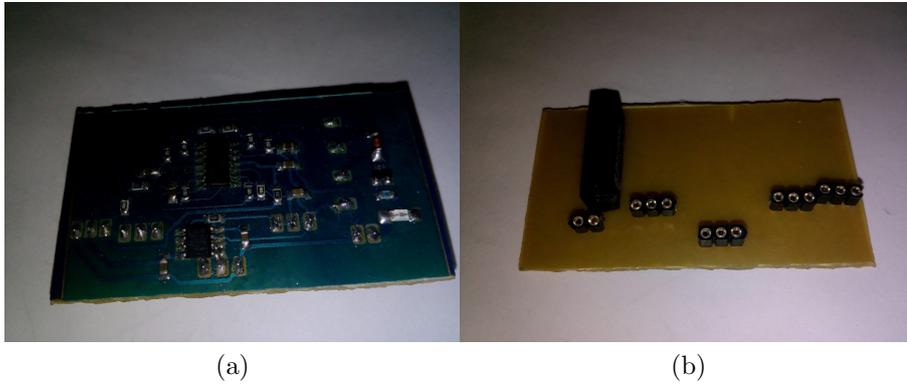


Figura 4.35: Construção do circuito de Chua canônico em uma placa de fenolite. O canto direito da foto indica o trecho responsável pelo controle de condições iniciais.

circuito de Chua, que seria melhor acondicionado em uma única placa. Ainda assim, conclui-se a viabilidade do potenciômetro proposto.

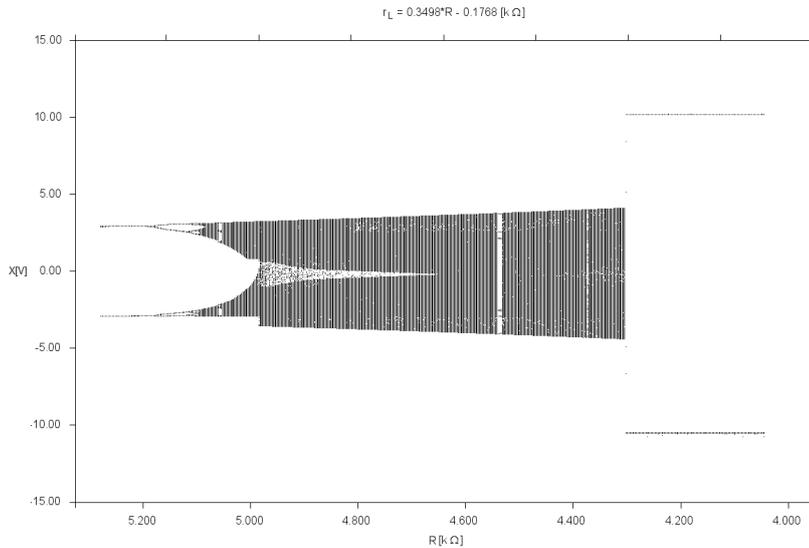


Figura 4.36: Diagrama de bifurcações experimental para o circuito de Chua canônico.

Capítulo 5

MATERIAIS E MÉTODOS EXPERIMENTAIS

Os detalhes das implementações, sistema de aquisição de dados, aparatos experimentais e *design* de circuitos encontram-se neste capítulo. A descrição tem caráter geral, para todas as implementações, e se faz alusão a um caso específico somente quando é necessário. Uma discussão mais detalhada acerca dos efeitos de erros sistemáticos nos valores dos componentes passivos é tratada no próximo capítulo, aqui é apenas inferido a ordem de grandeza dos mesmos.

5.1 Computadores analógicos e método para *design* de circuitos

Conforme mencionado nas seções anteriores, a análise de circuitos com o fito de obter as equações que governam sua dinâmica não é um método adequado para concebê-lo em sua forma topológica(*design*). A análise se mostra útil para a discussão do funcionamento e é fundamental para encontrar a relação entre os parâmetros de controle do modelo e experimento, quando o circuito é apresentado por outrem. Dado um conjunto de equações diferenciais ou algébricas de interesse, o circuito que possui uma *função de transferência*, isto é, de um modo geral as equações que governam sua dinâmica (ou resposta, no caso de equações algébricas), deve ser dividido em setores ou blocos para facilitar o trabalho da concepção do *design*. Vale lembrar que computadores analógicos estão sempre presentes no cotidiano da engenharia eletrônica, e é por este motivo que existem diversos métodos, truques e maneiras diferentes de se obter os mesmos resultados.

Antes de adentrar nos detalhes da metodologia de *design* de circuitos, faz-

se importante uma digressão sobre AMPOP e seus vários tipos. É possível encontrar no mercado uma grande variedade destes dispositivos que vai além do seus fabricantes específicos, cada qual com sua finalidade, porém as leis que regem o funcionamento são as mesmas no caso ideal¹. Esta variedade surge devido ao grau de precisão das aproximações que são usadas ao comparar o comportamento real com um AMPOP ideal, dependendo da situação específica. Por exemplo, suponha que se deseje multiplicar a amplitude de uma onda senoidal da forma $V(t) = A \sin(\omega t)$ por algum fator constante usando um AMPOP (Figura 5.1). Sabe-se que em um AMPOP ideal, para qualquer frequência ω , a configuração garante sempre o mesmo fator multiplicativo $-\frac{R_f}{R_i}$. Entretanto, escolhendo o AMPOP *TL071* para esta aplicação observa-se, na prática, que a amplitude possui uma dependência com a frequência como na Figura 5.2².

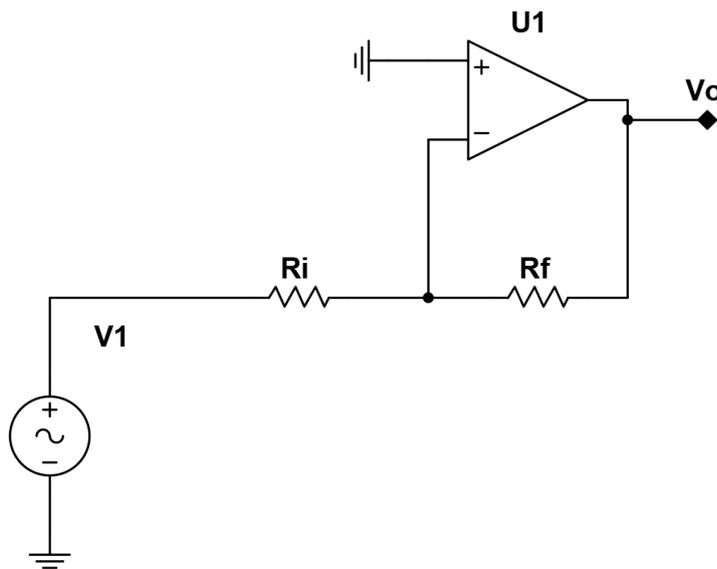


Figura 5.1: Circuito para multiplicar a amplitude de um sinal senoidal(fonte V_1) por uma constante $-\frac{R_f}{R_i}$.

O que ocorre na situação acima é que se obriga o AMPOP a operar fora do regime linear, onde a Eq. (2.4) não possui validade. Para ω além de um

¹Exceto casos especiais como os amplificadores operacionais de transcondutância - conhecidos como OTA's, esta classe de AMPOP's não é usada nesta dissertação.

²Este tipo de gráfico da amplitude versus frequência é conhecido na literatura como *bode plot*

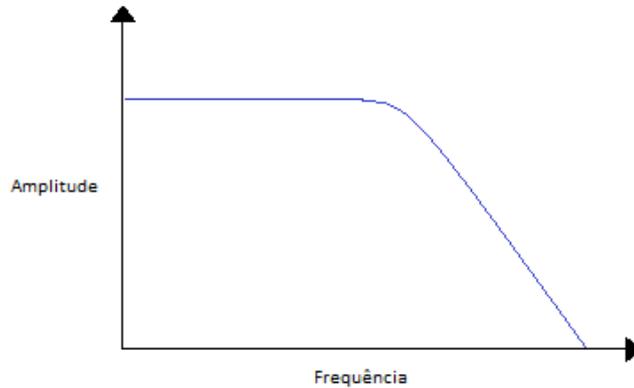


Figura 5.2: Resposta da amplitude versus frequência para um AMPOP real.

certo limite, as equações obtidas em um circuito cuja a hipótese de regime linear foi usada perdem o significado dinâmico - o fator $\frac{R_f}{R_i}$ já não descreve adequadamente resposta do circuito. Com efeito, se é conhecido a faixa de frequência e máximo valor de ω , deve-se escolher um AMPOP capaz de operar nestes limites. Em sistemas onde as equações de interesse são lineares, a escolha de um AMPOP quase sempre é uma tarefa fácil - ou pelo menos, intuitiva. Não apenas o valor máximo de ω , mas uma grande variedade de simplificações e aproximações em relação ao comportamento ideal colocam diferentes problemáticas nesta escolha. Com o *datasheet* do AMPOP em mãos, abaixo descreve-se os principais aspectos a serem considerados na escolha do dispositivo para circuitos não lineares:

1. *input offset voltage* (mV): se em um AMPOP ideal as entradas V_+ e V_- sempre estão no mesmo potencial, quando existe alguma forma de *feedback* entre a saída e uma das entradas, no caso real sempre existe diferença entre elas: a magnitude deste desvio é o *input offset voltage*. Quanto menor, em módulo, melhor. Quando um sistema caótico apresenta um parâmetro somativo em uma das variáveis, este erro desloca a dinâmica em relação ao parâmetro por uma quantidade constante. Para as outras situações pode haver deformação de estruturas ou até mesmo a inibição completa de oscilação do circuito.
2. *input bias/offset current* (pA) em um AMPOP ideal as entradas não são sumidouros ou fontes de corrente, entretanto no caso real as entradas podem suprir uma pequena quantidade de corrente, cuja a magnitude é dada por este desvio. Em um determinado circuito, essa corrente pode

se transformar em uma tensão sobre um resistor ligado as entradas, quanto maior o seu valor, maior esta tensão. Neste cenário, esta queda de tensão indesejável se transforma em um offset no mesmo sentido que o *input offset voltage*, porém variando de acordo com a malha de cada variável do sistema de interesse, o que equivale a somar um número real diferente para cada equação diferencial, no caso de sistemas caóticos. Quanto menor este desvio, em magnitude, melhor.

3. *unity gain bandwidth* (MHz) em uma configuração de ganho unitário (*buffer*) onde um AMPOP apenas segue a tensão de uma das entradas em sua saída, e se este sinal varia no tempo, este desvio coloca um limite na frequência deste sinal onde para além deste existe uma distorção na amplitude: o AMPOP não segue mais sua entrada, e sim reduz a amplitude do sinal por um fator que aumenta com a frequência. Em outras palavras, este desvio se coloca como um limite em que frequências o AMPOP pode operar. Em sistemas caóticos isso pode ser um problema, pois é sabido que o caos pode ser caracterizado por uma banda contínua no espectro de frequências (a sua transformada de Fourier). Por este motivo é sempre preferível operar o circuito em uma escala de tempo tal que toda esta banda de frequência se desloque o mais próximo possível de $0Hz$, onde existe menor distorção do atrator caótico. Sprott Et. Al. [32] relatam medidas de baixo ruído (distorção) em circuito caóticos e o fazem deslocando a frequência característica várias ordens de grandeza abaixo do sistema original. Em síntese, quanto maior o *unity gain bandwidth* e uma escolha adequada na escala de tempo (relacionada com a frequência), melhor.
4. *input resistance* ($M\Omega$) As entradas de um AMPOP ideal são caracterizadas por uma resistência infinita. Na prática, isto é impossível. Este parâmetro se coloca como um limite das resistências no circuito, se algum resistor aparece com a mesma ordem de grandeza que a entrada do AMPOP (*input resistance*), é muito provável que o circuito não funcione da maneira como se deseja. Em geral, é tácito escolher uma escala no espaço de variáveis tal que a maior das resistências do circuito fiquem duas ou mais ordens de grandeza abaixo da *input resistance*. Se o tipo escolhido de AMPOP este parâmetro se encontra abaixo de $\approx 10M\Omega$, é aconselhável evitar seu uso em circuitos caóticos.
5. *slew rate* ($V/\mu s$) Existe um limite para o qual a saída de um AMPOP pode variar no tempo. Se em um determinado circuito se obriga que a saída do último mude de estado instantaneamente, a Eq. (2.4) pode perder validade apenas neste instante. Em circuitos caóticos como o

Chua, alguns atratores possuem bruscas mudanças nas variáveis com o tempo na forma de laços pontiagudos, visíveis na tela do osciloscópio. Se nestas regiões o circuito está próximo de uma bifurcação, então este desvio tem o efeito de antecipar o ponto desta bifurcação. Portanto, deve-se evitar que variações bruscas nas variáveis ocorram, novamente escolhendo uma escala de tempo adequada. O *slew rate* representa a taxa de variação máxima (temporal) que um sinal pode assumir em um AMPOP, quanto maior este parâmetro, melhor.

6. *input noise voltage* ($V\sqrt{Hz}$ e μV) Durante sua operação, um AMPOP real gera ruído estocástico. Como será discutido na próxima seção, dois tipos de ruído surgem neste cenário: branco e rosa. A magnitude destes desvios é dada em $V\sqrt{Hz}$ e μV , respectivamente. Em baixas frequências o ruído rosa domina e o pico máximo é dado em μV , enquanto que para outras frequências o ruído branco adiciona uma perturbação total dada pela densidade espectral a ser considerada no circuito. Os efeitos na dinâmica caótica destas perturbações já vem sendo estudadas por alguns autores, sua presença no sistema caótico resulta basicamente na destruição de estruturas periódicas.

Evidentemente, AMPOP's com as melhores características sempre são aqueles acompanhados dos maiores preços. Para circuitos não lineares, mais especificamente para computação analógica de sistemas caóticos, AMPOP's de precisão são os mais adequados. Eles apresentam a melhor performance na computação analógica no sentido de perturbar minimamente o sistema em estudo. Para os sistemas RW e SC escolheu-se a linha *TL08XX* que são bastante robustos, baixo custo e fácil aquisição. A escolha do *TLC2272* para o potenciômetro digital controlado por tensão contínua se baseia em um critério ligeiramente diferente: embora o objetivo seja ajustar uma curva não linear, o circuito não possui "dinâmica" no sentido de que uma vez configurado para uma resistência específica, não existe variação de tensão em qualquer ponto do circuito com o tempo. Portanto, o desempenho do AMPOP em termos de frequência não tem importância. Porém a possibilidade da saída assumir um intervalo de tensão tão grande quanto a alimentação e, não obstante, o erro de *offset* muito pequeno se comparado com os demais disponíveis no mercado, levou a escolha daquele AMPOP.

Para os componentes passivos (resistores e capacitores) quase sempre optou-se pela linha *precisão* de filme metálico. Resistores tipo precisão são aqueles seu valor não sofre desvio de qualquer natureza por mais 1% (frequentemente chamado de *tolerância*) do seu valor nominal, o que inclui variação com temperatura, pressão, umidade, etc. Para os capacitores, infelizmente a aquisição

dessa contraparte com "precisão" é muito difícil no mercado brasileiro, os utilizados neste trabalho possuem tolerância de até 10% e são do tipo poliéster ou polipropileno multicamadas. O circuito SC incluiu alguns resistores tipo filme de carbono com 5% de tolerância na falta de opções melhores, já os circuitos RW e Chua foram todos construídos com resistores de precisão. Evidentemente o uso de componentes com boa qualidade influencia os resultados, ainda mais quando se trata de sistemas não lineares.

Após a escolha dos AMPOP's a serem utilizados e definido o sistema ao qual se tem interesse o estudo, dá-se início a construção topológica do circuito. Nesta etapa, a Figura 5.3 apresenta trechos de circuitos cujas funções de transferência são conhecidas, cada bloco é responsável por uma operação matemática. O mais importante destes blocos é o integrador analógico (Figura 5.3 (a)), responsável pelo comportamento dinâmico do circuito [16]. A análise do funcionamento do integrador se dá pela Eq. (2.4), que assevera ser nulo o potencial na entrada V_- do AMPOP integrador. Isto implica que a corrente neste nó deve ser nula pois, se assim não o é, existe uma corrente que circula sobre os resistores R_i que desloca o potencial neste nó, o que não pode ocorrer. Logo, o que o AMPOP faz é produzir uma tensão de saída tal que a corrente (que circula sobre o capacitor C) se oponha a contraparte no nó V_- . Ao fazer isso, a consequência é que a tensão de saída do AMPOP deve ser a integral temporal da soma das tensões V_i . De modo similar, as equações para os outros blocos são facilmente inferidas.

Construir a topologia do circuito significa organizar os blocos da Figura 5.3 de tal maneira que as respectivas equações compartilhem a mesma forma que o sistema de interesse. Embora as operações de soma, integração, subtração e diferenciação sejam fáceis de se obter usando estes blocos, as não linearidades podem não ser. De fato, boa parte do trabalho difícil da concepção de um circuito não linear consiste na pesquisa da maneira de produzir estas curvas experimentalmente, com o que se encontra disponível. Não existe uma fórmula geral para isto. O circuito de Chua se apresenta como um caso simples onde a sua "não linearidade" foi obtida com LED's. O circuito SC por sua vez usa os *AD633* que realizam multiplicações analógicas entre tensões no cálculo do termo não linear x^2 , presente nas equações do sistema. Por fim, o RW é de longe o caso mais delicado onde as não linearidades trigonométricas e quadráticas são obtidas com os *AD639* e *AD633*, respectivamente.

Com o estudo numérico do sistema, principalmente sobre o atrator, efetua-se uma escolha de escala para o circuito. Nesta etapa é dado significado físico as variáveis adimensionais e o tempo do conjunto de equações diferenciais. A escala consiste em estabelecer uma relação entre os valores do sistema numérico e experimental, de tal maneira que o circuito possa gerar o atrator

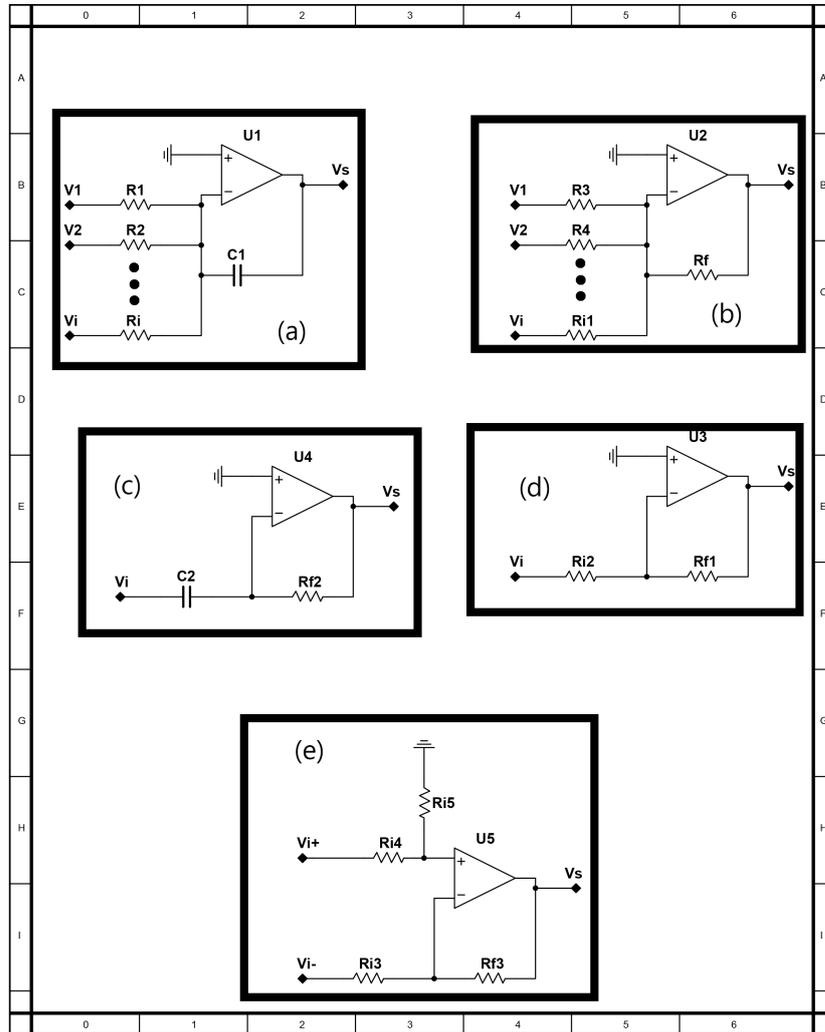


Figura 5.3: Configurações com AMPOP's. (a) Integrador $V_s = -\int \left(\frac{V_1}{R_1 C_1} + \frac{V_2}{R_2 C_1} + \dots + \frac{V_i}{R_i C_1} \right) dt$. (b) Somador $V_s = -R_f \left(\frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \dots + \frac{V_i}{R_i} \right)$. (c) Diferenciador $V_s = -\frac{\dot{V}_i}{R_{f2} C_1}$. (d) Inversor de sinal $V_s = -\frac{R_{f1}}{R_{i2}} V_i$. (e) Subtrator, se $R_{i4} = R_{i5} = R_{i3} = R_{f3}$ então $V_s = V_{i+} - V_{i-}$.

numérico dentro do intervalo de tensão do AMPOP escolhido. No circuito de Chua, as Eqs. (3.17) geram o atrator da Figura 5.4. Nota-se que o intervalo numérico das variáveis y é muito pequeno, deseja-se estendê-la o máximo possível no intuito de aumentar a razão SR. Ao mesmo tempo, deve-se evitar operar nos extremos do AMPOP, em virtude das não linearidades presente no regime de saturação do mesmo. O intervalo médio é escolhido, baseado nele faz-se uma mudança de variáveis para ajustar o atrator neste intervalo.

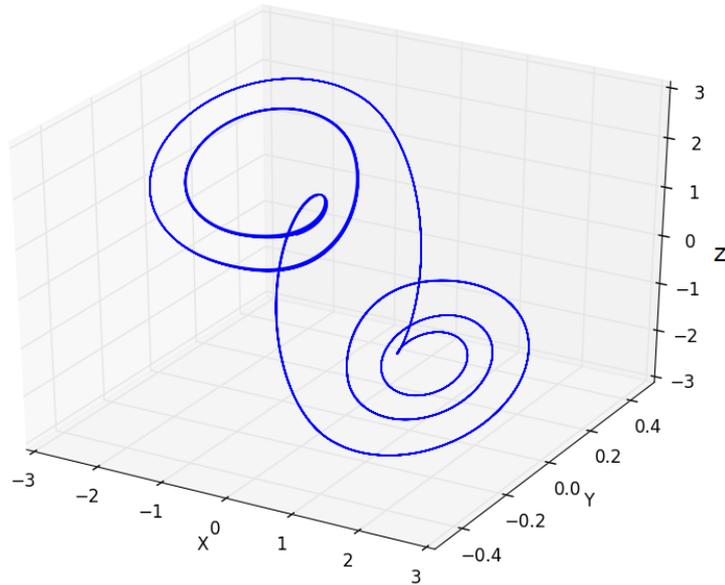


Figura 5.4: Atrator numérico para o circuito de Chua

A escala de tempo determina o ponto médio de operação do circuito no espaço das frequências. Esta escolha confere significado físico ao tempo adimensional nas equações numéricas. O ponto médio de operação em frequência de um circuito pode ser entendido como a frequência central no espectro do sinal de qualquer malha no circuito, e é dado por $f_{central} \approx \frac{1}{RC}$. Para o bom funcionamento do circuito deve-se escolher este ponto como, pelo menos, uma ordem de grandeza abaixo do *unity gain bandwidth* do AMPOP [20]. Nos circuitos projetados nesta dissertação, todos operam com um ponto médio na ordem de kHz , o que confere a $R \approx 100 \times 10^3 \Omega$ e $C \approx 10^{-8} F$. Estes valores são ajustados no intervalo definido de forma que o circuito consiga oscilar sem distorções, via método tentativa e erro, uma vez que é muito difícil prever a natureza de um sistema não linear quando perturbado pela toda sorte de não idealidades de um circuito real.

O último passo no *desing* consiste em determinar os valores dos componentes passivos de acordo com as equações do sistema, já aplicadas as transformações de escala espacial. Com as equações que regem o circuito de um lado, e as equações do sistema escaladas de outro, encontrar o valor dos componentes passivos consiste em resolver o conjunto de equações algébricas que surgem ao se igualar os coeficientes dos dois sistemas. Embora seja possível prosseguir desta maneira com alguma eficiência, existe um método mais direto e totalmente equivalente: observando o sistema de equações numéricas

escalado, o termo em cada variável deve ser mediado por algum resistor. Para calcular o valor deste resistor faz-se o inverso do fator respectivo que aparece nas equações numéricas, este número é o valor do resistor correspondente em unidades de R . Para o capacitor de integração, seu valor é simplesmente o valor de C escolhido na escala de tempo.

Para ilustrar o procedimento acima, tome-se as equações do sistema SC, quando aplicada a escala das Eqs. (4.18), ignorando o termo $\frac{1}{RC}$:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y + z \\ \dot{y} &= -x + \alpha y \\ \dot{z} &= 2x^2 - id(z) + (2/3)\frac{\beta}{2}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Escolhida a escala de tempo com $R = 100k\Omega$ e $C = 10nF$, na Figura 4.10 a caixa em amarelo contém o resistor R_{10} , que media o termo y presente na Eq. (5.1) para \dot{x} . Nesta equação, este termo é 1, logo faz-se seu inverso $\frac{1}{1} = 1$ e multiplica-se este valor pelo resistor R da escala de tempo, resultando $R_{10} = 100k\Omega$, tal como esta na Figura 4.10. O mesmo procedimento é seguido para os outros resistores. O termo contendo a não linearidade x^2 deve ser multiplicado por 10 na Eq. (5.1), pois o AD633 ao efetuar este cálculo divide o produto por 10.00V, segundo seu fabricante. Desta forma, para o resistor R_5 na caixa em azul deve-se fazer: $\frac{1}{20} \times R$, que resulta $R_5 = 5k\Omega$.

O procedimento acima é oriundo da forma geral da solução quando se compara os sistemas de equação do circuito e as EDO's de interesse. É importante notar que pode apenas ser aplicado a metodologia usando AMPOP's comuns, tal como os descritos nesta dissertação. Circuitos caóticos usando componentes discretos, tais como transistores, diodos especiais, ou outros dispositivos necessitam de uma análise usando o conhecimento inerente ao seu funcionamento. O fato de introduzir escalas e mudanças de variáveis nas equações diferenciais de um sistema não altera a sua dinâmica, desde que as transformações sejam lineares. De fato, a reescala de tempo, mesmo no caso numérico, é usado para o estudo de caos transiente.

5.2 Controle de condições iniciais

No estudo global da dinâmica de um sistema caótico, seja via diagrama de bifurcações ou espaços de parâmetros, o controle de condições iniciais é fundamental. Garantir que sejam as mesmas para qualquer ponto no espaço de parâmetros tem como função principal colocar a dinâmica na bacia de atração escolhida. Se um sistema possui divergência para um dado conjunto

de parâmetros, é muito provável que uma variação neste, com o objetivo de trazer o sistema novamente para a região do atrator caótico, não seja suficiente caso o sistema se encontre na região de divergência: a bacia de atração do atrator caótico pode não conter o infinito.

Experimentalmente, verifica-se que se um determinado circuito se encontra na região de divergência apenas uma variação de grande escala nos parâmetros pode tirá-lo desta condição. Quando se efetua uma mudança no parâmetro sem se preocupar com as condições iniciais, estas serão, para o sistema com o novo valor de parâmetro, aquelas últimas do sistema com os antigos valores. Naturalmente, o conjunto de condições iniciais formado pela região de divergência é, frequentemente, uma bacia de atração apenas para esta região, o que leva ao desaparecimento de atratores de um circuito caótico. O caso torna-se ainda mais delicado ao se considerar que a região de divergência condiz com o regime de saturação dos AMPOP's, onde as equações que governam o circuito perdem a validade.

Tal cenário é responsável pelo aparecimento de um ciclo limite de grande amplitude, que se arrasta nos extremos do intervalo de tensão de um AMPOP, para o circuito de Chua experimental esta é a característica da região de divergência. Numericamente, se observa o aumento abrupto e incessante da magnitude das variáveis do sistema conforme o passar do tempo de integração numérica. Quando não existe controle algum sobre as condições iniciais e ainda assim se faz um estudo sobre a dinâmica segundo algum parâmetro, diz-se que a integração do sistema segue o atrator - este é o caso do circuito RW, onde não efetuou-se qualquer tipo de controle sobre as condições iniciais. Com alguma sorte, se mantendo fora da região de divergência, a dinâmica observada é idêntica à aquela que possui controle nas condições iniciais.

Para um integrador analógico (Figura 5.3 (a)) a condição inicial de integração é dada pela carga no capacitor antes do circuito ser alimentado, isto é, a tensão inicial sobre o capacitor define as condições iniciais experimentais neste tipo de configuração. Uma forma bastante robusta para garantir que as condições iniciais sejam sempre nulas, para qualquer conjunto de parâmetros, é desligar a alimentação do circuito e esperar um tempo até que a carga nos capacitores se anule segundo a taxa de $\approx e^{-\frac{t}{RC}}$, em que R e C podem ser considerados com os valores escolhidos pela escala de tempo do circuito, com uma boa aproximação. Contudo, esta abordagem apresenta alguns problemas na implementação experimental. Uma chave mecânica contém o fenômeno chamado *bouncing*, em um curto intervalo de tempo (alguns milissegundos) quando os contatos mecânicos fecham, uma força elástica devido a solidez mecânica destes gera um comportamento oscilatório neste intervalo de tempo, o que leva a flutuações no chaveamento de corrente elétrica (Figura 5.5).

Integradores analógicos usando AMPOP's frequentemente possuem ali-

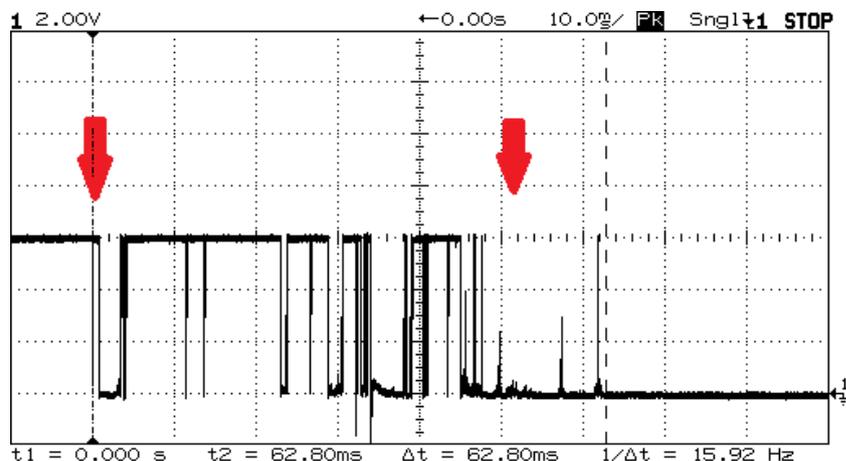


Figura 5.5: *Bouncing* em uma chave mecânica: a mudança de estado da chave (setas em vermelho) de ligado para desligado contém uma região de aspecto ruidoso [36].

mentação simétrica, isto é, formada por três entradas VCC , GND , VSS . Com efeito, faz-se necessário no mínimo duas chaves mecânicas para desligar/ligar o circuito. Estas podem estar sujeitas ao *bouncing* de tal forma que, em um curto intervalo de tempo, exista um atraso na mudança de estado entre duas entradas de alimentação no circuito. Neste curto intervalo de tempo o circuito possui todas as variáveis dinâmicas operando em um regime modular: apenas um único sinal é permitido, destruindo a forma matemática original das equações diferenciais de interesse. No circuito RW, tal situação faz com que todas as variáveis saturem tão logo que apenas um dos trilhos de alimentação seja ligado, colocando o sistema novamente na região de divergência. Para sair desta condição deve-se ligar e desligar a chave várias vezes, na esperança que o *bouncing* das mesmas ocorram de forma sincronizada e o circuito possa funcionar, o que lembra bastante a situação de dar partida em um carro velho.

É possível contornar este problema usando uma abordagem muito mais direta. A Figura 5.6 contém o diagrama de um integrador analógico típico, porém uma chave eletromecânica (relé $X1$) está ligada entre os terminais do capacitor de integração $C1$. Quando os contatos desta chave fecham, a carga do capacitor é nula e, portanto, as condições iniciais são nulas. Os contatos do relé também estão sujeitos à *bouncing*, porém nesta configuração isto não representa problema: se todos os integradores de um circuito possuem estas chaves fechadas, automaticamente a Eq. (2.4) aplicada aos AMPOP's assegura que as variáveis dinâmicas são nulas, assim como as condições iniciais. Mesmo que exista um atraso devido ao *bouncing* das chaves, na pior hipótese,

quando elas são abertas algumas variáveis crescem a uma taxa $\approx VCC \times e^{\frac{t}{RC}}$, ainda que esta região possua um intervalo de tempo característico da ordem de $100ms$, o incremento nas variáveis deverá ser de apenas alguns $10^{-4}V$ para uma escala de tempo RC típica escolhida neste trabalho. Isto significa que ainda na presença de *bouncing* as condições iniciais se mantêm próximas da nulidade com uma razoável precisão.

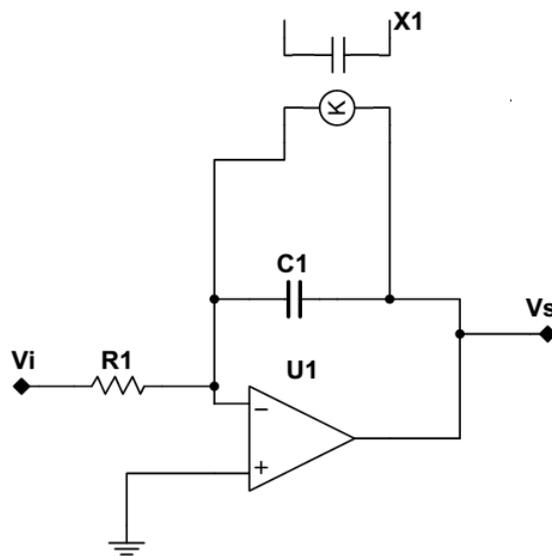


Figura 5.6: Integrador analógico com sistema de zeramento nas condições iniciais. A chave eletromecânica $X1$ comuta os terminais do capacitor quando aplicada um corrente em sua respectiva bobina.

