

CAOS TRANSIENTE E MULTIESTABILIDADE EM DOIS NEURÔNIOS DE FITZHUGH-NAGUMO INTERAGINDO ELETRICAMENTE¹

Luana Santana², Rafael M. da Silva³, Holokx A. Albuquerque⁴, César Manchein⁵.

¹ Vinculado ao projeto “Sistemas dinâmicos não-lineares: perspectivas determinísticas e estocásticas”

² Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIBIC/CNPq

³ Departamento de Física, Universidade Federal do Paraná– UFPR

⁴ Departamento de Física, Universidade do Estado de Santa Catarina – CCT

⁵ Orientador, Departamento de Física – CCT – cesar.manchein@udesc.br.

Elementos fundamentais do sistema nervoso, os neurônios são as células responsáveis por transmitir impulsos elétricos ao cérebro e, dessa forma, informações para o resto do corpo. Considerando que o ser humano possui aproximadamente 86 bilhões de neurônios, torna-se inviável análises teóricas aprofundadas em um sistema com tamanha complexidade. Contudo, é possível obter informações relevantes da dinâmica complexa apresentada por dois neurônios interagentes modelados por dois osciladores de Fitzhugh-Nagumo (FHN) acoplados.

O sistema de osciladores de FHN acoplados utilizado nesse trabalho é definido pelas seguinte conjunto de equações diferenciais ordinárias (EDOs):

$$\frac{dx_1}{dt} = c_1 \left(y_1 + x_1 - \frac{x_1^3}{3} \right) + \gamma(x_1 - x_2)$$

$$\frac{dy_1}{dt} = -\frac{1}{c_1} (x_1 - a_1 + b_1 y_1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = c_2 \left(y_2 + x_2 - \frac{x_2^3}{3} \right) + (\gamma + \delta)(x_2 - x_1)$$

$$\frac{dy_2}{dt} = -\frac{1}{c_2} (x_2 - a_2 + b_2 y_2)$$

em que x_1 , y_1 , x_2 e y_2 são as variáveis dinâmicas, a , b e c são parâmetros que ajustam os resultados teóricos e experimentais, γ é o parâmetro responsável pelo controle da intensidade dos impulsos elétricos e δ pode ser usado para quebrar a simetria no acoplamento entre os neurônios. Nas EDOs, existem termos não-lineares, que são cruciais para a dinâmica desse sistema. Analisando essas equações através de simulações computacionais, é possível notar que, para um conjunto de parâmetros fixos e condições iniciais diferentes, o sistema apresenta regiões caóticas e com multiestabilidade, além de caos transiente.

Dessa forma, caracterizamos a existência do fenômeno de caos transiente e multiestabilidade no espaço de parâmetros do sistema supracitado, em que dois parâmetros de controle do sistema são variados simultaneamente. Deste modo, através de várias simulações numéricas, investigamos, particularmente, a organização de domínios de formato similar

relacionados a dinâmica periódica e imersos em uma região do espaço de parâmetros onde a dinâmica é caótica. Assim, obtivemos três resultados notáveis: (i) existem estruturas genéricas organizadas ao longo de direções específicas, imersas em uma porção caótica no espaço de parâmetros da Fig. 1. Os períodos destas estruturas são definidos por uma regra matemática; (ii) a existência do fenômeno de caos transiente, responsável por uma longa evolução temporal caótica precedendo a dinâmica assintótica (periódica). Tal comportamento é caracterizado, pela série temporal da variável x_1 na Fig. 2 e pelo valor dos expoentes de Lyapunov λ_i ($i=1,2,3,4$). Quando λ_1 começa a cair, percebemos que a trajetória deixa de ser caótica e torna-se periódica. O par de parâmetros (γ, a) utilizados nessa figura são representados pela estrela azul na Fig. 1, e (iii) a existência de vários domínios relacionados a comportamentos multiestáveis no espaço de parâmetros com um número arbitrário de atratores (estados assintóticos). Ainda, também provamos através de simulações numéricas que ambos os comportamentos, de caos transiente e multiestabilidade, prevalecem até mesmo com diferentes acoplamentos entre osciladores de FHN idênticos e também para diferentes. Como o oscilador de FHN compartilha de propriedades cruciais apresentadas pelo modelo mais realístico de neurônios de Hodgkin-Huxley (HH), a robustez dos resultados obtidos para dois neurônios acoplados FHN devem ser testados para um número maior de osciladores acoplados.

