CAPÍTULO 4

MOVIMENTO EM DUAS E TRÊS DIMENSÕES

4-1 O QUE É FÍSICA?

Neste capítulo, continuamos a estudar a parte da física que analisa o movimento, mas agora os movimentos podem ser em duas ou três dimensões. Médicos e engenheiros aeronáuticos, por exemplo, precisam conhecer a física das curvas realizadas por pilotos de caça durante os combates aéreos, já que os jatos modernos fazem curvas tão rápidas que o piloto pode perder momentaneamente a consciência. Um engenheiro esportivo talvez esteja interessado na física do basquetebol. Quando um jogador vai cobrar um *lance livre* (em que o jogador lança a bola em direção à cesta, sem marcação, de uma distância de 4,3 m), pode arremessar a bola da altura dos ombros ou da altura da cintura. A primeira técnica é usada pela maioria esmagadora dos jogadores profissionais, mas o legendário Rick Barry estabeleceu o recorde de aproveitamento de lances livres usando a segunda.

Não é fácil compreender os movimentos em três dimensões. Por exemplo, o leitor provavelmente é capaz de dirigir um carro em uma rodovia (movimento em uma dimensão), mas teria muita dificuldade para pousar um avião (movimento em três dimensões) sem um treinamento adequado.

Iniciaremos nosso estudo do movimento em duas e três dimensões com as definições de posição e deslocamento.

4-2 Posição e Deslocamento

A localização de uma partícula (ou de um objeto que se comporte como uma partícula) pode ser especificada, de forma geral, através do **vetor posição** $\vec{r}$, um vetor que liga um ponto de referência (a origem de um sistema de coordenadas, na maioria dos casos) à partícula. Na notação de vetores unitários da Seção 3-5, $\vec{r}$ pode ser escrito na forma

$$\vec{r} = x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}, \tag{4-1}$$

onde $x\hat{\mathrm{i}}$, $y\hat{\mathrm{j}}$ e $z\hat{\mathrm{k}}$ são as componentes vetoriais de $\vec{r}$ e x, y e z são as componentes escalares.

Os coeficientes x, y e z fornecem a localização da partícula em relação à origem ao longo dos eixos de coordenadas; em outras palavras, (x, y, z) são as coordenadas retangulares da partícula. A Fig. 4-1, por exemplo, mostra uma partícula cujo vetor posição é

$$\vec{r} = (-3\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (2\text{ m})\hat{\mathrm{j}} + (5\text{ m})\hat{\mathrm{k}}$$

e cujas coordenadas retangulares são $(-3\text{ m}, 2\text{ m}, 5\text{ m})$. Ao longo do eixo x, a partícula está a 3 m da origem, no sentido oposto ao do vetor unitário $\hat{\mathrm{i}}$. Ao longo do eixo y, está a 2 m da origem, no sentido do vetor unitário $\hat{\mathrm{j}}$. Ao longo do eixo z, está a 5 m da origem, no sentido do vetor unitário $\hat{\mathrm{k}}$.

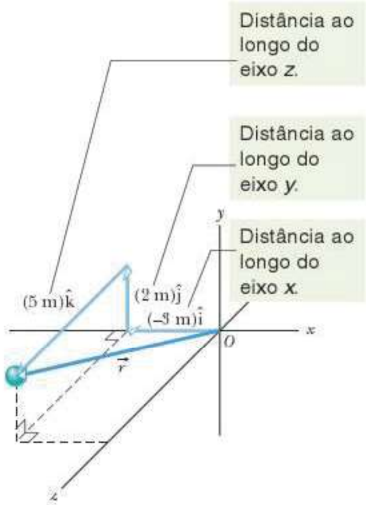


Figura 4-1 O vetor posição $\vec{r}$ de uma partícula é a soma vetorial das componentes vetoriais.

Quando uma partícula se move, o vetor posição varia de tal forma que sempre liga o ponto de referência (origem) à partícula. Se o vetor posição varia de $\vec{r}_1$ para $\vec{r}_2$, digamos, durante um certo intervalo de tempo, o **deslocamento** da partícula, $\Delta\vec{r}$, durante esse intervalo de tempo é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \tag{4-2}$$

Usando a notação de vetores unitários da Eq. 4-1, podemos escrever este deslocamento como

$$\Delta\vec{r} = (x_2\hat{\mathrm{i}} + y_2\hat{\mathrm{j}} + z_2\hat{\mathrm{k}}) - (x_1\hat{\mathrm{i}} + y_1\hat{\mathrm{j}} + z_1\hat{\mathrm{k}})$$

ou como
$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{\mathrm{i}} + (y_2 - y_1)\hat{\mathrm{j}} + (z_2 - z_1)\hat{\mathrm{k}}, \tag{4-3}$$

onde as coordenadas (x_1, y_1, z_1) correspondem ao vetor posição $\vec{r}_1$ e as coordenadas (x_2, y_2, z_2) correspondem ao vetor posição $\vec{r}_2$. Podemos também escrever o vetor deslocamento substituindo $(x_2 - x_1)$ por Δx, $(y_2 - y_1)$ por Δy e $(z_2 - z_1)$ por Δz:

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}. \tag{4-4}$$

Exemplo

Vetor posição bidimensional: movimento de um coelho

Um coelho atravessa um estacionamento, no qual, por alguma razão, um conjunto de eixos coordenados foi desenhado. As coordenadas da posição do coelho, em metros, em função do tempo t, em segundos, são dadas por

$$x = -0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28 \tag{4-5}$$

e
$$y = 0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30. \tag{4-6}$$

(a) No instante $t = 15$ s, qual é o vetor posição $\vec{r}$ do coelho na notação de vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

IDEIA-CHAVE

As coordenadas x e y da posição do coelho, dadas pelas Eqs. 4-5 e 4-6, são as componentes escalares do vetor posição $\vec{r}$ do coelho.

Cálculos Podemos escrever

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{\mathrm{i}} + y(t)\hat{\mathrm{j}}. \tag{4-7}$$

[Escrevemos $\vec{r}(t)$ em vez de $\vec{r}$ porque as componentes são funções de t e, portanto, $\vec{r}$ também é função de t.]

Em $t = 15$ s, as componentes escalares são

$$x = (-0{,}31)(15)^2 + (7{,}2)(15) + 28 = 66 \text{ m}$$

e
$$y = (0{,}22)(15)^2 - (9{,}1)(15) + 30 = -57 \text{ m},$$

donde
$$\vec{r} = (66 \text{ m})\hat{\mathrm{i}} - (57 \text{ m})\hat{\mathrm{j}}, \qquad \text{(Resposta)}$$

que está desenhado na Fig. 4-2a. Para obter o módulo e o ângulo de $\vec{r}$, usamos a Eq. 3-6:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(66 \text{ m})^2 + (-57 \text{ m})^2}$$
$$= 87 \text{ m}, \qquad \text{(Resposta)}$$

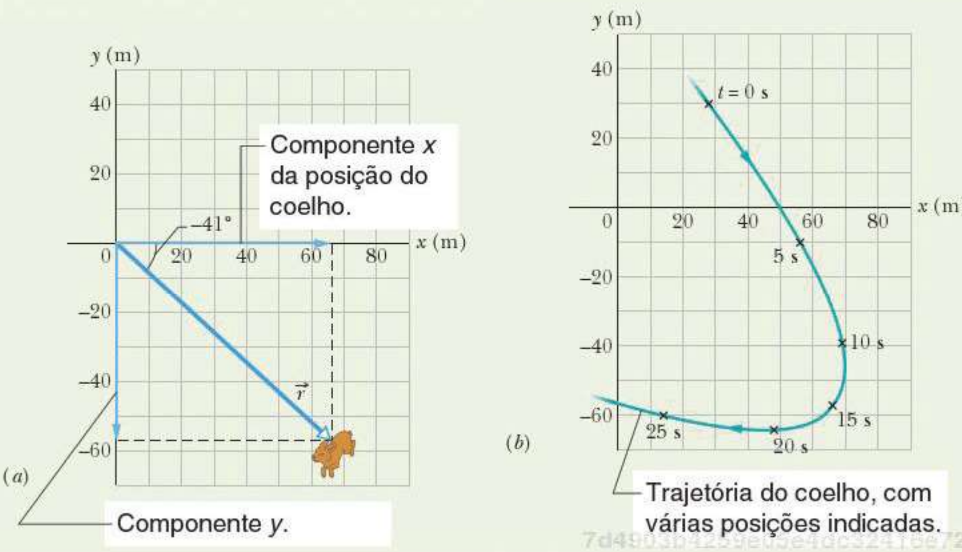


Figura 4-2 (a) O vetor posição de um coelho, $\vec{r}$, no instante $t = 15$ s. As componentes escalares de $\vec{r}$ são mostradas ao longo dos eixos. (b) A trajetória do coelho e a posição do animal para seis valores de t.

e $\theta = \tan^{-1}\frac{y}{x} = \tan^{-1}\left(\frac{-57\text{ m}}{66\text{ m}}\right) = -41°.$

(Resposta)

Verificação Embora $\theta = 139°$ possua a mesma tangente que $-41°$, os sinais das componentes de $\vec{r}$ indicam que o ângulo desejado é $139° - 180° = -41°$.

(b) Desenhe o gráfico da trajetória do coelho de $t = 0$ a $t = 25$ s.

Plotagem Podemos repetir a parte (a) para vários valores de t e plotar os resultados. A Fig. 4-2*b* mostra os pontos do gráfico para seis valores de t e a curva que liga esses pontos. Podemos também plotar a curva em uma calculadora gráfica a partir das Eqs. 4-5 e 4-6.

4-3 Velocidade Média e Velocidade Instantânea

Se uma partícula se move de um ponto para outro, podemos estar interessados em saber com que rapidez a partícula está se movendo. Como no Capítulo 2, podemos definir duas grandezas que expressam a "rapidez" de um movimento: *velocidade média* e *velocidade instantânea*. No caso de um movimento bidimensional ou tridimensional, porém, devemos considerar essas grandezas como vetores e usar a notação vetorial.

Se uma partícula sofre um deslocamento $\Delta\vec{r}$ em um intervalo de tempo Δt, a **velocidade média** $\vec{v}_{\text{méd}}$ é dada por

$$\text{velocidade média} = \frac{\text{deslocamento}}{\text{intervalo de tempo}},$$

ou

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \tag{4-8}$$

Esta equação nos diz que a orientação de $\vec{v}_{\text{méd}}$ (o vetor do lado esquerdo da Eq. 4-8) deve ser igual à do deslocamento $\Delta\vec{r}$ (o vetor do lado direito). Usando a Eq. 4-4, podemos escrever a Eq. 4-8 em termos das componentes vetoriais:

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta x\hat{\mathrm{i}} + \Delta y\hat{\mathrm{j}} + \Delta z\hat{\mathrm{k}}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\hat{\mathrm{i}} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\hat{\mathrm{j}} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\hat{\mathrm{k}}. \tag{4-9}$$

Assim, por exemplo, se uma partícula sofre um deslocamento de $(12\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{k}}$ em 2,0 s, a velocidade média durante esse movimento é

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \frac{(12\text{ m})\hat{\mathrm{i}} + (3{,}0\text{ m})\hat{\mathrm{k}}}{2{,}0\text{ s}} = (6{,}0\text{ m/s})\hat{\mathrm{i}} + (1{,}5\text{ m/s})\hat{\mathrm{k}}.$$

Nesse caso, portanto, a velocidade média (uma grandeza vetorial) tem uma componente de 6,0 m/s em relação ao eixo x e uma componente de 1,5 m/s em relação ao eixo z.

Quando falamos da **velocidade** de uma partícula, em geral estamos nos referindo à **velocidade instantânea** $\vec{v}$ em um certo instante. Esta velocidade $\vec{v}$ é o valor para o qual tende a velocidade $\vec{v}_{\text{méd}}$ quando o intervalo de tempo Δt tende a zero. Usando a linguagem do cálculo, podemos escrever $\vec{v}$ como a derivada

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}. \tag{4-10}$$

A Fig. 4-3 mostra a trajetória de uma partícula que se move no plano xy. Quando a partícula se desloca para a direita ao longo da curva, o vetor posição gira para a direita. Durante o intervalo de tempo Δt, o vetor posição muda de $\vec{r}_1$ para $\vec{r}_2$ e o deslocamento da partícula é $\Delta\vec{r}$.

Para determinar a velocidade instantânea da partícula no instante t_1 (instante em que a partícula se encontra na posição 1), reduzimos o intervalo de tempo Δt nas vizinhanças de t_1, fazendo-o tender a zero. Ao fazermos isso, três coisas acontecem: (1) O vetor posição $\vec{r}_2$ da Fig. 4-3 se aproxima de $\vec{r}_1$, fazendo $\Delta\vec{r}$ tender a zero. (2) A direção de $\Delta\vec{r}/\Delta t$ (e, portanto, de $\vec{v}_{\text{méd}}$) se aproxima da direção da reta tangente à

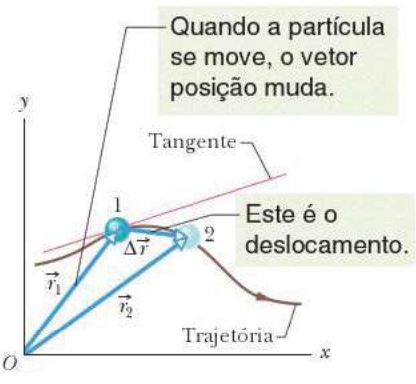


Figura 4-3 O deslocamento $\Delta\vec{r}$ de uma partícula durante um intervalo de tempo Δt, da posição 1, com vetor posição $\vec{r}_1$ no instante t_1, até a posição 2, com vetor posição $\vec{r}_2$ no instante t_2. A figura mostra também a tangente à trajetória da partícula na posição 1.

trajetória da partícula na posição 1. (3) A velocidade média $\vec{v}_{méd}$ se aproxima da velocidade instantânea $\vec{v}$ no instante t_1.

No limite $\Delta t \to 0$, temos $\vec{v}_{méd} \to \vec{v}$ e, o que é mais importante nesse contexto, $\vec{v}_{méd}$ assume a direção da reta tangente. Assim, $\vec{v}$ também assume essa direção:

A direção da velocidade instantânea $\vec{v}$ de uma partícula é sempre tangente à trajetória da partícula na posição da partícula.

O resultado é o mesmo em três dimensões: $\vec{v}$ é sempre tangente à trajetória da partícula.

Para escrever a Eq. 4-10 na forma de vetores unitários, usamos a expressão para $\vec{r}$ dada pela Eq. 4-1:

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(x\hat{\mathrm{i}} + y\hat{\mathrm{j}} + z\hat{\mathrm{k}}) = \frac{dx}{dt}\hat{\mathrm{i}} + \frac{dy}{dt}\hat{\mathrm{j}} + \frac{dz}{dt}\hat{\mathrm{k}}.$$

Essa equação pode ser simplificada se a escrevermos como

$$\vec{v} = v_x\hat{\mathrm{i}} + v_y\hat{\mathrm{j}} + v_z\hat{\mathrm{k}}, \tag{4-11}$$

onde as componentes escalares de $\vec{v}$ são

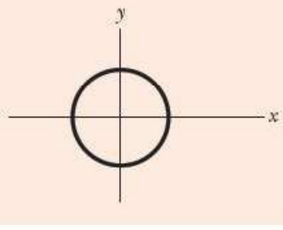
$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad v_y = \frac{dy}{dt}, \quad \text{e} \quad v_z = \frac{dz}{dt}. \tag{4-12}$$

Assim, por exemplo, dx/dt é a componente escalar de $\vec{v}$ em relação ao eixo x. Isso significa que podemos encontrar as componentes escalares de $\vec{v}$ derivando as componentes de $\vec{r}$.

A Fig. 4-4 mostra o vetor velocidade $\vec{v}$ e as componentes escalares x e y. Note que $\vec{v}$ é tangente à trajetória da partícula na posição da partícula. *Atenção:* um vetor posição, como os que aparecem nas Figs. 4-1 a 4-3, é uma seta que se estende de um ponto ("aqui") a outro ("lá"). Entretanto, um vetor velocidade, como o da Fig. 4-4, *não se estende* de um ponto a outro. No caso do vetor velocidade, a orientação do vetor é usada para mostrar a direção instantânea do movimento de uma partícula localizada na origem do vetor; o comprimento, que representa o módulo da velocidade, pode ser desenhado em qualquer escala.

TESTE 1

A figura mostra uma trajetória circular descrita por uma partícula. Se a velocidade da partícula em um certo instante é $\vec{v} = (2\ \text{m/s})\hat{\mathrm{i}} - (2\ \text{m/s})\hat{\mathrm{j}}$, em qual dos quadrantes a partícula está se movendo nesse instante se o movimento é (a) no sentido horário e (b) no sentido anti-horário? Desenhe $\vec{v}$ na figura para os dois casos.



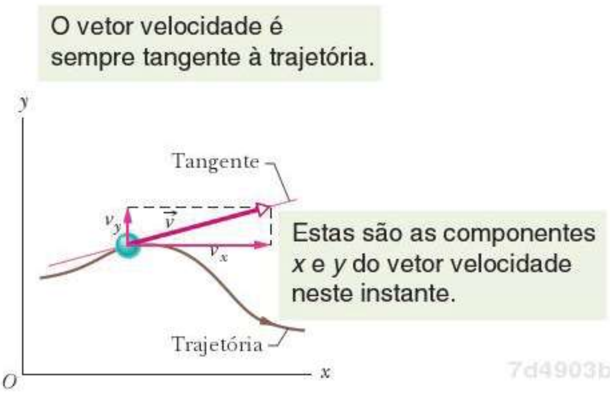


Figura 4-4 A velocidade $\vec{v}$ de uma partícula e as componentes escalares de $\vec{v}$.

Exemplo

Velocidade bidimensional de um coelho

Determine a velocidade $\vec{v}$ do coelho do exemplo anterior no instante $t = 15$ s.

IDEIA-CHAVE

Podemos determinar $\vec{v}$ calculando as derivadas das componentes do vetor posição do coelho.

Cálculos Aplicando a parte da Eq. 4-12 correspondente a v_x à Eq. 4-5, descobrimos que a componente x de $\vec{v}$ é

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0{,}31t^2 + 7{,}2t + 28)$$
$$= -0{,}62t + 7{,}2. \qquad (4\text{-}13)$$

Em $t = 15$ s, isso nos dá $v_x = -2{,}1$ m/s. Da mesma forma, aplicando a parte da Eq. 4-12 correspondente a v_y à Eq. 4-6, descobrimos que a componente y é

$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt}(0{,}22t^2 - 9{,}1t + 30)$$
$$= 0{,}44t - 9{,}1. \qquad (4\text{-}14)$$

Em $t = 15$ s, isso nos dá $v_y = -2{,}5$ m/s. Assim, de acordo com a Eq. 4-11,

$$\vec{v} = (-2{,}1 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (-2{,}5 \text{ m/s})\hat{\text{j}}, \qquad \text{(Resposta)}$$

que está desenhada na Fig. 4-5, tangente à trajetória do coelho e na direção em que o animal está se movendo em $t = 15$ s.

Para obter o módulo e o ângulo de $\vec{v}$, podemos usar uma calculadora ou escrever, de acordo com a Eq. 3-6,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(-2{,}1 \text{ m/s})^2 + (-2{,}5 \text{ m/s})^2}$$
$$= 3{,}3 \text{ m/s} \qquad \text{(Resposta)}$$

e

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\left(\frac{-2{,}5 \text{ m/s}}{-2{,}1 \text{ m/s}}\right)$$
$$= \tan^{-1} 1{,}19 = -130^\circ. \qquad \text{(Resposta)}$$

Verificação O ângulo é -130° ou $-130^\circ + 180^\circ = 50^\circ$?

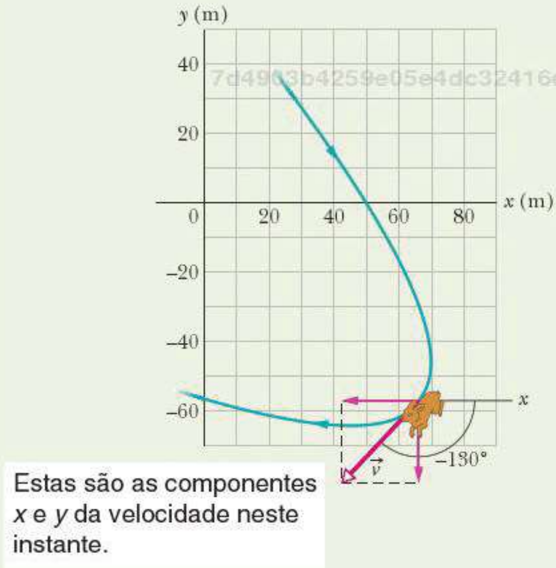


Figura 4-5 A velocidade $\vec{v}$ do coelho em $t = 15$ s.