O controle acima foi aplicado aos circuitos SC e Chua, que apresentaram resultados bastante satisfatórios. Os relés são controlados por um pequeno circuito representado na Figura 5.7. Aplicando um sinal na entrada Daq o transistor comuta três relés responsáveis por zerar as condições iniciais em cada integrador. Um pequeno LED ($LED1$) pisca, indicando visualmente que as condições iniciais foram zeradas naquele momento, o que é útil visto que o sinal aplicado em Daq advém da placa de aquisição de dados, que coordena este controle de forma automatizada. A função dos resistores R_1, R_2 é limitar a corrente nos respectivos nós, e são escolhidos de acordo com os relés utilizados. Neste trabalho estes resistores são de filme de carbono e seus valores são 100Ω e 330Ω , respectivamente.

Os relés utilizados no controle de condições iniciais são do tipo *reed-relay*, também conhecidos com *dry-relays* (Figura 5.8). Estes relés, além de baixo

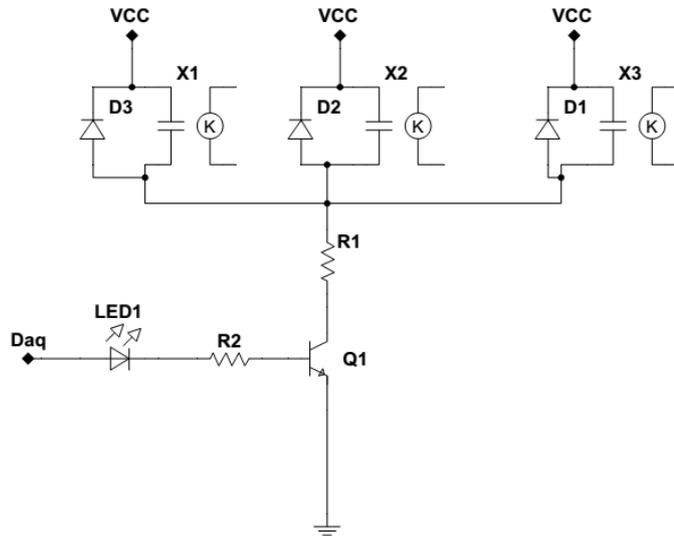


Figura 5.7: Circuito que intermeia o controle de condições iniciais, o transistor $Q1$ comuta todos os três relés ($X1, X2, X3$) ao mesmo tempo.

custo e tamanho reduzido, são especialmente indicados para o chaveamento de pequenas cargas. São constituídos por duas placas separadas de metal em um tubo à vácuo, unidas em presença de um pequeno campo magnético formado por uma bobina externa ao tubo. A velocidade de chaveamento destes relés é até 10 vezes mais rápida que relés eletromecânicos comuns, embora apresentem *bouncing* na mesma proporção que os últimos³. A Figura 5.9 mostra a velocidade de chaveamento de um reed relay: Quando o sinal (em azul) sofre uma transição de estado, a os contatos do relé (sinal em amarelo) se fecham após $\approx 100ms$.

Com a abordagem descrita nas linhas acima, é possível configurar um sistema de escolha específica das condições iniciais [16]. Na Figura 5.10 a chave S_1 é mantida fechada, fazendo com que o capacitor de integração C_1 carregue-se com a tensão desta fonte. Quando a chave é aberta o sistema inicia a dinâmica representada pela fonte V_2 , com as condições iniciais definidas pela fonte V_1 . Pode-se questionar se a chave S_1 estando fechada, a saída de U_1 não se comporte como um sumidouro de corrente ocasionando a

³Existem relés mecânicos apropriados para este tipo de aplicação, são conhecidos "relés de sinal fraco" (*weak signal relay*). Geralmente são muito pequenos, tipo SMD. A velocidade de chaveamento destes relés é ainda mais rápida que nos *reed relay's*. Ver por exemplo o modelo G6K-2F-Y do fabricante OMRON, que pode ser encontrado no mercado nacional.

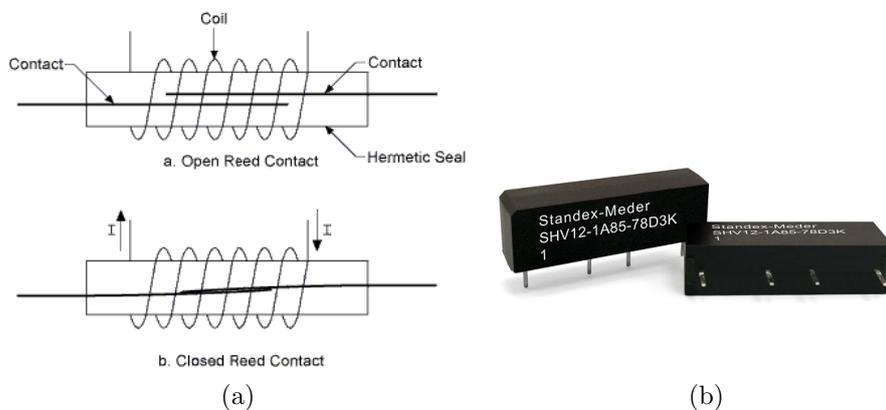


Figura 5.8: Reed relay: (a) representação interna. (b) aspecto físico [37].

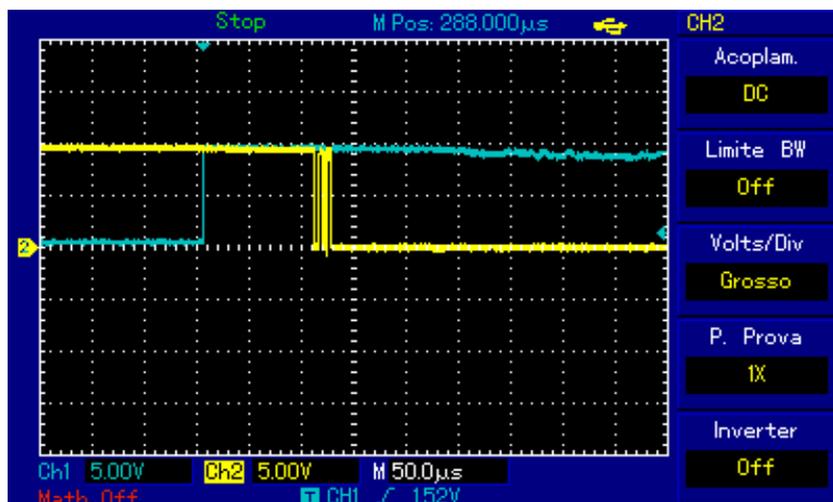


Figura 5.9: Resposta em velocidade de chaveamento típica de um reed relay. O Sinal em amarelo indica a transição de estado do relé, quando o sinal em azul ativa sua bobina.

destruição do AMPOP. Tal fato não ocorre. A fonte V_1 garante que a tensão sobre C_1 seja aquela da fonte, o que implica que a corrente sobre R_1 devido a fonte V_2 é suprida por V_1 . A tensão neste nó é, portanto, nula e U_1 não necessita de mudar o estado de sua saída na tentativa de igualar o potencial das duas entradas.

No mercado nacional de eletrônica é possível encontrar CI's que implementam chaves de estado sólido, sem partes móveis, usando transistores CMOS (Figura 5.11). Embora sejam de baixo custo e não possuam *bouncing*, em testes realizados nos circuitos desta dissertação o CI *CD4066* substituindo

o *reed-relay* apresentou resultados ruins, prejudicando a dinâmica do atrator, muito provavelmente devido a sua resistência não infinita quando a chave se encontra em estado aberto, que é da ordem de $10^6\Omega$. O uso destas chaves resolveria, em princípio, o problema das condições iniciais controladas pelos relés possuírem uma pequena perturbação devido ao *bouncing*, mas infelizmente é difícil encontrar chaves analógicas com boas características para operar em circuitos caóticos.

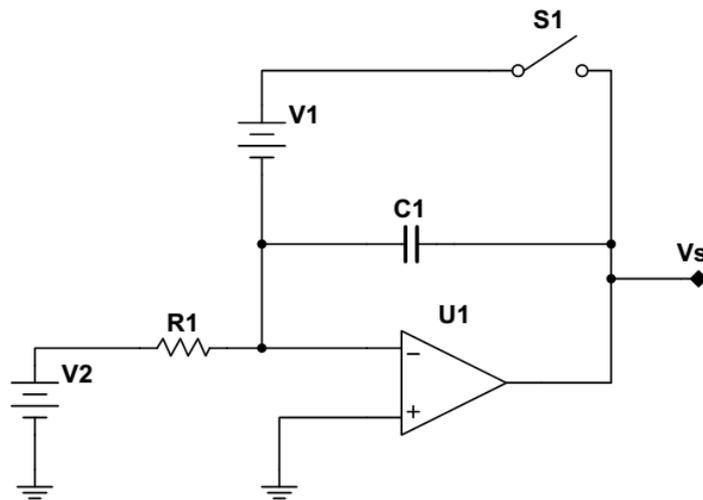


Figura 5.10: Sistema de controle de condições iniciais para escolha de um valor arbitrário.

5.3 Filtro analógico de ruído

Em um contexto totalmente distinto da mecânica quântica, pode-se dizer que o ato da medida perturba um circuito caótico. Uma evidência a favor deste argumento consiste na sensibilidade de sistemas não lineares a perturbações externas, sempre presentes no ato de uma medida. A discrepância de natureza entre um circuito caótico e o equipamento de medida digital resulta em uma perturbação de caráter bastante peculiar: ruído EMI (do inglês *Eletro-Magnetic Interference*) [39]. No capítulo seguinte, far-se-á uma discussão da origem deste ruído, sua respectiva caracterização no espectro de frequência e análise da eficiência dos filtros analógicos, e a abordagem utilizada neste trabalho para reduzir os efeitos do ruído EMI. Aqui apresenta-se a construção destes filtros, seu funcionamento e cálculo dos componentes que

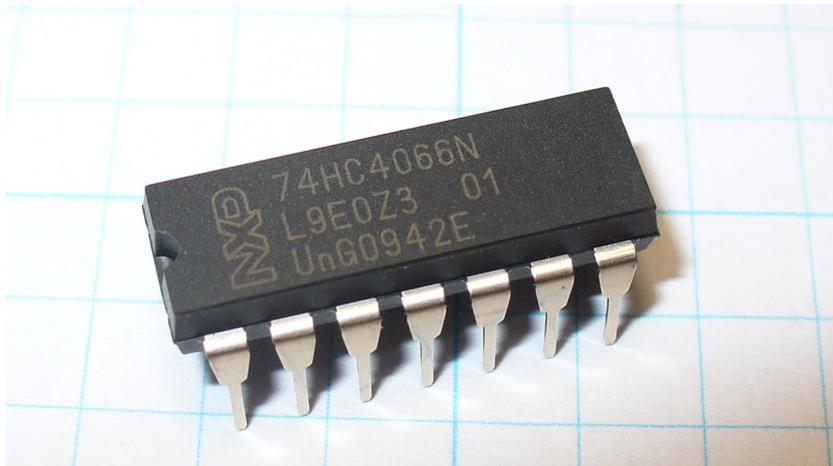


Figura 5.11: CD4066, conjunto de 4 chaves de estado sólido CMOS em um invólucro DIL [38].

o compõe.

A designação de filtro *analógico* visa uma distinção das técnicas de redução de ruído via *software*, onde prefigura-se um método digital. As diferenças não se encerram na nomenclatura, como será discutido em "ANÁLISE DE ERROS", ruídos apresentam duas facetas em um sistema não linear: 1° o ruído se soma a amplitude um atrator, dando-lhe um aspecto visual borrado, tal fenômeno é chamado de ruído aditivo. 2° As bifurcações e estruturas periódicas podem ser afetadas pelo ruído de tal forma que o sistema pode perder sua complexidade característica, tal efeito é chamado de ruído dinâmico. Técnicas de filtragem digital como a rotina NR_LASY do pacote TISEAN[40] podem remover os efeitos do ruído aditivo, porém nada se pode fazer acerca do ruído dinâmico, uma vez que este acompanha a evolução do sistema. Já os filtros analógicos podem eliminar ambos os ruídos, uma vez que atuam de modo a inibir qualquer perturbação a atingir o sistema. Evidentemente, embora as técnicas de filtragem digitais sejam comodas, filtros analógicos são muito mais eficientes uma vez conhecida as fontes do ruído.

Os efeitos do EMI e técnicas da sua atenuação são bastante conhecidos na literatura [41][39]. Fontes chaveadas, carregadores de celular, entre outros dispositivos que possuam arquitetura digital geram portadoras de rádio frequência que podem interferir no funcionamento de outros dispositivos. É comum encontrar em carregadores de notebook os chamados ferrite *beads* (Figura 5.12), que nada mais são do que solenoides envoltos em ferrite, um material de alta permeabilidade magnética, apresentando uma "resistência" aos sinais de alta frequência inibindo sua propagação para outros dispositivos.

Em dispositivos críticos, onde este tipo de perturbação não é desejada, filtros analógicos já se encontram dentro do dispositivo como é o caso das fontes de alimentação de precisão, osciloscópios, multímetros de bancada, etc.

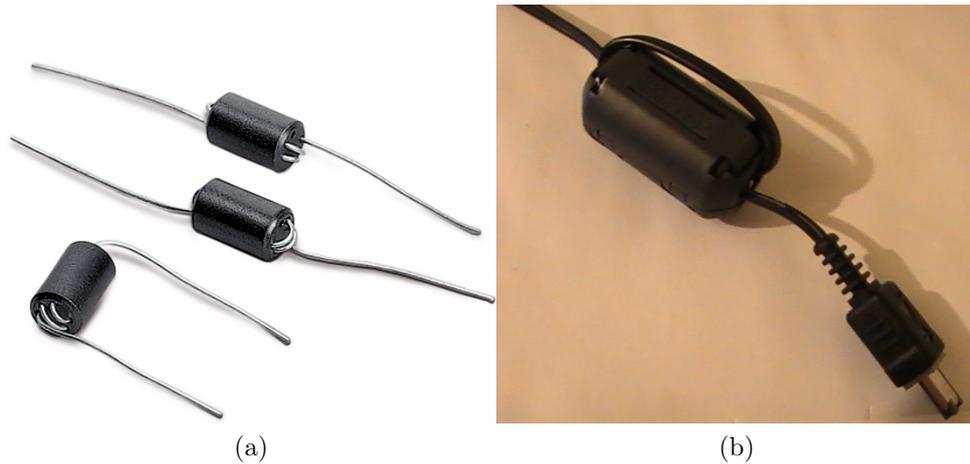


Figura 5.12: Ferrite *beads*: (a) Encontrados internamente em dispositivos digitais. (b) Externamente em um fonte de carregador para notebook [42].

Sob a hipótese que uma perturbação é gerada pelo equipamento de controle e medida (placa de aquisição de dados), construiu-se os filtros da Figura 5.13. Esta ideia surgiu após ser observado que no momento da medida de um atrator, o mesmo sofria uma deformação vista no osciloscópio. Uma pesquisa na literatura sobre esse fenômeno mostrou que a natureza desta perturbação era devida ao chaveamento interno do dispositivo de medida digital, gerando uma portadora EMI de acordo com a taxa de aquisição de dados programada no instrumento de medida. Esta perturbação se propaga pelos cabos do sistema de medida até o circuito e, junto com seus harmônicos, prejudica a performance do sistema em estudo.

O ruído EMI gerado pela placa de aquisição de dados possui uma frequência central idêntica a taxa de aquisição de dados mais alguns harmônicos secundários, bastante característico de uma onda quadrada geralmente usada para realizar o *trigger* dos seus componentes digitais internos. Desta forma, se a taxa de aquisição de dados está algumas ordens de grandeza acima do espectro de frequências de um atrator típico do circuito, um filtro analógico que bloqueie as altas frequências e deixe passar as baixas deve ser suficiente para evitar que o ruído EMI chegue ao circuito. Entretanto, existem duas portas diferentes de entrada para este tipo de perturbação: O controle de tensão contínua sobre os parâmetros e a saída das variáveis do sistema.

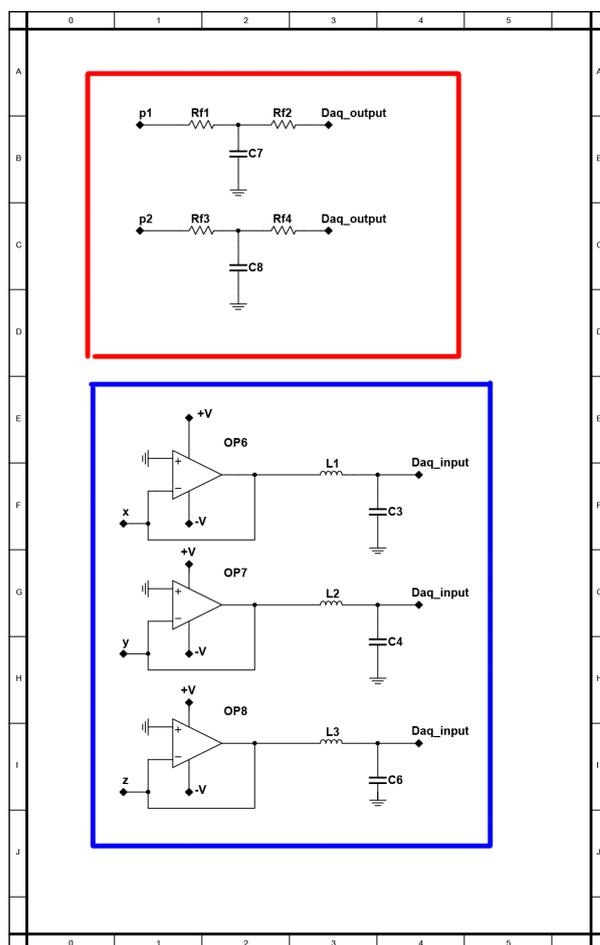


Figura 5.13: Diagrama esquemático dos filtros analógicos usados neste trabalho.

Na Figura 5.13 a caixa em vermelho indica o filtro passa-baixas usados para isolar o controle de tensão contínua sobre os parâmetros do circuito. Nota-se que a configuração é muito similar a um circuito RC. Suponto que se injete um sinal oscilante na entrada *Daq_input* da forma $V(t) = A_1 \sin(\omega t)$, com amplitude A_1 fixa, e se observe a correspondente A_2 no ponto *p1* (ou *p2*) para várias frequências ω , o resultado será a Figura 5.14. O eixo das ordenadas contem a razão em *dB* das duas amplitudes, isto é, $y = 10dB \log(\frac{A_2}{A_1})$. Para uma frequência de 0Hz, nota-se que a razão das amplitudes em *dB* é nula, o que significa $A_1 = A_2$. Tão logo que a frequência aumenta, as amplitudes são fortemente atenuadas pelo filtro, tal como o ruído EMI. Deve-se lembrar que a tensão aplicada para o controle de parâmetros deve ter, a rigor, 0Hz pois a tensão contínua que determina o parâmetro do sistema deve

permanecer constante em todo o intervalo de tempo da medida do atrator. A escolha nos valores de R e C para este filtro⁴ deve se basear no fato de que o tempo característico RC deve ser aguardado como transiente para que a tensão de controle se estabilize e, uma vez que a frequência passante requerida é 0Hz, quanto maior o valor de C e R, melhor. Neste trabalho usou-se $R_{f1} = R_{f2} = 100k\Omega$ e $C_7 = 470nF$.

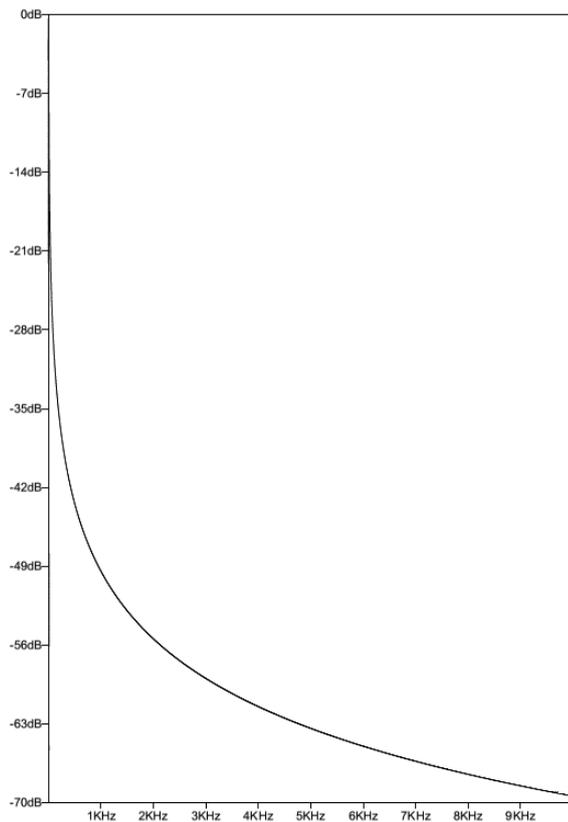


Figura 5.14: Resposta em frequência para o filtro analógico de entrada com $R_{f1} = R_{f2} = 100k\Omega$ e $C_7 = 470nF$, resultados foram obtidos com uma simulação via software LTSpice.

Uma situação um tanto mais delicada ocorre para isolar a saída das variáveis do circuito (V_x, V_y, V_z) da placa de aquisição. Como o EMI tem um comportamento característico de onda de rádio, pode se propagar no circuito mesmo pela saída dos AMPOP's [39]. O filtro passa baixa deve, pois, bloquear sinais de alta frequência e deixar passar aqueles que compõe

⁴ $R_{f1} = R_{f2} = R_{f3} = R_{f4} = R$, seus valores formam a resistência característica do filtro.

o atrator caótico. A Figura 5.13 (caixa em azul) mostra o filtro que contém tal característica. $L1, L2, L3$ são ferrite *beads* tal como os da Figura 5.12 (a). Os AMPOP's são ligados na forma de *buffers* que isolam a atenuação do circuito tanque LC ao sinais que compõe a dinâmica do sistema. A Figura 5.15 mostra a resposta deste filtro. Para sinais de baixa frequência, existe pouca ou nenhuma atenuação. Para frequências altas, o filtro atenua as amplitudes do EMI. Existe um ponto central onde a amplitude aparenta ser "amplificada", este ponto corresponde à ressonância do circuito tanque, e representa o aumento de amplitude gerado pela tensão de Lenz sobre o indutor. Devido a alta impedância deste aumento, pois o valor do indutor é relativamente pequeno, tal amplitude é atenuada pela baixa impedância da placa de aquisição de dados. O sinal de interesse deve ter uma faixa de frequência que se situe naquela que este filtro possua a menor atenuação, por este motivo escolheu-se escalas de tempo que levam os circuitos aqui projetados trabalharem com frequências típicas da ordem de algumas centenas de Hz. Também foi evitado a taxa de aquisição de dados possuir a mesma frequência de ressonância do filtro, dada por $f = \frac{1}{2\pi LC}$

5.4 Aquisição e tratamento de dados experimentais

Nas subsecções a seguir encontram-se descritos os detalhes do procedimento de laboratório. Os equipamentos e soluções utilizadas para aquisição de dados incluem, nos apêndices, as rotinas em *Python* para automatizar o processo de medida e análise de dados experimentais. São descritos, também, tópicos essenciais do funcionamento e fluxograma destas rotinas. O procedimento de calibração e uso do pacote TISEAN, as ferramentas de software para simulação e layout de PCB's concluem esta secção.

5.4.1 Configuração experimental e equipamentos utilizados

Na Figura 5.16 está representado a configuração dos equipamentos de medida e controle usados nos estudos dos circuitos caóticos. O computador utilizado contém uma placa de aquisição de dados *National Instruments PCI6251*, ao qual pode efetuar leitura de tensão das variáveis a uma taxa máxima de 180kSPS (180 000 amostras de tensão por segundo, em intervalos regulares) e também a escrita de parâmetros com tensão contínua a uma taxa máxima de 100kSPS. A interface entre esta placa e o circuito é mediada por

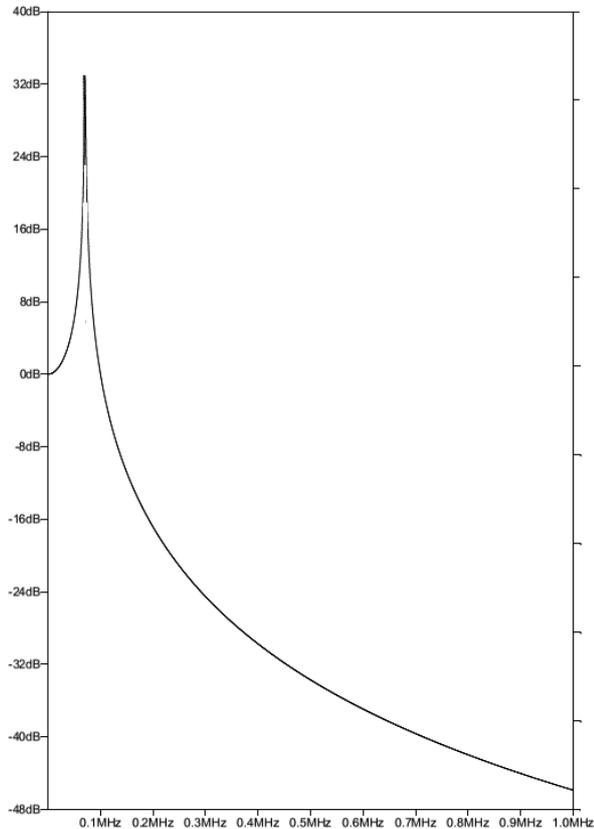


Figura 5.15: Resposta em frequência para o filtro analógico de saída com $L1 = L2 = L3 = 0.5mH$ e $C4 = C6 = C8 = 1nF$, resultados foram obtidos com uma simulação via software LTSpice.

um conjunto de conectores *BNC 2090*, que oferece a possibilidade de leitura de até 8 entradas analógicas, duas saídas para controle de parâmetros, e 20 portas de escrita/leitura digitais.

As saídas analógicas possuem um intervalo de escrita, em tensão contínua, de $-10V$ à $10V$ com 16bits de precisão, isto é, o menor incremento de tensão nestas saídas é de $\approx 1.6 \times 10^{-4}V$. As tensões destes dois canais analógicos são controladas pelas rotinas automatizadas em linguagem *Python*, e após passarem pelos filtros analógicos, determinam os parâmetros do circuito via tensão contínua. De forma análoga, as entradas analógicas da placa de aquisição contém a mesma resolução e intervalos de medida, estas também são medidas pelos filtros analógicos de entrada, efetuando as medidas das variáveis do circuito em estudo controladas pela mesma rotina automatizada de processamento de dados experimentais. A fonte de tensão DC *Keithley 230* é responsável por fornecer a alimentação do circuito.

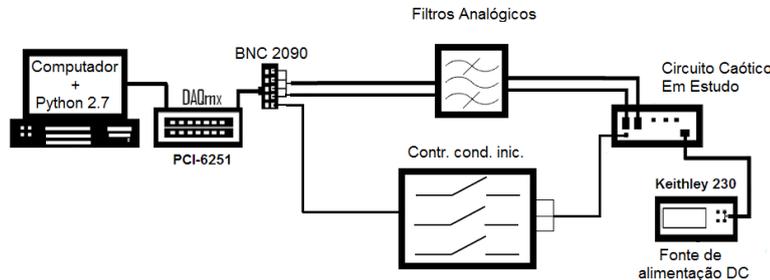


Figura 5.16: Configuração do aparato experimental. (Figura adaptada de [33])

O controle de condições iniciais é feito utilizando-se as saídas digitais da placa de aquisição, que enviam um sinal digital para zerar as condições iniciais sempre que existe mudança em qualquer um dos parâmetros. Este controle é feito automaticamente pela rotina de leitura, ao usuário cabe apenas definir o tempo de transiente para que o programa espere até iniciar as medidas do atrator. Esta rotina, embora desempenhe um papel fundamental no processo de medida efetuando várias operações sincronizadas, consome uma quantidade ínfima de recurso computacional. Entretanto, dependendo da resolução requerida pelo usuário na aquisição dos dados para estudo do espaço de parâmetros/período, é necessária uma grande capacidade de armazenamento de dados experimentais. Para uma resolução típica de 200×200 valores de parâmetros, as séries temporais contendo 30 000 pontos podem chegar a um volume total de 10GB.

Um osciloscópio da marca *BK Precision* de 60Mhz acompanha o processo de medida automatizado apresentando o atrator em tela. Tanto a fonte quanto este osciloscópio são os únicos elementos que são independentes do controle da rotina automatizada de leitura. A visualização do atrator é particularmente útil para que o usuário possa acompanhar o processo, e também durante a calibração da rotina responsável pela aquisição do espaço de períodos. Esta configuração foi utilizada em todos os circuitos estudados nesta dissertação, exceto o RW que não contempla os filtros analógicos e nem o controle de condições iniciais.

Na construção dos circuitos, usou-se abordagens diferentes: protoboard, matriz ilhada e placa de fenolite dupla face (Figura 5.17). Embora o método mais recomendado seja o uso de placa com 4 camadas, montagem com componentes SMD (do inglês *surface mounting device*) e técnicas de layout para

baixo ruído, o uso de diferentes abordagens não representou grandes mudanças nos resultados. Embora seja impraticável a produção caseira de uma placa com 4 camadas, existem empresas no mercado nacional que fabricam-nas por um custo bastante razoável. Entretanto, o estudo de um circuito até sua compleição envolve várias versões, erros e acertos, que tornam inviável este método. Com efeito, escolheu-se as ferramentas de confecção para circuitos próprias de prototipagem em eletrônica.



Figura 5.17: Abordagens utilizadas para confecção dos circuitos. Da esquerda para direita: protoboard, matrizilhada, placa de fenolite [43]

Rotinas automatizadas de aquisição e processamento de dados

O estudo experimental do espaços de parâmetros/periódico ou até mesmo diagramas de bifurcação só é viável mediante rotinas automatizadas de aquisição e processamento de dados. Cada ponto do espaço de parâmetros, por exemplo, corresponde a uma figura de Lissa-Jouss no osciloscópio que, além de corresponder a milhares de medidas de tensão, deve ser processada por programas externos a fim de atribuir uma única medida a este conjunto. Neste aspecto, faz-se necessário um ambiente onde é possível coordenar a placa de aquisição de dados e o fluxo destes para as rotinas de análise.

Na literatura é possível encontrar o uso do ambiente de programação visual *LabView* para coordenar o processo de medida e análise de um circuito caótico em estudo [44]. Embora bastante prático para a aquisição de dados, integrar este ambiente com as rotinas externas de análise é uma tarefa bastante árdua. O elevado consumo de recursos computacionais, custo de aquisição do software, e falta de flexibilidade dificultam o estudo experimental de sistemas não lineares. Por este motivo, é desejável o uso de rotinas escritas em linguagem de programação de alto nível, tal como o C++, onde as restrições encontradas no ambiente *LabView* são superadas.

O fabricante da placa de aquisição de dados (*National Instruments*) fornece junto com um pacote de exemplos diversas rotinas em linguagem C++

para controle e processamento de dados. Estas rotinas fazem uso do *driver* ofertado pelo fabricante como uma saída ao custo elevado de aquisição da licença do LABVIEW. Uma vez dentro do ambiente C++, o usuário tem acesso a total flexibilidade de uma linguagem de alto nível orientada a objetos. Entretanto, a necessidade de chamada à programas externos, recursos matemáticos embutidos, e sintaxe simples da linguagem PYTHON oferece uma solução robusta, simplificada e otimizada nesta tarefa.

A transposição da interface de controle da placa de aquisição dentro do PYTHON é feita com o módulo PYDAQMX, que permite o uso de todas as funções do pacote oferecido pela *National Instruments*. Para as rotinas construídas neste trabalho, usou-se ainda os módulos NUMPY⁵, PYLAB⁶, MATPLOTLIB⁷. A sintaxe do PYTHON é de longe sua principal vantagem, rotinas escritas nesta linguagem estão sempre, *a priori*, indentadas uma vez que este recurso é usado para limitar o fluxo de execução do programa. Por ser uma linguagem interpretada, não é necessária a compilação das rotinas, bastando ao usuário escrever e tão logo executá-las assim que desejar. As ferramentas de *debug* avançadas permitem rapidez na identificação de problemas.

Para ilustrar a praticidade do PYTHON, abaixo se encontra uma rotina escrita em C++ que efetua a leitura de uma série de pontos da placa de aquisição de dados, na quantidade e velocidade que o usuário desejar:

```
using NationalInstruments;
using NationalInstruments.Net;
using System;
using System.Collections.Generic;
using System.ComponentModel;
using System.Data;
using System.Drawing;
using System.Linq;
using System.Text;
using System.Windows.Forms;
namespace OPC_Read
{
public partial class Form1 : Form
{
DataSocket dataSocket = new DataSocket();
public Form1()
{
InitializeComponent();
string opcUrl;
opcUrl \= "opc:\ localhost\MATRIKON.OPC.Simulation\Bucket Brigade.Real4";
if (dataSocket.IsConnected)
dataSocket.Disconnect();
dataSocket.Connect(opcUrl, AccessMode.Read);
```

⁵ *Numeric Python*: Oferece diversos recursos para processamento e criação de matrizes multidimensionais de dados.

⁶ Oferece sub-rotinas para construção de gráficos dentro do próprio Python, sem a necessidade de um programa gráfico externo.

⁷ Permite a construção de gráficos de dados em 3D e tempo real.

```

}
private void btnReadOpc_Click(object sender, EventArgs e)
{
dataSocket.Update();
txtReadOpcValue.Text = dataSocket.Data.Value.ToString();
}
}

```

O mesmo processo pode ser executado em linguagem PYTHON como:

```

from PyDAQmx import *
import numpy
leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((pontos), dtype=numpy.float64)
leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1\ai0,Dev1\ai1, Dev1\ai2",
,DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming(,100000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,pontos)
leitura.StartTask()
leitura.ReadAnalogF64(pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,pontos,byref(read),None)

```

Três rotinas principais são usadas para o estudo de um sistema experimentalmente. Para o espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov, dividiu-se o processo em duas rotinas: Uma para a captura das séries temporais para cada par de parâmetros do espaço investigado. A outra rotina lê as séries salvas, envia-as para o programa externo LYAP_SPEC onde é feito o cálculo do maior expoente, e salva esta medida em um arquivo de dados. A Figura 5.18 contém o fluxograma da rotina de aquisição das séries temporais. Ao usuário cabe configurar o número de pontos em cada série, intervalo de variação do par de parâmetros, transiente para condições iniciais⁸ e a resolução do espaço. Conectado o aparato tal como na Figura 5.16, esta rotina salva vários arquivos de texto contendo a série temporal de uma única variável respectiva aos parâmetros, que estão relacionados ao nome do arquivo automaticamente. Esta rotina está inclusa no apêndice A.

