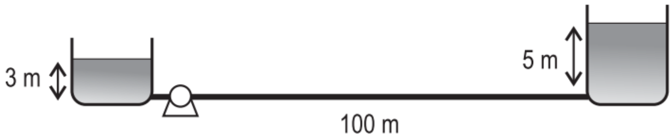
UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA | BALNEÁRIO CAMBORIÚ CENTRO DE EDUCAÇÃO SUPERIOR DA FOZ DO ITAJAÍ

PROCESSO SELETIVO N° 04/2026

Área de Conhecimento: Engenharia

PROVA ESCRITA – PADRÃO DE RESPOSTA

Questão 1: Uma instalação hidráulica deve ser construída para transportar 0,15 $m3/s$ de óleo morto ($°API = 25{,}72$) entre dois tanques, distantes $100\,m$ um do outro, através de uma tubulação com $101{,}6\,mm$ de diâmetro, conforme a figura abaixo:



Nas condições do sistema, o fator de atrito de Darcy correspondente ao escoamento pode ser estimado em $0{,}02$. Considerando-se a aceleração da gravidade como $10\,m/s2$, a relação entre o comprimento e o diâmetro da circunferência (π) como 3 e desprezando-se as perdas de carga localizadas, determine a potência mínima de uma bomba, com eficiência de 75%, necessária para essa instalação.

Solução: Esta questão é resolvida a partir da equação de Bernoulli modificada:

$$\frac{P_1}{\rho g} + h_1 + \frac{v_1^2}{2g} + H = \frac{P_2}{\rho g} + h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + H_f$$

Onde a carga resultante é expressa em metros. Antes de aplicarmos a equação, vamos calcular a perda de carga:

$$H_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{v^2}{2g}$$

Ou, em função da vazão volumétrica:

$$H_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{\left(\frac{4Q}{\pi D^2}\right)^2}{2g}$$

$$H_f = 0{,}02 \times \left(\frac{100}{0{,}1016}\right) \times \frac{\left(\frac{4 \times 0{,}15}{3 \times (0{,}1016)^2}\right)^2}{2 \times 10}$$

$$H_f = 369{,}5\ m$$

Este valor pode ser utilizado na equação de Bernoulli modificada, considerando que os dois tanques estão abertos, $P_1 = P_2$. Além disso, as velocidades são iguais, visto que não há variação no diâmetro da tubulação. Assim, a expressão fica:

$$3 + H = 5 + 369{,}5$$

$$H = 371{,}5\ m$$

Esta seria a altura da coluna de óleo que a bomba deve elevar. A potência da bomba pode ser calculada então pela seguinte equação:

$$P = \frac{\rho Q H g}{\eta}$$

$$P = \frac{900 \times 0{,}15 \times 371{,}5 \times 10}{0{,}75}$$

$$\boldsymbol{P = 668{,}7\ kW}$$

P.S. A massa específica do óleo morto foi determinada de:

$$SG = \frac{141.5}{25.72 + 131.5} \approx 0.9$$

E assumindo o fluido de referência a água em 15,5°C e 1 atm (1000 kg/m^3):

$$\rho = 0.9 \times 1000 = 900\ kg/m^3$$

Questão 2: No sistema de transferência de óleo dos tanques de armazenamento para o navio aliviador, a bomba centrífuga X será substituída pela Y, que, sabe-se de antemão, vai operar com uma vazão 30% maior que a de X. Designando a carga positiva de sucção disponível das bombas X e Y por, respectivamente, CPSX e CPSY, considerando que o regime de escoamento com a bomba X era plenamente turbulento e mantidas inalteradas as demais variáveis envolvidas, determine a razão CPSY/CPSX.

P.S. A carga positiva de sucção (CPS) corresponde ao termo em inglês Net Positive Suction Head (NPSH).

