

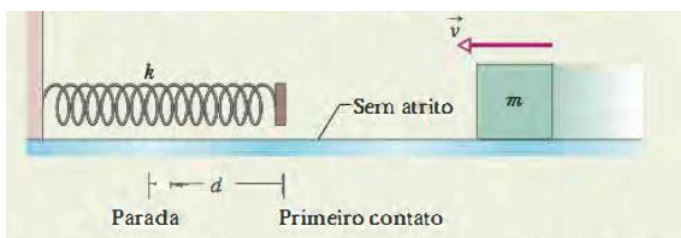
Concurso Público CP 05/2025 UDESC

PADRÃO DE RESPOSTA DAS QUESTÕES CONSTANTES NA PROVA ESCRITA Área de Conhecimento: Física Geral

Questão 1

Peso: 2,0 pontos

Na figura abaixo, mostra um pote de massa m que se move com velocidade v em direção a uma mola de constante k . Depois de deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade $v = 0,50$ m/s, o pote de massa $m = 0,40$ kg colide com uma mola de constante elástica $k = 750$ N/m e começa a comprimi-la. No instante em que o pote para momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância d a mola foi comprimida?



Padrão de Resposta:

Exemplo

Trabalho realizado por uma mola para mudar a energia cinética

Na Fig. 7-10, depois de deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade $v = 0,50$ m/s, um pote de cominho de massa $m = 0,40$ kg colide com uma mola de constante elástica $k = 750$ N/m e começa a comprimi-la. No instante em que o pote para momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância d a mola foi comprimida?

A força da mola executa um trabalho *negativo*, reduzindo a velocidade e a energia cinética.

IDEIAS-CHAVE

- O trabalho W_s realizado sobre o pote pela força elástica está relacionado à distância d pedida através da Eq. 7-26 ($W_s = -\frac{1}{2} kx^2$) com d substituindo x .
- O trabalho W_s também está relacionado à energia cinética do pote através da Eq. 7-10 ($K_f - K_i = W$).
- A energia cinética do pote tem um valor inicial $K = \frac{1}{2} mv^2$ e é nula quando o pote está momentaneamente em repouso.

Cálculos Combinando as duas primeiras ideias-chave, escrevemos o teorema do trabalho e energia cinética para o pote na seguinte forma:

$$K_f - K_i = -\frac{1}{2} kd^2.$$

Figura 7-10 Um pote de massa m se move com velocidade $\vec{v}$ em direção a uma mola de constante k .

Substituindo a energia cinética inicial e final pelos seus valores (terceira ideia-chave), temos:

$$0 - \frac{1}{2} mv^2 = -\frac{1}{2} kd^2.$$

Simplificando, explicitando d e substituindo os valores conhecidos, obtemos:

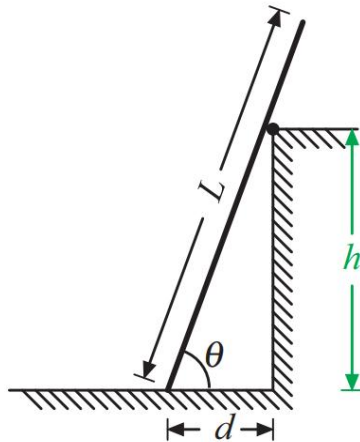
$$d = v \sqrt{\frac{m}{k}} = (0,50 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{0,40 \text{ kg}}{750 \text{ N/m}}} = 1,2 \times 10^{-2} \text{ m} = 1,2 \text{ cm} \quad (\text{Resposta})$$

Fonte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física 1**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. [Capítulo 7; página 156]

Questão 2

Peso: 2,0 pontos

Na figura, uma prancha homogênea, com um comprimento L de 6,1 m e um peso de 445 N, repousa apoiada no chão e em um rolamento sem atrito no alto de uma parede de altura $h = 3,05$ m. A prancha permanece em equilíbrio para qualquer valor de $\theta \geq 70^\circ$, mas escorrega se $\theta < 70^\circ$. Determine o coeficiente de atrito estático entre a prancha e o chão. Explique cada etapa da resolução detalhadamente.



Dados:

Prancha de comprimento $L = 6,10$ m.

Peso da prancha $P = 445$ N.

Altura da parede $h = 3,05$ m.

Padrão de Resposta:

Avaliamos a distância do ponto de apoio até a parede. Olhando a Fig. 1.19 podemos ver que a relação entre os catetos do triângulo retângulo pode ser expresso como

$$\tan \theta = \frac{h}{d}, \quad \Rightarrow \quad d = \frac{h}{\tan \theta}.$$

