

CONCURSO PÚBLICO – 01/2022**QUESTÕES DISSERTATIVAS**

Na sequência são apresentadas as questões dissertativas elaboradas pela banca, a serem respondidas pelo candidato (nº de inscrição _____) conforme a Área de Conhecimento **MÉTODOS QUANTITATIVOS APLICADOS À ECONOMIA**.

Questão 1: Aplique o Teorema do Envelope com base na teoria microeconômica do consumidor restrita a uma economia com dois bens, com o objetivo de apresentar a dedução da (i) Identidade de Roy (1,5 pontos) e do (ii) Lema de Shephard (1,5 pontos).

Gabarito: p. 413-417 Chiang e Wainwright (2005)

Questão 2: Dado o seguinte problema de otimização condicionada, onde $H(x, y) = 2xy + x^2$ é a função objetivo e $4y + 5x = 48$ a equação de restrição, determine:

- i) Função de Lagrange (Lagrangeano). (0,5 ponto)
- ii) As escolhas ótimas de x e y , demonstre. (1,0 ponto)
- iii) Classifique a se a escolha ótima de x e y é ponto de máximo ou de mínimo, demonstre. (0,5 ponto)

Gabarito:

- i) $\mathcal{L}(x, y, \lambda) = 2xy + x^2 + \lambda(48 - 4y - 5x)$
- ii) $x^* = 8; y^* = 2$
- iii) $|\bar{H}| = 48 > 0$ Ponto de Máximo

Questão 3: Considere a seguinte Equação Diferencial de 1ª Ordem (ED1O):

$$dy(t) + [u(t)y(t) - w(t)]dt = 0$$

onde $y(t)$ é a variável de interesse em função de t , $dy(t)$ é o diferencial da variável $y(t)$, $u(t)$ é o coeficiente variável e $w(t)$ é o termo variável da ED1O:

- i) Demonstre como você obtém a expressão do Fator Integrante. (1,0 ponto)
- ii) Qual a expressão da Solução Geral da ED1O para $y(t)$? (1,0 ponto)

Gabarito:

- i) $I(t) = Ae^{\int u(t)dt}$
- ii) $y(t) = e^{-\int u(t)dt} [A + \int w(t)e^{\int u(t)dt} dt]$

Questão 4: Considere a seguinte equação diferencial de 2ª ordem:

$$\ddot{y}(t) + \dot{y}(t) - 2y(t) = t^2$$



onde $y(t)$ é a variável de interesse em função de t , $\dot{y}(t)$ é a derivada primeira de $y(t)$ em relação à t e $\ddot{y}(t)$ é a derivada segunda de $y(t)$ em relação à t . Encontre a solução geral e definida quando $\dot{y}(0) = \frac{1}{2}$ e $y(0) = -\frac{1}{2}$ e qualifique a trajetória da variável $y(t)$. (1,0 ponto)

Gabarito:

- i) $y_c(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-2t}$
- ii) $y_p(t) = -\frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{4}$
- iii) $y(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-2t} - \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{4}$
- iv) $y(t) = \frac{1}{2}e^t - \frac{1}{4}e^{-2t} - \frac{1}{2}t^2 - \frac{1}{2}t - \frac{3}{4}$

Questão 5: Assuma o seguinte problema de Otimização Dinâmica via Teoria do Controle Ótimo:

$$\text{Maximizar } \int_0^T -(t^2 + u(t)^2) dt$$

Sujeito a $y'(t) = u(t)$, $y(0) = 4$, $y(T) = 5$, T livre.

Determine:

- i) Valor de T^* . (0,5 ponto)
- ii) Valor de $\lambda^*(t)$. (0,5 ponto)
- iii) Valor de $u^*(t)$. (0,5 ponto)
- iv) Valor de $y^*(t)$. (0,5 ponto)

Gabarito:

- v) Valor de $T^* = 1$.
- vi) Valor de $\lambda^*(t) = 2$.
- vii) Valor de $u^*(t) = 1$.
- viii) Valor de $y^*(t) = t + 4$.



Presidente da Banca Examinadora