

CONCURSO PÚBLICO – 05/2022

PADRÃO DE RESPOSTA

Área de Conhecimento: Matemática

QUESTÃO 1: Funções Vetoriais de várias variáveis, Cálculo Diferencial Vetorial:
 Rotacional. Cálculo Integral Vetorial: Integral de Linha

Verifica-se se o campo vetorial \vec{f} é conservativo, ou seja, se ele for gradiente de alguma função escalar u : $\nabla u = \vec{f}$.
 Caso seja é possível utilizar o Teorema Fundamental das Integrais de Linha e Independência do Caminho de Integração.

Calculando o rotacional de \vec{f} tem-se:

$$\text{rot}(\vec{f}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ yz & xz & xy + 1 \end{vmatrix} = \vec{0}. \text{ Desta forma pode-se tomar qualquer domínio simplesmente conexo onde o campo } \vec{f}$$

esteja definido. Logo \vec{f} admite uma função potencial, ou seja, é conservativo. Portanto, a integral de linha, que fornece o trabalho é independente do caminho. Calculando a função potencial tal que $\nabla u = \vec{f} \Rightarrow u(x, y, z) = xyz + z + c$.

Logo, $\int_C \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(B) - u(A)$ para qualquer caminho C unindo os pontos A ao ponto B .

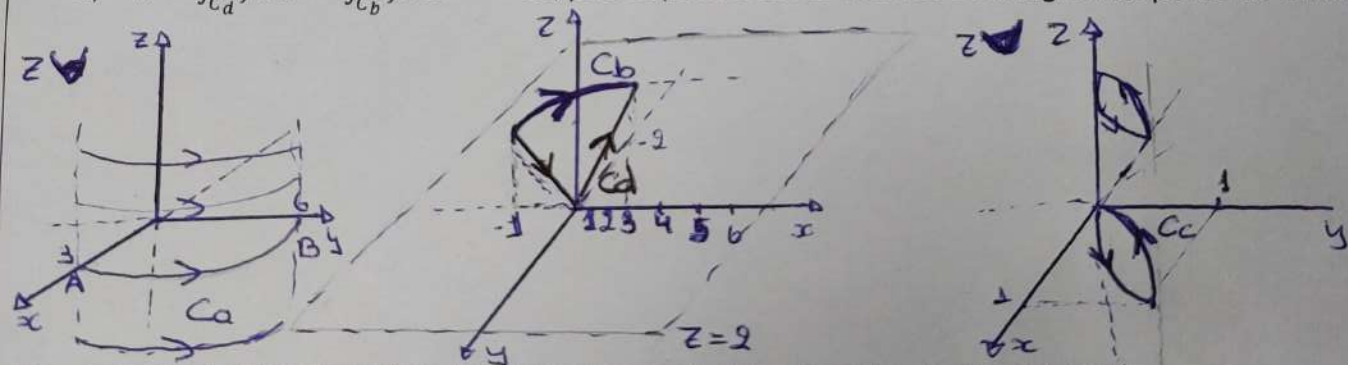
Portanto, calculando o trabalho para os itens solicitados:

a) $w = \int_{C_a} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(0,6,z) - u(3,0,z) = 0.$

b) $w = \int_{C_b} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(3,-2,2) - u(-1,0,2) = -12.$

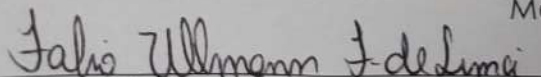
c) $w = \int_{C_c} \vec{f} \cdot d\vec{r} = u(B) - u(A) = 0$, curva fechada $A = B$.


d) $w = \int_{C_d} \vec{f} \cdot d\vec{r} = \int_{C_b} \vec{f} \cdot d\vec{r} = -12$, pois os pontos são os mesmos e a integral independe do caminho.



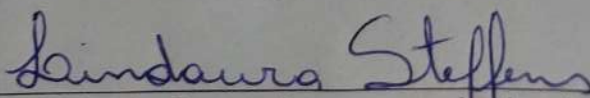
(Stewart J. Seção 16.3; Gonçalves, M., Flemming; Seção 9.5, Leithold, L. Seção 19.1-19.3).

Membros da Banca:


 Avaliador 1 (nome e assinatura)


 Avaliador 2 (nome e assinatura)

Avaliador 3 (nome e assinatura)


 Presidente da Banca (nome e assinatura)