4-4 Aceleração Média e Aceleração Instantânea

Quando a velocidade de uma partícula varia de $\vec{v}_1$ para $\vec{v}_2$ em um intervalo de tempo Δt, a **aceleração média** $\vec{a}_{méd}$ durante o intervalo Δt é

$$\text{aceleração média} = \frac{\text{variação de velocidade}}{\text{intervalo de tempo}},$$

ou

$$\vec{a}_{méd} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (4\text{-}15)$$

Quando fazemos Δt tender a zero no entorno de um certo instante, $\vec{a}_{méd}$ tende para a **aceleração instantânea** (ou, simplesmente, **aceleração**) $\vec{a}$ nesse instante, ou seja,

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (4\text{-}16)$$

Se o módulo *ou* a orientação da velocidade varia (ou ambos variam), a partícula possui uma aceleração.

Podemos escrever a Eq. 4-16 em termos de vetores unitários substituindo $\vec{v}$ pelo seu valor, dado pela Eq. 4-11, para obter

Estas são as componentes x e y do vetor aceleração neste instante.

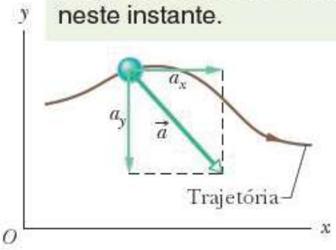


Figura 4-6 A aceleração $\vec{a}$ de uma partícula e as componentes escalares de $\vec{a}$.

$$\vec{a} = \frac{d}{dt}(v_x\hat{\text{i}} + v_y\hat{\text{j}} + v_z\hat{\text{k}})$$
$$= \frac{dv_x}{dt}\hat{\text{i}} + \frac{dv_y}{dt}\hat{\text{j}} + \frac{dv_z}{dt}\hat{\text{k}}.$$

Podemos escrever esta equação na forma

$$\vec{a} = a_x\hat{\text{i}} + a_y\hat{\text{j}} + a_z\hat{\text{k}}, \quad (4\text{-}17)$$

onde as componentes escalares de $\vec{a}$ são

$$a_x = \frac{dv_x}{dt}, \quad a_y = \frac{dv_y}{dt}, \quad \text{e} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}. \quad (4\text{-}18)$$

Assim, podemos obter as componentes escalares de $\vec{a}$ derivando as componentes escalares de $\vec{v}$ em relação ao tempo.

A Fig. 4-6 mostra o vetor aceleração $\vec{a}$ e suas componentes escalares para uma partícula que se move em duas dimensões. *Atenção:* um vetor aceleração, como o da Fig. 4-6, *não se estende* de um ponto a outro. No caso do vetor aceleração, a orientação do vetor é usada para mostrar a direção instantânea da aceleração de uma partícula localizada na origem do vetor; o comprimento, que representa o módulo da aceleração, pode ser desenhado em qualquer escala.

TESTE 2

Considere as seguintes descrições da posição (em metros) de uma partícula que se move no plano xy:

(1) $x = -3t^2 + 4t - 2$ e $y = 6t^2 - 4t$ (3) $\vec{r} = 2t^2\hat{\text{i}} - (4t + 3)\hat{\text{j}}$

(2) $x = -3t^3 - 4t$ e $y = -5t^2 + 6$ (4) $\vec{r} = (4t^3 - 2t)\hat{\text{i}} + 3\hat{\text{j}}$

As componentes x e y da aceleração são constantes em todas essas situações? A aceleração $\vec{a}$ é constante?

Exemplo

Aceleração bidimensional de um coelho

Determine a aceleração $\vec{a}$ do coelho dos exemplos anteriores no instante $t = 15$ s.

IDEIA-CHAVE

Podemos determinar a aceleração $\vec{a}$ calculando as derivadas das componentes da velocidade do coelho.

Cálculos Aplicando a parte da Eq. 4-18 correspondente a a_x à Eq. 4-13, descobrimos que a componente x de $\vec{a}$ é

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0{,}62t + 7{,}2) = -0{,}62 \text{ m/s}^2.$$

Analogamente, aplicando a parte da Eq. 4-18 correspondente a a_y à Eq. 4-14, descobrimos que a componente y é

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0{,}44t - 9{,}1) = 0{,}44 \text{ m/s}^2.$$

Vemos que essa aceleração não varia com o tempo (é constante), pois a variável tempo, t, não aparece na expressão das componentes da aceleração. De acordo com a Eq. 4-17,

$$\vec{a} = (-0{,}62 \text{ m/s}^2)\hat{\text{i}} + (0{,}44 \text{ m/s}^2)\hat{\text{j}}, \quad \text{(Resposta)}$$

que é mostrada superposta à trajetória do coelho na Fig. 4-7.

Para obter o módulo e o ângulo de $\vec{a}$, podemos usar uma calculadora ou a Eq. 3-6. No caso do módulo, temos:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-0{,}62 \text{ m/s}^2)^2 + (0{,}44 \text{ m/s}^2)^2}$$
$$= 0{,}76 \text{ m/s}^2. \quad \text{(Resposta)}$$

No caso do ângulo, temos:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}44 \text{ m/s}^2}{-0{,}62 \text{ m/s}^2}\right) = -35°.$$

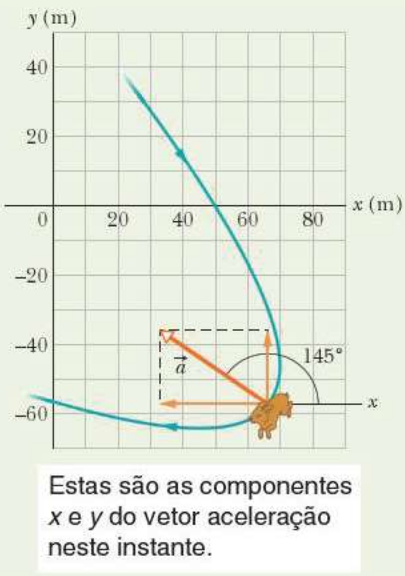


Figura 4-7 A aceleração $\vec{a}$ do coelho em t = 15 s. O coelho possui a mesma aceleração em todos os pontos da trajetória.

Esse ângulo, que é o resultado fornecido por uma calculadora, indica que a orientação de $\vec{a}$ é para a direita e para baixo na Fig. 4-7. Entretanto, sabemos, pelas componentes x e y, que a orientação de $\vec{a}$ é para a esquerda e para cima. Para determinar o outro ângulo que possui a mesma tangente que −35°, mas não é mostrado pela calculadora, somamos 180°:

$$-35° + 180° = 145°. \qquad \text{(Resposta)}$$

Esse novo resultado *é* compatível com as componentes de $\vec{a}$. Observe que, como a aceleração do coelho é constante, o módulo e a orientação de $\vec{a}$ são os mesmos em todos os pontos da trajetória do coelho.

4-5 Movimento Balístico

Consideraremos a seguir um caso especial de movimento bidimensional: uma partícula que se move em um plano vertical com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e com uma aceleração constante, igual à aceleração de queda livre $\vec{g}$, dirigida para baixo. Uma partícula que se move dessa forma é chamada de **projétil** (o que significa que é projetada ou lançada) e o movimento é chamado de **movimento balístico**. O projétil pode ser uma bola de tênis (Fig. 4-8) ou de pingue-pongue, mas não um avião ou um pato. Muitos esportes (do golfe e do futebol ao lacrosse e ao raquetebol) envolvem o movimento balístico de uma bola; jogadores e técnicos estão sempre procurando controlar esse movimento para obter o máximo de vantagem. O jogador que descobriu a rebatida em Z no raquetebol na década de 1970, por exemplo, vencia os jogos com facilidade porque a trajetória peculiar da bola no fundo da quadra surpreendia os adversários.

Vamos agora analisar o movimento balístico usando as ferramentas descritas nas Seções 4-2 a 4-4 para o movimento bidimensional, sem levar em conta a influência do ar. A Fig. 4-9, que será discutida na próxima seção, mostra a trajetória de um projétil quando o efeito do ar pode ser ignorado. O projétil é lançado com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$ que pode ser escrita na forma

$$\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\mathrm{i}} + v_{0y}\hat{\mathrm{j}}. \qquad (4\text{-}19)$$

As componentes v_{0x} e v_{0y} podem ser calculadas se conhecermos o ângulo θ_0 entre $\vec{v}_0$ e o semieixo x positivo:

$$v_{0x} = v_0 \cos\theta_0 \quad \text{e} \quad v_{0y} = v_0 \operatorname{sen}\theta_0. \qquad (4\text{-}20)$$

Durante o movimento bidimensional, o vetor posição $\vec{r}$ e a velocidade $\vec{v}$ do projétil mudam continuamente, mas o vetor aceleração $\vec{a}$ é constante e está *sempre* dirigido verticalmente para baixo. O projétil *não possui* aceleração horizontal.

O movimento balístico, como o das Figs. 4-8 e 4-9, parece complicado, mas temos a seguinte propriedade simplificadora (demonstrada experimentalmente):

Figura 4-8 Fotografia estroboscópica de uma bola de tênis amarela quicando em uma superfície dura. Entre os impactos, a trajetória da bola é balística. *Fonte:* Richard Megna/Fundamental Photographs.

No movimento balístico, o movimento horizontal e o movimento vertical são independentes, ou seja, um não afeta o outro.

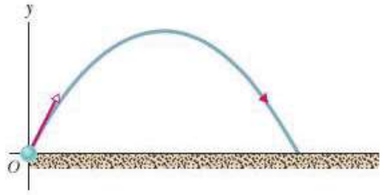
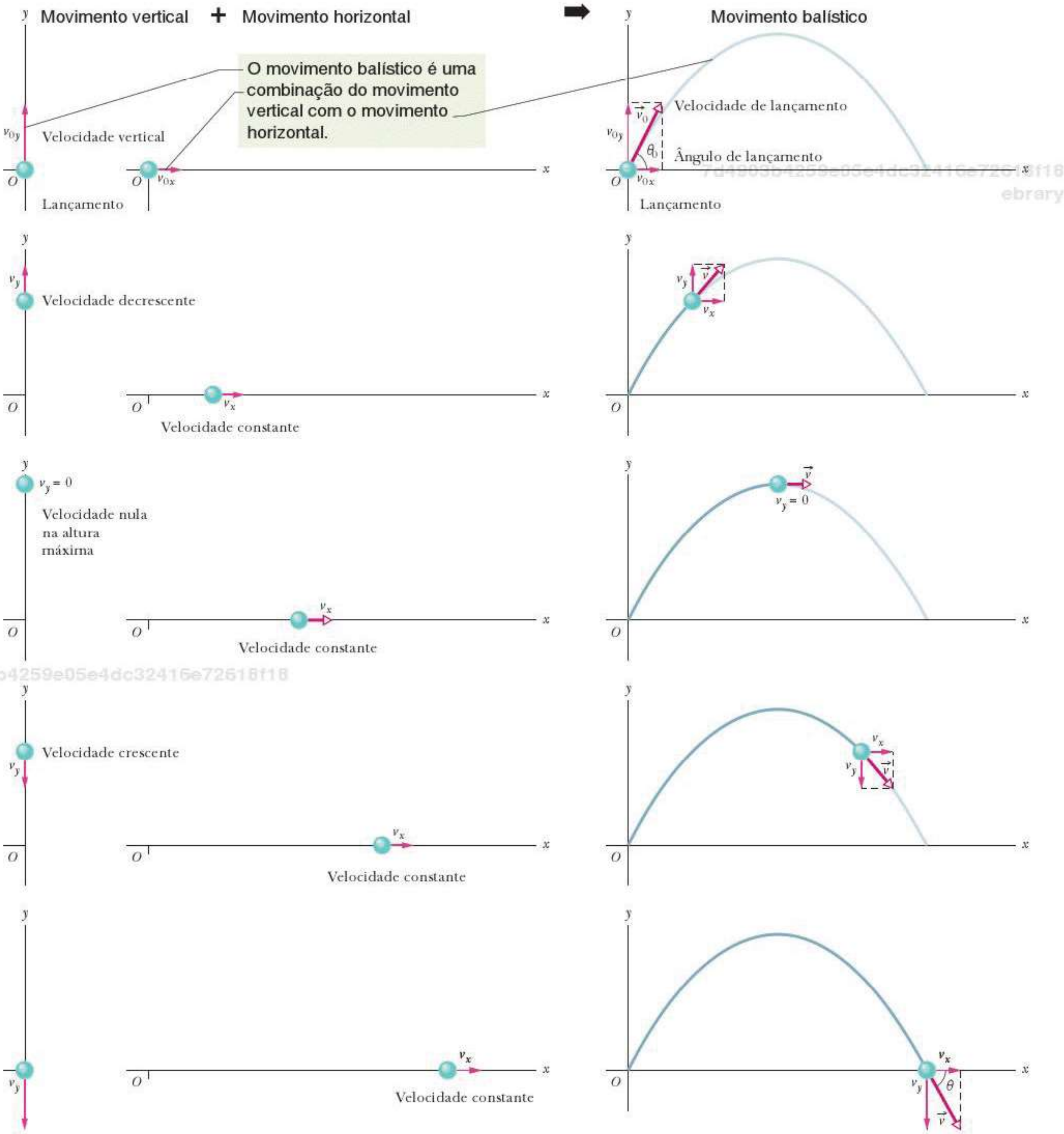


Figura 4-9 O *movimento balístico* de um projétil lançado da origem de um sistema de coordenadas com velocidade inicial $\vec{v}_0$ e ângulo θ_0. Como mostram as componentes da velocidade, o movimento é uma combinação de movimento vertical (com aceleração constante) e movimento horizontal (com velocidade constante).



Essa propriedade permite decompor um problema que envolve um movimento bidimensional em dois problemas unidimensionais independentes e mais fáceis de serem resolvidos, um para o movimento horizontal (com *aceleração nula*) e outro para o movimento vertical (com *aceleração constante para baixo*). Apresentamos a seguir dois experimentos que mostram que o movimento horizontal e o movimento vertical são realmente independentes.

Duas Bolas de Golfe

A Fig. 4-10 é uma fotografia estroboscópica de duas bolas de golfe, uma que simplesmente se deixou cair e outra que foi lançada horizontalmente por uma mola. As bolas de golfe têm o mesmo movimento vertical; ambas percorrem a mesma distância vertical no mesmo intervalo de tempo. *O fato de uma bola estar se movendo horizontalmente enquanto está caindo não afeta o movimento vertical*, ou seja, os movimentos horizontal e vertical são independentes.

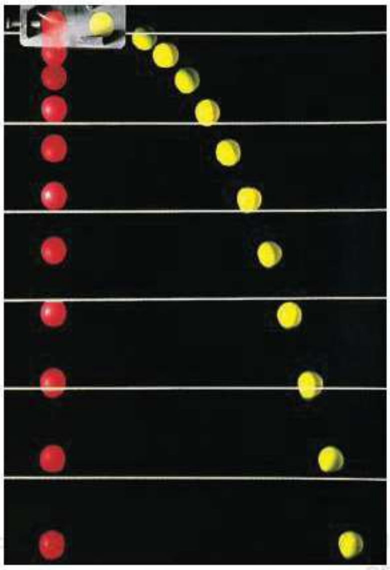


Figura 4-10 Uma bola é deixada cair a partir do repouso no mesmo instante em que outra bola é lançada horizontalmente para a direita. Os movimentos verticais das duas bolas são iguais. *Fonte:* Richard Megna/ Fundamental Photographs.

Uma Demonstração Interessante

A Fig. 4-11 mostra uma demonstração que tem animado muitas aulas de física. Um canudo C é usado para soprar pequenas bolas em direção a uma lata suspensa por um eletroímã M. O experimento é arranjado de tal forma que o canudo está apontado para a lata e o ímã solta a lata no mesmo instante em que a bola deixa o tubo.

Se g (o módulo da aceleração de queda livre) fosse zero, a bola seguiria a trajetória em linha reta mostrada na Fig. 4-11 e a lata continuaria no mesmo lugar após ter sido liberada pelo eletroímã. Assim, a bola certamente atingiria a lata, independentemente da força do sopro.

Na verdade, *g não é* zero, mas, mesmo assim, a bola *sempre atinge a lata!* Como mostra a Fig. 4-11, a aceleração da gravidade faz com que a bola e a lata sofram o mesmo deslocamento para baixo, h, em relação à posição que teriam, a cada instante, se a gravidade fosse nula. Quanto maior a força do sopro, maior a velocidade inicial da bola, menor o tempo que a bola leva para se chocar com a lata e menor o valor de h.

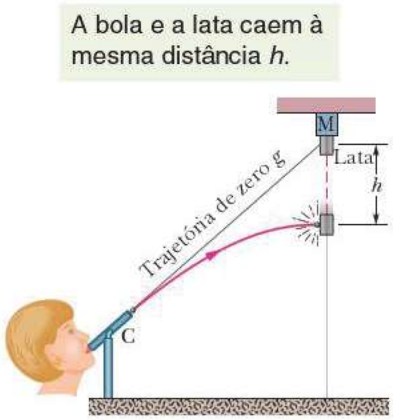


Figura 4-11 A bola sempre acerta na lata que está caindo, já que as duas percorrem a mesma distância h em queda livre.

TESTE 3

Em um certo instante, uma bola que descreve um movimento balístico tem uma velocidade $\vec{v} = 25\hat{i} - 4{,}9\hat{j}$ (o eixo x é horizontal, o eixo y é para cima e $\vec{v}$ está em metros por segundo). A bola já passou pelo ponto mais alto da trajetória?

4-6 Análise do Movimento Balístico

Agora estamos preparados para analisar o movimento horizontal e vertical de um projétil.

Movimento Horizontal

Como *não existe aceleração* na direção horizontal, a componente horizontal v_x da velocidade de um projétil permanece inalterada e igual ao valor inicial v_{0x} durante toda a trajetória, como mostra a Fig. 4-12. Em qualquer instante t, o deslocamento horizontal do projétil em relação à posição inicial, $x - x_0$, é dado pela Eq. 2-15 com $a = 0$, que podemos escrever na forma

$$x - x_0 = v_{0x}t.$$

Como $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$, temos:

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t. \tag{4-21}$$

Figura 4-12 A componente vertical da velocidade deste skatista está variando, mas não a componente horizontal, que é igual à velocidade do skate. Em consequência, o skate permanece abaixo do atleta, permitindo que ele pouse no skate após o salto. *Fonte:* Jamie Budge/Liaison/Getty Images, Inc.

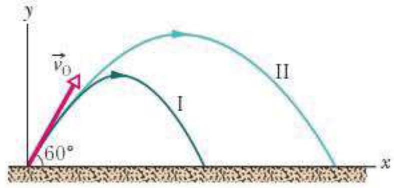


Figura 4-13 (I) Trajetória de uma bola, levando em conta a resistência do ar. (II) Trajetória que a bola seguiria no vácuo, calculada usando as equações deste capítulo. Os dados correspondentes estão na Tabela 4-1. (Adaptada de "The Trajectory of a Fly Ball", Peter J. Brancazio, *The Physics Teacher*, January 1985.)

Tabela 4-1

Trajetórias de Duas Bolas de Beisebol[a]

	Trajetória I (Ar)	Trajetória II (Vácuo)
Alcance	98,5 m	177 m
Altura máxima	53,0 m	76,8 m
Tempo de percurso	6,6 s	7,9 s

[a]Veja a Fig. 4-13. O ângulo de lançamento é 60° e a velocidade de lançamento é 44,7 m/s.

