

CONCURSO PÚBLICO – 05/2022

PADRÃO DE RESPOSTA

Área de Conhecimento: Matemática

**QUESTÃO 1:** Funções Vetoriais de várias variáveis, Cálculo Diferencial Vetorial:  
 Rotacional. Cálculo Integral Vetorial: Integral de Linha

Verifica-se se o campo vetorial  $\vec{f}$  é conservativo, ou seja, se ele for gradiente de alguma função escalar  $u$ :  $\nabla u = \vec{f}$ .  
 Caso seja é possível utilizar o Teorema Fundamental das Integrais de Linha e Independência do Caminho de Integração.

Calculando o rotacional de  $\vec{f}$  tem-se:

$$\text{rot}(\vec{f}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & xz & xy + 1 \end{vmatrix} = \vec{0}. \text{ Desta forma pode-se tomar qualquer domínio simplesmente conexo onde o campo } \vec{f}$$

esteja definido. Logo  $\vec{f}$  admite uma função potencial, ou seja, é conservativo. Portanto, a integral de linha, que fornece o trabalho é independente do caminho. Calculando a função potencial tal que  $\nabla u = \vec{f} \Rightarrow u(x, y, z) = xyz + z + c$ .

Logo,  $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(B) - u(A)$  para qualquer caminho  $C$  unindo os pontos  $A$  ao ponto  $B$ .

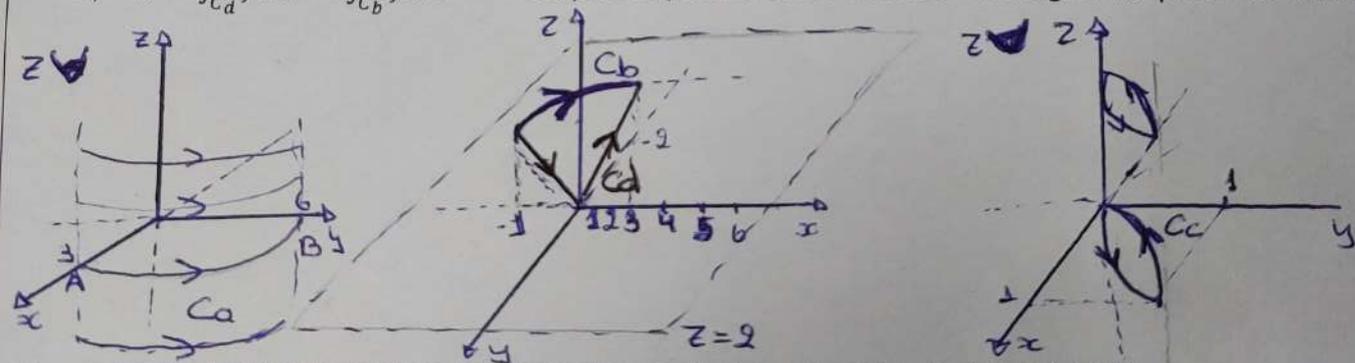
Portanto, calculando o trabalho para os itens solicitados:

a)  $w = \int_{C_a} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(0,6,z) - u(3,0,z) = 0.$

b)  $w = \int_{C_b} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(3,-2,2) - u(-1,0,2) = -12.$

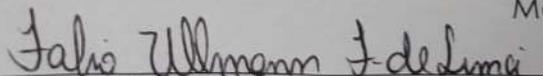
c)  $w = \int_{C_c} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(B) - u(A) = 0$ , curva fechada  $A = B$ .

d)  $w = \int_{C_d} \vec{f} \cdot d\vec{r} = \int_{C_b} \vec{f} \cdot d\vec{r} = -12$ , pois os pontos são os mesmos e a integral independe do caminho.



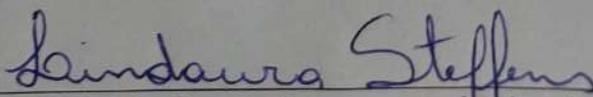
(Stewart J. Seção 16.3; Gonçalves, M., Flemming; Seção 9.5, Leithold, L. Seção 19.1-19.3).

Membros da Banca:

  
 Avaliador 1 (nome e assinatura)

  
 Avaliador 2 (nome e assinatura)

Avaliador 3 (nome e assinatura)

  
 Presidente da Banca (nome e assinatura)