PROCESSO SELETIVO 06/2026
Área de Conhecimento: MATEMÁTICA
PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Gabarito em anexo, assinado pelos membros da banca.

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital, para evitar problemas o professor deverá citar o capítulo/pagína do livro utilizado.

Membros da Banca:

_____ **Avaliador 1: Thiane Pereira Poncetta Coliboro**	_____ **Avaliador 3: Carlos Alberto Barth**
_____ **Avaliador 2: Paulo Roberto Farah**	_____ **Presidente da Banca: Thiane Pereira Poncetta Coliboro**

Pág. 01 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

Nos gabaritos abaixo, consideramos a Blibliografia do Edital 06/2026:

[1] LIPSCHUTZ, Seymour; LIPSON, Marc. **Matemática discreta**. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. 471 p. (Schaum). ISBN 9788565837736 (broch.).

[2] GERSTING, Judith L. **Fundamentos matemáticos para a ciência da computação**: um tratamento moderno de matemática discreta. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, c2017. 884 p. ISBN 9788581632597 (broch.)

[3] ROSEN, Kenneth H. **Matemática discreta e suas aplicações**. 6.ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009. 982 p. ISBN 9788577260362 (broch.).

Questão 01) Com relação a Progressão Aritmética (PA) e Progressão Geométrica (PG), responda:

(a) Escreva a definição de PA, a fórmula do termo geral e a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PA ($n > 1$ e razão $r \neq 1$).

(b) Escreva a fórmula do termo geral da PA $\{12, 17, 22, 27, \cdots, 92\}$ e forneça o valor da soma dos termos dados.

(c) Escreva a definição de PG, a fórmula do termo geral e a fórmula da soma dos n primeiros termos de uma PG ($n > 1$).

(d) Em uma PG temos $a_4 + a_6 = 120$ e $a_7 + a_9 = 960$. Calcular o valor da razão r e de a_1. Fornecer também os nove primeiros termos.

Gabarito 01)

(a) Conforme [2], Seção 2.2, Exercícios 28, página 114.

Termo geral: $a_1 = a,\ a_n = a_1 + (n-1)d$

28. Uma *progressão aritmética* é uma sequência de termos com um termo inicial a tal que cada termo a seguir é obtido somando-se uma *mesma parcela d* ao termo anterior. Prove a fórmula para a soma dos n primeiros termos de uma progressão aritmética ($n \geq 1$):

$$a + (a + d) + (a + 2d) + \cdots + [a + (n-1)d] = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$$

(b) Conforme [2], Seção 2.2, Exercícios 29 (d), página 114.

$a_n = 12 + (n-1)5$ e $a_{17} = 12 + 16 \cdot 5 = 92$ e $soma = (12 + 92)\frac{17}{2} = 884$

(c) Conforme [2], Seção 2.2, Exercícios 27, página 114.

Termo geral: $a_1 = a,\ a_n = a_1\, r^{n-1}$

27. Uma *progressão geométrica* é uma sequência de termos com um termo inicial a tal que cada termo a seguir é obtido multiplicando-se o termo anterior por uma *mesma razão r*. Prove a fórmula para a soma dos n primeiros termos de uma progressão geométrica ($n > 1$) com razão $r \neq 1$:

$$a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} = \frac{a - ar^n}{1 - r}$$

Pág. 02 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

(d) Sabemos que o termo geral de uma progressão geométrica é dado por $a_n = a_1 \cdot r^{n-1}$.

Usando as informações do enunciado e a fórmula do termpo geral temos:

$$\begin{aligned} 120 &= a_4 + a_6 = a_1 r^3 + a_1 r^5 = a_1 r^3 (1 + r^2) \\ 960 &= a_7 + a_9 = a_1 r^6 + a_1 r^8 = a_1 r^6 (1 + r^2) \end{aligned}$$

Dividindo as equações acima temos:

$$\frac{a_1 r^6 (1 + r^2)}{a_1 r^3 (1 + r^2)} = \frac{960}{120} \Rightarrow r^3 = 8 \Rightarrow r = 2$$

Para a_1, substituímos $r = 2$ em $120 = a_1 r^3 (1 + r^2)$, obtendo $a_1 = 3$.