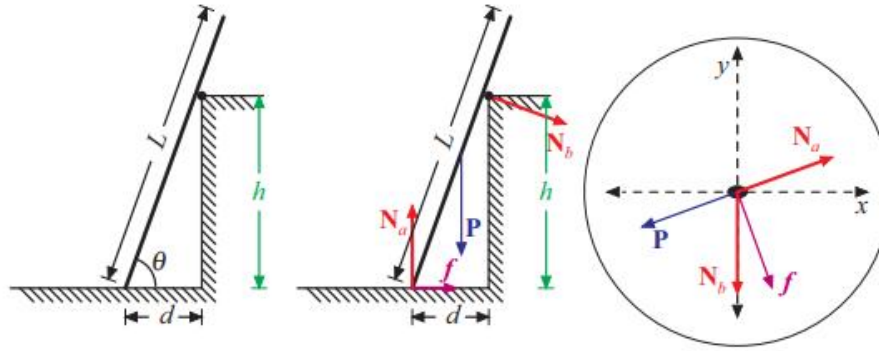


Figure 1.19:

Desenhamos os vetores das forças que agem na prancha.

$$\mathbf{N}_a = (N_a \cos \theta^a, N_a \sin \theta^a),$$

$$\mathbf{N}_b = (N_b \cos \theta^b, N_b \sin \theta^b),$$

$$\mathbf{P} = (P \cos \theta^p, P \sin \theta^p),$$

$$\mathbf{f} = (f \cos \theta^f, f \sin \theta^f),$$

de modo que os ângulos são definidos como: $\theta^a = 20^\circ$, $\theta^b = 270^\circ$, $\theta^p = 200^\circ$, $\theta^f = 290^\circ$.

Aplicamos a segunda lei de Newton para as forças

$$\sum F_x = N_a \cos \theta^a + N_b \cos \theta^b + P \cos \theta^p + f \cos \theta^f,$$

$$\sum F_y = N_a \sin \theta^a + N_b \sin \theta^b + P \sin \theta^p + f \sin \theta^f.$$

Aplicamos a segunda lei de Newton para os torques assumindo como eixo o ponto de contato entre a prancha e o chão

$$\sum \tau = \mathbf{r}_a \times \mathbf{N}_a + \mathbf{r}_b \times \mathbf{N}_b + \mathbf{r}_p \times \mathbf{P} + \mathbf{r}_f \times \mathbf{f},$$

onde os vetores entre o ponto de contato e ponto de ação de cada força é definido como:

$$\mathbf{r}_a = (0, 0),$$

$$\mathbf{r}_b = (\sqrt{d^2 + h^2}, 0) = \left(\sqrt{\frac{h^2}{\tan^2 \theta} + h^2}, 0 \right) = \left(h \frac{\sqrt{1 + \tan^2 \theta}}{\tan \theta}, 0 \right) = \left(h \frac{\sqrt{\sec^2 \theta}}{\tan \theta}, 0 \right) = \left(h \frac{\sec \theta}{\tan \theta}, 0 \right) = \left(h \frac{\sec \theta \cos \theta}{\sin \theta}, 0 \right),$$

$$\mathbf{r}_p = \left(\frac{L}{2}, 0 \right),$$

$$\mathbf{r}_f = (0, 0),$$

então avaliando cada torque

$$\mathbf{r}_a \times \mathbf{N}_a = 0,$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_b \times \mathbf{N}_b &= \left(\frac{h}{\sin \theta} \mathbf{i} \right) \times (N_b \cos \theta^b \mathbf{i} + N_b \sin \theta^b \mathbf{j}), \\
 &= (N_b \cos \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) (\mathbf{i} \times \mathbf{i}) + (N_b \sin \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) (\mathbf{i} \times \mathbf{j}), \\
 &= (N_b \sin \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) (\mathbf{k}),
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{r}_p \times \mathbf{P} &= \left(\frac{L}{2} \mathbf{i} \right) \times (P \cos \theta^p \mathbf{i} + P \sin \theta^p \mathbf{j}), \\
 &= (P \cos \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right) (\mathbf{i} \times \mathbf{i}) + (P \sin \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right) (\mathbf{i} \times \mathbf{j}), \\
 &= (P \sin \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right) (\mathbf{k}),
 \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_f \times \mathbf{f} = 0.$$

Logo, todos os termos do torque resultam em

$$\begin{aligned}
 \sum \boldsymbol{\tau} &= \mathbf{0} + (N_b \sin \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) (\mathbf{k}) + (P \sin \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right) (\mathbf{k}) + \mathbf{0}, \\
 &= \left((N_b \sin \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) + (P \sin \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right) \right) (\mathbf{k}),
 \end{aligned}$$

assumindo que está no estado estacionário

$$0 = (N_b \sin \theta^b) \left(\frac{h}{\sin \theta} \right) + (P \sin \theta^p) \left(\frac{L}{2} \right),$$

isolando o módulo da força normal

$$N_b = - \left(\frac{\sin \theta^p}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right).$$

Substituímos o módulo da força normal na expressão da segunda lei de Newton para as forças

$$\begin{aligned}
 0 &= N_a \cos \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) \cos \theta^b + P \cos \theta^p + f \cos \theta^f, \\
 0 &= N_a \sin \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^b + P \sin \theta^p + f \sin \theta^f.
 \end{aligned}$$

reescrevemos ambas expressões

$$\begin{aligned}
 0 &= N_a \cos \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \cos \theta^p + f \cos \theta^f, \\
 0 &= N_a \sin \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \sin \theta^p + f \sin \theta^f.
 \end{aligned}$$

