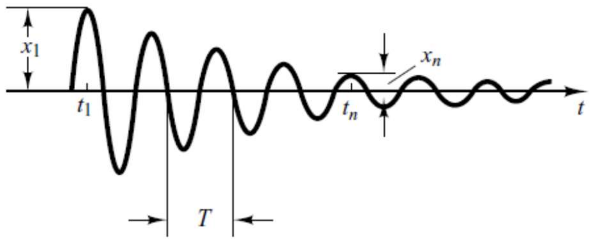
Resposta no Domínio do Tempo CAPÍTULO 4

1) Um sistema de segunda ordem apresenta a seguinte função de transferência $G(s) = \frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$. Assumindo que a resposta do sistema é o que se apresenta na figura abaixo, determine a taxa de amortecimento ζ apenas com as leituras do que está sendo indicado na figura. (sabendo que $x_1 = x(t_1) = e^{-\zeta w_n t_1}$ e $x_2 = x(t_2) = e^{-\zeta w_n (t_1+T)}$)



2) Preencha a tabela abaixo conforme a ordem de grandeza para os seguintes sistemas:

$$G_1(s) = \frac{2}{s^2+2s+2};\ G_2(s) = \frac{173}{s^2+12s+173};\ G_3(s) = \frac{10}{s^2+s+10}$$

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor

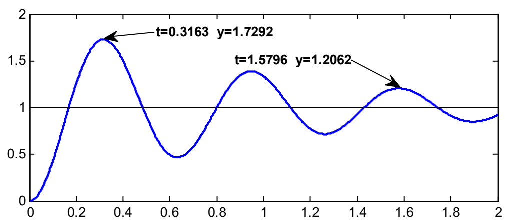
3) Encontre o tempo de pico, tempo de acomodação e porcentagem de sobre sinal somente para os sistemas (a), (b) e (c) abaixo que podem ser aproximados para uma resposta ao degrau unitário de um sistema de segunda ordem.

(a) $c(t) = 0.05100 - 0.007353e^{-8t} - 0.007647e^{-6t}cos(8t) - 0.01309e^{-6t}sen(8t)$

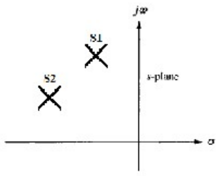
(b) $c(t) = 0.009804 - 0.0001857e^{-5.1t} - 0.009990e^{-2t}cos(9.796t) - 0.001942e^{-2t}sen(9.796t)$

(c) $c(t) = 0.007000 - 0.001667e^{-10t} - 0.009990e^{-2t}cos(9.951t) - 0.0008040e^{-2t}sen(9.951t)$

4) Um sistema de segunda ordem apresenta a seguinte função de transferência $G(s) = \frac{w_n^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n^2}$. Assumindo que a resposta ao degrau unitário do sistema é o que se apresenta na figura abaixo, determine a taxa de amortecimento ζ e ω_n apenas com as leituras do que está sendo indicado na figura.



5) Olhando o mapeamento dos polos de dois sistemas de segunda ordem do plano s da figura abaixo, qual deles tem o maior: a) o tempo de acomodação; b) o sobre sinal, c) tempo de pico.



6) Encontre o tempo de subida (rise time) $t_r = \frac{\pi-\beta}{w_d}$, o tempo de pico (peak time) $t_p = \frac{\pi}{w_d}$, tempo de acomodação (2%) (settling time) $t_s(2\%) = \frac{4}{\sigma}$ e o sobresinal em porcentagem (%MP) $MP(\%) = 100e^{-(\sigma/w_d)\pi}$ para um sistema que apresenta a seguinte resposta a entrada degrau unitário: $c(t) = 0.009804 - 0.009990\mathrm{e}^{-2\mathrm{t}}\cos(9.7960\mathrm{t}) - 0.001942\mathrm{e}^{-2\mathrm{t}}\mathrm{sen}(9.7960\mathrm{t})$

7) Encontre T_s, T_p e o sobresinal ($\%OS$) para os sistemas que apresentam as seguintes funções de transferências: a) $G(s) = \frac{16}{s^2+3s+1}$; b) $G(s) = \frac{0.04}{s^2+0.02s+0.04}$;
c) $G(s) = \frac{1.05\times10^7}{s^2+1.6\times10^3 s+1.05\times10^7}$.