Os nove primeiros termos são: 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 384 e 768.

Questão 02) Resolva os itens abaixo, explicando a sua resolução e **citando** os tópicos da Análise Combinatória usados.

(a) Uma classe tem 10 estudantes com 6 homens e 4 mulheres. Encontre o número de maneiras para selecionar um comitê com:

- **(i)** 4 membros entre os estudantes, independente do sexo.
- **(ii)** 4 membros, com 2 homens e 2 mulheres.
- **(iii)** um presidente, um vice-presidente e um tesoureiro, independente do sexo.

(b) Encontre o número de anagramas que podem ser formados com as letras da palavra "FANFARRA".

(c) Encontre o número de estudantes em uma faculdade, estudando pelo menos um dos idiomas francês, alemão ou russo, dadas as seguintes informações:

- 65 estudam francês, 45 estudam alemão, 42 estudam russo;
- 20 estudam francês e alemão, 25 estudam francês e russo, 15 estudam alemão e russo;
- 8 estudam as três línguas.

Gabarito 02)

(a) Conforme [1], Problema Resolvido 5.16, página 97 (Permutação e Combinação)

Pág. 03 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

5.16 Uma classe tem 10 estudantes com 6 homens e 4 mulheres. Encontre o número n de maneiras para:

(a) Selecionar um comitê de 4 membros entre os estudantes.

(b) Selecionar um comitê de 4 membros com 2 homens e 2 mulheres.

(c) Eleger um presidente, um vice-presidente e um tesoureiro.

(a) Isso se refere a combinações e não a permutações, pois a ordem não é relevante em uma comissão. Há "10 escolhem 4" de tais comitês. Ou seja:

$$n = C(10,\ 4) = \binom{10}{4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

(b) Os dois homens podem ser escolhidos a partir dos seis homens de $C(6, 2)$ maneiras, e as duas mulheres podem ser escolhidas a partir das quatro mulheres de $C(4, 2)$ maneiras. Assim, pela Regra do Produto:

$$n = \binom{6}{2}\binom{4}{2} = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 15(6) = 90$$

(c) Isso se refere a permutações e não a combinações, pois a ordem é relevante. Logo,

$$P(10, 3) = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720.$$

(b) Conforme [1], analógo ao Exemplo 5.5, página 91 (Permutação com Repetição). Com a palavra "FANFARRA" obtemos $\dfrac{8!}{3!\ 2!\ 2!} = 1680$ anagramas.

(c) Conforme [1], Exemplo 5.11, página 97 (Princípio da Inclusão-Exclusão)

Exemplo 5.11 Encontre o número de alunos de matemática, em uma faculdade, estudando pelo menos um dos idiomas francês, alemão e russo, dadas as seguintes informações:

65 estudam francês, 20 estudam francês e alemão,
45 estudam alemão, 25 estudam francês e russo, 8 estudam as três línguas.
42 estudam russo, 15 estudam alemão e russo.

Queremos encontrar $n(F \cup G \cup R)$, onde F, G e R denotam os conjuntos de alunos estudando francês, elemão e russo, respectivamente.

Pelo Princípio de Inclusão-Exclusão,

$$\begin{aligned} n(F \cup G \cup R) &= n(F) + n(G) + n(R) - n(F \cap G) - n(F \cap R) - n(G \cap R) + n(F \cap G \cap R) \\ &= 65 + 45 + 42 - 20 - 25 - 15 + 8 = 100 \end{aligned}$$

Questão 03) Considerando a teoria de Relações, responda:

(a) Para as relações R e S dada abaixo, determine a relação $R \circ S$.

$$R = \{(1, b), (2, a), (2, c)\} \quad \text{e} \quad S = \{(a, y), (b, x), (c, y), (c, z)\}$$

(b) Considere as quatro relações a seguir sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$:

$$\begin{aligned} R_1 &= \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 3)\} \\ R_2 &= \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3)\} \\ R_3 &= \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\} \\ A \times A &= \text{relação universal} \end{aligned}$$

Pág. 04 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

Justificando, determine se cada uma das relações acima sobre A é

(i) reflexiva; **(ii)** simétrica; **(iii)** transitiva; **(iv)** antissimétrica.