Movimento Vertical

O movimento vertical é o movimento que discutimos na Seção 2-9 para uma partícula em queda livre. O mais importante é que a aceleração é constante. Assim, as equações da Tabela 2-1 podem ser usadas, desde que a seja substituído por $-g$ e o eixo x seja substituído pelo eixo y. A Eq. 2-15, por exemplo, se torna

$$\begin{aligned} y - y_0 &= v_{0y}t - \tfrac{1}{2}gt^2 \\ &= (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2, \end{aligned} \tag{4-22}$$

onde a componente vertical da velocidade inicial, v_{0y}, foi substituída pela expressão equivalente $v_0 \operatorname{sen} \theta_0$. Da mesma forma, as Eqs. 2-11 e 2-16 se tornam

$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt \tag{4-23}$$

e

$$v_y^2 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)^2 - 2g(y - y_0). \tag{4-24}$$

Como mostram a Fig. 4-9 e a Eq. 4-23, a componente vertical da velocidade se comporta exatamente como a de uma bola lançada verticalmente para cima. Está dirigida inicialmente para cima e o módulo diminui progressivamente até se anular, *exatamente no ponto mais alto da trajetória*. Em seguida, a componente vertical da velocidade muda de sentido e o módulo passa a aumentar com o tempo.

Equação da Trajetória

Podemos obter a equação do caminho percorrido pelo projétil (a **trajetória**) eliminando o tempo t nas Eqs. 4-21 e 4-22. Explicitando t na Eq. 4-21 e substituindo o resultado na Eq. 4-22, obtemos, após algumas manipulações algébricas,

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad \text{(trajetória)}. \tag{4-25}$$

Esta é a equação da trajetória mostrada na Fig. 4-9. Ao deduzi-la, para simplificar, fizemos $x_0 = 0$ e $y_0 = 0$ nas Eqs. 4-21 e 4-22, respectivamente. Como g, θ_0 e v_0 são constantes, a Eq. 4-25 é da forma $y = ax + bx^2$, onde a e b são constantes. Como essa é a equação de uma parábola, dizemos que a trajetória é *parabólica*.

Alcance Horizontal

O *alcance horizontal* R de um projétil é a distância *horizontal* percorrida pelo projétil até voltar à altura inicial (altura de lançamento). Para determinar o alcance R, fazemos $x - x_0 = R$ na Eq. 4-21 e $y - y_0 = 0$ na Eq. 4-22, obtendo

$$R = (v_0 \cos \theta_0)t$$

e

$$0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2.$$

Eliminando t nessas duas equações, obtemos

$$R = \frac{2v_0^2}{g} \operatorname{sen} \theta_0 \cos \theta_0.$$

Usando a identidade $\operatorname{sen} 2\theta_0 = 2 \operatorname{sen} \theta_0 \cos \theta_0$ (veja o Apêndice E), obtemos

$$R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0. \tag{4-26}$$

Atenção: esta equação *não fornece* a distância horizontal percorrida pelo projétil quando a altura final é diferente da altura de lançamento.

Observe que R na Eq. 4-26 atinge o valor máximo para $\operatorname{sen} 2\theta_0 = 1$, que corresponde a $2\theta_0 = 90°$ ou $\theta_0 = 45°$.

O alcance horizontal R é máximo para um ângulo de lançamento de 45°.

Quando a altura final é diferente da altura de lançamento, com acontece no arremesso de peso, no lançamento de disco e no basquetebol, a distância horizontal máxima não é atingida para um ângulo de lançamento de 45°.

Efeito do Ar

Até agora, supusemos que o ar não exerce efeito algum sobre o movimento de um projétil. Em muitas situações, porém, a diferença entre a trajetória calculada desta forma e a trajetória real do projétil pode ser considerável, já que o ar resiste (se opõe) ao movimento. A Fig. 4-13, por exemplo, mostra as trajetórias de duas bolas de beisebol que deixam o bastão fazendo um ângulo de 60° com a horizontal, com uma velocidade inicial de 44,7 m/s. A trajetória I (de uma bola de verdade) foi calculada para as condições normais de jogo, levando em conta a resistência do ar. A trajetória II (de uma bola em condições ideais) é a trajetória que a bola seguiria no vácuo.

TESTE 4

Uma bola de beisebol é rebatida na direção do campo de jogo. Durante o percurso (ignorando o efeito do ar), o que acontece com a componente (a) horizontal e (b) vertical da velocidade? Qual é a componente (c) horizontal e (d) vertical da aceleração durante a subida, durante a descida e no ponto mais alto da trajetória?

Exemplo

Projétil lançado de um avião

Na Fig. 4-14, um avião de salvamento voa a 198 km/h (= 55,0 m/s), a uma altura constante de 500 m, rumo a um ponto diretamente acima da vítima de um naufrágio, para deixar cair uma balsa.

(a) Qual deve ser o ângulo ϕ da linha de visada do piloto para a vítima no instante em que o piloto deixa cair a balsa?

IDEIAS-CHAVE

Depois de liberada, a balsa é um projétil; assim, os movimentos horizontal e vertical podem ser examinados separadamente (não é preciso levar em conta a curvatura da trajetória).

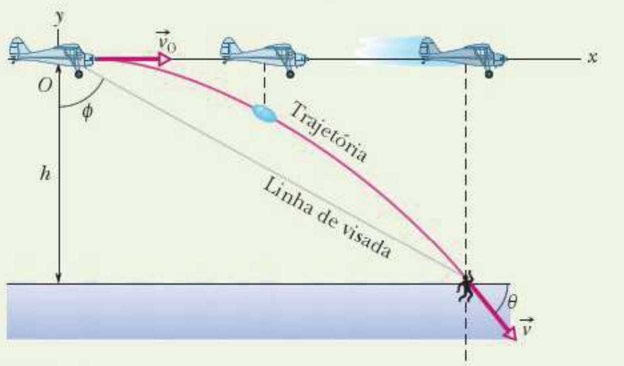


Figura 4-14 Um avião lança uma balsa enquanto se desloca com velocidade constante em um voo horizontal. Durante a queda, a velocidade horizontal da balsa permanece igual à velocidade do avião.

Cálculos Na Fig. 4-14, vemos que ϕ é dado por

$$\phi = \tan^{-1}\frac{x}{h}, \tag{4-27}$$

onde x é a coordenada horizontal da vítima (e da balsa ao chegar à água) e h = 500 m. Podemos calcular x com o auxílio da Eq. 4-21:

$$x - x_0 = (v_0 \cos\theta_0)t. \tag{4-28}$$

Sabemos que $x_0 = 0$ porque a origem foi colocada no ponto de lançamento. Como a balsa é *deixada cair* e não arremessada do avião, a velocidade inicial $\vec{v}_0$ é igual à velocidade do avião. Assim, sabemos também que a velocidade inicial tem módulo v_0 = 55,0 m/s e ângulo θ_0 = 0° (medido em relação ao semieixo x positivo). Entretanto, não conhecemos o tempo t que a balsa leva para percorrer a distância do avião até a vítima.

Para determinar o valor de t, temos que considerar o movimento *vertical* e, mais especificamente, a Eq. 4-22:

$$y - y_0 = (v_0 \,\text{sen}\,\theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2. \tag{4-29}$$

onde o deslocamento vertical $y - y_0$ da balsa é −500 m (o valor negativo indica que a balsa se move *para baixo*).

Assim,

$$-500 \text{ m} = (55{,}0 \text{ m/s})(\text{sen } 0°)t - \tfrac{1}{2}(9{,}8 \text{ m/s}^2)t^2. \quad (4\text{-}30)$$

Resolvendo esta equação, obtemos $t = 10{,}1$. Substituindo este valor na Eq. 4-28, obtemos:

$$x - 0 = (55{,}0 \text{ m/s})(\cos 0°)(10{,}1 \text{ s}), \quad (4\text{-}31)$$

ou

$$x = 555{,}5 \text{ m}.$$

Nesse caso, a Eq. 4-27 nos dá

$$\phi = \tan^{-1} \frac{555{,}5 \text{ m}}{500 \text{ m}} = 48{,}0°. \quad \text{(Resposta)}$$

(b) No momento em que a balsa atinge a água, qual é a sua velocidade $\vec{v}$ em termos dos vetores unitários e na notação módulo-ângulo?

IDEIAS-CHAVE

(1) As componentes horizontal e vertical da velocidade da balsa são independentes. (2) A componente v_x não muda em relação ao valor inicial $v_{0x} = v_0 \cos \theta_0$, pois não existe uma aceleração horizontal. (3) A componente v_y muda em relação ao valor inicial $v_{0y} = v_0 \text{ sen } \theta_0$, pois existe uma aceleração vertical.

Cálculos Quando a balsa atinge a água,

$$v_x = v_0 \cos \theta_0 = (55{,}0 \text{ m/s})(\cos 0°) = 55{,}0 \text{ m/s}.$$

Usando a Eq. 4-23 e o tempo de queda da balsa $t = 10{,}1$ s, descobrimos que, quando a balsa atinge a água,

$$\begin{aligned} v_y &= v_0 \text{ sen } \theta_0 - gt \quad (4\text{-}32)\\ &= (55{,}0 \text{ m/s})(\text{sen } 0°) - (9{,}8 \text{ m/s}^2)(10{,}1 \text{ s})\\ &= -99{,}0 \text{ m/s}. \end{aligned}$$

Assim, temos:

$$\vec{v} = (55{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{i}} - (99{,}0 \text{ m/s})\hat{\text{j}}. \quad \text{(Resposta)}$$

Usando a Eq. 3-6 como guia, descobrimos que o módulo e o ângulo de $\vec{v}$ são

$$v = 113 \text{ m/s} \quad \text{e} \quad \theta = -60{,}9°. \quad \text{(Resposta)}$$

Exemplo

Tiro de canhão contra um navio pirata

A Fig. 4-15 mostra um navio pirata a 560 m de um forte que protege a entrada de um porto. Um canhão de defesa, situado ao nível do mar, dispara balas com uma velocidade inicial $v_0 = 82$ m/s.

(a) Com que ângulo θ_0 em relação à horizontal as balas devem ser disparadas para atingir o navio?

IDEIAS-CHAVE

(1) Uma bala disparada pelo canhão é um projétil. Estamos interessados em uma equação que relacione o ângulo de lançamento θ_0 ao deslocamento horizontal da bala entre o canhão e o navio. (2) Como o canhão e o navio estão na mesma altura, o deslocamento horizontal é igual ao alcance.

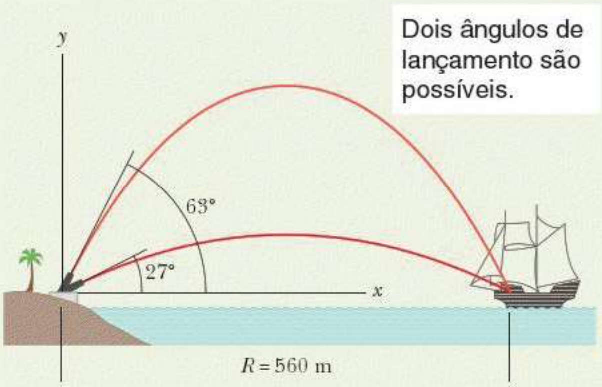


Figura 4-15 Um navio pirata sendo atacado.

Cálculos Podemos relacionar o ângulo de lançamento θ_0 ao alcance R através da Eq. 4-26, que pode ser escrita na forma

$$\begin{aligned} \theta_0 &= \frac{1}{2} \text{ sen}^{-1} \frac{gR}{v_0^2} = \frac{1}{2} \text{ sen}^{-1} \frac{(9{,}8 \text{ m/s}^2)(560 \text{ m})}{(82 \text{ m/s})^2}\\ &= \frac{1}{2} \text{ sen}^{-1} 0{,}816. \quad (4\text{-}33) \end{aligned}$$

Uma solução de sen^{-1} 0,816 (54,7°) é a fornecida pelas calculadoras; subtraindo-a de 180°, obtemos a outra solução (125,3°). Assim, a Eq. 4-33 nos dá

$$\theta_0 = 27° \quad \text{e} \quad \theta_0 = 63°. \quad \text{(Resposta)}$$

(b) Qual é o alcance máximo das balas de canhão?

Cálculos Como vimos anteriormente, o alcance máximo corresponde a um ângulo de elevação θ_0 de 45°. Assim,

$$\begin{aligned} R &= \frac{v_0^2}{g} \text{ sen } 2\theta_0 = \frac{(82 \text{ m/s})^2}{9{,}8 \text{ m/s}^2} \text{ sen } (2 \times 45°)\\ &= 686 \text{ m} \approx 690 \text{ m}. \quad \text{(Resposta)} \end{aligned}$$

Quando o navio pirata se afasta do porto, a diferença entre os dois ângulos de elevação que permitem acertar o navio diminui até que se tornam iguais entre si e iguais a $\theta = 45°$ quando o navio está a 690 m de distância. Para distâncias maiores, é impossível acertar o navio.

4-7 Movimento Circular Uniforme

Uma partícula em **movimento circular uniforme** descreve uma circunferência ou um arco de circunferência com velocidade escalar constante (*uniforme*). Embora a velocidade escalar não varie nesse tipo de movimento, *a partícula está acelerada* porque a direção da velocidade está mudando.

A Fig. 4-16 mostra a relação entre os vetores velocidade e aceleração em várias posições durante o movimento circular uniforme. O módulo dos dois vetores permanece constante durante o movimento, mas a orientação varia continuamente. A velocidade está sempre na direção tangente à circunferência e tem o mesmo sentido que o movimento. A aceleração está sempre na direção *radial* e aponta para o centro da circunferência. Por essa razão, a aceleração associada ao movimento circular uniforme é chamada de **aceleração centrípeta** ("que busca o centro"). Como será demonstrado a seguir, o módulo dessa aceleração $\vec{a}$ é

$$a = \frac{v^2}{r} \qquad \text{(aceleração centrípeta),} \qquad (4\text{-}34)$$

onde r é o raio da circunferência e v é a velocidade da partícula.

Durante essa aceleração com velocidade escalar constante, a partícula percorre a circunferência completa (uma distância igual a $2\pi r$) em um intervalo de tempo dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v} \qquad \text{(período).} \qquad (4\text{-}35)$$

O parâmetro T é chamado de *período de revolução* ou, simplesmente, *período*. No caso mais geral, o período é o tempo que uma partícula leva para completar uma volta em uma trajetória fechada.

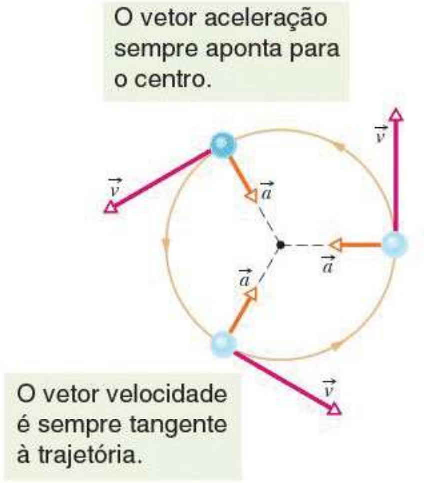


Figura 4-16 Os vetores velocidade e aceleração de uma partícula em movimento circular uniforme.

Demonstração da Eq. 4-34

Para determinar o módulo e a orientação da aceleração no caso do movimento circular uniforme, considere a Fig. 4-17. Na Fig. 4-17*a*, a partícula p se move com velocidade escalar constante v enquanto percorre uma circunferência de raio r. No instante mostrado, as coordenadas de p são x_p e y_p.

Como vimos na Seção 4-3, a velocidade $\vec{v}$ de uma partícula em movimento é sempre tangente à trajetória da partícula na posição considerada. Na Fig. 4-17*a*, isso significa que $\vec{v}$ é perpendicular a uma reta r que liga o centro da circunferência à posição da partícula. Nesse caso, o ângulo θ que $\vec{v}$ faz com uma reta vertical passando pelo ponto p é igual ao ângulo θ que o raio r faz com o eixo x.

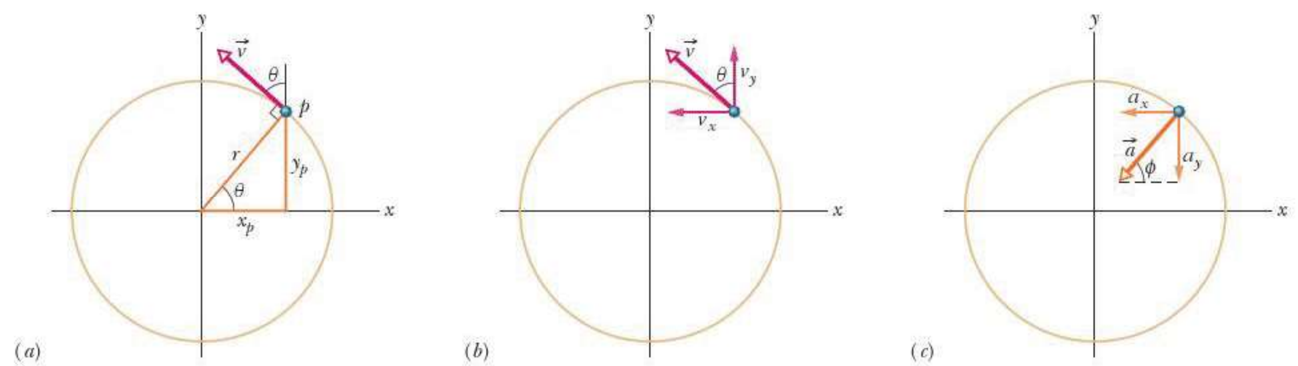


Figura 4-17 Uma partícula p em movimento circular uniforme no sentido anti-horário. (*a*) Posição e velocidade $\vec{v}$ da partícula em um certo instante de tempo. (*b*) Velocidade $\vec{v}$. (*c*) Aceleração $\vec{a}$.

As componentes escalares de $\vec{v}$ aparecem na Fig. 4-17*b*. Em termos dessas componentes, a velocidade $\vec{v}$ pode ser escrita na forma

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} = (-v \operatorname{sen} \theta)\hat{i} + (v \cos \theta)\hat{j}. \tag{4-36}$$

Usando o triângulo retângulo da Fig. 4-17*a*, podemos substituir sen θ por y_p/r e cos θ por x_p/r e escrever

$$\vec{v} = \left(-\frac{vy_p}{r}\right)\hat{i} + \left(\frac{vx_p}{r}\right)\hat{j}. \tag{4-37}$$

Para determinar a aceleração $\vec{a}$ da partícula *p*, devemos calcular a derivada dessa equação em relação ao tempo. Observando que a velocidade escalar v e o raio r não variam com o tempo, obtemos

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(-\frac{v}{r}\frac{dy_p}{dt}\right)\hat{i} + \left(\frac{v}{r}\frac{dx_p}{dt}\right)\hat{j}. \tag{4-38}$$

Note que a taxa de variação com o tempo de y_p, dy_p/dt, é igual à componente y da velocidade, v_y. Analogamente, $dx_p/dt = v_x$, e, novamente de acordo com a Fig. 4-17*b*, $v_x = -v \operatorname{sen} \theta$ e $v_y = v \cos \theta$. Fazendo essas substituições na Eq. 4-38, obtemos

$$\vec{a} = \left(-\frac{v^2}{r}\cos \theta\right)\hat{i} + \left(-\frac{v^2}{r}\operatorname{sen} \theta\right)\hat{j}. \tag{4-39}$$

Este vetor e suas componentes aparecem Fig. 4-17*c*. De acordo com a Eq. 3-6, temos:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{(\cos \theta)^2 + (\operatorname{sen} \theta)^2} = \frac{v^2}{r}\sqrt{1} = \frac{v^2}{r},$$

como queríamos demonstrar. Para determinar a orientação de $\vec{a}$, calculamos o ângulo ϕ da Fig. 4-17*c*:

$$\tan \phi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-(v^2/r)\operatorname{sen} \theta}{-(v^2/r)\cos \theta} = \tan \theta.$$

Assim, $\phi = \theta$, o que significa que $\vec{a}$ aponta na direção do raio r da Fig. 4-17*a*, no sentido do centro da circunferência, como queríamos demonstrar.

TESTE 5

Um objeto se move com velocidade escalar constante, ao longo de uma trajetória circular, em um plano xy horizontal com centro na origem. Quando o objeto está em $x = -2$ m, a velocidade é $-(4 \text{ m/s})\hat{j}$. Determine (a) a velocidade e (b) a aceleração do objeto em $y = 2$ m.

Exemplo

Pilotos de caça fazendo curvas

Os pilotos de caça se preocupam quando têm que fazer curvas muito fechadas. Como o corpo do piloto fica submetido à aceleração centrípeta, com a cabeça mais próxima do centro de curvatura, a pressão sanguínea no cérebro diminui, o que pode levar à perda das funções cerebrais.

