MODELAGEM NO DOMÍNIO DO TEMPO - CAPÍTULO 3

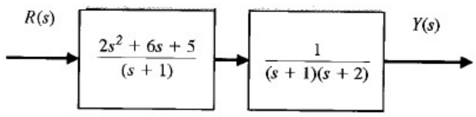
1) Dado a representação no estado espaço como segue abaixo, encontre a função de transferência $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -0.5\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0.5\\ 0\end{bmatrix}u\ ;\ y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

2) Dado a representação no estado espaço como segue abaixo, encontre a função de transferência $G(s)=\dfrac{Y(s)}{U(s)}$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1 & -0.5\\ 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-0.5\\ 0.5\end{bmatrix}u\ ;\ y=\begin{bmatrix}0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

3) Encontre a representação no estado de espaço para o sistema mostrado abaixo.



4) Encontre a função de transferência para o seguinte sistema:

$$\dot{x}=\begin{bmatrix}-3 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}x+\begin{bmatrix}1\\ 1\end{bmatrix}\mathrm{u};\qquad y=\begin{bmatrix}-5 & -5\end{bmatrix}x\,;$$

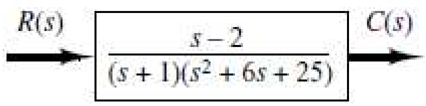
5) Converta a equação de estado e da saída do sistema abaixo para a função de transferência.

$$\mathbf{x}=\begin{bmatrix}-4 & -1.5\\ 4 & 0\end{bmatrix}\mathbf{x}+\begin{bmatrix}2\\ 0\end{bmatrix}u(t)$$
$$y=\begin{bmatrix}1.5 & 0.625\end{bmatrix}\mathbf{x}$$

6) Converta a equação de estado e da saída do sistema abaixo para a função de transferência.

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 0\\ 0 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}3\\ 0\end{bmatrix}u\qquad y=\begin{bmatrix}7 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

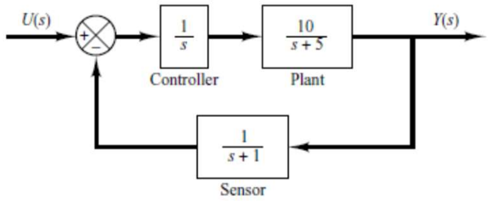
7) Dado o sistema representado pelo diagrama de bloco abaixo, encontre sua representação em equações de estado de espaço.



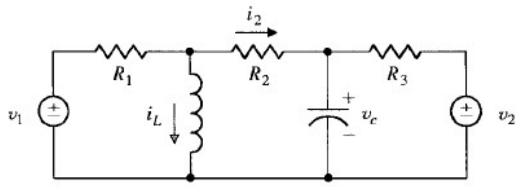
8) Dado o sistema representado pela função de transferência, encontre sua representação em equações de estado de espaço.

$$\frac{C(s)}{R(s)}=\frac{15-3s}{(s+1)(3s^2+18s+75)}$$

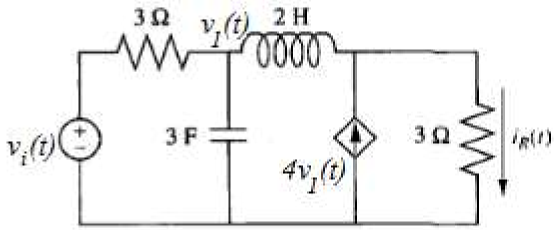
9) Obtenha o modelo na forma de equações de estado de espaço para o sistema mostrado abaixo.



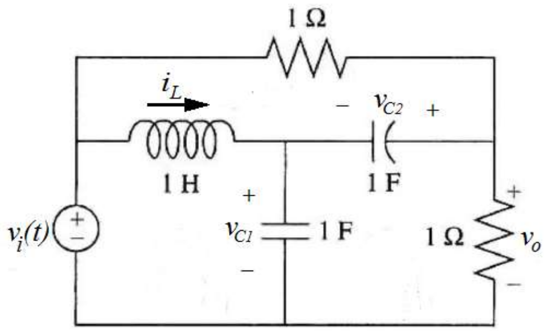
10) Represente a rede elétrica mostrada na figura abaixo no estado de espaço, com v_1 e v_2 sendo as entradas e i_2 a saída.