Embora seja possível salvar todas as variáveis do circuito em estudo, o cálculo do espectro de Lyapunov exige apenas uma única variável. O fluxograma da rotina que realiza a leitura das séries salvas e calcula este espectro se encontra na Figura 5.19. O usuário configura esta rotina com o intervalo dos parâmetros **numéricos**, relacionados as tensões contínuas que os definem experimentalmente. O resultado da rotina é um arquivo de dados pronto para o *plot* do espaço. A caixa em roxo neste fluxograma indica a execução paralela de 4 *callback's*, isto é, são chamados 4 programas externos que calculam o espectro de Lyapunov de 4 séries temporais ao mesmo tempo, dando maior rapidez aos cálculos. O programa LYAP_SPEC é particularmente

⁸O tempo de transiente típico neste trabalho foi adotado como 10 vezes o tempo característico dos filtros analógicos (muito maior que o tempo característico do computador analógico), o que leva a um valor da ordem de 2 a 3 segundos.

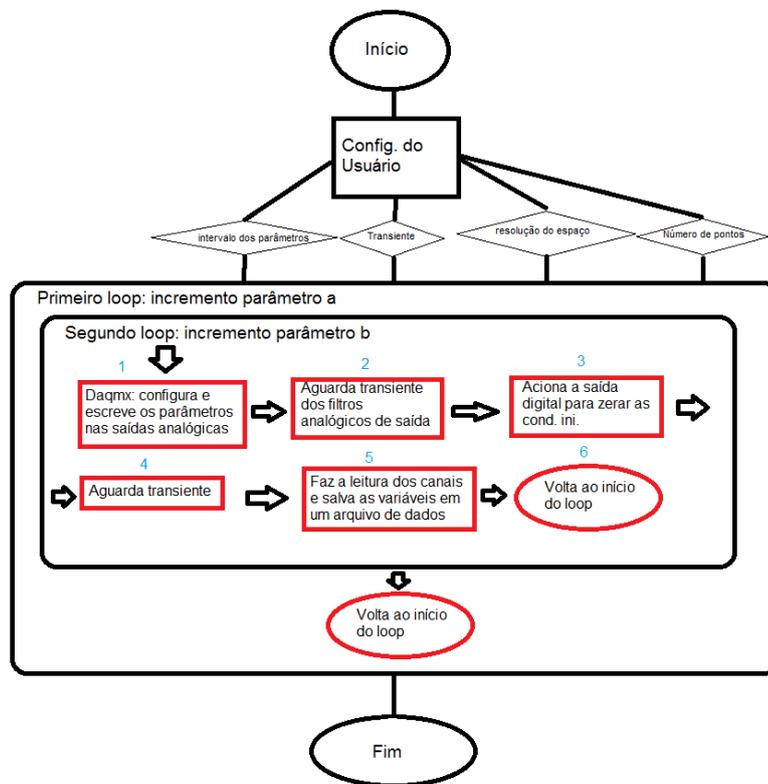


Figura 5.18: Fluxograma da rotina de aquisição de séries para o espaço de parâmetros. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.

sensível à series ruidosas e/ou contendo pontos fixos, podendo apresentar erros ou até mesmo "travar" sua execução. Nestes casos, a rotina automaticamente detecta ociosidade e erros, fechando os respectivos programas e conferindo valor nulo ao maior expoente de Lyapunov⁹, sem interromper o fluxo de dados. A rotina de leitura das séries está inclusa no apêndice B.

As rotinas para obtenção do espaço de parâmetros estão separadas por conta do tempo necessário de aquisição e cálculo dos expoentes. Naturalmente, em PYTHON é totalmente possível aglutinar ambas as funções em um único programa. Entretanto, julgou-se mais apropriado a separação destes processos devido ao tempo necessário adicional que o circuito deveria permanecer ligado que, além de inutilizar o computador para outros trabalhos, torna mais suscetível todo o sistema a uma queda na rede elétrica que, corroborando a lei de Murphy, foi responsável pela perda de diversos dias de trabalho usando rotinas aglutinadas.

⁹Estes erros ocorrem majoritariamente na região de pontos fixos e divergência.

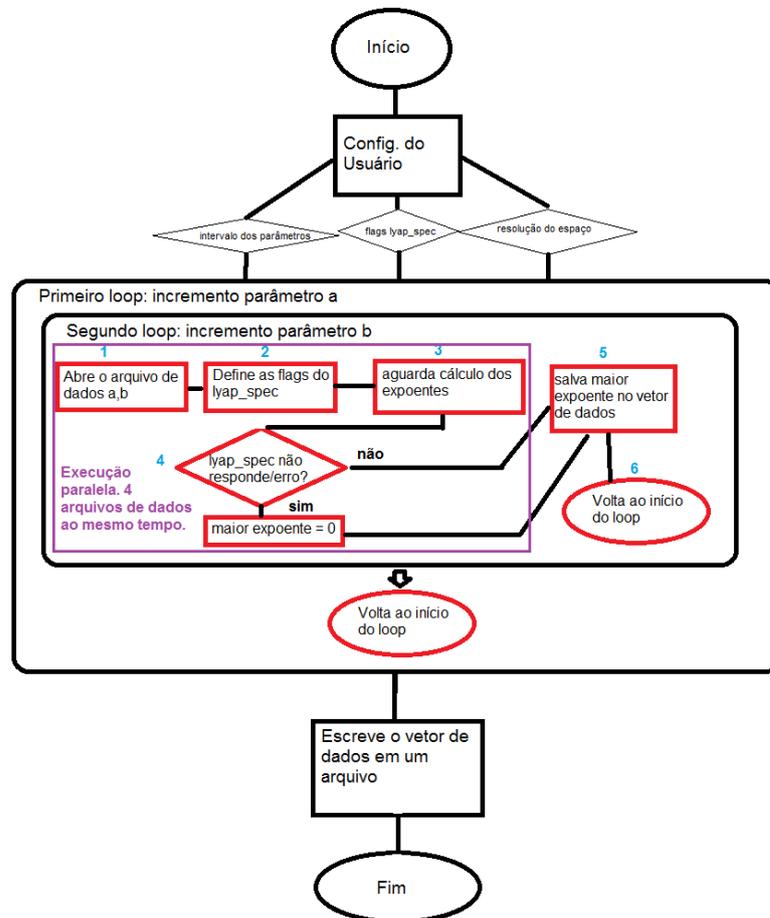


Figura 5.19: Fluxograma da rotina de processamento das séries temporais para obtenção espaço de parâmetros com o maior expoente de Lyapunov. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.

O fluxograma para a rotina de obtenção do espaço de períodos experimental se encontra na Figura 5.20. Primeiramente, nota-se que apenas uma única rotina é responsável pelo cálculo e leitura de dados experimentais, devido ao tempo de processamento dos dados para determinação do período de uma série experimental ser relativamente pequeno. O usuário define o intervalo de variação do par de parâmetros, resolução do espaço, transiente e número de pontos por série temporal tal como no espaço de parâmetros. Porém, define também um conjunto de *flags* para o cálculo de período: número de colunas, nível de ruído e um delta. Estes valores estão relacionados ao número de colunas do histograma de máximos, mínimo de elementos em cada coluna, e largura mínima entre o menor e maior extremo, respectivamente. O cálculo

do período de uma serie é feita observando-se o número de colunas do histograma com os extremos da série, obtidos via EXTREMA do pacote TISEAN. Ao final de execução da rotina, tem-se um arquivo de dados pronto para o *plot*. A rotina para aquisição do espaço de períodos experimental está incluída no apêndice C.

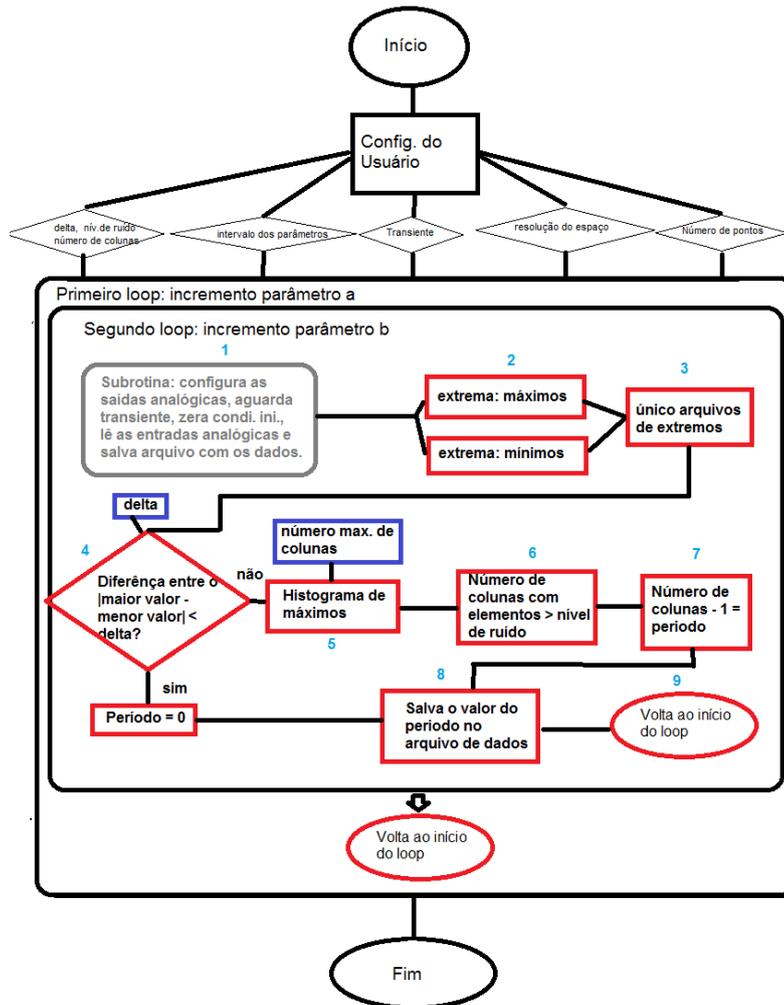


Figura 5.20: Fluxograma da rotina para obtenção do espaço de períodos experimental. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.

Para entender o funcionamento por detrás do cálculo de período na rotina apresentada acima, deve-se ter em mente que uma das ferramentas mais diretas de identificação de período em dinâmica não linear é o diagrama de bifurcação. Para cada ponto no eixo das abcissas deste último, o eixo

das ordenadas contém n pontos extremos do atrator para um determinado conjunto de parâmetros. Se uma série apresenta um período p , o eixo das ordenadas contém n números de extremos distribuídos em k vizinhanças de comprimento ξ neste eixo, em que ξ é um número muito pequeno. O período é rapidamente identificado como $k - 1$ neste cenário e, desta mesma forma, é calculado pela rotina da Figura 5.20. Um detalhe se deve ao fato do programa externo EXTREMA calcular apenas os máximos ou mínimos de uma série por vez, fazendo-se necessário duas requisições ao programa para uma mesma série.

Para completar o pacote de ferramentas, a Figura 5.21 apresenta o fluxograma da rotina de aquisição do diagrama de bifurcação experimental. O Usuário entra com os parâmetros de transiente após as *reset* de condições iniciais, intervalo do parâmetro a ser varrido e o outro fixado em algum valor (ou em função do primeiro), e resolução do eixo das abcissas. O diagrama é constituído com máximos da série temporal, que possui o tamanho que o usuário desejar, mediante uso do EXTREMA. Implementar uma dependência do par de parâmetros na forma de uma reta é bastante simples nesta rotina, que está inclusa no Apêndice D.

Uma miscelânea de outras rotinas também foram construídas para o auxílio dos estudos. Todas elas se baseiam na mesma ideia de controle de parâmetros via tensão contínua, dadas pelas saídas analógicas da placa de aquisição de dados. Suas funções são descritas a seguir:

1. *Leitura de atrator*: Lê as entradas analógicas de 3 (ou mais) variáveis ao mesmo tempo, em uma taxa e número de pontos arbitrários, e apresenta o atrator em 3D no monitor. Se o usuário desejar, pode escolher salvar os dados para fazer o *plot* com a ferramenta gráfica de seu interesse. (Apêndice E).
2. *Escrita de parâmetros*: Coloca nas saídas analógicas da placa de aquisição a tensão respectiva que o usuário solicitar, no intervalo de -10V à 10V, de forma independente ou não. Esta rotina é útil para investigar determinado comportamento no osciloscópio e/ou calibração do circuito. (Apêndice F).
3. *Calibração de período*: Determina os parâmetros do circuito e apresenta o resultado, em tela, do histograma de máximos e o período calculado com as *flags* definidas pelo usuário. Com o auxílio do osciloscópio, esta rotina é útil para determinar as *flags* apropriadas para um estudo específico via espaço de períodos. (Apêndice G).

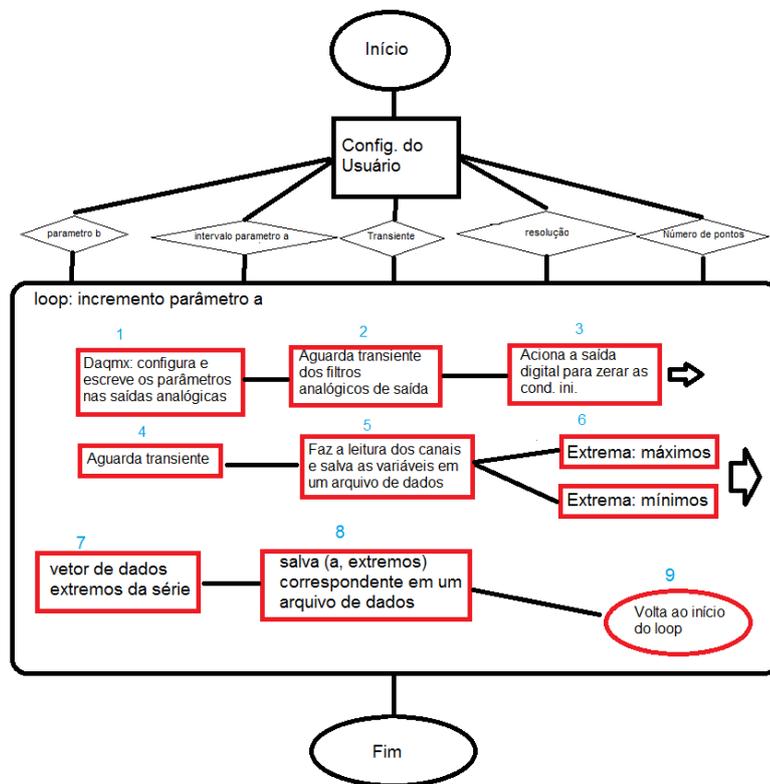


Figura 5.21: Fluxograma da rotina para obtenção do diagrama de bifurcações experimental. Os números em ciano indicam a ordem do fluxo de execução.

5.4.2 Pacote TISEAN

Uma das principais ferramentas de software usadas neste trabalho é o pacote de análise de séries temporais TISEAN [40]. Desenvolvido por Rainer Hegger, Holger Kantz e Thomas Schreiber, esta ferramenta consiste em diversas rotinas de programas que compõe o estudo completo de uma série temporal. Não obstante, possui código fonte aberto, isto é, pode ser editado e usado gratuitamente - principal fator de sua grande popularidade. É possível encontrar na rede pacotes para o ambiente em linguagem PYTHON que integram algumas funcionalidades para análise de séries temporais ¹⁰, que inclusive calculam o espectro de Lyapunov, porém longe da completude do pacote TISEAN.

O TISEAN pode ser executado em plataformas WINDONS ou LINUX, o

¹⁰Ver por exemplo, o pacote *Neurotools*, próprio para análise de séries temporais advindas de estudos da neurologia.

que é bastante conveniente uma vez que os *drivers* da placa de aquisição de dados são exclusivos da plataforma WINDONS. Dentre os diversos programas para análise de series temporais que o TISEAN oferta, apenas três principais foram usados nos trabalhos desta dissertação: LYAP_SPEC, EXTREMA e SPECTRUM. Para usar este poderoso pacote de programas no WINDONS, basta baixar o arquivo compactado deste site [40], em seguida descompactar **todos** os executáveis e dll's para uma pasta inclusa nas variáveis de ambiente do sistema ¹¹ - ou, sem pensar muito sobre, colar na pasta raiz do WINDONS. Os programas do TISEAN são chamados, então, com o uso da PROMPT DE COMANDO do sistema ¹² conforme a Figura 5.22. Deve-se lembrar que o arquivo com os dados ao qual se pretende fazer análise usando o TISEAN deve estar no diretório indicado pela PROMPT DE COMANDO, este pode ser alterado com o comando CD XXX (XXX é o novo diretório desejado).

```

Microsoft Windows [versão 6.3.9600]
(c) 2013 Microsoft Corporation. Todos os direitos reservados.
C:\Users\David> spectrum
TISEAN 3.0.0 (C) R. Hegger, H. Kantz, T. Schreiber (1998-2007)
spectrum: Power spectrum by FFT
reading from stdin
      0 values read from stdin
No input given - aborting.

Usage: spectrum [-f# -w# -o outfile -l# -x# -c# -U# -h] file(s)
-f <sampling rate, e.g. in Hz [default 1.1]
-w <frequency resolution, e.g. in Hz, [default 1/N1]
-l <number of values to be read [all]
-x <number of values to be skipped [0]
-c <column to be read, [1] or file.#
-o <output file name, just -o means file_sp>
-U <verbosity level (0 = only fatal errors)>
-h <show this message>

C:\Users\David>

```

Figura 5.22: Chamada do programa SPECTRUM do pacote TISEAN em plataforma WINDONS. Na PROMPT DE COMANDO basta digitar "spectrum" (caixa em vermelho) seguido do arquivo de dados entre aspas e argumentos do programa - não contidos na figura.

A instalação do TISEAN tal como descrita é necessária para que exista a integração entre este pacote com as rotinas em PYTHON, que por sua vez nada mais fazem do que "digitar" na PROMPT DE COMANDO, de forma automatizada, solicitações de acesso aos programas. Para o bom uso destes programas é necessária, também, sua correta configuração, que se dá por meio de *flags* descritas no manual. A configuração dos programas EXTREMA e SPECTRUM é bastante intuitiva em relação ao objetivo destes, encontrar os

¹¹Variáveis de ambiente do sistema são um conjunto de diretórios onde o WINDONS procura por programas padrão instalados na máquina.

¹²Basta ir em iniciar → executar → digitar "cmd" e apertar "enter".

extremos e o espectro de frequências de uma série temporal, respectivamente. Entretanto, a configuração do LYAP_SPEC possui vários *pitfalls*, ao qual cabe compartilhar alguma experiência neste texto a seguir.

Já fora mencionado o fato de que o cálculo do espectro de Lyapunov no LYAP_SPEC apenas solicita uma única variável do sistema. O atrator é reconstruído neste programa pelo método de *delay* das coordenadas, cujo o parâmetro de atraso está relacionado com a taxa de aquisição de dados. No TISEAN 2.1 existe a possibilidade de escolher esta *flag*, enquanto na versão 3.00 ela é sempre adotada como $d = 1$. Entretanto, na versão antiga é feito um *disclaimer* no site principal asseverando que o controle desta *flag* não é muito preciso - o que levou seus criadores a fixarem na versão mais recente. De fato, este parâmetro é bastante importante para o correto funcionamento do programa, devendo o experimentador executar um estudo, com o uso do DELAY, para determinar o valor correto de atraso no qual existe uma boa reconstrução do atrator. Usando a versão antiga do LYAP_SPEC, a experiência adquirida neste trabalho mostra que a *flag* de atraso na reconstrução do atrator deve ser multiplicada por 10, e também deve ser variada em torno deste valor até que o resultado do espectro possua significado físico.

Outro aspecto importante para um bom resultado do LYAP_SPEC é relativo ao número de pontos, taxa de aquisição e frequência central de oscilação do circuito ($f_c \approx \frac{1}{2\pi RC}$). A intuição diz que quanto maior o número de pontos de uma série, melhor o resultado na estimação do espectro. Isto não é verdade. Se a frequência natural do circuito em estudo for relativamente baixa em comparação com a taxa de aquisição de dados, uma grande quantidade de pontos na série temporal se prefigura como informação redundante: para pequenos intervalos de tempo, um sistema caótico apresenta comportamento linear, se todos os pontos da série estão neste intervalo o que se observa é uma linha reta, não a geometria complexa de um atrator. Evidentemente que a recíproca desta situação também apresenta resultados ruins: se a taxa de aquisição é menor que a frequência natural, a série temporal não reconstrói o atrator estranho e sim o aspecto muito similar a uma série estocástica.

O que é imperativo na boa estimativa do espectro de expoentes é a qualidade e quantidade de **ciclos** de um atrator presentes em uma série temporal, isto é, deve-se acompanhar o sistema que visita as regiões do espaço de fase à ele permitidas tanto quanto possível, com uma taxa de aquisição de dados que permita uma boa reconstrução da trajetória *principalmente* nas regiões onde o sistema apresenta regime linear, uma vez que nesta região é feita a estimativa da jacobiana pelo LYAP_SPEC. Em síntese: quanto melhor e maior a qualidade e quantidade de ciclos de atrator em uma série, melhor será a estimativa do espectro para esta série. Examinar tais aspectos é suficiente à uma inspeção visual em duas etapas: 1° se o atrator estranho reconstruído

pela série temporal preenche densamente as regiões do espaço de fase tanto quanto possível, melhor (Figura 5.23). 2º Se em pequenas escalas é possível visualizar os ciclos de um atrator com clareza e suavidade, melhor (Figura 5.24).

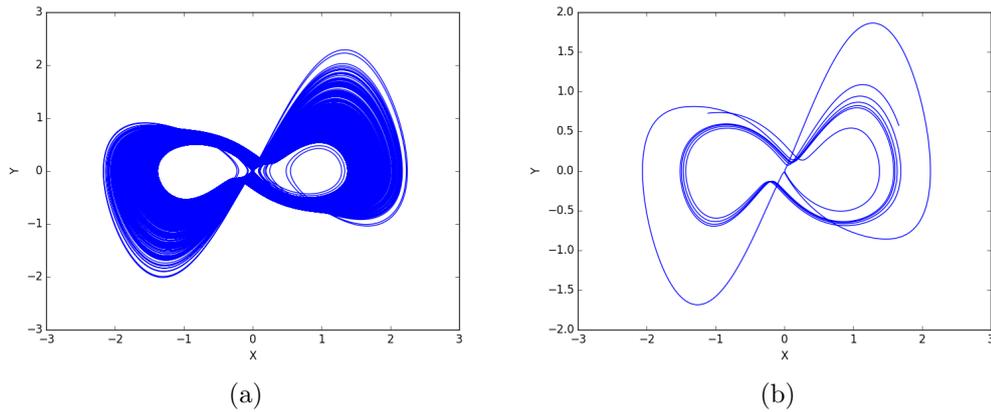


Figura 5.23: Inspeção visual do atrator reconstruído de série numérica (RW) para estimativa do espectro de Lyapunov. (a) Bom. (b) Ruim.

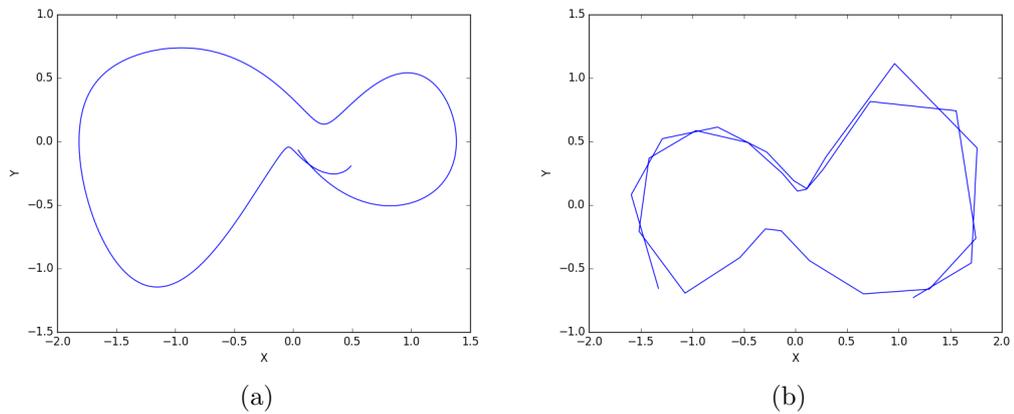


Figura 5.24: Inspeção visual do atrator reconstruído de série numérica (RW) para estimativa do espectro de Lyapunov. (a) Bom. (b) Ruim.

Com a escolha correta do *delay* e uma série temporal de boa qualidade (nos requisitos acima) é difícil não obter bons resultados com o LYAP_SPEC, mesmo para escolhas relativamente arbitrárias das outras *flags* do programa. A Figura 5.25 apresenta tal situação, mudando a *flag* $k = 10$ para $k = 15$

observa-se pequenas mudanças nos valores do espectro (caixa em ciano), tal situação se deve ao fato do espectro ser uma propriedade física invariante do atrator - de fato, estas pequenas perturbações podem e serão usadas para estimar o desvio padrão dos expoentes de Lyapunov mais adiante. Contudo, o parâmetro de atraso na reconstrução do atrator é muito mais dramático: a escolha inadequada pode levar ao programa a reconstruir um ponto fixo e/ou um sinal descorrelacionado, o que resulta em um erro (Figura 5.26). Na última situação usou-se $d = 5$ tal como o resultado que melhor reconstruiu o atrator experimental via DELAY, evidenciando o primeiro apontamento do início desta discussão (Deve-se multiplicar a *flag* de delay por 10).

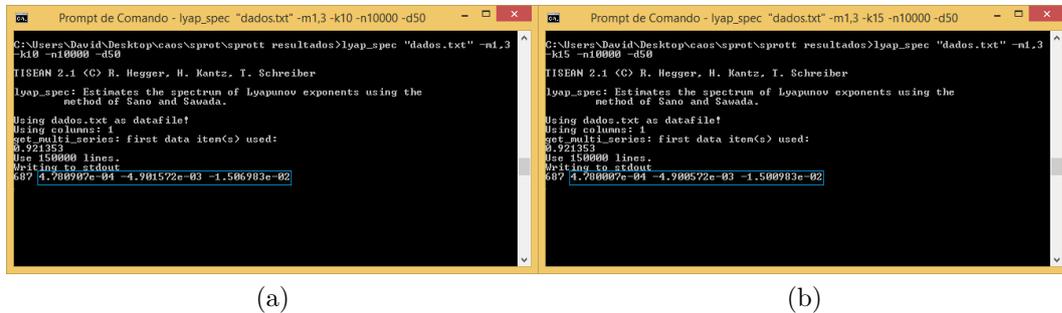


Figura 5.25: Espectro de Lyapunov para uma série periódica experimental (SC) com $d = 50$: (a) $k = 10$. (b) $k = 15$.

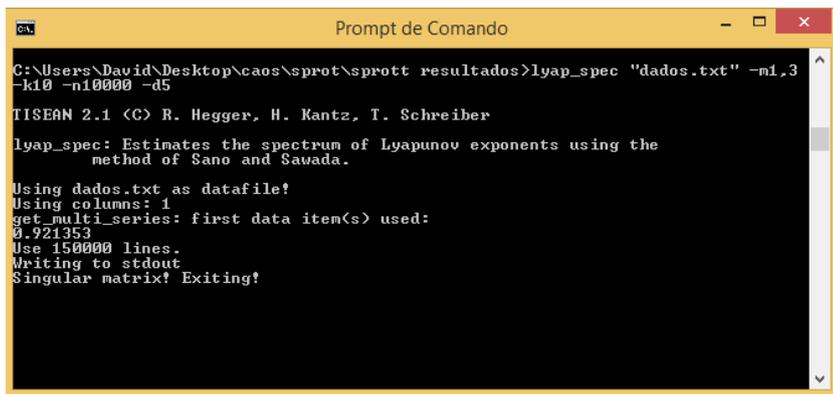


Figura 5.26: Espectro de Lyapunov para uma série periódica experimental (SC) para $d = 5$.

É interessante ter uma noção intuitiva das outras *flags* do programa LYAP_SPEC. O cálculo de expoente de Lyapunov está estritamente relacionado com a matriz jacobiana de um sistema, não obstante, se apenas uma

série temporal é fornecida e não se recolhe nenhum dado sobre a forma das equações que governam a dinâmica, é necessário estimar esta matriz em aproximações locais onde a trajetória é linear. Uma maneira de entender o processo no qual esta estimativa é feita, basta recordar a aproximação linear para uma função suave e diferenciável: $f(x) \approx f'(x)\Delta x + b$, em que uma aproximação é tão boa quanto menor é o intervalo observado Δx , e b é uma estimativa para melhorar erro desta aproximação. Em um sistema dinâmico, o análogo a $f(x)$ tem a forma de uma matriz e a derivada $f'(x)$ é análoga a jacobiana desta matriz. Com a representação de um atrator em mente, um "zoom" sob uma região suficientemente pequena revela que as trajetórias tem o aspecto de linhas retas. Precisamente nesta região muito pequena, chamada aqui de vizinhança ξ , pode-se escrever:

$$e^2 = \frac{1}{|\xi|} \sum_{\xi} \underbrace{\|\mathbf{s}_{n+1} - \hat{\mathbf{j}}\mathbf{s}_n - \mathbf{b}\|^2}_{(\text{análogo a } f(x) - f'(x)\Delta x - b \approx 0)} \quad (5.2)$$

Em que na Eq. (5.2) acima os vetores \mathbf{s}_n representam a trajetória do sistema no espaço de fase e são análogos ao x em $f(x) \approx f'(x)\Delta x + b$. O subscrito nestes vetores advém que em uma série temporal ter apenas valores discretos. A vizinhança ξ é formada por um conjunto de vetores tomados na aproximação local, a *flag* k do programa LYAP_SPEC representa o número de vetores que são escolhidos nesta vizinhança. O termo e^2 na Eq. (5.2) deve ser minimizado, donde pode-se estimar \mathbf{j} localmente. Em seguida, procede-se o cálculo dos autovetores $\mathbf{u}^{(i)}$ de \mathbf{j} que, substituídos na expressão:

$$\lambda^{(i)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \ln \left\| \prod_{n=1}^N \mathbf{j}(\mathbf{x}_n) \mathbf{u}^{(i)} \right\|$$

Determina o espectro de expoentes $\lambda^{(i)}$. Isto é feito apenas para a aproximação local de \mathbf{j} e em seguida uma media sob os expoentes $\lambda^{(i)}$ para todas as vizinhanças da série temporal. Evidentemente a imposição de que $N \rightarrow \infty$ é impossível em uma série temporal finita, a *flag* n do LYAP_SPEC representa diretamente este valor - que deve ser tão grande quanto o número de pontos(vetores, no espaço de fase reconstruído) da série temporal. O método acima é conhecido como Sano & Sawada [45] e torna-se claro o motivo do cálculo do espectro exigir recurso e tempo computacional sem precedentes.

A Tabela 5.1 contém as diretivas de aquisição de dados e *flags* para os sistemas estudados nesta dissertação. Um detalhe especial deve ser ressaltado sobre o sistema RW: O programa LYAP_SPEC usado pertence a versão 3.0.0 do TISEAN.

ht

Tabela 5.1: Diretivas de aquisição de dados experimentais

Sistema	taxa de aquis.	pontos/série	freq. nat.	k	d	n
SC	10 000kSPS	30 000	$\approx 200\text{Hz}$	10	50	10 000
RW	100 000kSPS	100 000	$\approx 300\text{Hz}$	30	1	10 000
Chua	20 000kSPS	30 000	$\approx 200\text{Hz}$	8	10	10 000

5.4.3 Softwares de simulação e design

Da etapa de *design* até a construção de um circuito diversos softwares extras, não estritamente necessários, auxiliam os estudos. Antes de construir um circuito é interessante simular seu funcionamento na busca de possíveis erros que tenham passados despercebidos. Infelizmente, não existe no mercado um programa próprio para simulação de circuitos caóticos e sistemas não lineares, no sentido de possuir um *engine* com rotinas de integração numérica específicos para este uso. Ainda assim, os disponíveis se mostram bastante úteis para esta tarefa, ao menos de verificar se o circuito projetado oscila.

Um software bastante prático e de uso intuitivo é o MULTISIM (Figura 5.27). Todos os circuitos estudados nesta dissertação foram simulados com o uso deste programa que, dentre as suas vantagens, possui uma vasta biblioteca de componentes genéricos e comerciais, incluindo até instrumentos de medição mais populares. Este programa usa as rotinas SPICE para efetuar simulações que se aproximam muito do real comportamento, incluindo efeitos de ruído térmico, por exemplo. As simulações correm em tempo ligeiramente atrasado do tempo real. As desvantagens do MULTISIM inclui a inflexibilidade do método de integração numérica, falta de um ambiente para projetos de PCB's (*Printed Circuit Board*), biblioteca de componentes específicos para circuitos não lineares pobre, e versão limitada a 50 componentes para a licença de estudante.

Cabe aqui compartilhar alguma experiência quanto ao uso do MULTISIM para simular computadores analógicos: 1) deve-se evitar o uso do multiplicador analógico AD633, o modelo SPICE deste componente apresenta alguns erros. Recomenda-se utilizar o multiplicador genérico. 2) Pode existir desvio do comportamento dinâmico, em relação a um ponto qualquer no espaço de parâmetros, da simulação em relação a expectativa numérica. Isto se deve pelo integrador numérico do MULTISIM. Se o circuito oscila e gera o atrator com geometria semelhante a esperada, mesmo para parâmetros bastante deslocados do que na simulação numérica, deve-se cogitar a hipótese de construir o circuito em uma *protoboard* e verificar na prática o funcionamento.

3) Se a simulação diverge para qualquer ponto do espaço de parâmetros, então certamente existe algum erro no circuito. 4) Caso nenhum erro seja encontrado e ainda assim o circuito apresente apenas comportamento divergente, deve-se substituir os AMPOP's na simulação pelo modelo genérico (isto é, o AMPOP ideal).

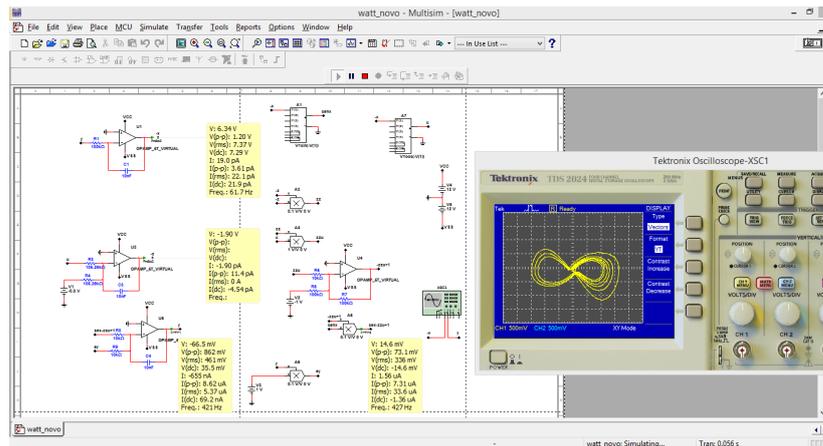


Figura 5.27: Interface do programa para simulação de circuitos MULTISIM.

