ESTUDO DA DINÂMICA DE SISTEMAS NÃO-LINEARES DESCRITOS POR MODELOS MATEMÁTICOS[1]

Hanna Bartholdy Vieira[2], Holokx Abreu Albuquerque[3], Cesar Manchein[4].

[1] Vinculado ao projeto "Sistemas dinâmicos não-lineares: Propriedades caóticas e estatísticas"
[2] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CTT – Bolsista PIBIC
[3] Coorientador, Departamento de Licenciatura em Física – CCT
[4] Orientador, Departamento de Licenciatura em Física – CCT – cesar.manchein@udesc.br

Durante o período da bolsa estudamos alguns dos sistemas do artigo "Some Simple Chaotic Flows" [1]. A simplicidade desses sistemas se refere à representação algébrica e não ao processo físico que elas descrevem. Essas equações são de interessante matemático e prático, já que elas têm muitas aplicações na área da Física, como foi proposto que circuitos elétricos caóticos poderiam ser usados para codificação e decifração de voz em tempo real para comunicações seguras. Utilizando um sistema apropriado a partir do conjunto de modelos que o artigo sugere, pode-se aperfeiçoar fatores como incidências a erros nos parâmetros e imunidade a ruídos.

Uma característica do caos é que pode ocorrer em equações não lineares muito simples de baixa dimensão. O teorema de Poincaré-Bendixson é o teorema matemático que afirma sobre o comportamento a tempos longos da convergência das trajetórias em campos vetoriais de baixa dimensionalidade.

O objetivo da pesquisa foi estudar alguns modelos propostos na ref. [1]. Os modelos foram os casos E, J, L, M, N, Q, R e S conforme mostrado na tabela 1.

Tabela 1. *Casos da ref. [1] escolhidos para este trabalho.*

Casos	Equações
E	$\dot{x}=yz$ $\dot{y}=x^2-y$ $\dot{z}=1-4x$
J	$\dot{x}=2z$ $\dot{y}=-2y+z$ $\dot{z}=-x+y+y^2$
L	$\dot{x}=y+3.9z$ $\dot{y}=0.9x^2-y$ $\dot{z}=1-x$
M	$\dot{x}=-z$ $\dot{y}=-x^2-y$ $\dot{z}=1.7+1.7x+y$
N	$\dot{x}=-2y$ $\dot{y}=x+z^2$ $\dot{z}=1+y-2z$

Q	$\dot{x}=-z$ $\dot{y}=x-y$ $\dot{z}=3.1x+y^2+0.5z$
R	$\dot{x}=0.9-y$ $\dot{y}=0.4+z$ $\dot{z}=xy-z$
S	$\dot{x}=-x-4y$ $\dot{y}=x+z^2$ $\dot{z}=1+x$

O estudo desses modelos, dos casos escolhidos, consistia em escolher algumas das constantes, que multiplica as variáveis, e alterá-las por constantes arbitrarias *a* e *b*, com mostrado na tabela 2.

Tabela 2. *Casos modificados para estudo neste trabalho.*

Casos	**Equações**
E	$\dot{x} = yz$ $\dot{y} = x^2 + ay$ $\dot{z} = 1 + bx$
J	$\dot{x} = ax$ $\dot{y} = by + z$ $\dot{z} = -x + y + y^2$
L	$\dot{x} = y + az$ $\dot{y} = bx^2 - y$ $\dot{z} = 1 - x$
M	$\dot{x} = -z$ $\dot{y} = -x^2 + ay$ $\dot{z} = 1{,}7 + bx + y$
N	$\dot{x} = ay$ $\dot{y} = x - z$ $\dot{z} = 1 + y + bz$
Q	$\dot{x} = -z$ $\dot{y} = x - y$ $\dot{z} = ax + y^2 + bz$
R	$\dot{x} = 0{,}9 + ay$ $\dot{y} = 0{,}4 + z$ $\dot{z} = xy + bz$
S	$\dot{x} = -x + ay$ $\dot{y} = x + z^2$ $\dot{z} = 1 + bx$

Após a modificação dos modelos, foram implementados vários códigos na linguagem Fortran para a construção dos atratores dos sistemas e obter os respectivos expoentes de Lyapunov. As variações escolhidas para os parâmetros foram, para a = (0,01 a 0,03) e para b = (0,001 a 0,003), apenas para observar o comportamento do sistema e poder obter seus atratores, com o passo de integração de 0,01 na rotina do Runge-Kutta de 4ª ordem. As condições iniciais escolhidas foram de (x,y,z) = (0, 0,01, 1,01) para todos os sistemas da tabela 2.

Porém, a pandemia da Covid-19 tem atrasado o desenvolvimento da pesquisa. O acesso ao laboratório no campus do CCT/UDESC ficou mais difícil por causa da dificuldade de transporte durante esse período, interrompendo a pesquisa intermitentemente. Portanto, não foi possível analisar os resultados dos programas computacionais que foram deixados rodando no laboratório em tempo hábil.

Referências

[1] J. C. Sprott, *Some simple chaotic flows*, Physical Review E **50**, R647(R) (1994).

Palavras-chave: Fluxo Caótico, Dinâmica Não Linear, Expoente de Lyapunov.