Os sinais de perigo são vários. Quando a aceleração centrípeta é $2g$ ou $3g$, o piloto se sente pesado. Por volta de $4g$, a visão do piloto passa para preto e branco e se reduz à "visão de túnel". Se a aceleração é mantida ou aumentada, o piloto deixa de enxergar e, logo depois, perde a consciência, uma situação conhecida como *g*-LOC, da expressão em inglês *g-induced loss of consciousness*, ou seja, "perda de consciência induzida por *g*".

Qual é o módulo da aceleração, em unidades de *g*, para um piloto cuja aeronave inicia uma curva horizontal com uma velocidade $\vec{v}_i = (400\hat{i} + 500\hat{j})$ m/s e, 24,0 s mais tarde, termina a curva com uma velocidade $\vec{v}_f = (-400\hat{i} - 500\hat{j})$ m/s?

IDEIAS-CHAVE

Supomos que o avião execute a curva com um movimento circular uniforme. Nesse caso, o módulo da aceleração centrípeta é dado pela Eq. 4-34 ($a = v^2/R$), onde R é o raio da curva. O tempo necessário para descrever uma circunferência completa é o período dado pela Eq. 4-35 ($T = 2\pi R/v$).

Cálculos Como não conhecemos o raio R, vemos explicitar R na Eq. 4-35 e substituí-lo pelo seu valor na Eq. 4-34. O resultado é o seguinte:

$$a = \frac{2\pi v}{T}.$$

Nesta equação, v é o módulo (constante) da velocidade durante a curva. Vamos substituir as componentes da velocidade inicial na Eq. 3-6:

$$v = \sqrt{(400\text{ m/s})^2 + (500\text{ m/s})^2} = 640{,}31\text{ m/s}.$$

Para determinar o período T do movimento, observamos que a velocidade final é igual ao negativo da velocidade inicial. Isso significa que a aeronave termina a curva no lado oposto da circunferência e completou metade de uma circunferência em 24,0 s. Assim, levaria $T = 48{,}0$ s para descrever uma circunferência completa. Substituindo esses valores na equação de a, obtemos

$$a = \frac{2\pi(640{,}31\text{ m/s})}{48{,}0\text{ s}} = 83{,}81\text{ m/s}^2 \approx 8{,}6g. \quad \text{(Resposta)}$$

4-8 Movimento Relativo em Uma Dimensão

Suponha que você veja um pato voando para o norte a 30 km/h. Para um outro pato que esteja voando ao lado do primeiro, o primeiro parece estar parado. Em outras palavras, a velocidade de uma partícula depende do **referencial** de quem está observando ou medindo a velocidade. Para nossos propósitos, um referencial é um objeto no qual fixamos um sistema de coordenadas. No dia a dia, esse objeto é frequentemente o solo. Assim, por exemplo, a velocidade que aparece em uma multa de trânsito é a velocidade do carro em relação ao solo. A velocidade em relação ao guarda de trânsito será diferente se o guarda estiver se movendo enquanto mede a velocidade.

Suponha que Alexandre (situado na origem do referencial A da Fig. 4-20) esteja parado no acostamento de uma rodovia, observando o carro P (a "partícula") passar. Bárbara (situada na origem do referencial B) está dirigindo um carro na rodovia com velocidade constante e também observa o carro P. Suponha que os dois meçam a posição do carro em um dado momento. De acordo com a Fig. 4-18, temos:

$$x_{PA} = x_{PB} + x_{BA}. \tag{4-40}$$

Essa equação significa o seguinte: "A coordenada x_{PA} de P medida por A é *igual* à coordenada x_{PB} de P medida por B *mais* a coordenada x_{BA} de B medida por A". Observe que esta leitura está de acordo com a ordem em que os índices foram usados.

Derivando a Eq. 4-40 em relação ao tempo, obtemos

$$\frac{d}{dt}(x_{PA}) = \frac{d}{dt}(x_{PB}) + \frac{d}{dt}(x_{BA}).$$

Assim, as componentes da velocidade estão relacionadas através da equação

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}. \tag{4-41}$$

Esta equação significa o seguinte: "A velocidade v_{PA} de P medida por A é *igual* à velocidade v_{PB} de P medida por B *mais* a velocidade v_{BA} de B medida por A." O termo v_{BA} é a velocidade do referencial B em relação ao referencial A.

Neste capítulo, estamos considerando apenas referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro. Em nosso exemplo, isso significa que Bárbara (referencial B) dirige com velocidade constante v_{BA} em relação a Alexandre (referencial A). Esta restrição não vale para o carro P (a partícula em movimento), cuja velocidade pode mudar de módulo e direção (ou seja, a partícula pode sofrer uma aceleração).

O referencial B se move em relação ao referencial A enquanto ambos observam P.

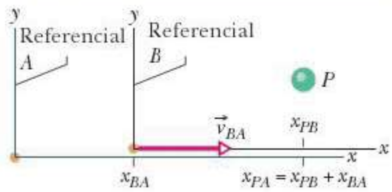


Figura 4-18 Alexandre (referencial A) e Bárbara (referencial B) observam o carro P enquanto B e P se movem com velocidades diferentes ao longo do eixo x comum aos dois referenciais. No instante mostrado, x_{BA} é a coordenada de B no referencial A. A coordenada de P é x_{PB} no referencial B e $x_{PA} = x_{PB} - x_{BA}$ no referencial A.

Para relacionar as acelerações de P medidas por Bárbara e por Alexandre em um mesmo instante, calculamos a derivada da Eq. 4-41 em relação ao tempo:

$$\frac{d}{dt}(v_{PA}) = \frac{d}{dt}(v_{PB}) + \frac{d}{dt}(v_{BA}).$$

Como v_{BA} é constante, o último termo é zero e temos

$$a_{PA} = a_{PB}. \tag{4-42}$$

Em outras palavras,

A aceleração de uma partícula medida por observadores em referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro é exatamente a mesma.

Exemplo

Movimento relativo unidimensional: Alexandre e Bárbara

Na Fig. 4-18, suponha que a velocidade de Bárbara em relação a Alexandre seja v_{BA} = 52 km/h (constante) e que o carro P esteja se movendo no sentido negativo do eixo x.

(a) Se Alexandre mede uma velocidade constante $v_{PA} = -78$ km/h para o carro P, qual é a velocidade v_{PB} medida por Bárbara?

IDEIAS-CHAVE

Podemos associar um referencial A a Alexandre e um referencial B a Bárbara. Como os dois referenciais se movem com velocidade constante um em relação ao outro ao longo do eixo x, podemos usar a Eq. 4-41 ($v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$) para relacionar v_{PB} a v_{PA} e v_{BA}.

Cálculo Temos

$$-78 \text{ km/h} = v_{PB} + 52 \text{ km/h}.$$

Assim, $$v_{PB} = -130 \text{ km/h}. \quad \text{(Resposta)}$$

Comentário Se o carro P estivesse ligado ao carro de Bárbara por um fio flexível enrolado em uma bobina, o fio se desenrolaria a uma velocidade de 130 km/h enquanto os dois carros estivessem se separando.

(b) Se o carro P freia com aceleração constante até parar em relação a Alexandre (e, portanto, em relação ao solo) no instante t = 10 s, qual é a aceleração a_{PA} em relação a Alexandre?

IDEIAS-CHAVE

Para calcular a aceleração do carro P *em relação a Alexandre*, devemos usar a velocidade do carro *em relação a Alexandre*. Como a aceleração é constante, podemos usar a Eq. 2-11 ($v = v_0 + at$) para relacionar a aceleração às velocidades inicial e final de P.

Cálculo A velocidade inicial de P em relação a Alexandre é $v_{PA} = -78$ km/h, enquanto a velocidade final é 0. Assim,

$$a_{PA} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - (-78 \text{ km/h})}{10 \text{ s}} \frac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}$$
$$= 2{,}2 \text{ m/s}^2. \quad \text{(Resposta)}$$

(c) Qual é a aceleração a_{PB} do carro P em relação a Bárbara durante a frenagem?

IDEIA-CHAVE

Para calcular a aceleração do carro P *em relação a Bárbara*, devemos usar a velocidade do carro *em relação a Bárbara*.

Cálculo A velocidade inicial de P em relação a Bárbara foi determinada na parte (a) ($v_{PB} = -130$ km/h). A velocidade final de P em relação a Bárbara é –52 km/h (a velocidade do carro parado em relação à velocidade do carro de Bárbara). Assim,

$$a_{PB} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{-52 \text{ km/h} - (-130 \text{ km/h})}{10 \text{ s}} \frac{1 \text{ m/s}}{3{,}6 \text{ km/h}}$$
$$= 2{,}2 \text{ m/s}^2. \quad \text{(Resposta)}$$

Comentário Este resultado é previsível. Como Alexandre e Bárbara estão se movendo com velocidade constante um em relação ao outro, a aceleração do carro P medida pelos dois deve ser a mesma.

4-9 Movimento Relativo em Duas Dimensões

Nossos dois amigos estão novamente observando o movimento de uma partícula P a partir da origem dos referenciais A e B, enquanto B se move com velocidade constante $\vec{v}_{BA}$ em relação a A. (Os eixos correspondentes aos dois sistemas de coordenadas permanecem paralelos.) A Fig. 4-19 mostra um certo instante durante o movimento. Nesse instante, o vetor posição da origem de B em relação à origem de A é $\vec{r}_{BA}$. Os vetores posição da partícula P são $\vec{r}_{PA}$ em relação à origem de A e $\vec{r}_{PB}$ em relação à origem de B. A posição das origens e extremidades desses três vetores mostra que estão relacionados através da equação

$$\vec{r}_{PA} = \vec{r}_{PB} + \vec{r}_{BA}. \tag{4-43}$$

Derivando essa equação em relação ao tempo, encontramos uma equação que envolve as velocidades $\vec{v}_{PA}$ e $\vec{v}_{PB}$ da partícula P em relação aos nossos observadores:

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}. \tag{4-44}$$

Derivando esta equação em relação ao tempo, obtemos uma equação que envolve as acelerações $\vec{a}_{PA}$ e $\vec{a}_{PB}$ da partícula P em relação aos nossos observadores. Note, porém, que, como $\vec{v}_{BA}$ é constante, sua derivada em relação ao tempo é nula. Assim, obtemos

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}. \tag{4-45}$$

Assim, da mesma forma que no movimento unidimensional, temos a seguinte regra: a aceleração de uma partícula medida por observadores em referenciais que se movem com velocidade constante um em relação ao outro é exatamente a mesma.

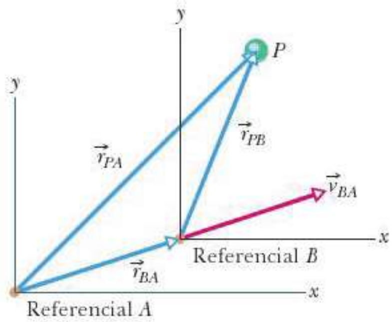


Figura 4-19 O referencial B possui uma velocidade bidimensional constante $\vec{v}_{BA}$ em relação ao referencial A. O vetor posição de B em relação a A é $\vec{r}_{BA}$. Os vetores posição da partícula P são $\vec{r}_{PA}$ em relação a A e $\vec{r}_{PB}$ em relação a B.

Exemplo

Movimento relativo bidimensional: aviões

Na Fig. 4-20*a*, um avião se move para leste enquanto o piloto direciona o avião ligeiramente para o sul do leste, de modo a compensar um vento constante que sopra para nordeste. O avião tem uma velocidade $\vec{v}_{AV}$ em relação ao vento, com uma velocidade do ar (velocidade escalar em relação ao vento) de 215 km/h e uma orientação que faz um ângulo θ ao sul do leste. O vento tem uma velocidade $\vec{v}_{VS}$ em relação ao solo, com uma velocidade escalar de 65,0 km/h e uma orientação que faz um ângulo de 20° a leste do norte. Qual é o módulo da velocidade $\vec{v}_{AS}$ do avião em relação ao solo e qual é o valor de θ?

IDEIAS-CHAVE

A situação é semelhante à da Fig. 4-19. Nesse caso, a partícula P é o avião, o referencial A está associado ao solo (que chamaremos de S) e o referencial B está associado ao vento (que chamaremos de V). Precisamos construir um diagrama vetorial semelhante ao da Fig. 4-19, mas, dessa vez, usando os três vetores velocidade.

Cálculos Primeiro, escrevemos uma frase que expressa uma relação entre os três vetores da Fig. 4-20*b*:

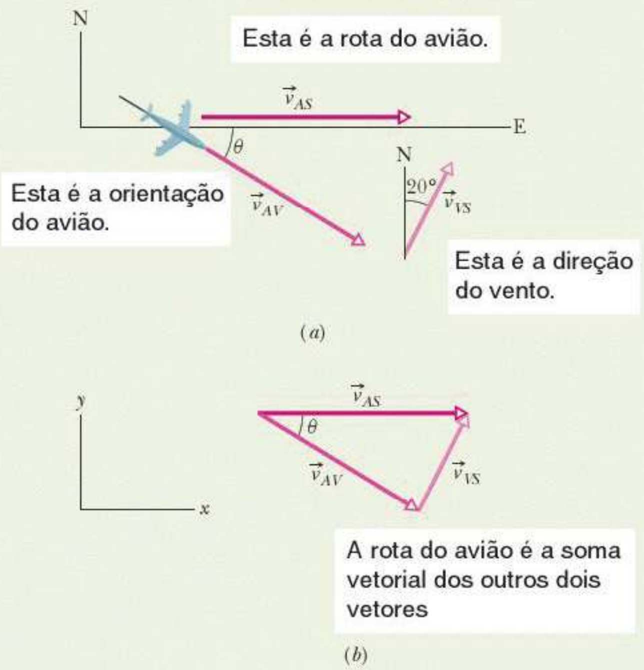


Figura 4-20 Efeito do vento sobre um avião.

$$\underset{(AS)}{\text{velocidade do avião em relação ao solo}} = \underset{(AV)}{\text{velocidade do avião em relação ao vento}} + \underset{(VS)}{\text{velocidade do vento em relação ao solo}}$$

Em notação vetorial, esta relação se torna

$$\vec{v}_{AS} = \vec{v}_{AV} + \vec{v}_{VS} \qquad (4\text{-}46)$$

Podemos determinar as componentes dos vetores no sistema de coordenadas da Fig. 4-20*b* e resolver a Eq. 4-46 eixo por eixo. No caso das componentes *y*, temos:

$$\vec{v}_{AS,y} = \vec{v}_{AV,y} + \vec{v}_{VS,y}$$

ou $0 = -(215 \text{ km/h}) \operatorname{sen} \theta + (65{,}0 \text{ km/h})(\cos 20{,}0°)$.

Explicitando θ, obtemos

$$\theta = \operatorname{sen}^{-1} \frac{(65{,}0 \text{ km/h})(\cos 20{,}0°)}{215 \text{ km/h}} = 16{,}5°. \qquad \text{(Resposta)}$$

No caso das componentes *x*, temos:

$$\vec{v}_{AS,x} = \vec{v}_{AV,x} + \vec{v}_{VS,x}$$

Como $\vec{v}_{AS}$ é paralela ao eixo *x*, a componente $v_{AS,x}$ é igual ao módulo v_{AS} do vetor. Substituindo $v_{AS,x}$ por v_{AS} e fazendo $\theta = 16{,}5°$, obtemos

$$v_{AS} = (215 \text{ km/h})(\cos 16{,}5°) + (65{,}0 \text{ km/h})(\operatorname{sen} 20{,}0°)$$
$$= 228 \text{ km/h}. \qquad \text{(Resposta)}$$

REVISÃO E RESUMO

Vetor Posição A localização de uma partícula em relação à origem de um sistema de coordenadas é dada por um *vetor posição* $\vec{r}$, que, em termos dos vetores unitários, assume a forma

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}. \qquad (4\text{-}1)$$

onde $x\hat{i}$, $y\hat{j}$ e $z\hat{k}$ são as componentes vetoriais do vetor posição $\vec{r}$ e x, y e z são as componentes escalares (e também as coordenadas da partícula). Um vetor posição pode ser descrito por um módulo e um ou dois ângulos, pelas componentes vetoriais ou pelas componentes escalares.

Deslocamento Se uma partícula se move de tal forma que o vetor posição muda de $\vec{r}_1$ para $\vec{r}_2$, o *deslocamento* $\Delta\vec{r}$ da partícula é dado por

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1. \qquad (4\text{-}2)$$

O deslocamento também pode ser escrito na forma

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)\hat{i} + (y_2 - y_1)\hat{j} + (z_2 - z_1)\hat{k} \qquad (4\text{-}3)$$
$$= \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j} + \Delta z\hat{k}. \qquad (4\text{-}4)$$

Velocidade Média e Velocidade Instantânea Se uma partícula sofre um deslocamento $\Delta\vec{r}$ em um intervalo de tempo Δt, a velocidade média $\vec{v}_{\text{méd}}$ nesse intervalo de tempo é dada por

$$\vec{v}_{\text{méd}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}. \qquad (4\text{-}8)$$

Quando Δt na Eq. 4-8 tende a 0, $\vec{v}_{\text{méd}}$ tende para um limite $\vec{v}$ que é chamado de *velocidade instantânea* ou, simplesmente, *velocidade*:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \qquad (4\text{-}10)$$

Em termos dos vetores unitários, a velocidade instantânea assume a forma

$$\vec{v} = v_x\hat{i} + v_y\hat{j} + v_z\hat{k}, \qquad (4\text{-}11)$$

onde $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$ e $v_z = dz/dt$. A velocidade instantânea $\vec{v}$ de uma partícula é sempre tangente à trajetória da partícula na posição da partícula.

Aceleração Média e Aceleração Instantânea Se a velocidade de uma partícula varia de $\vec{v}_1$ para $\vec{v}_2$ no intervalo de tempo Δt, a *aceleração média* durante o intervalo Δt é

$$\vec{a}_{\text{méd}} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}. \qquad (4\text{-}15)$$

Quando Δt na Eq. 4-15 tende a zero, $\vec{a}_{\text{méd}}$ tende para um limite $\vec{a}$ que é chamado de *aceleração instantânea* ou, simplesmente, *aceleração*:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}. \qquad (4\text{-}16)$$

Na notação de vetores unitários,

$$\vec{a} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}, \qquad (4\text{-}17)$$

onde $a_x = dv_x/dt$, $a_y = dv_y/dt$ e $a_z = dv_z/dt$.

Movimento de Projéteis *Movimento balístico* é o movimento de uma partícula lançada com uma velocidade inicial $\vec{v}_0$. Durante o percurso, a aceleração horizontal da partícula é zero e a aceleração vertical é a aceleração de queda livre, $-g$. (O deslocamento para cima é escolhido como sentido positivo.) Se $\vec{v}_0$ é expressa através de um módulo (a velocidade escalar v_0) e um ângulo θ_0 (medido em relação à horizontal), as equações de movimento da partícula ao longo do eixo horizontal x e do eixo vertical y são

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t, \qquad (4\text{-}21)$$
$$y - y_0 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)t - \tfrac{1}{2}gt^2, \qquad (4\text{-}22)$$
$$v_y = v_0 \operatorname{sen} \theta_0 - gt, \qquad (4\text{-}23)$$
$$v_y^2 = (v_0 \operatorname{sen} \theta_0)^2 - 2g(y - y_0). \qquad (4\text{-}24)$$

A **trajetória** de uma partícula em movimento balístico tem a forma de uma parábola e é dada por

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}, \qquad (4\text{-}25)$$

se x_0 e y_0 das Eqs. 4-21, 4-22, 4-23 e 4-24 forem nulos. O **alcance horizontal** R da partícula, que é a distância horizontal do ponto de lançamento ao ponto em que a partícula retorna à altura do ponto de lançamento, é dado por

$$R = \frac{v_0^2}{g} \operatorname{sen} 2\theta_0. \qquad (4\text{-}26)$$

Movimento Circular Uniforme Se uma partícula descreve uma circunferência ou arco de circunferência de raio r com velocidade constante v, dizemos que se trata de um *movimento circular uniforme*. Nesse caso, a partícula possui uma aceleração $\vec{a}$ cujo módulo é dado por

$$a = \frac{v^2}{r}. \tag{4-34}$$

O vetor $\vec{a}$ aponta para o centro da circunferência ou arco de circunferência e é chamado de *aceleração centrípeta*. O tempo que a partícula leva para descrever uma circunferência completa é dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v}. \tag{4-35}$$

O parâmetro T é chamado de *período de revolução* ou, simplesmente, *período*.

