MULTIESTABILIDADE, ADIÇÃO DE PERÍODO E ESPIRAIS EM UM SISTEMA *SNAP* COM NÃO-LINEARIDADE EXPONENCIAL[1]

Bruna Beatriz Tizoni Francisco[2], Paulo Cesar Rech[3].

[1] Vinculado ao projeto "Caos, Hipercaos, e Regularidade em Sistemas Dinâmicos Não-Lineares"
[2] Acadêmica do Curso de Licenciatura em Física – CCT – Bolsista PIBIC/AF
[3] Orientador, Departamento Física – CCT – paulo.rech@udesc.br

Neste trabalho investigou-se analiticamente e numericamente o sistema *snap* dado por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z, \\ \dot{z} &= v, \\ \dot{v} &= -av - e^{z} - by - cx. \end{aligned} \tag{1}$$

onde *x, y, z* e *v* são as variáveis dinâmicas, enquanto *a, b e c* são os parâmetros de controle do sistema. *O* termo *snap* se deve a mecânica newtoniana, sendo a velocidade a primeira derivada temporal do deslocamento, a aceleração a segunda derivada temporal do deslocamento, o *jerk* a terceira derivada temporal do deslocamento e o *snap* a quarta derivada temporal do deslocamento. Desta forma, um sistema *snap* também pode ser chamado de sistema *hyperjerk.*

O estudo numérico do sistema (1) permitiu localizar sequências de adição de período de estruturas periódicas embutidas na região caótica do espaço de parâmetros do modelo, onde algumas dessas estruturas estavam organizadas em forma de espirais. Também localizou-se regiões de multiestabilidade bem definidas e bacias de atração que mostram a coexistência de atratores caóticos e periódicos.

As cores que aparecem na figura 1 estão relacionadas com a magnitude do Maior Expoente de Lyapunov (MEL), conforme indicado na escala da coluna da direita. A cor amarela em transição para a cor vermelha indica regiões de um valor do MEL positivo, sendo estas regiões caóticas. A cor preta indica regiões de um valor do MEL nulo, correspondendo a um comportamento regular (periódico ou quasiperiódico).

A adição de período de algumas estruturas periódicas localizadas no estudo do sistema (1) pode ser observada na figura 1, construída a partir da utilização de um algoritmo computacional. É possível observar essas estruturas, chamadas de camarões devido ao seu formato, organizadas de forma que seus períodos seguem a sequência …8 → 10 → 12 → 14 → 16 → 18 → …, com uma taxa de incremento de período igual a 2, ocorrendo o acúmulo dessas estruturas na fronteira da região de período 2, localizada no canto inferior esquerdo da figura 1.

Na figura 2 aparecem dois diagramas de bifurcações, ambos construídos para pontos pertencentes à uma mesma linha horizontal *c = 0,6,* traçada num diagrama de espaço de parâmetros *(b,c)* variando o parâmetro *b* no intervalo *[1,5, 2,0]* e utilizando o procedimento *seguindo o atrator.* O diagrama de bifurcações na cor preta foi iniciado em *b = 2,0* e terminado em *b = 1,5.* O diagrama de bifurcações na cor vermelha, por sua vez, foi iniciado em *b = 1,5* e terminado em *b = 2,0.* O resultado computacional destes procedimentos permitiu observar o fenômeno de multiestabilidade, onde é possível a existência simultânea de caos na região preta e periodicidade na região vermelha. Portanto, para parâmetros de controle fixos, diferentes condições iniciais podem levar uma mesma região do sistema a comportamento caótico ou periódico, caracterizando o fenômeno de multiestabilidade.

