Multiestabilidade na dinâmica de um nanotubo de carbono curvado de parede-simples submetido a perturbações harmônicas[1]

Bianca Fusinato[2], César Manchein[3]

[1] Vinculado ao projeto "Sistemas dinâmicos não-lineares: perspectivas determinísticas e estocásticas"
[2] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIBIC
[3] Orientador, Departamento de Física– CCT – cesar.manchein@udesc.br

Os nanotubos de carbono (NTC) são utilizados na nanotecnologia, nos nanodispositivos e nos nanocompósitos devido as suas propriedades eletrônicas e sua resiliência à força mecânica (mais robusto). Assim, para uma série de aplicações de engenharia, a dinâmica de NTC tem sido um tópico de interesse atual. Os nanotubos de carbono curvados de parede-simples (NTCCPS) são uma classe de NTC que se diferenciam por conta de suas propriedades e do tipo de arranjo de carbono. É de interesse estudar esta classe pois NTCCPS, em arranjos de NTC alinhados, têm melhor resposta perante a um dobramento forçado e são mais adequados para serem usados em sistemas nanoeletromecânicos.

Os nanotubos são modelados como vigas tubulares com uma curvatura característica, presas nas duas extremidades. Para obter a equação de movimento é utilizada a Mecânica Hamiltoniana, onde através das energias cinética e potencial construímos a lagrangeana do sistema. Consideramos ainda que este nanotubo está sujeito a um forçamento harmônico dado por $Fcos(\Omega t)$, de origem fenomenológica. Ao aplicarmos o princípio de Hamilton, obtemos

$$\rho A\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} - EI\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = Fcos(\Omega t) + \frac{EA}{L}\int_0^L \left[\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{dZ}{dx}\frac{\partial w}{\partial x}\right]dx\ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{d^2 Z}{dx^2}\right),$$

sendo que $\rho,\ A,\ L,\ E$ e I são, respectivamente, a densidade superficial, a área da seção transversal, o comprimento, o módulo de elasticidade e o momento de inércia. A função $w(x,t)$ representa a deflexão da viga e $Z(x)$ a curvatura. Resolvendo a equação diferencial parcial acima a partir do método de Galerkin sob a condição de ressonância primária e assegurando que as equações obtidas formam um sistema autônomo no $\mathbb{R}^3$, temos

$$\begin{cases} \dot{x} = \dot{q} = \mathrm{y}, \\ \dot{\mathrm{y}} = \ddot{q} = -\mu \mathrm{y} - x - \beta x^2 - \gamma x^3 + f cos z, \\ \dot{z} = \dot{\theta} = \omega. \end{cases}$$

A teoria do caos pode descrever o comportamento de sistemas dinâmicos determinísticos através de equações de movimento que necessitam de condições iniciais (CIs) previamente conhecidas para atingir um regime assintótico. Um sistema é denominado caótico quando apresentar alta sensibilidade a escolha das CIs. O foco deste estudo são os NTCCPS submetidos a perturbações harmônicas, onde pretendemos identificar a existência de multiestabilidade analisando a sua dinâmica, *i.e*, a existência de múltiplos estados assintóticos acessados por diferentes CIs para o mesmo conjunto de parâmetros.

Para estudar a multiestabilidade foram investigados, através dos expoentes de Lyapunov, os planos de parâmetros $f \times \mu$. A Figura 1 mostra três conjuntos planos de parâmetros: na primeira linha (a)-(c), seguimos o atrator variando f no sentido crescente com μ constante; na segunda linha (d)-(f), seguimos o atrator em ordem decrescente de f; na terceira linha (g)-(i), variamos μ no

Apoio: **CNPq** e **fapesc**

sentido crescente com f constante. A caixa verde na primeira coluna (a, d, g) destaca as diferentes estruturas formadas ao evoluir o sistema de diferentes formas, dando um forte indício de multiestabilidade. Este comportamento também é observado no formato das regiões periódicas imersas num mar caótico na terceira coluna (c, f, i), que é a ampliação da caixa branca em (b, e, h).

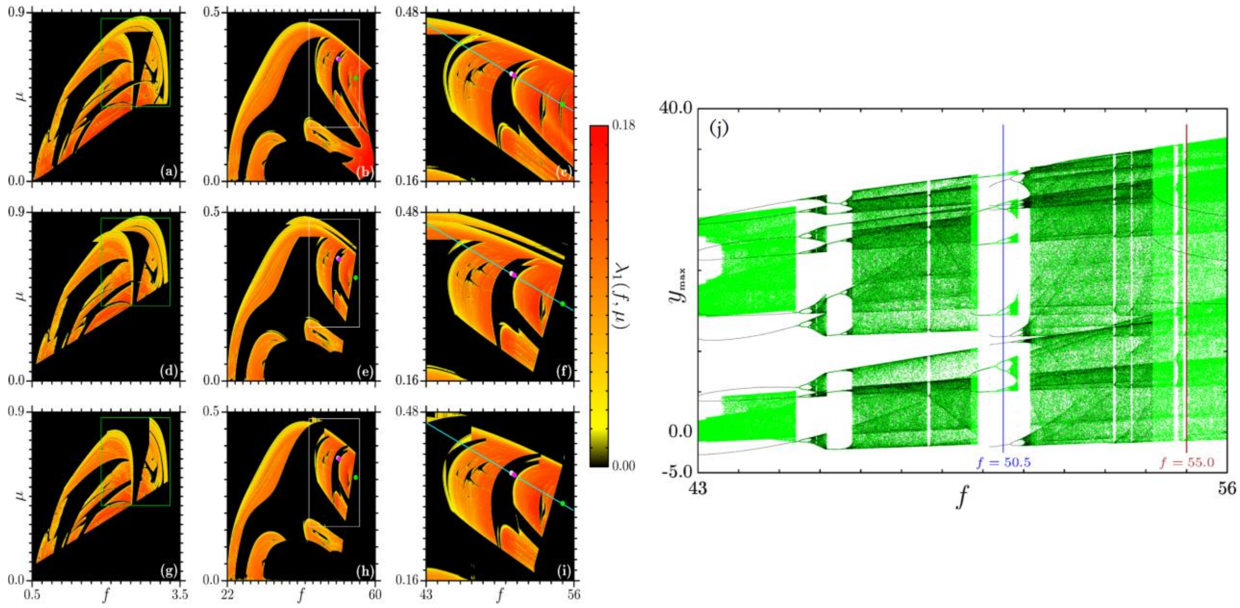

Figura 1. Planos de Parâmetros e Diagrama de Bifurcação produzidos.

A Figura 1(j) mostra o diagrama de bifurcação construído pela reta verde $y = -0.01286x + 1.011275$. Neste diagrama evoluiu-se o sistema na ordem crescente de f (verde claro) e na ordem decrescente (verde escuro). Nas linhas azul e vermelha, observamos os comportamentos caóticos e periódicos sobrescritos. Ou seja, para um mesmo conjunto de parâmetros, ao evoluir as CIs de formas diferentes encontramos diferentes comportamentos, confirmando-se assim a existência de multiestabilidade.

Construímos também diagramas *isospikes* $f \times \mu$, em que contamos o número de máximos da variável y do sistema de NTCCPS em um período de oscilação. Nestes diagramas observamos a existência de pontos singulares denominados *quint-points* que indicam a convergência de cinco domínios onde a dinâmica é periódica, porém com períodos diferentes.

Palavras-chave: Nanotubos de Carbono. Multiestabilidade. *Quint-Points*.

Apoio: **CNPq** e **fapesc**