

CONCURSO PÚBLICO – 05/2022

PADRÃO DE RESPOSTA

Área de Conhecimento: Matemática

QUESTÃO 4: Séries de Funções

a) Aplica-se o Teste da Razão para determinar o raio:

Calcula-se  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = |2x + 3|$ , para ser convergente  $|2x + 3| < 1 \Rightarrow -2 < x < -1$ . Logo  $R = \frac{1}{2}$ .

Para determinar o domínio precisa avaliar os extremos também, ou seja, para  $x = -2$  e  $x = -1$ .

Para  $x = -2$ :

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x+3)^n}{n \ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(2(-2)+3)^n}{n \ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln(n)}$$

Aplicando o Teste da Integral conclui-se que é divergente.

Para  $x = -1$ :

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(2x+3)^n}{n \ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{(-2+3)^n}{n \ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln(n)}$$

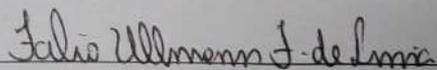
Resulta numa Série Alternada, avalia-se convergência absoluta que recai na série obtida para  $x = -2$ , logo divergente. O módulo divergindo a série em questão pode convergir condicionalmente ou divergir, aplica-se o teste da Série Alternada e conclui-se que é convergente.

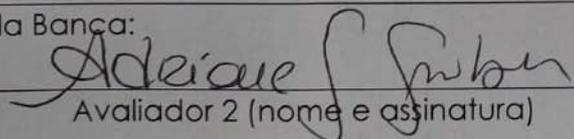
Portanto, o domínio de convergência para a função  $f$  é  $(-2, -1]$ , ou,  $-2 < x \leq -1$ .

b) Para obter a série de potência para função  $f'(x)$  deriva-se a série de potências de  $f(x)$  termo a termo (deriva-se o termo geral em relação a  $x$ ). E pode-se afirmar que o raio é igual ao da função  $f(x)$ , mas não se pode afirmar que o domínio da função  $f'$  seja igual, para determiná-lo precisa-se avaliar os extremos

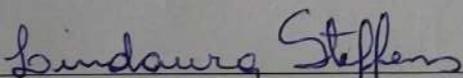
(Stewart J. Seção 11.9e 16.9, Leithold, Seção 13.2).

Membros da Banca:

  
 Avaliador 1 (nome e assinatura)

  
 Avaliador 2 (nome e assinatura)

Avaliador 3 (nome e assinatura)

  
 Presidente da Banca (nome e assinatura)