Por outro lado a força de atrito é proporcional à força normal $f = \mu N_a$ então substituindo em ambas expressões

$$\begin{aligned}
 0 &= N_a \cos \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \cos \theta^p + \mu N_a \cos \theta^f, \\
 0 &= N_a \sin \theta^a - \left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \sin \theta^p + \mu N_a \sin \theta^f.
 \end{aligned}$$

agrupando convenientemente

$$\begin{aligned} 0 &= N_a (\cos \theta^a + \mu \cos \theta^f) - \left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \cos \theta^p, \\ 0 &= N_a (\sin \theta^a + \mu \sin \theta^f) - \left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) + P \sin \theta^p. \end{aligned}$$

em cada expressão podemos isolar o módulo da força normal

$$\begin{aligned} \frac{\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p}{(\cos \theta^a + \mu \cos \theta^f)} &= N_a, \\ \frac{\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p}{(\sin \theta^a + \mu \sin \theta^f)} &= N_a. \end{aligned}$$

Como ambas equações representam o módulo da força normal, naturalmente podemos comparar ambas expressões

$$\frac{\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p}{(\sin \theta^a + \mu \sin \theta^f)} = \frac{\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p}{(\cos \theta^a + \mu \cos \theta^f)},$$

e isolamos o coeficiente de atrito

$$\begin{aligned} &\left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \cos \theta^a + \left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \mu \cos \theta^f = \left(\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p \right) \cos \theta^a \\ &+ \left(\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p \right) \mu \cos \theta^f - \left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \cos \theta^a \\ &= \left(\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p \right) \sin \theta^a - \left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \cos \theta^a \\ \mu &= \frac{\left(\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p \right) \sin \theta^a - \left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \cos \theta^a}{\left(\left(\frac{\sin \theta^p \sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \sin \theta^p \right) \cos \theta^f - \left(\left(\frac{\sin \theta^p \cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{PL}{2h} \sin \theta \right) - P \cos \theta^p \right) \sin \theta^f}, \end{aligned}$$

podemos identificar o módulo do peso da prancha como factor comum em toda a expressão

$$\mu = \frac{\left(\left(\frac{\cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \cos \theta^p \right) \sin \theta^a - \left(\left(\frac{\sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^a}{\left(\left(\frac{\sin \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^f - \left(\left(\frac{\cos \theta^b}{\sin \theta^b} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \cos \theta^p \right) \sin \theta^f},$$

avaliando as funções para $\theta^b = 270^\circ$,

$$\mu = \frac{\left(\left(\frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \cos \theta^p \right) \sin \theta^a - \left(\left(\frac{\sin 270^\circ}{\sin 270^\circ} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^a}{\left(\left(\frac{\sin 270^\circ}{\sin 270^\circ} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^f - \left(\left(\frac{\cos 270^\circ}{\sin 270^\circ} \right) \left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \cos \theta^p \right) \sin \theta^f},$$

computando os valores das funções harmonicas $\cos 270 = 0$

$$\mu = \frac{(-\cos \theta^p) \sin \theta^a - \left(\left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^a}{\left(\left(\frac{L}{2h} \sin \theta \right) \sin \theta^p - \sin \theta^p \right) \cos \theta^f + \cos \theta^p \sin \theta^f},$$

organizando alguns fatores comuns

$$\mu = -\frac{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1 \right) (\sin \theta^p) \cos \theta^a + (\cos \theta^p) \sin \theta^a}{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1 \right) (\sin \theta^p) \cos \theta^f + (\cos \theta^p) \sin \theta^f},$$

agora avaliando as funções para os ângulos $\theta^a = 20^\circ$, $\theta^p = 200^\circ$, $\theta^f = 290^\circ$.

$$\mu = -\frac{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1 \right) \left(\sin \frac{200\pi}{180} \right) \cos \frac{20\pi}{180} + \left(\cos \frac{200\pi}{180} \right) \sin \frac{20\pi}{180}}{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1 \right) \left(\sin \frac{200\pi}{180} \right) \cos \frac{290\pi}{180} + \left(\cos \frac{200\pi}{180} \right) \sin \frac{290\pi}{180}},$$

simplificando as expressões

$$\mu = - \frac{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1\right) \left(\sin \frac{10\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{\pi}{9}\right) + \left(\cos \frac{10\pi}{9}\right) \left(\sin \frac{\pi}{9}\right)}{\left(\frac{L}{2h} \sin \theta - 1\right) \left(\sin \frac{10\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{29\pi}{18}\right) + \left(\cos \frac{10\pi}{9}\right) \left(\sin \frac{29\pi}{18}\right)},$$

surpreendentemente $L = 2h$ o que permite simplificar os coeficientes na expressão

$$\mu = - \frac{\left(\left(\sin \frac{70\pi}{180}\right) - 1\right) \left(\sin \frac{10\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{\pi}{9}\right) + \left(\cos \frac{10\pi}{9}\right) \left(\sin \frac{\pi}{9}\right)}{\left(\left(\sin \frac{70\pi}{180}\right) - 1\right) \left(\sin \frac{10\pi}{9}\right) \left(\cos \frac{29\pi}{18}\right) + \left(\cos \frac{10\pi}{9}\right) \left(\sin \frac{29\pi}{18}\right)},$$

avaliando todos os fatores podemos encontrar que:

$$\mu = 0.33931 \approx 0.34.$$

Fonte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 2**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. [**Capítulo 12; Problema 37, página 21**]

Questão 3

Peso: 2,0 pontos

Uma bola de neve de 1,5 kg é lançada de um penhasco de 12,5 m de altura. A velocidade inicial da bola de neve é 14 m/s, 41 graus acima da horizontal.

