UDESC
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO 06/2025
Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 01) Considere a função racional $f(x) = \dfrac{x-2}{x^3 - 3x^2 - x + 3}$

(a) Determine as raízes do polinômio do denominador de $f(x)$.

(b) Determine o domínio da função $f(x)$.

(c) Determine para quais valores de x temos $f(x) \leq 0$.

Tópicos da ementa: Funções de uma variável, Fatoração de polinômios, Inequações.

Referências:

[1] DEMANA, Franklin D et al. Pré-cálculo. 2. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2013. 452 p.

[2] FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6.ed. rev., e ampl. São Paulo: Prentice-Hall do Brasil, c2007. 448 p.

(a) Conforme [1], Cap. 10, Raízes de funções polinomiiais, pág. 121 e 124.

Primeiro testamos possíveis raízes racionais: ± 1, ± 3.

Testando $x = 1$ descobrimos que $x = 1$ é uma raiz. Assim, podemos dividir o polinômio por $(x-1)$.

Fazendo a divisão obtemos $x^3 - 3x^2 - x + 3 = (x-1)(x^2 - 2x - 3)$.

Fatorando o termo quadrático obtemos $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$.

As raízes do denominador são: $x = -1, \quad x = 1, \quad x = 3$.

(b) Conforme [1], Cap. 7, Domínio e imagem, a partir da página 71.

A função racional está definida para todos os reais, exceto onde o denominador é zero. Portanto $Dom(f) = \mathbb{R} \setminus \{-1, 1, 3\}$.

UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

(c) Conforme [2], Seção 1.4 e 1.5, a partir da página 5.

Sendo o numerador $x-2$ e o denominador $(x-1)(x+1)(x-3)$, os pontos que anulam algum fator são $-1,\ 1,\ 2,\ 3$.

Fazendo um quadro de sinais:

- $x < -1$: numerador < 0, denominador $< 0 \Rightarrow f > 0$.
- $-1 < x < 1$: numerador < 0, denominador $> 0 \Rightarrow f < 0$.
- $1 < x < 2$: numerador < 0, denominador $< 0 \Rightarrow f > 0$.
- $2 < x < 3$: numerador > 0, denominador $< 0 \Rightarrow f < 0$.
- $x > 3$: numerador > 0, denominador $> 0 \Rightarrow f > 0$.

Como $x = -1, 1, 3$ não pertencem ao domínio e $f(2) = 0$ então as soluções de $f(x) \leq 0$ são os intervalos $(-1,\ 1)\ \cup\ [2,\ 3)$.

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

Avaliador 3: Rogério Simões

Avaliador 2: Eduardo Müller dos Santos

Presidente da Banca: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO 06/2025
Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 02)

(a) Escreva a definição de derivada de uma função real $y = f(x)$;

(b) Calcule a derivada da função $f(x) = x^2$, pela definição;

(c) Escreva as principais regras de derivação, citando ao menos cinco regras. Não é preciso demonstrar essas regras.

Tópicos da ementa: Derivada.

Referências:

[1] FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6.ed. rev., e ampl. São Paulo: Prentice-Hall do Brasil, c2007. 448 p.

A definição de derivada pode ser encontrada em qualquer livro de Cálculo, em particular, na página 121 (Seção 4.4) de [1]. Quanto as regras de derivação, em [1] é apresentado uma lista de seis regras a partir da página 133 (Seção 4.11), a regra de cadeia para função composta na página 139 (Seção 4.13) e a regra para função inversa na página 143 (Seção 4.14).

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

Avaliador 3: Rogério Simões

Avaliador 2: Eduardo Müller dos Santos

Presidente da Banca: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO 06/2025
Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 03)

(a) Explique como as derivadas de uma função $y = f(x)$ são usadas para determinar os pontos de máximo e mínimo (relativos) dessa função.

(b) Calcule didaticamente os pontos de máximo e mínimo locais da função $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$, $x \in \mathbb{R}$.

<u>Tópicos da ementa</u>: Aplicação de Derivada.
<u>Referências</u>:
[1] FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6.ed. rev., e ampl. São Paulo: Prentice-Hall do Brasil, c2007. 448 p.

(a) A aplicação da derivada para o cálculo de máximos e mínimos de função reais de uma variável real pode ser encontrada em qualquer livro de Cálculo. Em particular nas Seções de 5.4 a 5.9 de [1], em especial, Proposição 5.4.4 e Teoremas 5.7.1, 5.7.3.

(b) Para $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$ calculamos a derivada primeira e os respectivos pontos críticos usando o critério da primeira derivada:

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2) \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 2.$$

Agora, calculamos a segunda derivadas para classificar os pontos críticos: $f''(x) = 6x - 6$.
Avaliações:

$$f''(0) = 6 \cdot 0 - 6 = -6 < 0 \quad \Rightarrow \quad x = 0 \text{ é um máximo local}$$
$$f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6 > 0 \quad \Rightarrow \quad x = 2 \text{ é um mínimo local}$$

UDESC
UNIVERSIDADE
DO ESTADO DE
SANTA CATARINA

Valores: $f(0) = 3, \qquad f(2) = -1.$

Portanto, o máximo local é $(0, 3)$ e o mínimo local é $(2, -1)$.