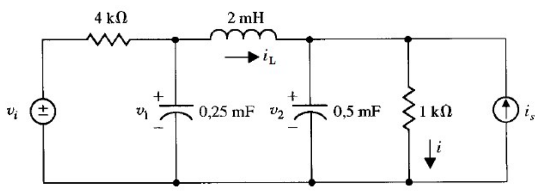
11) Represente a rede elétrica mostrada na figura abaixo no estado de espaço, onde $i_R(t)$ é a saída.



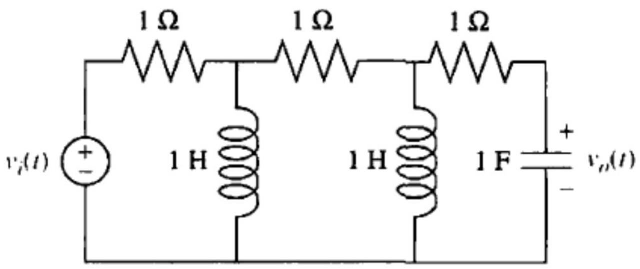
12) Represente a rede elétrica mostrada na figura abaixo no estado de espaço, onde $v_o(t)$ é a saída. Ou seja, $x_1 = i_L$, $x_2 = v_{c1}$, $x_3 = v_{c2}$ e $y = v_o$



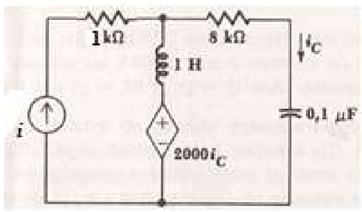
13) Represente a rede elétrica mostrada na figura abaixo no estado de espaço, com v_i e i_s sendo as entradas e i a saída. Utilize $x_1 = v_1$, $x_2 = i_L$ e $x_3 = v_2$.



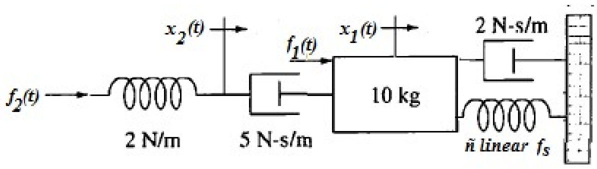
14) Represente a rede elétrica mostrada na figura abaixo no estado de espaço, onde $v_o(t)$ é a saída.



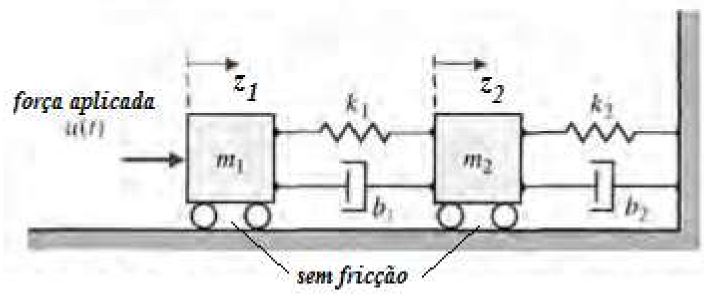
15) (1,5pts) Dada a rede de figura abaixo, encontre a representação no espaço de estado, considerando $x_1 = v_C \therefore x_2 = i_L$ a entrada $u = i$ e a saída $y = i_C$.