- Qual é o trabalho realizado sobre a bola de neve pela força gravitacional durante o percurso até um terreno plano, abaixo do penhasco?
- Qual é a variação da energia potencial do sistema bola-de-neve-Terra durante o percurso?
- Se a energia potencial gravitacional é tomada como sendo nula na altura do penhasco, qual é o seu valor quando a bola de neve chega ao solo?

Padrão de Resposta:

Dados:

Massa da bola de neve $m = 1,5 \text{ kg}$

Altura do penhasco $h = 12,5 \text{ m}$

Velocidade inicial $v_0 = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

ângulo formado pelo vetor inicial da velocidade $\theta = 41^\circ$

Para resolver o problema devemos identificar a trajetória da bola de neve que obedece o enunciado como mostra a figura 1.1

Componentes da velocidade inicial

$$\vec{v}_0 = v_0 \cos \theta \vec{i} + v_0 \sin \theta \vec{j}.$$

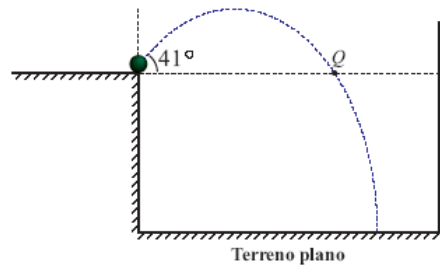


Figure 1.1:

as equações de movimento podem ser denotadas por

$$x(t) = x_0 + v_{0x}t,$$

$$y(t) = y_0 + v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2,$$

para encontrar o tempo que volta a ter a mesma altura do penhasco no ponto Q, assumimos que num tempo t a altura deve ser a mesma que no início, logo podemos assumir que:

$$y(t) = y_0, \quad \Rightarrow \quad 0 = v_{0y}t - \frac{g}{2}t^2,$$

isolando o tempo

$$0 = \left(v_{0y} - \frac{g}{2}t\right)t, \quad \Rightarrow \quad t^* = \frac{2v_{0y}}{g} = \frac{2(v_0 \sin \theta)}{g} = \frac{2\left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 41\right)}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,8745\text{s},$$

que é o tempo que demora em atingir o ponto Q.

Outra condição importante é calcular a posição do ponto mais alto que a bola de neve pode atingir. Para encontrar esse valor de altitude máxima corresponde a considerar a trajetória da bola de neve como de subida, que é análogo ao tempo de descida até o ponto Q. Assumindo essa condição, podemos avaliar que representa a metade do tempo t^*

$$t' = \frac{t^*}{2} = \frac{1.8745}{2} \text{ s} = 0.93725 \text{ s},$$

e avaliando na equação

$$\begin{aligned} y(t') &= (0) + \left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 41^\circ\right) (0.93725 \text{ s}) - \frac{\left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)}{2} (0.93725 \text{ s})^2, \\ &= (8.60847855 \text{ m}) - (4.30434405625 \text{ m}), \\ &= 4.3041345 \text{ m}. \end{aligned}$$

Um outro ponto importante corresponde com o tempo que a bola de neve demora em atingir o fundo em $h = -12.5 \text{ m}$ e $y_0 = 0$

$$0 = gt^2 - 2v_{0y}t - 2(y_0 - y(t)), \quad \Rightarrow \quad t'' = \frac{-(-2v_{0y}) \pm \sqrt{(-2v_{0y})^2 - 4(g)(-2(y_0 - y(t)))}}{2g},$$

organizando os coeficientes e substituindo a expressão da velocidade inicial

$$t'' = \frac{v_0 \sin \theta \pm \sqrt{(v_0 \sin \theta)^2 + 2(g)(y_0 - y(t))}}{g},$$

e substituindo os valores dos parâmetros

$$t'' = \frac{14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 41^\circ \pm \sqrt{\left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}} \sin 41^\circ\right)^2 + 2\left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(0 - (-12.5 \text{ m}))}}{9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = \frac{(14 \sin 41^\circ \pm \sqrt{329,361})}{9.8} \text{ s} = \frac{(14 \sin 41^\circ \pm 18,148)}{9.8} \text{ s},$$

que corresponde a dois tempos

$$\begin{aligned} t''_+ &= 2,7891 \text{ s}, \\ t''_- &= -0,91461 \text{ s}, \end{aligned}$$

de ambos os tempos aquele que tem sinal positivo é a raiz da equação que devemos considerar porque os eventos evoluem sempre com tempos correspondendo a prever a dinâmica.

Com essas informações podemos iniciar a responder os itens que respondem as questões do enunciado do problema.