8) Para cada par de especificações de sistemas de segunda ordem a seguir, encontre a localização dos polos: a) $\%OS = 10\%$; $T_s = 0,6s$ b) $\%OS = 10\%$; $T_p = 4s$; c) $T_s = 7s$; $T_p = 3s$.

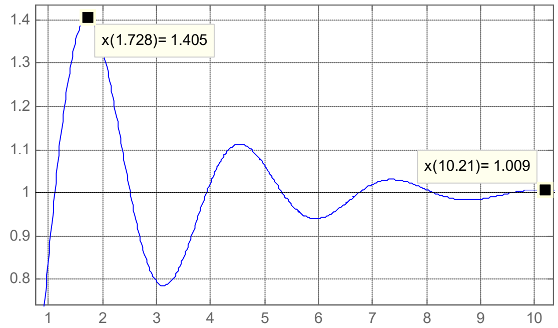
9) Encontre ζ , ω_n, T_s e o sobresinal ($\%OS$) para os sistemas que apresentam as seguintes funções de transferências: a) $T(s) = \frac{12}{s^2+8s+12}$; b) $T(s) = \frac{16}{s^2+8s+16}$; c) $T(s) = \frac{20}{s^2+8s+20}$. Especifique também que tipo de resposta são esperadas para os referidos sistemas.

10) Para cada par de especificações de sistemas de segunda ordem a seguir, encontre a localização dos polos: a) $\%OS = 12\%;\ \ T_s = 0.6\ segundos$; b) $\%OS = 10\%;\ \ T_p = 5\ segundos$; c) $T_s = 7\ segundos;\ \ T_p = 3\ segundos$.

11) Para cada uma das funções de transferências mostradas abaixo, escreva uma expressão matemática da resposta a uma entrada degrau unitário sem resolver a transformada inversa de Laplace.

a) $T(s) = \frac{20}{s^2+6s+144}$ b) $T(s) = \frac{(s+30)}{(s+10)^2}$ c) $T(s) = \frac{5}{(s+2)}$

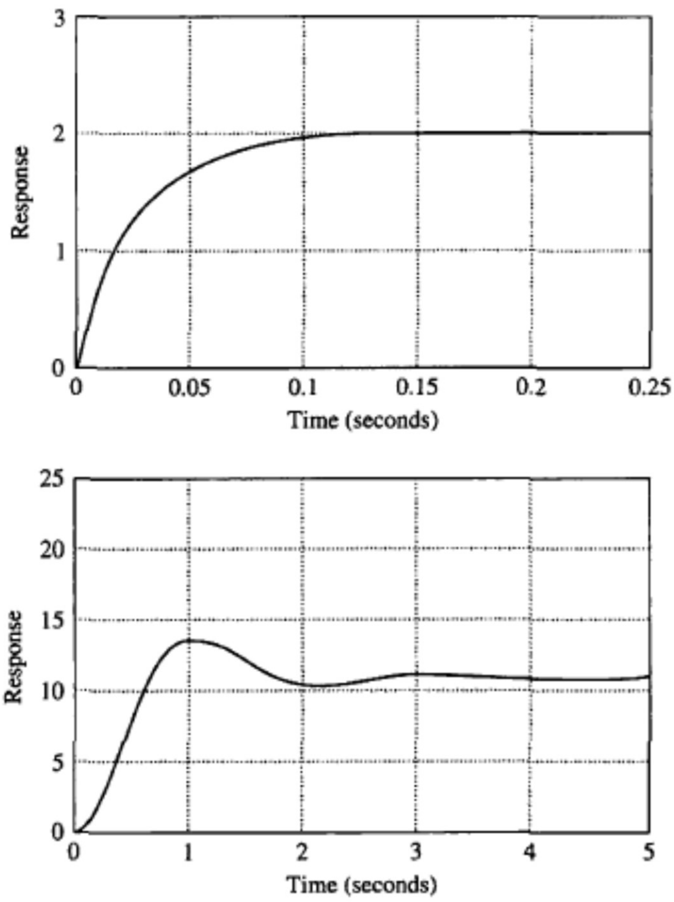
12) Um sistema de segunda ordem apresenta a seguinte função de transferência $G(s) = \frac{w_n{}^2}{s^2+2\zeta w_n s+w_n{}^2}$. Assumindo que a resposta do sistema é o que se apresenta na figura abaixo, determine a taxa de amortecimento ζ apenas com as leituras do que está sendo indicado na figura.