Movimento Relativo Quando dois referenciais A e B estão se movendo um em relação ao outro com velocidade constante, a velocidade de uma partícula P, medida por um observador do referencial A, é em geral diferente da velocidade medida por um observador do referencial B. As duas velocidades estão relacionadas através da equação

$$\vec{v}_{PA} = \vec{v}_{PB} + \vec{v}_{BA}, \tag{4-44}$$

onde $\vec{v}_{BA}$ é a velocidade de B em relação a A. Os dois observadores medem a mesma aceleração:

$$\vec{a}_{PA} = \vec{a}_{PB}. \tag{4-45}$$

PERGUNTAS

1 A Fig. 4-21 mostra o caminho seguido por um gambá à procura de comida no lixo, a partir do ponto inicial i. O gambá levou o mesmo tempo T para ir de cada um dos pontos marcados até o ponto seguinte. Ordene os pontos a, b e c de acordo com o módulo da velocidade média do gambá para alcançá-los a partir do ponto inicial i, começando pelo maior.

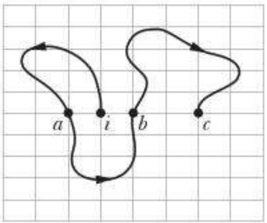


Figura 4-21 Pergunta 1.

2 A Fig. 4-22 mostra a posição inicial i e a posição final f de uma partícula. Determine (a) o vetor posição inicial $\vec{r}_i$ e (b) o vetor posição final $\vec{r}_f$ da partícula, ambos na notação de vetores unitários. (c) Qual é a componente x do deslocamento $\Delta\vec{r}$?

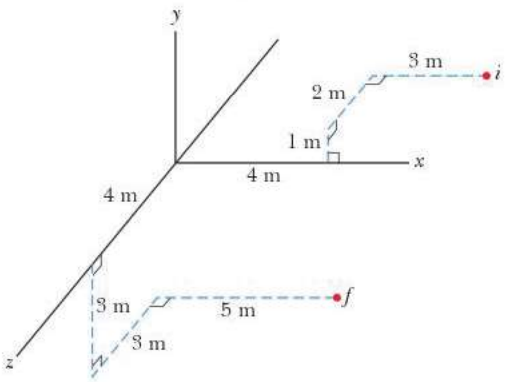


Figura 4-22 Pergunta 2.

3 Quando Paris foi bombardeada a mais de 100 km de distância na Primeira Guerra Mundial, por um canhão apelidado de "Big Bertha", os projéteis foram lançados com um ângulo maior que 45° para atingir uma distância maior, possivelmente até duas vezes maior que a 45°. Este resultado significa que a densidade do ar em grandes altitudes aumenta ou diminui?

4 Você tem que lançar um foguete, praticamente do nível do solo, com uma das velocidades iniciais especificadas pelos seguintes vetores: (1) $\vec{v}_0 = 20\hat{i} + 70\hat{j}$; (2) $\vec{v}_0 = -20\hat{i} + 70\hat{j}$; (3) $\vec{v}_0 = 20\hat{i} - 70\hat{j}$; (4) $\vec{v}_0 = -20\hat{i} - 70\hat{j}$. No seu sistema de coordenadas, x varia ao longo do nível do solo e y cresce para cima. (a) Ordene os vetores de acordo com o módulo da velocidade de lançamento do projétil, começando pelo maior. (b) Ordene os vetores de acordo com o tempo de voo do projétil, começando pelo maior.

5 A Fig. 4-23 mostra três situações nas quais projéteis iguais são lançados do solo (a partir do mesmo nível) com a mesma velocidade escalar e o mesmo ângulo. Entretanto, os projéteis não caem no mesmo terreno. Ordene as situações de acordo com a velocidade escalar final dos projéteis imediatamente antes de aterrissarem, começando pela maior.

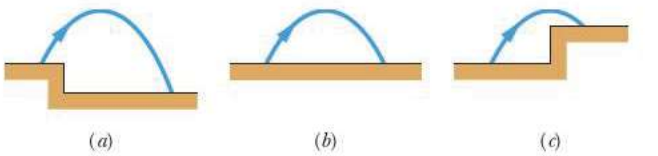


Figura 4-23 Pergunta 5.

6 O único uso decente de um bolo de frutas é na prática da catapulta. A curva 1 na Fig. 4-24 mostra a altura y de um bolo de frutas arremessado por uma catapulta em função do ângulo θ entre o vetor velocidade e o vetor aceleração durante o percurso. (a) Qual dos pontos assinalados por letras nessa curva corresponde ao choque do bolo de frutas com o solo? (b) A curva 2 é um gráfico semelhante para a mesma velocidade escalar inicial, mas um ângulo de lançamento diferente. Nesse caso, o bolo de frutas vai cair em um ponto mais distante ou mais próximo do ponto de lançamento?

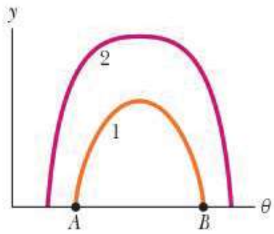


Figura 4-24 Pergunta 6.

7 Um avião que está voando horizontalmente com uma velocidade constante de 350 km/h, sobrevoando um terreno plano, deixa cair um fardo com suprimentos. Ignore o efeito do ar sobre o fardo. Quais são as componentes iniciais (a) vertical e (b) horizontal da velocidade inicial do fardo? (c) Qual é a componente horizontal da velocidade imediatamente antes de o fardo se chocar com o solo? (d) Se a velocidade do avião fosse 450 km/h, o tempo de queda seria maior, menor ou igual?

8 Na Fig. 4-25, uma tangerina é arremessada para cima e passa pelas janelas 1, 2 e 3, que têm o mesmo tamanho e estão regularmente espaçadas na vertical. Ordene essas três janelas de acordo (a) com o tempo que a tangerina leva para passar e (b) com a velocidade média da tangerina durante a passagem, em ordem decrescente.

Na descida, a tangerina passa pelas janelas 4, 5 e 6, que têm o mesmo tamanho e não estão regularmente espaçadas na horizontal. Ordene essas três janelas de acordo (c) com o tempo que a tangerina leva para passar e (d) com a velocidade média da tangerina durante a passagem, em ordem decrescente.

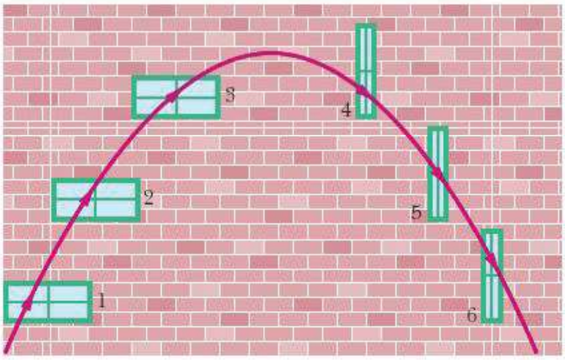


Figura 4-25 Pergunta 8.

9 A Fig. 4-26 mostra três trajetórias de uma bola de futebol chutada a partir do chão. Ignorando os efeitos do ar, ordene as trajetórias de acordo (a) com o tempo de percurso, (b) com a componente vertical da velocidade inicial, (c) com a componente horizontal da velocidade inicial e (d) com a velocidade escalar inicial, em ordem decrescente.

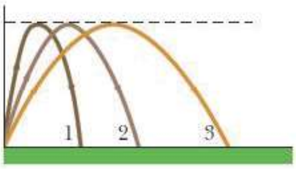


Figura 4-26 Pergunta 9.

10 Uma bola é chutada a partir do chão, em um terreno plano, com uma certa velocidade inicial. A Fig. 4-27 mostra o alcance R da bola em função do ângulo de lançamento θ_0. Ordene os três pontos identificados por letras no gráfico de acordo (a) com o tempo que a bola permanece no ar e (b) com a velocidade da bola na altura máxima, em ordem decrescente.

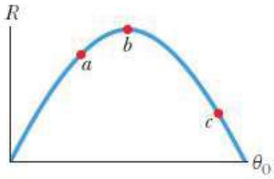


Figura 4-27 Pergunta 10.

11 A Fig. 4-28 mostra quatro trilhos (semicírculos ou quartos de círculo) que podem ser usados por um trem, que se move com velocidade escalar constante. Ordene os trilhos de acordo com o módulo de aceleração do trem no trecho curvo, em ordem decrescente.

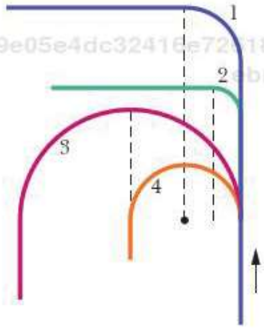


Figura 4-28 Pergunta 11.

12 Na Fig. 4-29, a partícula P está em movimento circular uniforme em torno da origem de um sistema de coordenadas xy. (a) Para que valores de θ a componente vertical r_y do vetor posição possui maior módulo? (b) Para que valores de θ a componente vertical v_y da velocidade da partícula possui maior módulo? (c) Para que valores de θ a componente vertical a_y da aceleração da partícula possui maior módulo?

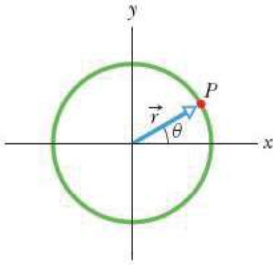


Figura 4-29 Pergunta 12.

13 (a) É possível estar acelerando enquanto se viaja com velocidade escalar constante? É possível fazer uma curva (b) com aceleração nula e (c) com uma aceleração de módulo constante?

PROBLEMAS

• – ••• O número de pontos indica o grau de dificuldade do problema

Informações adicionais disponíveis em *O Circo Voador da Física* de Jearl Walker, LTC, Rio de Janeiro, 2008.

Seção 4-2 Posição e Deslocamento

•1 O vetor posição de um elétron é $\vec{r} = (5{,}0\text{ m})\hat{i} - (3{,}0\text{ m})\hat{j} + (2{,}0\text{ m})\hat{k}$. (a) Determine o módulo de $\vec{r}$. (b) Desenhe o vetor em um sistema de coordenadas dextrogiro.

•2 Uma semente de melancia possui as seguintes coordenadas: $x = -5{,}0$ m, $y = 8{,}0$ m e $z = 0$ m. Determine o vetor posição da semente (a) na notação de vetores unitários e como (b) um módulo e (c) um ângulo em relação ao sentido positivo do eixo x. (d) Desenhe o vetor em um sistema de coordenadas dextrogiro. Se a semente é transportada para as coordenadas (3,00 m, 0 m, 0 m), determine o deslocamento (e) na notação de vetores unitários e como (f) um módulo e (g) um ângulo em relação ao sentido positivo do eixo x.

•3 Um pósitron sofre um deslocamento $\Delta\vec{r} = 2{,}0\hat{i} - 3{,}0\hat{j} + 6{,}0\hat{k}$ e termina com o vetor posição $\vec{r} = 3{,}0\hat{j} - 4{,}0\hat{k}$, em metros. Qual era o vetor posição inicial do pósitron?

••4 O ponteiro dos minutos de um relógio de parede mede 10 cm da ponta até o eixo de rotação. O módulo e o ângulo do vetor deslocamento da ponta devem ser determinados para três intervalos de tempo. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo associado ao deslocamento da ponta entre as posições correspondentes a quinze e trinta minutos depois da hora, (c) o módulo e (d) o ângulo correspondente à meia hora seguinte, e (e) o módulo e (f) o ângulo correspondentes à hora seguinte.

Seção 4-3 Velocidade Média e Velocidade Instantânea

•5 Um trem com uma velocidade constante de 60,0 km/h se move na direção leste por 40,0 min, depois em uma direção que faz um ângulo de 50,0° a leste com a direção norte por 20,0 min e, finalmente, na direção oeste por mais 50,0 min. Quais são (a) o módulo e (b) o ângulo da velocidade média do trem durante a viagem?

•6 A posição de um elétron é dada por $\vec{r} = 3{,}00t\hat{i} - 4{,}00t^2\hat{j} + 2{,}00\hat{k}$, com t em segundos e $\vec{r}$ em metros. (a) Qual é a velocidade $\vec{v}(t)$ do elétron na notação de vetores unitários? Quanto vale $\vec{v}(t)$ no instante $t = 2{,}00$ s (b) na notação de vetores unitários e como (c) um módulo e (d) um ângulo em relação ao sentido positivo do eixo x?

•7 O vetor posição de um íon é inicialmente $\vec{r} = 5{,}0\hat{i} - 6{,}0\hat{j} + 2{,}0\hat{k}$ e 10 s depois passa a ser $\vec{r} = -2{,}0\hat{i} + 8{,}0\hat{j} - 2{,}0\hat{k}$, com todos os valores em metros. Na notação de vetores unitários, qual é a velocidade média $\vec{v}_{\text{méd}}$ durante os 10 s?

••8 Um avião voa 483 km para leste, da cidade A para a cidade B, em 45,0 min, e depois 966 km para o sul, da cidade B para uma cidade C, em 1,50 h. Para a viagem inteira, determine (a) o módulo e (b) a direção do deslocamento do avião, (c) o módulo e (d) a direção da velocidade média e (e) a velocidade escalar média.

••9 A Fig. 4-30 mostra os movimentos de um esquilo em um terreno plano, do ponto A (no instante $t = 0$) para os pontos B (em $t = 5{,}00$ min), C (em $t = 10{,}0$ min) e, finalmente, D (em $t = 15{,}0$ min). Considere as velocidades médias do esquilo do ponto A para cada um dos outros três pontos. Entre essas velocidades médias determine (a) o módulo e (b) o ângulo da que possui o menor módulo e (c) o módulo e (d) o ângulo da que possui o maior módulo.

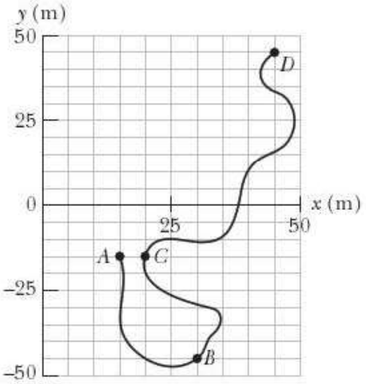


Figura 4-30 Problema 9.

•••10 O vetor $\vec{r} = 5{,}00t\hat{i} + (et + ft^2)\hat{j}$ mostra a posição de uma partícula em função do tempo t. O vetor $\vec{r}$ está em metros, t está em segundos e os fatores e e f são constantes. A Fig. 4-31 mostra o ângulo θ da direção do movimento da partícula em função de t (θ é medido a partir do semieixo x positivo). Determine (a) e e (b) f, indicando as unidades correspondentes.

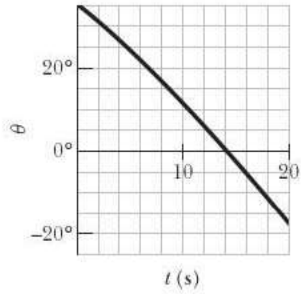


Figura 4.31 Problema 10.

Seção 4-4 Aceleração Média e Aceleração Instantânea

•11 A posição $\vec{r}$ de uma partícula que se move em um plano xy é dada por $\vec{r} = (2{,}00t^3 - 5{,}00t)\hat{i} + (6{,}00 - 7{,}00t^4)\hat{j}$, com $\vec{r}$ em metros e t em segundos. Na notação de vetores unitários, calcule (a) $\vec{r}$, (b) $\vec{v}$ e (c) $\vec{a}$ para $t = 2{,}00$ s. (d) Qual é o ângulo entre o semieixo positivo x e uma reta tangente à trajetória da partícula em $t = 2{,}00$ s?

•12 Em um certo instante, um ciclista está 40,0 m a leste do mastro de um parque, indo para o sul com uma velocidade de 10,0 m/s. Após 30,0 s, o ciclista está 40,0 m ao norte do mastro, dirigindo-se para leste com uma velocidade de 10,0 m/s. Para o ciclista, neste intervalo de 30,0 s, quais são (a) o módulo e (b) a direção do deslocamento, (c) o módulo e (d) a direção da velocidade média e (e) o módulo e (f) a direção da aceleração média?

•13 Uma partícula se move de tal forma que a posição (em metros) em função do tempo (em segundos) é dada por $\vec{r} = \hat{i} + 4t^2\hat{j} + t\hat{k}$. Escreva expressões para (a) a velocidade e (b) a aceleração em função do tempo.

•14 A velocidade inicial de um próton é $\vec{v} = 4{,}0\hat{i} - 2{,}0\hat{j} + 3{,}0\hat{k}$; 4,0 s mais tarde, passa a ser $\vec{v} = -2{,}0\hat{i} - 2{,}0\hat{j} + 5{,}0\hat{k}$ (em metros por segundo). Para esses 4,0 s, determine quais são (a) a aceleração média do próton $\vec{a}_{\text{méd}}$ na notação de vetores unitários, (b) o módulo de $\vec{a}_{\text{méd}}$ e (c) o ângulo entre $\vec{a}_{\text{méd}}$ e o semieixo x positivo.

••15 Uma partícula deixa a origem com uma velocidade inicial $\vec{v} = (3{,}00\hat{i})$ m/s e uma aceleração constante $\vec{a} = (-1{,}00\hat{i} - 0{,}500\hat{j})$ m/s². Quando a partícula atinge o máximo valor da coordenada x, quais são (a) a velocidade e (b) o vetor posição?

••16 A velocidade $\vec{v}$ de uma partícula que se move no plano xy é dada por $\vec{v} = (6{,}0t - 4{,}0t^2)\hat{i} + 8{,}0\hat{j}$, com $\vec{v}$ em metros por segundo e t (> 0) em segundos. (a) Qual é a aceleração no instante $t = 3{,}0$ s? (b) Em que instante (se isso é possível) a aceleração é nula? (c) Em que instante (se isso é possível) a velocidade é nula? (d) Em que instante (se isso é possível) a velocidade escalar da partícula é igual a 10 m/s?

••17 Um carro se move sobre um plano xy com componentes da aceleração $a_x = 4{,}0$ m/s² e $a_y = -2{,}0$ m/s². A velocidade inicial tem componentes $v_{0x} = 8{,}0$ m/s e $v_{0y} = 12$ m/s. Na notação de vetores unitários, qual é a velocidade do carro quando atinge a maior coordenada y?

••18 Um vento moderado acelera um seixo sobre um plano horizontal xy com uma aceleração constante $\vec{a} = (5{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{i}} + (7{,}00\ \text{m/s}^2)\hat{\text{j}}$. No instante $t = 0$, a velocidade é $(4{,}00\ \text{m/s})\hat{\text{i}}$. Quais são (a) o módulo e (b) o ângulo da velocidade do seixo após ter se deslocado 12,0 m paralelamente ao eixo x?

•••19 A aceleração de uma partícula que se move apenas em um plano horizontal xy é dada por $\vec{a} = 3t\hat{\text{i}} + 4t\hat{\text{j}}$, onde $\vec{a}$ está em metros por segundo ao quadrado e t em segundos. Em $t = 0$, o vetor posição $\vec{r} = (20{,}0\ \text{m})\hat{\text{i}} + (40{,}0\ \text{m})\hat{\text{j}}$ indica a localização da partícula, que nesse instante tem uma velocidade $\vec{v} = (5{,}00\ \text{m/s})\hat{\text{i}} + (2{,}00\ \text{m/s})\hat{\text{j}}$. Em $t = 4{,}00$ s, determine (a) o vetor posição em termos dos vetores unitários e (b) o ângulo entre a direção do movimento e o semieixo x positivo.

•••20 Na Fig. 4-32, a partícula A se move ao longo da reta $y = 30$ m com uma velocidade constante $\vec{v}$ de módulo 3,0 m/s e paralela ao eixo x. No instante em que a partícula A passa pelo eixo y, a partícula B deixa a origem com velocidade inicial zero e aceleração constante $\vec{a}$ de módulo 0,40 m/s². Para que valor do ângulo θ entre $\vec{a}$ e o semieixo y positivo acontece uma colisão?

