A CAMINHADA QUÂNTICA

Lorena Rosa Cerutti[1], Edgard Pacheco Moreira Amorim[2]

[1]Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física CCT bolsista PIBIC/CNPq
[2]Orientador, Departamento de Física CCT – edgard.amorim@udesc.br

Palavras-chave: caminhada aleatória clássica, caminhada quântica, operadores lógicos, estados de spin.

Uma caminhada aleatória clássica (*random walk*) é um modelo que busca determinar a probabilidade de encontrar uma dada partícula após vários passos, dado que seus consecutivos passos são determinados por uma moeda [1] num jogo de cara ou coroa. Portanto, caso o resultado seja "cara", o próximo passo da partícula será para a esquerda, no caso de "coroa" a partícula será deslocada para a direita. Nesse caso, a distribuição de probabilidade após um número muito grande de passos é gaussiana cuja dispersão é dada por $\sigma(t)\sim\sqrt{t}$ (comportamento difusivo).

A caminhada quântica (*quantum random walk* ou *quantum walk*) distingue-se da anterior, uma vez que a partícula agora possui um grau extra de liberdade interno (spin) correlacionado com o sentido no qual ela se desloca. Logo, a determinação da posição na qual a partícula pode ser encontrada, será dada em termos de amplitudes de probabilidades quânticas em vez de probabilidades clássicas. Em outras palavras, pode-se dizer que enquanto, em uma caminhada clássica, o caminhante teria uma rota única e precisa ao se propagar como uma partícula, na quântica, a mesma viajaria como uma onda [2] por todos os caminhos possíveis, e os efeitos de interferências (destrutiva e construtiva) devido as diferentes possibilidades de caminhos, gerariam uma diferença significativa na distribuição de probabilidade comparado à clássica. Nesse caso, a distribuição de probabilidade após muitos passos será uma distribuição de duplo pico cuja dispersão é dada por $\sigma(t)\sim t$ (comportamento balístico).

Devido a dispersão quadraticamente superior em relação a caminhada clássica, as caminhadas quânticas têm sido fortemente estudadas como uma nova forma de implementar algoritmos quânticos de busca. Nesse contexto, em vez do *bit* clássico, introduzimos a noção do *quantum bit (qubit)* que representa o estado interno do caminhante quântico (partícula de spin ½), que pode estar, nos estados $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$, bem como em qualquer uma de suas superposições, dada através de uma combinação linear tal que $|\Psi\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle$ onde α e β são coeficientes complexos que representam as amplitudes de probabilidade associadas aos estados de spin *up* e *down*, os estados de spin são dados pelos vetores $|\uparrow\rangle = \begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$ e $|\downarrow\rangle = \begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}$ e $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ é a condição de normalização.

O estado de uma caminhada quântica pertence a um espaço de Hilbert $H = H_C \otimes H_P$ onde H_C é o espaço da moeda representado por $\{|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle\}$ e H_P é o espaço de posições $\{|j\rangle\}$ (infinito e contável) [3]. Na caminhada quântica j é um valor inteiro associado a posição da partícula e os estados de spin $|\uparrow\rangle$ e $|\downarrow\rangle$ orientam o passo do caminhante, ou seja, se o estado é $|\uparrow\rangle$ o caminhante translada para a direita e se for $|\downarrow\rangle$, translada para a esquerda. Esse fato faz uma analogia ao experimento de Stern-Gerlach [3] em que o átomo de prata (caminhante) é defletido pelo imã de acordo com seu spin. Portanto, um estado inicial de uma caminhada quântica (para t=0) é dado por:

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} [a(j,0)|\uparrow\rangle + b(j,0)|\downarrow\rangle] \otimes |j\rangle,$$

cuja condição de normalização será $\sum_{j=-\infty}^{+\infty} |a(j,0)|^2 + |b(j,0)|^2 = 1$.

Para evoluir a caminhada no tempo, a partir deste estado inicial, tornam-se necessárias aplicações sucessivas de um operador de evolução temporal, ou seja, $|\Psi(\mathrm{t})\rangle = U^t|\Psi(0)\rangle$. O operador temporal será $U = S(C \otimes \mathbb{1}_P)$, onde S é o operador de translação condicional (responsável por transladar o caminhante segundo seu estado interno), C é a moeda quântica e $\mathbb{1}_P$ é a identidade no espaço de posições. Usando uma moeda Hadamard escrita como,

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| + |\uparrow\rangle\langle\downarrow| + |\downarrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|),$$

e o operador de translação condicional dado por,

$$S = \sum_j (|\uparrow\rangle\langle\uparrow| \otimes |j+1\rangle\langle j| + |\downarrow\rangle\langle\downarrow| \otimes |j-1\rangle\langle j|),$$

considerando o estado inicial $|\Psi(0)\rangle = |\uparrow\rangle \otimes |0\rangle$ tem-se após o primeiro passo da caminhada, o seguinte estado,

$$|\Psi(1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\rangle \otimes |1\rangle + |\downarrow\rangle \otimes |-1\rangle)$$

que evidencia o deslocamento da amplitude referente ao estado de spin $|\uparrow\rangle$ para a posição $|1\rangle$ e o estado de spin $|\downarrow\rangle$ para a posição $|-1\rangle$. Ou seja, os estados de spin são separados em duas posições diferentes. A aplicação sucessiva desse procedimento, nos leva a uma distribuição de probabilidades cuja dispersão é balística, consideravelmente diferente da clássica.

[1] ALVES, Gladstone de Alencar. “O Paradoxo da Superdifusão de uma Caminhada Aleatória com Memória Exponencial”. Tese de doutorado em Física, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2014.

[2] VIEIRA, Rafael. "Emaranhamento em Caminhadas Quânticas Desordenadas". Dissertação de mestrado em Física, Universidade do Estado de Santa Catarina, 2014.

[3] GHIZONI, Henrique Sobrinho. “Caminhadas Quânticas Troianas”. Dissertação de mestrado em Física, Universidade do Estado de Santa Catarina, 2019.