

GABARITO – PROCESSO SELETIVO 02/2022 - MATEMÁTICA

Questão 1 (2,5 pontos)

“O tempo é uma das variáveis chaves para a Matemática Financeira. Existem duas formas básicas para considerar a evolução do custo do dinheiro no tempo: o regime de capitalização simples e o regime de capitalização composta” (BRUNI; FAMÁ, 2012). Discorra sobre o regime de capitalização composta ou regime de juros compostos e exemplifique.

Resposta esperada (Mathias; Gomes, 2004, p. 99 e Bruni; Famá, 2012, p. 184):

Alguns elementos básicos existirão em Matemática Financeira, independentemente do regime de capitalização.

Capital Inicial, principal ou valor presente (VP): é a quantidade de dinheiro que alguém tem disponível hoje e concorda em ceder a outro, por um determinado período, mediante determinada remuneração;

Juros (j): equivalem ao aluguel do dinheiro ou a remuneração paga para que um indivíduo ceda temporariamente o capital que dispõe;

Taxa de juros (i): comumente representada em forma de porcentagem;

Montante ou valor futuro (VF): é o resultado da aplicação do capital inicial. Matematicamente representa a soma do capital inicial mais os juros capitalizados durante o período;

Tempo (n): corresponde à duração (em dias, meses ou ano) da operação financeira.

O tempo e a taxa de juros devem estar sempre na mesma unidade. Se o período for em meses e a taxa for ao ano, se faz necessária a equivalência da taxa de juros. Portanto, no regime composto nunca se deve multiplicar ou dividir a taxa de juros, sempre que possível os prazos devem ser convertidos para a mesma base das taxas. Se não for possível utiliza-se a seguinte fórmula para fazer a equivalência:

$$(1 + i_{ano})^1 = (1 + i_{mês})^{12}, \text{ caso queira-se converter a taxa de mês para ano, ou vice-versa.}$$

No regime de capitalização composta, a incidência de juros ocorre sempre de forma cumulativa. A taxa de juros incidirá **sobre o montante acumulado** no final do período anterior. Por exemplo, em uma operação de empréstimo de R\$1.000,00 por quatro anos a uma taxa de 20% a.a., os juros de cada período incidirão sempre sobre o montante do final do período anterior. Assim a composição dos valores futuros, mediante o emprego de juros simples e compostos, pode ser vista no quadro 1.

n	Juros simples		Juros compostos	
	Juro por período	montante	Juro por período	montante
1	$1.000 \times 0,2 = 200$	1.200	$1.000 \times 0,2 = 200$	1.200
2	$1.000 \times 0,2 = 200$	1.400	$1.200 \times 0,2 = 240$	1.440
3	$1.000 \times 0,2 = 200$	1.600	$1.440 \times 0,2 = 288$	1.728
4	$1.000 \times 0,2 = 200$	1.800	$1.728 \times 0,2 = 346$	2.074

Verifica-se que a formação do montante no juro simples é linear enquanto que no juro composto é exponencial. O montante (VF) calculado na capitalização composta supera aquele obtido na capitalização simples.

Pd

Questão 2 (2,5 pontos)

Um computador é vendido por R\$3.000,00 à vista, ou, então, com uma entrada mais três parcelas mensais de R\$800,00 cada uma. Se a loja financia suas vendas com uma taxa de juros compostos de 3,5% a.m., qual o valor da entrada?

Resposta esperada (Hazzan; Pompeu, 2007, p. 112):

$$3.000 = \text{entrada} + \frac{800}{(1,035)^1} + \frac{800}{(1,035)^2} + \frac{800}{(1,035)^3}$$

$$3.000 = \text{entrada} + 772,95 + 746,81 + 721,55$$

$$758,69 = \text{entrada}$$

Pwlo

Questão 3 (2,5 pontos)

Uma empresa pretende ampliar seus investimentos na área de transportes e analisa a viabilidade do seguinte projeto:

Ano	Fluxo de Caixa
0	-R\$ 20.000,00
1	R\$ 5.000,00
2	R\$ 6.000,00
3	R\$ 7.000,00
4	R\$ 8.000,00
5	R\$ 9.000,00

Sabe-se que a empresa espera um retorno mínimo de 15% a.a. sobre o investimento.

- a) Aplicando o critério de *payback*, em quanto tempo (dias, meses e ano) o capital inicial é recuperado pela empresa?