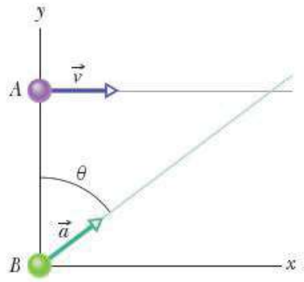


Figura 4-32 Problema 20.

Seção 4-6 Análise do Movimento de um Projétil

•21 Um dardo é arremessado horizontalmente com uma velocidade inicial de 10 m/s em direção a um ponto P, o centro de um alvo de parede. O dardo atinge um ponto Q do alvo, verticalmente abaixo de P, 0,19 s depois do arremesso. (a) Qual é a distância PQ? (b) A que distância do alvo foi arremessado o dardo?

•22 Uma pequena bola rola horizontalmente até a borda de uma mesa de 1,20 m de altura e cai no chão. A bola chega ao chão a uma distância horizontal de 1,52 m da borda da mesa. (a) Por quanto tempo a bola fica no ar? (b) Qual é a velocidade da bola no instante em que chega à borda da mesa?

•23 Um projétil é disparado horizontalmente de uma arma que está 45,0 m acima de um terreno plano, saindo da arma com uma velocidade de 250 m/s. (a) Por quanto tempo o projétil permanece no ar? (b) A que distância horizontal do ponto de disparo o projétil se choca com o solo? (c) Qual é o módulo da componente vertical da velocidade quando o projétil se choca com o solo?

•24 No Campeonato Mundial de Atletismo de 1991, em Tóquio, Mike Powell saltou 8,95 m, batendo por 5 cm um recorde de 23 anos estabelecido por Bob Beamon para o salto em distância. Suponha que Powell iniciou o salto com uma velocidade de 9,5 m/s (aproximadamente igual à de um velocista) e que $g = 9{,}80$ m/s² em Tóquio. Calcule a diferença entre o alcance de Powell e o máximo alcance possível para uma partícula lançada com a mesma velocidade.

•25 O recorde atual de salto de motocicleta é 77,0 m, estabelecido por Jason Renie. Suponha que Renie tenha partido da rampa fazendo um ângulo de 12° com a horizontal e que as rampas de subida e de descida tivessem a mesma altura. Determine a velocidade inicial, desprezando a resistência do ar.

•26 Uma pedra é lançada por uma catapulta no instante $t = 0$, com uma velocidade inicial de módulo 20,0 m/s e ângulo 40,0° acima da horizontal. Quais são os módulos das componentes (a) horizontal e (b) vertical do deslocamento da pedra em relação à catapulta em $t = 1{,}10$ s? Repita os cálculos para as componentes (c) horizontal e (d) vertical em $t = 1{,}80$ s e para as componentes (e) horizontal e (f) vertical em $t = 5{,}00$ s.

••27 Um avião está mergulhando com um ângulo $\theta = 30{,}0°$ abaixo da horizontal, a uma velocidade de 290,0 km/h, quando o piloto libera um chamariz (Fig. 4-33). A distância horizontal entre o ponto de lançamento e o ponto onde o chamariz se choca com o solo é $d = 700$ m. (a) Quanto tempo o chamariz passou no ar? (b) De que altura foi lançado?

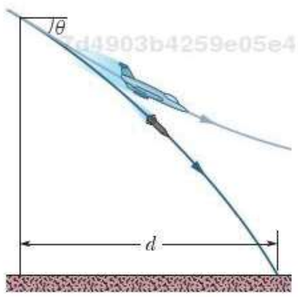


Figura 4-33 Problema 27.

••28 Na Fig. 4-34, uma pedra é lançada no alto de rochedo de altura h com uma velocidade inicial de 42,0 m/s e um ângulo $\theta_0 = 60{,}0°$ com a horizontal. A pedra cai em um ponto A, 5,50 s após o lançamento. Determine (a) a altura h do rochedo, (b) a velocidade da pedra imediatamente antes do impacto em A e (c) a máxima altura H alcançada acima do solo.

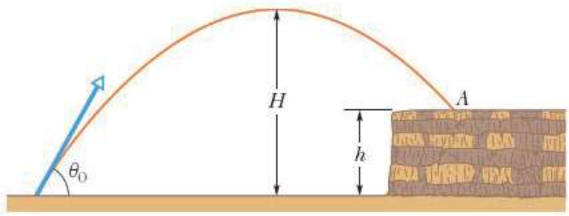


Figura 4-34 Problema 28.

••29 A velocidade de lançamento de um projétil é cinco vezes maior que a velocidade na altura máxima. Determine o ângulo de lançamento θ_0.

••30 Uma bola de futebol é chutada a partir do chão com uma velocidade inicial de 19,5 m/s e um ângulo para cima de 45°. No mesmo instante, um jogador a 55 m de distância na direção do chute, começa a correr para receber a bola. Qual deve ser a velocidade média do jogador para que alcance a bola imediatamente antes de tocar o gramado?

••31 Ao dar uma cortada, um jogador de voleibol golpeia a bola com força, de cima para baixo, em direção à quadra adversária. É difícil controlar o ângulo da cortada. Suponha que uma bola seja cortada de uma altura de 2,30 m, com uma velocidade inicial de 20,0 m/s e um ângulo para baixo de 18,00°. Se o ângulo para baixo diminuir para 8,00°, a que distância adicional a bola atingirá a quadra adversária?

••**32** Você lança uma bola em direção a uma parede com uma velocidade de 25,0 m/s e um ângulo $\theta_0 = 40{,}0°$ acima da horizontal (Fig. 4-35). A parede está a uma distância $d = 22{,}0$ m do ponto de lançamento da bola. (a) A que distância acima do ponto de lançamento a bola atinge a parede? Quais são as componentes (b) horizontal e (c) vertical da velocidade da bola ao atingir a parede? (d) Ao atingir a parede, a bola já passou pelo ponto mais alto da trajetória?

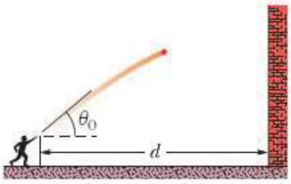


Figura 4-35 Problema 32.

••**33** Um avião, mergulhando com velocidade constante em um ângulo de 53,0° com a vertical, lança um projétil a uma altitude de 730 m. O projétil chega ao solo 5,00 s após o lançamento. (a) Qual é a velocidade do avião? (b) Que distância o projétil percorre horizontalmente durante o percurso? Quais são as componentes (c) horizontal e (d) vertical da velocidade do projétil no momento em que chega ao solo?

••**34** O trebuchet era uma máquina de arremesso construída para atacar as muralhas de um castelo durante um cerco. Uma grande pedra podia ser arremessada contra uma muralha para derrubá-la. A máquina não era instalada perto da muralha porque os operadores seriam um alvo fácil para as flechas disparadas do alto das muralhas do castelo. Em vez disso, o trebuchet era posicionado de tal forma que a pedra atingia a muralha na parte descendente de sua trajetória. Suponha que uma pedra fosse lançada com uma velocidade $v_0 = 28{,}0$ m/s e um ângulo $\theta_0 = 40{,}0°$. Qual seria a velocidade da pedra se ela atingisse a muralha (a) no momento em que chegasse à altura máxima da trajetória parabólica e (b) depois de cair para metade da altura máxima? (c) Qual a diferença percentual entre as respostas dos itens (b) e (a)?

••**35** Um rifle que atira balas a 460 m/s é apontado para um alvo situado a 45,7 m de distância. Se o centro do alvo está na mesma altura do rifle, para que altura acima do alvo o cano do rifle deve ser apontado para que a bala atinja o centro do alvo?

••**36** Durante uma partida de tênis, um jogador saca a 23,6 m/s, com o centro da bola deixando a raquete horizontalmente a 2,37 m de altura em relação à quadra. A rede está a 12 m de distância e tem 0,90 m de altura. (a) A bola passa para o outro lado da quadra? (b) Qual é a distância entre o centro da bola e o alto da rede quando a bola chega à rede? Suponha que, nas mesmas condições, a bola deixe a raquete fazendo um ângulo 5,00° abaixo da horizontal. Nesse caso, (c) a bola passa para o outro lado da quadra? (d) Qual é a distância entre o centro da bola e o alto da rede quando a bola chega à rede?

••**37** Um mergulhador salta com uma velocidade horizontal de 2,00 m/s de uma plataforma que está 10,0 m acima da superfície da água. (a) A que distância horizontal da borda da plataforma está o mergulhador 0,800 s após o início do salto? (b) A que distância vertical acima da superfície da água está o mergulhador nesse instante? (c) A que distância horizontal da borda da plataforma o mergulhador atinge a água?

••**38** Uma bola de golfe recebe uma tacada no solo. A velocidade da bola em função do tempo é mostrada na Fig. 4-36, onde $t = 0$ é o instante em que a bola foi golpeada. A escala vertical do gráfico é definida por $v_a = 19$ m/s e $v_b = 31$ m/s. (a) Que distância horizontal a bola de golfe percorre antes de tocar novamente o solo? (b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

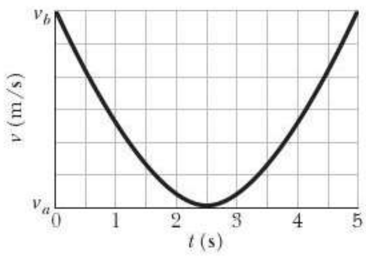


Figura 4-36 Problema 38.

••**39** Na Fig. 4-37, uma bola é lançada para a esquerda da extremidade esquerda do terraço de um edifício. O ponto de lançamento está a uma altura h em relação ao solo e a bola chega ao solo 1,50 s depois, a uma distância horizontal $d = 25{,}0$ m do ponto de lançamento e fazendo um ângulo $\theta = 60{,}0°$ com a horizontal. (a) Determine o valor de h. (*Sugestão*: uma forma de resolver o problema é inverter o movimento, como se você estivesse vendo um filme de trás para a frente.) Quais são (b) o módulo e (c) o ângulo em relação à horizontal com o qual a bola foi lançada?

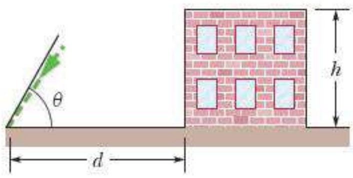


Figura 4-37 Problema 39.

••**40** Um arremessador de peso de nível olímpico é capaz de lançar o peso com uma velocidade inicial $v_0 = 15{,}00$ m/s de uma altura de 2,160 m. Que distância horizontal é coberta pelo peso se o ângulo de lançamento θ_0 é (a) 45,00° e (b) 42,00°? As respostas mostram que o ângulo de 45°, que maximiza o alcance dos projéteis, não maximiza a distância horizontal quando a altura inicial e a altura final são diferentes.

••**41** Quando vê um inseto pousado em uma planta perto da superfície da água, o peixe-arqueiro coloca o focinho para fora e lança um jato d'água na direção do inseto para derrubá-lo na água (Fig. 4-38). Embora o peixe veja o inseto na extremidade de um segmento de reta de comprimento d, que faz um ângulo ϕ com a superfície da água, o jato deve ser lançado com um ângulo diferente, θ_0, para que o jato atinja o inseto depois de descrever uma trajetória parabólica. Se $\phi = 36{,}0°$, $d = 0{,}900$ m e a velocidade de lançamento é 3,56 m/s, qual deve ser o valor de θ_0 para que o jato esteja no ponto mais alto da trajetória quando atinge o inseto?

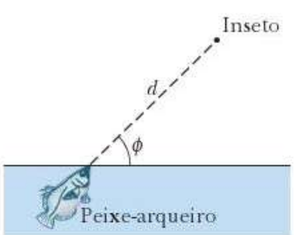


Figura 4-38 Problema 41.

••**42** Em 1939 ou 1940, Emanuel Zacchini levou seu número de bala humana a novas alturas: disparado por um canhão, passou por cima de três rodas-gigante antes de cair em uma rede (Fig. 4-39). (a) Tratando Zacchini como uma partícula, determine a que distância vertical passou da primeira roda-gigante. (b) Se Zacchini atingiu a altura máxima ao passar pela roda-gigante do meio, a que distância vertical passou dessa roda-gigante? (c) A que distância do canhão devia estar posicionado o centro da rede (desprezando a resistência do ar)?

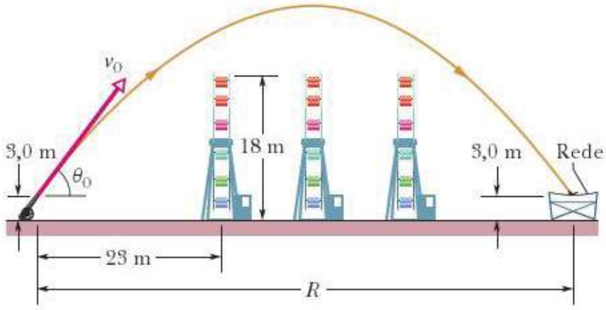


Figura 4-39 Problema 42.

••43 Uma bola é lançada a partir do solo. Quando atinge uma altura de 9,1 m, a velocidade é $\vec{v} = (7,6\hat{\text{i}} + 6,1\hat{\text{j}})$ m/s, com $\hat{\text{i}}$ horizontal e $\hat{\text{j}}$ para cima. (a) Qual é a altura máxima atingida pela bola? (b) Qual é a distância horizontal coberta pela bola? Quais são (c) o módulo e (d) o ângulo (abaixo da horizontal) da velocidade da bola no instante em que atinge o solo?

••44 Uma bola de beisebol deixa a mão do lançador horizontalmente com uma velocidade de 161 km/h. A distância até o rebatedor é 18,3 m. (a) Quanto tempo a bola leva para percorrer a primeira metade da distância? (b) E a segunda metade? (c) Que distância a bola cai livremente durante a primeira metade? (d) E durante a segunda metade? (e) Por que as respostas dos itens (c) e (d) não são iguais?

••45 Na Fig. 4-40, uma bola é lançada com uma velocidade de 10,0 m/s e um ângulo de 50,0° com a horizontal. O ponto de lançamento fica na base de uma rampa de comprimento horizontal d_1 = 6,00 m e altura d_2 = 3,60 m. No alto da rampa existe um estrado horizontal. (a) A bola cai na rampa ou no platô? No momento em que a bola cai, quais são (b) o módulo e (c) o ângulo do deslocamento da bola em relação ao ponto de lançamento?

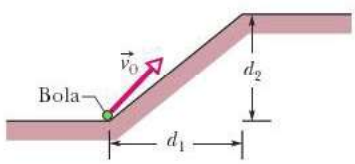


Figura 4-40 Problema 45.

••46 Alguns jogadores de basquetebol parecem flutuar no ar durante um salto em direção à cesta. A ilusão depende em boa parte da capacidade de um jogador experiente de trocar rapidamente a bola de mão durante o salto, mas pode ser acentuada pelo fato de que o jogador percorre uma distância horizontal maior na parte superior do salto do que na parte inferior. Se um jogador salta com uma velocidade inicial v_0 = 7,00 m/s e um ângulo θ_0 = 35,0°, que porcentagem do alcance do salto o jogador passa na metade superior do salto (entre a altura máxima e metade da altura máxima)?

••47 Um rebatedor golpeia uma bola de beisebol quando o centro da bola está 1,22 m acima do solo. A bola deixa o taco fazendo um ângulo de 45° com o solo e com uma velocidade tal que o alcance horizontal (distância até voltar à *altura de lançamento*) é 107 m. (a) A bola consegue passar por um alambrado de 7,32 m de altura que está a uma distância horizontal de 97,5 m do ponto inicial? (b) Qual é a distância entre a extremidade superior do alambrado e o centro da bola quando a bola chega ao alambrado?

••48 Na Fig. 4-41, uma bola é arremessada para o alto de um edifício, caindo 4,00 s depois a uma altura h = 20,0 m acima da altura de lançamento. A trajetória da bola no final da trajetória tem uma inclinação θ = 60,0° em relação à horizontal. (a) Determine a distância horizontal d coberta pela bola. (Veja a sugestão do Problema 39.) Quais são (b) o módulo e (c) o ângulo (em relação à horizontal) da velocidade inicial da bola?

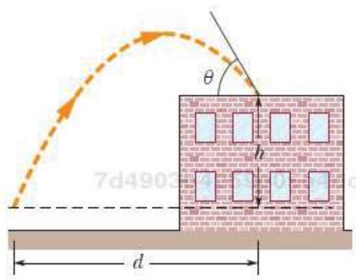


Figura 4-41 Problema 48.

•••49 O chute de um jogador de futebol americano imprime à bola uma velocidade inicial de 25 m/s. Quais são (a) o menor e (b) o maior ângulo de elevação que ele pode imprimir à bola para marcar um *field goal** a partir de um ponto situado a 50 m da meta, cujo travessão está 3,44 m acima do gramado?

•••50 Dois segundos após ter sido lançado a partir do solo, um projétil deslocou-se 40 m horizontalmente e 53 m verticalmente em relação ao ponto de lançamento. Quais são as componentes (a) horizontal e (b) vertical da velocidade inicial do projétil? (c) Qual é o deslocamento horizontal em relação ao ponto de lançamento no instante em que o projétil atinge a altura máxima em relação ao solo?

•••51 Os esquiadores experientes costumam dar um pequeno salto antes de chegarem a uma encosta descendente. Considere um salto no qual a velocidade inicial é v_0 = 10 m/s, o ângulo é θ_0 = 9,0°, a pista antes do salto é aproximadamente plana e a encosta tem uma inclinação de 11,3°. A Fig. 4-42*a* mostra um *pré-salto* no qual o esquiador desce no início da encosta. A Fig. 4-42*b* mostra um salto que começa no momento em que o esquiador está chegando à encosta. Na Fig. 4-42*a*, o esquiador desce aproximadamente na mesma altura em que começou o salto. (a) Qual é o ângulo ϕ entre a trajetória do esquiador e a encosta na situação da Fig. 4-42*a*? Na situação da Fig. 4-42*b*, (b) o esquiador desce quantos metros abaixo da altura em que começou o salto e (c) qual é o valor de ϕ? (A queda maior e o maior valor de ϕ podem fazer o esquiador perder o equilíbrio.)

Figura 4-42 Problema 51.

* Para marcar um *field goal* no futebol americano, um jogador tem que fazer a bola passar por cima do travessão e entre as duas traves laterais. (N.T.)

•••52 Uma bola é lançada do solo em direção a uma parede que está a uma distância x (Fig. 4-43a). A Fig. 4-43b mostra a componente v_y da velocidade da bola no instante em que alcançaria a parede em função da distância x. As escalas do gráfico são definidas por $v_{ys} = 5{,}0$ m/s e $x_s = 20$ m. Qual é o ângulo do lançamento?

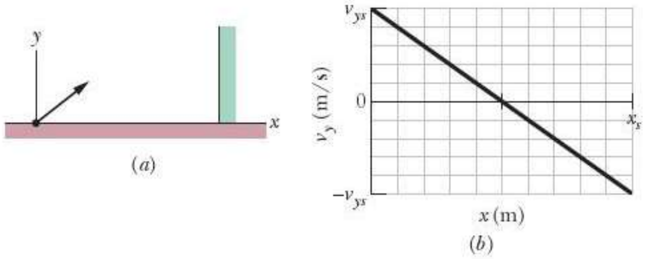


Figura 4-43 Problema 52.

•••53 Na Fig. 4-44, uma bola de beisebol é golpeada a uma altura $h = 1{,}00$ m e apanhada na mesma altura. Deslocando-se paralelamente a um muro, passa pelo alto do muro 1,00 s após ter sido golpeada e, novamente, 4,00 s depois, quando está descendo, em posições separadas por uma distância $D = 50{,}0$ m. (a) Qual é a distância horizontal percorrida pela bola do instante em que foi golpeada até ser apanhada? Quais são (b) o módulo e (c) o ângulo (em relação à horizontal) da velocidade da bola imediatamente após ter sido golpeada? (d) Qual é a altura do muro?

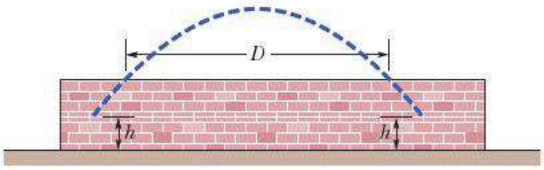


Figura 4-44 Problema 53.