O sistema de osciladores FHN acoplados estudado aqui possui diversas características importantes que permitem o entendimento e o controle da dinâmica de redes neurais. Na sequência deste trabalho, pretendemos preparar um artigo e submetê-lo para publicação em uma revista internacional. O estudo terá continuidade em uma nova proposta de pesquisa científica.

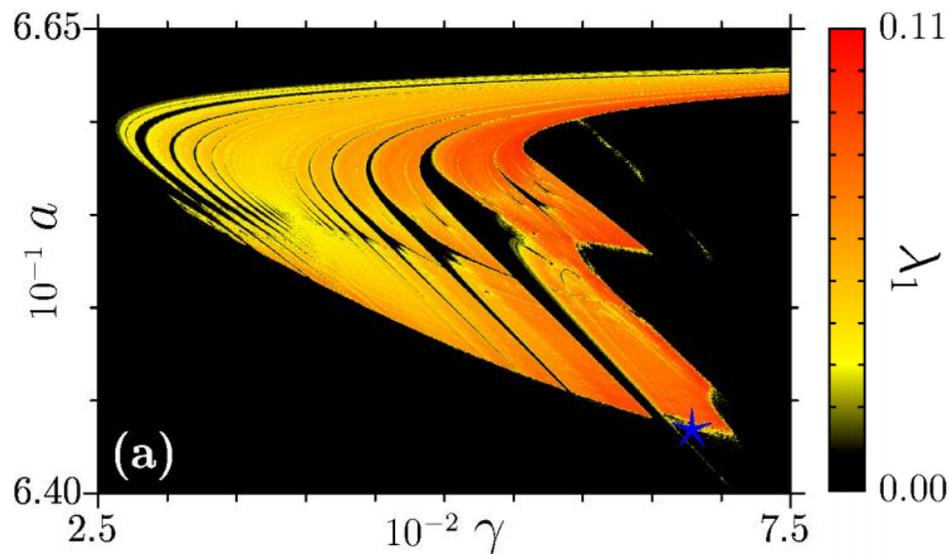


Figura 1. Espaço de parâmetros (γ, a) construído mantendo-se $b=0,4$ e $c=2,0$ fixos. O gradiente contínuo de cores na caixa do lado direito da figura representa o valor do maior expoente de Lyapunov λ_1 . Estruturas periódicas ($\lambda_1 \sim 0$) são genéricas e auto-similares e aparecem organizadas ao longo da direção horizontal no espaço de parâmetros.

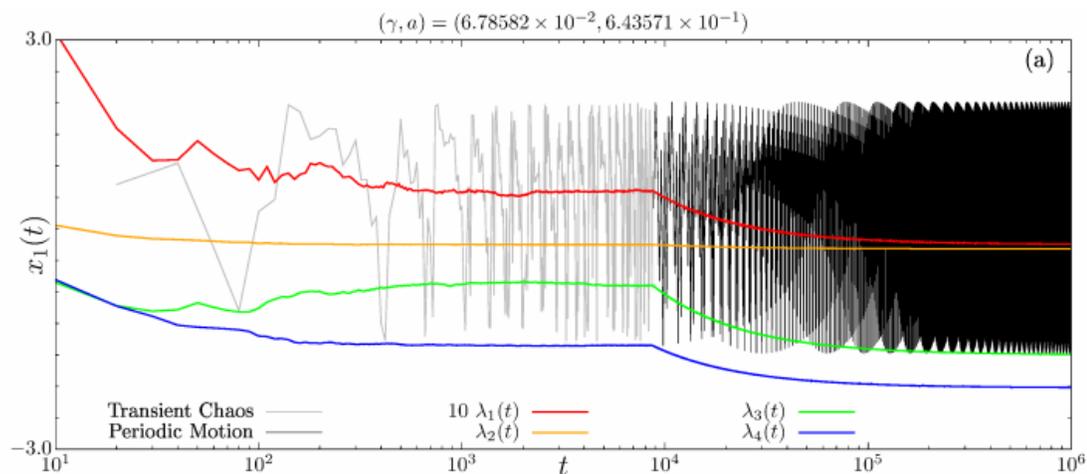


Figura 2. *Caos transiente presente no espaço de parâmetros analisado.*

Palavras-chave: Caos transiente. Multiestabilidade. Oscilador de Fitzhugh-Nagumo.