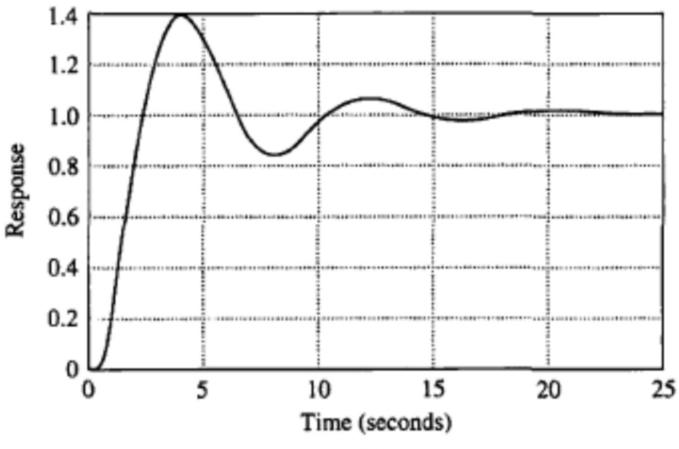
13) Encontre a função de transferência para o seguinte sistema:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \mathrm{u}; \ \therefore y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x \, ; \ x(0) = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

14) Para a resposta ao degrau unitário mostrado na figura abaixo, encontre a função de transferência do sistema.

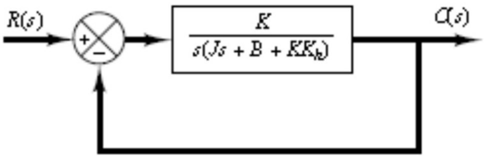


(b)

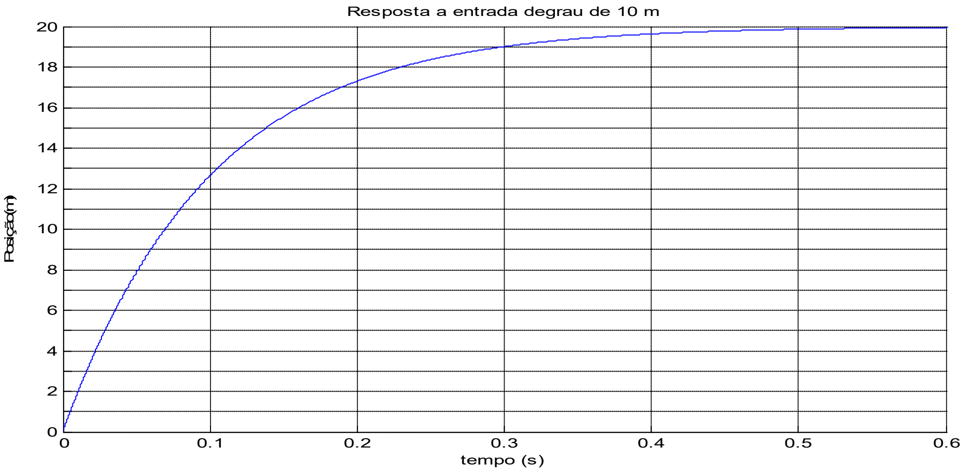


(*c*)

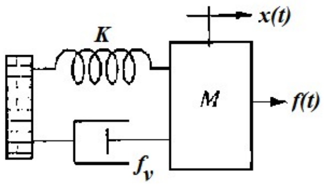
15) Para o sistema da figura abaixo, determine o valor de K e K_h tal que máximo sobressinal da resposta ao degrau unitário seja de 20% e o tempo de pico seja 1 segundo. Com os valores de K e K_h, obtenha o tempo de acomodação. Assuma $J = 1kg - m^2$ e $B = 1N - m / rad / s$.

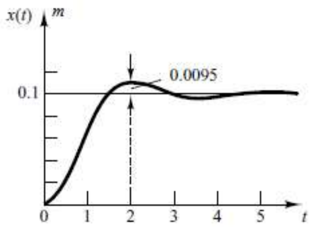


16) A Figura abaixo mostra a resposta de um sistema de primeira ordem a um degrau de 10 metros. Escreva a função de transferência do sistema. Encontre o erro de regime estacionário para uma entrada degrau de 1 metro no sistema.