•••54 Uma bola é lançada a partir do solo com uma certa velocidade. A Fig. 4-45 mostra o alcance R em função ao ângulo de lançamento θ_0. O tempo de percurso depende do valor de θ_0; seja $t_{máx}$ o maior valor possível desse tempo. Qual é a menor velocidade que a bola possui durante o percurso se θ_0 é escolhido de tal forma que o tempo de percurso seja $0{,}500t_{máx}$?

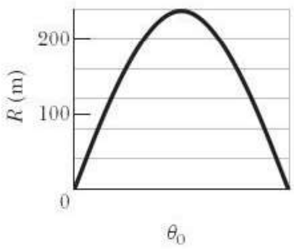


Figura 4-45 Problema 54.

•••55 Uma bola rola horizontalmente do alto de uma escada com uma velocidade de 1,52 m/s. Os degraus têm 20,3 cm de altura e 20,3 cm de largura. Em que degrau a bola bate primeiro?

Seção 4-7 Movimento Circular Uniforme

•56 Um satélite da Terra se move em uma órbita circular, 640 km acima da superfície da Terra, com um período de 98,0 min. Quais são (a) a velocidade e (b) o módulo da aceleração centrípeta do satélite?

•57 Um carrossel de um parque de diversões gira em torno de um eixo vertical com velocidade angular constante. Um homem em pé na borda do carrossel tem uma velocidade escalar constante de 3,66 m/s e uma aceleração centrípeta $\vec{a}$ de módulo 1,83 m/s². O vetor posição $\vec{r}$ indica a posição do homem em relação ao eixo do carrossel. (a) Qual é o módulo de $\vec{r}$? Qual é o sentido de $\vec{r}$ quando $\vec{a}$ aponta (b) para leste e (c) para o sul?

•58 Um ventilador realiza 1200 revoluções por minuto. Considere um ponto situado na extremidade de uma das pás, que descreve uma circunferência com 0,15 m de raio. (a) Que distância o ponto percorre em uma revolução? Quais são (b) a velocidade do ponto e (c) o módulo da aceleração? (d) Qual é o período do movimento?

•59 Uma mulher se encontra em uma roda-gigante com 15 m de raio que completa cinco voltas em torno do eixo horizontal a cada minuto. Quais são (a) o período do movimento, (b) o módulo e (c) o sentido da aceleração centrípeta no ponto mais alto, e (d) o módulo e (e) o sentido da aceleração centrípeta da mulher no ponto mais baixo?

•60 Um viciado em aceleração centrípeta executa um movimento circular uniforme de período $T = 2{,}0$ s e raio $r = 3{,}00$ m. No instante t_1, a aceleração é $\vec{a} = (6{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (-4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$. Quais são, nesse instante, os valores de (a) $\vec{v} \cdot \vec{a}$ e (b) $\vec{r} \times \vec{a}$?

•61 Quando uma grande estrela se torna uma *supernova*, o núcleo da estrela pode ser tão comprimido que ele se transforma em uma *estrela de nêutrons*, com um raio de cerca de 20 km. Se uma estrela de nêutrons completa uma revolução a cada segundo, (a) qual é o módulo da velocidade de uma partícula situada no equador da estrela e (b) qual é o módulo da aceleração centrípeta da partícula? (c) Se a estrela de nêutrons gira mais depressa, as respostas dos itens (a) e (b) aumentam, diminuem ou permanecem as mesmas?

•62 Qual é o módulo da aceleração de um velocista que corre a 10 m/s ao fazer uma curva com 25 m de raio?

••63 Em $t_1 = 2{,}00$ s, a aceleração de uma partícula em movimento circular no sentido anti-horário é $(6{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$. A partícula se move com velocidade escalar constante. Em $t_2 = 5{,}00$ s, a aceleração é $(4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (-6{,}00 \text{ m/s})\hat{j}$. Qual é o raio da trajetória da partícula se a diferença $t_2 - t_1$ é menor que um período de rotação?

••64 Uma partícula descreve um movimento circular uniforme em um plano horizontal xy. Em um certo instante, a partícula passa pelo ponto de coordenadas (4,00 m, 4,00 m) com uma velocidade de $-5{,}00\hat{i}$ m/s e uma aceleração de $+12{,}5\hat{j}$ m/s. Quais são as coordenadas (a) x e (b) y do centro da trajetória circular?

••65 Uma bolsa a 2,00 m do centro e uma carteira a 3,00 m do centro descrevem um movimento circular uniforme no piso de um carrossel. Os dois objetos estão na mesma linha radial. Em um certo instante, a aceleração da bolsa é $(2{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{i} + (4{,}00 \text{ m/s}^2)\hat{j}$. Qual é a aceleração da carteira nesse instante, em termos dos vetores unitários?

••66 Uma partícula se move em uma trajetória circular em um sistema de coordenadas xy horizontal, com velocidade escalar constante. No instante $t_1 = 4{,}00$ s, a partícula se encontra no ponto (5,00 m, 6,00 m) com velocidade $(3{,}00 \text{ m/s})\hat{j}$ e aceleração no sentido positivo de x. No instante $t_2 = 10{,}0$ s, tem uma velocidade $(-3{,}00 \text{ m/s})\hat{i}$ e uma aceleração no sentido positivo de y. Quais são as coordenadas (a) x e (b) y do centro da trajetória circular se a diferença $t_2 - t_1$ é menor que um período de rotação?

•••**67** Um menino faz uma pedra descrever uma circunferência horizontal com 1,5 m de raio e uma altura de 2,0 m acima do chão. A corda arrebenta e a pedra é arremessada horizontalmente, chegando ao solo depois de percorrer uma distância horizontal de 10 m. Qual era o módulo da aceleração centrípeta da pedra durante o movimento circular?

•••**68** Um gato pula em um carrossel que está descrevendo um movimento circular uniforme. No instante $t_1 = 2{,}00$ s, a velocidade do gato é $\vec{v}_1 = (3{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (4{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$, medida em um sistema de coordenadas horizontal xy. No instante $t_2 = 5{,}00$ s, a velocidade é $\vec{v}_2 = (-3{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{i}} + (-4{,}00 \text{ m/s})\hat{\text{j}}$. Quais são (a) o módulo da aceleração centrípeta do gato e (b) a aceleração média do gato no intervalo de tempo $t_2 - t_1$, que é menor que um período de rotação?

Seção 4-8 Movimento Relativo em Uma Dimensão

•**69** Um cinegrafista se encontra em uma picape que se move para oeste a 20 km/h enquanto filma um guepardo que também está se movendo para oeste 30 km/h mais depressa que a picape. De repente, o guepardo para, dá meia volta e passa a correr a 45 km/h para leste, de acordo com a estimativa de um membro da equipe, agora nervoso, que está na margem da estrada, no caminho do guepardo. A mudança de velocidade do animal leva 2,0 s. Quais são (a) o módulo e (b) a orientação da aceleração do animal em relação ao cinegrafista e (c) o módulo e (d) a orientação da aceleração do animal em relação ao membro nervoso da equipe?

•**70** Um barco está navegando rio acima, no sentido positivo de um eixo x, a 14 km/h em relação à água do rio. A água do rio está correndo a 9,0 km/h em relação à margem. Quais são (a) o módulo e (b) a orientação da velocidade do barco em relação à margem? Uma criança que está no barco caminha da popa para a proa a 6,0 km/h em relação ao barco. Quais são (c) o módulo e (d) a orientação da velocidade da criança em relação à margem?

••**71** Um homem de aparência suspeita corre o mais depressa que pode por uma esteira rolante, levando 2,5 s para ir de uma extremidade à outra. Os seguranças aparecem e o homem volta ao ponto de partida, correndo o mais depressa que pode e levando 10,0 s. Qual é a razão entre a velocidade do homem e a velocidade da esteira?

Seção 4-9 Movimento Relativo em Duas Dimensões

•**72** Um jogador de rúgbi corre com a bola em direção à meta do adversário, no sentido positivo de um eixo x. De acordo com as regras do jogo, pode passar a bola a um companheiro de equipe desde que a velocidade da bola em relação ao campo não possua uma componente x positiva. Suponha que o jogador esteja correndo com uma velocidade de 4,0 m/s em relação ao campo quando passa a bola com uma velocidade $\vec{v}_{BJ}$ em relação a ele mesmo. Se o módulo de $\vec{v}_{BJ}$ é 6,0 m/s, qual é o menor ângulo que a bola deve fazer com a direção x para que o passe seja válido?

••**73** Duas rodovias se cruzam, como mostra a Fig. 4-46. No instante indicado, um carro de polícia P está a uma distância $d_P = 800$ m do cruzamento, movendo-se com uma velocidade escalar $v_P = 80$ km/h. O motorista M está a uma distância $d_M = 600$ m do cruzamento, movendo-se com uma velocidade escalar $v_M = 60$ km/h. (a) Qual é a velocidade do motorista em relação ao carro da polícia na notação de vetores unitários? (b) No instante mostrado na Fig. 4-46, qual é o ângulo entre a velocidade calculada no item (a) e a reta que liga os dois carros? (c) Se os carros mantêm a velocidade, as respostas dos itens (a) e (b) mudam quando os carros se aproximam da interseção?

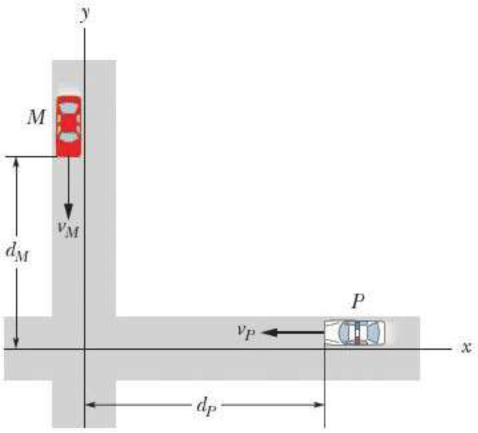


Figura 4-46 Problema 73.

••**74** Depois de voar por 15 min em um vento de 42 km/h a um ângulo de 20° ao sul do leste, o piloto de um avião sobrevoa uma cidade que está a 55 km ao norte do ponto de partida. Qual é a velocidade escalar do avião em relação ao ar?

••**75** Um trem viaja para o sul a 30 m/s (em relação ao solo) em meio a uma chuva que é soprada para o sul pelo vento. As trajetórias das gotas de chuva fazem um ângulo de 70° com a vertical quando medidas por um observador estacionário no solo. Um observador no trem, entretanto, vê as gotas caírem exatamente na vertical. Determine a velocidade escalar das gotas de chuva em relação ao solo.

••**76** Um avião pequeno atinge uma velocidade do ar de 500 km/h. O piloto pretende chegar a um ponto 800 km ao norte, mas descobre que deve direcionar o avião 20,0° a leste do norte para atingir o destino. O avião chega em 2,00 h. Quais eram (a) o módulo e (b) a orientação da velocidade do vento?

••**77** A neve está caindo verticalmente com uma velocidade constante de 8,0 m/s. Com que ângulo, em relação à vertical, os flocos de neve parecem estar caindo do ponto de vista do motorista de um carro que viaja em uma estrada plana e retilínea a uma velocidade de 50 km/h?

••**78** Na vista superior da Fig. 4-47, os jipes P e B se movem em linha reta em um terreno plano e passam por um guarda de fronteira estacionário A. Em relação ao guarda, o jipe B se move com uma velocidade escalar constante de 20,0 m/s e um ângulo $\theta_2 = 30{,}0°$. Também em relação ao guarda, P acelerou a partir do repouso a uma taxa constante de 0,400 m/s² com um ângulo $\theta_1 = 60{,}0°$. Em um certo instante durante a aceleração, P possui uma velocidade escalar de 40,0 m/s. Nesse instante, quais são (a) o módulo e (b) a orientação da velocidade de P em relação a B e (c) o módulo e (d) a orientação da aceleração de P em relação a B?

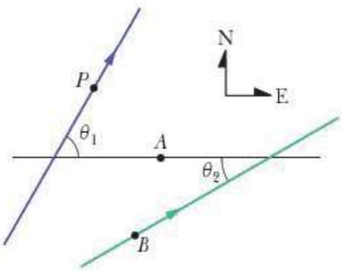


Figura 4-47 Problema 78.

••**79** Dois navios, A e B, deixam o porto ao mesmo tempo. O navio A navega para noroeste a 24 nós e o navio B navega a 28 nós em uma direção 40° a oeste do sul. (1 nó = 1 milha marítima por hora; veja o Apêndice D.) Quais são (a) o módulo e (b) a orientação da velocidade do navio A em relação ao navio B? (c) Após quanto tempo os navios estarão separados por 160 milhas marítimas? (d) Qual será o curso de B (orientação do vetor posição de B) em relação a A nesse instante?

••**80** Um rio de 200 m de largura corre para leste com uma velocidade constante de 2,0 m/s. Um barco com uma velocidade de 8,0 m/s em relação à água parte da margem sul em uma direção 30° a oeste do norte. Determine (a) o módulo e (b) a orientação da velocidade do barco em relação à margem. (c) Quanto tempo o barco leva para atravessar o rio?

•••**81** O navio A está 4,0 km ao norte e 2,5 km a leste do navio B. O navio A está viajando com uma velocidade de 22 km/h na direção sul; o navio B, com uma velocidade de 40,0 km/h em uma direção 37° ao norte do leste. (a) Qual é a velocidade de A em relação a B em termos dos vetores unitários, com $\hat{\text{i}}$ apontando para o leste? (b) Escreva uma expressão (em termos de $\hat{\text{i}}$ e $\hat{\text{j}}$) para a posição de A em relação a B em função do tempo t, tomando $t = 0$ como o instante em que os dois navios estão nas posições antes descritas. (c) Em que instante a separação entre os navios é mínima? (d) Qual é a separação mínima?

•••**82** Um rio de 200 m de largura corre com velocidade constante de 1,1 m/s em uma floresta, na direção leste. Um explorador deseja sair de uma pequena clareira na margem sul e atravessar o rio em um barco a motor que se move com uma velocidade escalar constante de 4,0 m/s em relação à água. Existe outra clareira na margem norte, 82 m rio acima do ponto de vista de um local da margem sul exatamente em frente à segunda clareira. (a) Em que direção o barco deve ser apontado para viajar em linha reta e chegar à clareira da margem norte? (b) Quanto tempo o barco leva para atravessar o rio e chegar à clareira?

Problemas Adicionais

83 Uma mulher que é capaz de remar um barco a 6,4 km/h em águas paradas se prepara para atravessar um rio retilíneo com 6,4 km de largura e uma correnteza de 3,2 km/h. Tome $\hat{\text{i}}$ perpendicular ao rio e $\hat{\text{j}}$ apontando rio abaixo. Se a mulher pretende remar até um ponto na outra margem exatamente em frente ao ponto de partida, (a) para que ângulo em relação a $\hat{\text{i}}$ deve apontar o barco e (b) quanto tempo leva para fazer a travessia? (c) Quanto tempo gastaria se, permanecendo na mesma margem, remasse 3,2 km *rio abaixo* e depois remasse de volta ao ponto de partida? (d) Quanto tempo gastaria se, permanecendo na mesma margem, remasse 3,2 km *rio acima* e depois remasse de volta ao ponto de partida? (e) Para que ângulo deveria direcionar o barco para atravessar o rio no menor tempo possível? (f) Qual seria esse tempo?

84 Na Fig. 4-48a, um trenó se move no sentido negativo do eixo x com uma velocidade escalar constante v_t quando uma bola de gelo é atirada do trenó com uma velocidade $\vec{v}_0 = v_{0x}\hat{\text{i}} + v_{0y}\hat{\text{j}}$ em relação ao trenó. Quando a bola chega ao solo, o deslocamento horizontal Δx_{bs} em relação ao solo (da posição inicial à posição final) é medido. A Fig. 4-48b mostra a variação de Δx_{bs} com v_t. Suponha que a bola chegue ao solo na altura aproximada em que foi lançada. Quais são os valores (a) de v_{0x} e (b) de v_{0y}? O deslocamento da bola em relação ao trenó, Δx_{bt}, também pode ser medido. Suponha que a velocidade do trenó não mude depois que a bola foi atirada. Quanto é Δx_{bt} para v_t igual a (c) 5,0 m/s e (d) 15 m/s?

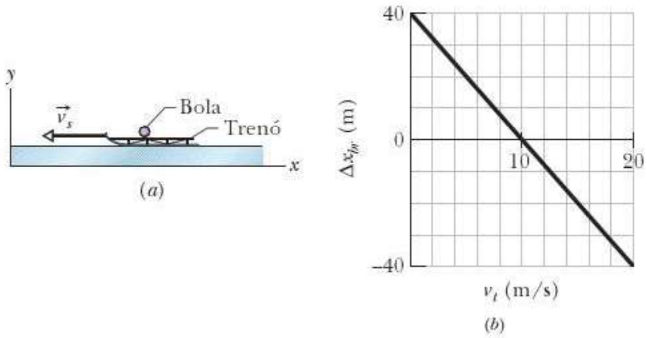


Figura 4-48 Problema 84.

85 Você foi sequestrado por estudantes de ciência política (que estão aborrecidos porque você declarou que ciência política não é ciência de verdade). Embora esteja vendado, você pode estimar a velocidade do carro dos sequestradores (pelo ronco do motor), o tempo de viagem (contando mentalmente os segundos) e a orientação da viagem (pelas curvas que o carro fez). A partir dessas pistas, você sabe que foi conduzido ao longo do seguinte percurso: 50 km/h por 2,0 min, curva de 90° para a direita, 20 km/h por 4,0 min, curva de 90° para a direita, 20 km/h por 60 s, curva de 90° para a esquerda, 50 km/h por 60 s, curva 90° para a direita, 20,0 km/h por 2,0 min, curva de 90° para a esquerda, 50 km/h por 30 s. Nesse ponto, (a) a que distância você se encontra do ponto de partida e (b) em que direção em relação à direção inicial você está?

86 Na Fig. 4-49, uma estação de radar detecta um avião que se aproxima, vindo do leste. Quando é observado pela primeira vez, o avião está a uma distância $d_1 = 360$ m da estação e $\theta_1 = 40°$ acima do horizonte. O avião é rastreado durante uma variação angular $\Delta\theta = 123°$ no plano vertical leste-oeste; a distância no final desta variação é $d_2 = 790$ m. Determine (a) o módulo e (b) a orientação do deslocamento do avião durante este período.

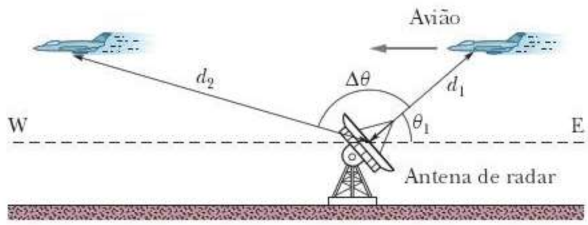


Figura 4-49 Problema 86.

87 Uma bola de beisebol é golpeada junto ao chão. A bola atinge a altura máxima 3,0 s após ter sido golpeada. Em seguida, 2,5 s após ter atingido a altura máxima, a bola passa rente a um alambrado que está a 97,5 m do ponto onde foi golpeada. Suponha que o solo é plano. (a) Qual é a altura máxima atingida pela bola? (b) Qual é a altura do alambrado? (c) A que distância do alambrado a bola atinge o chão?

88 Voos longos em latitudes médias no Hemisfério Norte encontram a chamada corrente de jato, um fluxo de ar para leste que pode afetar a velocidade do avião em relação à superfície da Terra. Se o piloto mantém uma certa velocidade em relação ao ar (a chamada *velocidade do ar*), a velocidade em relação ao solo é maior quando o voo é na direção da corrente de jato e menor quando o voo é na direção oposta. Suponha que um voo de ida e volta esteja previsto entre duas cidades separadas por 4000 km, com o voo de ida no sentido da corrente de jato e o voo de volta no sentido oposto. O computador da empresa aérea recomenda uma velocidade do ar de 1000 km/h, para a qual a diferença entre as durações dos voos de ida e de volta é 70,0 min. Qual foi a velocidade da corrente de jato usada nos cálculos?

89 Uma partícula parte da origem no instante $t = 0$ com uma velocidade de $8{,}0\hat{j}$ m/s e se move no plano xy com uma aceleração constante igual a $(4{,}0\hat{i} + 2{,}0\hat{j})$ m/s². Quando a coordenada x da partícula é 29 m, quais são (a) a coordenada y e (b) a velocidade escalar?