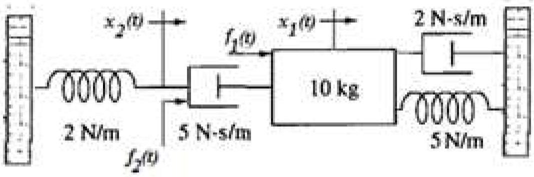
16) (2pts) Encontre a representação em variáveis de estado linearizado para $f_1 = F = f_2 = 1N$, sabendo que $f_s = e^{x_s} - 1$ e considerando a saída igual a x_1 e x_2. As entradas são $u_1 = f_1$ e $u_2 = f_2$. $\left(\dot{z} = Az + Bu \quad \therefore \quad y = Cz + Du\right)$



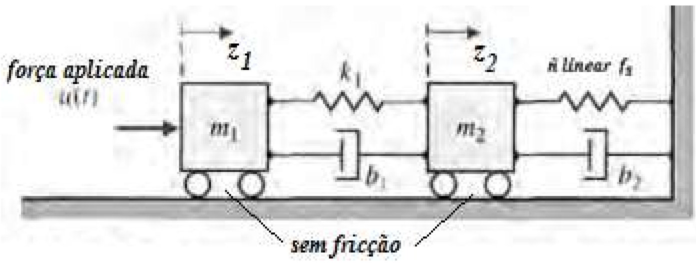
17) (2pts) Considere a planta de um processo translacional como o mostrado na figura abaixo com a saída igual a z_2. Desprezando a massa m_2 ($m_2 = 0$) e considerando todos os valores iguais a unidade, represente o sistema em variáveis de estado.



18) (2,5pts) Encontre a representação em variáveis de estado do sistema translacional mostrado abaixo considerando a saída igual a x_1 e x_2. As entradas são $u_1 = f_1$ e $u_2 = f_2$. $\left(\dot{z} = Az + Bu \quad \therefore \quad y = Cz + Du\right)$



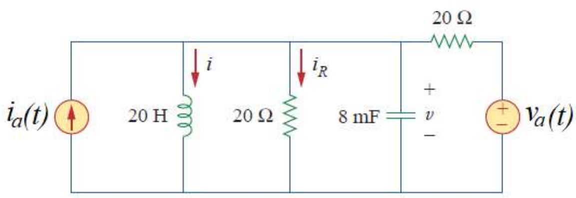
19) (2pts) Considere a planta de um processo translacional como o mostrado na figura abaixo linearizado para uma força aplicada em torno de 1N, sabendo que $f_s = e^{x_s} - 1$. Desprezando a massa m_2 ($m_2 = 0$) e considerando todos os valores iguais a unidade, represente o sistema em variáveis de estado com: entrada força aplicada (u(t)); $x_1 = z_1; x_2 = \dot{z}_1; x_3 = z_2$ e a saída igual a z_1 e z_2.



20) (1,5pts) Dado a seguinte representação no espaço de estado $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -10M \\ 1 & -6K \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 10M \\ 6K \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 0 & -1 \end{bmatrix} x + 1u$, encontre a função de transferência $\frac{Y(s)}{U(s)}$.

21) (1pts) Para a seguinte função de transferência $T(s) = \frac{8s+10}{s^4+5s^3+s^2+5s+1}$, encontre a representação no espaço de estado equivalente.

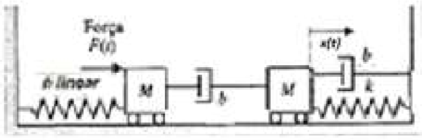
22) Encontre a representação na forma de variável de estado para o sistema de figura abaixo com $x_1 = i$; $x_2 = v$, as entradas $u_1 = i_a(t)$ e $u_2 = v_a(t)$ e as saídas $y_1 = i$ e $y_2 = i_R$.



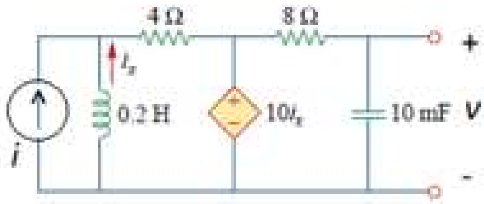
23) Escreva a função de transferência para o sistema representado por: $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}05 \\ -125 & -12{,}5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 6{,}25 \end{bmatrix} u$; $y = [0 \quad 0{,}05]x$.

