

ATIVIDADE DE EXTENSÃO

Programação Linear com GNU Octave

Equipe: Rafael Cubas e Willyam Jonas Machado

São Bento do Sul - SC, 25 de maio de 2026

PARTE 1: MANUAL DE USO DO GNU OCTAVE

1.1 Contextualização da Ferramenta

O GNU Octave é uma linguagem de programação de alto nível, de código aberto e gratuita, projetada principalmente para computação numérica. Ela é amplamente compatível com o MATLAB e possui suporte nativo a resolução de problemas de Programação Linear e Inteira por meio do pacote GLPK (GNU Linear Programming Kit), que já vem integrado na instalação padrão.

Em vez de criar variáveis de decisão individualmente (como x_1 , x_2 ...), o Octave representa o problema por meio de vetores e matrizes que são passados diretamente ao solver. Isso torna o código compacto e eficiente, especialmente para problemas com muitas variáveis e restrições.

1.2 Guia de Instalação

- **Download:** Acesse <https://octave.org> e vá até a seção de downloads.
- **Windows:** Baixe o instalador .exe mais recente e siga os passos padrão (Avançar > Instalar). O GLPK já vem incluído.
- **Verificação:** Abra o Octave. No console, digite `ver` para confirmar a versão instalada.

1.3 A Função `glpk`: Estrutura e Parâmetros

A função central para resolver a Programação Linear no Octave é a `glpk`. Sua sintaxe completa é:

```
[xopt, fmin, status, extra] = glpk(c, A, b, lb, ub, ctype, vartype, sense)
```

Descrição de cada parâmetro de ENTRADA:

Parâmetro	Nome	Descrição
c	Função Objetivo	Vetor coluna com os coeficientes de lucro/custo de cada variável de decisão.
A	Matriz de Restrições	Cada linha é uma restrição. Cada coluna representa o coeficiente de uma variável naquela restrição.
b	Lado Direito	Vetor com os valores limites de cada restrição (ex: 1200 kg de alumínio disponível).
lb	Limite Inferior	Valor mínimo que cada variável pode assumir. Geralmente 0 (não-negatividade).
ub	Limite Superior	Valor máximo de cada variável. Use [] se não houver limite.
ctype	Tipo de Restrição	String indicando o sentido de cada restrição: 'U' (<=), 'L' (>=), 'S' (=). Octave 11+ usa este padrão.
vartype	Tipo de Variável	String indicando se a variável é Contínua ('C'), Inteira ('I') ou Binária ('B').
sense	Sentido	Define maximização (-1) ou minimização (1).

Descrição de cada variável de SAÍDA:

- **xopt**: Vetor com os valores ótimos de cada variável de decisão (o plano de produção ideal).
- **fmin**: Valor da função objetivo no ponto ótimo. Para maximização com sense=-1, o valor retornado é negativo; use fmin para exibir corretamente.
- **status**: Código numérico do resultado. O valor 0 indica que uma solução ótima foi encontrada com sucesso.
- **extra**: Estrutura com dados para análise de sensibilidade, como extra.lambda (preços-sombra das restrições) e extra.redcosts (custos reduzidos das variáveis).

1.4 Exemplo Didático: Problema com Duas Variáveis

Para demonstrar o funcionamento básico, considere uma pequena marcenaria que produz cadeiras (x_1) e mesas (x_2), buscando maximizar o lucro semanal. O problema é:

Maximizar $Z = 40x_1 + 90x_2$ Sujeito a: $x_1 + 2x_2 \leq 8$ (horas de mão de obra) $3x_1 + 2x_2 \leq 12$ (horas de maquinário) $x_1, x_2 \geq 0$

Código no Octave:

```
% Coeficientes da funcao objetivo
c = [40; 90];

% Matriz de restricoes
A = [1, 2;
     3, 2];

% Lado direito das restricoes
b = [8; 12];

% Limites inferiores (x1, x2 >= 0)
lb = [0; 0];
ub = [];

% 'U' = menor ou igual (<=)
ctype = 'UU';
```

```
% Variaveis continuas
vartype = 'CC';

% -1 = maximizar
sense = -1;

[xopt, fmin, status, extra] = glpk(c, A, b, lb, ub, ctype, vartype, sense);

fprintf('Lucro maximo: R$ %.2f\n', abs(fmin));
fprintf('Cadeiras: %.0f | Mesas: %.0f\n', xopt(1), xopt(2));
```

Resultado esperado: Lucro máximo de R\$ 360,00 com 0 cadeiras e 4 mesas.