Solução: O NPSH disponível pode ser calculado pela seguinte equação:

$$NPSH_{\text{disponível}} = \frac{P - P_v}{\rho g} + \Delta h - h_f \quad [m]$$

Podemos ver que este depende da vazão apenas na parcela de perda de carga, que vale:

$$h_f = f\left(\frac{L}{D}\right)\frac{\left(\frac{Q}{A}\right)^2}{2g}$$

Assim, quanto maior a vazão, maior a perda de carga. A informação do enunciado é de que a vazão da bomba Y é 30% superior à vazão da bomba X, ou seja:

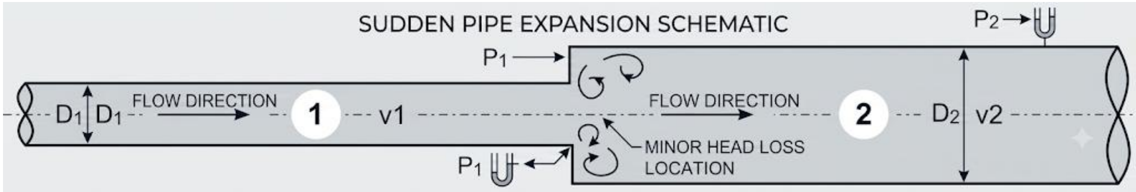
$$Q_Y = 1{,}3Q_X$$

Com esta relação, podemos verificar que a perda de carga no escoamento da bomba Y será maior do que a da bomba X. Considerando a expressão do NPSH, o NPSH disponível da bomba X será maior do que o da bomba Y, visto que nenhuma das outras variáveis é alterada, apenas a vazão. Assim, temos:

$$CPSX > CPSY$$

Sendo assim, a razão $\frac{CPSY}{CPSX}$ resultará em um valor menor do que 1, visto que o denominador é maior que o numerador da divisão.

Questão 3: Uma mistura compressível de fase simples escoa por uma tubulação horizontal. A tubulação expande de um diâmetro menor para um maior, como mostrado na figura abaixo.



Dadas as informações seguintes:

Seção 1: $v_1 = 5{,}5\ m/s$, $\rho_1 = 220\ kg/m^3$, $\mu_1 = 0{,}018\ cP$, $\varepsilon_1 = 0{,}0113 \cdot 10^{-3}\ m$

Seção 2: $dP\ /\ dL = 113{,}3\ Pa/m$, $\rho_2 = 125\ kg/m^3$, $\mu_2 = 0{,}018\ cP$, $d_2 = 76\ mm$, $\varepsilon_2 = 0{,}0213 \cdot 10^{-3}\ m$

e negligenciando o gradiente de pressão por aceleração na seção 2, determine o diâmetro da seção 1.

P.S. fórmula de Hall: $f_D(\varepsilon/d, Re) = 0{,}0055\left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \cdot \frac{\varepsilon}{d} + \frac{10^6}{Re}\right)^{1/3}\right]$

Solução:

Dados:

- **Seção 1:**
  - $v_1 = 5{,}5$ m/s
  - $\rho_1 = 220$ kg/m^3
  - $\mu_1 = 0{,}018$ cP $= 0{,}018 \cdot 10^{-3}$ Pa · s
  - $\varepsilon_1 = 0{,}0113 \cdot 10^{-3}$ m
- **Seção 2:**
  - $\frac{dP}{dL} = 113{,}3$ Pa/m
  - $\rho_2 = 125$ kg/m^3
  - $\mu_2 = 0{,}018$ cP $= 0{,}018 \cdot 10^{-3}$ Pa · s
  - $d_2 = 76$ mm $= 0{,}076$ m
  - $\varepsilon_2 = 0{,}0213 \cdot 10^{-3}$ m

Como as tubulações encontram-se na horizontal, temos que:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_G = 0$$

E o gradiente de pressão por aceleração é negligenciado: $\left(\frac{dP}{dL}\right)_A = 0$. Portanto:

$$\left(\frac{dP}{dL}\right)_{\text{TOTAL}} = \left(\frac{dP}{dL}\right)_F = \frac{f_D \cdot \rho \cdot v^2}{2d}$$