Uma boa alternativa ao MULTISIM é o programa LTSPICE (Figura 5.28). Embora a primeira impressão seja de falta de recursos, o que não é verdade, a interface deste programa aparenta ser mais simples. O que também não é verdade. O destaque do LTSPICE é sua flexibilidade: é possível criar componentes com curvas não lineares quaisquer, escolher o método e passo de integração, salvar os dados numéricos das simulações e introduzir uma perturbação arbitrária no comportamento de um componente eletrônico. As simulações não ocorrem em tempo real, mas permite-se a escolha de um domínio específico de tempo para estudo do circuito. A Figura 5.28 contém o circuito de Chua quadridimensional cuja as equações se encontra no *workspace* do programa. Na Figura 5.29 tem-se simulação do circuito no LTSPICE, onde é possível observar o atrator e uma linha vertical contendo o transiente do controle de condições iniciais para uma escolha arbitrária destas. Uma das principais desvantagens deste programa é interface pouco intuitiva e ausência de um editor de PCB's.

Um programa que une simulação e edição de PCB's bastante famoso é o PROTEUS (Figura 5.30). Por muitos anos usado como ferramenta padrão na engenharia eletrônica, este programa se apresenta como uma ferramenta profissional de edição de circuitos. Sua biblioteca é bastante vasta, sua interface é simples ao iniciante e ainda propicia recursos avançados de simulação de eletrônica analógica e digital. As simulações ocorrem em tempo real e pre-

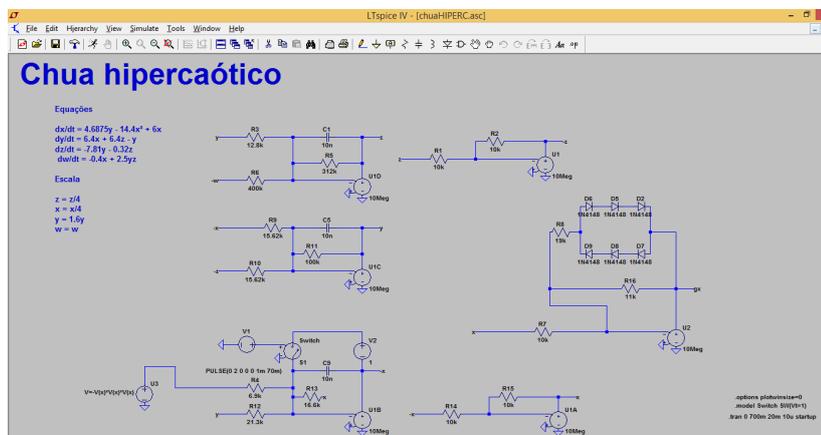


Figura 5.28: Interface do programa para simulação de circuitos LTSpice.

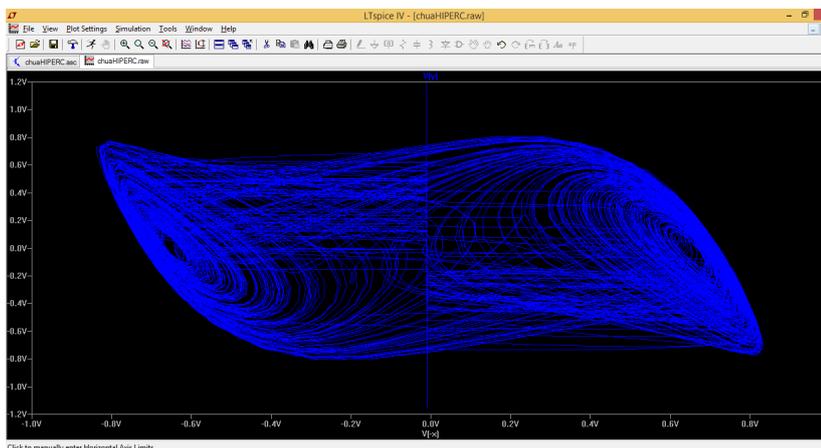


Figura 5.29: Atrator caótico para o circuito de Chua quadridimensional simulado no LTSpice.

cisamente por este motivo, o consumo de recurso computacional é elevado. Nesta dissertação este programa fora usado basicamente para confecção de PCB's (Figura 5.31).

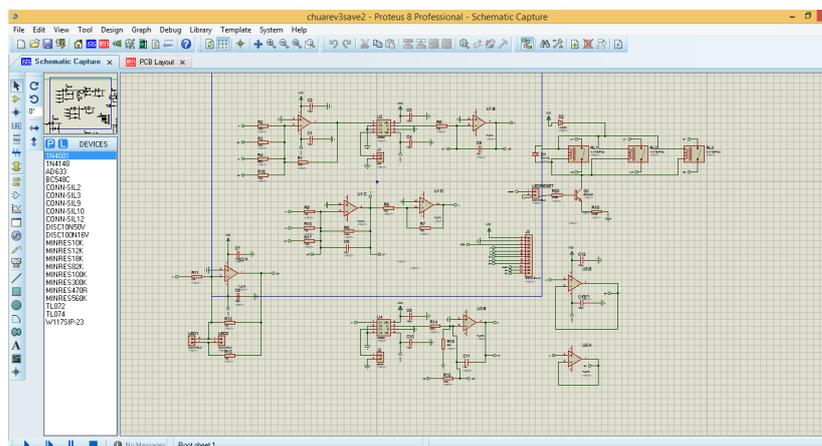


Figura 5.30: Interface do programa para simulação de circuitos Proteus.

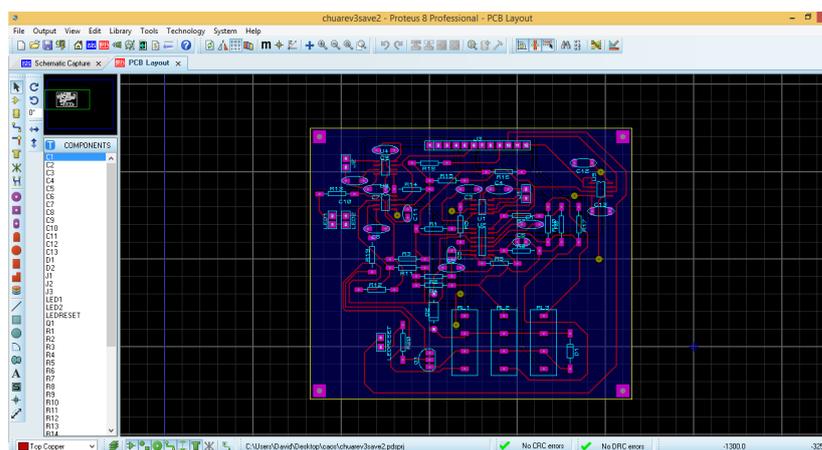


Figura 5.31: Interface de edição e criação de PCB's do Proteus.

Capítulo 6

ANÁLISE DE ERROS

Medidas físicas sempre são acompanhadas de um grau de incerteza, imprecisão e confiabilidade determinados pelo método experimental. Em circuitos e sistemas lineares, sob esta mesma prerrogativa, pequenas causas são acompanhadas de pequenos efeitos, muitas vezes facilmente determinados quando um modelo matemático é estabelecido. Desta forma, os efeitos dos erros inerentes ao estudo experimental podem ser estimados analiticamente, com sorte, na maioria dos casos. Um cenário totalmente distinto se remonta a circuitos caóticos: a(s) não linearidade(s) presente(s) frequentemente torna a previsão de pequenas perturbações algo muito complicado, exigindo-se um estudo muitas vezes específico ao sistema e diante de uma série de aproximações. Na literatura, efeitos de pequenas perturbações estocásticas são frequentemente associados, em sistemas caóticos, com destruição de estruturas periódicas [46]. Entretanto, a contra parte destas perturbações em regime estático/determinístico/periódico leva a uma outra classe de efeitos: duplicação de estruturas, supressão de regiões caóticas e deformações do espaço de parâmetros [47].

O objetivo desta secção é discutir a origem de erros ao processo de medida, adotados neste trabalho. Apresenta-se os efeitos físicos destes erros, possibilidade de minimiza-los, questões práticas importantes e, quando possível, apontar na literatura estudos relacionados a este tipo correspondente de perturbação/erro em algum sistema não linear. Acredita-se que o estudo analítico e numérico em detalhes de cada um dos fatores que contribuem para a não idealidade do método experimental nos sistemas investigados aqui foge ao escopo desta dissertação.

Os erros tratados nesta secção foram divididos em duas classes: sistemáticos e ruído. Embora ambos tenham a mesma natureza de perturbar o comportamento dinâmico de um sistema, os primeiros se configuram como *quase estacionários* a evolução da dinâmica, isto é, são perturbações

cujas dependências não tomam explicitamente o tempo e possuem caráter determinístico. O segundo tipo é o contradomínio do conjunto de erros sistemáticos: o que é resto, é ruído. A distinção adotada aqui é semelhante àquela encontrada na literatura para o estudo de circuitos lineares [41], visto que o objetivo é esclarecer as fontes dos erros.

6.1 Erros sistemáticos

As fontes de erros sistemáticos se configuram, de um lado, pela construção e não idealidades dos componentes utilizados, tais como a dependência de seus valores nominais com a temperatura, desvios dentro das condições de operação dos mesmos, etc. De outro lado, os equipamentos de medida também podem ser fontes de erros desta natureza, associados principalmente à sua calibração. Este segundo caso não se apresenta como um problema para o estudo experimental de um sistema caótico na medida que, garantida a condição que o equipamento não/fracamente perturba o sistema em estudo, as propriedades físicas associadas ao atrator (período, espectro de Lyapunov, etc) são invariantes a uma transformação suave sob as equações que governam o sistema [2]. Desta forma se o equipamento de medida de tensão, por exemplo, está levemente descalibrado¹, as propriedades físicas do atrator permanecem inalteradas e os estudos da dinâmica prosseguem sem nenhum problema.

Os erros sistemáticos atribuídos aos componentes eletrônicos participam da deformação observada nos resultados experimentais uma vez que estão diretamente associados a forma das equações computadas analogicamente. Em um circuito eletrônico divide-se a classe de componentes em dois principais aspectos: *passivos*, que apenas geram uma resposta a mudança de estado das grandezas elétricas (tensão, corrente, fluxo magnético e carga), e *ativos* que podem gerar estas mudanças. Resistores e capacitores pertencem a primeira classe enquanto que os AMPOP's e transistores, a segunda.

No intuito de analisar possíveis melhoras em projetos futuros, discutir-se-á as não idealidades responsáveis pelos erros sistemáticos dos componentes passivos disponíveis até o presente momento no mercado. Os erros sistemáticos dos AMPOP's foram tratados durante a descrição dos mesmos, porém cabe aqui investigar duas configurações importantes: integrador analógico e diodo de Chua. Os componentes responsáveis pelo cálculo das não linearidades serão abordados em uma seção própria. Por fim, será

¹Todo aparelho digital que mede tensão analógica possui uma referência interna, fixa e muito precisa, ao qual a tensão lida é referenciada. Erros nesta referência tendem a deslocar o referencial de tensão do equipamento de medida por um valor constante.

apresentada uma tabela com os valores nominais destes componentes com os respectivos desvios entre valor calculado e o aferido, usados em cada circuito.

6.1.1 Erros sistemáticos em capacitores

Capacitores são elementos passivos que podem armazenar energia na forma de campo eletrostático. Em eletrônica, capacitores são frequentemente empregados para bloquear tensões contínuas em determinados trechos do circuito ou ainda corrigi-las de pequenas flutuações, "filtrando-as". A construção mais simples de um capacitor consiste em duas placas de material condutor separadas por um dielétrico. A unidade física do capacitor F está diretamente relacionada a sua propriedade de armazenar cargas elétricas, que mantém um campo em seu dielétrico, e é diretamente proporcional a área de suas placas e inversamente a distância entre as mesmas. Em um circuito onde tensões alternadas se fazem presentes, este componente pode ser interpretado como um resistor, cuja a magnitude é chamada de *reatância capacitiva*, e é dada por:

$$X_c = \frac{1}{2\pi fC}$$

É interessante obter um conceito físico preciso desta reatância: resistores podem ser entendidos como fontes de correntes controladas por uma diferença de potencial, dada uma tensão em seus terminais a corrente resultante é completamente determinada pelo valor do resistor. Entretanto, resistores são elementos **dissipativos**, no sentido que convertem energia na forma de calor em um processo irreversível. A reatância capacitiva, embora tenha a mesma unidade física, é totalmente diferente da resistiva. Primeiramente, capacitores podem ser vistos como fontes de corrente controladas pela **variação de tensão** e, em segundo, não são elementos dissipativos - isto é, se uma quantidade de energia armazenada em um capacitor, ela será devolvida totalmente ao circuito, no caso ideal.

Na reatância capacitiva, existe uma dependência explícita com a frequência de uma tensão alternada aplicada em seus terminais: quanto maior a frequência desta tensão menor será sua reatância, isto significa que a corrente circulante sobre o mesmo aumentará em amplitude com a frequência. Esta característica é bastante útil para identificar os desvios em capacitores reais, na Figura 6.1 apresenta-se a reatância Ω versus a frequência f de um capacitor **ideal**. A escala logarítmica em ambos os eixos permite visualizar uma linha reta com coeficiente negativo, indicando a diminuição da reatância com o aumento da frequência.

Um modelo mais realista para um capacitor de $100\mu F$ é apresentado na

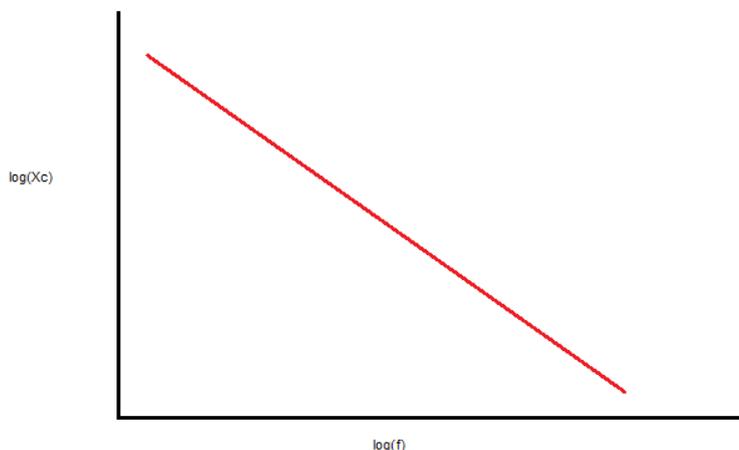


Figura 6.1: Comportamento da reatância capacitiva (X_c) com a frequência (f).

Figura 6.2 (a). O resistor R_s representa a resistência dos terminais do componente e a escolha do material condutor de suas placas. L_s é a indutância intrínseca da construção do componente que, junto com R_s depende diretamente da área das placas. R_p representa a perda de cargas devido a não idealidade do material dielétrico, que não é um isolante perfeito. Os valores neste modelo são baseados numa condição **real** para um capacitor de tântalo comercial. Na Figura 6.2 (b) o comportamento da reatância com a frequência apresenta aspectos interessantes: Para baixas frequências, o capacitor tem uma resposta muito fidedigna à ideal. Uma região central na forma de um "vale" evidencia o comportamento de um resistor cujo o valor é R_s e, para altas frequências, o capacitor se comporta como um indutor de valor L_s .

Um outro comportamento, bastante contra intuitivo, presente nos capacitores reais é chamado de *absorção do dielétrico* (AB), geralmente expresso em termos percentuais[48]. Se um capacitor ideal carregado com uma tensão V em suas placas é descarregado por um curto entre elas, a tensão resultante neste processo é nula. O efeito AB permite que cargas sejam capturadas de tal forma que, quando um capacitor tem seus terminais curto circuitados, ele não entrega toda a energia armazenada. A Figura 6.3 (a) e (b) representam o comportamento AB em um capacitor típico. A chave $S1$ é fechada em t_0 , fazendo com que o capacitor se carregue com a tensão da fonte contínua V . Em t_1 os terminais do capacitor são fechados, descarregando-o. Logo em

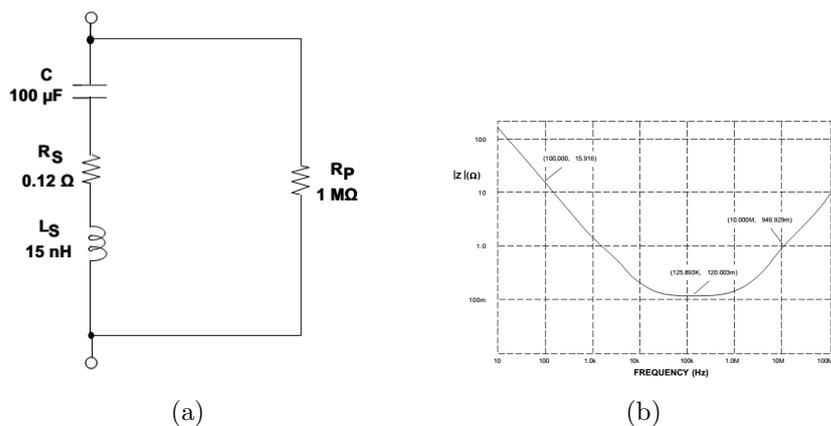


Figura 6.2: Reatância capacitiva versus frequência (b) para o modelo mais realista de um capacitor (a) [48].

seguida, o curto circuito entre as placas é removido (t_2) e observa-se que uma tensão no capacitor surge após algum tempo. A diferença de potencial que aparece no capacitor algum tempo após t_2 é devida as cargas absorvidas pelo dielétrico e é dada por $V \times AB$.

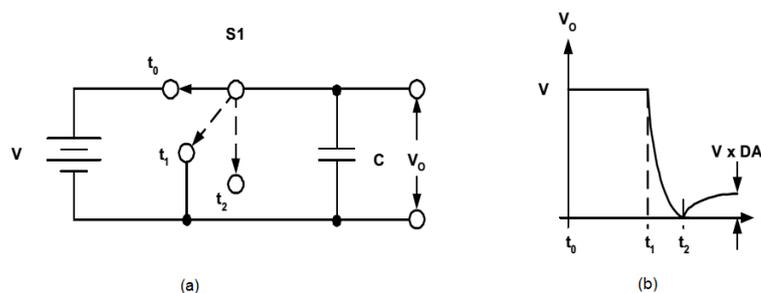


Figura 6.3: Efeito de absorção do dielétrico (AB)[48].

Não obstante, o valor nominal de um capacitor real pode sofrer desvios com a temperatura, o que é representado pelo coeficiente de deriva térmico e tem valores típicos de $200 \text{ ppm}/^\circ\text{C}$ (partes-por-milhão-por-grau C) nos capacitores comerciais comuns. O processo de fabricação destes componentes, em contraste com sua simplicidade aparente, é bastante impreciso se comparado com outros componentes passivos, esta imprecisão é comumente chamada de **tolerância**. Enquanto que é possível fabricar resistores cujo o valor nominal contém apenas 0.01% de desvio, o melhor capacitor disponível no mercado é 100 vezes pior: 1% . A Tabela 6.1 apresenta um resumo dos diferentes capacitores comerciais disponíveis, vantagens e desvantagens de seu uso.

ht

Tabela 6.1: Tipos comuns de capacitores encontrados no mercado.

Tipo	AB	Vantagens	Desvantagens
Poliestireno	0.001% à 0.02%	Barato. Baixo Coef. Term.	Difícil aquisição no mercado
Polipropileno	0.001% à 0.02%	Baixo Coef. Term. Diversos val.	Alto valor de L_s
Teflon	0.003% à 0.02%	Boa estabilidade e tol.	Difícil aquisição no mercado. Caro. Alto valor de L_s
Policarbonato	0.1%	Barato, Baixo Coef. Term. Diversos Val.	Alto valor de L_s . Alto valor de AB.
Poliéster	0.3% à 0.5%	Barato. Razoavelmente estável. Baixo valor de L_s	Alto valor de AB.
Cerâmico tipo NPO	>0.1%	Barato, Baixo Coef. Term. Estável. Tol. de até 1%. Baixo valor de AB	Valores limitados > 10nF
Cerâmico tipo K	>0.02%	Barato, Diversos Val.	Estabilidade pobre. Alto Coef. Term.
Mica	0.003%	Baixa valor L_s , Baixo Coef. Term. Estável. Tol. de até 1%	Difícil aquisição no mercado. Caro.
Eletrolítico Alumínio	Bastante alto	Barato, Valores elevados de capac. Alta tensão.	Polarizado. Alta corrente de fuga. Tol. pobre. Alto valor de L_s
Eletrolítico tântalo	Bastante alto	Valores elevados de capac. Alta tensão. Médio valor de L_s	Polarizado. Alta corrente de fuga. Tol. pobre. Caro.

O panorama acima junto com a disponibilidade para compra levaram a escolha de capacitores de poliéster para uso nos circuitos aqui estudados. Enquanto o efeito de R_s e L_s podem ser compensados operando-se no regime de baixas frequências, na escolha de escala de tempo apropriada, o efeito AB contribui diretamente na incerteza do controle de condições iniciais. Infelizmente não é possível encontrar no mercado nacional capacitores com boas características nestes quesitos e que ainda apresentem boa tolerância, os aqui utilizados apresentam até 10% de desvio do seu valor nominal.

6.1.2 Erros sistemáticos em resistores

Atualmente existem diversos tipos de resistores no mercado, atendendo a aplicações específicas. O processo de produção destes componentes pode alcançar grande precisão nos valores nominais de resistência, com tolerâncias melhores que 0.01%, porém tal acurácia pode ser inútil devido a variação típica deste valor com a temperatura. Infelizmente, no mercado nacional é possível encontrar somente três tipos de resistores: filme de carbono, filme metálico de precisão e fio de nicromo. A importação ou reaproveitamento de resistores usando sucatas de equipamentos industriais é uma alternativa para aquisição destes componentes com alta precisão.

O coeficiente de deriva térmico (CDT) em resistores é uma medida percentual da variação nominal da resistência com a temperatura, expresso geralmente em ppm/C°[48]. Diferentes tipos de resistores podem apresentar CDT de várias ordens de grandeza diferentes, desde 10^0 à 10^3 . Em circuitos envolvendo estes desvios, tais erros podem ser facilmente amplificados, literalmente, por configurações específicas envolvendo AMPOP's. Na Figura 6.4 uma configuração típica em circuitos caóticos, usada principalmente para compensar fatores de dois multiplicadores analógicos consecutivos em um sinal, multiplica a entrada por um ganho $G = 1 + \frac{R_1}{R_2} = 100$. Se os CDT's dos resistores apresentam uma diferença de 25ppm/C°, este erro é amplificado pela malha em torno do AMPOP e se apresenta como um desvio de 250ppm/C° em G .

Ainda que escolha-se resistores de filme de carbono, bastante comuns no mercado pelo seu baixo custo, com coeficientes de temperatura não diferindo mais que 1% em um configuração semelhante da Figura 6.4, pode prefigurar fonte de erros sistemáticos. Supondo que se aplique 100mV na entrada do AMPOP, nesta configuração a saída terá 10V. Logo, sobre o resistor R_1 existe uma queda de potencial de 9.9V e dissipa, portanto, 9.9mW de potencia. Em um resistor típico de dissipação máxima 1\4W (Figura 6.5), isso pode significar um aumento de até $\approx 2^\circ\text{C}$. R_2 , com apenas 100mV em seus terminais leva a um aumento depressível de 0.01°C . Está diferença corresponde à 50ppm e

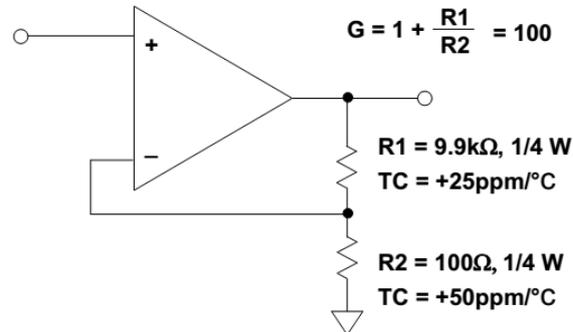


Figura 6.4: Configuração com AMPOP sujeita a erros devido ao CDT em resistores [48].

leva a uma situação ainda pior que a representada na Figura 6.4.



Figura 6.5: Resistor de filme metálico de 1/4W [49].

Em um circuito caótico com não linearidade cúbica, a configuração da Figura 6.4, no pior dos cenários, propaga este erro ϵ na forma $(100 \times \epsilon)^3$ o que pode significar uma mudança radical na dinâmica que se pretenderia estudar. Uma saída a este problema consiste no uso de *resistor networks*, que nada mais são do que resistores fabricados em um único substrato, garantindo uniformidade da temperatura (Figura 6.6). Estes resistores podem

ser facilmente encontrados em descarte eletrônico de placas de computador e outros equipamentos industriais. Nos circuitos projetados nesta dissertação optou-se por evitar, tanto quanto o necessário, configurações com elevado ganho (≈ 100) que geralmente leva ao problema de dissipação desequilibrada em resistores.



Figura 6.6: Aspecto de um *resistor network*. Vários resistores de filme de carbono em um único substrato [50].

Não obstante, resistores também estão sujeitos a indutâncias e capacitâncias parasitas. Em um resistor de fio de nicromo típico estes desvios incluem uma capacitância da ordem de 5pF e indutância de $10\mu\text{H}$. Felizmente, a magnitude destes desvios para resistores de filme de carbono e metálico, usados neste trabalho, são depressíveis e seus efeitos em configurações com AMPOP's não são propagados, exceto em circuitos integrados específicos dos termos não lineares. Por fim, a tolerância típica dos resistores de 5% e 1% representam a segunda maior fonte de erros sistemáticos nos circuitos estudados aqui, neste quesito.

6.1.3 Erros sistemáticos no diodo de Chua usando LED's

Um dos elementos essenciais para o funcionamento do circuito de Chua, ou o sistema SC, é o cálculo da função linear por partes usando AMPOP's. No circuito de Chua, ainda mais criticamente, esta função preenche, sozinha, um dos requisitos necessários para dinâmica caótica. A configuração original usada para função linear por partes está representada na Figura 6.7 (a), e em (b) tem-se a sua respectiva curva característica. Evidentemente, perturbações devido a erros sistemáticos podem deslocar o ponto de quebra da linearidade E e/ou alterar os coeficientes angulares das retas que compõe a função, porém a linearidade de cada trecho é garantida pela operação do AMPOP que, configurado corretamente, não introduz erros significativos neste contexto. De fato, a fonte de erros sistemáticos associados a configuração da Figura 6.7 (a) estão relacionados aos elementos que cercam os AMPOP's.

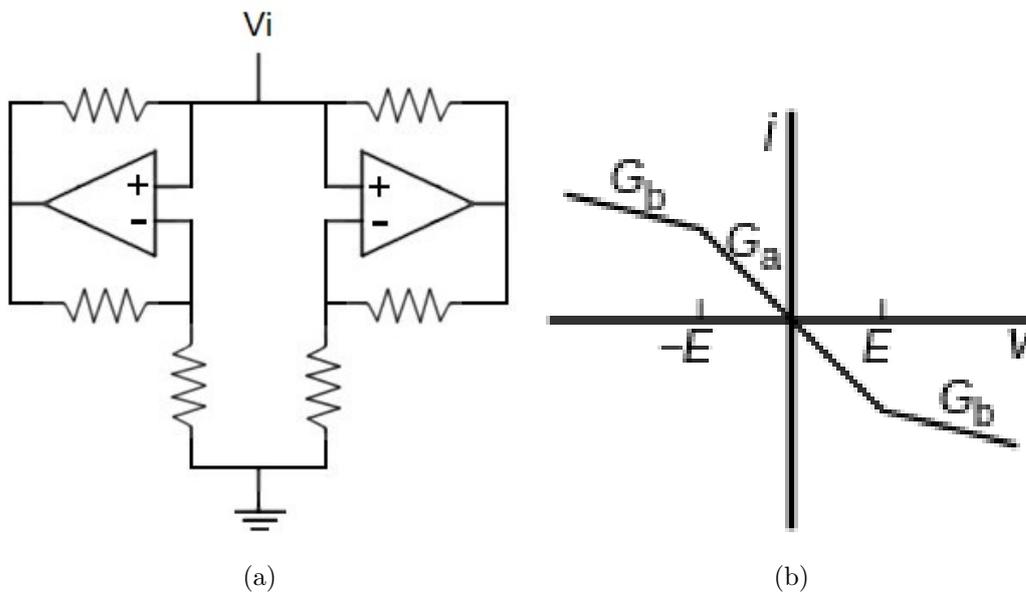


Figura 6.7: Diodo de Chua "canônico" (a). Curva IV do diodo de Chua (b) [26].

Em uma abordagem usando integradores analógicos, a curva do diodo de Chua deve ser uma função de tensão para tensão, isto é, faz-se necessário converter a imagem desta função, dada por corrente, em tensão. Uma das soluções mais simples para este problema é o circuito, já apresentado anteriormente, da Figura 6.8. O elemento fundamental para o funcionamento desta configuração é a curva IV (Figura 6.9) de um diodo que determina os pontos de quebra de linearidade. Sabe-se que as propriedades de um mate-

rial semiconductor dependem explicitamente da temperatura e, neste sentido, cabe perguntar qual é a contribuição desta dependência para a curva linear por partes.

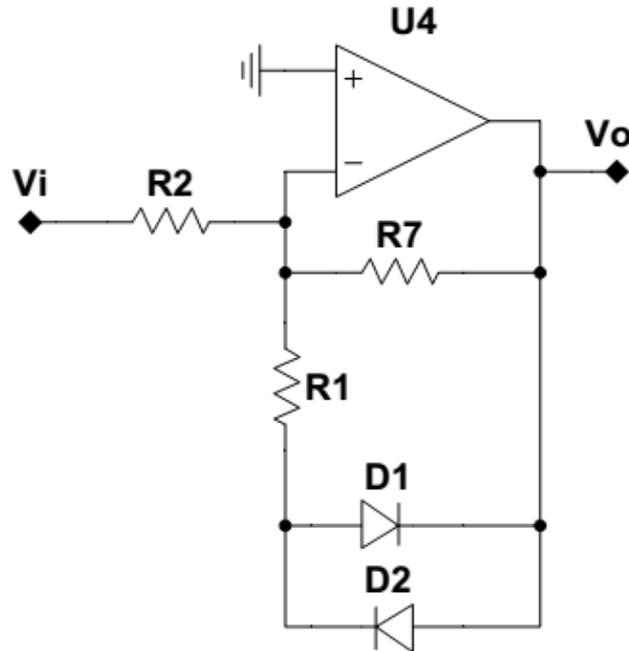


Figura 6.8: Diodo de Chua usando abordagem de tensão contínua e LED's.

A tensão de condução direta V_f , que é a tensão geralmente indicada pelos fabricantes na qual a corrente que circula sobre o diodo passa a assumir valores maiores que 20mA, e a tensão $V_d > V_f$ sobre o mesmo passa a ter, portanto, um comportamento assintótico. Na prática V_f é conhecida como a tensão mínima em que o LED muda seu estado "desligado" para "ligado", isto é, ao qual conduz corrente. Um modelo simplificado para o comportamento é dado pelas linhas em verde na Figura 6.9, este comportamento fora implicitamente assumido para a obtenção da Eq. (4.27), e ainda impondo que o coeficiente angular da segunda reta é infinito. O comportamento não linear da curva IV de um diodo ideal é modelado pela equação de Shockley [51]. É interessante frisar que este modelo não descreve o domínio $V_d < 0$, e que diodos de silício frequentemente não o segue para pequenas correntes. Ainda assim, equação de Shockley descreve bem o comportamento da Figura

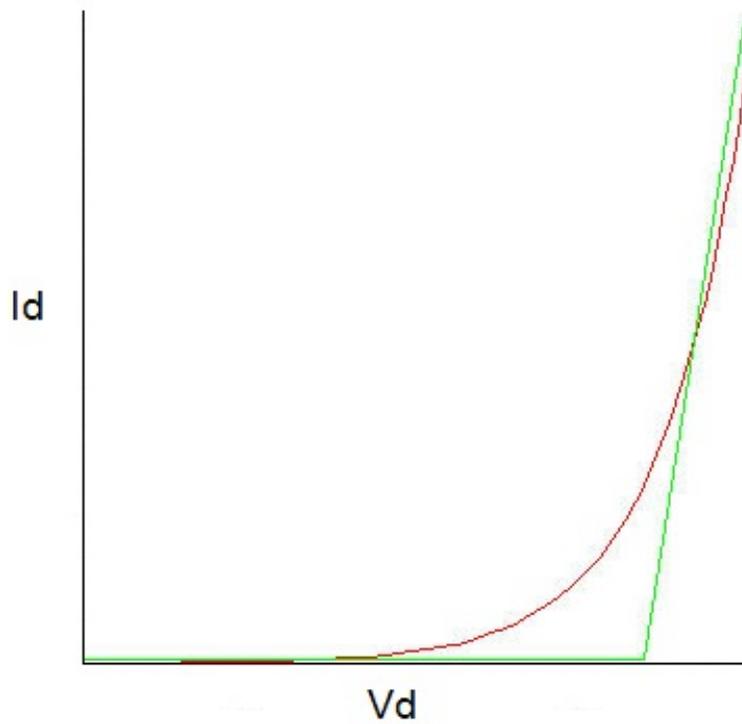


Figura 6.9: Curva IV de um diodo típico (Vermelho). Aproximação linear por partes da curva (Verde).