PARTE 2: RESOLUÇÃO DO PROBLEMA COMPLEXO

2.1 Descrição do Contexto

Uma fábrica metalúrgica localizada no polo industrial de Santa Catarina planeja otimizar sua produção mensal para maximizar o lucro total. A empresa opera com cinco linhas de produtos, todas dependentes dos mesmos recursos produtivos, criando um cenário clássico de competição por recursos escassos — exatamente o tipo de problema que a Programação Linear foi desenvolvida para resolver.

A empresa enfrenta limitações simultâneas de matéria-prima (alumínio e aço/inox), capacidade de mão de obra (solda e acabamento), restrições logísticas (volume de transporte), orçamento para serviços terceirizados e obrigações contratuais de entrega mínima. Tomar esta decisão manualmente ou por tentativa e erro seria imperativo; o modelo matemático garante a solução globalmente ótima.

2.2 Variáveis de Decisão

As variáveis representam a quantidade a ser produzida de cada produto no mês:

- **x1:** Grades de Proteção Padrão (unidades)
- **x2:** Portões Residenciais de Alumínio (unidades)
- **x3:** Estruturas Metálicas Leves (unidades)
- **x4:** Corrimãos de Inox (unidades)
- **x5:** Esquadrias de Alumínio Customizadas (unidades)

Restrição de integralidade: todas as variáveis devem ser inteiras e não-negativas (x1, x2, x3, x4, x5 pertencentes aos inteiros positivos), pois não faz sentido produzir frações de um produto físico.

2.3 Funcao Objetivo

Maximizar $Z = 150 \cdot x_1 + 450 \cdot x_2 + 300 \cdot x_3 + 220 \cdot x_4 + 500 \cdot x_5$

O objetivo é maximizar o lucro líquido mensal em reais. Os coeficientes representam o lucro unitário de cada produto após descontar todos os custos variáveis de produção.

2.4 Restrições do Sistema

#	Recurso	Fórmula	Limite	Tipo
1	Alumínio (kg)	$2x_1 + 15x_2 + x_4 + 8x_5$	≤ 1200	U
2	Aço/Inox (kg)	$10x_1 + 25x_3 + 8x_4 + 2x_5$	≤ 2000	U
3	Horas de Solda	$1.5x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 + 3x_5$	≤ 600	U
4	Horas de Acabamento	$x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5$	≤ 500	U
5	Contrato Mínimo x2	x_2	≥ 20	L
6	Transporte (m3)	$0.5x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 + 2x_5$	≤ 450	U
7	Orçamento Trat.	$20x_1 + 50x_2 + 40x_3 + 60x_4 + 80x_5$	≤ 10000	U

2.5 Implementação no GNU Octave

O script abaixo implementa o modelo completo como um Problema de Programação Linear Inteira Mista (MIP), utilizando o solver GLPK integrado ao Octave 11:

```
% =====
% OTIMIZACAO DE PRODUCAO - FABRICA METALURGICA
% Programacao Linear Inteira - GNU Octave 11
% =====

% 1. FUNCAO OBJETIVO: lucro unitario de cada produto
c = double([150; 450; 300; 220; 500]);

% 2. MATRIZ A: cada linha e uma restricao, cada coluna e uma variavel
A = double([
    2, 15, 0, 1, 8; % R1: Aluminio
    10, 0, 25, 8, 2; % R2: Aco/Inox
    1.5, 4, 5, 2, 3; % R3: Solda
    1, 2, 2, 3, 4; % R4: Acabamento
    0, 1, 0, 0, 0; % R5: Contrato x2 >= 20
    0.5, 3, 4, 1, 2; % R6: Transporte
    20, 50, 40, 60, 80 % R7: Orcamento
]);

% 3. VETOR b: lado direito de cada restricao
b = double([1200; 2000; 600; 500; 20; 450; 10000]);

% 4. LIMITES: todas as variaveis sao nao-negativas
lb = double([0; 0; 0; 0; 0]);
ub = [];

% 5. CTYPE: tipo de cada restricao (Octave 11+)
% 'U' = upper bound (<=) | 'L' = lower bound (>=)
ctype = 'UUUULUU';

% 6. VARTYPE: todas as variaveis sao inteiras
vartype = 'IIIII';

% 7. SENSE: -1 = maximizar
sense = -1;

% Execucao do solver GLPK
[xopt, fmin, status, extra] = glpk(c, A, b, lb, ub, ctype, vartype, sense);

% Exibicao dos resultados
clc;
disp('=====');
disp('          RESULTADOS DA OTIMIZACAO DE PRODUCAO          ');
disp('=====');

if status == 0 || status == 5
    fprintf('Status: Solucao otima encontrada.\n');
    fprintf('LUCRO MAXIMO: R$ %.2f\n\n', abs(fmin));
    fprintf(' -> x1 (Grades de Protecao):      %d unidades\n', round(xopt(1)));
    fprintf(' -> x2 (Portoes de Aluminio):      %d unidades\n', round(xopt(2)));
    fprintf(' -> x3 (Estruturas Leves):         %d unidades\n', round(xopt(3)));
    fprintf(' -> x4 (Corrimaos de Inox):        %d unidades\n', round(xopt(4)));
    fprintf(' -> x5 (Esquadrias Customizadas): %d unidades\n\n', round(xopt(5)));

    disp('Utilizacao dos Recursos:');
    consumo = A * xopt;
    limites = [1200; 2000; 600; 500; 20; 450; 10000];
    nomes = {'Aluminio (kg)          '; 'Aco/Inox (kg)          '};
```

```

        'Horas de Solda      '; 'Horas de Acabamento';
        'Contrato x2 (>=)   '; 'Transporte (m3)      ';
        'Orçamento Trat. (R$)';
    for i = 1:7
        if i == 5
            fprintf(' %s: Produzido = %d | Minimo = 20\n', nomes{i}, round(xopt(2)));
        else
            folga = limites(i) - consumo(i);
            fprintf(' %s: %.1f / %.1f (folga: %.1f)\n', nomes{i}, consumo(i),
                limites(i), folga);
        end
    end
    else
        fprintf('Erro. Status GLPK: %d\n', status);
    end
    disp('=====');

