

PROCESSO SELETIVO 04/2026

Área de Conhecimento: Ciências Exatas e da Terra - Engenharias - Matemática - Física.

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA (Espelho de Prova)

Questão 1 – Equação Logarítmica (1,0 ponto)

Equação (exemplo reconstruído):

$$\log_3(x + 3) - \log_3(x - 4)(x + 3) = 1$$

Resolução:

1. Aplicar propriedade de logaritmo: $\log a - \log b = \log(a/b)$

$$\log_3 \frac{x + 3}{(x - 4)(x + 3)} = 1$$

2. Simplificar:

$$\frac{x + 3}{(x - 4)(x + 3)} = \frac{1}{x - 4}$$
$$\log_3 \frac{1}{x - 4} = 1$$

3. Converter para exponencial:

$$\frac{1}{x - 4} = 3^1 = 3 \Rightarrow x - 4 = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{13}{3}$$

Gabarito:

$$\boxed{x = \frac{13}{3}}$$

Questão 2 – Equação Modular (1,0 ponto)

Equação:

$$|3x + 2| = 5 - x$$

Resolução:

1. Dividir em casos:

- Caso 1: $3x + 2 \geq 0 \Rightarrow 3x + 2 = 5 - x \Rightarrow 4x = 3 \Rightarrow x = 3/4$
- Caso 2: $3x + 2 < 0 \Rightarrow -(3x + 2) = 5 - x \Rightarrow -3x - 2 = 5 - x \Rightarrow -2x = 7 \Rightarrow x = -7/2$

2. Verificar consistência com o sinal do módulo:

$x = 3/4$ satisfaz $3x + 2 \geq 0$

$x = -7/2$ não satisfaz $3x + 2 < 0$

Gabarito:

$$x = 3/4$$

Questão 3 – Inequações (1,0 ponto)

Inequação quociente

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 1} < 0$$

Passo 1 – Fatorar numerador e denominador

- Numerador: $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$
- Denominador: $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$

Inequação:

$$\frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 1)(x + 1)} < 0$$

Passo 2 – Identificar zeros e pontos críticos

- Zeros do numerador: $x = 2, 3$
- Zeros do denominador (não incluídos no domínio): $x = -1, 1$

Intervalos:

$$(-\infty, -1), (-1, 1), (1, 2), (2, 3), (3, \infty)$$

Passo 3 – Testar sinais em cada intervalo

Produto/quociente negativo?

- Intervalo $(-\infty, -1)$:
 $(x - 2)(x - 3)/(x - 1)(x + 1) = (-)(-)/(-)(-) = +$ (não)
- Intervalo $(-1, 1)$:
 $(-)(-)/(-)(+) = +/- = -$ (sim)
- Intervalo $(1, 2)$:
 $(-)(-)/(+)(+) = +/+ = +$ (não)
- Intervalo $(2, 3)$:
 $(+)(-)/(+)(+) = -/+ = -$ (sim)
- Intervalo $(3, \infty)$:
 $(+)(+)/(+)(+) = +$ (não)

Passo 4 – Determinar solução final

- Excluir $x = -1, 1$ (denominador = 0)
- Intervalos válidos: $(-1, 1)$ e $(2, 3)$

Solução Questão 3

$$x \in (-1, 1) \cup (2, 3)$$

Questão 4 – Produto Escalar (1,0 ponto)

Dados: $|\mathbf{u}| = 2$, $|\mathbf{v}| = 3$, ângulo $\theta = 3\pi/4$

$$(2\mathbf{u} - \mathbf{v}) \cdot (\mathbf{u} - 2\mathbf{v}) = 2|\mathbf{u}|^2 - 5(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) + 2|\mathbf{v}|^2$$

$$\begin{aligned} \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} &= 2 \cdot 3 \cdot \cos(3\pi/4) = -3\sqrt{2} \\ 2 \cdot 4 - 5(-3\sqrt{2}) + 2 \cdot 9 &= 26 + 15\sqrt{2} \end{aligned}$$