6.9 nas proximidades de V_f . Neste modelo a curva IV é dada por:

$$I = I_s \left(e^{\frac{\epsilon V_d}{k_b T}} - 1 \right) \quad (6.1)$$

Em que k_b é a constante de Boltzmann, T é a temperatura absoluta da junção do diodo, ϵ é a carga do elétron e I_s é a corrente de saturação reversa. Na Eq. (6.1) a dependência com a temperatura aparece explicitamente e, não obstante, I_s também é uma função desta e pode ser modelada por:

$$I_s = A_0 e^{k(T-T_0)} \quad (6.2)$$

Em que A_0 é a corrente de saturação medida na temperatura T_0 e k é uma constante que depende, dentre outros fatores, da banda de energia do material semiconductor. Desta forma, a corrente em um diodo em termos da

tensão V_d e temperatura é:

$$I = A_0 [e^{k(T-T_0)}] \left(e^{\frac{eV_d}{k_b T}} - 1 \right) \quad (6.3)$$

Usando a Eq. (6.3) para analisar o circuito da Figura 6.8, pode-se obter o comportamento curva linear por partes em termos da temperatura da junção dos LED's, ao menos de forma aproximada. Aplicando a Eq. (2.4) a malha daquele circuito, obtêm-se:

$$\frac{V_i}{R2} + \frac{V_0}{R7} + I(\pm V_d) = 0 \quad (6.4)$$

Em que o \pm se refere a tensão sobre o LED1 ou LED2, respectivamente, e I é a corrente sobre o LED em função da queda de potencial nos seus terminais. Se a entrada não inversora de $U4$ está aterrada, então aplicando a lei de Kirchoff sobre a malha V_0 , LED1(ou 2) e $R1$, tem-se:

$$V_0 = I(V_d)R + V_d \quad (6.5)$$

Substituindo a Eq. (6.3) na Eq. (6.4);

$$\frac{V_i}{R2} + \frac{V_0}{R7} + A_0 [e^{k(T-T_0)}] \left(e^{\frac{e\pm V_d}{k_b T}} - 1 \right) = 0 \quad (6.6)$$

Infelizmente a Eq. (6.6) junto com a Eq. (6.5) formam um conjunto de equações algébricas transcendentais, tornando impossível uma forma analítica de V_0 em termos de V_i . Na literatura, é mencionado soluções via método recursivo ou via função W de Lambert, com algumas aproximações. Entretanto, é bem mais interesse analisar somente o comportamento de V_f do LED em termos da temperatura, uma vez que é o fator determinante da tensão de quebra de linearidade. Além disto, deve-se ter em mente que no mercado nacional os LED's são vendidos à granel, sem quase nenhuma informação técnica de seus fabricantes (Possivelmente importados da China), tornando difícil o acesso ao *datasheet* e dados necessários para usar a Eq. (6.6) com auxílio de uma rotina numérica de equações algébricas, por exemplo.

Um estudo recente foi feito para obter o comportamento de V_f em um LED GaInN (mesmo material dos LED's cor azul) e o resultado é reproduzido na Figura 6.10 [52]. É interessante notar que o desvio de V_f devido a variação na temperatura é linear por partes e possui um coeficiente de $-1.7mV$ a temperatura ambiente. Este valor pode parecer pouco mas deve-se ter em mente que LED's geram calor em seu funcionamento que, no caso dos LED's comuns de 3mm, as condições de dissipação deste calor da junção não são

tão eficientes. É realmente difícil estimar este desvio na ausência de dados técnicos dos LED's utilizados nos circuitos desta dissertação, porém nota-se que se a temperatura da junção de um LED não se manter estável em um intervalo menor que 5°C^2 , o erro sistemático atribuído ao ponto de quebra de linearidade no diodo de Chua é, com efeito, até 3 vezes maior que o *offset* dos AMPOP's mais robustos. Isto significa que não faz sentido investir em um AMPOP de precisão, com *offset* na ordem de alguns μV , nestas condições.

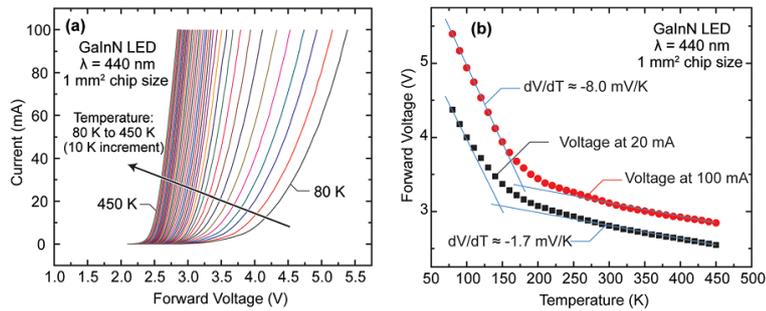


Figura 6.10: Dependência da tensão de condução direta V_f de um diodo de GaInN (LED azul) com a temperatura [52].

A situação não melhora ao substituir LED's por diodos Zener, neste quesito. Na Figura 6.11 é possível notar que o coeficiente associado a variação de V_f com a temperatura é da mesma ordem de grandeza de um LED típico. Em comparação com o desvio associado a resistores de filme metálico, que possuem apenas $25\text{ppm}/^{\circ}\text{C}$ (ou 0.0025%) em seu valor nominal variando com a temperatura, o erro associado ao zener ou LED's na escala de 1V é duas ordens de grandeza maior: 0.1% . Entretanto, a magnitude destes desvios apenas importa em situações onde AMPOP's e outros componentes passivos de boa precisão devem ser usados.

Na Figura 6.12 (a) a curva de transferência experimental do diodo de Chua usando LED's azuis de alto brilho é apresentada na tela de um osciloscópio, para valores usados no circuito da Figura 4.18. A quebra de linearidade ocorre para valores em torno de 2.1V no eixo das abcissas, em temperatura ambiente. Devido a pequena diferença nos coeficientes das retas, é muito difícil notar a olho nú o ponto de quebra. Alterando $R_1 = 2.2\text{k}\Omega$ (Figura 6.12 (b)) este ponto torna-se mais evidente. Observa-se ainda uma diferença nos pontos de quebra, ainda que os LED's usados sejam do mesmo modelo e do mesmo lote, de $\approx 1\text{V}$ provavelmente atribuídos ao processo de fabricação. Sob esta premissa, o uso de diodos Zeners evita este erro bastante

²Isso é apenas um palpite.

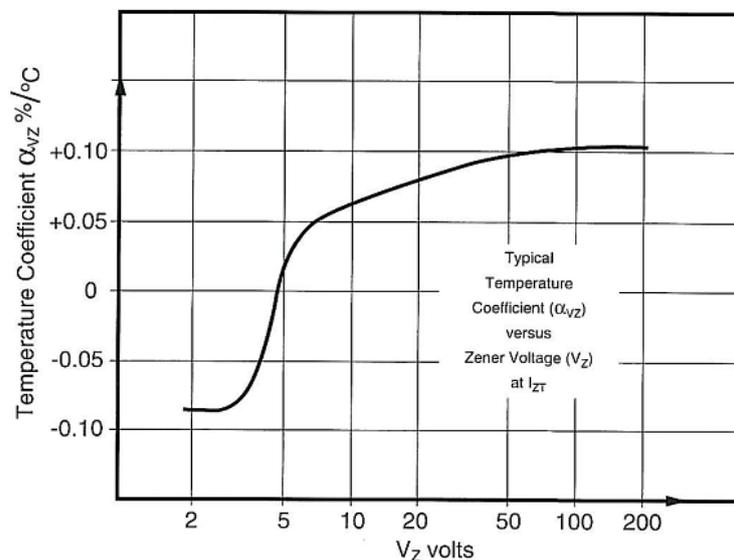


Figura 6.11: Coeficiente de deriva térmica da tensão de condução direta de um diodo zener com a tensão V_f [53].

grosseiro, uma vez que são fabricados na finalidade de possuir uma tensão V_f conhecida, ainda que possua pequenas variações com a temperatura.

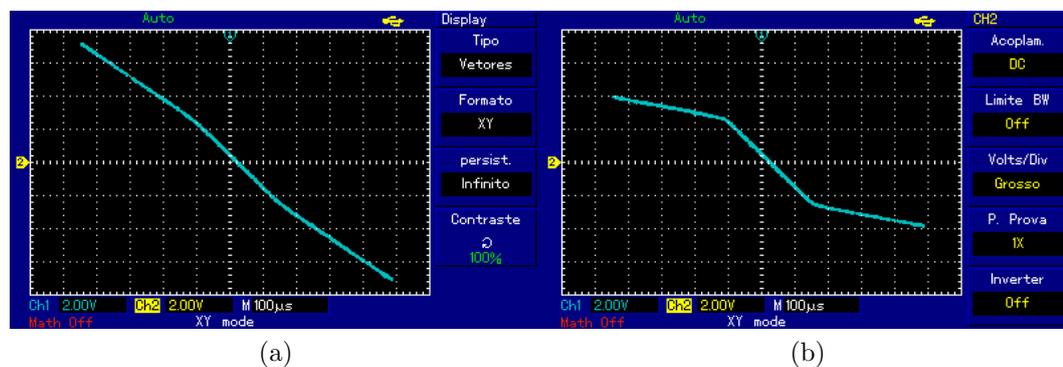


Figura 6.12: Curva IV experimental do diodo de Chua usando LED's para parâmetros usados no Circuito de Chua (a). Com $R1 = 2.2k\Omega$ para evidenciar os pontos de quebra de linearidade (b).

Se os desvios acima não são toleráveis e se deseja uma abordagem realmente com o mínimo de perturbação, oferece-se aqui duas saídas para evitar o uso de LED's e zeners no diodo de Chua. A Figura 6.13 apresenta o diodo de Chua adaptado com o seguidor de tensão $U3$ e conversor corrente-tensão $U4$,

tornando possível usar o integrador analógico. Infelizmente nesta abordagem é difícil ter um controle da tensão de quebra, o que leva a impossibilidade de uma transformação de escala no espaço das variáveis para x . Uma segunda solução, ainda mais precisa, é apresentada no circuito da Figura 6.14 onde é possível alterar o ponto de quebra de linearidade e, além disto, controlá-los independentemente com uma excelente estabilidade e deriva térmica praticamente nula, usando fontes de tensão de precisão (*REF3040* por exemplo).

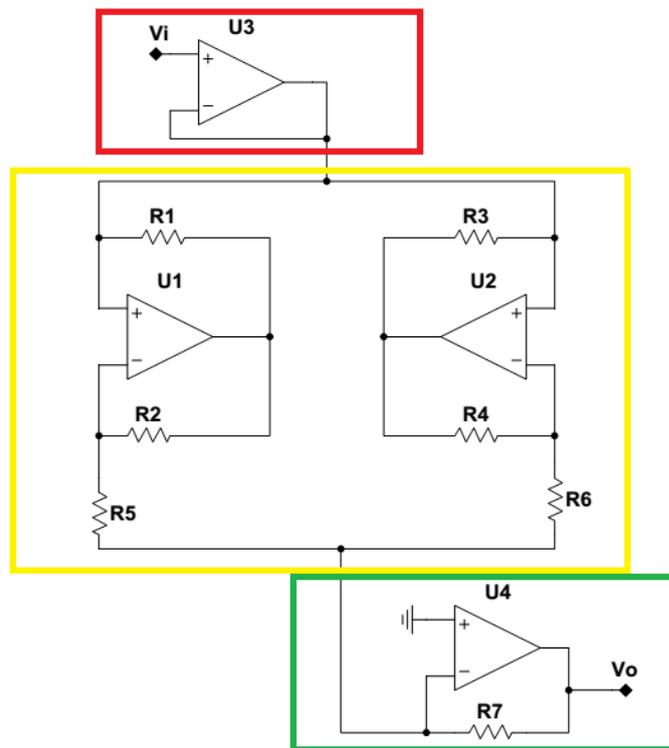


Figura 6.13: Diodo de Chua de precisão via tensão contínua. A caixa em vermelho representa o seguidor de tensão. Em amarelo, o diodo de Chua original. Em verde, o conversor de corrente-tensão.

6.1.4 Erros sistemáticos em integradores analógicos

A dinâmica de um sistema caótico em um circuito surge em virtude dos integradores analógicos, sem eles todas as variáveis dinâmicas perdem relação implícita com o tempo fazendo que conjunto de equações do circuito se tornem algébricas ao invés de diferenciais. O integrador analógico consiste em um bloco de circuito bastante simples, onde o componente de feedback do

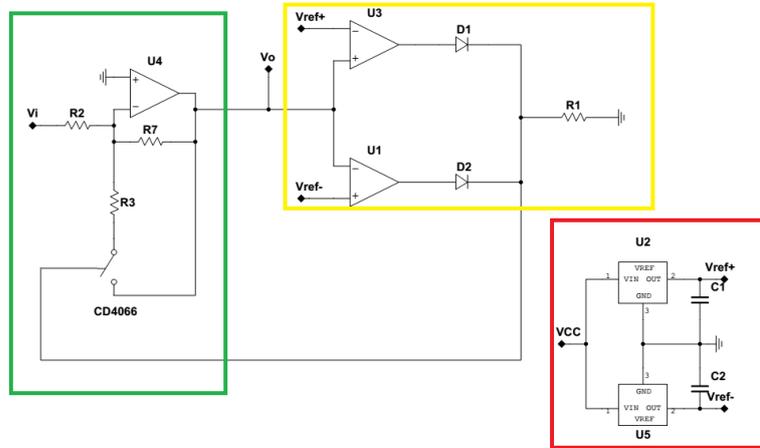


Figura 6.14: Diodo de Chua de altíssima precisão via tensão contínua. A caixa em verde representa a configuração semelhante a proposta por Medrano, com o chaveamento do resistor $R3$ realizado pelo integrado $CD4066$. Em amarelo, um comparador de janela substitui os V_f 's dos LED's. Em vermelho um conjunto de fonte de tensão contínua de precisão define os pontos de quebra de linearidade.

AMPOP é um capacitor (Figura 6.15). Este bloco está sujeito, evidentemente, aos erros sistemáticos inerentes ao tipo de AMPOP que afetam sua performance em maior ou menor grau [54]. Das diversas aproximações sob as não idealidades do integrador analógico, duas contribuem de forma significativa: erros sistemáticos de *offset* e *drift*. Para o AMPOP ideal, tais erros são nulos e a equação que rege o bloco da Figura 6.15 é:

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int V_i dt \quad (6.7)$$

Ou ainda, no domínio das frequências (s) dos sinais V_o e V_i :

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -\left(\frac{1}{RC}\right) s \quad (6.8)$$

O parênteses do lado direito da Eq. (6.8) deve ser interpretado como ganho (ou tempo característico). O lado direito como um todo possui significado físico de uma taxa $\frac{\text{Volt/segundo}}{\text{Volt}}$, que é uma proporção de variação temporal da saída para cada volt de entrada: Se a tensão de V_i dobra, a taxa de variação temporal da saída também dobra. Entretanto, a Eq. (6.7) não descreve perfeitamente o comportamento de um AMPOP real. Na Figura 6.16 os erros sistemáticos internos ao AMPOP real incluem uma corrente

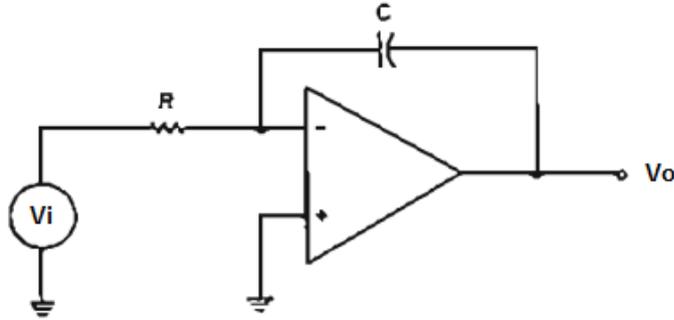


Figura 6.15: Integrador analógico com AMPOP ideal. (Figura adaptada de [54]).

de fuga nas entradas, chamada de *corrente de offset* (I_{os}), e uma tensão que se soma a malha das entradas, *tensão de offset* (V_{os}). Estes são funções da temperatura, tensão de operação e até mesmo da "idade" de um AMPOP real, suas contribuições (chamados de *drift*) ao erro sistemático do circuito são, portanto:

$$\begin{aligned}
 V_{os} &= \overline{V_{os}} + \underbrace{\frac{\Delta V_{os}}{\Delta T}}_{\mu V \text{ por } ^\circ C} \Delta T + \underbrace{\frac{\Delta V_{os}}{\Delta V}}_{\mu V \text{ por } \%} \Delta V + \underbrace{\frac{\Delta V_{os}}{\Delta t}}_{\mu V \text{ por dia}} \Delta t \\
 I_{os} &= \overline{I_{os}} + \underbrace{\frac{\Delta I_{os}}{\Delta T}}_{\mu V \text{ por } ^\circ C} \Delta T + \underbrace{\frac{\Delta I_{os}}{\Delta V}}_{\mu V \text{ por } \%} \Delta V + \underbrace{\frac{\Delta I_{os}}{\Delta t}}_{\mu V \text{ por dia}} \Delta t \quad (6.9)
 \end{aligned}$$

Os termos com indicações em chaves na Eq. (6.9) são encontrados no *datasheet* do AMPOP. $\overline{V_{os}}$ e $\overline{I_{os}}$ são a tensão e corrente de *offset* medidos à 25°C, respectivamente, e também são encontrados no *datasheet*. Na hipótese que a resistência parasita de entrada R_d é infinita, e tomando como referência a entrada do AMPOP na configuração de integrador analógico, estes desvios se somam ao sinal de interesse V_i e contribuem no integrando da Eq. (6.7). A tensão de *offset* aparece diretamente como uma soma a V_i , já a corrente de *offset* contribui como RI_{os} . Com efeito, a equação que rege um integrador analógico para um modelo mais realista de AMPOP é:

$$V_o = -\frac{1}{RC} \int (V_i + I_{os}R + V_{os}) dt \quad (6.10)$$

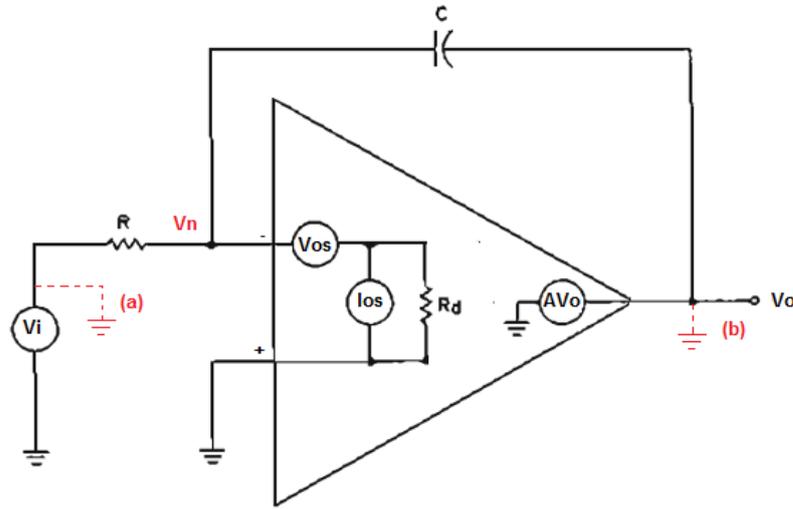


Figura 6.16: Desvios de *offset* em um integrador analógico com AMPOP real. (Figura adaptada de [54]).

Se for tomada como referência a saída do AMPOP, estes erros podem ser escritos como:

$$-\frac{dV_o}{dt} = \frac{V_{os} + RI_{os}}{RC} = \frac{V_{os}}{RC} + \frac{I_{os}}{C} \quad (6.11)$$

Isto é, estes desvios são minimizados quanto menor o valor de R e maior o de C . Problemas práticos impõe limites na escolha arbitrária dos valores destes componentes passivos, de um lado para R pequeno a impedância de entrada diminui, o que exige mais corrente no nó do AMPOP. CI's responsáveis pelo cálculo das não linearidades também podem exigir, frequentemente, uma impedância mínima para operar, o que restringe R . Como fora discutido nas secções anteriores, C com elevado valor implica em maior tolerância e desvios associados a este componentes, lembrando que é impossível encontrar atualmente capacitores maiores de 100nF com tolerância menor que 5%.

Outro erro intrínseco ao AMPOP real é a dependência e finitude do ganho de malha aberta $A \equiv \frac{V_o}{V_+ - V_-}$. Esta grandeza corresponde ao incremento na tensão de saída, em relação à uma variação do sinal de entrada, quando não existe nenhum elemento de *feedback*. Idealmente A é assumido como um número infinito e independente de qualquer parâmetro do circuito ou externo. Na prática, o ganho de malha aberta é uma função da frequência do sinal de entrada (s) e possui um comportamento tal como na Figura 6.17, descrito aproximadamente por:

$$A(s) = \frac{A_o}{1 + T_o s} \quad (6.12)$$

Em que o tempo característico T_o é ponto de "dobra" da malha de ganho aberto em que este apresenta uma dependência com a frequência de entrada. A_o é um número muito grande, geralmente em torno de 10^6 para AMPOP's comerciais típicos. Admitindo, por hora, que $R_d \rightarrow \infty$, o objetivo seguinte é reescrever a Eq. (6.8) e investigar a forma do ganho levando em conta o comportamento de A depender da frequência. Na Figura 6.16, pretende-se encontrar a tensão no nó da entrada negativa (V_n) do AMPOP usando o princípio de superposição de tensões: A contribuição em V_n é uma soma da atuação isolada de cada fonte de tensão V_i e V_o mediante a malha R e C . Considerando apenas o efeito de V_i , a fonte V_o é aterrada (Nó (b) em vermelho), então:

$$V_n = \frac{X_c}{X_c + R} V_i \quad (6.13)$$

Em que X_c é a reatância capacitiva de C , que junto com R forma um divisor de tensão. Em termos de frequência (aplicando a transformada de Laplace), $X_c = 1/Cs$. De modo análogo, o efeito isolado de V_o no nó V_n é obtido considerando V_i aterrada (Nó (a) em vermelho), então:

$$V_n = \left(\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R} \right) V_i + \left(\frac{R}{\frac{1}{Cs} + R} \right) V_o \quad (6.14)$$

Se a entrada V_+ do AMPOP esta aterrada e $V_n = V_-$, então decorre da definição de A que: $V_n = -\frac{V_o}{A}$, substituída esta relação na Eq. (6.14):

$$-\frac{V_o}{A} = \left(\frac{\frac{1}{Cs}}{\frac{1}{Cs} + R} \right) V_i + \left(\frac{R}{\frac{1}{Cs} + R} \right) V_o \quad (6.15)$$

Que com alguma álgebra, pode ser reescrita como:

$$\frac{V_o}{V_i} = \text{Ganho} = -\frac{\frac{1}{1+RCs}}{\left(\frac{1}{A} + \frac{RCs}{1+RCs}\right)} \quad (6.16)$$

Ou ainda:

$$\frac{V_o}{V_i} = -\frac{1}{RCs} \left[\frac{1}{1 + \frac{1}{A} \left(1 + \frac{1}{RCs}\right)} \right] \quad (6.17)$$

Substituindo a Eq. (6.12) e considerando que R_d é finito, resulta:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \overbrace{\left[\frac{-1}{RCs} \right]}^{\text{caso ideal}} \left[\frac{1}{1 + \left(\frac{1+T_o s}{A_o}\right) \left(1 + \frac{1}{(R||R_d)Cs}\right)} \right] \quad (6.18)$$

Imposto a condição $A_o \gg 1$:

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \overbrace{\left[\frac{-1}{RCs} \right]}^{\text{caso ideal}} \left[\frac{1}{1 + \frac{s}{\omega_o} + \frac{1}{(R\|R_d)Cs}} \right] \quad (6.19)$$

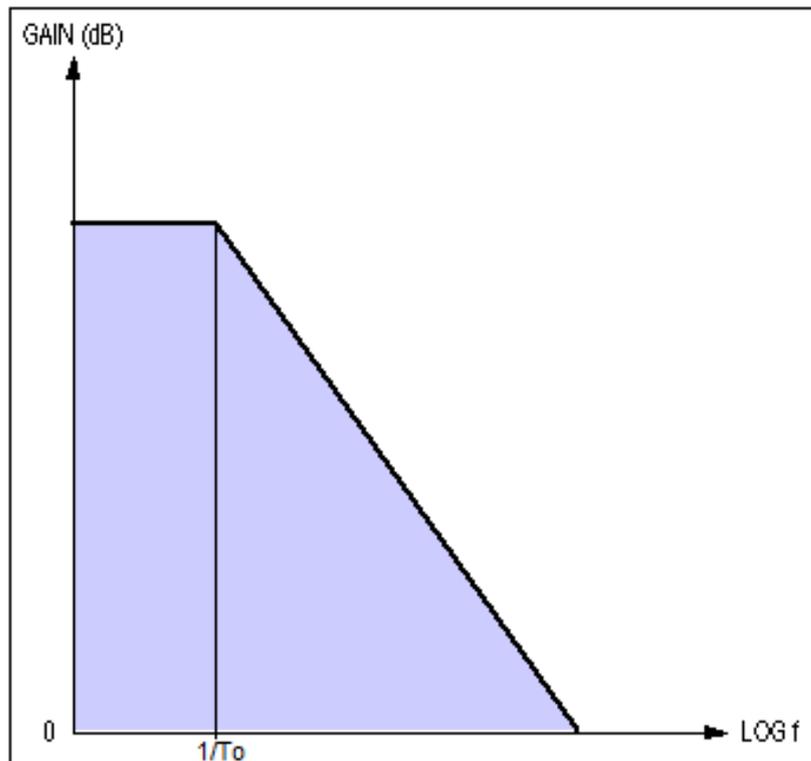


Figura 6.17: Ganho de malha aberta versus frequência em um AMPOP real [55].

Na Eq. (6.19) $\omega_o \equiv \frac{A_o}{T_o}$ é chamado de banda de ganho unitária do AMPOP e seu valor se encontra no *datasheet* do componente. O segundo termo em colchetes na Eq. (6.19), do lado direito, representa o erro associado ao ganho na configuração de integrador analógico. Em um circuito caótico, este termo está relacionado diretamente a uma perturbação na forma $(1 + \xi) \times t$ na escala de tempo do sistema, com ξ um número muito pequeno e relacionado ao termo mencionado. Pela dependência explícita com a frequência de um sinal, é de se esperar que tal perturbação tenha valores ξ diferentes para atratores periódicos e caóticos, que curiosamente acompanha a complexidade do sistema pois distingue caos de regularidade em acordo com o espectro de

frequências. Por fim, a Eq. (6.19) pode ser usada para estimar este erro em uma configuração experimental específica.

6.1.5 Componentes utilizados

As Tabelas 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6 contêm o tipo, o valor e a tolerância associados aos componentes dos circuitos construídos nesta dissertação. Mais informações sobre os CI's podem ser encontradas nos seus respectivos *datasheet's*, enquanto que os componentes passivos, infelizmente, não dispõem-se de informações detalhadas acerca dos fabricantes.

6.2 Ruído

Ruído pode ser definido, em sentido amplo, como uma perturbação indesejável em um sistema [41]. Enquanto a maioria das outras propriedades e sinais em um circuito podem ser previstas/controladas, o que torna o ruído um incômodo consiste em sua imprevisibilidade/descontrole. Ao ligar um rádio fora da estação ou um canal de TV analógica livre, o som característico de "chiado" é causado pelo ruído branco, um sinal elétrico composto por uma amplitude de variação estocástica. O barulho semelhante ao "hummm" em equipamentos de som, principalmente os de alta potência, quando sua entrada de sinal se aproxima da rede elétrica também caracteriza uma forma de ruído, entretanto este não é mais estocástico: a amplitude da perturbação, ao variar no tempo, possui forte correlação.

Conforme já discutido na seção anterior, a principal característica do ruído se deve ao seu caráter dinâmico explícito: tanto o ruído branco em um rádio quanto o "hummm" em um equipamento de som podem ser modelados (aproximadamente) por uma onda dinâmica, em termos mais gerais, por uma série de Fourier. Perturbações sistemáticas estudadas na seção anterior, muito embora possam contribuir por distorcer a dinâmica de um sistema caótico, não satisfazem este critério. Não é possível, por exemplo, modelar o *drift* do valor nominal de um componente passivo com a temperatura por uma série de Fourier.

O estudo do ruído se presta de grande importância em um circuito. Enquanto que o limite superior para a magnitude do sinal de interesse é limitado pelos componentes usados, o ruído se encarrega de estabelecer um limite inferior para este último. Em circuitos caóticos duas situações podem ocorrer envolvendo ruído, primeiramente a fonte de ruído pode ser independente dos sinais de interesse do circuito, no sentido de que uma mudança nestas não altera as propriedades estocásticas/determinísticas da perturbação. Neste caso,

Tabela 6.2: Componentes utilizados no circuito RW.

Regulador de Watt						
Componente	Tipo	Toler.	Invólucro	Val. calc.	Val. exp.	Erro %
AMPOP's	TL07X - TL08X	-	DIP14- 8	-	-	-
Mult. Analg.	AD633JN	-	DIP8	-	-	-
Conv. Trigon.	AD639	-	DIP14	-	-	-
C1	Poliéster	10%	radial	47nF	45.08nF	4%
C2	Poliéster	10%	radial	47nF	49.04nF	4%
C3	Poliéster	10%	radial	47nF	42.18nF	10%
R6	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.982k Ω	1%
R2	F. metálico	1%	1/4W	20k Ω	19.81k Ω	1%
R14	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.985k Ω	1%
R12	F. metálico	1%	1/4W	15k Ω	14.972k Ω	1%
R5	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.989k Ω	1%
R9	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.987k Ω	1%
R1	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.982k Ω	1%
R4	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.980k Ω	1%
R7	F. metálico	1%	1/4W	7.10k Ω	6.711k Ω	3%
R22	F. metálico	1%	1/4W	18k Ω	18.018k Ω	1%
R21	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.985k Ω	1%
R17	F. metálico	1%	1/4W	18k Ω	18.081k Ω	1%
R16	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.988k Ω	1%
R15	F. metálico	1%	1/4W	18k Ω	18.085k Ω	1%
R11	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.983k Ω	1%
R24	F. metálico	1%	1/4W	18k Ω	18.028k Ω	1%
R23	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.988k Ω	1%
R20	F. metálico	1%	1/4W	18k Ω	18.087k Ω	1%
R18	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.987k Ω	1%
R3	F. metálico	1%	1/4W	2k Ω	1.980k Ω	1%
R10	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.984k Ω	1%
R19	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.982k Ω	1%
R13	F. metálico	1%	1/4W	5.10k Ω	4.699k Ω	4%
R8	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.981k Ω	1%
Cap. Desacoplamento	Cerâmico	10%	Disco	100nF	95nF	6%

Tabela 6.3: Componentes utilizados no circuito SC.

Sistema Sprott-Chua						
Componente	Tipo	Toler.	Invólucro	Val. calc.	Val. exp.	Erro %
AMPOP's	TL08X	-	DIP14-8	-	-	-
Mult. Analg.	AD633JN	-	DIP8	-	-	-
C1	Poliéster	10%	radial	10nF	11.8nF	3%
C2	Poliéster	10%	radial	10nF	8.22nF	3%
C5	Poliéster	10%	radial	10nF	9.10nF	2%
R10	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.081k Ω	1%
R1	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.084k Ω	1%
R9	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.082k Ω	1%
R17	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.085k Ω	1%
R3	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.084k Ω	1%
R7	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.088k Ω	1%
R4	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.086k Ω	1%
R8	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.080k Ω	1%
R6	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.085k Ω	1%
R16	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.986k Ω	1%
R5	F. metálico	1%	1/4W	5k Ω	4.974k Ω	1%
R7	F. carbono	5%	1/4W	200k Ω	215.023k Ω	4%
R14	F. carbono	5%	1/4W	25k Ω	23.106k Ω	3%
R11	F. carbono	5%	1/4W	16.67k Ω	15.502k Ω	3%
LED1	vermelho	?	3mm	1.8V	1.6V	3%
LED2	vermelho	?	3mm	1.8V	2.0V	3%
Cap. Desacoplamento	Multi.	10%	Radial	100nF	95nF	6%

Tabela 6.4: Componentes utilizados no circuito Chua.

Circuito de Chua						
Componente	Tipo	Toler.	Invólucro	Val. calc.	Val. exp.	Erro %
AMPOP's	TL08X	-	DIP14-8	-	-	-
Mult. Analg.	AD633JN	-	DIP8	-	-	-
C1	Poliéster	10%	radial	10nF	11.8nF	3%
C2	Poliéster	10%	radial	10nF	8.22nF	3%
C5	Poliéster	10%	radial	10nF	9.10nF	2%
R13	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.084k Ω	1%
R15	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.087k Ω	1%
R8	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.087k Ω	1%
R7	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.983k Ω	1%
R2	F. metálico	1%	1/4W	542k Ω	530.087k Ω	2%
R3	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	99.089k Ω	1%
R1	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.980k Ω	1%
R17	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.983k Ω	1%
R12	F. metálico	1%	1/4W	18.34k Ω	18.084k Ω	1%
R6	F. metálico	1%	1/4W	11.66k Ω	12.011k Ω	1%
R5	F. metálico	1%	1/4W	85.72k Ω	84.001k Ω	1%
R10	F. metálico	1%	1/4W	100k Ω	101.002k Ω	1%
R16	F. metálico	1%	1/4W	10k Ω	9.988k Ω	1%
R4	F. metálico	1%	1/4W	19.07k Ω	19.014k Ω	1%
R14	F. metálico	1%	1/4W	11.42k Ω	12.016k Ω	1%
LED1	azul	?	3mm	2.1V	3.0V	5%
LED2	azul	?	3mm	2.1V	2.0V	2%
Cap. Desacoplamento	Multi.	10%	Radial	100nF	95nF	6%

Tabela 6.5: Componentes utilizados nos filtros analógicos.

Circuito de Chua						
Componente	Tipo	Toler.	Invólucro	Val. calc.	Val. exp.	Erro %
AMPOP's	TL02X	-	DIP8	-	-	-
C6	Poliéster	10%	radial	1nF	1.10nF	2%
C7	Poliéster	10%	radial	470nF	450.04nF	3%
C8	Poliéster	10%	radial	470nF	450.00nF	3%
C3	Poliéster	10%	radial	1nF	1.01nF	1%
C4	Poliéster	10%	radial	1nF	1.22nF	3%
Rf1	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	95.080k Ω	3%
Rf2	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	95.015k Ω	3%
Rf3	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	95.059k Ω	3%
Rf4	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	96.081k Ω	2%
L1	F. bead	?	axial	1mH	0.52mH	49%
L2	F. bead	?	axial	1mH	0.82mH	24%
L3	F. bead	?	axial	1mH	0.62mH	30%

Tabela 6.6: Componentes utilizados no novo potenciômetro digital e sistema de controle de condições iniciais.