```

2.6 Resultados Obtidos

LUCRO MÁXIMO CALCULADO: R\$ 70.550,00

Variável	Produto	Qtd. Ótima	Lucro Gerado
x1	Grades de Proteção Padrão	149 un.	R\$ 22.350,00
x2	Portões Residenciais de Alumínio	26 un.	R\$ 11.700,00
x3	Estruturas Metálicas Leves	15 un.	R\$ 4.500,00
x4	Corrimãos de Inox	0 un.	R\$ 0,00
x5	Esquadrias de Alumínio Customizadas	64 un.	R\$ 32.000,00

2.7 Análise de Sensibilidade e Gargalos

Após a execução, o solver retorna não apenas o plano ótimo, mas também o grau de utilização de cada recurso. A análise abaixo identifica os gargalos operacionais:

Recurso	Consumido	Limite	Folga	Status
Alumínio (kg)	1.200	1.200	0	GARGALO
Aço/Inox (kg)	1.993	2.000	7	Folga
Horas de Solda	594,5	600	5,5	Quase saturado
Horas de Acabamento	487	500	13	Folga
Contrato x2 (>=20)	26	20	-	Atendido
Transporte (m3)	340,5	450	109,5	Folga ampla
Orçamento Trat. (R\$)	10.000	10.000	0	GARGALO

Interpretação dos Gargalos:

- **Alumínio (folga = 0):** Todo o estoque de alumínio disponível foi consumido. Este é o principal limitador da produção de Portões (x2) e Esquadrias (x5), os produtos de maior lucro unitário. Se a empresa conseguir ampliar o fornecimento de alumínio, o lucro poderá crescer diretamente.
- **Orçamento de Tratamento (folga = 0):** O limite de R\$10.000 para tratamentos químicos superficiais foi totalmente utilizado. Qualquer incremento neste orçamento também permitiria aumentar a produção.

- **Horas de Solda (folga = 5,5h):** Quase saturado. Representa um potencial gargalo secundário caso a produção seja reajustada em cenários alternativos.
- **Corrimão de Inox x4 = 0:** O solver zerou a produção de corrimões pois este produto tem o pior custo-benefício por recurso consumido: lucro de R\$ 220/un com alto consumo de orçamento de tratamento (R\$ 60/un) e aço/inox (8 kg/un). Alocar esses recursos para Esquadrias (x5, R\$ 500/un) é muito mais eficiente.

Conclusão: os dois gargalos ativos são Alumínio e Orçamento de Tratamento. A empresa dispõe de capacidade ociosa em transporte (+109,5 m³), acabamento (+13h) e aço/inox (+7 kg). Portanto, investimentos em aumentar o fornecimento de alumínio ou ampliar o orçamento de tratamento superficial trariam retorno financeiro imediato. Expandir a capacidade de transporte ou contratar mais mão de obra de acabamento, por outro lado, não resultaria em ganho de lucro no cenário atual.