Gabarito 03)

(a) Conforme [1], Problema Resolvido 2.5, página 34.
$R \circ S = \{(1, x), (2, y), (2, z)\}$

(b) Conforme [1], Problema Resolvido 2.9, página 36.

2.9 Considere as cinco relações a seguir sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$:

$$R = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (3, 3)\}, \qquad \emptyset = \text{relação vazia}$$
$$S = \{(1, 1)(1, 2), (2, 1)(2, 2), (3, 3)\}, \qquad A \times A = \text{relação universal}$$
$$T = \{(1, 1), (1, 2), (2, 2), (2, 3)\}$$

Determine se cada uma das relações acima sobre A é: (a) reflexiva; (b) simétrica; (c) transitiva; (d) antissimétrica.

(a) R não é reflexiva, uma vez que $2 \in A$, mas $(2, 2) \notin R$. T não é reflexiva, pois $(3, 3) \notin T$ e, analogamente, $\emptyset$ não é reflexiva. S e $A \times A$ são reflexivas.

(b) R não é simétrica, uma vez que $(1, 2) \in R$, mas $(2, 1) \notin R$, e, analogamente, T não é simétrica. S, $\emptyset$, e $A \times A$ são simétricas.

(c) T não é transitiva, uma vez que $(1, 2)$ e $(2, 3)$ pertencem a T, mas $(1, 3)$ não pertence. As outras quatro relações são transitivas.

(d) S não é antissimétrica, uma vez que $1 \neq 2$ e $(1, 2)$ e $(2, 1)$ pertencem a S. Analogamente, $A \times A$ não é antissimétrica. As outras três relações são antissimétricas.

Questão 04)

(a) Escreva a definição da relação de congruência *módulo* m (m inteiro positivo) entre dois números inteiros a e b.

(b) Em cada um dos itens abaixo, determine o valor de b:

(i) $13 \equiv b \pmod 2$

(ii) $-97 \equiv b \pmod{11}$

(c) Demonstre o seguinte teorema: Considere m como um número inteiro positivo. Se $a \equiv b \pmod m$ e $c \equiv d \pmod m$, então

$$a + c \equiv b + d \pmod m \quad \text{e} \quad ac \equiv bd \pmod m.$$

Gabarito 04)

Pág. 05 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

(a) Conforme [3], seção 3.4, páginas 201 a 203 (Definição 3)

Se a e b forem números inteiros e m for um número inteiro positivo, então a é *congruente a b módulo m* se m divide $a - b$. Usamos a notação $a \equiv b \pmod{m}$ para indicar que a é congruente a b módulo m. Se a e b não forem congruentes módulo m, escrevemos $a \not\equiv b \pmod{m}$.

(b) (i) 1 pois $13 - 1 = 12 = 4 \cdot 3$

(ii) 2 pois $-97 - 2 = -99 = -9 \cdot 11$

(c) Conforme [3], seção 3.4, páginas 201 a 203 (Teorema 5)

Considere m como um número inteiro positivo. Se $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$, então
$a + c \equiv b + d \pmod{m}$ e $ac \equiv bd \pmod{m}$.