Na seção 2, $\frac{dP}{dL} = 113{,}3$ Pa/m. Logo:

$$\frac{dP}{dL} = \frac{f_D \cdot \rho_g \cdot v_g^2}{2 \cdot d_2} \Rightarrow v_g^2 = \frac{2 \cdot d_2 \cdot \frac{dP}{dL}}{f_D \cdot \rho_g} \quad (1)$$

O fator de fricção é dado em função da rugosidade relativa (ε/d) e de Reynolds através da fórmula de Hall:

$$f_D(\varepsilon/d, Re) = 0{,}0055\left[1 + \left(2 \cdot 10^4 \cdot \frac{\varepsilon}{d} + \frac{10^6}{Re}\right)^{1/3}\right] \quad (2)$$

E o número de Reynolds é dado por:

$$Re = \frac{\rho \cdot v_1 \cdot d_2}{\mu_1} \quad (3)$$

Desta forma, temos um procedimento iterativo em termos da velocidade. A estimativa inicial da velocidade pode ser $\frac{v_1}{2}$, ou seja:

$$v_2 = \frac{5{,}5}{2} = 2{,}75 \text{ m/s}$$

Considerando uma tolerância de $1 \cdot 10^{-2}$, a velocidade converge para 2,97 m/s na segunda iteração.

Uma vez conhecida a velocidade pode-se aplicar a Conservação de Massa entre as seções 1 e 2:

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2$$

$$\rho_1 \cdot v_1 \cdot \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} = \rho_2 \cdot v_2 \cdot \frac{\pi \cdot d_2^2}{4}$$

$$d_1^2 = \frac{\rho_2 \cdot v_2}{\rho_1 \cdot v_1} \cdot d_2^2$$

Portanto, o Diâmetro da seção 1 é:

$$d_1 = 0{,}0421 \text{ m} = 42{,}1 \text{ mm}$$

Questão 4: Mostre que em escoamento homogêneo ascendente de gás e líquido, a velocidade de escorregamento (v_{SLIP}) reduz-se a zero quando a fração volumétrica de líquido sem escorregamento é usada como a fração volumétrica de líquido.

Solução:

$$v_{SLIP} = v_G - v_L$$

$$v_G - v_L = \frac{v_{SG}}{(1-\lambda_L)} - \frac{v_{SL}}{\lambda_L}$$

Sabendo que, $\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M}$

$$v_G - v_L = \frac{v_{SG}}{\left(1 - \frac{v_{SL}}{v_M}\right)} - \frac{v_{SL}}{\frac{v_{SL}}{v_M}} = \frac{v_M \cdot v_{SG}}{v_M \cdot v_{SL}} - v_M$$

$$v_G - v_L = \left(v_M \cdot v_{SG} - v_M(v_M - v_{SL})\right)/(v_M - v_{SL})$$

$$v_G - v_L = \frac{v_M \cdot v_{SG} - v_M^2 + v_M \cdot v_{SL}}{v_M - v_{SL}}$$

$$v_G - v_L = \frac{v_M\,(v_{SG} - v_M + v_{SL})}{v_M - v_{SL}}$$

$$v_M = v_{SG} + v_{SL}$$

$$v_G - v_L = \frac{v_M\,(v_M - v_M)}{v_M - v_{SL}} = 0$$

Questão 5: Óleo e gás natural ($dg = 0{,}7$) escoam em uma tubulação de $5{,}1\ cm$ (ID) inclinada em $\theta = 10°$ ascendente da horizontal. As vazões *in-situ* são $W_L = 1{,}5\ kg/s$ e $W_G = 0{,}015\ kg/s$. Em uma dada posição da tubulação, a temperatura é de $25℃$ e as propriedades físicas do fluido são:

$\rho_L = 850\ kg/m^3,\ \ \rho_G = 1{,}5\ kg/m^3,\ \mu_L = 2\ cP = 2 \cdot 10^{-3}\ \ Pa \cdot s,\ \ \mu_G = 0{,}02\ cP = 0{,}02 \cdot 10^{-3}\ \ Pa \cdot s$

Usando o modelo homogêneo, determine os gradientes de pressão (fricção, gravitacional e aceleração) e o gradiente total, e o *holdup* de líquido nesta seção.