Para responder o item (a) inicialmente assumimos que um diferencial de linha que corresponde com a trajetória da dinâmica apresentada na Fig. 1.1 pode ser denotado por

$$d\vec{r} = dx \vec{i} + dy \vec{j},$$

e o vetor força peso é denotado por

$$\vec{F} = \vec{P} = -mg \vec{j},$$

aplicando a definição de trabalho

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r},$$

se substituímos cada um dos vetores

$$\begin{aligned} W &= \int_i^f (-mg \vec{j}) \cdot (dx \vec{i} + dy \vec{j}), \\ &= \int_i^f -(mg dx) \vec{j} \cdot \vec{i} - \int_i^f (mg dy) \vec{j} \cdot \vec{j}, \end{aligned}$$

aplicado propriedades do produto dos vetores unitários paralelos e ortogonais encontramos a expressão para o trabalho realizada pela força $\vec{F}$

$$W = -mg(y_f - y_i) = -mg\Delta y.$$

A partir dos argumentos utilizados até este ponto do problema podemos identificar que a trajetória total possui três etapas, a primeira que subida até o topo da trajetória, a segunda de descida até o ponto Q, e a terceira do ponto Q até o terreno plano. Avaliamos o trabalho realizado na primeira etapa quando $y_i = 0$ m e $y_f = 4.3041345$ m, e substituindo os valores dos parâmetros físicos podemos encontrar que o trabalho feito nessa primeira etapa resulta

$$W^* = - (1.5\text{kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (4.3041345\text{m} - 0\text{m}) = -63,27077715\text{J}.$$

Avaliamos o trabalho realizado na segunda etapa quando $y_i = 4.3041345$ m e $y_f = 0$ m, e substituindo os valores dos parâmetros físicos podemos encontrar que o trabalho feito nessa segunda etapa resulta

$$W' = - (1.5\text{kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (0\text{m} - 4.3041345\text{m}) = +63,27077715\text{J}.$$

Avaliamos o trabalho realizado na terceira etapa quando $y_i = 0$ m e $y_f = -12.5$ m, e substituindo os valores dos parâmetros físicos podemos encontrar que o trabalho feito nessa terceira etapa resulta

$$W'' = - (1.5\text{kg}) \left(9.8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (-12.5\text{m} - 0\text{m}) = +183.75\text{J}.$$

Logo o trabalho total realizado sobre a bola de neve pela força gravitacional é a soma das três contribuições nas etapas analisadas

$$\begin{aligned} W &= W^* + W' + W'', \\ &= -63,27077715\text{J} + 63,27077715\text{J} + 183.75\text{J}, \\ &= 183.75\text{J}. \end{aligned}$$

Para responder o item (b) devemos lembrar a definição apresentada pela Eq. (8-1) na página 181 da Edição 8va que corresponde com

$$\Delta U = -W,$$

usando o resultado do item (a)

$$\Delta U = -183.75\text{J}.$$

Para responder o item (c) podemos avaliar as energias potenciais de cada uma das três etapas

$$\begin{aligned} \Delta U^* &= -W^* = +63,27077715\text{J}, \\ \Delta U' &= -W' = -63,27077715\text{J}, \\ \Delta U'' &= -W'' = -183.75\text{J}, \end{aligned}$$

desse modo mostramos que a terceira etapa corresponde com o descrito pelo item (c) que corresponde com a variação de energia potencial

$$\Delta U'' = -W'' = -183.75\text{J},$$

embora o solution mostre que seja positivo usando a definição ele deve ser negativo.

Um outro procedimento que pode fazer diferença, considera a queda desde a posição de máxima altura depois da primeira etapa do movimento para depois somente cair até o fundo do penhasco logo a distância total de descida da bola de neve

$$\begin{aligned} \Delta y &= y(t_+) - y(t') = -12.5\text{m} - 4.3041345\text{m} \\ &= -16,80413\text{m} \end{aligned}$$

logo a variação total de energia potencial deve ser

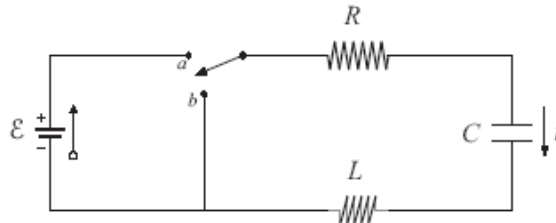
$$\begin{aligned}\Delta U &= mg\Delta y = (1,5\text{kg})\left(9,8\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(-16,80413\text{m}) = (1,5)(9,8)(-16,80413)\text{kg}\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\text{m} \\ &= -247,021\text{J}\end{aligned}$$

Fonte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 1**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. [**Capítulo 8; Problema 8, página 196**],

Questão 4

Peso: 2,0 pontos

Um circuito de uma única malha, veja figura, é formado por um resistor R , um indutor L , e um capacitor C . Inicialmente o interruptor está na posição a do circuito até o circuito atingir o estado estacionário, em seguida o interruptor é mudado para a posição b do circuito.