Gabarito:

$$\boxed{26 + 15\sqrt{2}}$$

Questão 5 – Área de paralelogramo (1,0 ponto)

$$\mathbf{u} = 4\hat{i} + 2\hat{k}, \mathbf{v} = 2\hat{i} + 3\hat{k}$$

Produto vetorial:

$$\mathbf{u} \times \mathbf{v} = (0, -2, 0)$$

$$\text{Área: } |\mathbf{u} \times \mathbf{v}| = 2$$

Gabarito:

$$\boxed{\text{Área} = 2}$$

Questão 6 – Equação do plano (1,0 ponto)

Passo 1 – Obter um vetor diretor da reta

O vetor diretor \vec{d} da reta é dado pelos coeficientes de t :

$$\vec{d} = (1, -1, 2)$$

Passo 2 – Escolher um ponto da reta

Quando $t = 0$:

$$x = 0, y = 2, z = 3 \Rightarrow P_0 = (0, 2, 3)$$

Passo 3 – Vetor do ponto do plano à reta

Para definir o plano, precisamos de dois vetores no plano. Um deles pode ser:

$$\overrightarrow{AP_0} = P_0 - A = (0 - 1, 2 - (-1), 3 - 5) = (-1, 3, -2)$$

O outro vetor é o vetor diretor da reta: $\vec{d} = (1, -1, 2)$

Passo 4 – Vetor normal do plano

O vetor normal \vec{n} é perpendicular a dois vetores no plano. Calculamos o produto vetorial:

$$\vec{n} = \vec{d} \times A\vec{P}_0$$

$$\vec{d} \times A\vec{P}_0 = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

Determinante:

- i : $(-1)(-2) - (2)(3) = 2 - 6 = -4$
- j : $-(1(-2) - 2(-1)) = -(-2 + 2) = 0$
- k : $1 * 3 - (-1)(-1) = 3 - 1 = 2$

$$\vec{n} = (-4, 0, 2)$$

Passo 5 – Equação do plano

Equação geral do plano:

$$n_1(x - x_0) + n_2(y - y_0) + n_3(z - z_0) = 0$$

Usando ponto $A(1, -1, 5)$ e $\vec{n} = (-4, 0, 2)$:

$$-4(x - 1) + 0(y + 1) + 2(z - 5) = 0$$

$$-4x + 4 + 2z - 10 = 0$$

$$-4x + 2z - 6 = 0 \Rightarrow 2z - 4x - 6 = 0 \Rightarrow z - 2x - 3 = 0$$

Resposta Final – Equação Geral do Plano

$$\boxed{z - 2x - 3 = 0}$$

Questão 7 – Sistema Linear (1,0 ponto)

Sistema 4x4, determinante $\neq 0 \rightarrow$ solução única.

- Forma matricial: $AX = B$
- Resolver por inversa ou Gauss \rightarrow obter X

Melhor fazer pela inversa $A^{-1}AX = A^{-1}B \Rightarrow IX = A^{-1}B \Rightarrow X = A^{-1}B$ a solução é única.

Questão 8 – Crescimento Populacional (1,0 ponto)

$$N(t) = N_0 e^{0,8t} - 50$$

a) $N_0 = 100, N(t) = 500 \rightarrow t = \frac{\ln(5,5)}{0,8} \approx 2,18$

c) Inversa: $t = \frac{\ln((y+50)/100)}{0,8}$

Questão 9 – Funções Exponenciais (1,0 ponto)

$$\phi(x) = \frac{1}{2}(a^x + a^{-x}), \psi(x) = \frac{1}{2}(a^x - a^{-x})$$

Provar que

$$\phi(x + y) = \phi(x)\phi(y) + \psi(x)\psi(y)$$

Calcular $\phi(x + y)$

$$\phi(x + y) = \frac{1}{2}(a^{x+y} + a^{-(x+y)}) = \frac{1}{2}(a^x a^y + a^{-x} a^{-y})$$