24) Dada a seguinte função de transferência $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{0{,}3125\, s}{s^2+12{,}5s+6{,}25}$, escreva na forma de variável de estado.

25) Dado o sistema representado na figura abaixo, com $k = 1N/m$, $b = 1N-s/m$, $M = 1Kg$ e a mola não linear tem a seguinte equação: $x_s = e^{f_s}$. A força aplicada é de 1N mas pode variar neste entorno. Linearize o sistema e apresente-o na forma de variável de estado, onde a saída é *x(t).*



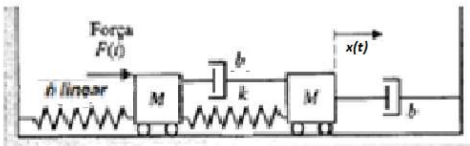
26)) Encontre a representação na forma de variável de estado para o sistema de figura abaixo com $x_1 = i_x$; $x_2 = v$ e as saídas $y_1 = i_x$ e $y_2 = v$.



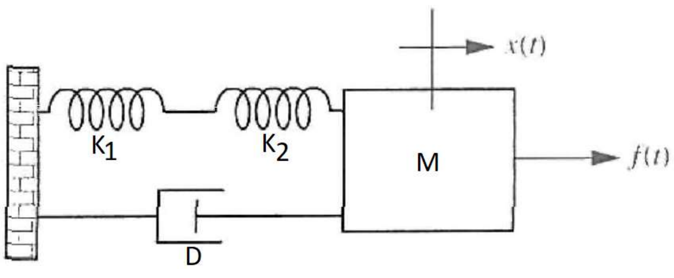
27) Escreva a função de transferência para o sistema representado por: $\dot{x} = \begin{bmatrix} -70 & 0 \\ 125 & -12.5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -20 \\ 0 \end{bmatrix} u$; $y = [0 \quad 1]x$.

28) Dada a seguinte função de transferência $\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{-2500}{s^2+8\ ,5s+875}$, escreva na forma de variável de estado.

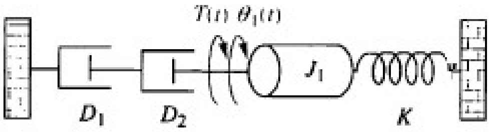
29) Dado o sistema representado na figura abaixo, com $k = 1N/m$, $b = 1N-s/m$, $M = 1Kg$ e a mola não linear tem a seguinte equação: $x_s = e^{f_s}$. A força aplicada é de 1N mas pode variar neste entorno. Linearize o sistema e apresente-o na forma de variável de estado, onde a saída é *x(t).*



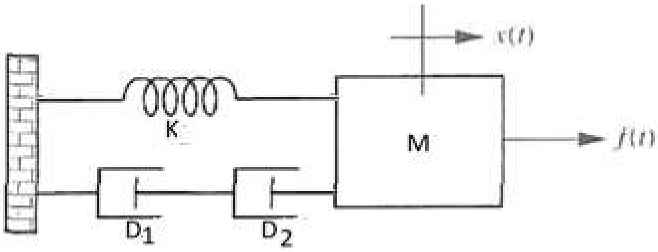
30) Considere o sistema da figura abaixo. Com todos os valores dos parâmetros unitários, procure a representação em variáveis de estado com a saída $y(t) = x(t)$ e a entrada $u = f$.



31) Considere o sistema da figura abaixo. Com todos os valores dos parâmetros iguais a 1 (hum), procure a representação em variáveis de estado com a saída $y(t) = \theta_1(t)$ e a entrada $u = T(t)$.



32) Considere o sistema da figura abaixo. Com todos os valores dos parâmetros iguais a 2 (dois), procure a representação em variáveis de estado com a saída $y(t) = x(t)$ e a entrada $u = f$.