Solução:

Dados:

$dg = 0{,}7,\ d = 5{,}1\ cm = 0{,}051\ m,\ \theta = 10°,\ W_L = 1{,}5\ Kg/s,\ W_G = 0{,}015\ Kg/s,\ T = 25℃ = 298\ K$

$\rho_L = 850\ Kg/m^3,\ \rho_G = 1{,}5\ Kg/m^3,\ \ \mu_L = 2 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s,\ \mu_L = 0{,}02 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s$

Cálculos preliminares:

$$Ap = \frac{\pi}{4} d^2 = \frac{\pi}{4}(0{,}051)^2 = 2{,}043 \cdot 10^{-3}\ m^2$$

$$v_{SL} = \frac{W_L}{\rho_L\, A_p} = \frac{1{,}5}{850 \cdot\ 2{,}043 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow v_{SL} = 0{,}864\ m/s$$

$$v_{SG} = \frac{W_G}{\rho_G\, A_p} = \frac{0{,}015}{1{,}5 \cdot\ 2{,}043 \cdot 10^{-3}} \Rightarrow v_{SG} = 4{,}895\ m/s$$

$$v_M = v_{SL} + v_{SG} = 0{,}864 + 4{,}895 = 5{,}729\ m/s$$

$$\lambda_L = \frac{v_{SL}}{v_M} = \frac{0{,}864}{5{,}759} = 0{,}15$$

$$G = \frac{W_L + W_G}{A_p} = \frac{1{,}5 + 0{,}015}{2{,}043 \cdot 10^{-3}} = 741{,}56\, Kg/m^2 \cdot s$$

$$x = \frac{W_G}{W_L + W_G} = \frac{0{,}015}{1{,}515} \Rightarrow x = 0{,}0099$$

Propriedades do fluido:

$$\rho_M = \rho_{NS} = \rho_L\, \lambda_L + \rho_G(1 - \lambda_L)$$

$$\rho_{NS} = 850 \cdot 0{,}15 + 1{,}5 \cdot (1 - 0{,}15)$$

$$\rho_{NS} = 128{,}775\ \ Kg/m^3$$

$$\mu_M = \mu_{NS} = \mu_L \cdot \lambda_L + \mu_G(1-\lambda_L)$$

$$\mu_{NS} = 2\cdot 10^{-3}\cdot 0{,}15 + 0{,}02\cdot 10^{-3}\cdot(1-0{,}15)$$

$$\mu_{NS} = 3{,}17\cdot 10^{-4}\ Pa\cdot s$$

- Gradiente de Pressão Gravitacional

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_G = \rho_{NS}\cdot g\cdot \sin\theta = 128{,}775\times 9{,}81\ \times \sin(10) = 219{,}4\ {}^{Pa}/_{m}$$

- Gradiente de Pressão por Fricção

$$R_e = \frac{\rho_{NS}\cdot v_M\cdot d}{\mu_{NS}} = \frac{128{,}725\cdot 5{,}759\cdot 0{,}051}{3{,}17\cdot 10^{-4}} = 119313{,}5$$

$$f_D = a\cdot R_e^{-n} = 0{,}184\cdot(119313{,}5)^{-0{,}2} = 0{,}0178$$

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_F = \frac{f_D\cdot\rho_{NS}\cdot v_m^2}{2\cdot d} = \frac{0{,}0178\cdot 128{,}775\cdot(5{,}759)^2}{2\cdot 0{,}051} = 745{,}3\,{}^{Pa}/_{m}$$

- Gradiente de Pressão por Aceleração

Para $x = \underline{cte}$, $v_L = cte\ \left(\frac{1}{\rho_L}\right)$ $e\ A_P = \underline{cte}$