Componente	Tipo	Toler.	Invólucro	Val. calc.	Val. exp.	Erro %
AMPOP's	TL02X	-	DIP8	-	-	-
AMPOP's Rail-to-Rail	TLC2272	-	SOP8	-	-	-
Fonte. Corrente	LM334	-	SOP8	-	-	-
LDR	Sulf. Cadmio	20%	5mm	-	-	20%
C1	Poliéster	10%	radial	100nF	11.10nF	2%
R1	F. carbono	5%	1/4W	2k Ω	1.897k Ω	3%
Rf2	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	95.015k Ω	3%
Rf3	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	95.055k Ω	3%
Rf4	F. carbono	5%	1/4W	100k Ω	96.081k Ω	2%
L1	F. bead	?	axial	1mH	0.52mH	49%
L2	F. bead	?	axial	1mH	0.82mH	24%
L3	F. bead	?	axial	1mH	0.62mH	30%

diz-se que o ruído é externo. Perturbações podem surgir dentro do próprio circuito, reagindo contra a dinâmica do sistema em uma dependência com os sinais de interesse, nesta situação tal ruído é interno.

Existem diversas origens e minúcias quanto ao mecanismo por detrás do ruído que leva, naturalmente, uma distinção entre os diversos tipos e características. Ruído estocástico e com um espectro de frequências uniforme é conhecido como ruído branco, quando existe uma não-uniformidade neste espectro aparecem os chamados ruídos rosa e vermelho. Quando portadores de carga atravessam barreiras de potencial em componentes ativos tais como semicondutores, válvulas, etc, pode ocorrer o chamado *shoot noise*. Perturbações de caráter determinístico podem ter diversas naturezas e fontes possíveis, entretanto estudar-se-á aqui o ruído tipo EMI que abrange perturbações de origem eletromagnéticas e afeta, principalmente, o funcionamento do integrador analógico.

6.2.1 Ruído branco

O mecanismo físico responsável pelo ruído branco é a excitação térmica dos portadores de carga em um condutor, que possuem um comportamento (clássico) muito parecido ao movimento Browniano. Este tipo de ruído fora observado por J.B. Johnson, nos laboratórios Bell em 1927, entretanto H. Nyquist o descreveu teoricamente em 1928. Precisamente por este motivo, ruído branco também é conhecido na literatura como ruído Johnson ou de Nyquist. O sufixo "branco" se deve a uma analogia ao espectro de frequências uniforme, o que lembra a composição da luz branca em certo sentido.

Todo condutor acima do zero absoluto possui portadores de carga que, termicamente agitados, dão origem a pequenas correntes. A carga do elétron é de $1.60 \times 10^{-19}C$ e existem tantas correntes minúsculas quantos portadores de carga em um material condutor. Em média, tal como no movimento Browniano, a corrente destes portadores termicamente agitados é nula, se a temperatura no condutor é uniforme. Entretanto, em nível microscópico estas geram uma correspondente diferença de potencial nos extremos do condutor cuja a magnitude apresenta um comportamento totalmente imprevisível.

A potencia disponível do ruído N_p em um condutor é diretamente proporcional à temperatura absoluta e banda de frequência [41]. Fisicamente, esta quantidade está relacionada à hipotética potência que os portadores de carga em um condutor a uma temperatura T realizam ao se difundirem a um condutor à 0K via algum componente eletrônico, que limitaria o espectro de frequência. Esta quantidade é definida como:

$$N_p = kT\Delta f \tag{6.20}$$

Em que k é a constante de Boltzmann, Δf é a banda de frequência e T é a temperatura absoluta. Em análise de circuitos expressa-se frequentemente tal medida em uma razão logarítmica com uma referência padrão, neste caso 1mW. Tal relação é chamada de nível dB de ruído, definido por: $N_{dB} \equiv 10 \log(\frac{N_p}{1mW})$. Tomando a banda de frequência de 1Hz, a temperatura de 19°C, implica que $N_p = 4 \times 10^{-21}W$ ou ainda $N_{dB} = -174dB$. Este último valor significa em termos práticos um limite inferior em medida de potencia sob aquelas condições: não é possível medir, com o significado físico pretendido, qualquer potência menor que $-174dB$. Não é possível alcançar ruído menor que este, nestas condições.

É muito mais prático medir tensão do que potência. Além disto, a análise de um circuito é mais simples em termos do potencial ao se investigar a magnitude e fontes de ruído. Com efeito, é necessário investigar a equivalência da potência disponível do ruído em uma configuração simples. A Figura 6.18 representa um circuito que cumpre tal função: a potência disponível em ruído (térmico) é aquela que pode ser fornecida por uma resistência (condutor) à outra livre de qualquer ruído, de igual magnitude que a primeira. O resistor R_s é aquele que atua como fonte de ruído térmico e pode ser entendido como um resistor sem ruído em série com uma fonte de tensão V_s , que gera um sinal estocástico(ruído térmico). R_l é a carga, um resistor de igual magnitude que R_s , porém livre de ruído. Nestas condições $V_o = V_s/2$ e a potência dissipada na carga é:

$$N_p = \frac{V_o^2}{R_l} = \frac{V_s^2}{4R_l} = \frac{V_s^2}{4R_s} = kT\Delta f \quad (6.21)$$

Generalizando $R_s = R$:

$$V_s = \sqrt{4kTR\Delta f} \quad (6.22)$$

A Eq. (6.22) apresenta algumas características interessantes: um resistor é uma fonte de ruído branco e tal magnitude é proporcional a raiz quadrada da banda de frequência. Pode-se perguntar se, com um resistor de elevado valor, submetido à altas temperaturas e acoplado a um diodo não seria uma forma de gerar uma fonte de tensão com energia infinita. A refutação desta ideia conduz a um efeito físico interessante: ao ligar-se uma carga à tal fonte de tensão miraculosa, esta carga (resistência) deve estar a uma temperatura menor que o resistor da fonte infinita, pois caso contrário não haverá diferença de potencial, média, entre a carga e a fonte. Porém isto significa que, ao dissipar potência na carga, a fonte miraculosa aquece a mesma, e o processo continua até que as duas resistências (carga e fonte) estejam em equilíbrio térmico. O resultado disto é que a tensão dissipada na carga advém do reservatório térmico que mantém a temperatura da resistência na fonte. Tal efeito cria uma diferença de potencial entre condutores a diferentes temperaturas,

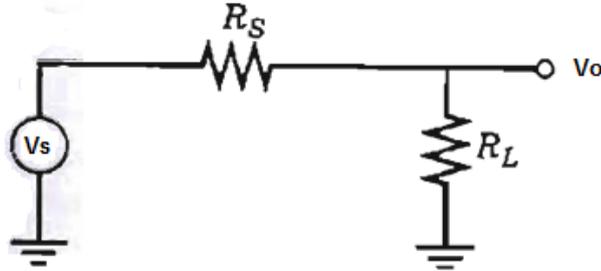


Figura 6.18: Circuito para determinação da tensão equivalente de ruído térmico em termos da potência disponível em ruído [41].

em um processo conhecido como geração termoelétrica de potencial.

Usando a Eq. (6.22) é possível estimar o valor *rms* da tensão associada ao ruído em um resistor. Para a temperatura ambiente, banda de frequência de 1Hz, e um resistor de $1k\Omega$, $V_s = 4nV$. Deve-se levar em conta que, em uma configuração envolvendo AMPOP's, tal tensão pode ser amplificada por um ganho fixo. No caso mais geral possível, R na Eq. (6.22) se refere a parte real da impedância de um condutor, isto significa que elementos puramente reativos (capacitores e indutores) não são fontes, idealmente, de ruído branco. A estimativa da magnitude deste ruído em um circuito caótico é uma tarefa complicada, pois deve-se ponderar todos os resistores do circuito, ganhos, e ainda levar em conta que integradores analógicos são, para o ruído, filtros que alteram o seu espectro uniforme. O circuito interno de um AMPOP, contido em seu *wafer* de silício apresenta resistores que também contribuem a este efeito. Em meio a todas estas dificuldades, pode-se estimar a amplitude do ruído no pior dos casos: calcula-se o ruído térmico atribuído a maior resistência do circuito, multiplica-se pelo maior dos ganhos. Se o ruído do AMPOP indicado em seu *datasheet* utilizado é maior, usa-se este valor no lugar daquele. A magnitude típica, em ruído térmico dos circuitos construídos nesta dissertação, estimada via este método, é da ordem de $100\mu V$.

Ruído rosa

Ruído rosa é uma terminologia empregada na literatura para ruído cuja potência espectral possui a forma $N_p \propto \frac{1}{f^\alpha}$, em que $\alpha \in [0.8; 1.3]$ [56]. Este tipo de perturbação contém uma série de propriedades interessantes, pois é

encontrado em transistores e resistores, válvulas eletrônicas, fluxo de trânsito nas cidades, e até na dinâmica do batimento cardíaco em mamíferos. Para α ligeiramente maior que 2, também é encontrado na dinâmica da rotação da terra e radiação proveniente de outras galáxias. Apesar da forma bastante semelhante, este tipo de perturbação aparece em diferentes contextos por motivos bastante distintos. Em eletrônica, está associado à efeitos de geração e recombinação de portadores de carga na superfície de condutores, mais propensa a defeitos em um *wafer* de silício. Em resistores de carbono está associado à granulosidade do material que constitui o componente, ocasionando o efeito de "micro-arcos" elétricos, responsáveis pela geração de ruído rosa.

O caso mais comum em circuitos para o ruído rosa é aquele inversamente proporcional à frequência. Conhecida a sua forma funcional é fácil determinar a quantidade de potência disponível por Δf , fazendo:

$$N_p = a \left(\frac{1}{f} \right) = \int a \left(\frac{1}{f} \right) df = a \ln \left(\frac{f_s}{f_i} \right) \quad (6.23)$$

Em que a é uma constante que depende da aplicação, f_s, f_i são os limites superior e inferior da banda de frequência, respectivamente. Logo nota-se que o ruído rosa, nestas condições, possui potência constante para todas as décadas de frequência. Alguns estudos recentes mostram que esta forma de perturbação pode ter efeitos significativos na razão SR em sistemas dinâmicos, principalmente em situações envolvendo baixas frequências [56].

A principal fonte de ruído rosa em circuitos caóticos, usando integradores analógicos, consiste nos AMPOP's e CI's responsáveis pelas formas não lineares. Caso resistores de carbono sejam usados, deve-se ter em mente que estes também podem contribuir com este tipo de ruído. A quantidade de ruído rosa em um AMPOP é apresentada em seu *datasheet* tal como na Figura 6.19. Em vermelho, dois valores de densidade espectral de ruído são dados, um para baixas frequências (rosa) e para altas (branco/térmico). A distribuição de probabilidade para o ruído rosa segue a forma gaussiana, tal como o branco/térmico. Com efeito, em presença de ambos em um sistema, o valor médio será dado por $V_{medio} = \sqrt{V_{rosa}^2 + V_{branco}^2}$

Ruído EMI

Ondas eletromagnéticas podem interferir no funcionamento de circuitos analógicos, mais precisamente, degradar a performance de componentes ativos tais como os AMPOP. Evidentemente, em qualquer ambiente livre de laboratório, sem tomadas as devidas precauções, pode estar infestado de ondas de rádio que abrangem um grande espectro de frequências. Na faixa das

6.7 Switching Characteristics

$V_{CC\pm} = \pm 15\text{ V}$, $T_A = 25^\circ\text{C}$

PARAMETER	TEST CONDITIONS	TL07xM			TL07xC, TL07xAC, TL07xBC, TL07xI			UNIT
		MIN	TYP	MAX	MIN	TYP	MAX	
SR	Slew rate at unity gain $V_i = 10\text{ V}$, $C_L = 100\text{ pF}$, $R_L = 2\text{ k}\Omega$, See Figure 20	5	13		8	13		V/ μs
t_r	Rise-time overshoot factor $V_i = 20\text{ V}$, $C_L = 100\text{ pF}$, $R_L = 2\text{ k}\Omega$, See Figure 20		0.1			0.1		μs
V_n	Equivalent input noise voltage $R_S = 20\ \Omega$	$f = 1\text{ kHz}$	18		18			nV/ $\sqrt{\text{Hz}}$
		$f = 10\text{ Hz to }10\text{ kHz}$	4		4			μV
I_n	Equivalent input noise current $R_S = 20\ \Omega$, $f = 1\text{ kHz}$		0.01			0.01		pA/ $\sqrt{\text{Hz}}$
THD	Total harmonic distortion $V_{rms} = 6\text{ V}$, $R_L \geq 2\text{ k}\Omega$, $f = 1\text{ kHz}$, $A_{VD} = 1$, $R_S \leq 1\text{ k}\Omega$		0.003%			0.003%		

Figura 6.19: Densidade espectral de ruído rosa e branco indicada no *datasheet* do TL071 [19].

rádios comerciais, por exemplo, a intensidade destas ondas eletromagnéticas podem variar bastante dependendo da localidade. Próximo às estações emisoras, a potência irradiada pode ser tão alta que é visível a degradação de um circuito sintonizador de rádio, em termos de seletividade, onde outras estações "desaparecem" sendo impossível a sintonia. Outro exemplo deste tipo de interferência consiste no ruído gerado nas caixas de som para computador (ou qualquer equipamento de áudio sensível) quando um celular próximo a este recebe ou faz alguma chamada, irradiando ondas eletromagnéticas ao seu redor. Tal interferência tem o caráter de ruído externo, diferente dos ruídos branco e rosa estudados aqui, e recebe o nome na literatura de ruído EMI (do inglês *electro magnetic interference*) [41].

Uma característica bastante distinta dos ruídos rosa e branco do EMI consiste em sua correlação. Enquanto os primeiros seguem uma forma gaussiana para uma amostra de amplitudes do ruído, EMI frequentemente não segue. A perturbação EMI gerada pela operação de um celular próximo a um circuito possui uma forte correlação em uma amostra da mesma, uma vez que o sinal (digital) que o celular transmite através de uma portadora de RF com frequência bem definida é bastante regular. Existem duas formas de propagação do EMI, por irradiação ou condução direta. Um exemplo da primeira situação consiste no caso de estações próximas de rádio e celulares ao circuito hospedeiro. No caso da condução direta, tome-se como exemplo o caso de carregadores de notebook. Estes aparelhos consistem em um arranjo eletrônico chamado de fonte chaveada, que comutam em uma frequência de alguns kHz uma corrente contínua sobre um pequeno transformador (Figura 6.20 círculo em verde). Ao fazer isso, estes dispositivos geram uma portadora de rádio frequência que, se não for atenuada por um filtro analógico (Figura 6.20 círculo em azul) se propagam pela rede elétrica e prejudicam o funcionamento de outros equipamentos conectados a ela.

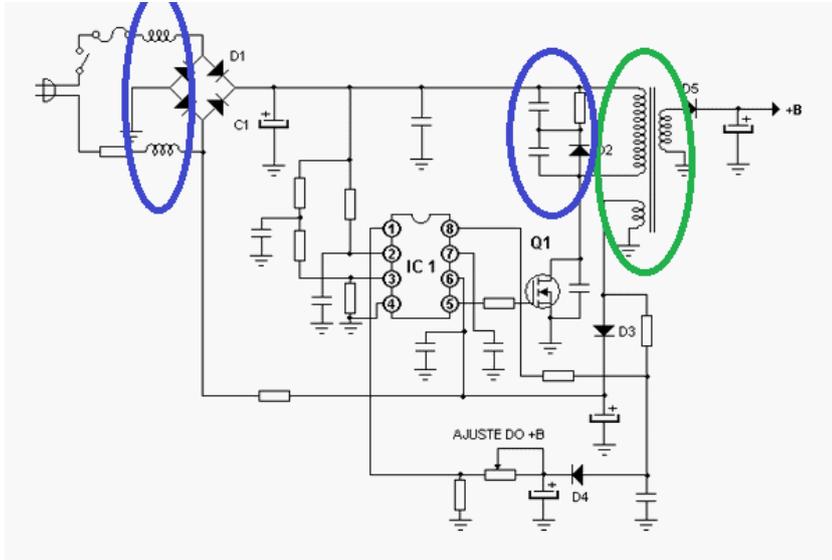


Figura 6.20: Circuito de uma fonte chaveada, presente em um carregador de notebook e muitos outros aparelhos eletrônicos [57].

Todos os equipamentos digitais geram EMI. A natureza destes dispositivos, seja um circuito completo ou somente um CI, se baseia em um sinal de alta frequência que determina o intervalo mínimo entre duas instruções digitais, este sinal é chamado de *clock*. Circuitos analógicos que operam próximos ou conectados a um dispositivo digital são particularmente sensíveis ao sinal de *clock*, podendo ter seu desempenho degradado. A Figura 6.21 (a) apresenta o CI *MCP3204* que converte uma tensão analógica contínua em um número digital, um processo que ocorre em todo multímetro ou qualquer equipamento de medida de tensão digital. Na Figura 6.21 (b) um circuito equivalente (caixa em vermelho) mostra a configuração interna ao CI, a chave *SS* comuta a corrente fornecida pela fonte de tensão externa *VA* na mesma frequência da taxa de aquisição de dados do componente. Neste processo, uma corrente oscilante aparece sobre os capacitores C_{sample} e C_{pin} , que somados à indutância parasita em paralelo dos fios que ligam o pino correspondente do *MCP3204*, formam um circuito oscilador *LC* forçado, gerando EMI para a fonte *VA*.

A condução direta de EMI representa os casos mais comuns no laboratório para circuitos não lineares [39]. A primeira situação se encontra na Figura 6.22, é chamada de acoplamento indutivo. O equipamento gerador de EMI produz sinais de alta frequência e, se sua saída possui baixa impedância, estes entregam uma elevada taxa di/dt sobre a indutância parasita (cabos longos por exemplo), que responde na forma de uma tensão oscilante. Este é o caso

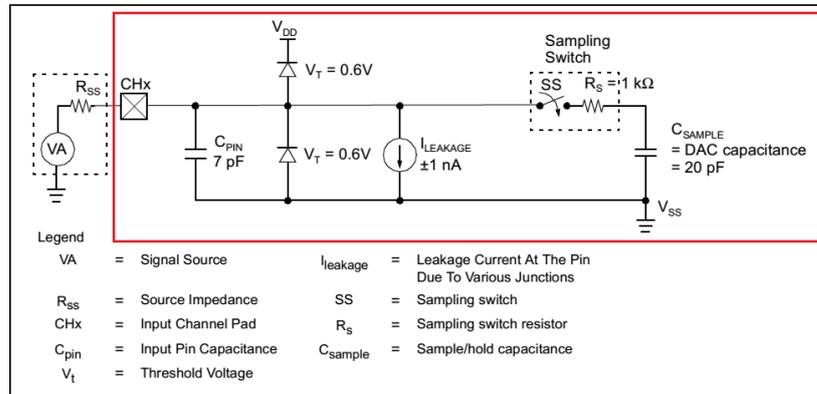


Figura 6.21: Circuito interno do conversor analógico digital (ADC) MCP3204 [58].

da leitura analógica efetuada pela placa de aquisição de dados. Sua baixa impedância e longos cabos formam a malha em vermelho da Figura 6.21. Os sinais de EMI gerado por este dispositivo normalmente tem a mesma frequência da taxa de aquisição de dados, o que não é de se surpreender pois algum dispositivo interno realiza a comutação rápida de um arranjo semelhante a Figura 6.21 (b).

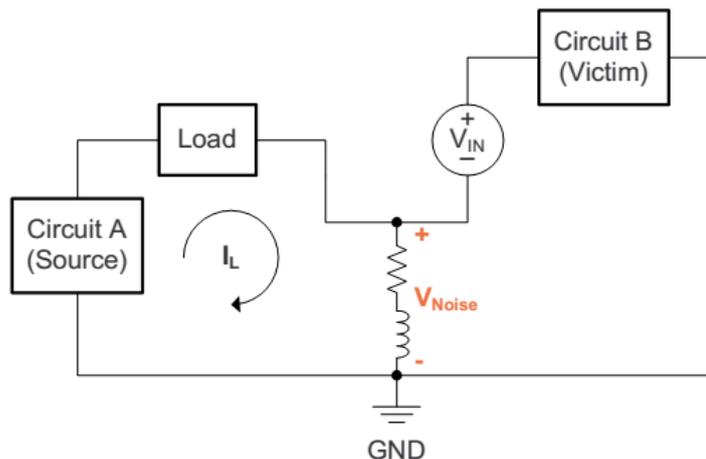


Figura 6.22: Acoplamento EMI indutivo [39].

Quando os "terras" (GND) de dois circuitos/equipamentos não são compartilhados, ainda assim pode haver transmissão de EMI via acoplamento capacitivo, Figura 6.23(a). Neste cenário, fios paralelos longos atuam como capacitores que, em presença de variação de tensão dV/dt efetuam um acoplamento

mento de sinais EMI. Este caso pode ser facilmente evitado removendo/desligando equipamentos próximos inúteis cujos fios podem estar entrelaçados ao circuito em estudo. Na Figura 6.23(b) está representado a forma de acoplamento magnético, onde fios entrelaçados de dois equipamentos acoplam EMI via indutância mútua, isto é, compartilham o mesmo fluxo magnético. A solução neste caso consiste em separar os cabos dos equipamentos o máximo possível. É interessante notar que efeitos do EMI ocorrem quase sempre devido a natureza digital do gerador de ruído e analógica do sistema vítima em estudo. Equipamentos digitais podem incluir filtros de linha, tais como os da Figura 5.12, que auxiliam a reduzir os efeitos do EMI.

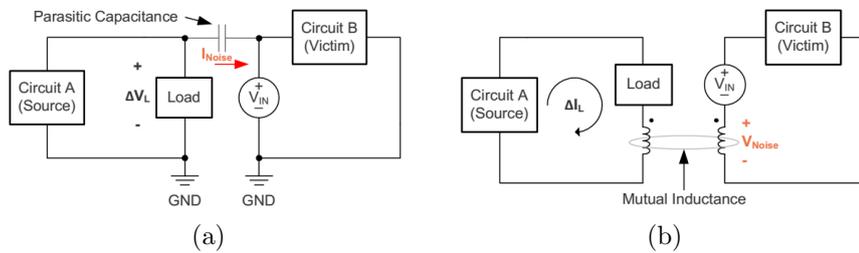


Figura 6.23: Acoplamento EMI (a) capacitivo. (b) magnético [39].

Em um integrador analógico como na Figura 6.15, o EMI pode se propagar tanto pelas entradas V_- , V_+ ou pela saída V_o . De qualquer forma, ao atingir o AMPOP este sinal é retificado pelo par diferencial (configuração interna com transistores em um AMPOP) e se transforma em um *offset* de saída, com algumas condições. Para entender este processo, a Figura 6.24 apresenta um circuito chamado "rádio de galena", usado para captar estações de rádio AM (Amplitude Modulada). O sinal de rádio de alta frequência $S_i(t)$ é retificado pelo circuito de tal maneira que, apenas a modulação da amplitude resta em sua saída $S_o(t)$. O mesmo processo se dá em um AMPOP sempre que o tempo característico do circuito é maior que a portadora de EMI, isto é, sempre que $f_{circuito} \ll f_{EMI}$. Nesta situação o *offset* está diretamente relacionado à amplitude da portadora de EMI. Quando $f_{circuito} \gg f_{EMI}$ o circuito passa a sofrer *offset* proporcional a um forçamento periódico, frequentemente da mesma forma que a perturbação EMI. Em síntese, um integrador analógico sujeito a EMI dado por $s(t) = Af(\omega t + \phi)$ possui função de transferência:

$$\begin{aligned}
 V_o &= -\frac{1}{RC} \int (V_i + \xi|A|) dt & \text{se } \omega \gg \omega_{circuito} \\
 V_o &= -\frac{1}{RC} \int (V_i + \xi|Af(\omega t + \phi)|) dt & \text{se } \omega \ll \omega_{circuito} \quad (6.24)
 \end{aligned}$$

O parâmetro ξ é uma constante de proporcionalidade que depende do acoplamento entre o dispositivo gerador e vítima do EMI. Para a grande maioria dos equipamentos digitais, tal como a placa de aquisição de dados usada neste trabalho, a forma de $Af(\omega t + \phi)$ consiste em uma onda quadrada, que quando perturba o circuito via acoplamento indutivo ou capacitivo produz uma série de harmônicos típicos desta forma de onda. A amplitude da perturbação entregue ao sistema hospedeiro de EMI, relacionada a ξ , pode prejudicar severamente o funcionamento, dependendo da situação. Circuitos caóticos são particularmente sensíveis a EMI, como se pode observar nos resultados discutidos no capítulo "COMPARAÇÃO DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS E NUMÉRICOS".

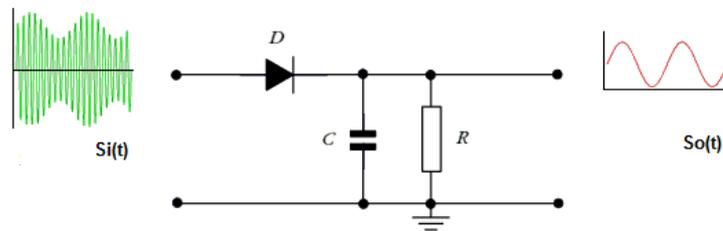


Figura 6.24: Circuito receptor rádio de galena.

Uma forma de estimar o parâmetro ξ em um sistema consiste em medir o fator de rejeição a EMI, ou EMIRR (do inglês, *EMI Rejection Ratio*) [39]. Este fator é definido como:

$$EMIRR[dB] = 20 \log \left(\frac{V_{rf}}{\Delta V_{os}} \right) \quad (6.25)$$

Em que V_{rf} é o pico da amplitude do EMI e ΔV_{os} é o *offset* na saída do circuito hospedeiro. Observando a forma do EMIRR é possível encontrar uma estimativa de ξ .

O fato do ruído EMI causar *offset* correlacionado é mostrado na Figura 6.25. Um atrator periódico fora escolhido do sistema SC, sob duas condições: com e sem filtro analógico, que atenua fortemente o EMI no sistema. Usando como referência o atrator com filtro, mediu-se o desvio quadrático médio das duas séries. O histograma é feito com estes desvios, mostrando picos que provavelmente correspondem aos harmônicos do EMI gerado pela placa de aquisição de dados. Deve-se lembrar que estes desvios também incluem ruídos estocásticos inerentes ao circuito. Evidentemente, no processo do cálculo dos desvios quadráticos é feita uma sincronização por cruzamento de zeros nas séries com e sem filtro.

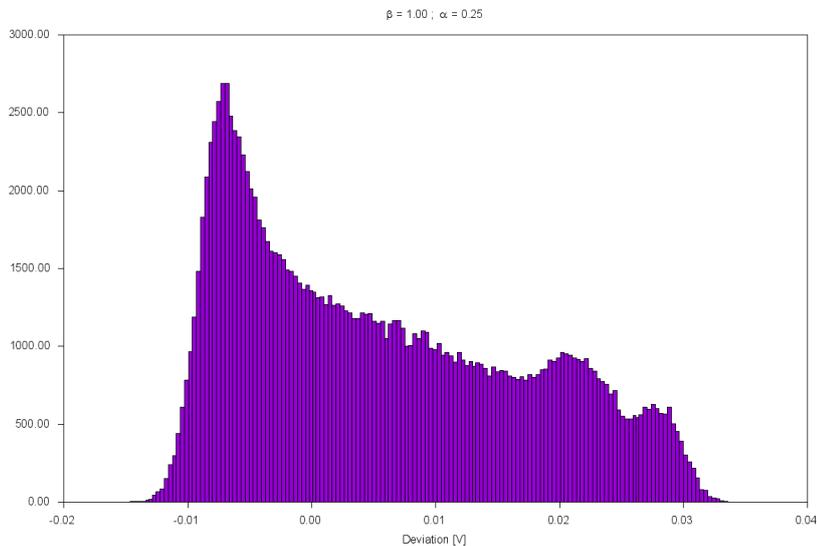


Figura 6.25: Histograma com os desvios quadráticos (*offset*) provocados no circuito SC sujeito a ruído EMI

Na Figura 6.26 um espectro de frequências é apresentado, com o objetivo de comparar o efeito dos filtros analógicos na redução do EMI para o circuito SC. O traçado em verde corresponde a série temporal periódica com o sistema sujeito a EMI. Em ciano, a série temporal com os mesmos parâmetros (periódica), porém com os filtros analógicos. Em roxo, a série temporal sujeita a EMI, porém "limpa" com o uso da rotina de filtro não linear NR_LAZY do TISEAN. O espectro de frequências é calculado com a rotina SPECTRUM. Em baixas frequências, onde reside a dinâmica do sistema, é possível notar picos adicionais que não correspondem ao traçado em ciano, provavelmente relacionados aos harmônicos do EMI em que o sistema está imerso. O traçado em roxo evidencia que existe uma redução dos picos de EMI na série temporal, mas também existe distorção no espectro em relação a série livre de EMI (ciano). É interessante notar que a média quadrática dos desvios, tomando como referência a série com filtro analógico, sofre uma atenuação de $-8dB$ com a série sem filtros e $-2dB$ com a série limpa via NR_LAZY. Enquanto os filtros atuam na fonte do ruído EMI, o filtro digital apenas pode atenuar os efeitos aditivos do mesmo, o que torna os efeitos dinâmicos ainda presentes na série temporal. Uma analogia se mostra útil para entender este processo: enquanto o zoom analógico não altera a nitidez da imagem em uma câmera, o zoom digital a distorce visto que o primeiro atua **antes** da aquisição da imagem pela câmera e o segundo, **depois**.

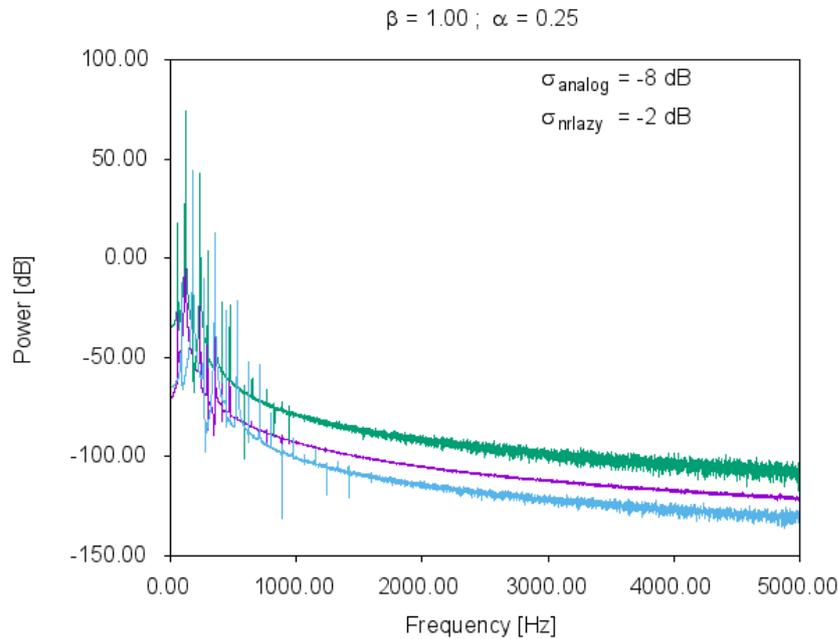


Figura 6.26: Espectros frequência comparativos de séries temporais sujeita a EMI (verde), com filtro analógico(ciano), e limpa com o NR_LAZY (roxo).

6.3 Não linearidades indesejáveis

Circuitos caóticos requerem *a priori* alguma função não linear. Não obstante, o método de controle de parâmetro via tensão contínua, em integradores analógicos na ausência de um potenciômetro digital, utiliza multiplicadores tais como o AD633 para realizar funções de transferência não-lineares. Se faz necessário analisar os limites destes componentes em termos de precisão e distorção provocada pelo seu uso. O RW faz uso especial do conversor trigonométrico universal AD339, enquanto outros circuitos se baseiam em termos do multiplicador analógico AD633JN como CI's que prefiguram não linearidades.

Conversor trigonométrico - AD636

Gerar a função seno de um sinal contínuo é um problema em eletrônica analógica. No mercado atual, existem dispositivos que realizam a síntese de funções digitalmente, em um processo chamado DDS (do inglês *Direct Digital Synthesis*). Estes dispositivos são capazes de gerar qualquer forma funcional, com alguma limitação em termos de frequência e precisão. Entretanto, além do elevado custo, sua natureza digital confere grande susceptibilidade a EMI

em circuitos caóticos, o que não é interessante. A Figura 6.27 apresenta um destes dispositivos em uma placa de prototipagem.



Figura 6.27: RED PITAYA, sintetizador de funções DDS [59].

O CI *AD639* realiza a síntese da função seno analogicamente usando um par diferencial (Figura 6.28) [17]. A função seno aparece nesta configuração como uma aproximação para a função tangente hiperbólica que, para pequenas amplitudes, produz uma aproximação de excelente qualidade. Este processo foi descoberto por Barrie Gilbert em 1967, e a configuração diferencial que aproxima a função seno é chamada de célula de Gilbert. O coração do *AD639* consiste neste par diferencial, cercado por alguns compensadores lineares de temperatura e conversores de escala.

Para estimar o erro associado a função seno gerada pela célula de Gilbert, o fabricante do *AD639* recorre a definição de distorção harmônica total *THD* (do inglês *Total Harmonic Distortion*) [61]. Esta quantidade aparece frequentemente na caracterização de circuitos lineares, tais como amplificadores de áudio ou osciladores controlados. A ideia desta medida consiste no percentual de potência dispersa pelo dispositivo em estudo quando um sinal de espectro conhecido é aplicado a sua entrada. Para o *AD639*, uma onda triangular tal como da Figura 6.29 (a) com frequência fixa e conhecida é aplicada a entrada do CI, em sua saída dever-se-ia apresentar uma onda senoidal cuja a frequência é exatamente a da onda de entrada. Entretanto, devido a erros no processo de conversão, a saída se manifesta como um espectro de frequências em que parte da amplitude da fundamental de entrada é dispersa

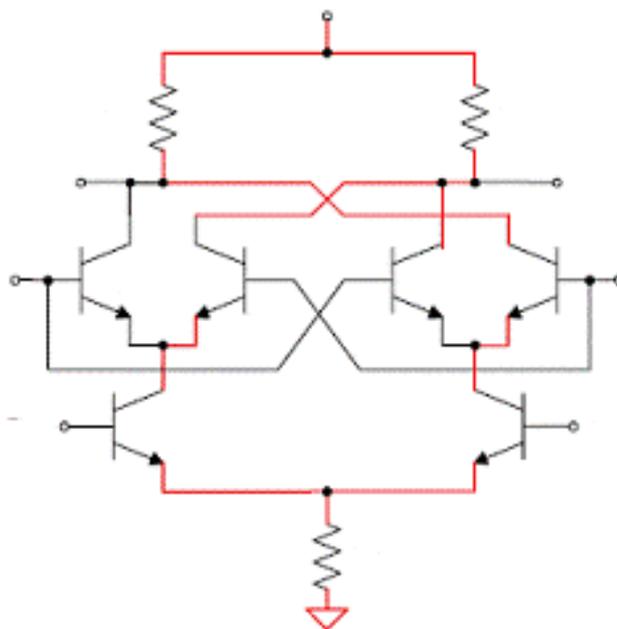


Figura 6.28: Configuração típica de uma célula de Gilbert [60].

em uma série de harmônicos secundários (Figura 6.30 (b)). O THD nesta situação é definido como:

$$THD[\%] = 100 \times \sqrt{\left(\frac{\sum_i P_i^2}{P_f^2}\right)} \quad (6.26)$$

Em que P_i são as potências devido aos harmônicos e P_f é a potência do sinal fundamental observados no espectro de saída do AD639. A unidade de medida do THD é percentual e quanto maior significa distorção na curva senoide de saída, que passa a ser composta por uma série de outras não linearidades indesejáveis. Em condições adequadas de uso, o AD639 possui um THD de apenas 1%.