17) Quando 2 N de força é aplicado (degrau) no sistema da figura (a) abaixo a resposta é o que se apresenta na figura (b) abaixo. Determine M, f_v e K para este sistema com esta curva de resposta. (Lembre-se do teorema do valor final)





18) Encontre a saída do sistema representado abaixo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x\,; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x\,; \qquad \text{com } x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

19) Encontre a saída do sistema representado abaixo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & -5 \end{bmatrix} x\,; \qquad y = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix} x\,; \qquad \text{com } x(0) = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

20) Encontre a saída $y(t)$ do sistema para o sistema representado abaixo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathrm{u}; \qquad y = \begin{bmatrix} -5 & -5 \end{bmatrix} x\,; \qquad \text{com } x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } u = \mu(t)$$

21) Usando o método da transformada de Laplace, encontre a saída do sistema representado abaixo:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix} \mathbf{x};\; y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x};$$

$$\mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

22) (2 pts) Encontre a saída $y(t)$ do sistema para o sistema representado abaixo, utilizando a matriz transferência de estado no tempo:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \mathrm{u}; \qquad y = \begin{bmatrix} -5 & -5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} x\,; \qquad \text{com } x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } u = e^{-t}\mu(t)$$

23) Encontre a saída $y(t)$ dos sistema para uma entrada $u = e^{-t}$ com $x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$. Encontre a matriz transição de estado $\phi(t)$. Obs. Polos localizados em -3 e -2. Não utilizar transformada de Laplace, ou seja, solução no tempo direto.

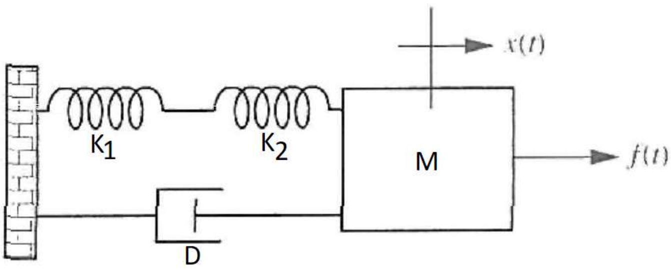
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \text{u}; \qquad y = \begin{bmatrix} -2 & -2 \end{bmatrix} x;$$

24) Preencha a tabela abaixo conforme a ordem de grandeza para os seguintes sistemas:

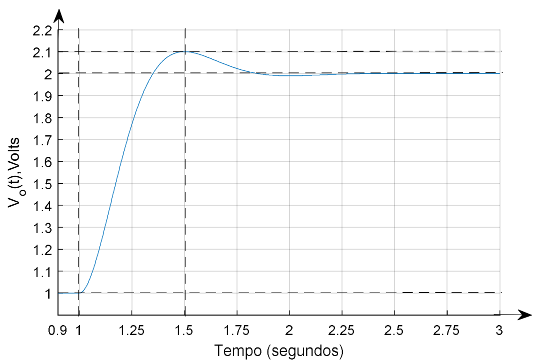
$$G_1(s) = \frac{2}{s^2+4s+20}; G_2(s) = \frac{20}{s^2+8s+2}; G_3(s) = \frac{37}{s^2+2s+37}$$

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor

25) Quando $f(t) = \left[{}^{1}/_{2} + {}^{1}/_{2}\,\mu(t-1)N\right]$ é aplicado no sistema da figura (a) abaixo a resposta $x(t)$ é o que se apresenta na figura (b) abaixo. Determine M, K_2 e D, sabendo que $K_1 = 1N/m$ para este sistema.



(a)

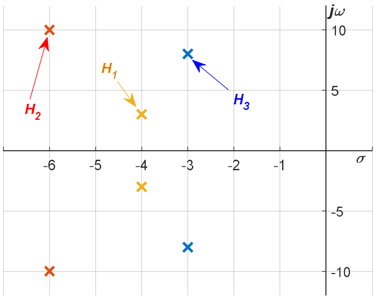


(b)

26) Encontre a saída $y(t)$ do sistema representado abaixo. Para isso, inicialmente encontre a matriz transição de estado $\phi(t)$ e, após isso, utilize a seguinte expressão $x(t) = \phi(t)x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$ para calcular *y(t)*.

