

## REAMOSTRAGEM BOOTSTRAP E TESTES DE PERMUTAÇÃO NO ENSINO DE INFERÊNCIA ESTATÍSTICA<sup>1</sup>

Ana Luíza da Conceição Cardoso<sup>2</sup>, Elisa Henning<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Vinculado ao projeto “Reamostragem Bootstrap e Testes de Permutação no Ensino de Inferência Estatística”

<sup>2</sup> Estudante de Ensino Médio, bolsista PIBIC-EM.

<sup>3</sup> Orientador, Departamento de Matemática – CCT – [elisa.henning@udesc.br](mailto:elisa.henning@udesc.br)

Os métodos de reamostragem estatística possibilitam o cálculo de estimativas a partir da produção de amostras (reamostragem) com base em um conjunto de dados inicial (amostra inicial). Dentre estes métodos, o procedimento Bootstrap é bastante utilizado em diversas áreas da estatística. O método bootstrap consiste em obter amostras aleatórias a partir da amostra original, o que permite a construção de estimativas embasadas e mais robustas, com resultados que tendem a ser mais precisos que os métodos de inferência clássicos, além de permitir o cálculo de estimativas em amostras pequenas. As amostras bootstrap, criadas a partir da amostra original, têm o mesmo tamanho e são compostas dos mesmos elementos da amostra inicial. Devido à grande quantidade de cálculos, é necessário que o bootstrap seja realizado computacionalmente., com isso em vista, este projeto tem como objetivo a criação de uma planilha de reamostragem bootstrap para auxiliar no ensino de inferência estatística nas universidades.

Os trabalhos realizados pela bolsista consistiram na leitura de artigos científicos e livros didáticos, criação de problemas, assim como realizar questionários para avaliar seu domínio no assunto. Além disso, foram feitas adaptações estéticas na planilha base desenvolvida anteriormente no Microsoft Excel, a fim de deixá-la mais didática.

A planilha é apta para resolver diversos problemas estatísticos, que têm como objetivo encontrar a estimativa da média de uma população com os dados de uma amostra aleatória, como por exemplo: “Qual a estimativa do tempo médio (em minutos) para resolver um cubo mágico?”.

A criação de um problema para ser utilizado na planilha se dá com a construção de um cenário (como um campeonato de cubo mágico amador) e uma amostra aleatória, obtida com o auxílio de um site sorteador de números. Esta amostra será nossa amostra inicial, como apresenta a figura abaixo.

### Campeonato de Cubo Mágico



Amostra:

1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
8	6	7	10	13	12	14	5	19	11

Qual a estimativa do tempo médio (em minutos) para resolver um cubo mágico?

**Figura 1.** Exemplo de Problema.

A partir do problema, podemos modificar a planilha, inserindo nossa amostra inicial (semente), que foi fixada com o tamanho  $n = 10$ . A planilha nos fornecerá 1000 amostras bootstrap, com o mesmo tamanho da semente e com os mesmos elementos, mas estes serão sorteados.

Além disso, a planilha nos fornece as estatísticas descritivas, tanto da amostra original, quanto das amostras bootstrap e histogramas de frequência de ambas. Entre as estatísticas descritivas estão: a média, mediana, desvio padrão e erro padrão.

Amostra Original										Estatísticas descritivas da amostra original		Intervalo de confiança original				
8,0	6,0	7,0	10,0	13,0	12,0	14,0	5,0	19,0	11,0	Média	10,5	ME	2,633670864			
										Médiana	10,5	IC 95%	7,866329136	a	13,1336709	
										DV	4,249182928					
										erro padrão	1,343709625					
										Mínimo	5					
										Máximo	19					
Amostras Bootstrap										Média	Mediana	Desvio-Padrão	Estatísticas descritivas das amostras bootstrap			
19,0	11,0	13,0	13,0	6,0	11,0	10,0	13,0	10,0	5,0	11,1	11,0	3,928528138	Média	10,4472		
11,0	13,0	8,0	12,0	12,0	8,0	8,0	7,0	6,0	11,0	9,6	9,5	2,458545189	Desvio-padrão	0,884234137		
10,0	14,0	10,0	12,0	6,0	13,0	10,0	11,0	8,0	14,0	10,8	10,5	2,573367875	Erro padrão	0,027961939		
19,0	8,0	11,0	10,0	7,0	7,0	11,0	6,0	11,0	12,0	10,2	10,5	3,735713527	Margem de erro	0,0548054		
7,0	6,0	12,0	6,0	6,0	14,0	10,0	13,0	8,0	13,0	9,5	9,0	3,274480451	IC DE 95%	10,3923946	a	10,5020054
7,0	11,0	8,0	13,0	13,0	13,0	5,0	12,0	7,0	8,0	9,7	9,5	3,020301677	IC para calcular média bootstrap			
6,0	13,0	12,0	11,0	13,0	10,0	13,0	14,0	5,0	7,0	10,4	11,5	3,272783389	Total da amostra (n)	1000		
19,0	10,0	14,0	11,0	6,0	10,0	7,0	7,0	6,0	14,0	10,4	10,0	4,247875286	Intervalo de confiança	95		
5,0	6,0	6,0	5,0	6,0	13,0	8,0	5,0	12,0	13,0	7,9	6,0	3,414023368				
14,0	12,0	6,0	10,0	8,0	14,0	5,0	11,0	19,0	8,0	10,7	10,5	4,243949942				
6,0	19,0	7,0	11,0	14,0	5,0	7,0	5,0	10,0	8,0	9,2	7,5	4,467164151				
12,0	10,0	7,0	14,0	11,0	6,0	10,0	13,0	7,0	13,0	10,3	10,5	2,830390629				
6,0	10,0	7,0	7,0	5,0	8,0	12,0	14,0	11,0	8,0	8,8	8,0	2,859681412				
5,0	13,0	7,0	14,0	10,0	7,0	19,0	13,0	19,0	10,0	11,7	11,5	4,831608888				
14,0	11,0	19,0	13,0	5,0	10,0	11,0	12,0	13,0	5,0	11,3	11,5	4,137900702				
11,0	6,0	10,0	13,0	10,0	8,0	11,0	13,0	19,0	11,0	11,2	11,0	3,457680661				
19,0	11,0	14,0	11,0	14,0	8,0	5,0	14,0	10,0	7,0	11,3	11,0	4,110960958				
14,0	6,0	12,0	7,0	12,0	12,0	19,0	10,0	13,0	5,0	11,0	12,0	4,18993503				

**Figura 2.** Parte da Planilha.

A planilha foi pensada com o intuito de tornar o aprendizado mais flexível e prático, permitindo ao aluno interagir com o material, alterando os valores e podendo analisar os resultados obtidos na inferência de maneira simples.

**Palavras-chave:** Reamostragem bootstrap, Inferência Estatística, Ensino de Estatística