ESTUDO DA DINÂMICA DE DOIS NEURÔNIOS IDÊNTICOS DE FITZHUGH-NAGUMO ACOPLADOS

Nívea Daniele Bosco[1], César Manchein[2]

[1] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIBIC/CNPq
[2] Orientador, Departamento de Física – CCT – cesar.manchein@udesc.br

Os neurônios fazem parte do sistema nervoso e transmitem informações de um para outro através de disparos elétricos, as sinapses. Os neurônios são elétrica e quimicamente excitáveis, ou seja, as sinapses podem ser elétricas ou químicas, e as células nervosas conduzem sinais elétricos através do potencial de ação, gerado pelo fluxo de íons através dos canais dependentes de voltagem. As propriedades fundamentais para a sinalização neuronal do potencial de ação são as seguintes: eles possuem um limiar para iniciação; o potencial de ação é um evento "tudo-ou-nada", isto é, o tamanho e a forma de um potencial de ação iniciado por uma grande corrente despolarizante são os mesmos que os de um potencial de ação evocado por uma corrente que levemente ultrapassa o limiar; o potencial de ação é propagado sem decremento; o potencial de ação é seguido por um período refratário, ou seja, por um breve período após a geração do potencial de ação, a capacidade do neurônio em disparar um segundo potencial de ação é suprimida.

Neste trabalho, estudamos a dinâmica apresentada pelo modelo de equações diferenciais ordinárias (EDOs) de FitzHugh-Nagumo (FHN), um modelo matemático que reproduz os principais comportamentos observados em um neurônio real. O modelo de FHN é um dos principais modelos encontrados na literatura e utilizado para modelar os disparos neuronais, as sinapses, e para este trabalho, considerando dois neurônios idênticos acoplados: o primeiro deles submetido a um forçamento externo e o segundo estando conectado ao primeiro num esquema "mestre-escravo", conforme definido pelo seguinte sistema:

$$\frac{dx_1}{dt} = c\left[-y_1 + x_1 - \frac{x_1^3}{3} + Asin(z)\right],$$
$$\frac{dy_1}{dt} = x_1 - by_1 + a_1$$
$$\frac{dz}{dt} = \omega,$$

$$\frac{dx_2}{dt} = c\left[-y_2 + x_2 - \frac{x_2^3}{3} + \gamma(x_2 - x_1)\right],$$
$$\frac{dy_2}{dt} = x_2 - by_2 + a_2,$$

sendo que x_1, y_1, x_2, y_2 as variáveis dinâmicas, a, b e c são parâmetros, γ é o parâmetro responsável pelo controle da intensidade das sinapses e o acoplamento do primeiro neurônio com o segundo, e $Asin(z)$ é o forçamento externo, em que A é a sua amplitude.

A partir de simulações numéricas, variando os parâmetros γ e a_2, e mantendo fixos os outros parâmetros a_1, b, c obtivemos o espectro de Lyapunov λi (i=1,2,3,4,5), que possibilita obter as informações acerca da dinâmica dos neurônios acoplados. Investigamos uma porção do espaço de parâmetros do sistema e provamos a existência de domínios onde a dinâmica é caótica, (em amarelo, para a dinâmica do primeiro neurônio sendo quasi-periódica e periódica, e em preto para a dinâmica do primeiro neurônio sendo caótica, onde há um expoente positivo, um nulo e três negativos), periódica (em vermelho, para a dinâmica do primeiro neurônio sendo quasi-periódica e periódica, com um expoente nulo e quatro expoentes negativos) e a dinâmica quasi-periódica (em preto, para a dinâmica do primeiro neurônio sendo quasi-periódica e periódica, com dois expoentes nulos e três expoentes negativos) na Figura 1. Tais observações nos levam às seguintes conclusões: i) a estrutura do espaço de parâmetros é parecida independente da dinâmica do primeiro neurônio, fixada como caótica, periódica ou quasi-periódica; ii) para $\gamma \rightarrow 0$ dinâmica é quasi-periódica (cor preta nas Figs. 1a e 1b) é prevalecente γ; iii) as figuras 1a e 1b indicam a existência de resquícios das Línguas de Arnold, isto é, regimes periódicos (em vermelho) que nascem em regiões de quasi-periodicidade, observadas no primeiro modelo de FHN desacoplado; iv) se a dinâmica do primeiro neurônio é caótica, a dinâmica do segundo neurônio será caótica ou hipercaótica, dependendo dos valores dos parâmetros de controle; v) a partir dos resquícios das Línguas de Arnold, é possível observar estruturas sobrepostas uma à outra (auto-similares), o que sugere a existência de multiestabilidade.