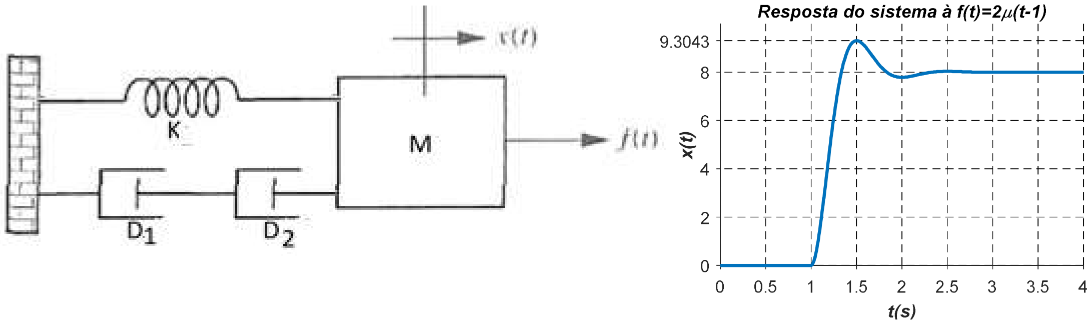
$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x; \qquad com\; x(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}\; e\; u = 2\mu(t)$$

27) Preencha a tabela abaixo conforme a ordem de grandeza para os sistemas apresentados no diagrama de polos e zeros da figura abaixo.



	Menor	Maior
Tempo de Acomodação (Ts)		
Tempo de Pico (Tp)		
% Sobre Sinal ($\%OS$)		

28) Quando $f(t) = 2\mu(t-1)N -$ é aplicado no sistema da figura (a) abaixo a resposta $x(t)$ é o que se apresenta na figura (b) abaixo. Determine M, D_2 e K, sabendo que $D_1 = 1N - s/m$ para este sistema.



(a) (b)

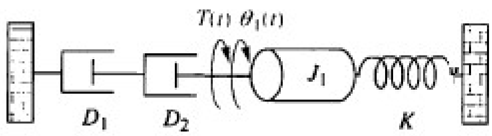
29) Encontre a saída $y(t)$ do sistema representado abaixo. Para isso, inicialmente encontre a matriz transição de estado $\phi(t)$ e, após isso, utilize a seguinte expressão $x(t) = \phi(t)x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$ para calcular *y(t)*.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} x; \qquad com\ x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ e\ u = 1\mu(t)$$

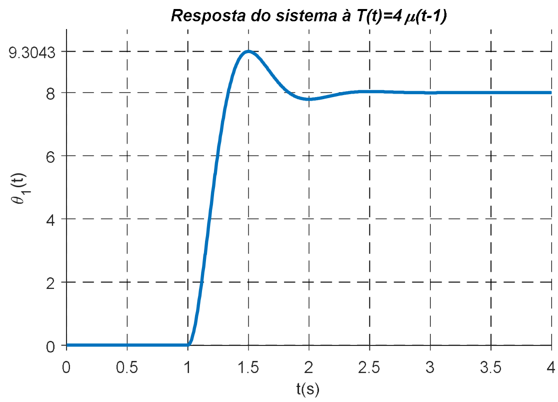
30) Preencha a tabela abaixo conforme a ordem de grandeza para os seguintes sistemas: $H_1(s) = \frac{25}{S^2+8S+25}$; $H_2(s) = \frac{136}{S^2+12S+136}$; $H_3(s) = \frac{73}{S^2+6S+73}$.

	Menor	Maior
Tempo de Acomodação (Ts)		
Tempo de Pico (Tp)		
% Sobre Sinal ($\%OS$)		

31) Quando $T(t) = 4\mu(t-1)N -$ é aplicado no sistema da figura (a) abaixo a resposta $\theta_1(t)$ é o que se apresenta na figura (b) abaixo. Determine J_1, D_2 e K, sabendo que $D_1 = 1N - m - s/rad$ para este sistema.