Demonstração: Como $a \equiv b \pmod{m}$ e $c \equiv d \pmod{m}$, há números inteiros s e t com $b = a + sm$ e $d = c + tm$. Assim,

$$b + d = (a + sm) + (c + tm) = (a + c) + m(s + t)$$

e

$$bd = (a + sm)(c + tm) = ac + m(at + cs + stm).$$

Assim,

$a + c \equiv b + d \pmod{m}$ e $ac \equiv bd \pmod{m}$. ◁

Questão 05)

(a) Explique com as suas palavras (ou escreva a definição formal) do Primeiro Princípio de Indução Finita.

(b) Usando o Primeiro Princípio de Indução Finita, prove de que a soma dos primeiros n números ímpares é n^2.

(c) Usando o Primeiro Princípio de Indução Finita, prove a seguinte proposição:

Para todo $n \geq 0$ vale $P(n) : 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1$.

Gabarito 05)

(a) Conforme [1], Seção 1.8, página 12.

Princípio de Indução Matemática I: Seja P uma proposição definida sobre os inteiros positivos $\mathbf{N}$; isto é, $P(n)$ é verdadeira ou falsa para cada $n \in \mathbf{N}$. Suponha que P tem as duas propriedades a seguir:

(i) $P(1)$ é verdadeira.

(ii) $P(k + 1)$ é verdadeira sempre que $P(k)$ for verdadeira.

Então P é verdadeira para todo inteiro positivo $n \in \mathbf{N}$.

Pág. 06 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

(b) Conforme [1], Exemplo 1.13, página 12.

Exemplo 1.13 Seja P a proposição de que a soma dos primeiros n números ímpares é n^2; ou seja,

$$P(n) : 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

(O k-ésimo número ímpar é $2k - 1$, e o próximo número ímpar é $2k + 1$.) Observe que $P(n)$ é verdadeira para $n = 1$; a saber,

$$P(1) : 1 = 1^2$$

Assumindo que $P(k)$ é verdadeira, adicionamos $2k + 1$ a ambos os lados, obtendo

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2k - 1) + (2k + 1) = k^2 + (2k + 1) = (k + 1)^2$$

o que é $P(k + 1)$. Em outras palavras, $P(k + 1)$ é verdadeira quando $P(k)$ é verdadeira. Pelo Princípio de Indução Matemática, P é verdadeira para todo n.

(c) Conforme [1], Problema Resolvido 1.25, página 18.

1.25 Prove a seguinte proposição (para $n \geq 0$):

$$P(n) : 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

$P(0)$ é verdadeira, uma vez que $1 = 2^1 - 1$. Assumindo que $P(k)$ é verdadeira, somamos 2^{k+1} a ambos os lados de $P(k)$, obtendo

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \cdots + 2^k + 2^{k+1} = 2^{k+1} - 1 + 2^{k+1} = 2(2^{k+1}) - 1 = 2^{k+2} - 1$$

que resulta em $P(k + 1)$. Isto é, $P(k + 1)$ é verdadeira se $P(k)$ é verdadeira. Pelo Princípio de Indução, $P(n)$ é verdadeira para todo n.

Pág. 07 de 07 - Documento assinado digitalmente. Para conferência, acesse o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo UDESC 00041400/2026 e o código VDY076Q6.

Assinaturas do documento

Código para verificação: **VDY076Q6**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

THIANE PEREIRA PONCETTA COLIBORO (CPF: 047.XXX.979-XX) em 19/10/2026 às 09:21:43
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:34:16 e válido até 30/03/2118 - 12:34:16.
(Assinatura do sistema)

PAULO ROBERTO FARAH (CPF: 017.XXX.209-XX) em 19/10/2026 às 09:56:00
Emitido por: "SGP-e", emitido em 13/07/2018 - 14:57:12 e válido até 13/07/2118 - 14:57:12.
(Assinatura do sistema)

CARLOS ALBERTO BARTH (CPF: 818.XXX.039-XX) em 19/10/2026 às 11:28:51
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:40:22 e válido até 30/03/2118 - 12:40:22.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwNDE0MDBfNDE0MTBfMjAyNl9WRFkwNzZRNg== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00041400/2026** e o código **VDY076Q6** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.