Para todos os casos estudados, existem regiões no espaço de parâmetros de "caos persistente" que se tornam hipercaóticas se a dinâmica do primeiro neurônio é caótica. Para a dinâmica periódica do primeiro neurônio, há regiões de quasi-periodicidade, periodicidade e caos, onde são observados resquícios das Línguas de Arnold do caso desacoplado e as estruturas aparentemente sobrepostas.

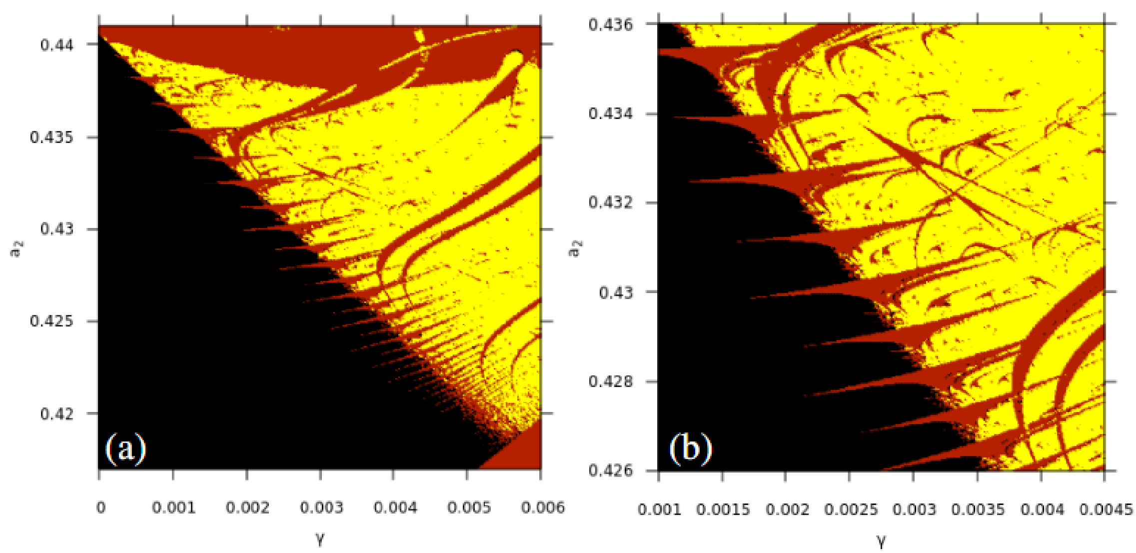

Figura 1. *Espaço de parâmetros (γ, a_2), onde há os regimes quasi-periódicos (preto), periódicos (vermelho) e caóticos (amarelo). Os parâmetros a_1, b, c, ω e A foram fixados em 0,409, 0,8, 12,5, 9,88 e 0,07, respectivamente para o primeiro caso periódico e 0,405, 0,8, 12,5, 9,88 e 0,075, respectivamente. a) Espaço de parâmetros no qual a região contém os resquícios das Línguas de Arnold, do caso para o neurônio desacoplado. b) Aproximação para a região onde contém os resquícios das Línguas de Arnold, no qual é possível observar estruturar sobrepostas umas às outras (auto-similaridade), o que sugere a existência de multiestabilidade)*

.

Palavras-chave: FitzHugh-Nagumo. Expoentes de Lyapunov. Línguas de Arnold. Multiestabilidade.