- Encontrar a solução para a carga do circuito quando o interruptor está na posição b do circuito.
- Se o circuito é formado por um indutor $L=220 \text{ mH}$ e um capacitor $C=10 \text{ } \mu\text{F}$, que valor para a resistência R deve ser ligada em série com o indutor e o capacitor para que a carga máxima do capacitor caia para 99,9% do valor inicial após 50 ciclos? Suponha que $\omega' \approx \omega$

Dados:

Valor do indutor $L = 220 \text{ mH} = 220 \times 10^{-3} \text{ H}$

Valor do capacitor $C = 12 \text{ } \mu\text{F} = 12 \times 10^{-6} \text{ F}$

Valor da carga após 50 ciclos $Q = 0.999Q_0$

Solução:

Aplicando a lei das malhas podemos encontrar que para o caso da posição do interruptor esta na posição a configura o processo do circuito está no transiente de acumulação de carga no capacitor (carregamento).

Na posição b configura o processo do circuito no transiente de perda de carga no capacitor (descarragamento ou decaimento).

No processo de troca do interruptor de a para b , o capacitor está totalmente carregado com a carga máxima e corrente nula.

Logo, precisa ser aplicado a lei da malhas, que diz que a soma das quedas das tensões é sempre igual à força eletromotriz, dessa forma encontra-se a equação que descreve o circuito RLC, Eq. (31-57) pag.304 9na Ed.

$$\mathcal{E} = V_R + V_C + V_L,$$

a queda de tensão na resistência é

$$V_R = Ri = R \frac{dq}{dt},$$

a queda de tensão no capacitor é

$$V_C = \frac{q}{C},$$

e a queda de tensão no indutor é

$$V_L = L \frac{di}{dt} = L \frac{d^2q}{dt^2},$$

substituindo as três quedas de tensão

$$\mathcal{E} = R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} + L \frac{d^2q}{dt^2},$$

Neste caso a força eletromotriz é nula então a equação que descreve a dinâmica da carga no circuito pode ser representada por

$$0 = L \frac{d^2q}{dt^2} + R \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C},$$

segundo os procedimentos de equações diferenciais ordinárias existe mais de um procedimento para encontrar a solução. Neste caso vamos aplicar o procedimento algébrico onde o operador diferencial é transformado em um polinômio $\frac{dq}{dt} \equiv Dq$ sendo assim a equação diferencial pode ser representada como um polinômio de segundo grau

$$0 = LD^2q + RDq + \frac{q}{C},$$

e multiplicando por $\frac{1}{L}$ o polinômio todo

$$0 = \left(D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC} \right) q,$$

nessa equação a função alvo é $q(t)$ e que admite uma solução não trivial e uma trivial, a solução não trivial diferente de zero é a que representa a física do circuito e a solução trivial igual a zero é uma solução matemática verdadeira porém não representa a física do circuito. O fator dependente do parâmetro D é um polinômio de segundo que deve ser igual a zero, e a partir dessa condição

$$0 = D^2 + \frac{R}{L}D + \frac{1}{LC},$$

este polinômio pode ser resolvido usando a fórmula de Baskara

$$D = \frac{-\frac{R}{L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{L}\right)^2 - 4\frac{1}{LC}}}{2},$$

reescrevendo e reagrupando alguns parâmetros dessa expressão

$$D = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}},$$

logo as soluções para a função alvo podem ser escritas como

$$q(t) = q_+ \exp[D_+t] + q_- \exp[D_-t],$$

e substituindo os valores encontrados a partir da fórmula de Baskara, a solução é escrita como:

$$q(t) = q_+ \exp \left[\left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right] + q_- \exp \left[\left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right],$$

organizando os factores comuns

$$q(t) = \exp \left[-\frac{R}{2L} t \right] \left(q_+ \exp \left[+ \left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right] + q_- \exp \left[- \left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right] \right),$$

e derivando a carga

$$\begin{aligned} i(t) = & q_+ \left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) \exp \left[\left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right] \\ & + q_- \left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) \exp \left[\left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) t \right]. \end{aligned}$$

Por condições iniciais, em $t = 0$ a carga é máxima

$$q(0) = q_+ + q_- = q_{\max},$$

logo a corrente é nula

$$i(0) = q_+ \left(-\frac{R}{2L} + \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) + q_- \left(-\frac{R}{2L} - \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) = 0,$$

organizando os termos e fatores comuns

$$\left(-\frac{R}{2L} \right) \left(q_+ + q_- \right) + \left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) (q_+ - q_-) = 0,$$

o fator $\left(-\frac{R}{2L} \right) \neq 0$ o que implica que o outro deve ser nulo

$$q_+ \left(+\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) + q_- \left(-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) = 0,$$

novamente isolamos o factor comum

$$\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \right) (q_+ - q_-) = 0,$$

o fator no símbolo radical é diferente de zero, o que implica que o outro deve ser nulo. Dessa forma os coeficientes são iguais $q_+ = q_-$.

