

CAOS E PERIODICIDADE NO CIRCUITO DE MUTHUSWAMY-CHUA-GINOUX¹

Helena Furtado Berger², Cesar Manchein³

¹ Vinculado ao projeto “Sistemas Dinâmicos Não-Lineares: Propriedades Caóticas e Estatísticas”

² Acadêmico (a) do Curso de Física – CCT – Bolsista PIBIC/CNPq

³ Orientador, Departamento de Física – CCT – cesar.manchein@udesc.br

A pesquisa realizada tem como objetivo principal explorar e caracterizar a dinâmica periódica, quase-periódica e caótica do circuito eletroeletrônico Muthuswamy-Chua-Ginoux, e também, provar a existência de multiestabilidade no mesmo, ao estudar e analisar o comportamento e a função de cada um dos componentes envolvidos. O circuito é composto por: um capacitor, um indutor, um termistor (resistor não linear) e um memristor, componente teorizado por Leon Chua em 1972 e recentemente desenvolvido por pesquisadores da Hewlett-Packard (HP).

Inicialmente, foram realizadas leituras sobre sistemas dinâmicos não lineares/caóticos, para uma melhor compreensão do comportamento do circuito, e sobre a linguagem de programação Fortran e o software Gnuplot, que foram utilizados ao longo da pesquisa, que possibilitaram a criação de gráficos e imagens. Além disso, foi analisado detalhadamente o artigo base “A physical memristor based Muthusamy-Chua-Ginoux system”, reproduzindo os passos seguidos pelos autores e buscando novos resultados acerca do estudo, alterando valores de parâmetros e intervalos escolhidos para os testes em laboratório.

Os testes desenvolvidos foram a resolução das equações do artigo nas linguagens de programação Fortran e C, e construção dos gráficos de atratores, diagramas de bifurcação e expoentes de Lyapunov. Construímos diagramas de com comportamentos dinâmicos através do espectro de Lyapunov (Figura 2), que é composto por três expoentes organizados em ordem decrescente. Com isso, investigamos uma porção do espaço de parâmetros dos sistemas e provamos a existência de domínios onde a dinâmica é caótica (região em amarelo onde há um expoente positivo, um nulo e um negativo), periódica (região em vermelho, com um expoente nulo e dois expoentes negativos) e a dinâmica quase-periódica (representada em preto, com dois expoentes nulos e um negativo).

Ao aplicar as leis de Kirchhoff no circuito (Figura 1, extraída do artigo mencionado anteriormente), obteve-se o seguinte sistema de equações que regem o comportamento do circuito:

$$\begin{aligned} & \bullet \quad dx/dt = y/\alpha \\ & \bullet \quad dy/dt = - [x + f(y) + R(z) \cdot y] / \eta \\ & \bullet \quad dz/dt = R(z) \cdot y^2 - \varepsilon \cdot z, \end{aligned}$$

onde, $f(y) = a \cdot y + b \cdot y^3$ e $R(z) = \mu \cdot z^2 + \gamma \cdot z + \theta$. Temos que $x = V_C$ (Tensão no capacitor), $y = i$ (corrente elétrica) e $z = T - T_0$ (Variação de Temperatura no termistor). Além disso temos os seguintes parâmetros: $\alpha = C$ (capacitância), $\eta = L$ (indutância), $\theta = R_0/c$ (valor da resistência inicial sobre a capacitância), $\gamma = - (R_0/c) \cdot (\beta/T_0^2)$ (em que β é uma constante do material do termistor e T_0 é o valor da temperatura ambiente), $\mu = (R_0/c) \cdot (\beta \cdot (\beta + 2T_0))/2 \cdot T_0^4$, e, por fim, $\varepsilon = \delta/c$ (tal que δ é a constante de dissipação do termistor).

Por fim, observamos a existência da dinâmica caótica, periódica e quase-periódica no sistema quando um ou mais parâmetros são alterados, além de termos fortes indícios de que há multiestabilidade no espaço de parâmetros, fator que será mais bem explorado com a continuidade da pesquisa. Observamos também uma sequência de línguas de Arnold auto-similares (em vermelho) no diagrama apresentado na Figura 2, resultado que se mostrou surpreendente visto que não se era esperado esse comportamento no sistema em questão e também será estudado mais a fundo futuramente.

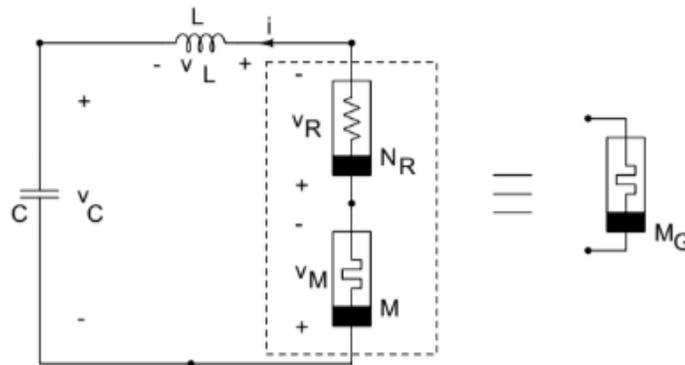


Figura 1. *Circuito de Muthuswamy-Chua-Ginoux*

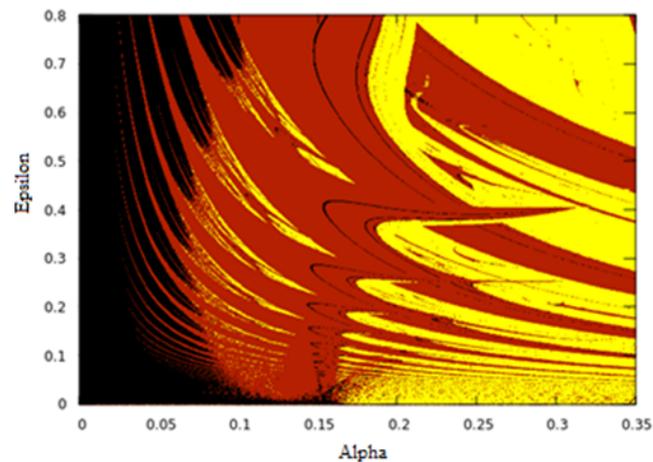


Figura 2. *Diagrama de espectro de Lyapunov.*

Palavras-chave: Circuito de Chua. Caos. Quasiperiodicidade.