UDESC UNIVERSIDADE DO ESTADO DE SANTA CATARINA

Seminário de Iniciação Científica Universidade do Estado de Santa Catarina 30° SIC UDESC

DESORDEM EM CAMINHADAS QUÂNTICAS[1]

Lorena Rosa Cerutti[2], Edgard P. Amorim.[3].

[1] Vinculado ao projeto "Informação e Computação Quântica: aplicações da caminhada aleatória quântica."
[2] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIVIC
[3] Orientador, Departamento de Física – CCT – edgard.amorim@udesc.br

Uma caminhada aleatória clássica (CAC) em uma dimensão é um modelo que busca determinar a probabilidade de encontrar uma partícula após n passos. Cada passo possui comprimento fixo e, é decidido a partir do lançamento de uma moeda num jogo de "cara" ou "coroa" honesto. Caso o resultado seja "cara", a partícula será deslocada à esquerda e "coroa" à direita. Nesse caso, a distribuição de probabilidade após um número muito grande de passos é gaussiana cuja dispersão é dada por $\sigma(t)\sim\sqrt{t}$ (comportamento difusivo).

A caminhada quântica (CQ) distingue-se da anterior, uma vez que a partícula quântica agora possui um grau extra de liberdade interno (spin-1/2) correlacionado com o sentido no qual ela se desloca. Logo, a determinação da posição na qual a partícula pode ser encontrada, será dada em termos de amplitudes de probabilidades em vez de probabilidades clássicas. Nesse caso, os efeitos de interferência geram uma diferença significativa na distribuição de probabilidade. Após muitos passos, a distribuição de probabilidade terá dois picos e sua dispersão será dada por $\sigma(t)\sim t$ (comportamento balístico).

O estado $|\Psi(t)\rangle$ de uma CQ pertence a um espaço de Hilbert $H = H_C \otimes H_P$ onde o primeiro é o espaço da moeda (estados *up* e *down*) e o segundo é o espaço de posições (infinito e contável). Para evoluir a caminhada no tempo, a partir do estado inicial

$$|\Psi(0)\rangle = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} [a(j,0)|\uparrow\rangle + b(j,0)|\downarrow\rangle] \otimes |j\rangle, \tag{1}$$

tornam-se necessárias aplicações sucessivas de um operador de evolução temporal, dado por $U=S(C\otimes\mathbb{1}_P)$, onde S é o operador de translação condicional, C é a moeda quântica e $\mathbb{1}_P$ a identidade no espaço de posições. Duas moedas justas amplamente utilizadas em caminhadas quânticas são a Hadamard e a Fourier (ou Kempe), cuja representação matricial é dada

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \qquad F = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \tag{2}$$

Uma CQ pode evoluir com uma moeda quântica fixa, mas também pode variar aleatoriamente entre duas moedas de três maneiras diferentes: na desordem dinâmica, a moeda quântica $C(t)$ irá variar a cada passo e será fixa na posição j; na desordem estática, temos $C(j)$ variando a cada posição e fixa no tempo t e na desordem flutuante, temos $C(j,t)$, ou seja, a moeda varia com a posição e com o tempo.

Através da entropia de von Neumann (SE) é possível quantificar o emaranhamento quântico, ou seja, a correlação entre o grau de liberdade interno (spin) e o grau de liberdade externo (posição) do caminhante. A partir do desenvolvimento de um algoritmo para o cálculo da densidade de probabilidade, entropia e dispersão médias (2016 qubits) em caminhadas quânticas ordenadas e com desordens dinâmica e estática, foram geradas as figuras 1 e 2 abaixo.

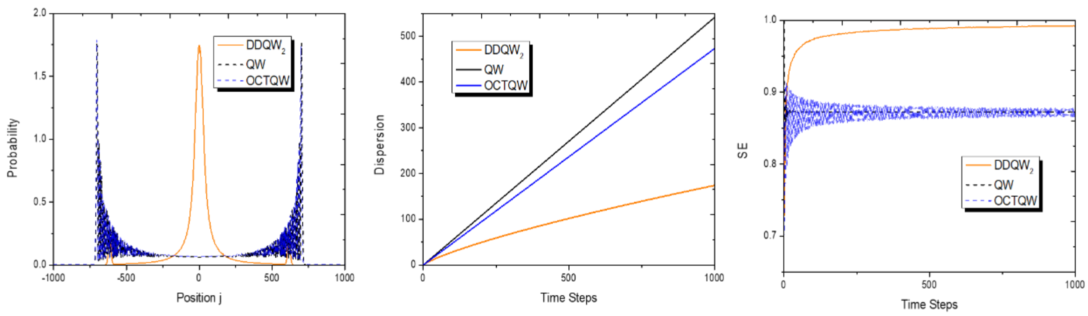

Figura 01 – *Caminhada Quântica com Desordem Dinâmica:* (a) Densidade de Probabilidade, (b) Dispersão, (c) Entropia comparando CQs de moeda fixa (QW) nas curvas em preto, alternando entre as moedas H e F a cada passo (OCTQW) nas curvas em azul e a desordem com probabilidade de 50% entre H e F ($DDQW_2$) nas curvas vermelhas.

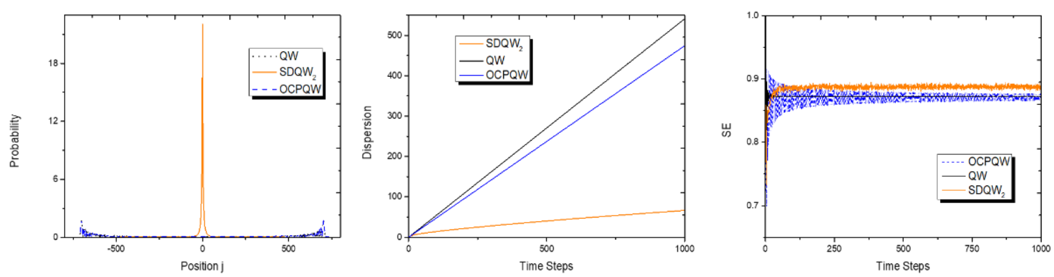

Figura 02 – *Caminhada Quântica com Desordem Estática:* (a) Densidade de Probabilidade, (b) Dispersão, (c) Entropia comparando CQs de moeda fixa (QW) nas curvas em preto, alternando entre as moedas H e F a cada passo (OCPQW) nas curvas em azul e a desordem com probabilidade de 50% entre H e F ($SDQW_2$) nas curvas vermelhas.

Na desordem dinâmica entre duas moedas, vemos uma distribuição de probabilidade clássica ($\sigma(t) \sim \sqrt{t}$) e o emaranhamento tende assintoticamente para 1 (emaranhamento máximo). Na desordem estática, entre duas moedas, vemos uma distribuição localizada na origem ($\sigma(t) \sim cte$) e o emaranhamento oscila entre os valores de 0,8 e 0,9. Já para uma CQ com moeda fixa ou alternando entre duas moedas, vemos comportamento balístico ($\sigma(t) \sim t$) e emaranhamento entre ambas com mesmo limite assintótico.

Palavras-chave: Caminhada Quântica. Desordem. Emaranhamento.

Apoio: CNPq Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico; fapesc Fundação de Amparo à Pesquisa e Inovação do Estado de Santa Catarina; Governo de Santa Catarina