Agora calculamos o lado direito:

$$\phi(x)\phi(y) + \psi(x)\psi(y)$$

Substituindo:

$$\begin{aligned}\phi(x)\phi(y) &= \frac{1}{2}(a^x + a^{-x}) \cdot \frac{1}{2}(a^y + a^{-y}) = \frac{1}{4}(a^{x+y} + a^x a^{-y} + a^{-x} a^y + a^{-(x+y)}) \\ \psi(x)\psi(y) &= \frac{1}{2}(a^x - a^{-x}) \cdot \frac{1}{2}(a^y - a^{-y}) = \frac{1}{4}(a^{x+y} - a^x a^{-y} - a^{-x} a^y + a^{-(x+y)})\end{aligned}$$

Somando os dois:

$$\begin{aligned}\phi(x)\phi(y) + \psi(x)\psi(y) \\ = \frac{1}{4}[a^{x+y} + a^x a^{-y} + a^{-x} a^y + a^{-(x+y)} + a^{x+y} - a^x a^{-y} - a^{-x} a^y + a^{-(x+y)}]\end{aligned}$$

Simplificando:

$$\phi(x)\phi(y) + \psi(x)\psi(y) = \frac{1}{4}[2a^{x+y} + 2a^{-(x+y)}] = \frac{1}{2}(a^{x+y} + a^{-(x+y)}) = \phi(x + y)$$

Questão 10 – Funções Trigonômicas (1,0 ponto)

a) Resolva $2\sin(x) - 1 = 0$ para $x \in [0, 2\pi]$

1. Isolar $\sin(x)$:

$$2\sin(x) - 1 = 0 \Rightarrow \sin(x) = \frac{1}{2}$$

2. Determinar os ângulos no intervalo $[0, 2\pi]$ com $\sin(x) = 1/2$:

- Sabemos que $\sin(\pi/6) = 1/2$
- Seno positivo nos quadrantes I e II \rightarrow dois ângulos:

$$x_1 = \frac{\pi}{6}, x_2 = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

Resposta a):

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$$

b) Determine $\arccos(\cos(5\pi/3))$ e interprete graficamente

1. Relembrando a definição da função \arccos :

$$\arccos(y) \in [0, \pi]$$

2. Calcular $\cos(5\pi/3)$:

3. Determinar o arco principal cujo cosseno é $1/2$:

$$\arccos(1/2) = \frac{\pi}{3}$$

Resposta b):

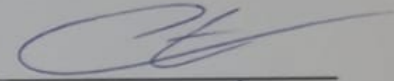
$$\arccos(\cos(5\pi/3)) = \pi/3$$

*O padrão de resposta deve estar fundamentado nas bibliografias exigidas pelo Edital. Sugerimos citar o capítulo/página do livro utilizado a fim de facilitar a correção da prova e eventuais pedidos de recurso.

Membros da Banca Examinadora:

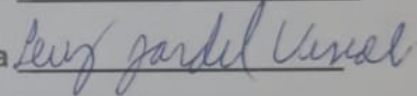
Presidente: Cleuzir da Luz

Assinatura



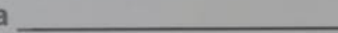
Membro: Luiz Jardel Visioli

Assinatura



Membro: Daniel lunes Raimann

Assinatura





Assinaturas do documento



Código para verificação: **DGE372X6**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

- ✓ **CLEUZIR DA LUZ** (CPF: 923.XXX.629-XX) em 22/06/2026 às 15:21:47
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:38:18 e válido até 30/03/2118 - 12:38:18.
(Assinatura do sistema)

- ✓ **LUIZ JARDEL VISIOLI** (CPF: 018.XXX.050-XX) em 22/06/2026 às 15:34:14
Emitido por: "SGP-e", emitido em 06/04/2022 - 12:19:40 e válido até 06/04/2122 - 12:19:40.
(Assinatura do sistema)

- ✓ **DANIEL IUNES RAIMANN** (CPF: 617.XXX.420-XX) em 22/06/2026 às 15:44:07
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:36:56 e válido até 30/03/2118 - 12:36:56.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTlwMjJfMDAwMjM1MzZfMjM1NDFFmJyNI9ER0UzNzJYNg==> ou o site <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo> e informe o processo **UDESC 00023536/2026** e o código **DGE372X6** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.