Multiplicador analógico - AD633

Embora operações de subtração, soma, integração e diferenciação sejam possíveis com configurações simples envolvendo AMPOP's, a multiplicação analógica de duas tensões não é. Por volta da década de 80, Barrie Gilbert propôs uma modificação no par diferencial usado para cálculo de funções trigonométricas que torna possível o produto de duas correntes [62]. Na

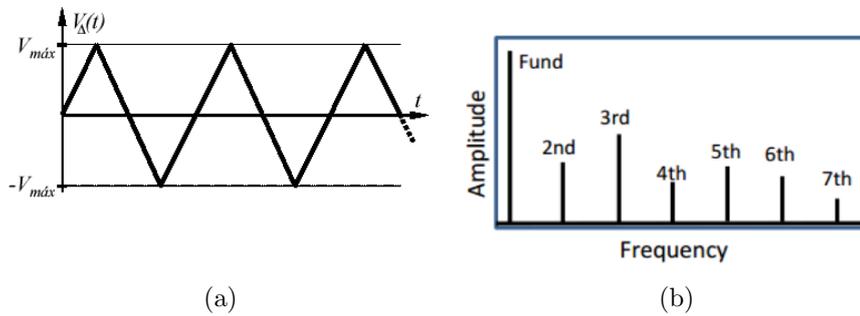


Figura 6.29: Onda triangular (a). Espectro de frequência típico usado para medir THD (b) [61].

Figura 6.30 as correntes no circuito envolvendo os dois transistores é da forma $\Delta I_c = I_{c1} - I_{c2} = \frac{\Delta I_x I_y}{I_x}$. Os CI's AD633 possuem esta configuração interna junto com alguns periféricos que auxiliam na linearização e compensação de erros da célula, tal como a dependência explícita da corrente de coletor de transistores com a temperatura.

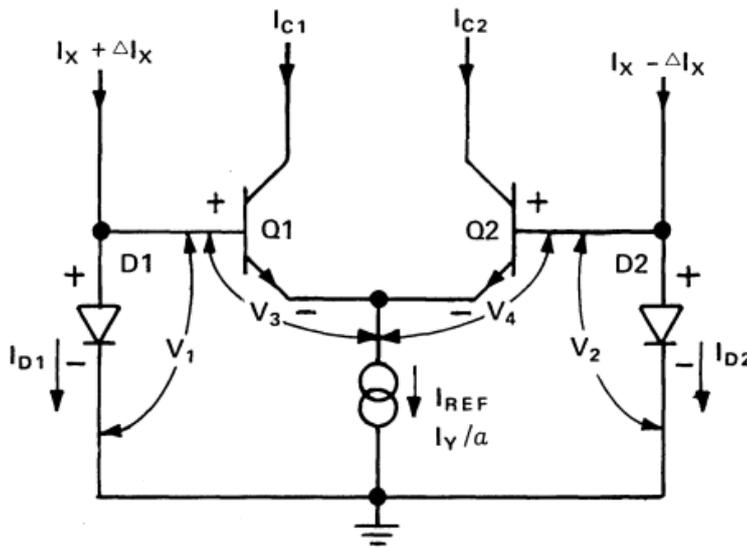


Figura 6.30: Configuração típica de um par diferencial usado em multiplicadores analógicos [62].

A multiplicação analógica em integradores analógicos é o coração do controle de parâmetros via tensão contínua. Evidentemente, erros associados com a célula de Gilbert responsável pela multiplicação podem introduzir er-

ros que limitam severamente a aplicação da metodologia. Entretanto, os erros envolvendo a arquitetura para multiplicação de duas tensões são lineares, consistindo em sua maioria em *offset's* nas entradas e saídas. Estes erros podem ser compensados com um ajuste externo tal como recomenda o fabricante. Em geral estes componentes possuem grande acurácia, como se representa na Figura 6.31, em que a saída segue com grande linearidade o produto de tensão das entradas, pra diferentes valores.

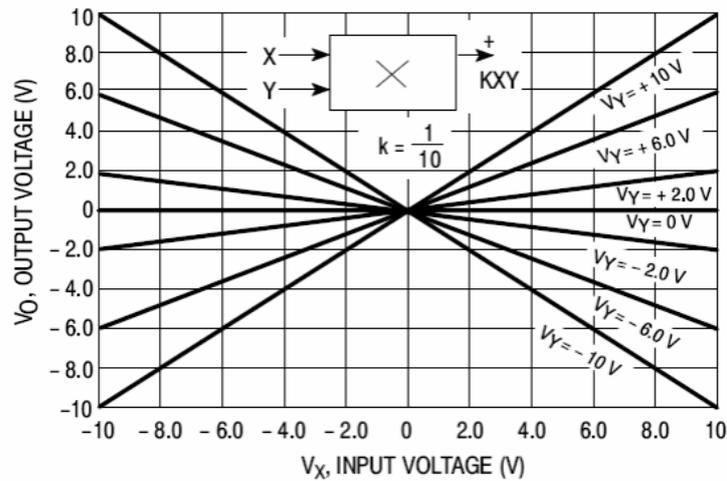


Figura 6.31: Resposta típica de um multiplicador analógico (*MT079*) [62].

Os erros de *offset* no *AD633* podem chegar a 50mV para a saída e entradas, dentro de todo o *range* dinâmico que estas podem assumir. Estes erros podem sofrer desvios com a temperatura, o que torna necessário o controle do ambiente de estudo para melhores resultados. Ainda sem este controle, e sem corrigir estes erros, tais desvios correspondem a parcela de 1% de todo o intervalo dinâmico de um atrator (em 5V), sendo até mesmo os erros associados a tolerância de capacitores na configuração de integrador analógico bem maiores que isto. Existe um erro interno que é difícil ser compensado nos multiplicadores analógicos: **erro de linearidade**. Este erro é definido como o percentual da máxima tensão de saída do componente $V_{E(max)}$ em relação à curva teórica esperada (Figura 6.32). Para o *AD633JN*, este erro é <1%.

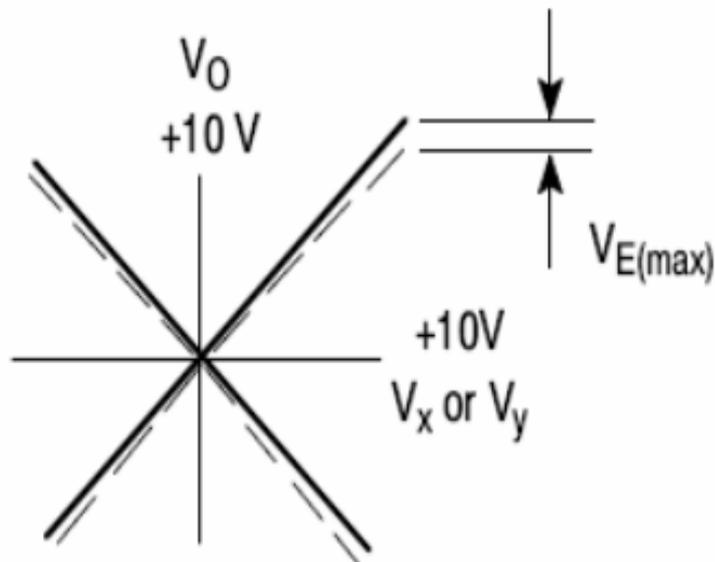


Figura 6.32: Erro de linearidade em multiplicador analógico[62].

6.4 Erros associados ao espectro de Lyapunov e período experimental

6.4.1 Espectro de expoentes de Lyapunov

A chave de comando (*flag*) k associada ao programa LYAP_SPEC pode ser usada para computar a precisão na medida do maior expoente de Lyapunov de uma série temporal. Conforme já mencionado, o espectro de expoentes constitui de uma propriedade do sistema sendo, portanto, invariante a uma transformação suave nas variáveis dinâmicas. De forma mais geral, Kantz e Schreiber mencionam que o verdadeiro espectro é invariante a mudanças suficientemente pequenas em k e n [40]. Expoentes falsos, chamados de **espúrios** tem seu valor alterado quando estas *flags* são alteradas, até mesmo por apenas uma unidade de diferença. Tais expoentes aparecem se o sistema é imerso em uma dimensão maior da qual o reconstrói no espaço de estados.

Na Figura 6.33 mostra o uso do LYAP_SPEC em uma série temporal experimental, para o laser de ressonância nuclear magnética (NMR laser). Sabe-se que este sistema deve ser imerso em 3 dimensões, porém ao se extrapolar m

para 4 e 5 novos expoentes aparecem. Nestas dimensões adicionais, nota-se claramente que estes variam bruscamente com a mudança em k . Para $m = 4$ e $k = 20$ o primeiro expoente duvidoso (quinta coluna da tabela) apresenta 300% de diferença quando $k = 40$. De forma análoga, para $m = 5$ não faz mais sentido o espectro, já que as mudanças devem ser ainda maiores.

m	k	λ_{dubious}	λ_+	λ_{dubious}	λ_-
3	20		0.32	-0.40	-1.13
	40		0.30	-0.51	-1.21
	160		2.28	-0.68	-1.31
4	20		0.34	-0.03 -0.49	-1.08
	40		0.31	-0.01 -0.52	-1.12
	160		0.29	-0.03 -0.69	-1.35
5	20		0.36	0.16 -0.20 -0.57	-1.11

Figura 6.33: Espectro de Lyapunov para uma série temporal experimental (laser NMR) em função das *flags* k e m [40].

Definido que o sistema deve ser imerso em 3 dimensões ($m = 3$), varia-se k no programa e anota-se os valores dos expoentes. Em seguida é calculado o desvio padrão destes, que é a incerteza associada a sua medida. A Figura 6.34 apresenta o resultado deste processo. É interessante notar que no mesmo espectro pode haver diferentes incertezas associadas a cada um dos expoentes, ainda que o processo de cálculo seja o mesmo. Em parte, isto é devido aos efeitos das não linearidades *a priori* presentes no sistema.

Quantity	Value	Uncertainty
λ_1	0.3	0.01
λ_2	-0.6	0.05
λ_3	-1.2	0.1

Figura 6.34: Incerteza associada ao espectro de Lyapunov para a série temporal de um laser NMR [40].

É difícil determinar uma incerteza associada ao processo automatizado para cálculo do espectro de expoentes em todo o espaço de parâmetros. Com

Tabela 6.7: Incerteza associada ao espectro de Lyapunov experimental para uma série periódica do sistema SC.

k	λ_1	λ_2	λ_3
10	5.734276×10^{-4}	6.275345×10^{-3}	-2.442610×10^{-2}
11	5.738171×10^{-4}	6.256823×10^{-3}	-2.374971×10^{-2}
12	5.736975×10^{-4}	6.290789×10^{-3}	-2.324791×10^{-2}
13	5.739642×10^{-4}	6.234526×10^{-3}	-2.487681×10^{-2}
14	5.738752×10^{-4}	6.264581×10^{-3}	-2.397561×10^{-2}
15	5.730896×10^{-4}	6.298731×10^{-3}	-2.332432×10^{-2}
16	5.734764×10^{-4}	6.245012×10^{-3}	-2.534721×10^{-2}
17	5.734576×10^{-4}	6.209123×10^{-3}	-2.435730×10^{-2}
18	5.731235×10^{-4}	6.253678×10^{-3}	-2.377491×10^{-2}
19	5.7309868×10^{-4}	6.223874×10^{-3}	-2.397174×10^{-2}
Incerteza	0.02	0.06	0.08

efeito, escolheu-se aleatoriamente séries periódicas e caóticas do sistema SC para determinação da incerteza associada ao expoentes das respectivas séries temporais. Para 10 diferentes valores de k , o espectro de expoentes da série experimental periódica é apresentada na Tabela 6.7. Para uma série caótica, vide Tabela 6.8. Lembrando ainda que as unidades dos expoentes estão em termos da escala de tempo do circuito, já que fisicamente um expoente de Lyapunov tem dimensão de frequência, ou $[1/s]$ no Sistema Internacional.

6.4.2 Período (isospike)

Para determinar o período de uma série experimental a principal informação necessária, ao qual está contida todos os erros experimentais, é o cálculo dos pontos extremos da série. Uma vez estes identificados, não existe erros associados a manipulação dos extremos. Se se conhece os extremos de uma série com exatidão, o período atribuído também será exato.

O programa EXTREMA identifica extremos em uma série temporal mediante uma interpolação cúbica. Para cada tripleto de pontos experimentais, o programa ajusta numericamente uma curva da forma $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, e acompanha os valores da série até que a derivada de $g(x)$ indique um extremo. Se este processo é repetido para cada tripleto da série temporal com taxa de aquisição f , logo qualquer "descontinuidade" no intervalo de tempo $T = 3/f$ é eliminada, isto é, variações abruptas no comportamento da série, nestes três pontos, são substituídos pela curva suave $g(x)$. Desta forma, a interpolação cúbica feita pelo EXTREMA atua como um filtro passa-baixas,

Tabela 6.8: Incerteza associada ao espectro de Lyapunov experimental para uma série caótica do sistema SC.

k	λ_1	λ_2	λ_3
10	2.927346×10^{-3}	1.534500×10^{-4}	-2.987564×10^{-2}
11	2.934276×10^{-3}	1.532917×10^{-4}	-2.374972×10^{-2}
12	2.967583×10^{-3}	1.535686×10^{-4}	-2.985314×10^{-2}
13	2.935368×10^{-3}	1.539669×10^{-4}	-2.985472×10^{-2}
14	2.955276×10^{-3}	1.534312×10^{-4}	-2.986572×10^{-2}
15	2.931236×10^{-3}	1.536315×10^{-4}	-2.982345×10^{-2}
16	2.978325×10^{-3}	1.533312×10^{-4}	-2.989789×10^{-2}
17	2.935434×10^{-3}	1.531651×10^{-4}	-2.980980×10^{-2}
18	2.942671×10^{-3}	1.536315×10^{-4}	-2.984563×10^{-2}
19	2.946526×10^{-3}	1.533249×10^{-4}	-2.981351×10^{-2}
Incerteza	0.09	0.06	0.04

visto que as descontinuidades reais da série, que seriam efeito de uma portadora de alta frequência no seu respectivo espectro, são eliminadas. A rotina LOW121 no pacote TISEAN, por exemplo, é declaradamente um filtro passa baixa que substitui os pontos da série por uma interpolação linear.

Portanto, o cálculo dos extremos altera o conteúdo da série experimental de forma que frequências superiores a $f/3$ são eliminadas. Deve-se ter em mente que esta frequência de corte pode constituir em um dos harmônicos do ruído EMI presente na série. Embora tal fato pareça favorável, harmônicos inferiores portam mais potência do que os superiores, sendo que o pico ocorre na frequência fundamental, que não é eliminada neste processo. Na prática, assim como é mencionado pelos autores do EXTREMA, este programa ainda é, com perdão ao trocadilho, **extremamente** sensível a ruído (principalmente EMI e branco). Sem os filtros analógicos, é impossível ajustar a rotina de aquisição do espaço de períodos para o sistema SC, por exemplo.

Desta forma, conclui-se que o cálculo do período enfrenta problemas devido a perturbação inserida no circuito em estudo pelos equipamentos de medida (ruído EMI) e também pela natureza ao qual é calculado, que visa uma série temporal de qualidade impecável, sem qualquer forma de perturbação, o que pode ser alcançado apenas no caso numérico (desconsiderando os erros da precisão finita dos números reais em um computador). A menos que se garanta um razão SR alta o suficiente, para que se possa compensar as perturbações com ajustes de calibração, é inviável adquirir o espaço de períodos experimental, o que rapidamente é observado ao se comparar com a dinâmica esperada numericamente.

Proposta de um computador analógico para o cálculo de Período (isospike)

Seria interessante um dispositivo que, tal como multímetro, pudesse aferir o período de um circuito caótico bastando conectar a sua ponta de prova a uma das variáveis dinâmicas do sistema. Sabe-se que a dificuldade de cálculo do período está relacionada a determinação dos extremos que, usando métodos de computação digital, só dão resultados razoáveis em situações muito favoráveis. Com efeito, o tal aparelho, nomeado aqui de *isopicômetro*, deverá determinar os extremos de um circuito analogicamente, sem o auxílio de CI's digitais nesta tarefa, acompanhando a dinâmica do circuito em estudo em tempo real. O isopicômêtro nada mais é do que um computador analógico para o método matemático de cálculo do período.

A ideia por detrás do isopicômêtro e seu funcionamento não é algo complexo. A condição de que os extremos sejam computados analogicamente é possível com uma configuração algo simples de capacitores, chaves e AM-POP's. Para determinar o período subsequente, pode-se usar um microcontrolador digital programado para executar a contagem de extremos armazenadas em sua memória, que foram obtidos por algum tempo de amostragem.

O diagrama de blocos do isopicômêtro, para cálculo dos extremos, é apresentado na Figura 6.35. O sinal de entrada (uma das variáveis do circuito caótico em estudo) é direcionado a um **buffer** que isola este do bloco subsequente, responsável por efetuar o cálculo da **derivada** analogicamente. Se a série temporal possui máximos e mínimos, então sua derivada assume valores negativos e positivos. Um bloco de **retificador ideal** computa a função módulo da derivada, que é injetada no bloco de **controle lógico**, responsável por identificar quando um extremo local do sinal fora atingido (isto é, a derivada assume valor nulo).

Ao mesmo tempo, o sinal de entrada é aplicado em um bloco **amostrador** que armazena o valor de tensão analogicamente, no instante quando algum sinal de disparo é efetuado. O bloco de **controle lógico** efetua este controle, ordenando que o **amostrador** armazene a tensão analógica sempre que a derivada assumir um valor nulo. Entretanto, o instante que isto ocorre pode ser muito pequeno, por este motivo o bloco **linha de atraso** indica para o **controle lógico** um pequeno intervalo de tempo em que a tensão armazenada no **amostrador** deva permanecer, garantindo tempo suficiente para que o valor possa ser lido externamente.

Por último, mas não menos importante, o bloco de **conversão de nível** converte o intervalo de excursão do sinal em outro, por uma transformação linear, pois a entrada do microcontrolador só admite valores de tensão no intervalo de 0V à 5V. O **controle lógico** também envia um sinal de disparo

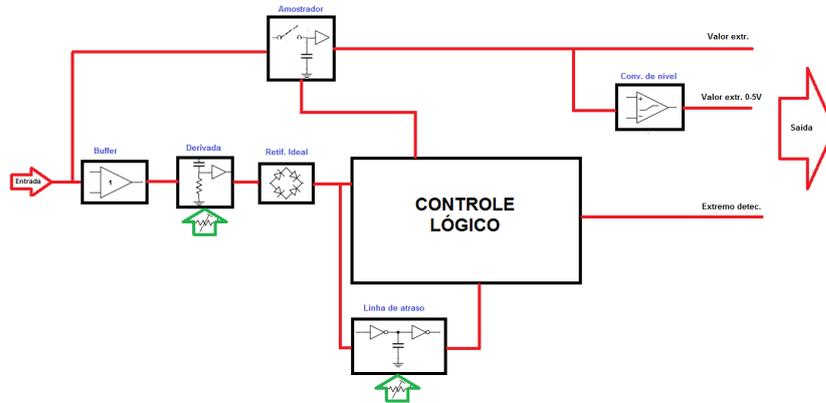


Figura 6.35: Diagrama em blocos do isopicômetro.

(*trigger*) toda vez que um novo extremo é detectado, indicando que seu valor pode ser lido. Aqui, caso se deseje, pode-se optar por uma rotina em PYTHON que controla uma placa de aquisição de dados coordenada nesta tarefa. Contudo, como se deseja construir um equipamento portátil, alimentado possivelmente com baterias ou pilhas, preferiu-se usar um microcontrolador nesta tarefa, que neste caso é o ARDUINO MEGA.

A Figura 6.36 contém o circuito final para o diagrama de blocos do isopicômetro. U_1 é claramente o **buffer** de entrada, cujo o sinal é aplicado na malha formada por C_1, R_1 . A corrente que atravessa as placas do capacitor C_1 é $i_{C_1} \approx C_1 \dot{V}_s$, com V_s sendo o sinal de entrada ³. A corrente i_{C_1} provoca uma queda de tensão em R_1 dada por $V_d = R_1 C_1 \dot{V}_s$, isto é, diretamente proporcional à derivada do sinal de entrada. A malha formada por $R_5, R_4, D_1, D_2, U_2, U_3, R_3, R_2, R_6$ compõe o **retificador ideal**, cuja a saída de U_3 é da forma $V_s = 10|V_d|$. O fator 10 nesta função de transferência é controlado pelo resistor R_3 .

As portas lógicas U_5A, U_4A, U_8A, U_9A formam o bloco **controlador lógico**. A porta U_8A é do tipo XNOR (CD4077) e possui duas entradas que controlam a resposta em uma única saída. Se o sinal de tensão é 0V, então é atribuído o signo 0 (bit), se é 5V então é atribuído 1(bit). Note que não é permitido sinais negativos em portas lógicas, por este motivo é

³A equação diferencial exata para esta malha seria $i_{C_1} = C_1 \frac{d}{dt} (V_s - V_{R1})$, com V_{R1} representando a queda de tensão sobre o resistor R_1 . Podemos desprezar V_{R1} frente a V_s na condição em que a reatância capacitiva de C_1 , relacionada ao espectro de frequência do sinal de entrada V_s , é muito maior que R_1 . Em termos práticos, V_{R1} não pode ser assumido como nulo, pois é a partir deste sinal que obtemos informação sobre os máximos de V_s , o fato de $|V_s| \gg |V_{R1}|$ implica que este sinal deve ser amplificado posteriormente.

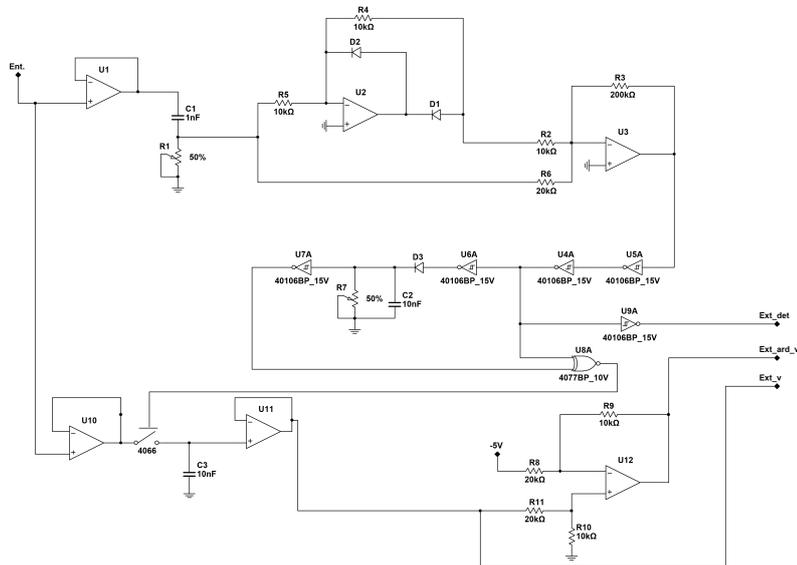


Figura 6.36: Circuito final do isopicômetro.

Tabela 6.9: Tabela de verdade para uma porta XNOR.

Entrada 1	Entrada 2	Saída
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	1

necessário computar o módulo da derivada do sinal de entrada. A Tabela 6.9 contem o diagrama de verdade para uma porta XNOR, isto é, qual será o valor da saída para diferentes configurações de valores nas entradas. Vale lembrar que, embora o comportamento destas portas pareça ser "digital", sua construção interna é totalmente analógica, constituída de transistores tal como os AMPOP's, e seu funcionamento não requer nenhum tipo de *clock* como nos computadores digitais.

As portas lógicas U5A, U4A, U9A (CD40106) são do tipo inversoras *Schmitt Trigger*, possuem apenas uma única entrada cuja a saída é o recíproca daquela, isto é, se a entrada é 1 a saída é 0, e vice-versa. Além disto, estas portas possuem uma *histerese* nos níveis lógicos: é considerado 0 sinais de tensão entre 0V e 0.9V, 1 entre 1.7V à 5V. Tal característica é referida como *Schmitt Trigger*, e a simbologia aparece com o pequeno signo de uma curva histerética ao se representar o componente.

A malha $U7A, U6A, R_7, C_2, D_3$ formam o bloco **linha de atraso**. Quando a entrada de $U6A$ sofre uma transição de 0 para 1, a saída de $U7A$ responde de forma idêntica instantaneamente, porém quando a transição em $U6A$ é de 1 para 0, $U7A$ mantém o estado 1 por uma pequena fração de tempo controlada via R_7, C_2 . O bloco amostrador é formado pela malha $U11, U10, 4066, C_3$, em que a tensão é armazenada no capacitor C_3 sempre que a chave analógica de estado sólido 4066 estiver aberta (isto é, nível lógico de controle for 0). Quando a chave se encontra fechada, a tensão na saída de $U11$ segue o sinal de entrada. Por fim, $U12, R_9, R_8, R_{11}, R_{10}$ formam o bloco de conversor de nível.

Procedimentos de Ajuste:

É evidente que um atrator experimental sempre estará sujeito a ruído. O sinal de entrada pode ser interpretado como $V_s(t) = f(t) + \delta r(t)$, isto é, a soma de um sinal que carrega a informação dinâmica de interesse $f(t)$ com uma perturbação provocada por ruído $r(t)$. No domínio da frequência, uma expansão via série de Taylor de V_s é:

$$V_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{d^n f(s_0)}{ds^n} (s - s_0)^n + \delta \left(\frac{d^n r(s_0)}{ds^n} (s - s_0)^n \right) \right] \quad (6.27)$$

O interesse é na região onde a derivada é nula e o sinal de entrada é momentaneamente constante (portanto $s = 0$), \dot{V}_s , no domínio da frequência é, aproximadamente:

$$\dot{V}_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{d^n f(0)}{ds^n} s^{n+1} + \delta \left(\frac{d^n r(0)}{ds^n} s^{n+1} \right) \right] \quad (6.28)$$

Agora, tome-se dois (de três) argumentos experimentais sob a quantidade \dot{V}_s : 1° o sinal de interesse $f(s)$ possui uma banda de frequência muito menor do que o ruído, isto é, a série converge mais rapidamente para $f(s)$, visto que pode ser escolhida previamente. 2° Um AMPOP possui um ganho de malha aberto que depende da frequência $A(s) = A_0/(1+s)$ e diminui a medida que esta aumenta, o que leva a uma queda na amplitude do sinal, como já foi discutido em seções anteriores. Se $s \gg 1$, então $A(s) \approx A_0/s$. Portanto, a segunda soma na Eq. (6.28), deve ser:

$$\dot{V}_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{d^n f(0)}{ds^n} s^{n+1} + \delta \left(\frac{d^n r(0)}{ds^n} \left(\frac{1}{A_0 s^n} \right) s^{n+1} \right) \right] \quad (6.29)$$

Ou ainda:

$$\dot{V}_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{d^n f(0)}{ds^n} s^{n+1} + \frac{\delta}{A_0} \sum_{n=0}^{\infty} s \underbrace{\frac{d^n r(0)}{ds^n}}_{\tilde{r}(t)} \quad (6.30)$$

Em que $\bar{r}(t) = \frac{d^n r(0)}{ds^n}$, isto é, algum sinal associado ao ruído. Um terceiro argumento experimental leva em conta a limitação de AMPOP's reais a um limite para o qual sua saída pode sofrer uma transição de estado, o *slew rate*, que é o valor máximo da derivada do sinal de sua saída [20]. Com efeito, *na pior das hipóteses*, o termo $\bar{r}(t)$ pode ser substituído pelo valor do *slew rate*, pois se a forma de $r(t)$ é arbitrária, então o máximo que pode se supor é que ela faz a segunda soma na Eq. (6.30) divergir (o pior caso possível). Portanto:

$$\dot{V}_s(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{d^n f(0)}{ds^n} s^{n+1} \right] + \delta R_0 \quad (6.31)$$

Em que $R_0 = \frac{S_R}{A_0}$, com S_R o valor do *slew rate*. No AMPOP ideal A_0, S_R são infinitos, e a expectativa é que apenas a amplitude conhecida do ruído δ limite $\dot{V}_s(s)$. Entretanto, a principal conclusão da Eq. (6.31) consiste em assegurar o efeito do ruído como um *offset* para a derivada do sinal de entrada. Este erro sistemático pode ser medido experimentalmente com auxílio de um gerador de ruído branco e um osciloscópio.

A Figura 6.37 representa uma série temporal muito típica experimental (B) e sua contraparte ideal (A). Voltando a Figura 6.36, a tensão no nó C_1, R_1 é $V_d = R_1 C_1 (\dot{V}_s + \xi)$, considerando V_s o sinal puro de interesse que é perturbado por um *offset* ξ provocado pelo ruído. Ao deixar a saída de $U3, V_d = 10 \times R_1 C_1 |(\dot{V}_s + \xi)|$. Deve-se lembrar que, devido a histerese da porta lógica $U5A, V_d < 0.9V$ quando $\dot{V}_s = 0$, momento em que ocorre um extremo. Portanto:

$$R_1 C_1 < \frac{0.09}{|\xi|}$$

Por outro lado, se $R_1 C_1$ é um valor muito pequeno, menor que o tempo de resposta da porta lógica (seu *slew rate*), $U5A$ não responde quando ocorre um extremo.

Outra forma de interpretar a calibração de $R_1 C_1$, consiste em fixar C_1 , ajustando-se $R_1 > \frac{0.09}{C_1 |\dot{V}_s + \xi|}$, onde \dot{V}_s pode ser visto como um valor mínimo para a derivada do sinal de entrada (Retas em vermelho na Figura 6.37). Para estimar ξ diretamente, basta montar o trecho de circuito para a derivada e medir o *offset* com auxílio de um osciloscópio, deixando a entrada do circuito "fluante", isto é, sem nada conectado a ela (Sujeita apenas ao ruído branco do AMPOP). A Figura 6.38 apresenta este nível observado experimentalmente.

A escolha do valor de C_3 desempenha um papel importante para o correto funcionamento do circuito. A chave analógica 4066, diferente de uma chave mecânica, pode ser vista como um resistor cujo valor transita de estado conforme o sinal de disparo. Quando a chave é aberta, esta se comporta

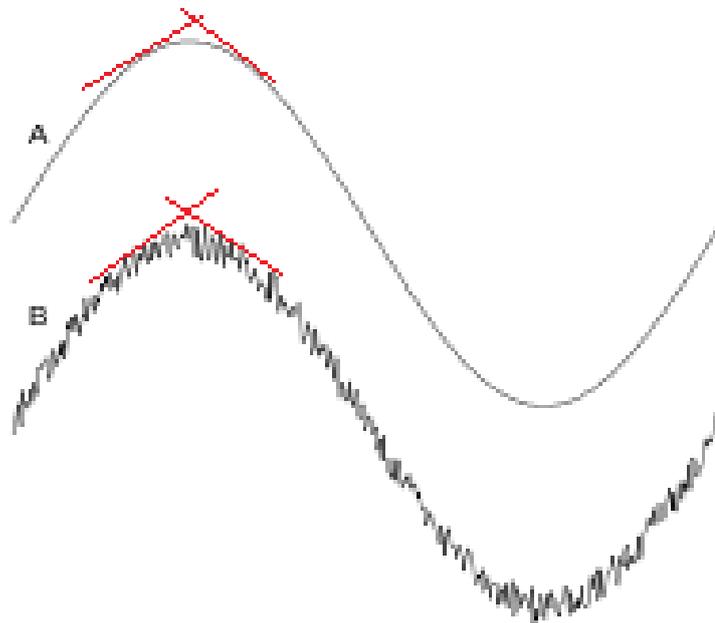


Figura 6.37: Representação de uma série temporal (A) limpa e (B) ruidosa.