SOLUÇÕES

1) $H(s) = \frac{0{,}5s}{s^2+s+0{,}5}$

2) $H(s) = \frac{0{,}5s}{s^2+s+0{,}5}$

3) $\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -2 & -5 & -4 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U \quad Y = \begin{bmatrix} 5 & 6 & 2 \end{bmatrix} X$

4) T(s)=$\frac{-10s-20}{s^2+4s+3}$

5) $T(s) = \frac{3s+5}{s^2+4s+6}$

6) $T(s) = \frac{21}{s+5}$

7) $\dot{X} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -25 & -31 & -7 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \; y = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$

8) $\frac{\theta_l}{E_a} = \frac{8{,}15x10^{-3}}{s(s+0{,}204)}$

9) $\dot{X} = \begin{pmatrix} -5 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u$ Y=$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

10) $\dot{x} = \begin{bmatrix} \frac{R_1//R_2}{CR_2^2} - \frac{1}{R_2//R_3C} & -\frac{R_1//R_2}{R_2C} \\ \frac{R_1//R_2}{R_2L} & -\frac{R_1//R_2}{L} \end{bmatrix}$X+$\begin{bmatrix} \frac{R_1//R_2}{R_1\ L} & 0 \\ \frac{R_1//R_2}{R_2R_1C} & \frac{1}{R_3C} \end{bmatrix} U$

$y = \begin{bmatrix} \frac{R_1//R_2 - R_2}{R_2^2} & \frac{-R_1//R_2}{R_2} \end{bmatrix} X + [\frac{R_1//R_2}{R_1R_2} \quad 0] U$

11) $\dot{X} = \begin{bmatrix} -1/9 & -1/3 \\ -1/2 & -3/2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} \frac{1}{9} \\ 0 \end{bmatrix} U \quad Y = [\,4 \;\; 1] X$

12) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & -2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} U \quad y = [0 \quad 1 \quad 1] x$

13) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 4k & 0 \\ 500 & 0 & -500 \\ 0 & 2k & 2 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 2k \end{bmatrix} r \quad y = [1m \quad 0 \quad 0] x$

14) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -2/3 & -1/3 & 1/3 \\ -1/3 & -2/3 & 2/3 \\ -1/3 & -2/3 & -1/3 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 2/3 \\ 1/3 \\ 1/3 \end{bmatrix} r \quad y = [0 \quad 0 \quad 1] x$

15) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & -10M \\ 1 & 6K \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 10M \\ 6K \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = [0 \quad -1] x + u$

16) $\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-2}{10} & \frac{-2}{10} & \frac{-2}{10} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{5} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} z$

17) $\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} z$

18) $\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{5} & \frac{-1}{5} \\ 0 & 1 & \frac{-2}{5} \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{1}{5} \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} z$

19) $\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & -1 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} z$

20) $\frac{Y}{U} = \frac{s^2}{s^2+6Ks+10M}$

21) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -13 & -5 & -1 & -5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 10 & 8 & 0 & 0 \end{bmatrix} x$

22) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}05 \\ -125 & -12{,}5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 125 & 6{,}25 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0{,}05 \end{bmatrix} x.$

23) $T(s) = \frac{0{,}3125}{s^2+12{,}5s+6{,}25}$

24) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -6{,}25 & -12{,}5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 0 & \frac{5}{16} \end{bmatrix} x$

25) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$

26) $\dot{x} = \begin{bmatrix} -70 & 0 \\ 125 & -12.5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} -20 \\ 0 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x.$

27) $T(s) = \frac{-2500}{s^2+82{,}5s+875}$

28) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -875 & -845 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ -2500 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$

29) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -(1+e^{-1}) & -1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \therefore \quad y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} x$

30) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}5 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$

31) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -0{,}5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$

32) $\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -0{,}5 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0{,}5 \end{bmatrix} u; \; y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x.$