BALNEÁRIO CAMBORIÚ
CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR DA FOZ DO ITAJAÍ

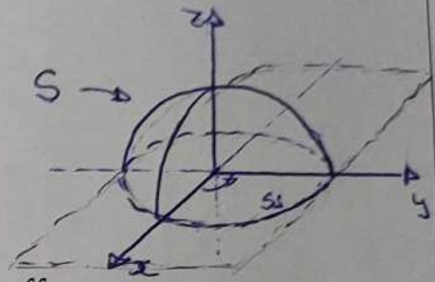
CONCURSO PÚBLICO – 05/2022

PADRÃO DE RESPOSTA

Área de Conhecimento: Matemática

QUESTÃO 3: Cálculo Integral Vetorial: Teorema de Gauss e Integral de Superfície

Para calcular o fluxo solicitado através da superfície S podemos aplicar o Teorema de Gauss, entretanto a superfície precisa ser fechada, para isso utiliza-se o plano $z = 0$. Logo



$$\emptyset = \iint_S \vec{f}.\vec{n}dS + \iint_{S_1} \vec{f}.\vec{n}dS = \iiint_V div(\vec{f})dV$$

Calcula-se: $div(\vec{f}) = x^2 + y^2 + z^2$

$$\iiint_V div(\vec{f})dV = \iint_R \int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} (x^2+y^2+z^2)dV = \iint_R \left[\int_0^{\sqrt{a^2-x^2-y^2}} a^2 dz \right] dxdy = \iint_R \left(a^2\sqrt{a^2-x^2-y^2}\right) dxdy$$

Utilizando a parametrização por coordenadas polares para a região R: $x = r\cos(\theta)$, $y = r\sin(\theta)$, $r \in [0, a]$, $\theta \in [0,2\pi]$

$$\iiint_V div(\vec{f})dV = \iint_R \left(a^2\sqrt{a^2-x^2-y^2}\right) dxdy = \frac{2\pi a^5}{3}$$

Realizando a parametrização da superfície S_1: $\vec{r}(u,v) = (u\cos(v), u\sin(v), 0)$, $u \in [0,a]$, $v \in [0,2\pi]$

Calcula-se:

$$\iint_{S_1} \vec{f}.\vec{n}dS = 5\pi a^2$$

Logo,

$$\emptyset = \iint_S \vec{f}.\vec{n}dS + \iint_{S_1} \vec{f}.\vec{n}dS = \frac{2\pi a^5}{3} - 5\pi a^2$$

(Stewart J. Seção 16.7 e 16.9, Gonçalves Seção 10.12 e 10.15, Leithold, Seção 19.5 e-19.6).

Membros da Banca:

Fabio Ullmann F. de Lima
Avaliador 1 (nome e assinatura)

Adriane [signature]
Avaliador 2 (nome e assinatura)

Avaliador 3 (nome e assinatura)

Lândaura Steffens
Presidente da Banca (nome e assinatura)