UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA | BALNEÁRIO CAMBORIÚ CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR DA FOZ DO ITAJAÍ

CONCURSO PÚBLICO – 05/2022

PADRÃO DE RESPOSTA

Área de Conhecimento: Matemática

QUESTÃO 4: Séries de Funções

a) Aplica-se o Teste da Razão para determinar o raio:

Calcula-se $\lim_{n\to\infty}\left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right| = |2x+3|$, para ser convergente $|2x+3| < 1 \Rightarrow -2 < x < -1$. Logo $R = \frac{1}{2}$.

Para determinar o domínio precisa avaliar os extremos também, ou seja, para $x = -2$ e $x = -1$.

Para $x = -2$:

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{(2x+3)^n}{n\,ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{(2(-2)+3)^n}{n\ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\,ln(n)}$$

Aplicando o Teste da Integral conclui-se que é divergente.

Para $x = -1$:

$$f(x) = \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{(2x+3)^n}{n\,ln(n)} = \sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n\frac{(-2+3)^n}{n\ln(n)} == \sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\ln(n)}$$

Resulta numa Série Alternada, avalia-se convergência absoluta que recaí na série obtida para $x = -2$, logo divergente. O módulo divergindo a série em questão pode convergir condicionalmente ou divergir, aplica-se o teste da Série Alternada e conclui-se que é convergente.

Portanto, o domínio de convergência para a função f é (-2,-1], ou, $-2 < x \leq 1$.

b) Para obter a série de potência para função $f'(x)$ deriva-se a série de potências de $f(x)$ termo a termo (deriva-se o termo geral em relação a x). E pode-se afirmar que o raio é igual ao da função $f(x)$, mas não se pode afirmar que o domínio da função f' seja igual, para determiná-lo precisa-se avaliar os extremos

(Stewart J. Seção 11.9e 16.9, Leithold, Seção 13.2).

Membros da Banca:

Falio Ullmann J. de Lima

Avaliador 1 (nome e assinatura)

Adeciane [signature]

Avaliador 2 (nome e assinatura)

Avaliador 3 (nome e assinatura)

Lindaura Steffens

Presidente da Banca (nome e assinatura)