A dinâmica não linear de um sistema "hyperjerk"[1]

Evelin Fernandes[2], Paulo Cesar Rech[3].

[1] Vinculado ao projeto "Caos, hipercaos e regularidade em sistemas dinâmicos não lineares".
[2] Acadêmico (a) do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIBIC
[3] Orientador, Departamento de Física – CCT – paulo.rech@udesc.br

Esse projeto de pesquisa tinha como objetivo identificar o comportamento caótico e hiper caótico de um Sistema hyperjerk. Inicialmente foi feito um estudo teórico sobre a dinâmica caótica e sistemas dinâmicos. Foram introduzidas as teorias e os métodos computacionais que são utilizados na análise de sistemas dinâmicos, como os atratores, diagramas de bifurcação e a computação dos expoentes de Lyapunov.

Como base de estudo utilizamos o artigo "Dynamical analysis of a novel autonomous 4-D hyperjerk circuit with hyperbolic sine nonlinearity: Chaos, antimonotonicity and a plethora of coexisting attractors" (G.D. Leutchoa, J. Kengnea, L. Kamdjeu Kengne, v. 107, p 67-87, 2018) que tem como proposta estudar um novo circuito autônomo hyperjerk de quarta ordem com um sistema de não linearidade senoidal hiperbólica, dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_{3,} \\ \dot{x}_3 &= dx_4, \\ \dot{x}_4 &= ax_4 - bx_2 - cx_1 - \gamma \, sinh\, x_3, \end{aligned} \tag{1}$$

onde x_1, x_2, x_3, x_4 são as variáveis, e $a\ e\ c$ os parâmetros. No sistema (1) em que os valores assumidos são de $\gamma = 0.0011,\ a = 1.8,\ b = 3,\ 2.56 < c < 4.5,\ d = 3.349,$ são investigadas propriedades dinâmicas, incluindo pontos fixos e estabilidade, retratos de fase, diagramas de bifurcação e gráficos de expoentes de Lyapunov. Uma das principais descobertas do nosso trabalho é a presença de várias janelas no espaço de parâmetros da figura 1, baseado no do sistema (1), em que o sistema 4D-hyperjerk desenvolve propriedades interessantes de vários atratores coexistentes

Com fundamentação nas aprendizagens de sistemas dinâmicos discretos e contínuos, realizamos o estudo de espaços de parâmetros com inicializações diferentes. Inicialmente obtivemos a imagem gerada com todas as trajetórias geradas para os vários parâmetros com condições iniciais iguais. A segunda etapa consistiu em seguir o atrator e gerar outro espaço de parâmetros, agora considerando inicializações diferentes para parâmetros diferentes. Qualquer sistema dinâmico que descreve um sistema finito real depende de parâmetros, que dizemos ser parâmetros de controle. Quando variamos o parâmetro c, podemos notar a mudança tanto na posição quanto nas características qualitativas do ponto de equilíbrio.

Ao plotar dois diagramas de bifurcação num mesmo gráfico, em cores diferentes, conforme pode-se ver na figura 2, procuramos por locais de comportamentos dinâmicos diferentes, observando se os dois diagramas são ou não coincidentes. Concluiu-se então que o sistema apresenta multiestabilidade, nas regiões em que os diagramas são distintos, assim sendo, a coexistência de vários estados de equilíbrio dinâmico para um mesmo conjunto de parâmetros.

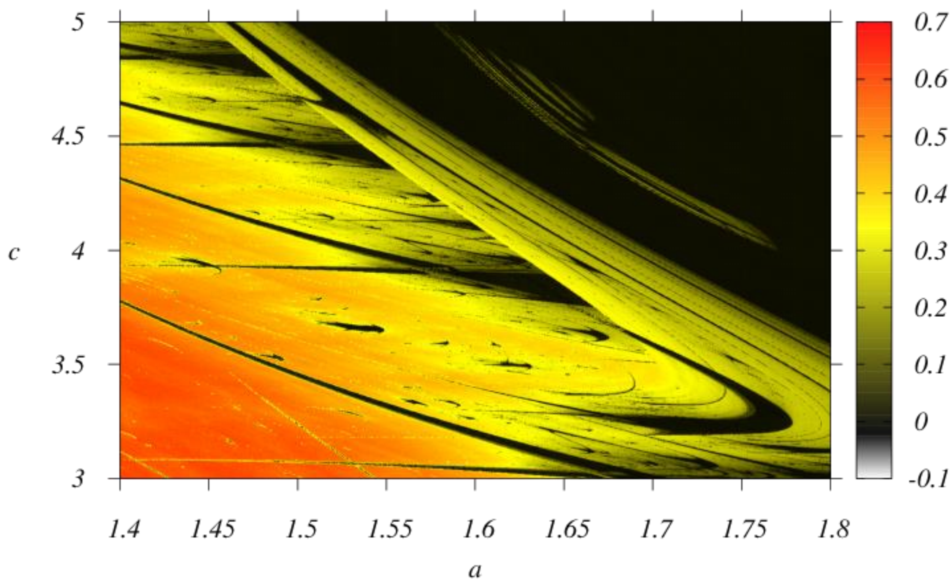

Figura 1. *Espaço de parâmetros (c,a). Preto significa periodicidade, enquanto amarelo/vermelho significa caos.*

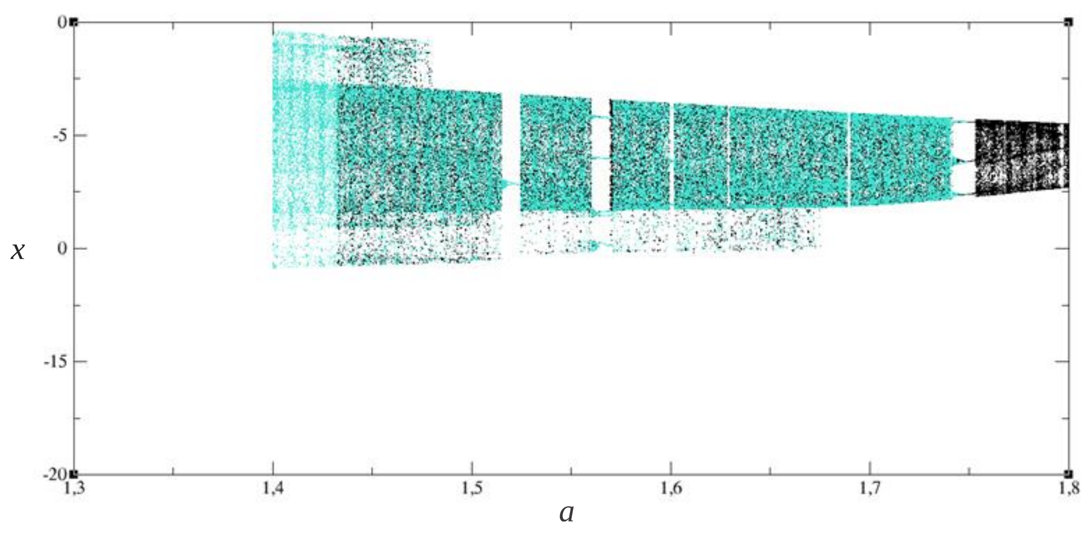

Figura 2 .*Dois diagramas de bifurcação, ambos para c=3,4 e seguindo o atrator. Em ciano para a crescendo a partir de 1,4. Em preto para a decrescendo a partir de 1,8*

Palavras-chave: Caos. Parâmetros. Diagramas de bifurcação.