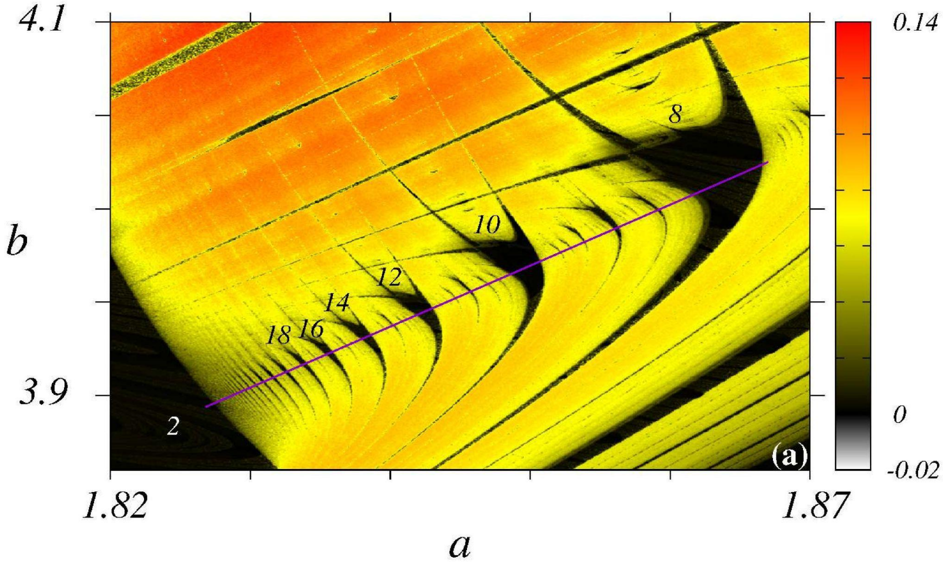

Figura 1. *Espaço de parâmetros (a, b) do sistema (1) onde é possível observar a sequência de adição de período. O parâmetro a varia no intervalo [1,82, 1,87] e o parâmetro b varia no intervalo [3,86, 4,1]. O parâmetro c foi fixado no valor c = 1,0.*

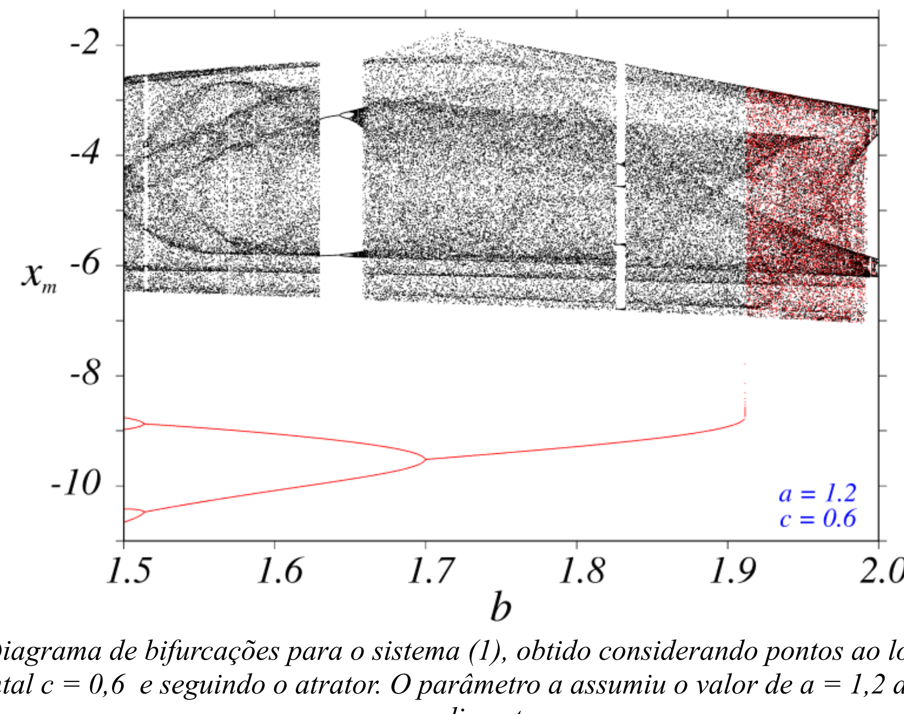

Figura 2. D*iagrama de bifurcações para o sistema (1), obtido considerando pontos ao longo da linha horizontal c = 0,6 e seguindo o atrator. O parâmetro a assumiu o valor de a = 1,2 durante o procedimento.*

Palavras-chave: Sistema dinâmico não-linear. Sistema *Hyperjerk.* Multiestabilidade.

Apoio: **CNPq** e **fapesc**