(a)



(b)

32) Encontre a saída $y(t)$ do sistema representado abaixo. Para isso, inicialmente encontre a matriz transição de estado $\phi(t)$ e, após isso, utilize a seguinte expressão $x(t) = \phi(t)x(0) + \int_0^t \phi(t-\tau)Bu(\tau)d\tau$ para calcular *y(t)*.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u; \qquad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x; \quad com\ x(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\ e\ u = 3\mu(t)$$

Soluções

1) $\zeta = \frac{\frac{1}{n-1}ln\frac{x_1}{x_n}}{\sqrt{4\pi^2+\left(\frac{1}{n-1}\right)^2\left(ln\frac{x_1}{x_n}\right)^2}}$

2)

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor
G3	G2	G1	G2	G3	G1

3) A) polos=-8; -6$\pm j8$; *não pode ser aproximado*
B) polos=-5.1; -2$\pm j9.796$; *não pode ser aproximado*
C) polos=-10; -2±j9.951; *pode ser aproximado*
wn=10,15 rad/s ζ=0.197 wd=9.95 rad/s Td=2 Tp=0,315 Ts=2 %OS=33,11%

4) $\zeta = 0.1$ wn=10 rad/s

5) $s_1 > T_s$; $s_1 > \%OS$; $s_2 > t_s$

6) Tr=10,36s Tp= 0,32s Ts=2s MP=52,65%

7) A) Tp=0,847s Ts=2,66s %OS=28.06%
B) Tp=15,786s Ts=400s %OS=85.44%
C) Tp=1ms Ts=5ms %OS=44.91%

8) A) s= -6.66±j9.090
B) s= 49.5±j0.7853
C) s= 49.5±j1.047

9) $A)\ \zeta = 1.154\ \ \omega n = 3.464\ \ ts = 1s\ sistema\ superamortecido$
$B)\ \zeta = 1\ \ \omega n = 4\ \ ts = 1s\ sistema\ criticamente\ amortecido$
$C)\ \zeta = 0.844\ \ \omega n = 4.47\ \ ts = 1s\ sistema\ subamortecido$

10) A)s=-6.67±j9.86
B) s=-0.459±j0.628
C) s=-0.571±j1.097

11) $A)\ c(t) = \frac{20}{144}[1 - e^{-3t}\cos 3\sqrt{65}t + \varphi]\mu(t)$
$B) c(t) = \frac{30}{100}[1 - Ae^{-10t}(1+t)]\mu(t)$
$C) c(t) = \frac{5}{2}(1 - e^{-2t})\mu(t)$

12) $\zeta = 0.0176$

13) $H(s) = \frac{S+3}{S^2+3S+2}$

14) $A) H(s) = \frac{80}{S+40}$

$$B) H(s) = \frac{127{,}138}{S^2 + 2.5988S + 11.558}$$

$$C)\ H(s) = \frac{0.907}{S^2 + 0.533S + 0.907}$$

15) $Ts = 2{,}48s$

16) $G(s) = \frac{20}{s+10}$ erro=-1

17) $M = 5{,}19Kg,\ Fv = 12{,}2\ \frac{Kg}{m*s}, K = 20$

18) $y(t) = 2e^{-t} - e^{-2t}$

19) $y(t) = 6e^{-2t} - 4e^{-3t}$

20) $y(t) = -\frac{1}{3}[20 - 15e^{-t} + 10e^{-3t}]\mu(t)$

21) $y(t) = [0.6091e^{-0.21t} + 0.3909e^{-4.79t}]\mu(t)$

22) $y(t) = \begin{matrix} -10e^{-t} + 5e^{-2t} \\ -3te^{-t} + e^{-2t} \end{matrix}$

23) $y(t) = -5e^{-t} + 2e^{-2t} - e^{-3t}$

24)

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor
G3	G2	G2	G3	G3	G2

25) $K_2 = 1N/m$, M = 8,2$e^{-3}Kg$ e D=75,9e^{-3}.

26) $y(t) = te^{-t} + 2$

27)

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor
H2	H1	H2	H3	H1	H3

28) $K = 0{,}25N/m$, M = 4,75$e^{-3}Kg$ e D_2=35,7e^{-3}.

29) $y(t) = 1 + e^{-2t}$

30)

Tempo de Acomodação (Ts)		Tempo de pico (Tp)		% Sobre sinal (%OS)	
Maior	Menor	Maior	Menor	Maior	Menor
H2	H3	H2	H1	H1	H3

31) $K = 0{,}5N/m, J_1$= 9,5$e^{-3}Kg$ e D_2=74e^{-3}.

32) $y(t) = 3 - 2e^{-t}$