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_A = G^2\cdot x\ \frac{dV_G}{dP}\cdot\frac{dP}{dL}$$

Assumindo gás Ideal:

$$P\ V = n\ R\ T\ \longrightarrow \rho_G = \frac{P\cdot M_g}{R\ T}\ \ ou\ \ V_G = \frac{R\ T}{P\cdot M_g}$$

$$R = 8{,}314\ J/mol\cdot K$$

$$M_g = 29\times d_g = 29\times 0{,}7 = 20{,}30\ Kg/Kg-mol\ = 0{,}0203\ kg/mol$$

$$\frac{dV_G}{dP} = -\frac{R\cdot T}{M_g}\cdot\frac{1}{P^2}$$

$$P = \frac{\rho_G\cdot RT}{M_g}$$

$$= \frac{R\cdot T}{M_g}\cdot\frac{M_g^2}{\rho_G^2\cdot R^2\cdot T^2}$$

$$\frac{dV_G}{dP} = -\frac{M_g}{R\cdot T}\cdot\frac{1}{\rho_G^2} = -\frac{0{,}0203}{8{,}314\cdot 298\cdot 1{,}5^2} = -3{,}64\cdot 10^{-6}$$

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_A = (741{,}56)^2 \cdot 0{,}0099 \cdot (-3{,}64 \cdot 10^{-6})\frac{dP}{dL} = -0{,}0198\frac{dP}{dL}$$

- Gradiente de Pressão Total

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right) = -\left.\frac{dP}{dL}\right)_F - \left.\frac{dP}{dL}\right)_G - \left.\frac{dP}{dL}\right)_A = 745{,}3 + 219{,}4 - 0{,}0198\frac{dP}{dL}$$

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right) + 0{,}0198\frac{dP}{dL} = -(1 - 0{,}0198)\frac{dP}{dL} = 964{,}7$$

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_T = 984{,}2\ {}^{Pa}/_{m}$$

Logo,

$$-\left.\frac{dP}{dL}\right)_A = -0{,}0198 \times 984{,}2 = 19{,}48\ {}^{Pa}/_{m}$$

Membros da Banca

____
Prof. Dr. Gustavo Gondran Ribeiro

____
Prof. Me. Carlos Eduardo M. de Andrade

____
Prof. Dr. Antonio Marinho Barbosa Neto
Presidente

Assinaturas do documento

Código para verificação: **Q1V001AX**

Este documento foi assinado digitalmente pelos seguintes signatários nas datas indicadas:

GUSTAVO GONDRAN RIBEIRO (CPF: 001.XXX.610-XX) em 22/06/2026 às 18:27:48
Emitido por: "SGP-e", emitido em 13/03/2023 - 18:18:22 e válido até 13/03/2123 - 18:18:22.
(Assinatura do sistema)

ANTONIO MARINHO BARBOSA NETO (CPF: 842.XXX.295-XX) em 23/06/2026 às 07:29:23
Emitido por: "SGP-e", emitido em 29/03/2019 - 14:25:14 e válido até 29/03/2119 - 14:25:14.
(Assinatura do sistema)

CARLOS EDUARDO METZLER DE ANDRADE (CPF: 230.XXX.469-XX) em 23/06/2026 às 07:36:03
Emitido por: "SGP-e", emitido em 30/03/2018 - 12:34:54 e válido até 30/03/2118 - 12:34:54.
(Assinatura do sistema)

Para verificar a autenticidade desta cópia, acesse o link https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo/conferencia-documento/VURFU0NfMTIwMjJfMDAwMjM0OTVfMjM1MDBfMjAyNl9RMVYwMDFBWA== ou o site https://portal.sgpe.sea.sc.gov.br/portal-externo e informe o processo **UDESC 00023495/2026** e o código **Q1V001AX** ou aponte a câmera para o QR Code presente nesta página para realizar a conferência.