Ano	Fluxo de Caixa	Fluxo de Caixa acumulado
0	-R\$ 20.000,00	-R\$ 20.000,00
1	R\$ 5.000,00	-R\$ 15.000,00
2	R\$ 6.000,00	-R\$ 9.000,00
3	R\$ 7.000,00	-R\$ 2.000,00
4	R\$ 8.000,00	R\$ 6.000,00
5	R\$ 9.000,00	R\$ 15.000,00

3 anos e 3 meses (fração do ano, $2.000,00/8.000,00=0,25$). O payback corresponde ao tempo necessário que os fluxos de caixa positivos recuperem os fluxos de caixa negativos.

- b) Se aplicar o critério do Valor Presente Líquido (VPL), o projeto é viável? Justifique.

Passos na HP12C

f clear FIN

20.000,00 CHS g CF0;

5.000,00 g CFj;

6.000,00 g CFj;

7.000,00 g CFj;

8.000,00 g CFj;

9.000,00 g CF j;

15 i;

f NPV = 2.535,92

P. A. S.

Sim, o projeto é viável visto que o valor do VPL é maior do que zero. O que significa que os benefícios futuros recebidos pela empresa são superiores ao valor inicial do investimento e portanto, o investimento é viável.

c) Se aplicar o critério da Taxa Interna de Retorno (TIR), o projeto é viável? Justifique.

Passos na HP12C

f clear FIN

20.000,00 CHS g CF₀;

5.000,00 g CF₁;

6.000,00 g CF₂;

7.000,00 g CF₃;

8.000,00 g CF₄;

9.000,00 g CF₅;

f IRR = 19,71% a.a.

Sim, o projeto é viável visto que o valor da TIR é maior do que a TMA ($19,71\% > 15\%$). O que significa que a rentabilidade do fluxo de caixa é superior ao custo de oportunidade (TMA) da empresa.

d) Aplicando o critério do Índice de Lucratividade (IL), o projeto é viável? Justifique.

Ano	Fluxo de Caixa	VP
0	-R\$ 20.000,00	-R\$ 20.000,00
1	R\$ 5.000,00	R\$ 4.347,83
2	R\$ 6.000,00	R\$ 4.536,86
3	R\$ 7.000,00	R\$ 4.602,61
4	R\$ 8.000,00	R\$ 4.574,03
5	R\$ 9.000,00	R\$ 4.474,59

IL=somatório dos VP dos fluxos de caixa positivos/investimento
inicial=22.535,92/20.000,00=1,1268

Significa que a cada R\$1,00 investido no projeto, há um retorno de R\$0,1268

Silva, 2010, p. 173

Ponto

Questão 4 (2,5 pontos)

Uma empresa toma emprestado R\$100.000,00 de um banco de desenvolvimento com as seguintes condições:

- Prazo de amortização: 4 meses de amortização com mais 6 meses de carência. Durante a carência o mutuário paga trimestralmente somente os encargos de juros e comissão do banco;
- Sistema de amortização: Sistema de Amortização Constante (SAC);
- Taxa de juros: 18% ao ano (taxa efetiva);
- Comissão do banco: 0,1% ao mês calculada sobre o saldo devedor;
- IOF (Imposto sobre operações financeiras): 0,38% sobre o valor do financiamento (principal) e descontado integralmente na liberação dos recursos ao mutuário.

Pede-se elaborar a planilha de desembolsos desse empréstimo.

Utilize 4 casas decimais.

Se usar as funções da HP12C, os passos devem ser descritos na resposta.

Resposta esperada (Assaf, 2009, p. 220)

$$18\%a.a=1,19\%a.m=4,22\%a.t$$

Período (meses)	Saldo devedor	Amortização	Comissão	IOF	Juros	Prestação
0	100.000,00	-		380,00	-	380,00
3	100.000,00	-	300,00	-	4.220,00	4.520,00
6	100.000,00	-	300,00	-	4.220,00	4.520,00
7	75.000,00	25.000,00	100,00	-	1.390,00	26.490,00
8	50.000,00	25.000,00	75,00	-	1.042,50	26.117,50
9	25.000,00	25.000,00	50,00	-	695,00	25.745,00
10	-	25.000,00	25,00	-	347,50	25.372,50
total	-	100.000,00	850,00	380,00	11.915,00	113.145,00



Paul