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

Avaliador 3: Rogério Simões

Avaliador 2: Eduardo Müller dos Santos

Presidente da Banca: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

UDESC
UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

PROCESSO SELETIVO 06/2025
Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 04)

(a) Escreva a definição de integral definida.

(b) Explique como é calculada, na prática, uma integral $\displaystyle\int_a^b f(x)\,dx$

(c) Explique como a integral definida é usada para calcular áreas de regiões planas. Dê um exemplo e resolva a integral.

Tópicos da ementa: Integral definida. aplicações da integral definida.

Referências:

[1] FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6.ed. rev., e ampl. São Paulo: Prentice-Hall do Brasil, c2007. 448 p.

A definição de integral definida, o cálculo usando o Teorema Fundamental do Cálculo e o uso da integral definida para calcular áreas de regiões planas pode ser encontrada em qualquer livro de Cálculo. Em particular, em [1], nas respectivas seções:

(a) Seção 6.9 para a definição de integral definida;

(b) Seção 6.10 para o cálculo;

(c) Seção 6.12 para para calcular áreas de regiões planas.

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro **Avaliador 3: Rogério Simões**

Avaliador 2: Eduardo Müller dos Santos **Presidente da Banca: Thiane Pereira P. Coliboro**

Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 05) Resolva a integral

$$\iint_R y^3\, dA$$

em que R é a região de integração delimitada pelas curvas $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, acima do eixo X.

Tópicos da ementa: Técnicas de integração, Integral definida, Mudança de variáveis em integrais múltiplas.

Referências:

[1] FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo A: funções, limite, derivação e integração. 6.ed. rev., e ampl. São Paulo: Prentice-Hall do Brasil, c2007. 448 p.

[2] GONÇALVES, Mírian Buss; FLEMMING, Diva Marília. Cálculo B: funções de várias variáveis, integrais múltiplas, integrais curvilíneas e de superfície. 2. ed. rev. e ampl. São Paulo: Pearson/Prentice-Hall, 2007. 435 p.

Esta integral dupla deve ser resolvida usando coordenadas polares, devido a região de integração. A mudança de variável usando coordenadas polares para integrais duplas está definida a partir da página 245 (Seção 7.7.1) de [2]. Durante a resolução da integral com relação a θ, usa-se técnicas de integração para potências de funções trigonométricas, descritas a partir da página 296 (Seção 7.2) de [1].

Vamos resolver a integral:

$$\iint_R y^3\, dA,$$

onde R é a região entre os círculos $x^2 + y^2 = 1$ e $x^2 + y^2 = 4$, **acima** do eixo X. Ou seja, é a coroa circular entre raios 1 e 2, apenas na parte superior.

UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Usando coordenadas polares: $y = r\sin\theta, \qquad dA = r\,dr\,d\theta.$

A região corresponde a: $1 \le r \le 2, \qquad 0 \le \theta \le \pi.$

A integral fica:

$$\iint_R y^3\,dA = \int_0^\pi \int_1^2 (r\sin\theta)^3\,r\,dr\,d\theta = \int_1^2 r^4\,dr \int_0^\pi \sin^3\theta\,d\theta.$$

Integra em r:

$$\int_1^2 r^4\,dr = \left[\frac{r^5}{5}\right]_1^2 = \frac{32-1}{5} = \frac{31}{5}.$$

Integra em θ:

Usa-se $\sin^3\theta = \sin^2\theta\sin\theta = (1-\cos^2\theta)\sin\theta.$

Substitui-se: $u = \cos\theta, \qquad du = -\sin\theta\,d\theta.$

Então:

$$\int \sin^3\theta\,d\theta = -\int (1-u^2)\,du = -\left(u - \frac{u^3}{3}\right) + C = -\cos\theta + \frac{\cos^3\theta}{3} + C.$$

$$\int_0^\pi \sin^3 x\,dx = \left[\frac{\cos^3 x}{3} - \cos x\right]_0^\pi = \left[-\frac{1}{3}+1\right] - \left[\frac{1}{3}-1\right] = \frac{4}{3}$$

Portanto: $\displaystyle\iint_R y^3\,dA = \frac{31}{5}\cdot\frac{4}{3} = \frac{124}{15}.$

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

Avaliador 3: Rogério Simões

Avaliador 2: Eduardo Müller dos Santos

Presidente da Banca: Thiane Pereira Poncetta Coliboro

Assinaturas do documento

Código para verificação: **G2X0TB17**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

THIANE PEREIRA PONCETTA COLIBORO (CPF: 047.XXX.979-XX) em 19/11/2025 às 17:01:08
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:34:16 e válido até 30/03/2118 - 12:34:16.
(Assinatura do sistema)

EDUARDO MÜLLER DOS SANTOS (CPF: 051.XXX.829-XX) em 19/11/2025 às 18:10:27
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:48:13 e válido até 30/03/2118 - 12:48:13.
(Assinatura do sistema)

ROGERIO SIMOES (CPF: 186.XXX.828-XX) em 19/11/2025 às 18:16:45
Emitido por: "SGP-e", emitido em 19/01/2024 - 13:54:32 e válido até 19/01/2124 - 13:54:32.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNDYzODZfNDY0MTdfMjAyNV9HMlgwVEIxNw== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00046386/2025** e o código **G2X0TB17** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.