Considerando que a condição de contorno representa a carga total máxima e usando o resultado dos coeficientes são iguais

$$\begin{aligned} q_+ + q_- &= q_{\max}, & \Rightarrow & & q_- + q_- &= q_{\max}, \\ & & \Rightarrow & & q_- &= \frac{q_{\max}}{2}, \\ & & \Rightarrow & & q_+ &= \frac{q_{\max}}{2}. \end{aligned}$$

Por tanto a solução para a expressão da carga no circuito RLC resulta como

$$q(t) = \exp\left[-\frac{R}{2L}t\right] \left(\frac{q_{\max}}{2} \exp\left[\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t\right] + \frac{q_{\max}}{2} \exp\left[-\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t\right] \right),$$

isolando o fator comum

$$q(t) = q_{\max} \exp\left[-\frac{R}{2L}t\right] \left(\frac{\exp\left[\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t\right]}{2} + \frac{\exp\left[-\left(\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}\right)t\right]}{2} \right),$$

a interpretação física dos argumentos nas funções exponenciais no segundo parenteses da solução carrega duas informações principais: a primeira representa a frequência angular natural do circuito RLC denotada por $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, e a segunda representa a taxa de decaimento $\omega' = \frac{R}{2L}$, com essas informações a carga é modelada pela expressão

$$q(t) = q_{\max} \exp[-\omega' t] \left(\frac{\exp\left[\left(\sqrt{(\omega')^2 - (\omega)^2}\right)t\right]}{2} + \frac{\exp\left[-\left(\sqrt{(\omega')^2 - (\omega)^2}\right)t\right]}{2} \right).$$

Se o argumento do símbolo radical é menor que zero a exponencial pode assumir argumentos imaginários, o que permite ser denotado por

$$q(t) = q_{\max} \exp[-\omega' t] \left(\frac{\exp\left[+i\sqrt{(\omega)^2 - (\omega')^2}t\right]}{2} + \frac{\exp\left[-i\sqrt{(\omega)^2 - (\omega')^2}t\right]}{2} \right),$$

aplicando a representação de Euler para as funções harmônicas, neste caso a função cosseno, a função que modela a carga assume a forma

$$q(t) = q_{\max} \exp[-\omega' t] \cos\left(\sqrt{(\omega)^2 - (\omega')^2}t\right). \quad (1.1)$$

O argumento do símbolo radical pode ser encontrar a condição seguinte

$$\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2} \geq 0,$$

$$\sqrt{\frac{4L}{C}} \geq R,$$

substituindo os valores dos parâmetros

$$\sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{4(220 \times 10^{-3} \text{H})}{12 \times 10^{-6} \text{F}}} = \sqrt{\frac{22}{3} \times 10^4 \frac{\text{H}}{\text{F}}},$$

usando conversão de unidades

$$\text{H} = \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2},$$

$$\text{F} = \frac{\text{C}^2 \text{s}^2}{\text{m}^2 \text{kg}},$$

$$\sqrt{\frac{4L}{C}} = \sqrt{\frac{22}{3} \times 10^4 \frac{\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2}}{\frac{\text{C}^2 \text{s}^2}{\text{m}^2 \text{kg}}}} = \sqrt{\frac{22}{3} \times 10^2 \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2 \text{s}}} = 270,8 \Omega,$$

usando a conversão de unidades

$$\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2 \text{s}} = \Omega,$$

e na desigualdade pode-se escrever

$$270,8 \Omega \geq R,$$

isso significa que para valores de resistores menores que $270,8 \Omega$ a solução que modela a carga apresentará oscilações.

Para responder o item (b), a frequência angular natural do circuito vezes o tempo isso representa um ciclo. Do enunciado, foi solicitado que após 50 ciclos deve-se calcular a queda da carga em 99,9 %, assim avaliamos o período que corresponde para essa condição usando a expressão

$$T = \frac{50}{\nu} = \frac{50(2\pi)}{\omega} = 50(2\pi)\sqrt{LC},$$

usando os valores fornecidos no enunciado

$$T = (100\pi)\sqrt{(220 \times 10^{-3} \text{H})(12 \times 10^{-6} \text{F})},$$

usando a conversão de unidades

$$\begin{aligned} T &= (100\pi) \sqrt{\left(220 \times 10^{-3} \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2}\right) \left(12 \times 10^{-6} \frac{\text{C}^2 \text{s}^2}{\text{m}^2 \text{kg}}\right)}, \\ &= (100\pi) \sqrt{(22)(12)} \times 10^{-5} \text{s}, \\ &= 510,45 \times 10^{-6} \text{s}. \end{aligned}$$