90 Com que velocidade inicial o jogador de basquetebol da Fig. 4-50 deve arremessar a bola, com um ângulo $\theta_0 = 55°$ acima da horizontal, para converter o lance livre? As distâncias horizontais são $d_1 = 1{,}0$ ft e $d_2 = 14$ ft e as alturas são $h_1 = 7{,}0$ ft e $h_2 = 10$ ft.

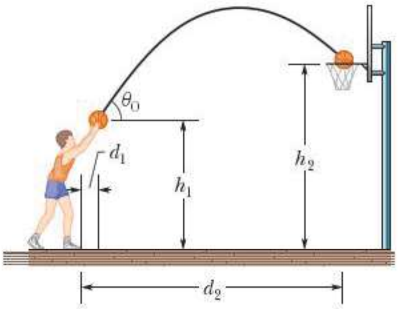


Figura 4-50 Problema 90.

91 Durante as erupções vulcânicas, grandes pedaços de pedra podem ser lançados para fora do vulcão; esses projéteis são conhecidos como *bombas vulcânicas*. A Fig. 4-51 mostra uma seção transversal do monte Fuji, no Japão. (a) Com que velocidade inicial uma bomba vulcânica teria que ser lançada, com um ângulo $\theta_0 = 35°$ em relação à horizontal, a partir da cratera A, para cair no ponto B, a uma distância vertical $h = 3{,}30$ km e uma distância horizontal $d = 9{,}40$ km? Ignore o efeito do ar sobre o movimento do projétil. (b) Qual seria o tempo de percurso? (c) O efeito do ar aumentaria ou diminuiria o valor da velocidade calculada no item (a)?

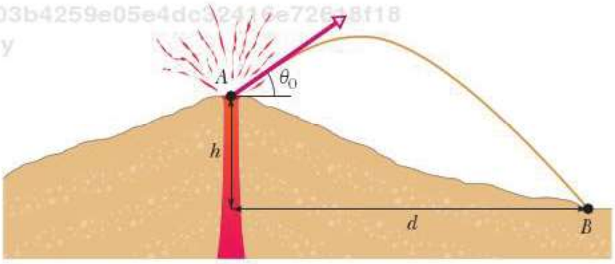


Figura 4-51 Problema 91.

92 Um astronauta é posto em rotação em uma centrífuga horizontal com um raio de 5,0 m. (a) Qual é a velocidade escalar do astronauta se a aceleração centrípeta tem um módulo de $7{,}0g$? (b) Quantas revoluções por minuto são necessárias para produzir essa aceleração? (c) Qual é o período do movimento?

93 O oásis A está 90 km a oeste do oásis B. Um camelo parte de A e leva 50 h para caminhar 75 km na direção 37° ao norte do leste. Em seguida, leva 35 h para caminhar 65 km para o sul e descansa por 5,0 h. Quais são (a) o módulo e (b) o sentido do deslocamento do camelo em relação a A até o ponto em que para para descansar? Do instante em que o camelo parte do ponto A até o final do período de descanso, quais são (c) o módulo e (d) o sentido da velocidade média do camelo e (e) a velocidade escalar média do camelo? A última vez que o camelo bebeu água foi em A; o animal deve chegar a B não mais do que 120 h após a partida para beber água novamente. Para que chegue a B no último momento, quais devem ser (f) o módulo e (g) o sentido da velocidade média após o período de descanso?

94 *Cortina da morte*. Um grande asteroide metálico colide com a Terra e abre uma cratera no material rochoso abaixo do solo, lançando pedras para o alto. A tabela a seguir mostra cinco pares de velocidades e ângulos (em relação à horizontal) para essas pedras, com base em um modelo de formação de crateras. (Outras pedras, com velocidades e ângulos intermediários, também são lançadas.) Suponha que você está em $x = 20$ km quando o asteroide chega ao solo no instante $t = 0$ e na posição $x = 0$ (Fig. 4-52). (a) Em $t = 20$ s, quais são as coordenadas x e y das pedras, de A a E, que foram lançadas em sua direção? (b) Plote essas coordenadas em um gráfico e desenhe uma curva passando pelos pontos para incluir pedras com velocidades e ângulos intermediários. A curva deve dar uma ideia do que você veria ao olhar na direção das pedras e do que os dinossauros devem ter visto durante as colisões de asteroides com a Terra, no passado remoto.

Pedra	Velocidade (m/s)	Ângulo (graus)
A	520	14,0
B	630	16,0
C	750	18,0
D	870	20,0
E	1000	22,0

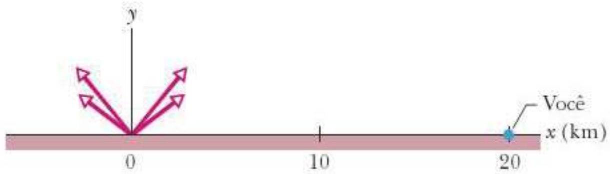


Figura 4-52 Problema 94.

95 A Fig. 4-53 mostra a trajetória retilínea de uma partícula em um sistema de coordenadas xy quando a partícula é acelerada a partir do repouso em um intervalo de tempo Δt_1. A aceleração é constante. As coordenadas do ponto A são (4,00 m, 6,00 m) e as do ponto B são (12,0 m, 18,0 m). (a) Qual é a razão a_y/a_x entre as componentes da aceleração? (b) Quais são as coordenadas da partícula se o movimento continua durante outro intervalo igual a Δt_1?

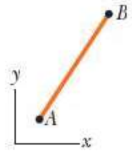


Figura 4-53 Problema 95.

96 No voleibol feminino, o alto da rede está 2,24 m acima do piso e a quadra mede 9,0 m por 9,0 m de cada lado da rede. Ao dar um saque viagem, uma jogadora bate na bola quando está 3,0 m acima do piso e a uma distância horizontal de 8,0 m da rede. Se a velocidade inicial da bola é horizontal, determine (a) a menor velocidade escalar que a bola deve ter para ultrapassar a rede e (b) a máxima velocidade que pode ter para atingir o piso dentro dos limites da quadra do outro lado da rede.

97 Um rifle é apontado horizontalmente para um alvo a 30 m de distância. A bala atinge o alvo 1,9 cm abaixo do ponto para onde o rifle foi apontado. Determine (a) o tempo de percurso da bala e (b) a velocidade escalar da bala ao sair do rifle.

98 Uma partícula descreve um movimento circular uniforme em torno da origem de um sistema de coordenadas xy, movendo-se no sentido horário com um período de 7,00 s. Em um certo instante, o vetor posição da partícula (em relação à origem) é $\vec{r} = (2{,}00\text{ m})\hat{\text{i}} - (3{,}00\text{ m})\hat{\text{j}}$. Qual é a velocidade da partícula nesse instante, em termos dos vetores unitários?

99 Na Fig. 4-54, uma bola de massa de modelar descreve um movimento circular uniforme, com um raio de 20,0 cm, na borda de uma roda que está girando no sentido anti-horário com um período de 5,00 ms. A bola se desprende na posição correspondente a 5 horas (como se estivesse no mostrador de um relógio) e deixa a roda a uma altura $h = 1{,}20$ m acima do chão e a uma distância $d = 2{,}50$ m de uma parede. Em que altura a bola bate na parede?

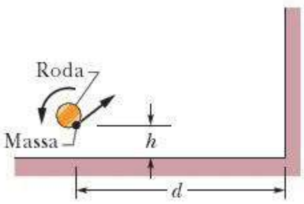


Figura 4-54 Problema 99.

100 Um trenó a vela atravessa um lago gelado com uma aceleração constante produzida pelo vento. Em um certo instante, a velocidade do trenó é $(6{,}30\hat{\text{i}} - 8{,}42\hat{\text{j}})$ m/s. Três segundos depois, uma mudança de direção do vento faz o trenó parar momentaneamente. Qual é a aceleração média do trenó neste intervalo de 3,00 s?

101 Na Fig. 4-55, uma bola é lançada verticalmente para cima, a partir do solo, com uma velocidade inicial $v_0 = 7{,}00$ m/s. Ao mesmo tempo, um elevador de serviço começa a subir, a partir do solo, com uma velocidade constante $v_c = 3{,}00$ m/s. Qual é a altura máxima atingida pela bola (a) em relação ao solo e (b) em relação ao piso do elevador? Qual é a taxa de variação da velocidade da bola (c) em relação ao solo e (d) em relação ao piso do elevador?

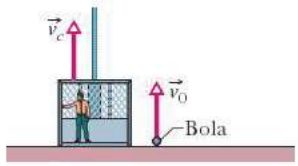


Figura 4-55 Problema 101.

102 Um campo magnético pode forçar uma partícula a descrever uma trajetória circular. Suponha que um elétron que está descrevendo uma circunferência sofra uma aceleração radial de módulo $3{,}0 \times 10^{14}$ m/s² sob o efeito de um campo magnético. (a) Qual é o módulo da velocidade do elétron se o raio da trajetória circular é 15 cm? (b) Qual é o período do movimento?

103 Em 3,50 h, um balão se desloca 21,5 km para o norte, 9,70 km para leste e 2,88 km para cima em relação ao ponto de lançamento. Determine (a) o módulo da velocidade média do balão e (b) o ângulo que a velocidade média faz com a horizontal.

104 Uma bola é lançada horizontalmente de uma altura de 20 m e chega ao solo com uma velocidade três vezes maior que a inicial. Determine a velocidade inicial.

105 Um projétil é lançado com uma velocidade inicial de 30 m/s e um ângulo de 60° acima da horizontal. Determine (a) o módulo e (b) o ângulo da velocidade 2,0 s após o lançamento. (c) O ângulo do item (b) é acima ou abaixo da horizontal? Determine (d) o módulo e (e) o ângulo da velocidade 5,0 s após o lançamento. (f) O ângulo do item (e) é acima ou abaixo da horizontal?

106 O vetor posição de um próton é inicialmente $\vec{r} = 5{,}0\hat{\text{i}} - 6{,}0\hat{\text{j}} + 2{,}0\hat{\text{k}}$ e depois se torna $\vec{r} = -2{,}0\hat{\text{i}} + 6{,}0\hat{\text{j}} + 2{,}0\hat{\text{k}}$, com todos os valores em metros. (a) Qual é o vetor deslocamento do próton? (b) Esse vetor é paralelo a que plano?

107 Uma partícula P se move com velocidade escalar constante sobre uma circunferência de raio $r = 3{,}00$ m (Fig. 4-56) e completa uma revolução a cada 20,0 s. A partícula passa pelo ponto O no instante $t = 0$. Os vetores pedidos a seguir devem ser expressos na notação módulo-ângulo (ângulo em relação ao sentido positivo de x). Determine o vetor posição da partícula, em relação a O, nos instantes (a) $t = 5{,}00$ s, (b) $t = 7{,}50$ s e (c) $t = 10{,}0$ s.

(d) Determine o deslocamento da partícula no intervalo de 5,00 s entre o fim do quinto segundo e o fim do décimo segundo. Para esse mesmo intervalo, determine (e) a velocidade média e a velocidade (f) no início e (g) no fim do intervalo. Finalmente, determine a aceleração (h) no início e (i) no fim do intervalo.

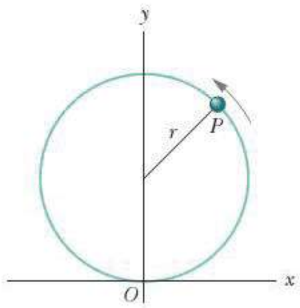


Figura 4-56 Problema 107.

108 Um trem francês de alta velocidade, conhecido como TGV (*Train à Grande Vitesse*), viaja a uma velocidade média de 216 km/h. (a) Se o trem faz uma curva a essa velocidade e o módulo da aceleração sentida pelos passageiros pode ser no máximo $0{,}050g$, qual é o menor raio de curvatura dos trilhos que pode ser tolerado? (b) Com que velocidade o trem deve fazer uma curva com 1,00 km de raio para que a aceleração esteja no limite permitido?

109 (a) Se um elétron é lançado horizontalmente com uma velocidade de $3{,}0 \times 10^6$ m/s, quantos metros cai o elétron ao percorrer uma distância horizontal de 1,0 m? (b) A distância calculada no item (a) aumenta, diminui ou permanece a mesma quando a velocidade inicial aumenta?

110 Uma pessoa sobe uma escada rolante enguiçada, de 15 m de comprimento, em 90 s. Ficando parada na mesma escada rolante, depois de consertada, a pessoa sobe em 60 s. Quanto tempo a pessoa leva se subir com a escada em movimento? A resposta depende do comprimento da escada?

111 (a) Qual é o módulo da aceleração centrípeta de um objeto no equador da Terra devido à rotação de nosso planeta? (b) Qual deveria ser o período de rotação da Terra para que um objeto no equador tivesse uma aceleração centrípeta com um módulo de 9,8 m/s²?

112 O alcance de um projétil depende, não só de v_0 e θ_0, mas também do valor g da aceleração em queda livre, que varia de lugar para lugar. Em 1936, Jesse Owens estabeleceu o recorde mundial de salto em distância de 8,09 m nos Jogos Olímpicos de Berlim, onde $g = 9{,}8128 \text{ m/s}^2$. Supondo os mesmos valores de v_0 e θ_0, que distância o atleta teria pulado em 1956, nos Jogos Olímpicos de Melbourne, onde $g = 9{,}7999 \text{ m/s}^2$?

113 A Fig. 4-61 mostra a trajetória seguida por um gambá bêbado em um terreno plano, de um ponto inicial i até um ponto final f. Os ângulos são $\theta_1 = 30{,}0°$, $\theta_2 = 50{,}0°$ e $\theta_3 = 80{,}0°$; as distâncias são $d_1 = 5{,}00$ m, $d_2 = 8{,}00$ m e $d_3 = 12{,}0$ m. Quais são (a) o módulo e (b) o ângulo do deslocamento do bêbado de i até f?

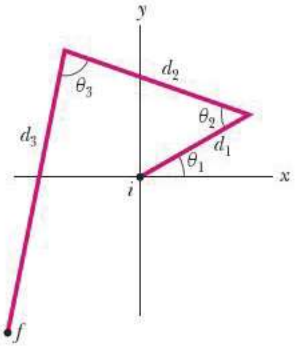


Figura 4-57 Problema 113.

114 A posição $\vec{r}$ de uma partícula que se move no plano xy é dada por $\vec{r} = 2t\hat{i} + 2\,\text{sen}[(\pi/4 \text{ rad/s})t]\hat{j}$, onde $\vec{r}$ está em metros e t em segundos. (a) Calcule os valores das componentes x e y da posição da partícula para $t = 0$; 1,0; 2,0; 3,0 e 4,0 s e plote a trajetória da partícula no plano xy para o intervalo $0 \leq t \leq 4{,}0$. (b) Calcule os valores das componentes da velocidade da partícula para $t = 1{,}0$; 2,0 e 3,0 s. Mostre que a velocidade é tangente à trajetória da partícula e tem o mesmo sentido que o movimento da partícula em todos esses instantes traçando os vetores velocidade no gráfico da trajetória da partícula, plotado no item (a). (c) Calcule as componentes da aceleração da partícula nos instantes $t = 1{,}0$; 2,0 e 3,0 s.

115 Um elétron com uma velocidade horizontal inicial de módulo $1{,}00 \times 10^9$ cm/s penetra na região entre duas placas de metal horizontais eletricamente carregadas. Nessa região, o elétron percorre uma distância horizontal de 2,00 cm e sofre uma aceleração constante para baixo de módulo $1{,}00 \times 10^{17} \text{ cm/s}^2$ devido às placas carregadas. Determine (a) o tempo que o elétron leva para percorrer os 2,00 cm; (b) a distância vertical que o elétron percorre durante esse tempo; o módulo da componente (c) horizontal e (d) vertical da velocidade quando o elétron sai da região entre as placas.

116 Um elevador sem teto está subindo com uma velocidade constante de 10 m/s. Um menino que está no elevador arremessa uma bola para cima, na vertical, de uma altura 2,0 m acima do piso do elevador, no instante em que o piso do elevador se encontra 28 m acima do solo. A velocidade inicial da bola em relação ao elevador é 20 m/s. (a) Qual é a altura máxima acima do solo atingida pela bola? (b) Quanto tempo a bola leva para cair de volta no piso do elevador?

117 Um jogador de futebol americano chuta uma bola de tal forma que a bola passa 4,5 s no ar e chega ao solo a 46 m de distância. Se a bola deixou o pé do jogador 150 cm acima do solo, determine (a) o módulo e (b) o ângulo (em relação à horizontal) da velocidade inicial da bola.

118 Um aeroporto dispõe de uma esteira rolante para ajudar os passageiros a atravessarem um longo corredor. Lauro não usa a esteira rolante e leva 150 s para atravessar o corredor. Cora, que fica parada na esteira rolante, cobre a mesma distância em 70 s. Marta prefere andar na esteira rolante. Quanto tempo leva Marta para atravessar o corredor? Suponha que Lauro e Marta caminham com a mesma velocidade.

119 Um vagão de madeira está se movendo em uma linha férrea retilínea com velocidade v_1. Um franco-atirador dispara uma bala (com velocidade inicial v_2) contra o vagão, usando um rifle de alta potência. A bala atravessa as duas paredes laterais e os furos de entrada e saída ficam à mesma distância das extremidades do vagão. De que direção, em relação à linha férrea, a bala foi disparada? Suponha que a bala não foi desviada ao penetrar no vagão, mas a velocidade diminuiu 20%. Suponha ainda que $v_1 = 85$ km/h e $v_2 = 650$ m/s. (Por que não é preciso conhecer a largura do vagão?)

CAPÍTULO

5

FORÇA E MOVIMENTO – I

5-1 O QUE É FÍSICA?

Vimos que a física envolve o estudo do movimento dos objetos, incluindo a aceleração, que é uma variação de velocidade. A física também envolve o estudo da *causa* da aceleração. A causa é sempre uma **força**, que pode ser definida, em termos coloquiais, como um empurrão ou um puxão exercido sobre um objeto. Dizemos que a força *age* sobre o objeto, mudando a velocidade. Por exemplo: na largada de uma prova de Fórmula 1, uma força exercida pela pista sobre os pneus traseiros provoca a aceleração dos veículos. Quando um zagueiro segura o centroavante do time adversário, uma força exercida pelo defensor provoca a desaceleração do atacante. Quando um carro colide com um poste, uma força exercida pelo poste faz com que o carro pare bruscamente. As revistas de ciência, engenharia, direito e medicina estão repletas de artigos sobre as forças a que estão sujeitos os objetos, entre os quais podem ser incluídos os seres humanos.

5-2 Mecânica Newtoniana

A relação que existe entre uma força e aceleração produzida por essa força foi descoberta por Isaac Newton (1642–1727) e é o assunto deste capítulo. O estudo da relação, da forma como foi apresentada por Newton, é chamado de *mecânica newtoniana*. Vamos nos concentrar inicialmente nas três leis básicas de movimento da mecânica newtoniana.

A mecânica newtoniana não pode ser aplicada a todas as situações. Se as velocidades dos corpos envolvidos são muito elevadas, comparáveis à velocidade da luz, a mecânica newtoniana deve ser substituída pela teoria da relatividade restrita de Einstein, que é válida para qualquer velocidade. Se os corpos envolvidos são muito pequenos, de dimensões atômicas ou subatômicas (como, por exemplo, os elétrons de um átomo), a mecânica newtoniana deve ser substituída pela mecânica quântica. Atualmente, os físicos consideram a mecânica newtoniana um caso especial dessas duas teorias mais abrangentes. Ainda assim, trata-se de um caso especial muito importante, já que pode ser aplicado ao estudo do movimento dos mais diversos objetos, desde corpos muito pequenos (quase de dimensões atômicas) até corpos muito grandes (galáxias e aglomerados de galáxias).

5-3 A Primeira Lei de Newton

Antes de Newton formular sua mecânica, pensava-se que uma influência, uma "força", era necessária para manter um corpo em movimento com velocidade constante e que um corpo estava em seu "estado natural" apenas quando se encontrava em repouso. Para que um corpo se movesse com velocidade constante, tinha que ser impulsionado de alguma forma, puxado ou empurrado; se não fosse assim, pararia "naturalmente".

Essas ideias pareciam razoáveis. Se você faz um disco de metal deslizar em uma superfície de madeira, o disco realmente diminui de velocidade até parar. Para que