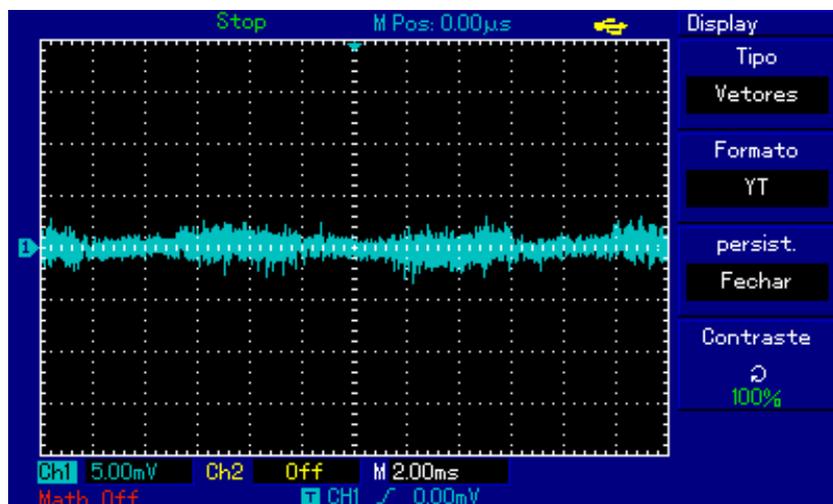


Figura 6.38: *Offset* ξ observado na saída da derivada experimental. Note que o valor oscila, porém mantém se mantém com uma amplitude confinada máxima de aproximadamente $4mV$.

como um resistor de $10M\Omega$, e quando é fechada como 90Ω . Com efeito, a

carga armazenada no capacitor C_3 está sujeita a uma corrente total de fuga:

$$i_f = \left[|i_{af}| + \left| \frac{\Delta V_{max}}{R_{ab}} \right| + |i_{cf}| \right] \quad (6.32)$$

Em que i_{af} é a corrente de fuga na entrada do AMPOP (*input bias current*), ΔV_{max} é a diferença máxima de potencial nos contatos da chave analógica quando esta se encontra aberta, R_{ab} é a resistência da chave neste estado e i_{cf} é corrente de fuga entre as placas do capacitor. Considerando $|i_{cf}| \ll |i_{af}| + \left| \frac{\Delta V_{max}}{R_{ab}} \right|$, a taxa de variação \dot{V}_{er} (*drift*) na tensão armazenada por C_3 não é nula (idealmente), mas sim:

$$\dot{V}_{er} = \frac{i_f}{C_3} \quad (6.33)$$

Isto é, quanto maior o valor de C_3 menor será o valor do erro na tensão correspondente ao valor analógico do extremo. Por outro lado, deve-se ter em mente que a chave fechada não possui uma resistência nula, o que implica em um tempo de carga de C_3 ao acompanhar o sinal de entrada. Quanto menor este tempo, melhor, o que significa redução no valor de C_3 . Se se pretende aferir o valor do extremo no bloco **amostrador** em um intervalo de tempo τ , com um erro máximo admitido δV , então o valor de C_3 deve satisfazer:

$$\frac{\delta V/\tau}{i_f} < C_3 < \frac{\tau}{R_{on}} \quad (6.34)$$

Em que R_{on} é a resistência da chave no estado fechado. O tempo na **linha de atraso** é determinado, aproximadamente, por $\tau = R_7 C_2$, que é o tempo necessário para se aferir o valor do extremo. Deve-se escolher um tempo longo o suficiente para que o equipamento de leitura possa operar, porém não demasiado longo para que outro extremo ocorra no sinal de entrada. Logo, deve-se satisfazer:

$$\text{tempo de leitura} < R_7 C_2 \ll \ll \text{tempo carac. do circuito} \quad (6.35)$$

O último elemento, não menos importante, do isopicômetro é a interface que organiza os valores dos extremos na forma de um histograma, e computa o valor do período apresentando-o e um display. Esta tarefa é executada pelo ARDUINO MEGA, que é uma placa de desenvolvimento muito popular no ensino de robótica. O ARDUINO MEGA junto com um display de LCD são apresentados na Figura 6.39 (a) e (b), respectivamente. A interface de programação do ARDUINO é bastante intuitiva, a linguagem nativa é o C++ (Figura 6.40). O Código que efetua o cálculo final do período, no ARDUINO, se encontra abaixo:

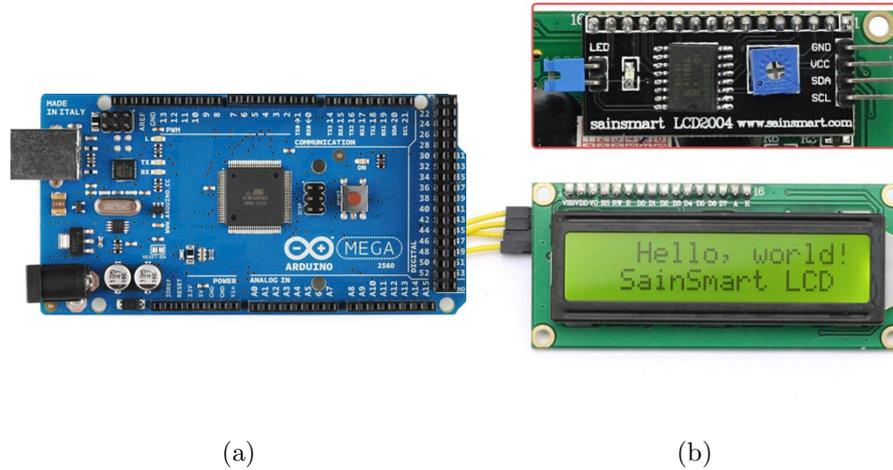


Figura 6.39: ARDUINO MEGA (a). Display de LCD 16X2 I2C para ARDUINO (b) [63].

```

#include "Wire.h"
#include "LiquidCrystal_I2C.h"
#include "histogram.h"
#define amostra 1000
#define threshold 10
int adc, cont=0;
int dados[amostra];
int b[] = { 0, 100, 200, 300, 325, 350, 375, 400, 500, 600,
700, 800, 900, 1000};
Histogram hist(14, b);
LiquidCrystal_I2C lcd(0x27,2,1,0,4,5,6,7,3, POSITIVE);
void setup()
{
  pinMode(2, INPUT);
  attachInterrupt(0, max_detc, RISING);
}
void loop()
{
  for(i=0;i<amostra;i++)
  {
    hist.add(dados[i]);
  }
  for (int i = 0; i < hist.size(); i++)
  {
    if(hist.bucket(i)>threshold);
    periodo=periodo+1;
  }
  lcd.setBacklight(HIGH);
  lcd.setCursor(0,0);
  lcd.print(periodo-1);
  delay(1000);
  periodo = 0;
}
void max_detc()
{ adc = analogRead(0);

```

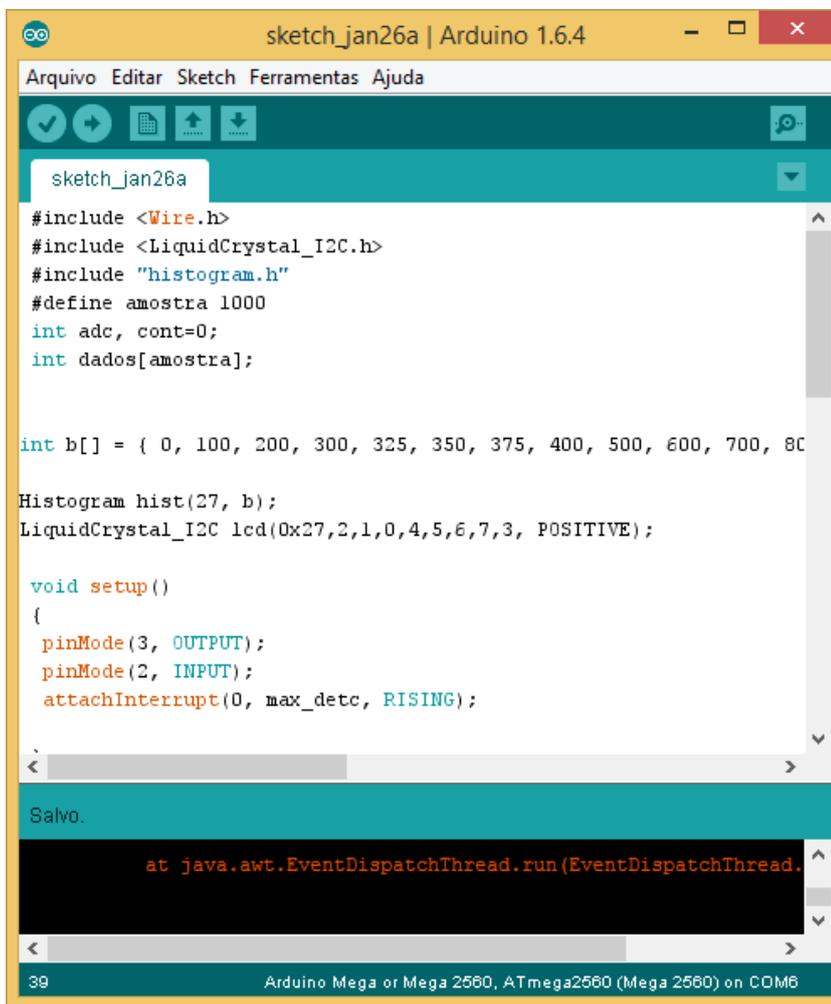


Figura 6.40: Interface de programação do ARDUINO.

```
cont=cont+1;
if(cont>amostra)
{
  cont=0;
} dados[cont] = adc;
}
```

Capítulo 7

CONCLUSÃO

A metodologia de estudo experimental apresentada nesta dissertação apresentou resultados bastante razoáveis para investigação de circuitos caóticos. Um das principais dificuldades encontradas para construção e projeto de computadores analógicos consiste na busca de CI's específicos para computar não linearidades, que são bastante escassos no mercado, além do alto custo. Uma revisão bibliográfica sobre teoria de circuitos pode ser muito útil neste problema.

o controle de parâmetros via tensão contínua se mostra bastante adequado para estudos globais de sistemas não lineares, a facilidade com que tensões contínuas podem ser controladas no ambiente de um laboratório, mesmo os mais modestos, é uma evidência em favor da proposta apresentada nesta dissertação. Comparada com outras metodologias, o controle de parâmetros via tensão contínua apresenta uma alta razão SR, o que atesta sua qualidade em sistemas sensíveis a ruído.

O modelo proposto de sistema caótico SC serviu como um *toy model* acerca de perturbação externa em circuitos não lineares. Os filtros analógicos se mostraram bastante eficazes na redução de ruído que, sem eles, torna praticamente impossível um estudo global do sistema (aquisição experimental de diagramas de bifurcação, espaço de parâmetros, etc.). As técnicas de redução de ruído não linear digital se mostraram eficientes na remoção do efeito aditivo de tais perturbações externas, enquanto que os filtros analógicos aplicados ao computador analógico para o sistema SC mostraram a remoção dos efeitos aditivos e dinâmicos.

Para o sistema RW, a principal conclusão sobre a dinâmica observada experimentalmente consistiu na possibilidade de correção dos efeitos de ruído externo via perturbação controlada no circuito. Órbitas periódicas que foram destruídas pela ação de ruído puderam ser recuperadas com ajustes que se mostraram bastante eficientes e delicados. Entretanto, o estudo global da

dinâmica mostrou que tais técnicas não auxiliam na redução dos efeitos do ruído no espaço de parâmetros como um todo, sendo eficientes somente para redução local, pois é necessário um ajuste diferente para cada ponto daquele espaço.

No circuito de Chua simulado via integrador analógico, os resultados experimentais mostram uma grande sensibilidade deste sistema ao ruído, ainda que a não linearidade do circuito de Chua seja a mais simples possível. Boa parte destes erros parecem ser atribuídos ao erro sistemático grotesco do diodo de Chua construído por LED's, onde a tensão de condução direta apresentou erros de até 40%. A solução para estudo deste sistema, que consiste em substituir LED's por diodos Zeners, foi testada e os resultados parece ser bastante promissores.

Os potenciômetros controlados por tensão contínua mostraram-se bastante úteis na extensão da metodologia proposta a sistemas em que não é permitido, por alguma questão de preferência, mudança no circuito em estudo. O comportamento linear e o elevado *dynamic range* se comparado com as soluções prontas no mercado de componentes mostra que a metodologia proposta pode ser aplicada em sistemas caóticos *in natura*, tal como um laser NMR, onde podem ser empregados para controle de parâmetros dentro da eletrônica que controla o laser, obtendo-se desta forma o espaço de parâmetros para o sistema.

Embora o teste completo não tenha sido feito, a proposta do isopicômetro se mostra bastante promissora para investigação de circuitos não lineares. Sendo o espaço de períodos, se bem calibrado, uma boa ferramenta para identificar e quantificar a distinção caos/regularidade, a aquisição experimental do período pelo isopicômetro pode agilizar a obtenção deste espaço, facilitando o emprego das ferramentas da dinâmica não linear em sistemas experimentais.

As rotinas automatizadas para aquisição e processamento de dados se mostraram bastante úteis no estudo dos circuitos. Em comparação à solução comumente encontrada na literatura até então, que é o ambiente LABVIEW. As rotinas em linguagem PYTHON mostram maior flexibilidade, menor custo e consumo de recursos computacionais. Desta forma, metodologia proposta pode ser implementada em um laboratório de baixo custo, bastando um computador com capacidade mediana de processamento e uma placa de aquisição de dados, ou ainda substituir a última pelo isopicômetro, integrando o ARDUINO ao PYTHON via interface USB.

Referências Bibliográficas

- [1] LORENZ, EDWARD, “Deterministic nonperiodic flow,” *Journal of atmospheric sciences*, vol. 20, 1963.
- [2] FERRARA N., PRADO C., *Caos: Uma Introdução*. Edgard Blöcher Ltda, 1995.
- [3] STROGATZ, S. H. e STEWART, I, “Coupled oscillators and biological synchronization,” *Scientific American*, vol. 269, 1993.
- [4] SAVI, M., “Chaos and order in biomedical rhythms,” *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, SciELO Brasil*, vol. 27, 2005.
- [5] J.A. HOLYSTT, M. ZEBROWSKA, K. URBANOWICZ, “Observations of deterministic chaos in financial time series by recurrence plots, can one control chaotic economy?,” *The European Physical Journal B*, vol. 20, 2001.
- [6] M. SLIPANTSCHUK, J.; ULLNER, E; BAPTISTA, M. S.; ZEINEDDINE, M.; THIEL, “Abundance of stable periodic behavior in a red grouse population model with delay: A consequence of homoclinicity,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 20, 2010.
- [7] OLIVEIRA HENRIQUE M.,MELO LUÍS V., “Huygens synchronization of two clocks,” *Scientific Reports*, vol. 5, 2015.
- [8] KEVIN M. CUOMO, A. V. OPPENHEIM, S. H. STROGATZ, “Synchronization of lorenz-based chaotic circuits with applications to communications,” *IEEE Transations on Circuits And Systems*, vol. 40, 1993.
- [9] STEVEN STROGATZ, *Nonlinear Dynamics And Chaos: With Applications To Physics, Biology, Chemistry, And Engineering*. Westview Press, 2001.

- [10] FREIRE, J. G.; GALLAS, J. A. C, “Non-shilnikov cascades of spikes and hubs in a semiconductor laser with optoelectronic feedback,” *Physical Review E*, vol. 82, 2010.
- [11] E. OTT, C. GREBOGI, J. A. YORKE, “Controlling chaos,” *Physical Review Letters*, vol. 64, 1990.
- [12] F. G. SOUZA, R. M. RUBINGER; J. C. SARTORELLI; H. A. ALBUQUERQUE, “High resolution experimental parameter space of a chaotic circuit,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 20, 2015.
- [13] KARL R. POPPER, *A lógica da pesquisa científica*. Cultrix, 2013.
- [14] MAXWELL C. GILLILAND, *Handbook of analog computation*. Systron-Donner Corp., 1967.
- [15] T. MATSUMOTO, L.O. CHUA, S. TANAKA, “Simplest chaotic nonautonomous circuit,” *Physical Review A*, vol. 30, 1984.
- [16] GRANINO A. KORN, THERESA M. KORN, *Electronic Analog and Hybrid Computers*. McGraw-Hill Inc, 1972.
- [17] BOYLESTAD R. L. NASHELSKY L, *Dispositivos eletrônicos e teoria de circuitos*. Prentice-Hall do Brasil, 1984.
- [18] BEN VARKLEY BENJAMIN Et. Al., “Neurogrid: A mixed-analog-digital multichip system for large-scale neural simulations,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 102, 2014.
- [19] TEXAS INSTRUMENTS, “TI071,” 2015. Acessado em 29/01/2017.
- [20] G. B. CLAYTON, *Operational Amplifiers*. Elsevier, 2013.
- [21] MARANHÃO D. et al, “Experimental observation of a complex periodic window,” *Physical Review E*, vol. 77, 2008.
- [22] RONILSON ROCHA, RENE O. MEDRANO T., “An inductor-free realization of the chua’s circuit based on electronic analogy,” *Nonlinear Dyn*, vol. 56, 2009.
- [23] J. C. C. VIEIRA, *Estudo numérico das bifurcações do sistema regulador de Watt*. UDESC, 2011. Dissertação de Mestrado.

- [24] SOTOMAYOR J., MELLO L. F., BRAGA D. d. C, “Análise de bifurcação do sistema regulador de watt,” *Computational and Applied Mathematics*, vol. 26, 2007.
- [25] J.C. SPROTT, “Some simple chaotic flows,” *Physical Review E.*, vol. 50, 1994.
- [26] https://en.wikipedia.org/wiki/Chua's_circuit. Acessado em 29/01/2017.
- [27] L.A.B. TORRES, L.A. AGUIRRE, “Fixed point stability analysis of chua’s circuit: A case study with a real circuit,” *Journal of Circuits System and Computers*, vol. 7, 1997.
- [28] FLÁVIO PREBIANCA, *Estudo de um circuito de Chua com realimentação tipo seno*. UDESC, 2014. Dissertação de Mestrado.
- [29] ANALOG DEVICES, “Ad633jn.” <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/AD633.pdf>, 2002. Acessado em 29/01/2017.
- [30] ANALOG DEVICES, “Ad633jn.” <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/obsolete-data-sheets/AD639.pdf>, 2002. Acessado em 29/01/2017.
- [31] GREBOGI C. Et Al, “Critical exponents for crisis induced intermittency,” *Physical Review A.*, vol. 36, 1987.
- [32] J.C. SPROTT, K. KIERSA, D. SCHMIDT, “Precision measurements of a simple chaotic circuit,” *American Association of Physics Teachers*, vol. 72, 2004.
- [33] E. R. V. JUNIOR, *Espaços de Parâmetros para um Circuito Caótico Experimental*. UFMG, 2010. Dissertação de Mestrado.
- [34] FAIRCHILD SEMICONDUCTOR, “H11f3.” <http://pdf.datasheetcatalog.com/datasheet/fairchild/H11F1.pdf>, 2002.
- [35] <https://www.kitronik.co.uk/blog/how-an-ldr-light-dependent-resistor-works/>. Acessado em 29/01/2017.
- [36] <https://softsolder.com/2012/07/13/contact-bounce-why-capacitors-dont-fix-it/>. Acessado em 29/01/2017.

- [37] <http://www.ni.com/white-paper/2774/en/>. Acessado em 29/01/2017.
- [38] Texas Instruments, “Cd4066b.” <http://www.ti.com/lit/ds/symlink/cd4066b.pdf>, 2016. Acessado em 29/01/2017.
- [39] Dragos George Ducu, “Solutions for radio frequency electromagnetic interference in amplifier circuits.” http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00001767a.pdf#utm_source=&utm_medium=MicroSolutions&utm_term=&utm_content=MSLD&utm_campaign=AN1767, 2014. Acessado em 29/01/2017.
- [40] KANTZ. H., SCHREIBER. T., “Nonlinear time series analysis,” *Cambridge university press*, vol. 103, 2004.
- [41] C.D. MOTCHENBACHER, J.A. CONELLY, *Low-Noise Eletronic System Desing*. Wiley-Interscience, 1993.
- [42] https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Ferrite_bead_filter.png. Acessado em 29/01/2017.
- [43] <http://www.proesi.com.br/>. Acessado em 29/01/2017.
- [44] VIANA E. R. J. Et Al., “High-resolution parameter space of an experimental chaotic circuit,” *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, vol. 20, 2010.
- [45] M. SANO, Y. SAWADA, “Measurement of the lyapunov spectrum from a chaotic time series,” *Phys. Rev. Lett*, vol. 55, 1985.
- [46] ANA CAROLINA HORSTMANN, *Estudo da dinamica do mapa padrão relativístico*. UDESC, 2014. Dissertação de Mestrado.
- [47] RENE O. MEDRANO Et. Al., “Replicate periodic windows in the parameter space of driven oscillators,” *Chaos Solitons and Fractals*, vol. 44, 2011.
- [48] HANK ZUMBAHLEN, “Basic linear design.” <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/design-handbooks/Basic-Linear-Design/Introduction.pdf>, 2007. Acessado em 29/01/2017.
- [49] <http://www.protostack.com/passive-components/resistors/resistor-metal-film-0.25w-10kohm>. Acessado em 29/01/2017.

- [50] <https://www.westfloridacomponents.com/ResistorNetwork.html>. Acessado em 29/01/2017.
- [51] H. J. ZIMMERMANN Et. Al., “Temperature coefficient of silicon junction transition capacity,” *Research Laboratory of Electronics (RLE) at the Massachusetts Institute of Technology (MIT)*, vol. 45, 1957.
- [52] D. S. MEYAARD Et. Al., “Analysis of the temperature dependence of the forward voltage characteristics of gainn light-emitting diodes,” *APPLIED PHYSICS LETTERS*, vol. 103, 2013.
- [53] K. WALTERS, M. CLARK, “Zener voltage regulation with temperature.” http://www.microsemi.com/document-portal/doc_view/14628-zener-voltage-regulation-with-temperature, 2007. Acessado em 29/01/2017.
- [54] RAY STATA, “Operational integrators.” <ftp://ftp.analog.com/pub/cft1/ADI%20Classics/Ray%20Stata%20Articles-1960s/Operational-Integrators.pdf>, 1960. Acessado em 29/01/2017.
- [55] <http://www.linear.com/solutions/5587>. Acessado em 29/01/2017.
- [56] EMILY J. MCDOWELL Et. Al., “A generalized noise variance analysis model and its application to the characterization of 1/f noise,” *OPTICS EXPRESS*, vol. 15, 2007.
- [57] <https://www.electronica-pt.com/fontes-alimentacao/fontes-alimentacao-tv>. Acessado em 29/01/2017.
- [58] Microship, “Mcp3204.” <http://ww1.microchip.com/downloads/en/devicedoc/21298c.pdf>, 2002. Acessado em 29/01/2017.
- [59] http://www.eetimes.com/author.asp?doc_id=1320472. Acessado em 29/01/2017.
- [60] https://en.wikipedia.org/wiki/Gilbert_cell. Acessado em 29/01/2017.
- [61] Micro Semi Corp., “Basic total harmonic distortion (thd) measurement.” http://www.microsemi.com/document-portal/doc_view/134813-an30-basic-total-harmonic-distortion-thd-measurement, 2015. Acessado em 29/01/2017.

- [62] ANALOG DEVICES, “Analog multipliers.” <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-079.pdf>, 2002. Acessado em 29/01/2017.
- [63] <https://www.arduino.cc/>. Acessado em 29/01/2017.

Apêndice A

Aquisição de séries temporais

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 100000

#intervalo dos parametros a serem varridos
amax = 1.05
amin = 0.8

bmax = 1.0
bmin = 0.65

#resolucao do espaco de parametros
resolucao = 100

'''
*****
IMPORTANTE!!!
A SAIDA ANALOGICA AO ESTA RELACIONADA AO PARAMETRO A, e a SAIDA A1
COM O PARARAMETRO B
*****
'''

'''
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
Primeiro passo: define os parametros do sistema, isto eh
coloca a tensao referente aos canais corretos dos parametros a serem
varridos!!
$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
'''
```



```
# Configuracao do canal digital p0
digital.CreateD0Chan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)
```

Apêndice B

Processamento de dados experimentais via TISEAN

```
import numpy as np
from time import sleep
from subprocess import Popen, PIPE
```

```
'''
```

```
Le as series temporais obtidas com a rotina Series_espaco_parametros e calcula o maior expoente de lyapunov via
```

```
Sera criado um arquivo no diretorio que contem essa rotina chamado ept.dat com os dados para fazer o plot do esp  
parametros
```

```
usar o intervalo dos parametros (amax,amin,bmax,bmin) com os valor ja na escala adimensional dos parametros
```

```
usar a mesma resolucao escolhida na rotina Series_espaco_parametros
```

```
'''
```

```
#inicio das configuracoes
```

```
#intervalo de variacao dos parametros (adimensional)
```

```
amax = 7.0
```

```
amin = 5.0
```

```
bmax = 1.0
```

```
bmin = -8.0
```

```
#resolucao da malha
```

```
resolucao = 20
```

```
#flags lyapSpec tisean
```

```

configuracao = " -m1,3 -k10 -n10000 -d80"

#fim das configuracoes

f = open("ept.dat", "w")
dados = np.zeros((resolucao,resolucao))

def popen_timeout(comando1, comando2, comando3, comando4, timeout):
    p1 = Popen(comando1, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
    p2 = Popen(comando2, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
    p3 = Popen(comando3, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
    p4 = Popen(comando4, stdout=PIPE, stderr=PIPE)
    for t in xrange(timeout):
        sleep(1)
        verifica = (p1.poll() is not None) and (p2.poll() is not None) and (p3.poll() is not None) and (p4.poll() is not None)
        if verifica :
            stdout,stderr = p1.communicate()
            resultado1 = stdout
            stdout,stderr = p2.communicate()
            resultado2 = stdout
            stdout,stderr = p3.communicate()
            resultado3 = stdout
            stdout,stderr = p4.communicate()
            resultado4 = stdout

    return [resultado1,resultado2,resultado3,resultado4]

p1.kill()
p2.kill()
p3.kill()
p4.kill()
return ['', '', '', '']

for k in range(resolucao):

for j in range(resolucao/4):

comando1 = 'lyap_spec "serie%iW%i.txt"'%(k,j) + configuracao
comando2 = 'lyap_spec "serie%iW%i.txt"'%(k,j+(resolucao/4)) + configuracao
comando3 = 'lyap_spec "serie%iW%i.txt"'%(k,j+2*(resolucao/4)) + configuracao
comando4 = 'lyap_spec "serie%iW%i.txt"'%(k,j+3*(resolucao/4)) + configuracao

resultado = popen_timeout(comando1, comando2, comando3, comando4, 70)

if(resultado[0] != ''):
    o = resultado[0].split()
    try:

```

```

print "serie%i%i lida expoente de lyapunov: %f"%(k, j, float(o[1]))
dados[(k, j)] = float(o[1])

except:
print "serie%i%i nao converge"%(k,j)
dados[(k, j)] = 0.0

else:
print "serie%i%i divergiu"%(k,j)
dados[(k, j)] = 0.0

if(resultado[1] != ''):
o = resultado[1].split()
try:
print "serie%i%i lida expoente de lyapunov: %f"%(k, j+(resolucao/4), float(o[1]))
dados[(k, j+(resolucao/4))] = float(o[1])

except:
print "serie%i%i nao converge"%(k, j+(resolucao/4))
dados[(k, j+(resolucao/4))] = 0.0

else:
print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+(resolucao/4)))
dados[(k, j+(resolucao/4))] = 0.0

if(resultado[2] != ''):
o = resultado[2].split()
try:
print "serie%i%i lida expoente de lyapunov: %f"%(k,(j+ 2*(resolucao/4)),float(o[1]))
dados[(k,(j+ 2*(resolucao/4)))] = float(o[1])

except:
print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 2*(resolucao/4)))
dados[(k,(j+ 2*(resolucao/4)))] = 0.0

else:
print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 2*(resolucao/4)))
dados[(k,(j+ 2*(resolucao/4)))] =0.0

if(resultado[3] != ''):
o = resultado[3].split()
try:
print "serie%i%i lida expoente de lyapunov: %f"%(k,(j+ 3*(resolucao/4)),float(o[1]))
dados[(k,(j+ 3*(resolucao/4)))] = float(o[1])

except:
print "serie%i%i nao converge"%(k,(j+ 3*(resolucao/4)))
dados[(k,(j+ 3*(resolucao/4)))] = 0.0

else:
print "serie%i%i divergiu"%(k,(j+ 3*(resolucao/4)))
dados[(k,(j+ 3*(resolucao/4)))] = 0.0

for q in range(resolucao):
a = amin + q*passoA

```

```
a = a/10.0

for e in range(resolucao):
    b = bmin + e*passoB
    b = b

    f.write("%f %f %f \n"%(a,b/30,dados[(q,e)]))

f.write("\n")

f.close()
```

Apêndice C

Aquisição do espaço de períodos experimental

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time
import subprocess

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 30000

amax = 5.0
amin = 1.0

bmax = 2.0
bmin = -2.0

#resolucao do espaco de parametros
resolucao = 200

def calcula_periodo(comando, ruido, Pmax):
    extremo = []

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")

    dimensao = len(a) - 1

    for i in range(dimensao):
        b = a[i].split()
        extremo.append(float(b[0]))

    comando = comando + ' -zminima'

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")
```



```

$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$$
'''

passoA = (amax - amin)/resolucao
passoB = (bmax - bmin)/resolucao

ep = open("ep.txt", "w")

for k in range(resolucao):
    a = amin + k*passoA

for j in range(resolucao):
    b = bmin + j*passoB

saida = Task()
pontos = int32()
parametros = numpy.zeros((2,2), dtype=numpy.float64)

parametros[0, :] = a
parametros[1, :] = b

# configuracao da saida analogica

saida.CreateAOVoltageChan("Dev1/ao0, Dev1/ao1","", -10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
saida.CfgSampClkTiming("",1000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,2)

# escreve os valores nas saidas
saida.WriteAnalogF64(2,0,1.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,parametros, pontos,None)

# inicia a tarefa
saida.StartTask()

#trasiente
time.sleep(0.3)

digital = Task()
byte = numpy.uint32(1)

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateDOChan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#trasiente
time.sleep(0.1)

digital = Task()
byte = numpy.uint32(0)

```

```

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateD0Chan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#trasiente
time.sleep(0.5)

leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3, numero_pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0,Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,3*numero_pontos)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(numero_pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,numero_pontos*3,byref(read),None)

print "periodo para parametros (%f, %f) lido com sucesso! laco %i" %(a/10,b,k)

# abre e salva arquivo da serie temporal

f = open("serie.txt", "w")

for i in range(numero_pontos):
f.write("%f \n"%(data[0][i]))
f.close()

comando = 'extrema "serie.txt"'

periodo = calcula_periodo(comando, 5, 31)
if periodo < 0:
periodo = 0
print "periodo:",periodo
ep.write("%f %f %i \n"%(a/10.0, b, periodo))

ep.write("\n")

ep.close()

```

Apêndice D

Aquisição do espaço de diagramas de bifurcação experimental

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time
import subprocess

'''
Obtem o diagrama de bifurcacao experimental.

Parametros dados em tensao (V).
Conectar a variavel dinamica de interesse (x,y ou z) do circuito na entrada AIO
Parametro 'a' associado a saida analogica A00
Parametro 'b' associado a saida analogica A01
Saida USER1 definida como sinal para zerar cond. ini.

Um arquivo de texto chamado bf.txt sera criado no diretorio com os dados do diagrama
'''

#inicio das configuracoes

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 20000

#intervalo do parametros a ser varrido
amax = 5.0
amin = 1.0

#valor fixado do outro parametro
b = 0.0

#resolucao do espaco do diagrama
resolucao = 10
```



```

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateD0Chan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#transiente
time.sleep(transiente)

leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3, numero_pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0,Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,3*numero_pontos)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(numero_pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,numero_pontos*3,byref(read),None)

print "diagrama de bifurcacao %.2f por cento pronto" %(100*float(k)/float(resolucao))

# abre e salva arquivo da serie temporal

f = open("serie.txt", "w")

for i in range(numero_pontos):
f.write("%f \n"%(data[0][i]))
f.close()

comando = 'extrema "serie.txt"'

data = calcula_extremo(comando)

for i in range(len(data)):
bf.write("%f %f \n"%(a/10.0, data[i]))

bf.close()

```

Apêndice E

Leitura e visualização de atrator experimental

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import pylab
import matplotlib.pyplot as grafico
from mpl_toolkits.mplot3d.axes3d import Axes3D

pontos = 150000
leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3,pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0, Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,1)
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,pontos*3)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(pontos,20.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,pontos*3,byref(read),None)

print "feito %d pontos"%read.value

f = open("serielida.txt", "w")

for i in range(pontos):
f.write("%f %f \n"%(data[0][i],data[1][i]))
f.close()

figure = grafico.figure()
axes = Axes3D(figure)
axes.plot3D(data[0], data[1])
grafico.xlabel('X')
grafico.ylabel('Y')
grafico.title('Atrator Sprott')
figure.add_axes(axes)
grafico.show()
```


Apêndice F

Define parâmetros experimentais(saída analógica)

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math

saidap = Task()
pontos = int32()
data = numpy.zeros((2,2), dtype=numpy.float64)

# alfa aa0
data[0, :] = 1.5
# beta a1
data[1, :] = 0.01

# configuracao da saida analogica

saidap.CreateAIVoltageChan("Dev1/ao0, Dev1/ao1","", -10.0, 10.0, DAQmx_Val_Volts, None)
saidap.CfgSampClkTiming("", 1000.0, DAQmx_Val_Rising, DAQmx_Val_FiniteSamps, 2)

# escreve os valores nas saidas
saidap.WriteAnalogF64(2, 0, 1.0, DAQmx_Val_GroupByChannel, data, pontos, None)

# inicia a tarefa
saidap.StartTask()

# espera ate que todos os dados sejam escritos
saidap.WaitUntilTaskDone(1.0)

print "feito %d pontos escritos"%pontos.value
```


Apêndice G

Calibração da rotina de espaço de períodos

```
from PyDAQmx import *
import numpy
import math
import time
import subprocess

#numero de pontos salva em cada serie temporal
numero_pontos = 30000

amax = 5.0
amin = 1.0

bmax = 2.0
bmin = -2.0

#resolucao do espaco de parametros
resolucao = 200

def calcula_periodo(comando, ruido, Pmax):
    extremo = []

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")

    dimensao = len(a) - 1

    for i in range(dimensao):
        b = a[i].split()
        extremo.append(float(b[0]))

    comando = comando + ' -zminima'

    p = subprocess.Popen(comando, stdout=subprocess.PIPE, stderr=subprocess.PIPE, shell = True).communicate()
    a = p[0].split("\r\n")
```



```

# Configuracao do canal digital p0

digital.CreateD0Chan("Dev1/port0/line0:0","",DAQmx_Val_ChanForAllLines)

# Inicia a tarefa
digital.StartTask()

# Liga ou desliga o pino digital
digital.WriteDigitalScalarU32(1,1.5,byte,None)

#trasiante
time.sleep(0.5)

leitura = Task()
read = int32()
data = numpy.zeros((3, numero_pontos), dtype=numpy.float64)

# configuracao da entrada analogica

leitura.CreateAIVoltageChan("Dev1/ai0,Dev1/ai1, Dev1/ai2","",DAQmx_Val_Cfg_Default,-10.0,10.0,DAQmx_Val_Volts,None)
leitura.CfgSampClkTiming("",10000.0,DAQmx_Val_Rising,DAQmx_Val_FiniteSamps,3*numero_pontos)

# inicia a tarefa
leitura.StartTask()

# le as portas
leitura.ReadAnalogF64(numero_pontos,10.0,DAQmx_Val_GroupByChannel,data,numero_pontos*3,byref(read),None)

print "periodo para parametros (%f, %f) lido com sucesso! laco %i" %(a/10,b,k)

# abre e salva arquivo da serie temporal

f = open("serie.txt", "w")

for i in range(numero_pontos):
f.write("%f \n"%(data[0][i]))
f.close()

comando = 'extrema "serie.txt"'

periodo = calcula_periodo(comando, 5, 31)
if periodo < 0:
periodo = 0
print "periodo:",periodo
ep.write("%f %f %i \n"%(a/10.0, b, periodo))

ep.write("\n")

ep.close()

```