Para avaliar a relação da carga máxima daquela no tempo T podemos usar a expressão da Eq. (1.1) unicamente considerando o fator de atenuação

$$q(t) = q_{\max} \exp[-\omega' t].$$

e reescrevendo a expressão

$$\ln\left(\frac{q(t)}{q_{\max}}\right) = -\omega' t,$$

usando a porcentagem de atenuação e a taxa de atenuação

$$\ln(0.999) = -\left(\frac{R}{2L}\right) T,$$

substituindo os valores dos parâmetros

$$(-0,0010005) = -\left(\frac{R}{2(220 \times 10^{-3} \text{H})}\right) (510,45 \times 10^{-6} \text{s}),$$

isolando o parâmetro da resistência

$$\begin{aligned} (0,0010005) \left(\frac{2(220 \times 10^{-3} \text{H})}{(510,45 \times 10^{-6} \text{s})}\right) &= R, \\ (1,0005) \left(\frac{440}{510,45}\right) \frac{\text{H}}{\text{s}} &= R, \end{aligned}$$

usando a conversão de unidades

$$R = (1,0005) \left(\frac{440}{510,45}\right) \frac{\frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2}}{\text{s}} = 0,86242 \frac{\text{m}^2 \text{kg}}{\text{C}^2 \text{s}},$$

considerando a conversão de unidades

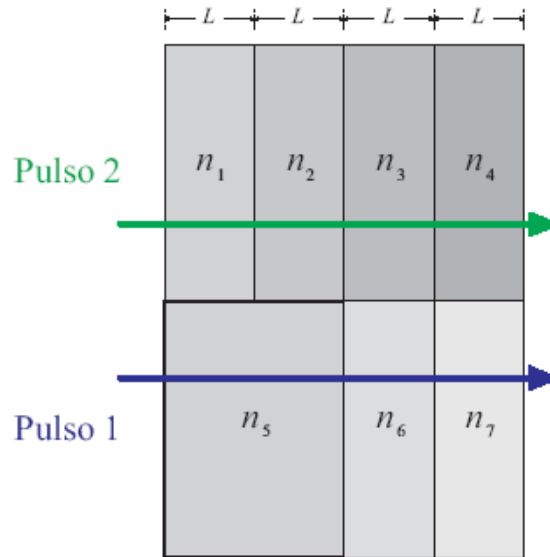
$$R = 0,86242 \Omega.$$

Fonte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 3**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. **[Capítulo 31; Problema 25, pagina 318]**

Questão 5:

Peso: 2,0 pontos

Na figura dois pulsos luminosos atravessam placas de plástico de espessura L ou $2L$ e índices de refração $n_1=1,95$, $n_2=1,90$, $n_3=1,70$, $n_4=1,45$, $n_5=1,65$, $n_7=1,50$. Se os dois pulsos atravessam ao mesmo tempo o conjunto de placas, quanto vale o índice de refração da placa do rotulo 5?



Padrão de Resposta:

Solução:

O tempo que demora em atravessar o pulso superior resulta em

$$t = \frac{L}{\frac{c}{1,95}} + \frac{L}{\frac{c}{1,90}} + \frac{L}{\frac{c}{1,70}} + \frac{L}{\frac{c}{1,45}} = \frac{1,95L}{c} + \frac{1,90L}{c} + \frac{1,70L}{c} + \frac{1,45L}{c},$$

$$t = \frac{1,95L}{c} + \frac{1,90L}{c} + \frac{1,70L}{c} + \frac{1,45L}{c} = \frac{7L}{c}.$$

Comparamos o tempo com o tempo que o outro pulso deve percorrer que deve ser o mesmo

$$t = \frac{2L}{\frac{c}{n_5}} + \frac{L}{\frac{c}{1,65}} + \frac{L}{\frac{c}{1,50}} = n_5 \frac{2L}{c} + \frac{1,65L}{c} + \frac{1,50L}{c},$$

e substituindo encontramos a expressão

$$\frac{7L}{c} = n_5 \frac{2L}{c} + \frac{1,65L}{c} + \frac{1,50L}{c},$$

$$7 = 2n_5 + 1,65 + 1,50,$$

$$3,85 = 2n_5,$$

$$1,925 = n_5,$$

Fonte: HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. **Fundamentos de Física Volume 4**. 9ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. [**Capítulo 35; Problema 8, página 97**]

Membros da Banca:

Membros Banca	Nome	Assinatura
Membro	Prof Dr. Ernesto Augusto Garbe	
Membro	Prof Dr Ruben Auccaise Estrada	
Membro	Prof Dr Oscar Khoiti Ueno	
Suplente	Prof Dr Moacyr Carlos Possan Jr.	

Presidente da Banca Examinadora
Prof Dr Ernesto Augusto Garbe



Assinaturas do documento



Código para verificação: **8PRC91K2**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:



RUBEN AUCCAISE ESTRADA (CPF: 057.XXX.897-XX) em 01/12/2025 às 14:09:21

Emitido por: "AC Final do Governo Federal do Brasil v1", emitido em 12/11/2025 - 15:03:43 e válido até 12/11/2026 - 15:03:43.
(Assinatura Gov.br)



OSCAR KHOITI UENO (CPF: 049.XXX.058-XX) em 01/12/2025 às 14:55:07

Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:46:31 e válido até 30/03/2118 - 12:46:31.
(Assinatura do sistema)



ERNESTO AUGUSTO GARBE (CPF: 037.XXX.489-XX) em 01/12/2025 às 14:57:35

Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:44:36 e válido até 30/03/2118 - 12:44:36.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTlwMjJfMDAwNDg3MTZfNDg3NDdfMjAyNV84UFJDOTFLMg==> ou o site <https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo> e informe o processo **UDESC 00048716/2025** e o código **8PRC91K2** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.